



# **Desenvolvimento e implementação de um modelo de transferência de calor para aplicar no projeto de moldes de elevado desempenho**

Mestrado em Engenharia Automóvel

Paulo Roque Gomes de Freitas

Leiria, junho de 2019





# **Desenvolvimento e implementação de um modelo de transferência de calor para aplicar no projeto moldes de elevado desempenho**

Mestrado em Engenharia Automóvel

Paulo Roque Gomes de Freitas

Trabalho de Projeto realizado sob a orientação do Professor Doutor Artur Jorge dos Santos Mateus, Professor da Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Leiria e coorientação do Professor Doutor Helder Manuel Ferreira dos Santos Professor da Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Leiria.

Leiria, junho de 2019



# **Originalidade e Direitos de Autor**

A presente dissertação é original, elaborada unicamente para este fim, tendo sido devidamente citados todos os autores cujos estudos e publicações contribuíram para a elaborar.

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição de que seja mencionado o Autor e feita referência ao ciclo de estudos no âmbito do qual o mesmo foi realizado, a saber, Curso de Mestrado em Engenharia Automóvel, no ano letivo 2018/2019, da Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Leiria, Portugal, e, bem assim, à data das provas públicas que visaram a avaliação destes trabalhos.



# **Dedicatória**

Este trabalho é dedicado a todos aqueles que me acompanharam ao longo desta jornada e que tornaram este projeto possível. À minha família, principalmente aos meus pais, irmão e avó materna. Aos professores da ESTG, em especial aos meus orientadores. E às pessoas que vim a conhecer nesta jornada, aqueles que passei a considerar meus amigos.





# Agradecimentos

Este trabalho é o culminar de mais uma etapa da minha vida. Uma etapa de grandes mudanças, desafios e oportunidades para crescer. Deparei-me com uma cidade desconhecida, novas caras e um quotidiano diferente que com o viver desta experiência tornar-se-iam familiares. No entanto esta etapa não foi um caminho que trilhei sozinho, pois nos momentos de maior alegria e prosperidade ou de tristeza e dificuldade tive sempre alguém ao meu lado.

Na qualidade de orientadores e tutores, os Professores Artur Mateus e Helder Santos.

Na amizade e camaradagem, os meus colegas de curso e de trabalho.

No conforto do meu lar longe de casa, a minha família.

Agradeço-vos imenso por esta experiência única de vida.



# Resumo

A indústria da moldação por injeção (MI) encontra-se em rápida expansão, sendo cada vez mais o número de peças produzidas em diferentes indústrias, como é o exemplo da indústria automóvel, onde componentes metálicos e montagens conseguidas através de processos tradicionais são substituídas por peças plásticas de elevado desempenho, o que permite reduzir o peso dos veículos e a energia necessária para os mover, reduzindo assim os consumos e as emissões de gases poluentes.

No presente estudo foi desenvolvido um modelo de transferência de calor analítico (MTCA) que permite analisar a transferência de calor nas diferentes fases do ciclo da moldação por injeção (*Rapid Heat Cycle Moulding* - RHCM), permitindo também obter parâmetros geométricos otimizados. O MTCA descreve sistemas de RCHM para a produção de plásticos amorfos. O modelo desenvolvido considera a utilização de canais circulares, que servem tanto para o aquecimento como para o arrefecimento, com variação mínima entre as temperaturas de entrada e de saída do fluído de trabalho.

A validação do MTCA foi efetuada com base em resultados disponíveis na literatura, comparando a variação da temperatura em função do tempo para pontos de referência utilizando os modelos 1D e 2D desenvolvidos.

O MTCA desenvolvido baseou-se na implementação de um sistema de equações de calor através de um modelo 1D, o que permitiu obter uma representação das temperaturas através da secção radial do sistema molde/peça, e a duração de cada uma das fases do ciclo da MI. O modelo permite analisar os parâmetros fundamentais do ciclo MI, sem requerer modelação CAD do sistema, revelando-se uma ferramenta expedita na etapa de desenvolvimento e projeto.

**Palavras-chave:** Moldação por injeção, Modelo analítico, *Rapid heat cycle moulding*, Aquecimento, Arrefecimento, Transferência de calor.



# Abstract

The injection moulding (MI) industry is rapidly expanding, with more and more parts being produced for different industries, such as the automotive industry, where metal components and assemblies achieved through traditional processes are replaced by high performance plastic parts, which reduce the weight of vehicles and the energy needed to move them, thus reducing fuel consumption and emissions of polluting gases.

In the present study, an analytical heat transfer model (MTCA) was developed which allows the analysis of the heat transfer in the different phases of the Rapid Heat Cycle Moulding (RHCM) cycle, while also allowing the optimization of geometric parameters. The MTCA describes RCHM systems that produce amorphous plastics. The developed model considers the use of circular channels, which serve for both for heating and cooling with minimum variation between the inlet and outlet temperatures of the working fluid.

The MTCA's validation was performed based on results available in the literature, comparing the temperature variation as a function of time for reference points using the developed 1D and 2D models.

The developed MTCA was based on the implementation of a system of heat equations through a 1D model, which allowed to obtain a representation of the temperatures through the radial section of the mould / piece system and the duration of each of the phases of the MI cycle. The model allows the analysis of the MI cycle's fundamental parameters, without requiring the system's CAD modelling, proving to be an expedited tool in the development and design stage.

**Keywords:** Injection moulding, Analytical model, Rapid heat cycle moulding, Heating, Cooling, Heat transfer



# Índice

Originalidade e Direitos de Autor .....	iii
Dedicatória .....	v
Agradecimentos .....	vii
Resumo .....	ix
Abstract .....	xi
Lista de Figuras .....	xvii
Lista de tabelas .....	xxi
Lista de siglas e acrónimos.....	xxiii
1. Introdução .....	1
1.1. Contexto e Motivação .....	1
1.2. Objetivos.....	4
1.3. Estrutura .....	5
2. Fundamentos e Revisão bibliográfica .....	7
2.1. Introdução .....	7
2.2. Ciclo de moldação por injeção.....	12
2.3. Considerações na moldação por injeção.....	20
2.4. Representação Computacional.....	22
2.5. Estudos antecedentes.....	23
3. Casos de Estudo .....	25
3.1. Parametrização .....	25
3.2. Caso de Estudo de Referência .....	28
3.3. Estudo Computacional: Modelo 2D e 1D .....	31
3.3.1. Descrição 2D .....	32
3.3.2. Descrição 1D .....	34
3.4. Modelo de Transferência de Calor Analítico .....	35
3.4.1. Descrição .....	35
4. Modelo de Transferência de Calor Analítico .....	37

<b>4.1. MTCA como permutador unidimensional.....</b>	<b>37</b>
4.1.1. Analogia Radial Resistiva .....	37
4.1.2. Analogia Axial Resistiva.....	38
<b>4.2. Modelação numérica .....</b>	<b>39</b>
4.2.1. Equação de calor .....	40
<b>4.3. Ciclo de Moldação por Injeção .....</b>	<b>42</b>
4.3.1. 1º Aquecimento .....	43
4.3.2. Troca 1.....	45
4.3.3. Arrefecimento.....	46
4.3.4. Troca 2.....	49
4.3.5. Aquecimento .....	50
<b>4.4. Parâmetros de entrada.....</b>	<b>51</b>
4.4.1. Propriedades do material do molde, plástico e condições de processamento .	51
4.4.2. Condições de escoamento .....	52
4.4.3. Cálculo dos coeficientes de transferência de calor por convecção .....	54
<b>4.5. Estabilidade numérica .....</b>	<b>56</b>
<b>4.6. Estabilidade numérica no aquecimento .....</b>	<b>57</b>
<b>4.7. Estabilidade numérica no arrefecimento .....</b>	<b>59</b>
<b>5. Análise e Discussão de Resultados .....</b>	<b>63</b>
<b>5.1. Configuração do estudo .....</b>	<b>63</b>
<b>5.2. Modelo 2D e Estudo de Referência .....</b>	<b>64</b>
<b>5.3. Modelo 1D e modelo 2D .....</b>	<b>65</b>
<b>5.4. Modelo 1D-S e modelo 2D-S .....</b>	<b>66</b>
<b>5.5. Adimensionalização dos modelos 1D-S e 2D-S .....</b>	<b>69</b>
<b>5.6. Transformação de Variável.....</b>	<b>70</b>
<b>5.7. Modelo 1D, modelo 1D-A e modelo 2D .....</b>	<b>73</b>
<b>5.8. Modelo 2D e MTCA .....</b>	<b>75</b>
<b>5.9. Modelo 2D e MTCA ajustado .....</b>	<b>77</b>
<b>5.10. Comparações entre modelos.....</b>	<b>79</b>
<b>5.11. MTCA-A: Representação do ciclo de Moldação por Injeção .....</b>	<b>80</b>



<b>6. Parâmetros Geométricos Otimizados .....</b>	<b>87</b>
<b>6.1. Diâmetro do canal.....</b>	<b>87</b>
<b>6.2. Distância entre os canais .....</b>	<b>89</b>
<b>6.3. Distância entre o canal e a superfície.....</b>	<b>91</b>
<b>6.4. MTCA-A: Representação do ciclo de Moldação por Injeção para os parâmetros ótimos .....</b>	<b>92</b>
<b>7. Conclusão .....</b>	<b>95</b>
<b>Referências Bibliográficas .....</b>	<b>97</b>



# Lista de Figuras

Figura 1.1 - Representação da proporção dos resíduos plásticos que são reciclados, incinerados ou descartados ao longo dos anos, adaptado de [5].	2
Figura 1.2 - Representação do mercado das peças feitas pela moldação por injeção, segundo o setor destinatário [1].	3
Figura 2.1 - Ilustração do sistema de moldação por injeção patenteado por Hyatt [16].	8
Figura 2.2 - Sistema de injeção com embolo recíproco e torpedo [17].	8
Figura 2.3 - Sistema de injeção com fuso rotativo e recíproco [17].	9
Figura 2.4 - Comparação entre peças recém injetadas com material excedente e elementos de injeção e alimentação (à esquerda) e peças finais (à direita) [19].	10
Figura 2.5 - Representação do comportamento de transição para polímeros semicristalinos (esquerda) e amorfos (direita) [20].	11
Figura 2.6 - Representação das regiões amorfas e cristalinas das cadeias moleculares [21].	12
Figura 2.7 - Gráfico indicativo dos setores do ciclo de moldação por injeção, numerado, adaptado de [22].	13
Figura 2.8 - Molde com aquecimento por indução desmontado, adaptado de [23].	14
Figura 2.9 - Variação da pressão de injeção em função do tempo de enchimento, adaptado de [24].	15
Figura 2.10 - Variação do volume específico em função da temperatura, para polímeros amorfos (esquerda) e semicristalinos (direita) [25].	16
Figura 2.11 - Representação do efeito que o arrefecimento diferenciado entre superfícies moldantes pode provocar nas peças finais, em plano (a) e em curva (b) [25].	19
Figura 2.12 - Formação da linha de junta durante o enchimento da cavidade [29].	21
Figura 2.13 - Formação de <i>sinkmarks</i> ou lacunas durante o arrefecimento, adaptado de [30].	21
Figura 2.14 - Colocação de canais acompanhando, de forma equidistante, o contorno da superfície (A), e a colocação de canais em função da espessura (B) [27].	22
Figura 3.1 - Representação esquemática de uma secção em corte do sistema molde/peça plástica com indicação das variáveis geométricas, adaptado de [31].	27
Figura 3.2 - Esquema representativo de um molde de injeção inteiro [31].	28
Figura 3.3 – Simplificação do molde inteiro para uma representação 2D, adaptado de [31].	28
Figura 3.4 – Representação 2D do caso de estudo de referência e das condições de fronteira para o arrefecimento [31].	29
Figura 3.5 - Representação 2D do caso de estudo de referência e das condições de fronteira para o aquecimento [31].	30
Figura 3.6 - Variação da temperatura ao longo da superfície moldante (pontos X, A, B e Y) ao fim de 20 segundos de aquecimento, adaptado de [31].	31

Figura 3.7 - Modelação tridimensional do molde inteiro. ....	32
Figura 3.8 – Modelo 2D – representação esquemática e condições de fronteira para aquecimento. ....	33
Figura 3.9 – Modelo 2D – representação esquemática e condições de fronteira para arrefecimento. ....	33
Figura 3.10 – Modelo 2D – representação esquemática e cotagem. ....	33
Figura 3.11 -Configuração e cotagem da geometria estudada através do modelo 1D e das condições de fronteira para o aquecimento. ....	34
Figura 3.12 -Configuração e cotagem da geometria estudada através do modelo 1D e das condições de fronteira para o arrefecimento. ....	35
Figura 4.1 - Sistema de moldação por injeção no Aquecimento. ....	43
Figura 4.2 - MTCA para o 1º Aquecimento ....	45
Figura 4.3 - Sistema de moldação por injeção na Troca de fluídos. ....	45
Figura 4.4 - MTCA para a Troca 1.....	46
Figura 4.5 - Sistema de moldação por injeção no Arrefecimento. ....	47
Figura 4.6 - MTCA para o Arrefecimento ....	49
Figura 4.7 - MTCA para a Troca 2.....	50
Figura 4.8 - MTCA para o Aquecimento ....	51
Figura 4.9 - Variação da temperatura para o ponto A', em função do tempo, para o MTCA com um intervalo de tempo de 27,09 ms. ....	58
Figura 4.10 - Variação da temperatura para o ponto A', em função do tempo, para o MTCA com um intervalo de tempo de 22,49 ms. ....	59
Figura 4.11 - Variação da temperatura para o ponto M', em função do tempo, para o MTCA com um intervalo de tempo de 22,49 ms. ....	60
Figura 4.12 - Variação da temperatura para o ponto M', em função do tempo, para o MTCA com um intervalo de tempo de 7,75 ms. ....	61
Figura 5.1 - Configuração do caso de estudo de forma bidimensional para a representação dos pontos. ....	64
Figura 5.2 – Variação da temperatura do ponto A em função do tempo, para os modelos 2D e 1D e respetivas diferenças. ....	66
Figura 5.3 - Variação da temperatura do ponto A em função do tempo, para os modelos 2D e 2D-S.....	67
Figura 5.4 - Variação da temperatura do ponto A em função do tempo, para os modelos 1D e 1D-S.....	68
Figura 5.5 – Variação da temperatura do ponto A em função do tempo, para os modelos 2D-S e 1D-S e respetivas diferenças. ....	69
Figura 5.6 - Variação da temperatura percentual (5%-95%) no ponto A em função do tempo percentual, para os modelos 2D-S e 1D-S. ....	70
Figura 5.7 - Variação do tempo (de 310,65 K até 445,65 K) do ponto A em função do <i>Pitch</i> para o modelo 2D-S. ....	71

Figura 5.8 - Variação do tempo proporcional (de 310,65 K até 445,65 K) do ponto A em função do <i>Pitch</i> para o modelo 2D S.....	72
Figura 5.9 – Variação da temperatura do ponto A em função do tempo, para os modelos 2D e 1D-A e respectivas diferenças.....	73
Figura 5.10 – Variação da temperatura do ponto M em função do tempo, para os modelos 2D e 1D e respectivas diferenças.....	74
Figura 5.11 – Variação da temperatura do ponto M em função do tempo, para os modelos 2D e 1D-A e respectivas diferenças.....	75
Figura 5.12 – Variação da temperatura do ponto A em função do tempo, para o modelo 2D e o MTCA e respectivas diferenças.....	76
Figura 5.13 – Variação da temperatura do ponto M em função do tempo, para o modelo 2D e o MTCA e respectivas diferenças.....	77
Figura 5.14 – Variação da temperatura do ponto A em função do tempo, para o modelo 2D e o MTCA-A e respectivas diferenças.....	78
Figura 5.15 – Variação da temperatura do ponto M em função do tempo, para o modelo 2D e o MTCA-A e respectivas diferenças.....	78
Figura 5.16 – Variação da temperatura durante o 1º Aquecimento, nos pontos A e A', em função do tempo, para o MTCA-A. ....	80
Figura 5.17 – Variação da temperatura durante a Troca 1, nos pontos A e A', em função do tempo, para o MTCA-A. ....	81
Figura 5.18 – Variação da temperatura durante o Arrefecimento, nos pontos M e M', em função do tempo, para o MTCA-A. ....	82
Figura 5.19 – Variação da temperatura durante o Arrefecimento, nos pontos A e A', em função do tempo, para o MTCA-A. ....	82
Figura 5.20 - Variação da temperatura durante a Troca 2, nos pontos A e A', em função do tempo, para o MTCA-A. ....	83
Figura 5.21 – Variação da temperatura durante o Aquecimento, nos pontos A e A', em função do tempo, para o MTCA-A. ....	84
Figura 5.22 – Variação da temperatura durante o ciclo de moldação por injeção, nos pontos A, A', M e M', em função do tempo, para o MTCA-A.....	85
Figura 6.1 - Representação das solicitações mecânicas da moldação por injeção com apoios deslizantes nas regiões de simetria.....	89
Figura 6.2 – Representação de metade do <i>Pitch</i> , $L_D$ e $L_P$ . ....	91
Figura 6.3 – Variação da temperatura durante o ciclo de moldação por injeção, nos pontos A, A', M e M', em função do tempo, para o MTCA-A com parâmetros ótimos. ....	93



# Lista de tabelas

Tabela 3.1 -Propriedades dos materiais da zona moldante, estrutura do molde e isolamento [31]. ....	25
Tabela 3.2 - Propriedades do plástico LG chemicals grade ABS XR 404 em função da temperatura [31]. ....	26
Tabela 3.3 – Propriedades e número de Prandtl da água como fluido de trabalho líquido à 20 °C e como fluido de trabalho líquido à 180 °C [31]. ....	26
Tabela 3.4 - Valores e designação das variáveis dos modelos em estudo. ....	27
Tabela 4.1 - Números de Reynolds e fator de atrito para as condições em estudo. ....	55
Tabela 4.2 - Números de Nusselt e fator e coeficientes de transferência de calor por convecção para as condições em estudo. ....	55
Tabela 5.1 - Comparação de modelo 2D e Estudo de Referência ....	65
Tabela 5.2 - Comparação dos modelos 2D, 1D, 1D-A, MTCA, MTCA-A ....	79
Tabela 6.1 - Caudal, perda de carga e potência para os escoamentos do estudo de referência. ....	88
Tabela 6.2 - Velocidade do escoamento, número de Reynolds e coeficiente de transferência de calor por convecção para o diâmetro ótimo. ....	89
Tabela 6.3 - Duração das fases de 1ºAquecimento, Arrefecimento e Aquecimento com respetiva redução de tempo conseguida. ....	93





# Lista de siglas e acrónimos

## Acrónimos

A	Ajustado
ABS	Acrilonitrila butadieno estireno
AISI	American Iron and Steel Institute
CI	Condição Inicial
CAA	Canal de aquecimento e arrefecimento
CAD	<i>Computer Aided Design</i>
CF	Condição de Fronteira
CFL	Courant-Friedrichs-Lewy
EC	Equação de Calor
EDP	Equação de derivadas parciais
ESTG	Escola Superior de Tecnologia e Gestão
FEM	<i>Finite Element Method</i>
MI	Moldação por injeção
MMI	Máquina de moldação por injeção
MTCA	Modelo de Transferência de Calor Analítico
PTN	Pressão e temperatura normais
RCHM	<i>Rapid Heat Cycle Moulding</i>
S	Simplificado
VP	<i>Velocity-Pressure</i>

## Siglas

$A$	Área	$m^2$
$A_{yz}$	Área da superfície moldante	$m^2$
$A'_{yz}$	Área da secção resistente crítica	$m^2$
$Bi$	Número de Biot	-
$C$	Comprimento do canal	m
$C_p$	Calor específico	$J \times kg^{-1} \times K^{-1}$
$D$	Diâmetro do canal	m
$e$	Espessura da peça plástica	m

<i>erro</i>	Erro relativo	%
<i>F</i>	Força resultante da pressão de injeção	N
<i>Fo</i>	Número de Fourier	-
<i>F</i>	Fator de atrito de Darcy	-
<i>h</i>	Coefficiente de transferência de calor por convecção	$W \times m^{-2} \times K^{-1}$
<i>k</i>	Condutividade térmica	$W \times m^{-1} \times K^{-1}$
<i>L</i>	Distância entre a superfície moldante e do canal	m
<i>L<sub>1</sub></i>	Espessura da zona moldante	m
<i>L<sub>2</sub></i>	Espessura do isolamento	m
<i>L<sub>3</sub></i>	Espessura da estrutura do molde	m
<i>L<sub>D</sub></i>	Distância entre a superfície moldante e o centro do canal	m
<i>L<sub>P</sub></i>	Distância entre o centro do canal e o ponto B	m
<i>Nu</i>	Número de Nusselt	-
<i>P</i>	Distância entre o centro dos canais ( <i>Pitch</i> )	m
<i>P<sub>inj</sub></i>	Pressão de injeção	Pa
<i>Pr</i>	Número de Prandtl	-
<i>Q</i>	Fluxo de calor	$W \times m^{-2}$
<i>R<sup>2</sup></i>	Coefficiente de determinação	-
<i>Re</i>	Número de Reynolds	-
<i>s</i>	Fator de segurança	-
<i>T</i>	Temperatura	K ou °C
<i>t</i>	Tempo	s
<i><math>\dot{V}</math></i>	Caudal volúmico	$m^3 \times s^{-1}$
<i><math>\nu</math></i>	Viscosidade cinemática	$m^2 \times s^{-1}$
<i><math>\dot{W}</math></i>	Potência de circulação	W
<i>x</i>	Dimensão radial perpendicular à superfície moldante	m
<i>y</i>	Dimensão axial	m
<i>z</i>	Dimensão radial paralela à superfície moldante	m
<i><math>\alpha</math></i>	Difusividade térmica	$J \times m^{-3} \times K^{-1}$
<i><math>\Delta p</math></i>	Perda de carga	Pa
<i><math>\beta</math></i>	Fator de proporcionalidade	-
<i><math>\mu</math></i>	Viscosidade dinâmica para a temperatura média do fluído	Pa×s
<i><math>\mu_s</math></i>	Viscosidade dinâmica para a temperatura superficial	Pa×s

$\rho$	Massa específica	$\text{kg}\times\text{m}^{-3}$
$\sigma_e$	Tensão de cedência	Pa
$\sigma_x$	Tensão normal na secção resistente crítica	Pa

## Índices

$I$	1º elemento
$IAq$	1º Aquecimento
$2$	2º elemento
$2D$	Modelo 2D
$A$	Ponto A
$5\%$	5% do intervalo entre $T_A$ e $T_Q$
$95\%$	95% do intervalo entre $T_A$ e $T_Q$
$Aq$	Aquecimento
$Ar$	Arrefecimento
$alvo$	Alvo para aquecimento
$amb$	Ambiente
$B$	Ponto B
$E$	Elemento do tipo E
$ER$	Estudo de referência
$E-1$	Elemento do tipo E-1
$E+1$	Elemento do tipo E+1
$ext$	Extração
$f$	Fluído
$F$	Frio
$g$	Transição vítrea
$i$	Inicial
$inj$	Injeção
$N$	Elementos do tipo N
$N-1$	Elementos do tipo N-1
$N+1$	Elementos do tipo N+1
$P$	Plástico e elemento do tipo P ou instante anterior
$P-1$	Elemento do tipo P-1
$P+1$	Elemento do tipo P+1 ou instante presente

$Q$	Quente
$s$	Superfície moldante
$T1$	Troca 1
$T2$	Troca 2
$y$	Direção axial

# **1. Introdução**

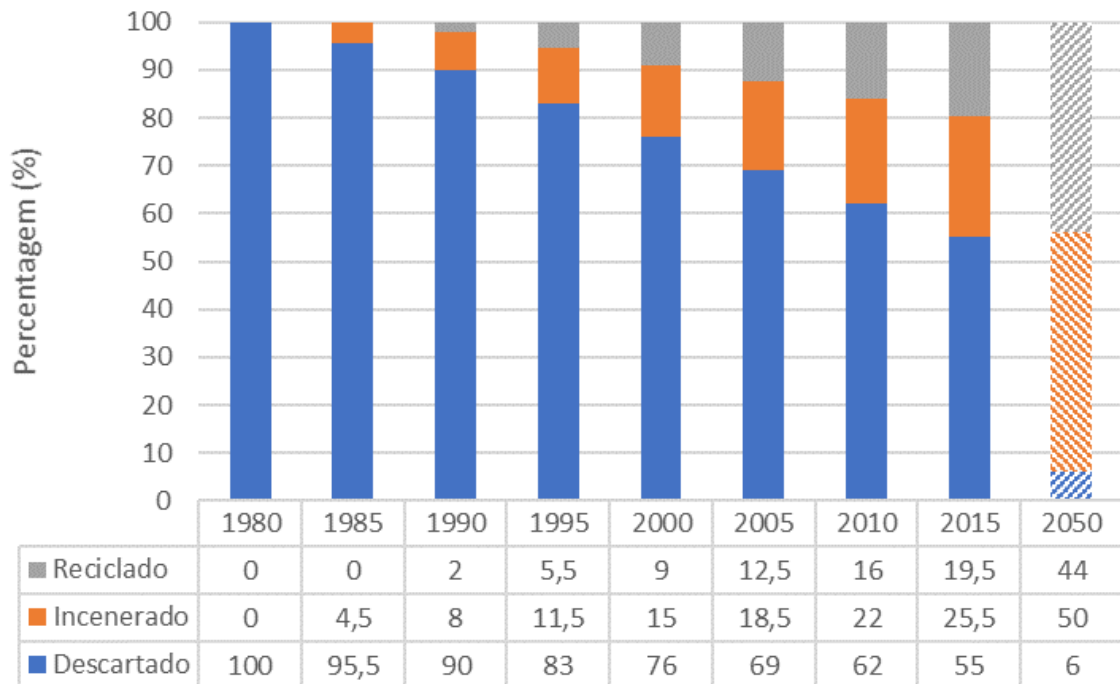
O presente trabalho é dedicado ao desenvolvimento e implementação de um modelo de transferência de calor para aplicar no projeto de moldes de elevado desempenho, este capítulo apresenta na secção 1.1. o contexto e motivação para a realização do trabalho, com uma sucinta introdução ao panorama atual da indústria de moldação por injeção, elucidando os desafios atuais e as perspectivas para o futuro, segundo análises de mercado.

Também neste capítulo na secção 1.2. os objetivos fundamentais à elaboração deste trabalho são apresentados, assim como a estrutura que este seguirá para os atingir, na secção 1.3.

## **1.1. Contexto e Motivação**

A moldação por injeção é uma indústria em constante evolução, quer como resposta às elevadas cadências de produção e requisitos ambientais, ou pela sobrevivência das empresas que atuam nesta indústria competitiva [1]. Grande parte da competitividade da indústria tem origem na fragmentação que se deve às características das empresas atuantes, no mercado 95% dessas empresas são negócios familiares [1]. Por esta via a evolução é forçada como um meio de diferenciação entre as empresas, de modo a conseguir uma vantagem competitiva, com moldes de melhor desempenho e/ou menor custo.

Apesar do paradigma atual que circunda a utilização de plásticos e a poluição que destes advém (quando chegam ao fim de vida útil do produto) a indústria da moldação por injeção (produção de máquinas, moldes e peças plásticas) tem vindo a crescer [1-4]. Este crescimento, considerando a tendência atual do tratamento dos resíduos plásticos (ver Figura 1.1), poderá não agravar os níveis de poluição ambiental.



**Figura 1.1 - Representação da proporção dos resíduos plásticos que são reciclados, incinerados ou descartados ao longo dos anos, adaptado de [5].**

A partir dos dados apresentados na Figura 1.1, espera-se que as porcentagens dos plásticos reciclados e incinerados possam aumentar até 44% e 50%, respectivamente, até 2050 [5].

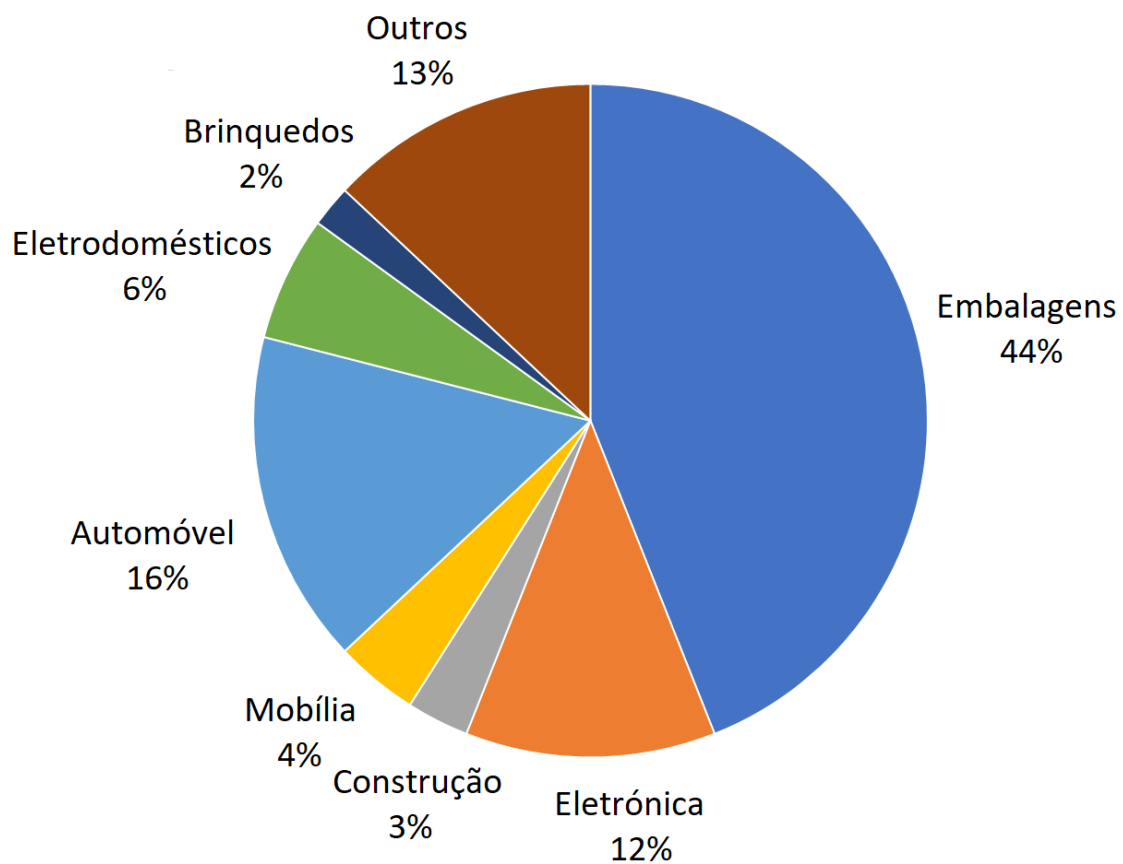
A sustentabilidade da indústria não se quantifica apenas pelo tratamento dos resíduos sólidos, mas também pelos custos ambientais da obtenção do produto polimérico. A matéria prima de escolha e os custos energéticos do processamento desta são alguns dos pontos chave da indústria [6-8].

Cada vez mais a viabilidade de matérias primas alternativas tem vindo a aumentar [6], como por exemplo bio resinas como material de substituição aos produtos derivados do petróleo, que apresentam propriedades semelhantes e retêm a capacidade de serem reciclados tal como os outros polímeros termoplásticos.

Os avanços que promovem a sustentabilidade na produção dos plásticos injetados não contribuem apenas para a indústria da moldação por injeção, mas também de forma transversal as indústrias que integram peças plásticas. Pois cada vez mais as peças injetadas substituem peças metálicas em produções de grande volume, e de complexidade geométrica acrescida [7, 8]. As peças produzidas podem adotar formas próximas de uma geometria ideal

para resistir às solicitações, ou assumir espessuras reduzidas em aplicações não críticas, ou ainda receber reforços, como fibras [6], que permitem a obtenção de peças de peso reduzido, o que, para aplicações móveis reduz os consumos energéticos associados ao movimento do equipamento em questão.

A Figura 1.2 mostra a distribuição atual da produção de artigos feitos pela moldação por injeção pelas diferentes indústrias. E nestas espera-se a moldação por injeção ocupe uma maior porção de peças produzidas para as aplicações destas indústrias, mas não só com peças plásticas, mas também peças cerâmicas ou metálicas injetadas [9].



**Figura 1.2 - Representação do mercado das peças feitas pela moldação por injeção, segundo o setor destinatário [1].**

Na Figura 1.2 é possível verificar que a segunda maior indústria consumidora de peças injetadas em 2018 [1] foi a indústria automóvel, representando 16% do mercado da moldação por injeção. É esperado que o setor automóvel continue a ser um dos maiores impulsionadores da indústria da moldação por injeção, com um crescimento de mercado previsto de 5,7%, projetado entre os períodos de 2016 a 2023 [10]. Este crescimento é motivado pela necessidade crescente de cumprir as metas ambientais da indústria automóvel, uma vez que a substituição de montagens de vários componentes ou de estruturas metálicas por plásticos injetados tende a reduzir o peso de um automóvel, e estima-se [10] que uma redução de peso de 10% de uma viatura fará com que o consumo de combustível desta seja até 7% inferior.

O valor do mercado da moldação por injeção poderá duplicar dentro da próxima década [2], trazendo diversas oportunidades para a otimização dos sistemas. Na qualidade das peças, a indústria apostou em moldes com aquecimento dedicado para garantir as propriedades mecânicas e óticas desejadas, sistemas estes que poderão aumentar o tempo de ciclo caso o aquecimento se prolongue para além das fases da extração abertura e o fecho do molde. Para um ciclo verdadeiramente otimizado não só os tempos de aquecimento e arrefecimento terão de ser contabilizados, como também os automatismos associados, com a introdução de máquinas de injeção elétricas e ferramentas de previsão isto é possível. Com os diferentes módulos disponíveis os softwares comerciais (ex.: *MoldeX3D* e *Moldflow*), permitem agilizar o projeto do molde/peça [6,7], contudo o tempo de cálculo é prolongado, requerendo um conjunto de fases até se chegar a uma solução final.

## 1.2. Objetivos

No contexto apresentado anteriormente, a pertinência deste trabalho centrou-se na elaboração de um modelo numérico que vá de encontro aos seguintes objetivos:

- Permitir analisar a transferência de calor nas diferentes fases do ciclo da moldação por injeção (*Rapid Heat Cycle Moulding* - RHCM);
- Permitir obter parâmetros geométricos otimizados para a integração de canais no molde;
- Validação através de comparação com outros modelos desenvolvidos;
- Representação do ciclo para as diferentes fases com e sem parâmetros ótimos.



### 1.3.Estrutura

O presente trabalho foi organizado em 7 Capítulos:

- **Capítulo 1** – Consiste de uma breve introdução ao tema da moldação por injeção apresentando os objetivos para o presente trabalho e a sua estrutura;
- **Capítulo 2** – Neste capítulo é apresentada a revisão bibliográfica, mostrando a necessidade atual da indústria da moldação por injeção;
- **Capítulo 3** – Neste capítulo são apresentados os casos de estudo, estes compreendem um caso computacional disponível na literatura da especialidade, um modelo 2D baseado no caso anterior, um modelo 1D que se baseia no 2D e o modelo de transferência de calor analítico;
- **Capítulo 4** – É dedicado à apresentação do modelo numérico desenvolvido, incluindo a descrição das fases do ciclo de moldação por injeção e as expressões utilizadas para as representar;
- **Capítulo 5** – Análise e discussão dos resultados numéricos e computacionais com comparações que promovem a calibração do modelo de transferência de calor desenvolvido;
- **Capítulo 6** – Neste capítulo, o modelo desenvolvido é utilizado em conjunto com outras condições de projeto de modo a obter parâmetros construtivos otimizados, e comparação do modelo com e sem parâmetros ótimos;
- **Capítulo 7** – Dedicado à apresentação das principais conclusões e sugestões de trabalhos futuros.



## 2. Fundamentos e Revisão bibliográfica

Neste capítulo, na secção 2.1. é efetuada uma introdução de carácter histórico de modo a promover um enquadramento com a tecnologia da moldação por injeção. Na secção 2.2. foi descrito o processo de moldação por injeção (MI) utilizado na atualidade, apresentando cada fase e características que afetam a qualidade do produto final. Na secção 2.3. são apresentadas algumas considerações relativamente a qualidade das peças. Na secção 2.4. é apresentada a estratégia que foi utilizada para a representação computacional do ciclo. Por fim, na secção 2.5. são apresentados estudos antecedentes que servem como fundamento e base para o modelo de transferência de calor que foi desenvolvido neste trabalho.

### 2.1. Introdução

A moldação por injeção de polímeros é um processo que veio facilitar a obtenção de peças de grande volume de produção, dotadas de geometrias complexas a um baixo custo unitário [11, 12]. Este processo é uma das várias formas de processar polímeros numa escala industrial, que de forma transversal dependem de uma fonte de calor para “amolecer” o material, aumentando a sua suscetibilidade à deformação plástica [13] que incorre durante a moldação.

Desde a sua descoberta, até meados do século XIX, os plásticos não tinham grande valor industrial, uma vez que eram pouco estudados e não havia forma de os processar em grandes quantidades [14]. No entanto John Wesley Hyatt desenvolveu em 1869 o que viria ser o conceito da moldação por injeção [14, 15], ao descrever um processo que permitia obter bolas de bilhar feitas de nitrato de celulose, onde este polímero seria aquecido com vapor e puncionado para o interior de uma cavidade. Este conceito da moldação por injeção foi continuamente trabalhado durante os 150 anos seguintes. E em 1871 Hyatt patenteou [16] a primeira máquina de moldação por injeção (Figura 2.1).

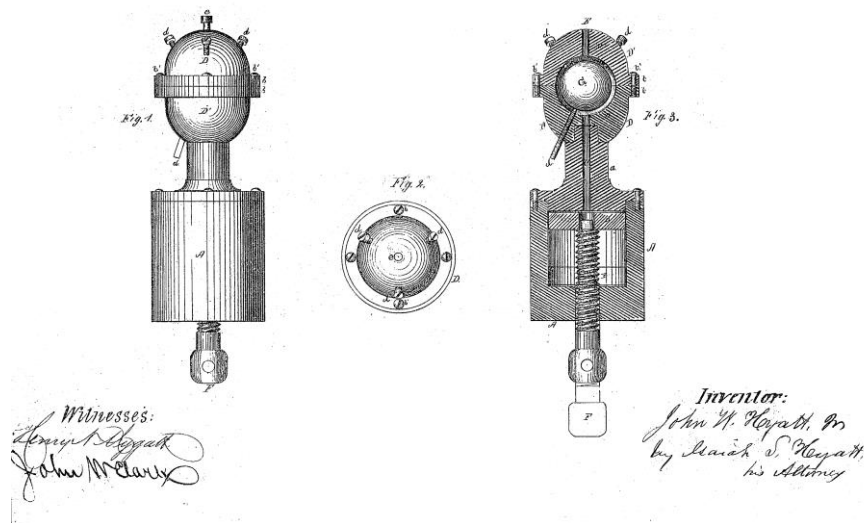


Figura 2.1 - Ilustração do sistema de moldação por injeção patenteado por Hyatt [16].

Nas primeiras máquinas de moldação por injeção (MMI), a injeção era feita apenas com um êmbolo no interior de um cilindro aquecido [15]. O polímero aquecia maioritariamente por condução, o que revelava severas limitações associadas às propriedades típicas destes materiais. Os polímeros, sendo fracos condutores de calor, exibem elevados gradientes térmicos quando aquecidos desde a periferia (como era o caso), a menos que se aumentasse o tempo de residência no interior do cilindro antes da injeção. E uma vez que, a viscosidade do fundido depende da sua temperatura, a massa de polímero mais fria requererá mais força para injetar. A Figura 2.2 mostra o esquema de uma máquina de injeção assistida por êmbolo, que recorre a implementação de um “torpedo”.

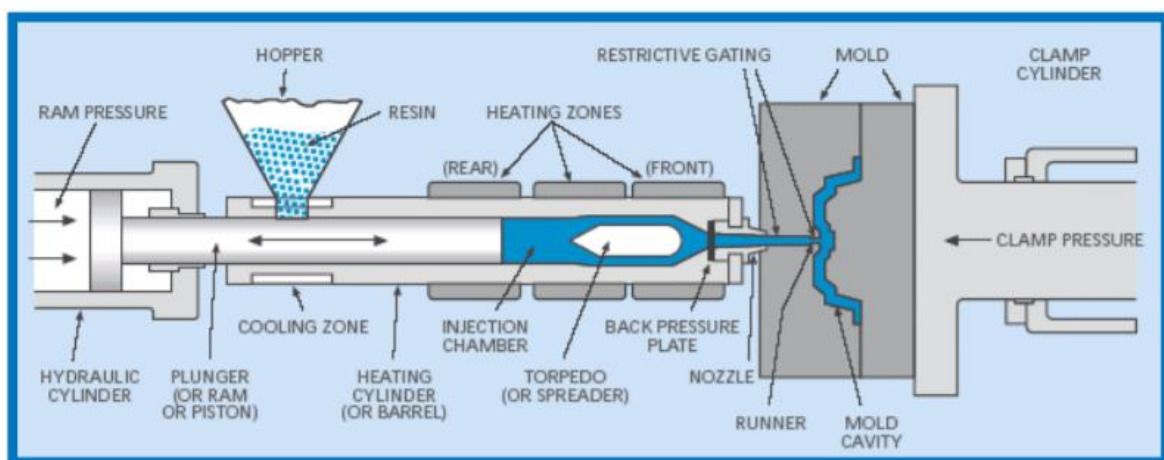


Figura 2.2 - Sistema de injeção com êmbolo recíproco e torpedo [17].

A instalação de “torpedos” no interior do cilindro veio mitigar os efeitos anteriormente mencionados, ao permitir que o aquecimento de faça por condução através de duas superfícies da secção do polímero [14, 15]. Mais tarde apareceram máquinas de injeção com mecanismos de fuso, tal como mostra a Figura 2.3 [14], que permitem aquecer o plástico com a compressão geométrica do fuso e a fricção gerada no escoamento, o que torna a temperatura e a mistura do material mais uniforme. A plastificação dos grânulos de polímero ocorre da mesma forma, na moldação por injeção (MI) e na extrusão, porém na MI o processo é descontínuo e cíclico [12], ao contrário da extrusão. Isto, na ausência de segundas unidades de injeção e acumuladores, requiere que o fuso seja dotado não só da capacidade de rodar sobre o seu eixo, como também de se deslocar ao longo deste (Figura 2.3), possibilitando caudais e pressões adequadas.

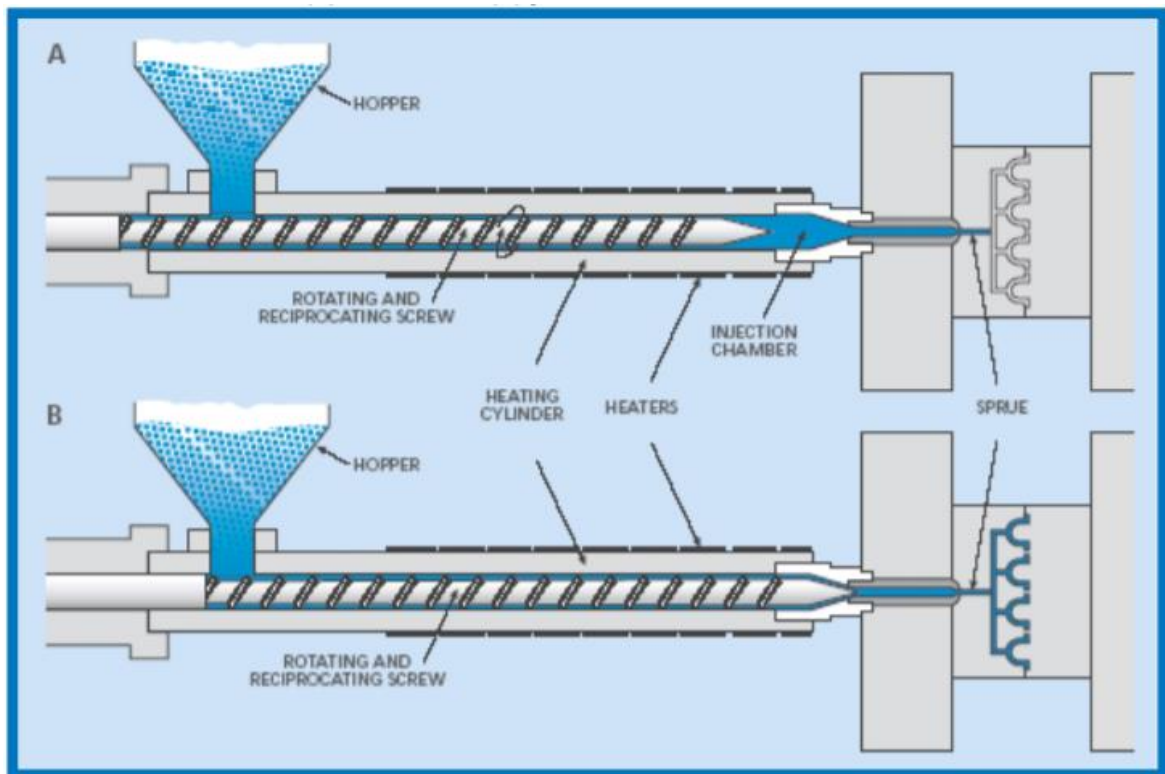


Figura 2.3 - Sistema de injeção com fuso rotativo e recíproco [17].

A matéria prima da MI, os plásticos comerciais, são designados de sistemas de materiais, porque não só são compostos pelo agregado das moléculas que lhe atribuem o nome, como também todo o conjunto de aditivos, medidos em partes por milhão.

Existem dois tipos de plásticos que são processados com esta tecnologia, termoendurecíveis e termoplásticos:

- Um termoendurecível é um plástico cujas reações de reticulação polimérica não ocorrem nas condições PTN (pressão e temperatura normais) ou ocorrendo de forma impercetivelmente lenta [18]. O material amolece com o aumento de temperatura, e tipicamente na região dos 150-175 °C a interligação das cadeias poliméricas sucede a um ritmo acelerado, até acabar a reação, ou seja, até que não seja possível reticular as restantes cadeias poliméricas. Uma vez que a reação acabe o material não amolecerá novamente, o que limita o reaproveitamento da matéria prima, contudo os elementos presentes na Figura 2.4, o material excedente, a alimentação e a distribuição (*flash*, *sprue*, *runner*, da literatura inglesa respetivamente) possam ser moídos e reintroduzido como carga, ou seja material de enchimento, no granulado.

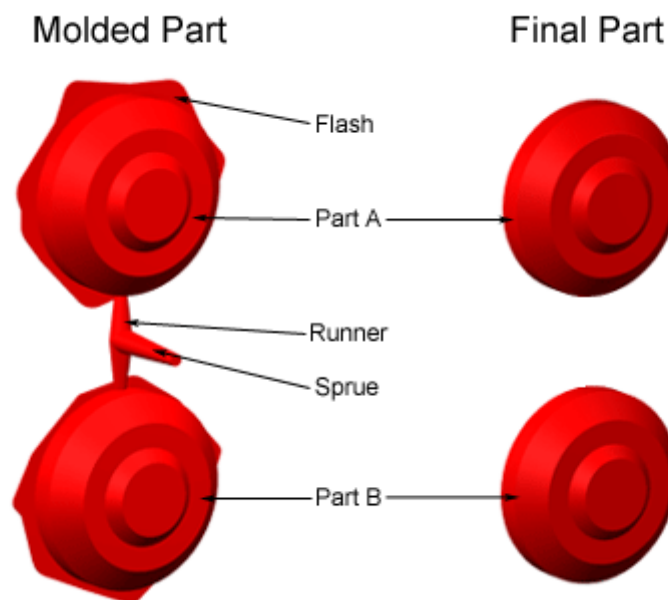


Figura 2.4 - Comparação entre peças recém injetadas com material excedente e elementos de injeção e alimentação (à esquerda) e peças finais (à direita) [19].

- Um termoplástico também fluidifica, ou derrete, quando aquecido para além de uma determinada temperatura, contudo poucas reticulações ocorrem, o que torna o seu processamento completamente reversível através da moagem [18]. Para reaproveitar o material, este para além de ser moído, tem de ser secado e não pode ter sido processado a temperaturas excessivas, ou então as suas propriedades degradarão significativamente. E comparativamente aos termoendurecíveis, apesar de se serem materiais menos estáveis, que sofrem maiores empenos e contrações na extração da peça, apresentam uma reciclabilidade muito superior, o que favorece a sua aplicação.

Conforme foi mencionado anteriormente o plástico tende a fluidificar e não fundir, a menos que se trate de um dos poucos termoplásticos que são semicristalinos [15]. Esses são plásticos que no arrefecimento formam estruturas cristalinas, interligadas por zonas amorfas, implicando que não existem plásticos completamente cristalinos. A cristalinidade ao ser uma forma de ordem interna que se perde com a adição de energia suficiente, acarreta que os plásticos semicristalinos derretam, demonstrando o comportamento presente na Figura 2.5, em que a adição de calor para o regime transição não aumenta a temperatura do material. Os polímeros que não possuem qualquer tipo de ordem interna, são os amorfos, estes não derretem, fluidificam ou amolecem consideravelmente quando se ultrapassa a temperatura de transição vítrea ( $T_g$ ).

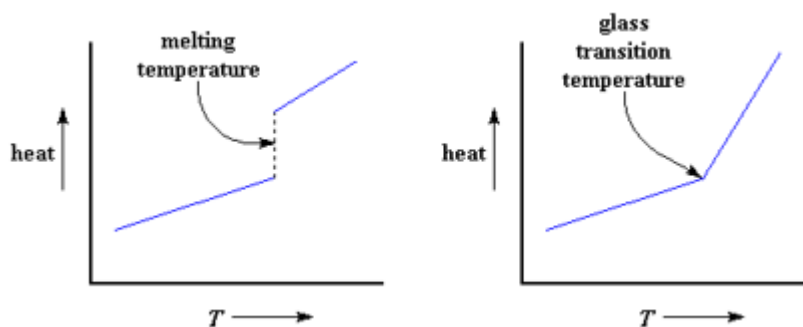


Figura 2.5 - Representação do comportamento de transição para polímeros semicristalinos (esquerda) e amorfos (direita) [20].

O grau de cristalinidade não depende somente da composição química do polímero, pois também depende da temperatura e do tempo. Se as moléculas tiverem tempo suficiente, durante o arrefecimento, organizar-se-ão em grupos cristalinos circundados por zonas amorfas como é exemplificado pela Figura 2.6.

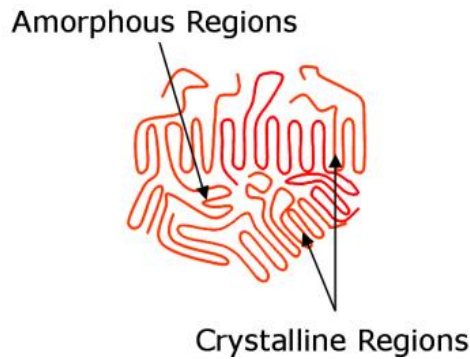


Figura 2.6 - Representação das regiões amorfas e cristalinas das cadeias moleculares [21].

Uma estrutura cristalina, organizada, do mesmo composto é mais compacta do que uma amorfa, como também tem propriedades diferentes [15]. E uma vez que a cristalinidade depende do tempo, o tempo de arrefecimento do termoplástico nem é instantâneo nem uniforme, haverá sempre anisotropia e empenos na peça plástica em função da sua espessura, distância ao ponto de injeção e a temperatura local da superfície moldante. Ou seja, para obter peças mais uniformes e próximas da geometria do molde é ideal prolongar o tempo de compactação, operar com uma temperatura superficial superior e ter um arrefecimento mais rápido possível (a tender para instantâneo).

A organização também depende do rácio entre o comprimento e o diâmetro da molécula (*aspect ratio*, na literatura inglesa). Um rácio maior promove o desdobramento das moléculas longitudinalmente à direção do escoamento (durante a injeção) [15]. Um arrefecimento brusco mais uma vez promove a anisotropia, embora que esta possa, pontualmente, ser desejada. O congelamento das moléculas (arrefecimento brusco) dá também origem a tensões internas na peça final.

## 2.2. Ciclo de moldação por injeção

Um sistema de moldação por injeção atual opera segundo o ciclo apresentado na Figura 2.7 onde os processos de automação ocorrem em simultâneo com os processos de transferência de calor. Entendem-se por processos de automação os subsistemas exclusivamente mecânicos como as ações do fuso (pressão de injeção, pressão de compactação e alimentação), abertura e fecho do molde, enquanto os de transferência de calor para além de englobarem o aquecimento e arrefecimento também inclui a troca de fluídos, no caso de sistemas fluídicos. Este ciclo é continuamente alvo de otimizações quer em prol da produção



de peças de maior qualidade, ou uma maior taxa de produção, visando a rentabilidade do equipamento. A descrição do ciclo de moldação por injeção segue a numeração apresentada na Figura 2.7.

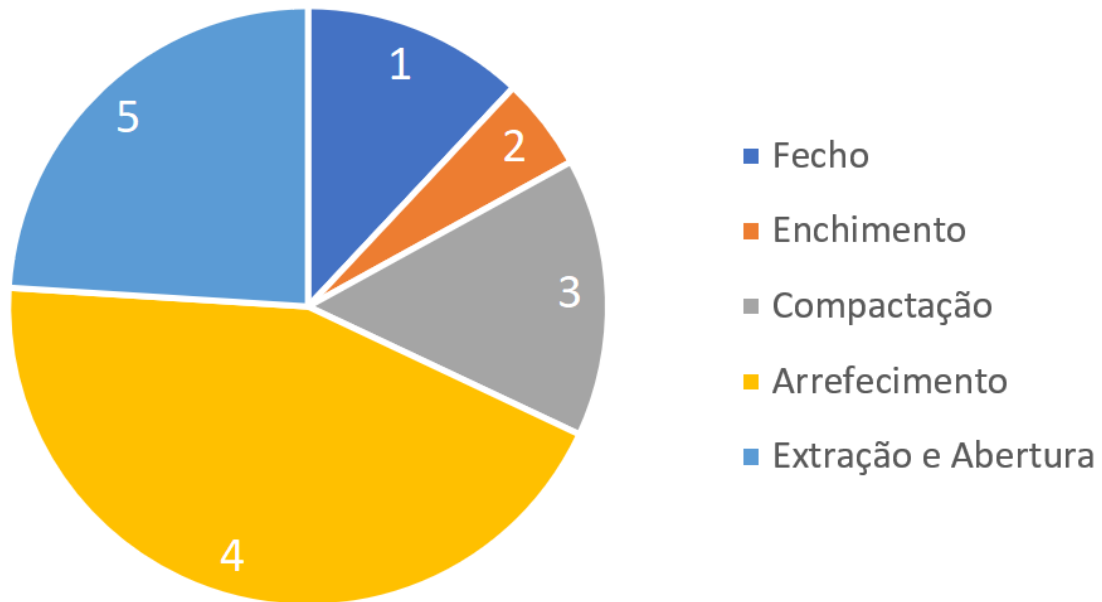


Figura 2.7 - Gráfico indicativo dos setores do ciclo de moldação por injeção, numerado, adaptado de [22].

**1 Fecho** - O tempo que o molde demora a fechar, sendo um dos processos de automação, que não afeta diretamente a qualidade da peça polimérica, deve ser minimizado para não prolongar o tempo de ciclo. No entanto esta condição de fecho rápido não é imperativa nos sistemas cujo aquecimento é mais demorado, uma vez que num sistema otimizado o aquecimento deverá ocorrer simultaneamente à extração/abertura e fecho do molde. Destaca-se ainda o caso pontual de um sistema de aquecimento por indução (Figura 2.8) em que o aquecimento só ocorre com o molde aberto [23], aumentando o tempo do ciclo entre os processos de automação (abertura e fecho).

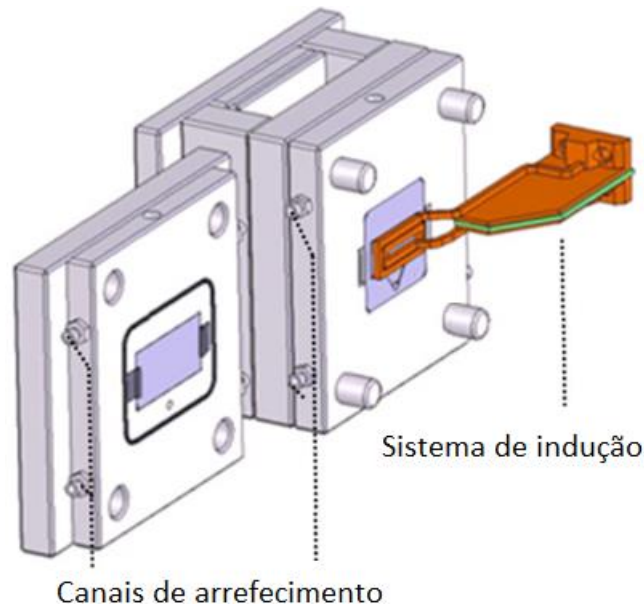


Figura 2.8 - Molde com aquecimento por indução desmontado, adaptado de [23].

**2 Enchimento** – Durante a injeção o fuso desloca-se na direção axial (ao longo do eixo de rotação) com o propósito de deslocar grandes quantidades de material num curto espaço de tempo. Embora que ao longo de todo o ciclo a condição mais favorável seja a minimização da duração dos processos deste, há que ter em atenção dois fenómenos [24], a viscosidade e a velocidade de corte (*shear rate*, na literatura inglesa).

A viscosidade limita a velocidade mínima de enchimento, uma vez que para qualquer temperatura de molde abaixo da temperatura do fundido quanto mais demorar o enchimento mais o plástico arrefecerá, aumentando a viscosidade deste e a pressão necessária para o injetar. Para cavidades cuja temperatura esteja abaixo da temperatura de transição vítrea e tempos de enchimento suficientemente longos o polímero ao arrefecer plastifica (deixa de fluir) nas superfícies moldantes o que fisicamente cria uma constrição ao escoamento do plástico “fundido”, aumentando novamente a pressão injeção necessária. Apesar de que teoricamente estes constrangimentos possam ser evitados com uma cavidade à mesma temperatura do fundido, destaca-se que este à medida que fluí, aquece graças às tensões internas e atritos encontrados no escoamento (fenómeno usado para aquecer o polímero no barril da máquina de injeção) podendo degradar-se com temperaturas excessivas.

A velocidade de corte limita em pressão (tal como a viscosidade) a velocidade máxima do fuso e por consequência o tempo mínimo de enchimento. Dado que o produto da viscosidade e da velocidade de corte dita a tensão de corte num fluido, e que a velocidade de corte é tida

em função da velocidade do escoamento e do espaço disponível ao escoamento, deduz-se que a pressão necessária para injetar o material polimérico é tanto maior quanto mais rápida for a velocidade de enchimento. E uma vez que a tensão de corte também depende da viscosidade que por sua vez depende da temperatura, uma cavidade mais quente permite uma tensão de corte inferior para a mesma velocidade de corte.

A Figura 2.9 mostra, de forma representativa, os efeitos da velocidade de corte e da viscosidade do plástico na pressão de injeção, permitindo inferir um tempo de enchimento ótimo baseado na minimização da função parabólica de modo a obter um tempo de injeção para o qual a pressão fosse mínima.

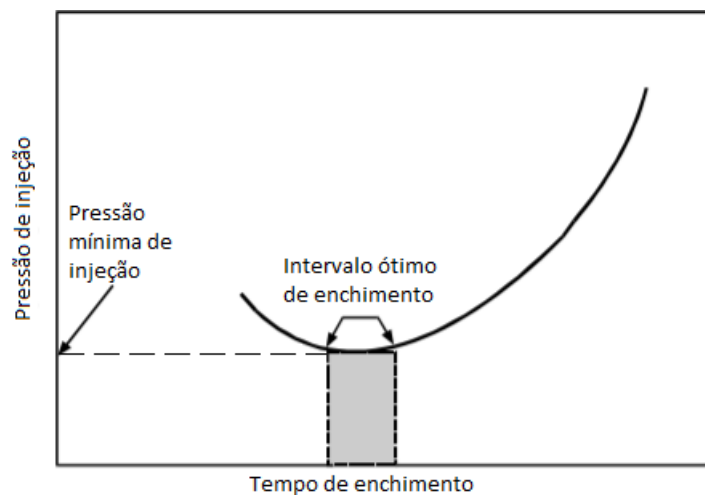


Figura 2.9 - Variação da pressão de injeção em função do tempo de enchimento, adaptado de [24].

Se uma condição de pressão máxima de injeção for imposta (ex.: pressão máxima da MMI), e se a minimização do tempo de ciclo for o fator predominante, a importância do tempo de enchimento ótimo é reduzida. No entanto este tempo ótimo passa a ser o tempo máximo aceitável pois um enchimento mais lento só provocará perdas de carga enquanto um enchimento mais rápido seria possível ao estabelecer um compromisso com o aumento da pressão de injeção (ou até o limite do equipamento).

**3 Compactação** – Utiliza-se a pressão de compactação, ou 2ª pressão, para forçar mais material para o interior da cavidade, tanto para aumentar a resistência mecânica da peça final como para minimizar o efeito da contração do polímero durante o arrefecimento.

A resistência mecânica da peça final aumenta com um maior número de moléculas no mesmo volume, contudo a resistência específica permanece inalterada. O que permite esta maior

resistência é a oportunidade de projetar peças de menor espessura para as mesmas condições estruturais. E peças de maior espessura demoram exponencialmente mais tempo a chegar a temperatura de extração.

Os polímeros exclusivamente amorfos ao endurecer contraem menos quando comparados com os polímeros semicristalinos. A Figura 2.10 mostra a variação do volume específico, uma vez que a disposição caótica das moléculas num plástico amorfo endurecido também está presente quando este se encontra amolecido [25], enquanto que o polímero semicristalino ao fundir perde a organização interna proveniente da estrutura cristalina (ocupa menos espaço) que está presente no estado sólido.

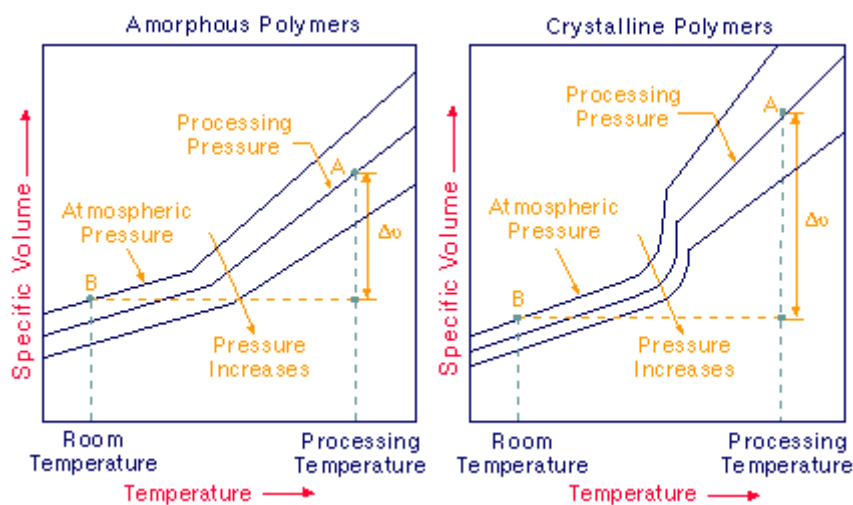


Figura 2.10 - Variação do volume específico em função da temperatura, para polímeros amorfos (esquerda) e semicristalinos (direita) [25].

Devido à grande variação do volume específico do polímero com a temperatura, a geometria da cavidade não representará a forma efetiva do produto final. Para melhorar a estabilidade dimensional e mitigar a contração da peça a pressão de injeção (compactação) é mantida, o que na libertação da pressão resultante da extração a peça pode expandir. Expansão esta que pode ser controlada visando a eliminação do fenómeno da contração.

Relativamente às condições impostas pelo sistema de aquecimento, uma temperatura da superfície moldante mais elevada fomenta a contração. Contudo, tal como referido anteriormente, isto é possível de corrigir com o aumento da pressão ou tempo de compactação.

O tempo durante o qual se aplica a pressão de compactação sucede ao tempo de injeção no ponto de comutação (*switch-over*, na literatura inglesa). Este ponto, também referido de VP (*Velocity-Pressure*), geralmente ocorre quando a cavidade se encontra com aproximadamente 80% a 95% do seu volume preenchido [22]. Ao passar pelo ponto VP o sistema de injeção altera o modo de operação, passando de uma injeção de maior caudal, com o deslocamento do fuso, para uma de pressão sustentada, conferida pela rotação fuso.

A pressão de compactação enquanto a entrada de material é possível, evita o recuo deste, contudo a aplicação desta segunda pressão não deve persistir além do tempo de congelamento do ataque (*gate*, na literatura inglesa), uma vez que, o ataque é o ponto de entrada do material polimérico, o congelamento deste impossibilita tanto a entrada como o retorno do material, tornando a aplicação da pressão de compactação para além do momento do congelamento do ataque um exercício furtuito.

O recuo do fuso para preparar material para o próximo ciclo pode ter início durante a aplicação da pressão de compactação, se o fuso rodar rápido o suficiente de modo a continuar a exercer pressão desejada e alimentar material a medida que o fuso recua. O recuo do fuso, mesmo quando se deixa de pressurizar o material, deve ser feito a uma taxa (volumétrica) que possa ser acompanhada pela rotação do fuso de modo a não desprover o barril de material.

**4 Arrefecimento** – O período para o qual ocorre exclusivamente o arrefecimento é logo após o congelamento do gate. Período em que o polímero terá deixado de fluir, tornando pertinentes apenas os efeitos do sistema de arrefecimento. Porém o arrefecimento propriamente dito pode acontecer desde a introdução do material, consoante a configuração do sistema. Preferencialmente este (arrefecimento) só deveria iniciar-se no ponto VP, quando os benefícios de uma superfície moldante deixam de se aplicar.

Na prática existe pelo menos um compromisso na troca dos sistemas *Rapid Heat Cycle Moulding* (RCHM) uma vez que esta ação não é instantânea. No caso de um sistema com aquecimento por indução [23], o molde arrefece a partir do momento em que calor deixa de ser imposto pela fonte, ocorrendo assim o arrefecimento durante a injeção. Num sistema de aquecimento em que os canais sejam comuns com o sistema de arrefecimento a comutação entre estes não é repentina, podendo incorporar fases de purga por ar comprimido o vácuo para escoar o restante do fluido de trabalho anterior. E uma condição transversal aos vários sistemas encontra-se na forma de inércia térmica, pois uma massa (molde) previamente

aquecida permanecerá quente até que lhe seja removido calor suficiente, ou seja, que mesmo que o sistema de arrefecimento tenha efetivamente começado a trabalhar o molde ao estar quente adiará o efeito desejado deste sistema.

No âmbito de otimizar o tempo de ciclo da moldação por injeção a duração do arrefecimento deve ser minimizada, uma vez que, esta etapa pode ocupar 40% a 80% da duração efetiva do ciclo [22, 26, 27]. Podendo ocupar uma parte tão significativa do tempo de ciclo, reduções de tempo percentuais nesta etapa serão as que surtem mais efeito na redução total do tempo de ciclo.

A rapidez do arrefecimento é um fator a considerar no projeto de uma peça pois este, como referido anteriormente na secção 2.1, afeta a microestrutura do material. Nos polímeros semicristalinos o grau de cristalinidade é mais pronunciado quanto maior for o tempo de arrefecimento, ao permitir que as moléculas tenham tempo para se reorganizar. E uma estrutura cristalina ao ser mais compacta do que uma amorfa, a contração é mais acentuada no caso de um polímero mais cristalino.

Num estado de maior fluidez as longas cadeias moleculares desdobram-se na direção do escoamento, no enchimento da cavidade, e estas num estado de velocidade de corte reduzido (durante a pressão de compactação) voltam a um arranjo molecular mais estável [15]. Caso o rearranjo seja interrompido, por um congelamento súbito, geram-se tensões internas. Consoante a magnitude das tensões gerada poderão ocorrer empenos significativos durante a extração da peça.

A uniformidade do arrefecimento também afeta a qualidade do produto final, ao considerar que a peça contrai na direção da superfície mais quente (Figura 2.11), esta pode ficar agarrada aos contornos do molde durante a extração, podendo inclusive impossibilitar a extração automatizada da peça e/ou inviabilizá-la como produto.

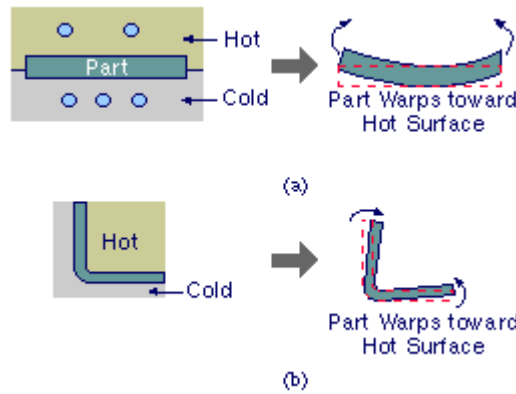


Figura 2.11 - Representação do efeito que o arrefecimento diferenciado entre superfícies moldantes pode provocar nas peças finais, em plano (a) e em curva (b) [25].

O arrefecimento diferenciado ao influenciar a direção da contração, aumenta a irregularidade dos empenos na peça final. O produto é afetado em termos estruturais pela instabilidade geométrica, resultante dos empenos, e pela irregularidade das propriedades mecânicas (anisotropia) ao longo da geometria. Como referido na secção 2.1 tanto a cristalinidade como a recuperação ao desdobramento das moléculas são afetados pela taxa de arrefecimento [15], e uma vez que estes fatores condicionam as propriedades do polímero processado, um arrefecimento irregular também irá causar anisotropia.

Para peças cuja espessura seja inconstante um arrefecimento verdadeiramente uniforme poderá ser, nos termos práticos, intangível. Contudo é exequível controlar o tempo de arrefecimento ao longo da peça, isto é, fazer com que todo o interior da peça chegue a temperatura de extração ( $T_{ext}$ ) em simultâneo. Para tal o sistema de arrefecimento tem que extrair o calor mais rapidamente na proximidade das zonas de maior espessura.

**5 Extração e Abertura** – A uniformidade da temperatura das várias regiões no interior de uma peça é crucial para o ciclo, pois uma peça só é extraída quando toda esta chega à temperatura de ejeção/extração, e se isto não se verificar, o arrefecimento não terá sido plenamente eficiente [28].

Reconhecendo a importância da minimização do tempo de arrefecimento no panorama global do ciclo, é de considerar a extração da peça antes que esta solidifique na totalidade. Ao passo que no ponto anterior se constatou que tal seria ineficiente, não priva que possa ser eficaz, se a resistência estrutural de uma peça parcialmente solidificada for tida em conta. Ou seja, uma peça poderá ser extraída ainda que esta não esteja preparada para o desempenho

estrutural para a qual foi concebida, no entanto a fração de volume congelada pode ser resistente suficiente para suportar o próprio peso e as solicitações provenientes dos movimentos do mecanismo de extração. Conhecendo o impacto que a espessura da peça plástica tem sobre a duração do arrefecimento [22] e consequentemente do ciclo, o congelamento parcial torna-se desta forma um método eficaz de otimizar a taxa de produção, diminuindo a integridade do produto durante a extração.

No que toca às solicitações resultantes do sistema de extração, que não só afetam peças parcialmente congeladas, os extratores podem deixar marcas, deformar a peça ou arrastá-la ao longo da superfície moldante. As consequências destas solicitações surgem da rapidez dos automatismos, da resistência insuficiente da peça, o polímero ficar preso à superfície pela contração do material ou ainda um acabamento superficial que provoca um maior atrito.

Após a fração volúmica desejada ter chegado à temperatura de extração ( $T_{ext}$ ) os sistemas envolventes no RHCM comutam entre os mecanismos de arrefecimento e aquecimento. Esta troca preferencialmente será o mais breve possível dado que, idealmente, só haverá tempo para esta e todo o aquecimento até o fim do fecho do molde de modo a ter a superfície do molde preparada (aquecida) para o próximo ciclo. Excluindo o caso dos sistemas dependentes de aquecimento por fonte externa, que tem de intervalar a abertura e o fecho do molde, a troca entre os sistemas de arrefecimento e aquecimento pode ter início antes que a secção alvo chegue à  $T_{ext}$  ao aproveitar a “inércia térmica” do sistema para concluir o arrefecimento.

### **2.3. Considerações na moldação por injeção**

Do ciclo da moldação por injeção é possível assinalar a importância dos sistemas de controlo de temperatura, para a obtenção de peças de elevada qualidade e com tempos de ciclo reduzidos.

No aquecimento é importante que toda a superfície moldante chegue pelo menos à temperatura alvo ( $T_{alvo}$ ) no tempo disponível (entre a abertura e o fecho). Contudo, a temperatura da superfície moldante deve ser uniforme (até 2 °C de variação) [26], isto é, dando primazia à  $T_{alvo}$  como a temperatura mínima da superfície do molde. Esta temperatura deverá ser mantida até à proximidade do ponto VP para garantir as condições ótimas para o enchimento. Pois uma temperatura superficial demasiado baixa pode deixar linhas de junta onde as frentes de fluxo (quase solidificadas) se encontram (ver Figura 2.12), ou fazer com



que o material plástico mais frio seja arrastado ao longo da superfície do molde, deixando marcas na peça acabada. Outro efeito seria o congelamento antecipado de uma fração volúmica que obstrua o enchimento do resto da cavidade. Por outro lado, uma temperatura excessiva pode degradar as propriedades do plástico, levando por vezes a volatilização de alguns aditivos, formando bolhas.

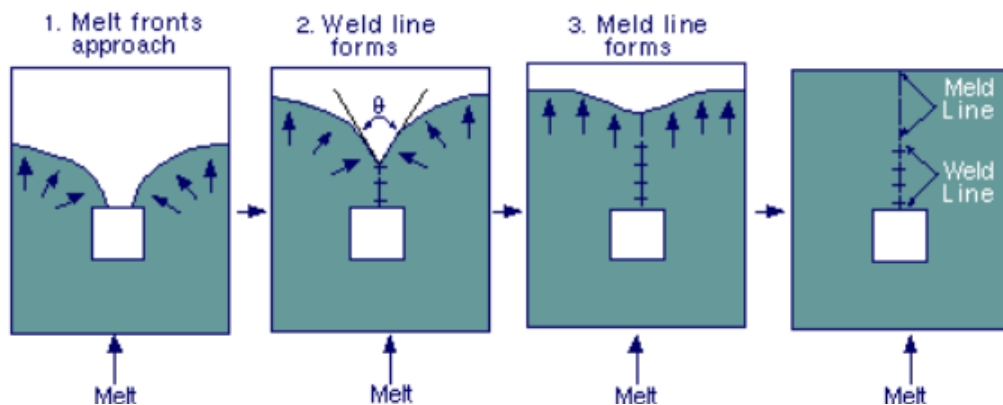


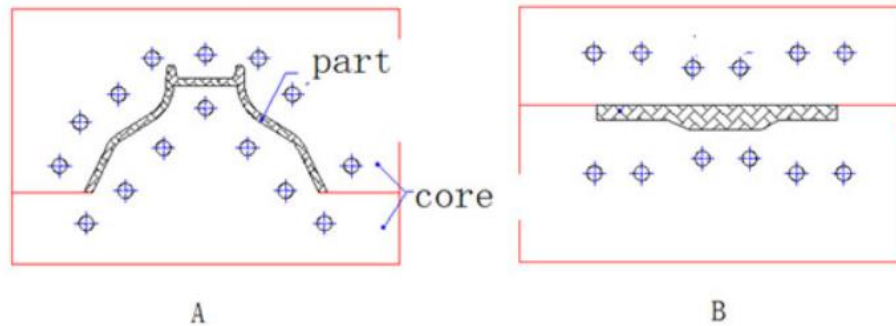
Figura 2.12 - Formação da linha de junta durante o enchimento da cavidade [29].

No arrefecimento, é possível aproveitar a “inércia” térmica do molde para antecipar a comutação dos sistemas de troca de calor próximo do ponto VP de forma a minimizar a duração desta fase, otimizando o tempo de ciclo. Contudo um arrefecimento demasiado rápido pode gerar tensões residuais na peça ao impedir o “relaxamento” das moléculas. Por via oposta, um arrefecimento demorado induz num maior grau de cristalinidade, fator que aumenta a contração da peça final face à forma moldada. Esta contração leva à ocorrência de fenómenos como marcas de rechupagem e lacunas de material [28] (*sinkmarks* e *voids*, respetivamente, da literatura inglesa), que são ilustrados na Figura 2.13.



Figura 2.13 - Formação de *sinkmarks* ou lacunas durante o arrefecimento, adaptado de [30].

Considerando que este estudo incidirá sobre os sistemas de permuta de calor fluídicos de canais conformais comuns, destaca-se que o projeto de uma rede de canais conformais que satisfaça ambas as condições de uniformidade (para aquecimento e arrefecimento) é uma relação de compromisso [26]. Pois no aquecimento a uniformidade é assegurada pela colocação de canais conformais equidistantes à superfície moldante, e no arrefecimento terá de ser considerada também a espessura da peça plástica (ver Figura 2.14).



**Figura 2.14 - Colocação de canais acompanhando, de forma equidistante, o contorno da superfície (A), e a colocação de canais em função da espessura (B) [27].**

A utilização de canais conformais para a permuta de calor tem como objetivo principal seguir rigorosamente a geometria da superfície moldante. Os canais conformais podem ser aplicados na generalidade do molde. Todavia, a sua utilização é especialmente vantajosa quando são aplicados em “postigos” esbeltos, de espessuras reduzidas, onde tecnologias de fabrico exclusivamente subtrativo apresentam maiores limitações construtivas.

Os canais gerados pelo fabrico aditivo permitem cobrir a superfície moldante, contudo não se trata de uma cobertura completa quando tratamos de canais conformais lineares. Para uma cobertura mais eficiente (temperaturas mais uniformes) o espaçamento entre os canais (*Pitch*) e o diâmetro destes têm de ser controlados, sendo estes alguns dos pontos sobre os quais a otimização do presente estudo incide.

## **2.4. Representação Computacional**

Para melhor compreender os fenómenos envolventes nos sistemas de controlo de temperatura de um molde de moldação por injeção, segundo os autores [31] uma analogia a um permutador de calor é uma abordagem adequada. O aquecimento pode ser abordado como um sistema em que o permutador adiciona calor proveniente de um fluxo a uma

superfície. Enquanto o arrefecimento é tratado como um sistema em que o calor de um volume é removido por um fluxo.

O sistema ao ser tratado como um permutador permite que seja descrito como uma resistência térmica equivalente entre duas fontes (fria e quente). E ao seguir a Lei de Fourier da condução térmica [32], que indica que a potência do sistema é proporcional a diferença de temperaturas entre as duas fontes e a resistência térmica, de forma inversa. Destaca-se que a otimização de um sistema de RHCM como permutador calor passa pela minimização da resistência térmica. Esta minimização é conseguida através da seleção de um material (para o molde) de elevada condutividade térmica, o aumento do coeficiente de transferência de calor por convecção e a minimização da distância entre os canais de permuta de calor e a superfície moldante.

## 2.5. Estudos antecedentes

O modelo de transferência de calor analítico desenvolvido neste trabalho tem como principal referência o trabalho de Guilong *et al.* [31], estes autores estudaram a eficiência térmica no aquecimento e no arrefecimento, ou seja, a uniformidade da temperatura à superfície do molde e a duração das respetivas fases. Para o efeito, os autores [31] desenvolveram um modelo numérico, e a partir dos resultados que obtiveram, propuseram um sistema de RHCM com cavidade flutuante com vista a melhorar a eficiência térmica. Adicionalmente foram tidos em consideração os estudos antecedentes referidos de seguida.

Hassan *et al.* [28] desenvolveram um modelo tridimensional, onde modelaram um molde através de elementos finitos cuboides e representaram 6 canais de refrigeração. Com este modelo, os autores [28] verificaram os efeitos da forma dos canais de refrigeração e a aproximação destes à superfície moldante. Concluíram desta forma que canais de refrigeração quadrados, para o mesmo caudal de fluído de trabalho, aumentam a eficiência do arrefecimento e a aproximação destes canais à superfície moldante também diminui o tempo de arrefecimento, em detrimento da uniformidade do perfil de temperatura na peça plástica.

Pignon *et al.* [33] propõem duas metodologias diferentes para determinar analiticamente o tempo de solidificação dos polímeros injetados amorfos e semicristalinos, como também caracterizar a variação da temperatura do molde e os fluxos de calor na interface da superfície moldante e o próprio plástico.

A caracterização para os polímeros amorfos e as diferentes fases dos polímeros semicristalinos é efetuada através da aplicação de uma equação de calor (EC), e para transição da fase amorfa para a fase cristalina dos polímeros semicristalinos é tida em consideração a entalpia da mudança de fase à temperatura constante.

Babenko *et al.* [34] avaliaram os efeitos do coeficiente de transferência de calor na interface da superfície moldante com o plástico na microinjeção através de uma montagem experimental, que envolvia um molde adaptado para receber equipamento de captura de imagem térmica de alta velocidade. Com esta montagem, os autores [34] obtiveram curvas de arrefecimento para os materiais em estudo. Estes autores utilizaram o *Moldflow* para determinar o coeficiente de transferência de calor na interface.

Do estudo, Babenko *et al.* [34] concluíram que existe uma grande diferença de temperatura na frente do fluxo do polímero fundido e no interior do escoamento, durante a injeção, e que os fatores predominantes no arrefecimento são a velocidade de injeção, a temperatura do material injetado e a temperatura da superfície moldante e não o coeficiente de transferência de calor na interface.

### 3. Casos de Estudo

O presente capítulo considera os estudos antecedentes, principalmente o de Guilong *et al.* [31] para estabelecer um caso de estudo de referência. Na secção 3.1. são apresentados um conjunto de parâmetros para o sistema molde/peça. Na secção 3.2. é apresentado o caso de estudo utilizado como referência.

A partir do estudo de referência (secção 3.2.) e dos parâmetros do sistema (secção 3.1.), na secção 3.3 são apresentados os modelos CAD (*Solidworks*) representativos do estudo de referência: i) modelo 2D; ii) modelo 1D (corresponde a uma simplificação do modelo 2D). Na secção 3.4 é apresentado o modelo 1D sem modelação CAD designado de MTCA – modelo de transferência de calor analítico.

#### 3.1. Parametrização

A Tabela 3.1 mostra as propriedades (massa específica, condutividade térmica e calor específico) do aço AISI P20, do aço AISI 1045 e da Bakelite, materiais utilizados na zona moldante, na estrutura do molde e no isolamento, respetivamente.

Tabela 3.1 -Propriedades dos materiais da zona moldante, estrutura do molde e isolamento [31].

Material	Massa específica $\rho$ (kg×m <sup>-3</sup> )	Condutividade térmica $k$ (W×m <sup>-1</sup> ×K <sup>-1</sup> )	Calor específico $C_p$ (J×kg <sup>-1</sup> ×K <sup>-1</sup> )
AISI P20	7850	34	460
AISI 1045	7850	49,8	486
Bakelite	1400	0,4	1420

A variação destas propriedades com a temperatura é relativamente pequena. Assim Guilong *et al.* [31] consideraram estes valores para as propriedades independentes da temperatura.

A Tabela 3.2 mostra as propriedades (massa específica, condutividade térmica e calor específico) em função da temperatura para o plástico LG chemicals grade ABS XR 404, utilizado como material injetado.

**Tabela 3.2 - Propriedades do plástico LG chemicals grade ABS XR 404 em função da temperatura [31].**

Temperatura (°C)	Massa específica $\rho_P$ (kg×m <sup>-3</sup> )	Condutividade térmica $k_P$ (W×m <sup>-1</sup> ×K <sup>-1</sup> )	Calor específico $C_{PP}$ (J×kg <sup>-1</sup> ×K <sup>-1</sup> )
50	1059,2	0,147	1673
70	1059,2	0,149	1721
90	1059,2	0,160	1747
110	1059,2	0,188	1903
130	960,6	0,203	2073
170	960,6	0,206	2093
210	960,6	0,220	2190
250	960,6	0,223	2281

Para os casos de estudo as condições de processamento para este plástico são: temperatura de injeção,  $T_{inj} = 250$  °C; temperatura de extração,  $T_{ext} = 104,5$  °C.

Na Tabela 3.3 são apresentadas as propriedades (massa específica, condutividade térmica e viscosidade cinemática) e o número de Prandtl para os fluídos de trabalho, que para o estudo de referência e os seguintes casos de estudo serão a água líquida a 20 °C e a 180 °C, utilizados para o arrefecimento e aquecimento respetivamente.

**Tabela 3.3 – Propriedades e número de Prandtl da água como fluído de trabalho líquido à 20 °C e como fluído de trabalho líquido à 180 °C [31].**

Temperatura (°C)	Massa específica $\rho_f$ (kg×m <sup>-3</sup> )	Condutividade térmica $k_f$ (W×m <sup>-1</sup> ×K <sup>-1</sup> )	Viscosidade cinemática $\nu$ (m <sup>2</sup> ×s <sup>-1</sup> )	Número de Prandtl $Pr$ ( - )
20	998	0,598	10 <sup>-6</sup>	7
180	887	0,673	1,69×10 <sup>-7</sup>	0,98

Destaca-se que a temperatura para o ar, como fluído de trabalho, é  $T_{amb} = 30$  °C.

Os coeficientes de transferência de calor por convecção forçada para o arrefecimento e para o aquecimento, foram determinados conhecendo as propriedades do fluído, velocidade do escoamento e o diâmetro dos canais, através da metodologia que será apresentada na secção 4.4.3.

A Figura 3.1 apresenta uma representação esquemática de uma secção em corte do sistema molde/peça plástica com indicação das variáveis geométricas utilizadas na cotação e respectivos valores (ver Tabela 3.4).

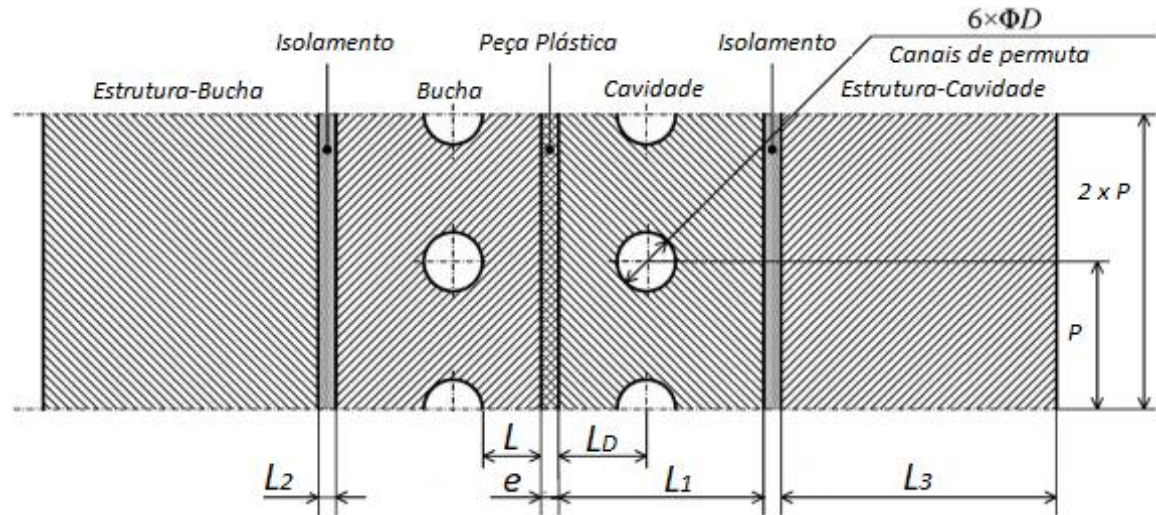


Figura 3.1 - Representação esquemática de uma secção em corte do sistema molde/peça plástica com indicação das variáveis geométricas, adaptado de [31].

Tabela 3.4 - Valores e designação das variáveis dos modelos em estudo.

Designação	Variável	Valor ( $\times 10^3$ m)
Diâmetro do canal	$D$	10
Dist. Entre centros dos canais ( <i>Pitch</i> )	$P$	$25^{*1}$
Dist. Entre a superfície moldante e do canal	$L$	$10^{*2}$
Dist. Entre a superfície moldante e o centro do canal	$L_D$	15
Espessura da zona moldante	$L_1$	35
Espessura do isolamento	$L_2$	3
Espessura da estrutura do molde	$L_3$	47
Espessura da peça plástica	$e$	3

\*<sup>1</sup> Na secção 5.6. um estudo paramétrico sobre a variável  $P$  é realizado, compreendendo valores entre 15 mm e 35 mm.

\*<sup>2</sup> Do estudo paramétrico que surge na secção 5.6. a variável  $L$  é adaptada seguindo a correlação apresentada na Figura 5.8.

### 3.2. Caso de Estudo de Referência

A Figura 3.2 mostra um esquema representativo de um molde de injeção inteiro. Enquanto a Figura 3.3 mostra uma simplificação para uma representação 2D, adaptado de [31]. Ao efetuar o estudo em termos radiais despreza-se a componente axial, ou seja, a evolução da temperatura do fluido de trabalho ao longo dos canais de permuta de calor. Ao considerar que a temperatura de saída do fluido de trabalho não deve variar mais que 5 K face à temperatura de entrada [26], a simplificação de um caso de estudo 3D para um 2D (radial ao canal) torna-se adequada [31].

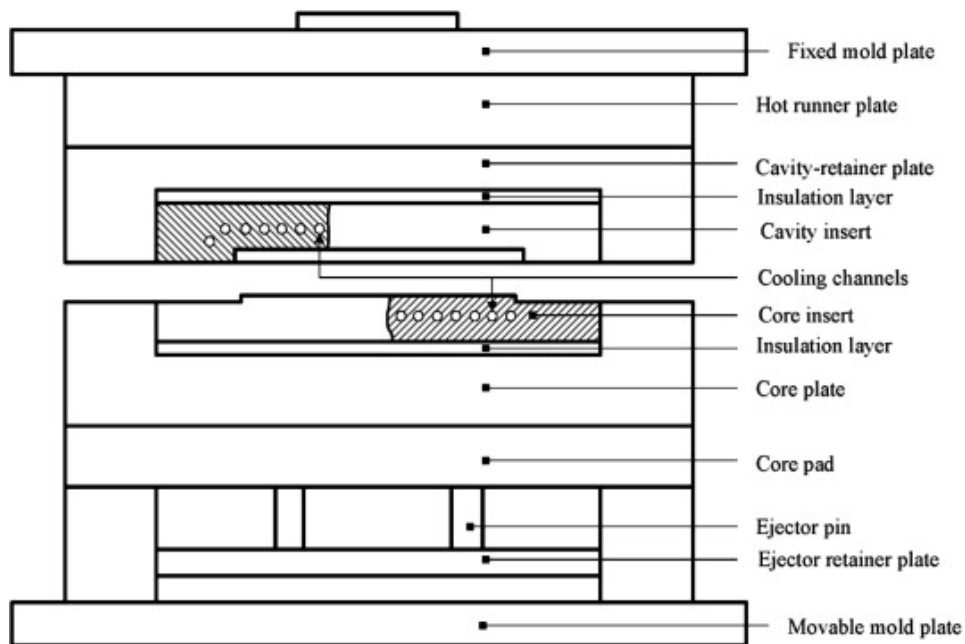


Figura 3.2 - Esquema representativo de um molde de injeção inteiro [31].

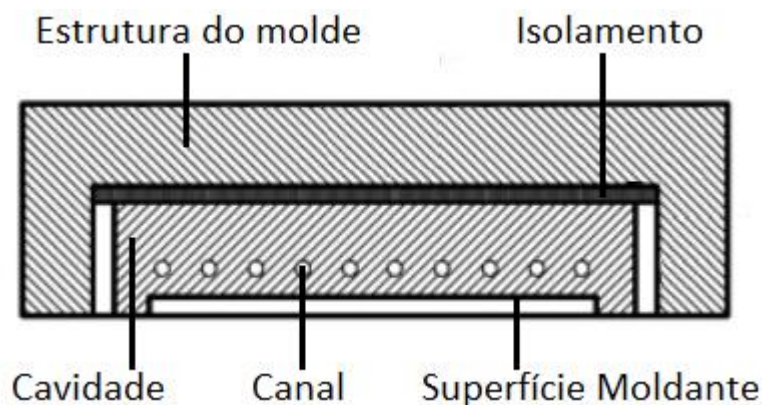


Figura 3.3 – Simplificação do molde inteiro para uma representação 2D, adaptado de [31].



O caso de estudo considera uma peça plana simples o que permite estabelecer uma condição de fronteira de simetria (fronteira adiabática) no centro da peça plástica, para o arrefecimento, tal como é indicado na Figura 3.4. Nesta figura estão presentes os elementos integrantes do modelo de referência, peça plástica, zona moldante, isolamento e estrutura do molde, juntamente com as condições de fronteira de convecção natural na superfície exterior, convecção forçada nas paredes dos canais e condições de fronteira de simetria nas restantes fronteiras.

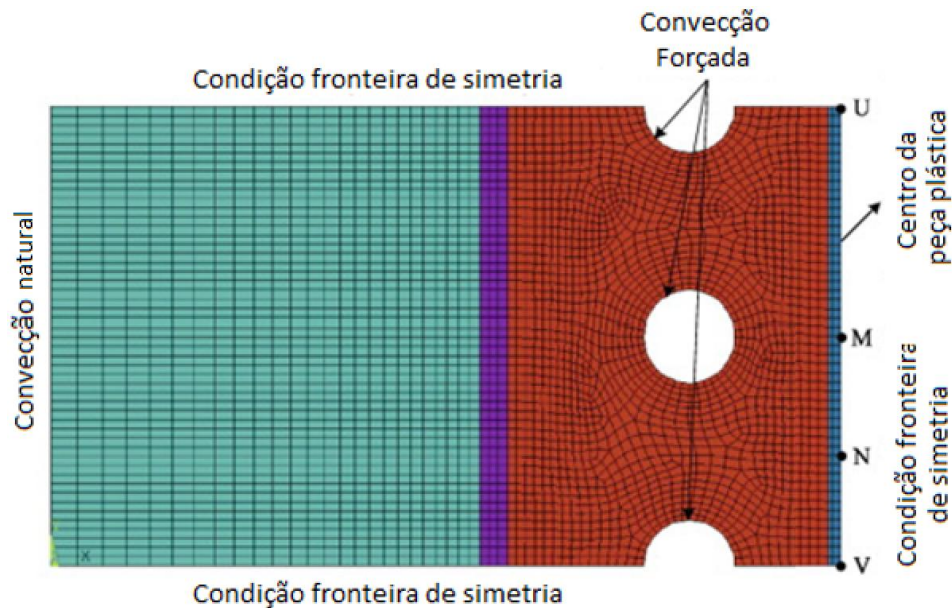
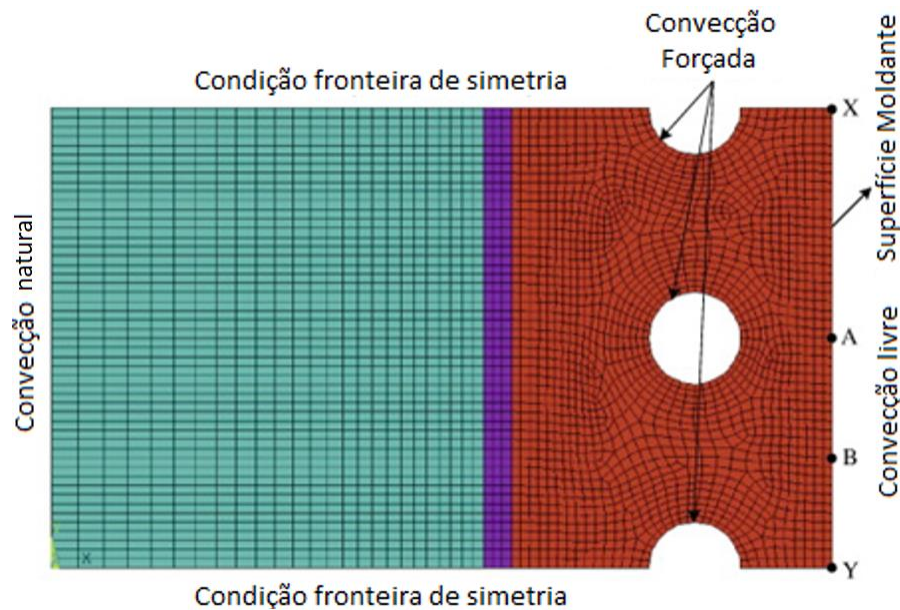


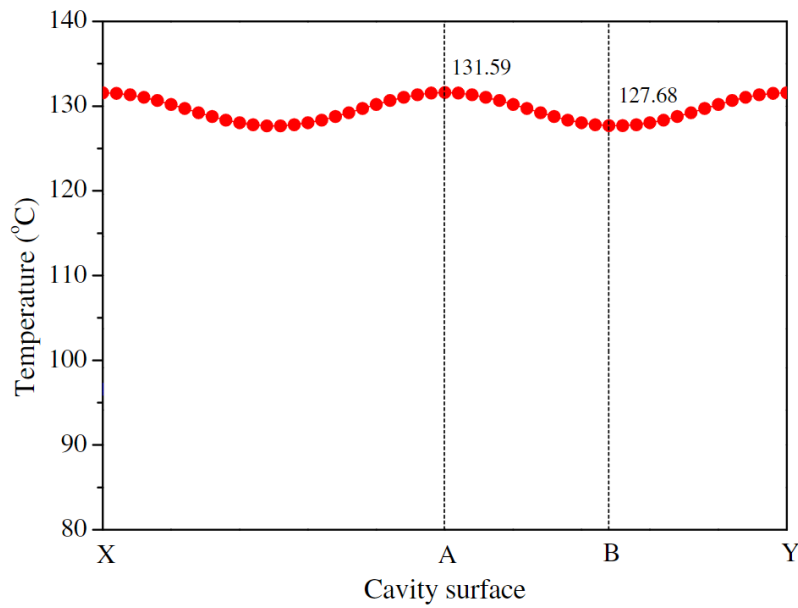
Figura 3.4 – Representação 2D do caso de estudo de referência e das condições de fronteira para o arrefecimento [31].

No aquecimento, não estando presente a peça plástica, a condição de fronteira aplicada na superfície moldante é de convecção natural na Figura 3.5, que representa o estudo de referência para o aquecimento, estão presentes os elementos integrantes do modelo, zona moldante, isolamento e estrutura do molde, juntamente com as condições de fronteira de convecção natural nas superfícies exterior e moldante (pela inexistência da peça plástica), convecção forçada nas paredes dos canais e condições de fronteira de simetria nas restantes fronteiras.



**Figura 3.5 - Representação 2D do caso de estudo de referência e das condições de fronteira para o aquecimento [31].**

Os autores Guilong *et al.* [31] estudaram a variação da temperatura em função do tempo para um conjunto de pontos na superfície moldante para o aquecimento, e no interior da peça plástica para o arrefecimento. Nas Figura 3.4 e Figura 3.5 os pontos destacados correspondem às regiões de maior (A, M, U, V, X e Y) e de menor (B e N) proximidade aos canais de aquecimento/arrefecimento. Para o estudo de referência apenas as temperaturas dos pontos A e B para o fim do aquecimento, e M e N para o fim do arrefecimento são considerados pois os pontos como o, X e Y apresentam resultados idênticos aos encontrados para os pontos A e B (ver Figura 3.6) e o mesmo se pode concluir sobre os pontos U e V [31]. Na Figura 3.6, que mostra a variação da temperatura entre os pontos X, A, B e Y no aquecimento, é possível verificar a forma sinusoidal desta variação.



**Figura 3.6 - Variação da temperatura ao longo da superfície moldante (pontos X, A, B e Y) ao fim de 20 segundos de aquecimento, adaptado de [31].**

### 3.3. Estudo Computacional: Modelo 2D e 1D

Os casos de estudo computacionais (1D e 2D) foram desenvolvidos de modo a auxiliar o desenvolvimento do modelo de transferência de calor analítico (MTCA).

No presente trabalho, de modo a ir de encontro ao estudo de referência desenvolvido por Guilong *et al.* [31] foi elaborada a modelação 3D do conjunto molde/peça, para tal foi utilizado o *software* de modelação paramétrica *Solidworks*. A modelação CAD apresentada na Figura 3.7 representa o molde inteiro do caso de estudo de referência, que a partir da qual duas simplificações são feitas, uma para obter um modelo 2D (secção 3.3.1.) e outra para obter um modelo 1D (secção 3.3.2.).



**Figura 3.7 - Modelação tridimensional do molde inteiro.**

### **3.3.1. Descrição 2D**

Para obter o modelo 2D a modelação do estudo de referência (Figura 3.4 e Figura 3.5) é simplificada considerando a simetria do sistema molde/peça, diminuindo assim o tempo da análise.

O modelo 2D considera os pontos A e B para aquecimento (ver Figura 3.8) e os pontos M e N para arrefecimento (ver Figura 3.9). Adicionalmente são impostas condições de fronteira de simetria (adiabática) nas regiões onde ocorreu a simplificação.



Figura 3.8 – Modelo 2D – representação esquemática e condições de fronteira para aquecimento.

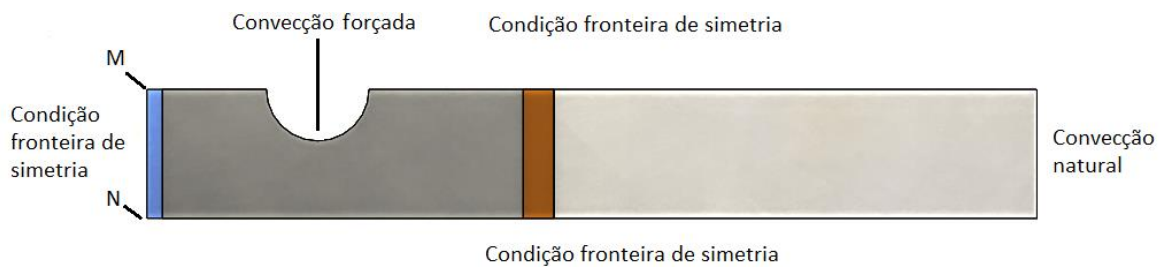


Figura 3.9 – Modelo 2D – representação esquemática e condições de fronteira para arrefecimento.

O modelo 2D conserva as variáveis geométricas e designações do estudo de referência pelo que é indicado na Figura 3.10, destacando que as dimensões cotadas por  $0,5 \times e$  e  $0,5 \times P$  surgem da simplificação de simetria do estudo de referência.

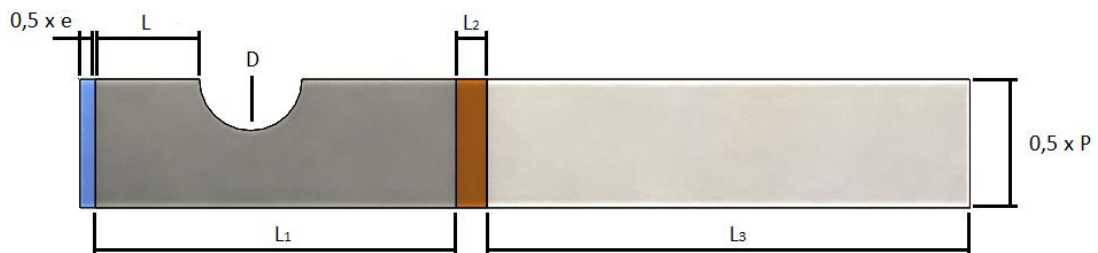


Figura 3.10 – Modelo 2D – representação esquemática e cotagem.

Para além de conservar as variáveis geométricas do estudo de referência, o modelo 2D, utiliza também os mesmos valores, apresentados na Tabela 3.4. Salienta-se que a variação da distância entre o centro de canais consecutivos (*Pitch*), representado por  $P$ , será alvo de estudo na secção 5.6. para que esta possa ser contabilizada nos estudos unidimensionais subsequentes.

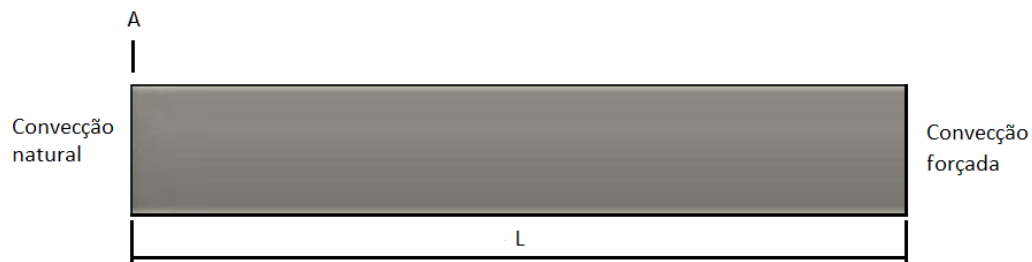
### 3.3.2. Descrição 1D

Para obter o modelo 2D a modelação do estudo de referência (Figura 3.4 e Figura 3.5) é simplificada considerando a simetria do sistema molde/peça, diminuindo assim o tempo da análise.

O modelo 2D considera os pontos A e B para aquecimento (ver Figura 3.8) e os pontos M e N para arrefecimento (ver Figura 3.9). Adicionalmente são impostas condições de fronteira de simetria (adiabática) nas regiões onde ocorreu a simplificação.

O modelo 1D surge de uma simplificação do modelo 2D, anterior. A simplificação feita contempla apenas o troço de elementos compreendidos (da distância mais curta) entre a periferia do canal de permuta de calor e a superfície moldante, ou seja, a dimensão  $L$ .

A Figura 3.11 representa o modelo 1D cotado de forma consistente com os casos anteriores, para aquecimento, preservando apenas o ponto A, juntamente com as condições de fronteira de convecção forçada na parede do canal de permuta de calor e convecção natural na superfície moldante.



**Figura 3.11 -Configuração e cotagem da geometria estudada através do modelo 1D e das condições de fronteira para o aquecimento.**

A Figura 3.12 representa o modelo 1D cotado da mesma forma, para arrefecimento, considerando apenas o ponto M, juntamente com as condições de fronteira de convecção forçada na parede do canal de permuta de calor e de simetria (adiabática) na simetria da peça plástica. Desta forma a dimensão do sistema para o aquecimento é  $0,5 \times e + L$ .

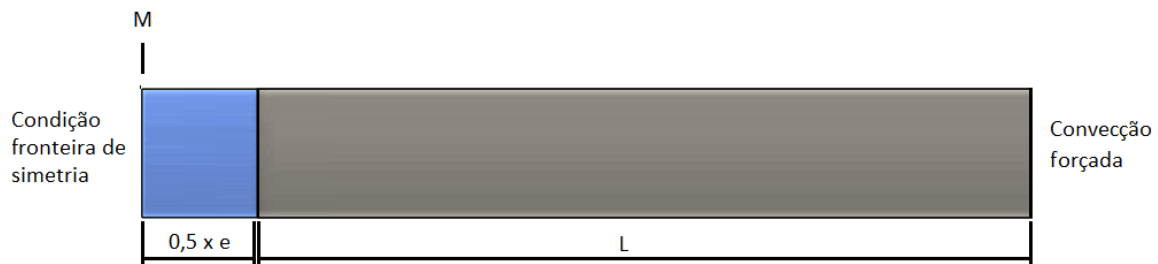


Figura 3.12 -Configuração e cotagem da geometria estudada através do modelo 1D e das condições de fronteira para o arrefecimento.

No modelo 1D para além do estudo sobre as variáveis geométricas estabelecidas na secção 3.1, também será analisado o efeito da variação da dimensão característica do sistema para aquecimento ( $L$ ), como resposta à variação do *Pitch* ( $P$ ) no modelo 2D. Isto poderá auxiliar o desenvolvimento e a calibração do modelo de transferência de calor analítico (MTCA).

### 3.4. Modelo de Transferência de Calor Analítico

Tendo como ponto de partida o trabalho realizado pelos autores Guilong *et al.* [31], para fazer a análise do comportamento térmico de um sistema de RHCM, no presente estudo é utilizada uma abordagem unidimensional resistiva que é implementada no modelo 1D. Esta é uma abordagem unidimensional numérica, de resolução em matriz (Excel) para que o tempo de cálculo seja mínimo. Esta abordagem permitiu avaliar o impacto dos vários parâmetros que caracterizam a resposta do sistema em temperatura, para o domínio no espaço, em função do tempo. Contudo a proximidade dos resultados (face ao modelo 2D) dependerá da influência dos parâmetros que este modelo não considera de forma direta, nomeadamente: o *Pitch* ( $P$ ) e o diâmetro ( $D$ ) (para além do que influencia no escoamento), que estão presentes em modelações que assumam mais dimensões.

#### 3.4.1. Descrição

O modelo de transferência de calor analítico, ou MTCA, a desenvolver seguirá a estrutura de apresentação, no Excel, que é mostrada ao longo da secção 4.3. Este modelo apesar de partir da mesma representação geométrica do modelo 1D, o MTCA dispensa a modelação CAD como *input*, apenas aceitando como parâmetros de entrada as propriedades dos materiais envolvidos e condições de processamento destes, numa condição ideal de funcionamento.

As dimensões e os parâmetros que foram utilizados no MTCA estão presentes na secção 3.1, excetuando as dimensões da estrutura do molde ( $L_3$ ), isolamento ( $L_2$ ) e bucha/cavidade ( $L_1$ ) pois o modelo é unidimensional.

As fases do ciclo da moldação por injeção que são contempladas pelo MTCA são:

- 1º Aquecimento;
- Troca 1;
- Arrefecimento;
- Troca 2;
- Aquecimento.

Os períodos designados por Troca 1 e 2 são referentes ao tempo que leva a comutação dos fluídos de trabalho, o 1º Aquecimento refere ao aquecimento que se dá quando o sistema parte do equilíbrio (início de produção), conquanto os mecanismos de troca de calor para cada uma destas fases serão detalhados apenas na secção 4.3.



## 4. Modelo de Transferência de Calor Analítico

Este capítulo apresenta de forma detalhada o Modelo de Transferência de Calor Analítico (MTCA) desenvolvido, o modelo é desenvolvido com vista à aplicação em sistemas de *Rapid Heat Cycle Moulding* (RHCM). Na secção 4.1. são apresentadas as analogias consideradas, tratando o MTCA como um permutador unidimensional. Na secção 4.2. é apresentada a solução do problema sob a forma de modelação numérica recorrendo a elementos finitos numa estrutura de Equação de Calor. Na secção 4.3. são descritas as diferentes fases do ciclo de moldação por injeção, e a forma como são contempladas no MTCA. A secção 4.4 mostra os parâmetros que foram calculados e que foram utilizados no MTCA. Na secção 4.5 é apresentada a metodologia para a análise da estabilidade numérica e nas secções 4.6. e 4.7. são efetuadas análises da estabilidade numérica para o aquecimento e para o arrefecimento, respetivamente.

### 4.1. MTCA como permutador unidimensional

O MTCA permitiu obter uma solução para o problema em estudo sem o recurso a um CAD (*Computer Aided Design*). O objetivo principal foi obter um modelo simplificado que permite um cálculo rápido, juntamente com a resposta em temperatura, em função do tempo. Pois este modelo depende apenas da seleção dos fluídos de trabalho, as características do seu escoamento, a seleção do material do molde, do plástico e das condições operacionais da Máquina de Injeção (MI).

Na secção 4.1.1. é apresentada a abordagem radial resistiva que segue a generalização apresentada no caso de estudo de referência Guilong *et al.* [31], as trocas de calor presentes num molde podem ser tratadas como se fosse um permutador de calor unidimensional.

Uma segunda abordagem, a axial, é apresentada na secção 4.1.2. que descreve a evolução do sistema ao longo da direção do escoamento do fluído de trabalho.

#### 4.1.1. Analogia Radial Resistiva

Numa abordagem radial unidimensional, a dimensão característica do sistema compreende a distância entre a superfície do canal de permuta de calor e a superfície moldante ( $L$ ) (Figura 3.11), ou até o “plano” de simetria do polímero ( $L+0,5 \times e$ ) durante o arrefecimento (Figura 3.12). Utilizando esta analogia foi possível determinar a duração de cada uma das etapas do

ciclo de moldação por injeção, como também a temperatura ( $T$ ) ao longo da coordenada  $x$  para cada instante  $t$ .

Neste sistema consideram-se trocas de calor por convecção nas extremidades quando estas estão expostas a um fluido de trabalho, e condução ao longo do material do molde e no polímero (durante o arrefecimento).

Esta abordagem, tal como foi descrito na secção 2.4., trata o sistema como uma resistência térmica equivalente (conjunto de resistências internas e externas em série) com condições de transferência de calor por convecção forçada, natural ou adiabáticas, como é no caso respetivamente dos canais com fluído a circular, superfície moldante exposta ao ar e mais uma vez os canais (em vazio) juntamente com o centro da peça plástica.

Esta abordagem, ao não contabilizar as trocas de calor para o ambiente através da estrutura do molde (Figura 3.11 e Figura 3.12), do lado do canal em oposição à superfície moldante, não caracterizará com o mesmo rigor sistemas sem isolamento entre a bucha/cavidade e a estrutura.

#### **4.1.2. Analogia Axial Resistiva**

O Modelo de Transferência de Calor Analítico seguirá principalmente a Analogia Radial Resistiva, no entanto uma análise na direção axial, poderá ser contemplada em trabalhos futuros.

Através duma abordagem axial é possível descrever a evolução da temperatura média do fluído de trabalho ao longo do comprimento do canal. Isto permite complementar a abordagem anterior, com a possibilidade de descrever o sistema ao longo das várias secções (transversais ao escoamento), com diferentes temperaturas de fluído.

Para que seja possível a caracterização bidimensional (axial e radial) seria necessário seguir a formulação apresentada de seguida (Equação[4.1]), que descreve a evolução da temperatura média da água como fluído de trabalho:

$$T_y = T_s - (T_s - T_i) \times e^{-\frac{h \times \pi \times D \times y}{\dot{V} \times \rho_f \times C_{pf}}} \quad [4.1]$$

$T_y$  – Temperatura do fluído (K)

$T_s$  – Temperatura superficial do canal (K)

$T_i$  – Temperatura inicial do fluído (K)

$h$  – Coeficiente de transferência de calor por convecção ( $\text{W} \times \text{m}^{-2} \times \text{K}^{-1}$ )

$y$  – Dimensão axial (m)

$\dot{V}$  – Caudal volúmico ( $\text{m}^3 \times \text{s}^{-1}$ )

$C_{pf}$  – Calor específico do fluído de trabalho ( $\text{J} \times \text{Kg}^{-1} \times \text{K}^{-1}$ )

Assim seria possível, para a análise radial, utilizar uma temperatura de fluido diferente da temperatura à entrada  $T_i$ , de modo a representar um cenário mais próximo do encontrado em média ao longo do molde. Ou então utilizar a temperatura à saída, menos favorável para representar o desempenho mínimo do sistema.

## 4.2. Modelação numérica

Em problemas de transferência de calor em regime transiente, onde a temperatura de cada ponto depende da temperatura do próprio e dos pontos circundantes em instantes anteriores, a modelação numérica permite chegar a uma solução aproximada. Esta abordagem passa por subdividir os domínios afetos ao problema passando de coordenadas ou espaços contínuos a discretos. Contudo a modelação numérica apresenta erros relativamente à solução exata, como de: truncamento; arredondamento; história.

Os erros de truncamento surgem com a discretização do modelo, cujo podem ser mitigados com uma subdivisão suficientemente grande (dimensão dos elementos e intervalos de tempo reduzidos), de modo a emular a solução exata, de domínios contínuos.

A limitação do número de algarismos significativos para representar números reais induz erros de arredondamento ao efetuar operações com estes, que juntamente com os erros de

truncamento dão lugar a erros de história, que se propagam com a sucessão das operações sobre valores anteriores.

Na secção seguinte é apresentada a estrutura da equação de calor (EC) que descreve o MTCA.

#### 4.2.1. Equação de calor

Uma equação de derivadas parciais (EDP) define-se pela existência de mais do que uma variável independente e uma dependente que é função das anteriores. As EDPs são classificadas quanto à ordem conforme o grau da derivação da variável dependente [35].

A EDP que melhor descreve o fenómeno de condução de calor no interior de um objeto é a equação de difusão ou de calor (EC), um tipo de EDP de 2º grau, que caracteriza a evolução da temperatura ( $T$ ) em cada região ( $x, y, z$ ) ao longo do tempo ( $t$ ) [36]. Esta caracterização é feita em função da difusividade térmica ( $\alpha$ ) e das condições iniciais (CI) e de fronteira (CF). As equações de calor seguem a seguinte estrutura para o domínio tridimensional:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \alpha \times \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = 0 \quad [4.2]$$

$\alpha$  – Difusividade térmica ( $J \times m^{-3} \times K^{-1}$ )

Para este caso a equação de calor para o domínio tridimensional não será utilizada uma vez que resultados, como o tempo de aquecimento ou de arrefecimento dependem principalmente da espessura do material molde e da peça plástica. Por isso a versão simplificada para o domínio unidimensional será aplicada, tomando a seguinte forma:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \alpha \times \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \quad [4.3]$$

$T$  – Temperatura (K)

$t$  – Tempo (s)

$x$  – Dimensão radial (m)

A difusividade térmica ( $\alpha$ ) é maior quanto maior for condutividade térmica do material ( $k$ ) e menor for a combinação da massa volúmica ( $\rho$ ) e da capacidade térmica mássica ( $C_p$ ):

$$\alpha = \frac{k}{\rho \times C_p} \quad [4.4]$$

Para além do efeito da difusividade térmica ( $\alpha$ ), a resposta do sistema em temperatura em função do tempo é definida pelas condições iniciais (CI) e de fronteira (CF) [36, 37].

As CI definem, para o instante inicial, a temperatura de uma região. Temperatura esta que poderá ser de uma condição de equilíbrio ou o resultado de uma etapa anterior.

$$T(x, 0) = f(x) \quad [4.5]$$

As CF são as interações que uma região tem com a sua vizinhança, podendo pertencer as respetivas categorias: Dirichlet; Neumann; Robin; Mistas [36]. Estas últimas satisfazem uma combinação das condições anteriores em diferentes regiões no domínio.

Para a equação de calor, uma condição de fronteira de Dirichlet é aplicada quando a temperatura da fronteira do sistema é a da vizinhança [28, 37]:

$$T(0, t) = T_1 ; T(L, t) = T_2 \quad [4.6]$$

Onde  $T_1$  e  $T_2$  são os valores da temperatura na fronteira do sistema, enquanto, 0 e  $L$  representam as coordenadas dessas extremidades.

Uma condição de fronteira de Neumann determina um fluxo de calor nulo [28, 37] na coordenada que refere:

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = 0 ; \frac{\partial T}{\partial x}(L, t) = 0 \quad [4.7]$$

Desta forma a condição de Neumann representa um corpo cujas fronteiras estão isoladas do meio que as envolve [37].

O terceiro tipo de condição é a de Robin, que conjuga elementos das condições anteriores [37] para expressar o equivalente do fenómeno de troca de calor por convecção quando o sistema é representado por uma equação de calor:

$$h \times (T_s - T_f) = Q \quad [4.8]$$

$Q$  – fluxo de calor ( $\text{W} \times \text{m}^{-2}$ )

A equação anterior, ilustrada apenas para um lado do sistema por questões de simplicidade, o coeficiente de transferência de calor por convecção ( $h$ ), enquanto  $T_s$  e  $T_f$  são respetivamente a temperatura na fronteira e a temperatura do fluido, com  $Q$  representando o fluxo de calor que o sistema perde ou recebe.

Uma vez que fluxo de calor  $Q$  que um elemento recebe por convecção é o que transmite por condução ao próximo elemento, então:

$$Q = -k \times \frac{\partial T}{\partial x}(0, t) \quad [4.9]$$

Com  $k$  a designar a condutividade térmica do material, a condição de fronteira de Robin pode ser descrita da seguinte forma:

$$h \times (T_s - T_f) - k \times \frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = 0 \quad [4.10]$$

### 4.3.Ciclo de Moldação por Injeção

As fases contempladas pelo MTCA são as que estão presentes nas seguintes secções: 1ºAquecimento (secção 4.3.1.); Troca 1 (secção 4.3.2.); Arrefecimento (secção 4.3.3.); Troca 2 (secção 4.3.4.); Aquecimento (secção 4.3.5.).

Tratando-se de um modelo unidimensional, a origem do referencial (nó 1) encontra-se na superfície moldante, enquanto o limite máximo (nó L) é encontrado na superfície do canal de permuta de calor (Figura 3.11).

Cada tempo do ciclo terá como temperatura inicial o perfil de temperatura obtido no final do tempo anterior, com a exceção do 1º Aquecimento.

#### 4.3.1. 1º Aquecimento

A primeira etapa do ciclo é o aquecimento, só que neste caso trata-se do primeiro, aquele que segue quando se inicia o equipamento, quando o molde se encontra à temperatura ambiente ( $T_{amb}$ ).

$$CI: T_{(x,0)} = T_{amb} \quad [4.11]$$

Neste sistema distinguem-se 3 tipos de regiões (Figura 4.1): na superfície moldante; interior do molde onde só existe condução pura; parede do canal. Na origem do referencial, região que está exposta ao ambiente, para além de ocorrer trocas de calor por condução para o interior do molde, há trocas de calor por convecção natural com o ambiente ( $h_{amb}$ ). Na parede do canal há trocas de calor entre o fluído quente ( $T_Q$ ) e o molde por convecção forçada ( $h_Q$ ) e no interior por condução.

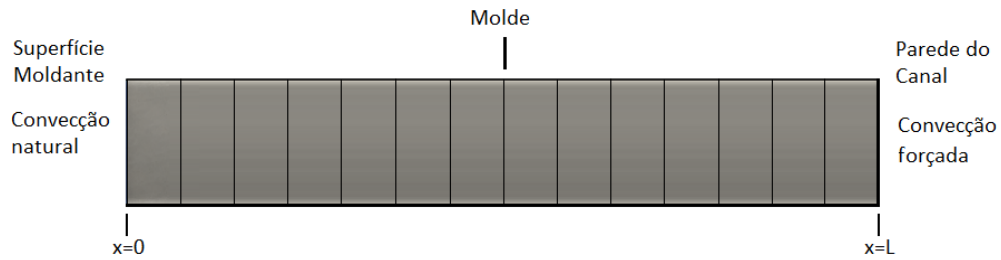


Figura 4.1 - Sistema de moldação por injeção no Aquecimento.

$$CF: -k \times \frac{dT_{(0,t)}}{dx} = h_{amb} \times (T_{amb} - T_{(0,t)})$$

$$-k \times \frac{dT_{(L,t)}}{dx} = h_Q \times (T_Q - T_{(L,t)})$$

[4.12]

Conhecendo as variáveis externas (difusividade térmica e temperaturas pré-estabelecidas) a resolução do problema da evolução da temperatura para cada ponto em função do tempo segue a seguinte estrutura para cada tipo de região:

$$Bi_{amb} = \frac{h_A \times \Delta x}{k}; Bi_Q = \frac{h_Q \times \Delta x}{k}; Fo = \frac{k}{\rho \times C_p} \times \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2}$$

$$\begin{aligned} \text{Nó 1} \quad T_1^{P+1} &= 2Fo \times T_2^P + 2Bi_{amb} \times Fo \times T_{amb} \\ &+ (1 - 2Fo - 2Bi_{amb} \times Fo) \times T_1^P \end{aligned}$$

$$\text{Nó } N \quad T_N^{P+1} = Fo \times T_{N-1}^P + (1 - 2 \times Fo) \times T_N^P + Fo \times T_{N+1}^P$$

$$\text{Nó } L \quad T_L^{P+1} = 2Fo \times T_{L-1}^P + 2Bi_Q \times Fo \times T_Q + (1 - 2Fo - 2Bi_Q \times Fo) \times T_L^P \quad [4.13]$$

$Bi_{amb}$  – Número de Biot para a convecção com o ambiente ( - )

$Bi_Q$  – Número de Biot para a convecção com o fluido quente ( - )

$Fo$  – Número de Fourier ( - )

Salienta-se que a estrutura para o nó 1 é semelhante a encontrada no nó L pois tratam de fronteiras de convecção, no entanto as temperaturas dos meios (ar e água) e os coeficientes de transferência de calor por convecção diferem, resultando em números de Biot e de Fourier diferentes.

Como resultado, obtém-se a duração do aquecimento, ou seja, o tempo que a superfície do molde demora a chegar à temperatura alvo, como também se obtém o próprio perfil de temperatura ao longo da espessura do molde.

$$T_{(0,t_{1Aq})} = T_{alvo}$$

$$T_{(x,t_{1Aq})} = T_{1Aq}(x) \quad [4.14]$$

A representação da resolução do MTCA para esta fase é apresentada pela Figura 4.2, onde a dimensão  $x$  é crescente para a direita e o tempo é crescente para baixo. A dimensão dos elementos e dos intervalos de tempo que são visíveis na Figura 4.2 serão abordados na secção 4.6.



		1º Aquecimento													
x,mm→	0,0	0,7	1,4	2,1	2,9	3,6	4,3	5,0	5,7	6,4	7,1	7,9	8,6	9,3	
t,ms= ↓	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
0	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	
8	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	38,80	
15	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	31,26	44,56	
23	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,18	32,98	48,70	
31	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,03	30,55	34,83	51,90	
7479	119,66	119,94	120,69	121,90	123,57	125,69	128,24	131,20	134,54	138,24	142,27	146,60	151,19	156,02	
7486	119,73	120,01	120,75	121,97	123,64	125,75	128,30	131,25	134,59	138,29	142,31	146,64	151,23	156,04	
7494	119,80	120,07	120,82	122,03	123,70	125,82	128,36	131,31	134,64	138,33	142,36	146,68	151,26	156,07	
7502	119,87	120,14	120,89	122,10	123,77	125,88	128,42	131,36	134,69	138,38	142,40	146,71	151,29	156,10	
7510	119,93	120,21	120,95	122,16	123,83	125,94	128,47	131,42	134,74	138,43	142,44	146,75	151,32	156,12	

Figura 4.2 - MTCA para o 1º Aquecimento

### 4.3.2. Troca 1

Para esta fase, tal como nas próximas, considera-se o perfil de temperatura final da fase anterior.

$$CI: T_{(x,0)} = T_{1Aq}(x) \quad [4.15]$$

Durante as trocas de fluidos contínua a condição de convecção natural em  $x = 0$  (nó 1), enquanto em  $x = L$  (nó L) despreza-se a convecção durante a troca do fluido de trabalho quente para o fluido de trabalho frio (Figura 4.3).

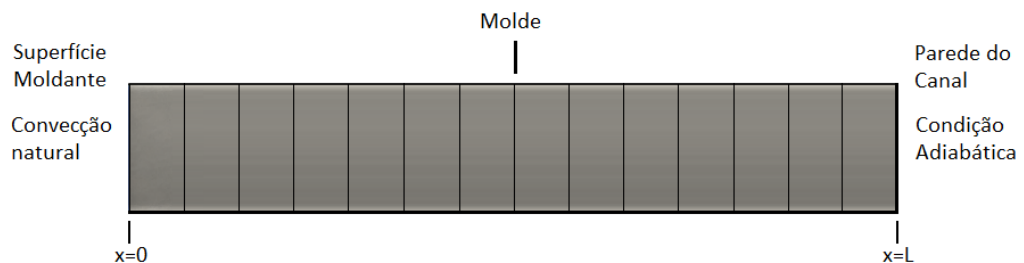


Figura 4.3 - Sistema de moldação por injeção na Troca de fluidos.

$$CF: -k \times \frac{dT_{(0,t)}}{dx} = h_{amb} \times (T_{amb} - T_{(0,t)})$$

$$-k \times \frac{dT_{(L,t)}}{dx} = 0 \quad [4.16]$$

A duração desta fase é pré-determinada, pois é um aspeto intrínseco do equipamento. Quanto maior for a duração da Troca 1 mais uniforme será o perfil de temperatura pela natureza da equação de calor, com perdas mínimas de calor por convecção natural. Contudo períodos extensos de troca de fluidos poderão não ser devidamente representados com este modelo, pois um dos fluídos poderá ter um efeito predominante (maior potência térmica) sobre a parede do canal, efeito que é majorado com o passar do tempo.

A estrutura do modelo é inalterada face ao tempo anterior nas regiões, nó 1 e nó N, mas a estrutura para o nó L com a aproximação de parede adiabática passa a ser a seguinte:

$$\text{Nó } L \quad T_L^{P+1} = 2Fo \times T_{L-1}^P + (1 - 2Fo) \times T_L^P \quad [4.17]$$

Tem-se como resultado desta etapa apenas o perfil térmico, dado que a duração ( $t_{T1}$ ) será um dado adquirido.

$$T_{(x,t_{T1})} = T_{T1}(x) \quad [4.18]$$

A representação da resolução do MTCA para esta fase é apresentada pela Figura 4.4, que segue por sua vez a mesma estrutura de apresentação da Figura 4.2 para o 1º Aquecimento.

Troca 1														
x,mm→	0,0	0,7	1,4	2,1	2,9	3,6	4,3	5,0	5,7	6,4	7,1	7,9	8,6	9,3
t,s= ↓	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	119,93	120,21	120,95	122,16	123,83	125,94	128,47	131,42	134,74	138,43	142,44	146,75	151,32	156,12
8	120,00	120,28	121,02	122,23	123,89	126,00	128,53	131,47	134,79	138,47	142,48	146,79	151,36	154,76
15	120,07	120,34	121,09	122,29	123,96	126,06	128,59	131,53	134,85	138,52	142,53	146,83	151,19	153,74
23	120,14	120,41	121,15	122,36	124,02	126,12	128,65	131,58	134,90	138,57	142,57	146,83	150,93	152,94
31	120,20	120,48	121,22	122,42	124,08	126,18	128,71	131,64	134,95	138,61	142,61	146,81	150,63	152,28
-----														
969	127,19	127,38	127,84	128,56	129,50	130,62	131,84	133,10	134,33	135,44	136,39	137,09	137,52	137,63
976	127,23	127,42	127,88	128,59	129,53	130,63	131,84	133,09	134,31	135,42	136,35	137,05	137,47	137,58
984	127,27	127,46	127,91	128,63	129,55	130,65	131,85	133,09	134,29	135,39	136,32	137,01	137,43	137,54
992	127,31	127,50	127,95	128,66	129,58	130,66	131,85	133,08	134,28	135,37	136,29	136,97	137,38	137,49
1000	127,35	127,53	127,99	128,69	129,60	130,68	131,86	133,08	134,26	135,34	136,25	136,93	137,34	137,45

Figura 4.4 - MTCA para a Troca 1

### 4.3.3. Arrefecimento

O referencial para esta fase, é idêntico ao das outras fases, o zero do referencial é o mesmo, mas consideram-se também coordenadas negativas para representar a peça plástica (Figura 4.5), contudo o primeiro nó 1 é deslocado para o eixo de simetria da peça plástica que agora está presente. Com isto tem-se duas regiões adicionais de condução pura, simétricas uma da outra, na fronteira entre o polímero e o molde. Estas duas regiões designam-se de  $E$  e  $E+1$ ,

onde o primeiro se refere ao nó, pertencente ao polímero, que faz fronteira com a superfície moldante, enquanto o último é o nó que se segue, no molde.

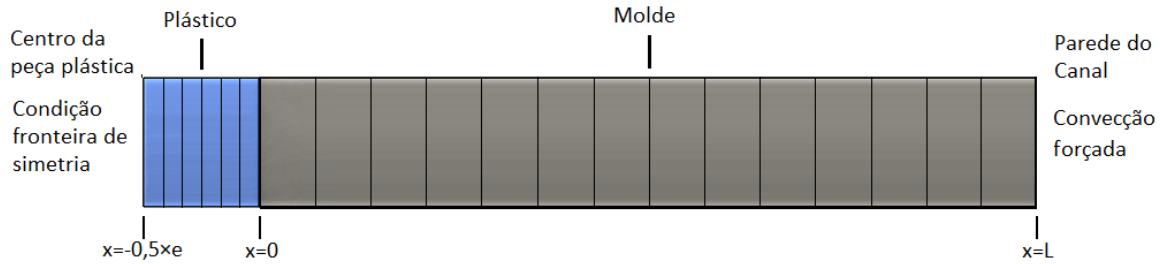


Figura 4.5 - Sistema de moldação por injeção no Arrefecimento.

As Condições Iniciais diferem na sua abordagem face às anteriores, pois adita-se a temperatura do fundido, ou de injeção ( $T_{inj}$ ) [33], à região que corresponde ao plástico (com  $e$  a representar a espessura deste).

$$CI: \begin{cases} T_{(x,0)} = T_{inj} & , -0,5 \times e \leq x \leq 0 \\ T_{(x,0)} = T_{T1(x)} & , 0 < x \leq L \end{cases} \quad [4.19]$$

No nó 1 existirá uma condição fronteira de condução com uma extremidade e adiabática na outra, porque se situa no meio da espessura da peça plástica, uma região de simetria entre as condições de processamento entre a peça, a bucha e cavidade. Enquanto no nó  $L$ , tal como no Aquecimento, tem-se convecção forçada ( $h_F$ ), mas desta vez por parte do fluído frio ( $T_F$ ).

$$CF: -k \times \frac{dT_{(-0,5 \times e, t)}}{dx} = 0$$

$$-k \times \frac{dT_{(L, t)}}{dx} = h_F \times (T_F - T_{(L, t)}) \quad [4.20]$$

A estrutura do modelo é semelhante aos tempos anteriores para os nós 1 e  $L$ , uma vez que as mesmas simplificações são válidas, apesar de que no nó 1 (que agora se situar em  $-0,5 \times e$ ) e até (nós P) o nó  $E-1$  se utilizem as propriedades do polímero (propriedades de índice  $P$ ). No entanto as regiões do tipo N permanecem inalteradas.

$$Fo_P = \frac{k_P}{\rho_P \times C_{PP}} \times \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} ; Bi_F = \frac{h_F \times \Delta x}{k}$$

$$Nó 1 \quad T_1^{P+1} = (1 - 2Fo_P) \times T_1^P + 2Fo_P \times T_2^P$$

$$Nó P \quad T_P^{P+1} = 2Fo_P \times T_{P-1}^P + (1 - 2Fo_P) \times T_P^P + 2Fo_P \times T_{P+1}^P$$

$$Nó L \quad T_L^{P+1} = 2Fo \times T_{L-1}^P + 2Bi_F \times Fo \times T_F + (1 - 2Fo - 2Bi_F \times Fo) \times T_L^P \quad [4.21]$$

$Fo_P$  – Número de Fourier para o plástico ( - )

$Bi_F$  – Número de Biot para a convecção com o fluído frio ( - )

Existem, no entanto, 2 regiões,  $E$  e  $E+1$ , na interface entre o plástico e o molde (Figura 4.5), que não permitem as mesmas simplificações desde a formulação original, pois são as regiões cuja vizinhança (1 elemento) pertence a outro material, como também a dimensão dos elementos ( $\Delta x$  e  $\Delta x_P$ ) é diferente entre os materiais.

$Nó E$

$$T_E^{P+1} = Fo_P \times T_{E-1}^P + \left( 1 - \frac{k \times \Delta t}{C_{PP} \times \Delta_x \times \Delta_{xP} \times \rho_P} - Fo_P \right) T_E^P + \frac{k \times \Delta t}{C_{PP} \times \Delta_x \times \Delta_{xP} \times \rho_P} T_{E+1}^P$$

$Nó E + 1$

$$T_{E+1}^{P+1} = \frac{k_P \times \Delta t}{C_P \times \Delta_{xP} \times \Delta_x \times \rho} T_E^P + \left( 1 - \frac{k_P \times \Delta t}{C_P \times \Delta_{xP} \times \Delta_x \times \rho} - Fo \right) T_{E+1}^P + Fo \times T_{E+2}^P \quad [4.22]$$

Como resultado têm-se o perfil de temperatura ao fim deste tempo, como também a duração ( $t_{Ar}$ ).

A duração desta etapa é determinada pelo tempo que o Nó 1 demora a chegar à temperatura de extração ( $T_{ext}$ ). Contudo outro nó no domínio polimérico pode ser selecionado caso seja

desejável conhecer o tempo de arrefecimento para uma fração do volume total, que pode ser interpolada em função do nó seleccionado.

$$T_{(-0,5 \times e, t_{Ar})} = T_{ext}$$

$$T_{(x, t_{Ar})} = T_{Ar}(x) \quad [4.23]$$

A representação da resolução do MTCA para esta fase difere das representações da Figura 4.2 e da Figura 4.4, pois esta, apresentada pela Figura 4.6, contempla a região plástica. Salienta-se que para o arrefecimento o plástico apresenta um maior refinamento na dimensão dos elementos para melhor descrever a temperatura no interior do plástico de forma continua, enquanto este refinamento se fosse aplicado a região do molde, aumentaria desnecessariamente o tempo de cálculo.

Arrefecimento													-----	
x,mm→	-1,5	-1,3	-1,0	-0,8	-0,5	-0,3	0,0	0,7	1,4	2,1	2,9	-----	8,6	9,3
t,s= ↓	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	-----	19	20
0	250,00	250,00	250,00	250,00	250,00	250,00	127,35	127,53	127,99	128,69	129,60	-----	137,34	137,45
8	250,00	250,00	250,00	250,00	250,00	188,69	164,58	127,57	128,02	128,72	129,62	-----	137,30	131,16
15	250,00	250,00	250,00	250,00	249,23	176,60	166,60	132,93	128,06	128,75	129,65	-----	136,36	126,99
23	250,00	250,00	250,00	249,99	248,32	172,12	164,82	137,05	128,85	128,78	129,67	-----	135,09	123,97
31	250,00	250,00	250,00	249,97	247,38	169,12	163,06	139,85	130,01	128,92	129,69	-----	133,73	121,61
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
15477	104,71	102,63	96,43	86,28	72,43	55,39	55,06	54,21	53,19	52,01	50,67	-----	35,28	32,90
15484	104,67	102,58	96,39	86,24	72,40	55,36	55,04	54,18	53,16	51,98	50,65	-----	35,27	32,89
15492	104,62	102,54	96,35	86,20	72,36	55,34	55,01	54,16	53,14	51,96	50,63	-----	35,26	32,89
15500	104,57	102,49	96,30	86,16	72,33	55,31	54,99	54,14	53,12	51,94	50,61	-----	35,24	32,88
15508	104,53	102,45	96,26	86,12	72,30	55,29	54,97	54,11	53,09	51,92	50,58	-----	35,23	32,87

Figura 4.6 - MTCA para o Arrefecimento

#### 4.3.4. Troca 2

A segunda Troca segue o conceito da primeira, em que se trata de um período de estabilização de temperatura e de perdas reduzidas como consequência da comutação dos fluídos de trabalho não ser instantânea.

$$CI: T_{(x,0)} = T_{Ar}(x) \quad [4.24]$$

As condições de fronteira são idênticas às encontradas na Troca 1 (Figura 4.3) ao considerar a aproximação de parede adiabática para o  $x = L$  e por voltar a ter o  $x = 0$  exposto às condições de convecção natural promovidas pelo ambiente circundante, uma vez que a peça plástica terá sido removida. De forma análoga as equações descritivas do comportamento do sistema para cada nó são idênticas às encontradas na Troca 1.

Ao ser uma etapa de duração controlada temos como informação resultante o perfil térmico do molde ao longo da espessura (até a parede do canal).

$$T_{(x,t_{T2})} = T_{T2}(x) \quad [4.25]$$

A Figura 4.7 representa a resolução do MTCA para esta fase, que é idêntica a apresentada na Figura 4.4 para a Troca 1.

Troca 2														
x,mm→	0,0	0,7	1,4	2,1	2,9	3,6	4,3	5,0	5,7	6,4	7,1	7,9	8,6	9,3
t,s= ↓	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	54,97	54,11	53,09	51,92	50,58	49,10	47,48	45,72	43,84	41,84	39,73	37,52	35,23	32,87
8	54,72	54,09	53,07	51,89	50,56	49,08	47,46	45,70	43,82	41,82	39,72	37,51	35,22	33,54
15	54,54	54,03	53,05	51,87	50,54	49,06	47,44	45,69	43,80	41,81	39,70	37,50	35,31	34,05
23	54,39	53,96	53,02	51,85	50,52	49,04	47,42	45,67	43,79	41,79	39,69	37,50	35,44	34,45
31	54,27	53,89	52,99	51,83	50,50	49,02	47,40	45,65	43,77	41,78	39,68	37,52	35,59	34,77
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
969	48,87	48,79	48,53	48,10	47,55	46,88	46,15	45,39	44,66	43,99	43,43	43,01	42,76	42,69
976	48,84	48,76	48,50	48,09	47,53	46,87	46,15	45,40	44,67	44,01	43,45	43,03	42,78	42,72
984	48,82	48,74	48,48	48,07	47,52	46,86	46,14	45,40	44,68	44,02	43,47	43,06	42,81	42,74
992	48,79	48,71	48,46	48,05	47,50	46,85	46,14	45,40	44,69	44,04	43,49	43,08	42,84	42,77
1000	48,77	48,69	48,43	48,03	47,49	46,84	46,14	45,41	44,70	44,05	43,51	43,10	42,86	42,80

Figura 4.7 - MTCA para a Troca 2

#### 4.3.5. Aquecimento

Num sistema de RHCM eficiente só o primeiro tempo de aquecimento será diferente dos restantes uma vez que, como anteriormente referido, o 1º Aquecimento parte com um molde à temperatura ambiente, enquanto os próximos recebem um perfil térmico consistente com cada Troca 2.

$$CI: \quad T_{(x,0)} = T_{T2}(x) \quad [4.26]$$

As condições de fronteira e o modelo em si seguirão a estrutura previamente mencionada no 1º Aquecimento (Figura 4.1).

Com este procedimento obtêm-se a duração do Aquecimento e perfil térmico, uma vez que o centro da peça plástica chegue a temperatura alvo.

$$T_{(0,t_{Aq})} = T_{alvo}$$

$$T_{(x,t_{Aq})} = T_{Aq}(x) \quad [4.27]$$

A Figura 4.7 representa a resolução do MTCA para esta fase, que é idêntica a apresentada na Figura 4.2 para o 1º Aquecimento.

		Aquecimento													
x,mm=→	0,0	0,7	1,4	2,1	2,9	3,6	4,3	5,0	5,7	6,4	7,1	7,9	8,6	9,3	
t,ms=↓	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
0	48,77	48,69	48,43	48,03	47,49	46,84	46,14	45,41	44,70	44,05	43,51	43,10	42,86	42,80	
8	48,74	48,66	48,41	48,01	47,47	46,83	46,13	45,41	44,71	44,07	43,53	43,13	42,89	50,86	
15	48,72	48,64	48,39	47,99	47,46	46,82	46,13	45,41	44,71	44,08	43,55	43,15	44,06	56,15	
23	48,69	48,61	48,37	47,97	47,44	46,82	46,13	45,41	44,72	44,09	43,57	43,34	45,66	59,96	
31	48,67	48,59	48,35	47,95	47,43	46,81	46,12	45,42	44,73	44,11	43,61	43,70	47,37	62,91	
<hr/>															
6704	119,70	119,97	120,72	121,93	123,61	125,72	128,27	131,22	134,56	138,26	142,29	146,62	151,21	156,03	
6711	119,77	120,04	120,79	122,00	123,67	125,79	128,33	131,28	134,61	138,31	142,33	146,66	151,24	156,06	
6719	119,83	120,11	120,85	122,07	123,73	125,85	128,39	131,33	134,67	138,36	142,38	146,69	151,27	156,08	
6727	119,90	120,18	120,92	122,13	123,80	125,91	128,44	131,39	134,72	138,40	142,42	146,73	151,31	156,11	
6735	119,97	120,24	120,99	122,20	123,86	125,97	128,50	131,44	134,77	138,45	142,46	146,77	151,34	156,14	

Figura 4.8 - MTCA para o Aquecimento

#### 4.4. Parâmetros de entrada

O MTCA foi desenvolvido de modo a obter como resultados de saída perfis de temperatura, duração de fases e parâmetros de projeto otimizados. Na secção 4.4.1. mostram-se algumas considerações relativamente às propriedades dos materiais do sistema e das condições de processamento. A secção 4.4.2. mostra as variáveis que ditam as condições de escoamento da água como fluido de trabalho. Na secção 4.4.3. são determinados os coeficientes de transferência de calor por convecção para aquecimento e arrefecimento. (para a análise do capítulo 5).

##### 4.4.1. Propriedades do material do molde, plástico e condições de processamento

O MTCA desenvolvido não considerou os aspetos físicos envolvidos no enchimento da cavidade e na compactação da peça injetada, as propriedades necessárias para a resolução da equação de calor do MTCA para ambos tipos de materiais (molde e peça) foram as que descrevem a difusividade térmica.

Da implementação da difusividade no MTCA foi possível aferir que os domínios espaciais e temporais devem ser devidamente ajustados para garantir a estabilidade numérica do modelo, pelo que será demonstrado na secção 4.5. e subsequentemente validado nas secções 4.6. e 4.7.

Relativamente às condições de processamento do material plástico é importante conhecer a temperatura de injeção ( $T_{inj}$ ) que indica o ponto de partida e a temperatura de extração ( $T_{ext}$ ) do material injetado que indica o fim do arrefecimento.

Para o aquecimento, como referido na secção 4.3.1, é essencial conhecer a temperatura alvo. Contudo dado a equalização de temperatura que é prevista para a Troca 1, a temperatura alvo (para o aquecimento) pode ser mais elevada do que a temperatura realmente pretendida no momento da injeção.

A pressão máxima de injeção e a variação de temperatura superficial máxima são os restantes aspetos de maior relevância, pois assistem no posicionamento dos canais, ao aplicarem constrangimentos construtivos. Por sua vez as propriedades mecânicas do molde e do plástico também serão conhecidas.

#### **4.4.2. Condições de escoamento**

Com este conjunto de parâmetros é possível caracterizar os fluxos de calor provenientes das fronteiras não adiabáticas do sistema. O fluxo de calor não será obtido como uma quantidade imutável (nas duas fronteiras onde se aplica), uma vez que esta é a potência dissipada por convecção, e as trocas de calor por convecção dependem do coeficiente de transferência de calor por convecção e da temperatura da região pertencente a fronteira (que varia com a evolução do sistema).

Ao considerar que os CAA são semelhantes a tubos simples e que o escoamento no interior destes é turbulento é possível determinar o coeficiente transferência de calor por convecção através das seguintes correlações. As correlações de Dittus-Boelter e Sieder-Tate, permitem determinar o número de Nusselt ( $Nu$ ) [39], que é imprescindível para a obtenção do  $h$ . No entanto para um resultado mais preciso ao longo de uma maior amplitude de valores de Reynolds e Prandtl, uma correlação como a de Gnielinski deverá ser usada [39]. Esta diferencia-se das anteriores pela ponderação diferente que aplica aos mesmos termos e por contemplar o fator de atrito de Darcy-Weisbach ( $f$ ).



#### Correlação de Dittus Boelter

$$Nu = 0,023 \times Re^{4/5} \times Pr^{2/5}, \quad \begin{matrix} 0,6 \leq Pr \leq 160 \\ Re > 10^4 \\ C \times D^{-1} > 10 \end{matrix} \quad [4.28]$$

$Nu$  – Número de Nusselt ( - )

$Re$  – Número de Reynolds ( - )

$C$  – Comprimento do canal (m)

#### Correlação de Sieder-Tate

$$Nu = 0,027 \times Re^{4/5} \times Pr^{1/3} \times \left( \frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0,14}, \quad \begin{matrix} 0,7 \leq Pr \leq 16700 \\ Re > 10^4 \\ C \times D^{-1} > 10 \end{matrix} \quad [4.29]$$

$\mu$  – Viscosidade dinâmica para a temperatura média do fluido (Pa×s)

$\mu_s$  – Viscosidade dinâmica para a temperatura superficial do fluido (Pa×s)

#### Correlação de Gnielinski

$$Nu = \frac{(f/8) \times (Re - 1000) \times Pr}{1 + 12,7 \times (f/8)^{1/2} \times (Pr^{2/3} - 1)}, \quad \begin{matrix} 0,5 \leq Pr \leq 2000 \\ 3 \leq Re \times 10^{-3} \leq 5000 \end{matrix} \quad [4.30]$$

$f$  – Fator de atrito de Darcy ( - )

Para chegar ao valor do coeficiente de transferência de calor por convecção ( $h$ ) é necessário determinar o Número de Nusselt ( $Nu$ ) (pela correlação de Gnielinski) através dos números adimensionais de Reynolds ( $Re$ ), Prandtl ( $Pr$ ) e o fator de atrito ( $f$ ) que são por sua vez determinados pelo conjunto de Equações [4.30].

Número de Reynolds

$$Re = \frac{\rho_f \times u \times D}{\mu} \quad [4.31]$$

Número de Prandtl

$$Pr = \frac{C_{pf} \times \mu}{k_f} \quad [4.32]$$

Fator de atrito de Darcy-Weisbach

$$f = (0,79 \times \ln Re - 1,64)^{-2} \quad [4.33]$$

Estes números adimensionais são definidos pelas propriedades do fluído de trabalho, no entanto para a definição correta do número de Reynolds ( $Re$ ) é necessário conhecer o diâmetro hidráulico ( $D$ ), uma das propriedades construtivas e resultado esperado do MTCA. No Capítulo 6 serão apresentadas as estratégias para o dimensionamento do diâmetro dos canais de permuta de calor.

Com o conjunto de elementos mencionados ao longo desta secção é possível determinar o coeficiente de transferência de calor por convecção ( $h$ ) através da Equação [4.38].

$$h = \frac{k_f \times Nu}{D} \quad [4.34]$$

Com esta equação reforça-se a relevância do diâmetro hidráulico ( $D$ ) como resultado de saída do MTCA, pois para além de afetar números adimensionais: número de Reynolds ( $Re$ ), fator de atrito ( $f$ ) e número de Nusselt ( $Nu$ ), também afeta de forma inversamente proporcional o coeficiente de transferência de calor por convecção ( $h$ ).

#### **4.4.3. Cálculo dos coeficientes de transferência de calor por convecção**

Para determinar os coeficientes de transferência de calor por convecção para o fluído de trabalho, água no estado líquido para o aquecimento (180 °C) e para o arrefecimento (20 °C) é necessário calcular o número de Nusselt. A Tabela 4.1 apresenta o número de Reynolds ( $Re$ ) e o fator de atrito ( $f$ ) para as condições em estudo. Considerou-se: diâmetro de canal,

$D = 0,01$  m; velocidade do escoamento,  $u = 2 \text{ m}\times\text{s}^{-1}$  para o arrefecimento, e  $u = 1 \text{ m}\times\text{s}^{-1}$  para o aquecimento, conforme é observado para o estudo de referência [31].

**Tabela 4.1 - Números de Reynolds e fator de atrito para as condições em estudo.**

Condição	Temperatura (°C)	Diâmetro do canal $D$ (m)	Velocidade do escoamento $u$ (m×s <sup>-1</sup> )	Número de Reynolds $Re$ ( - )	Fator de atrito $f$ ( - )
Arrefecimento	20	0,01	2	20000	0,0262
Aquecimento	180	0,01	1	59172	0,0201

Tal como se pode observar o número de Reynolds para o arrefecimento ( $Re = 20000$ ) e para o aquecimento ( $Re = 59172$ ) corresponde a um regime de escoamento turbulento.

Conhecendo as propriedades da água para as temperaturas de funcionamento, condições gerais de escoamento (velocidade e o diâmetro do canal) que estão presentes na Tabela 4.1 e os números adimensionais  $Re$  e  $f$ , aplicou-se a correlação de Gnielinski (Equação [4.30]) para determinar o número de Nusselt, e assim obteve-se o coeficiente de transferência de calor por convecção forçada ( $h$ ) mediante a aplicação da Equação [4.34]

A Tabela 4.2 mostra os valores obtidos para o número de Nusselt, mediante a aplicação da correlação de Gnielinski (Equação [4.30]) e os coeficientes de transferência de calor por convecção através da aplicação da Equação [4.34]. É importante notar que o coeficiente de transferência de calor por convecção natural para o ar que rodeia o molde é  $h_{amb} = 20 \text{ W}\times\text{m}^{-2}\times\text{K}^{-1}$  [31].

**Tabela 4.2 - Números de Nusselt e fator e coeficientes de transferência de calor por convecção para as condições em estudo.**

Condição	Número de Nusselt $Nu$ ( - )	Coeficiente de transferência de calor por convecção $h$ (W×m <sup>-2</sup> ×K <sup>-1</sup> )
Arrefecimento	143,33	8870
Aquecimento	145,99	9757

#### 4.5. Estabilidade numérica

A resolução por modelação numérica, passa por subdividir os domínios afetos ao problema, o que para uma equação de calor são o tempo e “distância”. A subdivisão é feita de modo a obter um conjunto de regiões finitas mais simples do que o conjunto original [38].

De modo a obter uma solução mais próxima da realidade (domínio contínuo) a dimensão dos elementos deve ser reduzida pois cada elemento representa uma região de temperatura constante para cada instante. Contudo o modelo numérico torna-se instável com elementos mais reduzidos.

Para obter uma solução estável é necessário refinar os incrementos de tempo sem aumentar desnecessariamente o tempo de cálculo. Para tal é necessário dimensionar os intervalos de tempo em função de uma análise de estabilidade de Von Neumann. Nesta análise de estabilidade estabelece-se a condição de CFL (Courant-Friedrichs-Lewy)  $< 0,5$  tomando, tipicamente, a resolução espacial, temporal e a difusividade, como variáveis:

$$CFL = \frac{\alpha \times \Delta t}{(\Delta x)^2} < 0,5 \quad [4.35]$$

Neste contexto, a condição CFL, corresponde ao número de Fourier, com o qual, através de uma abordagem analítica se pode verificar a validade do critério.

Para um ponto N cuja vizinhança pertença ao mesmo sólido (condução pura) temos o Fourier numérico ( $Fo$ ) como um fator de ponderação de temperaturas anteriores (P). Segue-se então a solução numérica para o ponto referido:

$$\begin{aligned} m \times C_p \times \frac{dT_N}{dt} &= k \times \frac{A}{\Delta x} \times (T_{N-1} - T_N) + k \times \frac{A}{\Delta x} \times (T_{N+1} - T_N) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \rho \times \Delta x \times A \times C_p \times \frac{T_N^{P+1} - T_N^P}{\Delta t} &= k \times \frac{A}{\Delta x} \times (T_{N-1}^P - 2 \times T_N^P + T_{N+1}^P) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow T_N^{P+1} - T_N^P &= \frac{k}{\rho \times C_p} \times \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \times (T_{N-1}^P - 2 \times T_N^P + T_{N+1}^P) \end{aligned} \quad [4.36]$$

Da mesma forma que se obtém a condição de CFL obtemos o número de Fourier ( $Fo$ ).

$$Fo = \alpha \times \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2}$$

$$\begin{aligned} T_N^{P+1} - T_N^P &= Fo \times (T_{N-1}^P - 2 \times T_N^P + T_{N+1}^P) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow T_N^{P+1} &= Fo \times T_{N-1}^P + (1 - 2 \times Fo) \times T_N^P + Fo \times T_{N+1}^P \end{aligned} \quad [4.37]$$

A temperatura do ponto N no instante seguinte ( $T_N^{P+1}$ ) é uma ponderação das temperaturas do próprio ponto e adjacentes no instante anterior. Assim a expressão deixa de ter significado se os coeficientes forem negativos.

$$\begin{aligned} Fo > 0 \cap (1 - 2 \times Fo) > 0 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 0 < Fo < 0,5 \end{aligned} \quad [4.38]$$

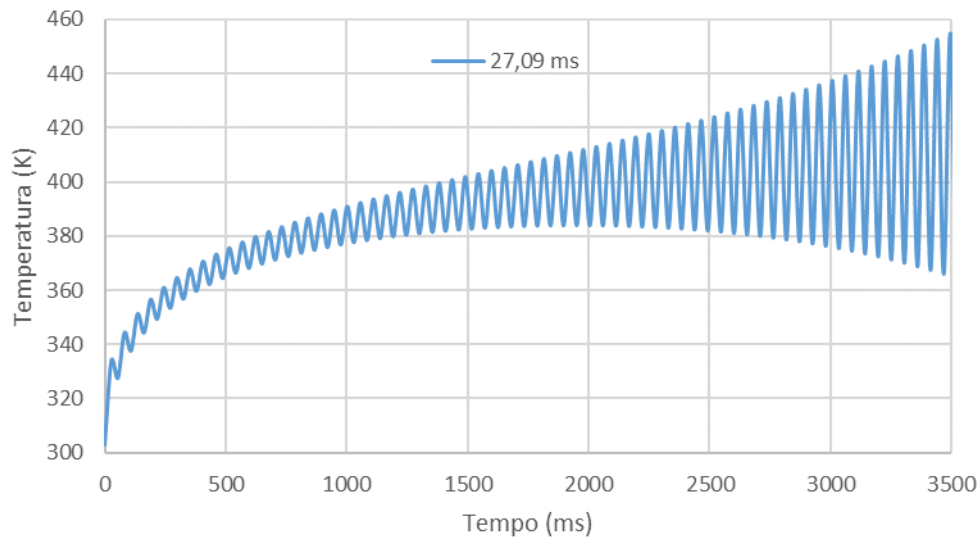
Verifica-se desta forma uma condição de estabilidade numérica semelhante à CFL.

A condição CFL aplica-se às propriedades físicas do material e às dimensões do sistema, para qualquer ponto N em condução pura. Enquanto a abordagem analítica permite também avaliar a estabilidade em pontos cuja vizinhança pertença a outro material ou realize trocas de calor por convecção e/ou radiação.

#### 4.6. Estabilidade numérica no aquecimento

Como foi referido ao longo da caracterização do MTCA, na secção 4.5., é essencial garantir a estabilidade do sistema sem prejudicar a obtenção de resultados. Da forma como foi concebido este modelo, no Excel, o refinamento da malha, ou aumento do número de elementos, afeta de forma adversa o tempo de cálculo, enquanto a redução do intervalo de tempo (*timestep*) afetarà a extensão dos resultados no tempo, ou o tempo máximo calculável para o ciclo.

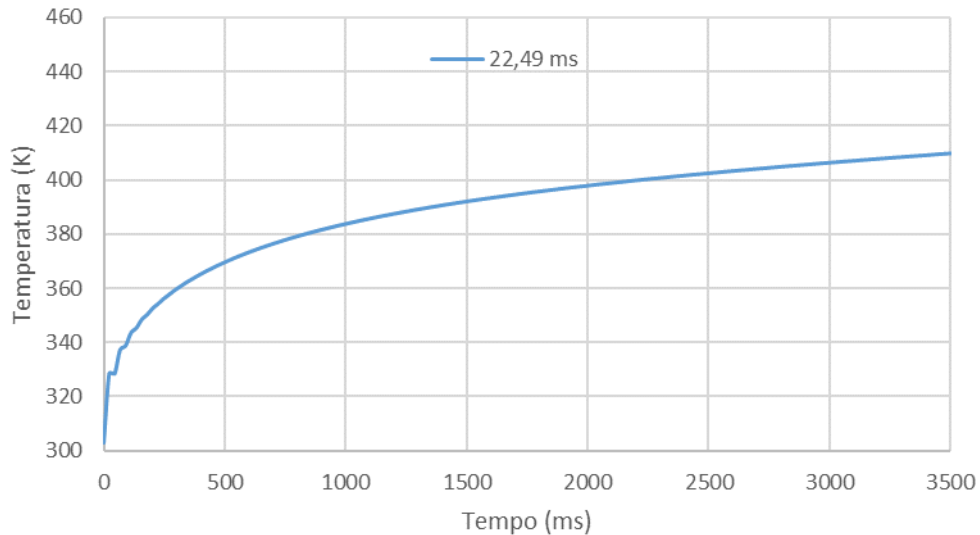
De forma a obter resultados que se aproximem ao domínio contínuo (espacial), sem aumentar consideravelmente o tempo de cálculo, o domínio discreto é subdividido em 14 elementos para o ciclo (exceto no Arrefecimento). E o intervalo de tempo máximo para garantir a condição mínima de estabilidade pode ser encontrada pelo critério de CFL (Equação [4.35]), aplicado a qualquer um dos elementos cuja vizinhança faça parte do mesmo material.



**Figura 4.9 - Variação da temperatura para o ponto A', em função do tempo, para o MTCA com um intervalo de tempo de 27,09 ms.**

Foi obtido um intervalo de tempo (*timestep*) de 27,09 ms, no entanto este não garante a estabilidade numérica para o arrefecimento como é possível verificar na Figura 4.9 que mostra a curva da variação da temperatura, em função do tempo, para o elemento mais crítico do sistema, que no caso do arrefecimento é o ponto A', pois ao fim de 3,5 s (ver Figura 4.9) a temperatura para este ponto apresentava grandes oscilações, na ordem dos 90 K, como também não é espectável que a temperatura deste ponto ultrapasse a temperatura do fluido quente ( $T_Q = 453,15$  K).

Para garantir a estabilidade numérica do MTCA para o aquecimento, é necessário ajustar o *timestep*, até alcançar um *timestep* que não permita oscilações de amplitude crescente na curva de temperatura para o ponto A'.



**Figura 4.10 - Variação da temperatura para o ponto A', em função do tempo, para o MTCA com um intervalo de tempo de 22,49 ms.**

O maior *timestep* que garante a estabilidade (Figura 4.10) para o aquecimento é de 22,49 ms. A Figura 4.10 permite a análise da estabilidade do MTCA para o aquecimento através da curva de temperatura em função do tempo para o ponto A', e esta para um *timestep* de 22,49 ms exibe uma oscilação inicial que sucedaneamente é mitigada.

#### **4.7. Estabilidade numérica no arrefecimento**

Um modelo numérico é mais propício a fenómenos de instabilidade quando se depara, neste caso, com maiores variações de temperatura por unidade de tempo, assim a análise de instabilidade não é feita para as fases de transição de fluídos de trabalho (Troca 1 e Troca 2).

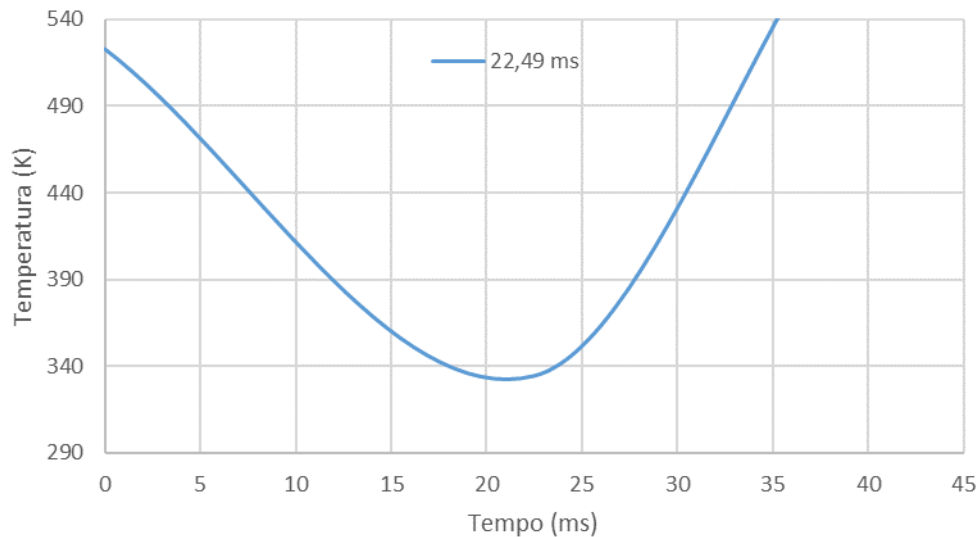
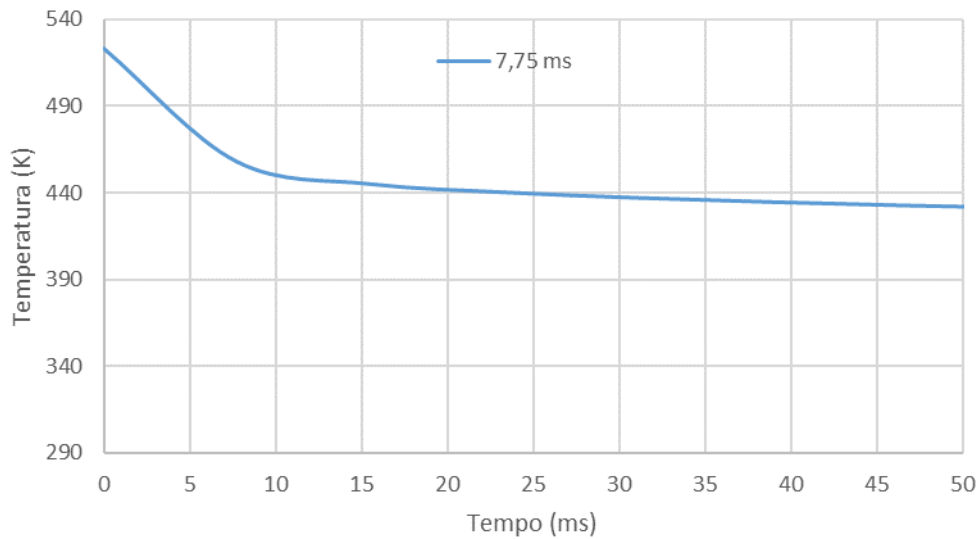


Figura 4.11 - Variação da temperatura para o ponto M', em função do tempo, para o MTCA com um intervalo de tempo de 22,49 ms.

Durante o Arrefecimento a instabilidade numérica surge de novo, na Figura 4.11, utilizando o *timestep* de 22,49 ms, ideal para o Aquecimento (Figura 4.10), mas desta vez no ponto M' no elemento fronteira entre o plástico e o molde (o elemento situa-se do lado polimérico). A Figura 4.11 mostra que a instabilidade se manifesta prontamente, ao caracterizar uma curva que sofre numa primeira instância, uma inversão de sentido de transferência de calor (fenómeno atípico), como de seguida ultrapassa a temperatura inicial para o ponto M' ( $T_{inj} = 523,15$  K), uma condição que só aconteceria na presença de geração interna de calor.

Apesar do problema não estar formulado da mesma forma como aparece na Equação [4.37], onde o valor do número de Fourier quantifica a estabilidade do sistema, este ainda se representa se como um problema de condução, só que envolvendo materiais diferentes. Com valores de temperatura para o instante anterior para o próprio ponto M' ( $T_E^P$ ) e a sua vizinhança ( $T_{E-1}^P, T_{E+1}^P$ ), é possível aplicar a formulação encontrada na Equação **Erro! A origem da referência não foi encontrada.**].





**Figura 4.12 - Variação da temperatura para o ponto M', em função do tempo, para o MTCA com um intervalo de tempo de 7,75 ms.**

Conhecendo as temperaturas anteriores é possível quantificar a variação máxima de temperatura que garanta a estabilidade do sistema. Ao assumir para o primeiro instante a temperatura dos nós plástico de 523,15 K (temperatura de injeção) e a temperatura do nó metálico de 393,15 K (temperatura do A no fim do aquecimento) a temperatura do elemento M' não poderá ser inferior a 458,15 K. Desta implementação resulta um *timestep* de 7,75 ms e 22,49 ms para o arrefecimento e o aquecimento, respetivamente. E graças a este dimensionamento o MTCA, como ilustra a Figura 4.12, torna-se estável.



## 5. Análise e Discussão de Resultados

O presente capítulo é dedicado à análise e discussão de resultados numéricos e computacionais dos casos de estudo apresentados no capítulo 3. Os resultados computacionais obtidos através do *software Solidworks*, foram identificados como modelo 1D e modelo 2D. Os resultados numéricos obtidos através do modelo de transferência de calor desenvolvido no presente trabalho foram denominados por MTCA. Os resultados obtidos no trabalho desenvolvido por Guilong *et al.* [31] foram denominados como estudo de referência.

As simulações computacionais realizadas em *Solidworks* para o modelo 2D, foram efetuadas de forma a reproduzir as condições do Estudo de Referência, e serviram para estabelecer o modelo 1D, que por sua vez, com as diferenças que se encontrarem em relação ao modelo 2D, serviram para calibrar e validar a implementação do MTCA.

A secção (5.1.) apresenta a configuração do estudo, e as secções seguintes (com a exceção da secção 5.11.) mostram análises comparativas feitas para os vários modelos, assim: na secção 5.2. comparou-se o modelo 2D com o estudo de referência para ambas as fases em estudo; na secção 5.3. comparam-se os modelos 1D e 2D para o aquecimento; na secção 5.4. comparam-se os modelos simplificados 1D-S e 2D-S para o aquecimento; a secção 5.5. trata da adimensionalização dos modelos simplificados 1D-S e 2D-S e respetiva comparação para o aquecimento; a secção 5.6. mostra o processo da transformação de variável para o modelo 1D ajustado e a comparação deste com o modelo 2D para o aquecimento; na secção 5.7. comparam-se os modelos 1D, 1D ajustado e 2D para o arrefecimento; na secção 5.8. comparou-se o modelo 2D com o MTCA para ambas as fases em estudo; na secção 5.9. comparou-se o modelo 2D com o MTCA ajustado para ambas as fases em estudo; na secção 5.10. foi feita uma comparação global entre os modelos. A secção 5.11. mostra a representação do MTCA ajustado para todo um ciclo de moldação por injeção.

### 5.1. Configuração do estudo

Para efetivamente comparar os diferentes casos de estudo para a condição de aquecimento e de arrefecimento foram estabelecidos parâmetros de controlo, nomeadamente: as temperaturas iniciais dos corpos e dos fluídos de trabalho, propriedades dos materiais afetos (ver secção 3.1.), e os coeficientes de transferência de calor por convecção (ver secção

4.4.3.). Tal como no estudo de referência, os elementos destacados para análise são os pontos A, M e N, adicionalmente foram considerados os pontos A' e M', que estão representados na Figura 5.1. Os diferentes pontos são analisados através de curvas de variação de temperatura em função do tempo, considerando diferenças percentuais nas mesmas escalas, excetuando o caso da comparação que é feita na secção 5.2. que é feita através de erro relativo.

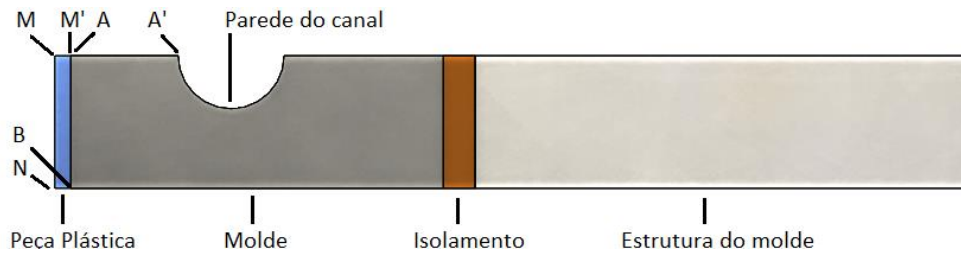


Figura 5.1 - Configuração do caso de estudo de forma bidimensional para a representação dos pontos.

## 5.2. Modelo 2D e Estudo de Referência

O modelo 2D foi implementado em *Solidworks* e replica as condições do Estudo de Referência desenvolvido por Guilong *et al.* [31], com a exceção da omissão de grande parte do volume, uma vez que este é simplificado por questões de simetria. A consideração do volume total aumentaria desnecessariamente o tempo de cálculo. Os resultados obtidos para esta primeira comparação (modelo 2D e Estudo de Referência) são apresentados na Tabela 5.1. Nesta comparação, para o aquecimento são consideradas as temperaturas dos pontos de controlo (A e B) pertencentes ao molde, para  $t = 20$  s. No arrefecimento o ponto estudado em [31] foi o ponto N (pertencente à peça plástica), que é usado nesta comparação para  $t = 24,1$  s. O erro relativo foi calculado do seguinte modo:

$$erro = 100 \times \frac{T_{ER} - T_{2D}}{T_{ER}} \quad [5.1]$$

*erro* – Erro relativo (%)

$T_{ER}$  – Temperatura para o Estudo de Referência (K)

$T_{2D}$  – Temperatura para o modelo 2D (K)

A Tabela 5.1 mostra que para o modelo 2D a fase de aquecimento, no instante  $t = 20$  s, a temperatura dos pontos A e B é respectivamente  $T_A = 405,31$  K e  $T_B = 401,37$  K. Apresentando uma grande proximidade com os resultados obtidos no Estudo de Referência, com um erro relativo de 0,141%. Para a fase de arrefecimento (Tabela 5.1), no instante  $t = 24,1$  s a temperatura do ponto de controlo N é de 373,39 K correspondendo a um erro relativo de -1,13%. Deste modo, os resultados obtidos para o modelo 2D consideram-se validados e servem de ponto de partida para o modelo 1D e subsequentemente a calibração do MTCA.

**Tabela 5.1 - Comparação de modelo 2D e Estudo de Referência**

	Aquecimento $t = 20$ s		Arrefecimento $t = 24,1$ s
	A	B	N
Estudo de Referência	404,74 K	400,83 K	377,65 K
Modelo 2D	405,31 K	401,37 K	373,39 K
Erro relativo	0,141%	0,135%	-1,128%

Nas comparações das secções subsequentes (secções 5.3.-5.10.) o erro relativo será mencionado como diferença percentual, uma vez que os modelos apresentados abaixo não se comparam com o estudo de referência.

### 5.3. Modelo 1D e modelo 2D

Após a validação do modelo 2D com o Estudo de Referência, o modelo 2D será daqui em diante utilizado como base para comparação do modelo 1D.

Considerando uma condição de aquecimento, a Figura 5.2 mostra a variação da temperatura do ponto A com o tempo para os modelos 1D e 2D, a figura inclui também as diferenças percentuais entre os modelos.

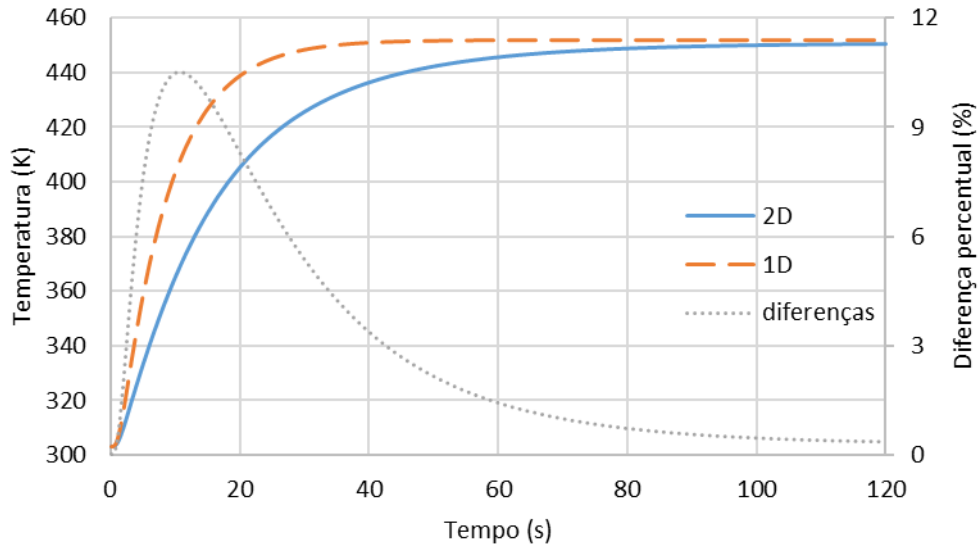


Figura 5.2 – Variação da temperatura do ponto A em função do tempo, para os modelos 2D e 1D e respectivas diferenças.

A diferença percentual entre as temperaturas obtidas no ponto A para os modelos 1D e 2D atingem um valor máximo de 10,51% (para  $t = 10,7$  s), próximo do instante de maior variação de temperatura. De seguida a diferença decai à medida que a temperatura do ponto A,  $T_A$ , se aproxima da temperatura do fluido quente ( $T_Q = 453,15$  K), para um valor médio 2,96% durante os 120 s do estudo.

A diferença observada entre os modelos 1D e 2D (ver Figura 5.2) dificulta a representação do sistema de moldação por injeção através de um modelo 1D, pois há variáveis como o *Pitch*, que não são consideradas.

O MTCA, tal como o modelo 1D, para que possam apresentar resultados próximos aos obtidos pelo modelo 2D requerem uma transformação de variável. Para tal é necessário que as curvas de temperatura em função do tempo para o ponto A sejam funções equivalentes. Esta comparação foi efetuada através de versões simplificadas dos modelos 1D e 2D, tal como apresentado na secção seguinte

#### 5.4. Modelo 1D-S e modelo 2D-S

Os modelos 1D e 2D foram simplificados para minimizar a influência de fatores externos, considerando nulas as trocas de calor para o ambiente, quer pela estrutura do molde, quer pela superfície moldante.

A Figura 5.3 mostra a variação de temperatura do ponto A para os modelos 2D e 2D Simplificado (2D-S) em função do tempo.

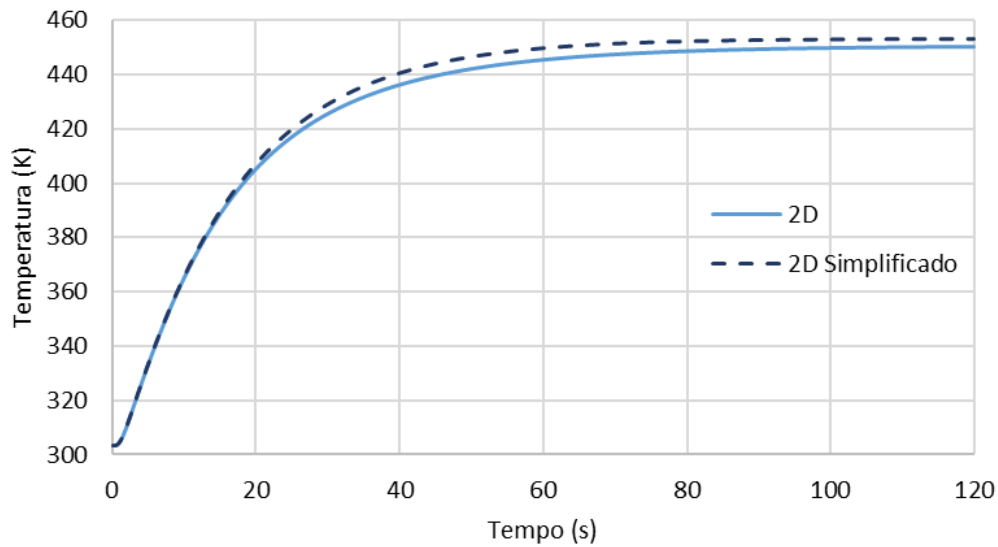


Figura 5.3 - Variação da temperatura do ponto A em função do tempo, para os modelos 2D e 2D-S.

Tal como se pode observar na Figura 5.3, para os dois casos de estudo bidimensionais (2D e 2D-S) a variação de temperatura em função do tempo é semelhante. As diferenças relativas são maiores à medida que a temperatura do ponto A estabiliza, diminuindo ligeiramente à medida que a temperatura do ponto A se aproxima da temperatura da fonte quente ( $T_Q = 453,15$  K). Esta diferença (ver Figura 5.3) é justificada pelo facto do modelo 2D-S não considerar as perdas de calor para o ambiente.

A Figura 5.4 mostra a variação de temperatura do ponto A para os modelos 1D e 1D Simplificado (1D-S) em função do tempo.

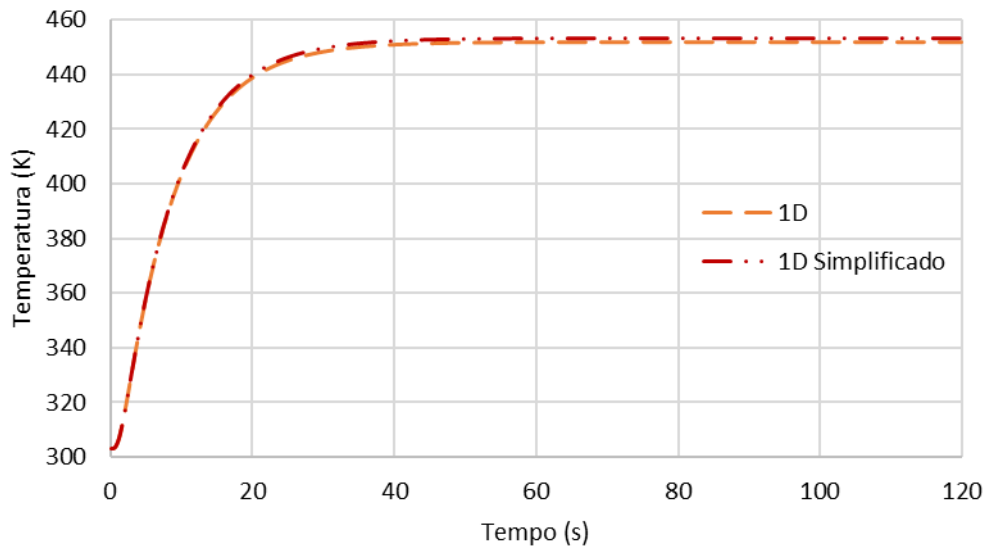
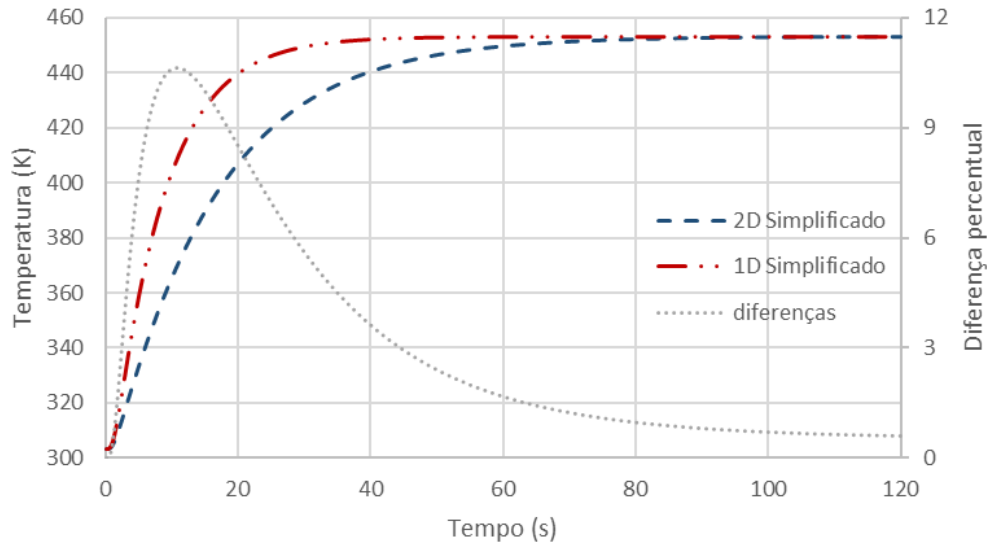


Figura 5.4 - Variação da temperatura do ponto A em função do tempo, para os modelos 1D e 1D-S.

Quando se comparam os resultados obtidos para os modelos 2D e 2D-S (ver Figura 5.3) com os resultados obtidos para os modelos 1D e 1D-S (ver Figura 5.4) observa-se que os resultados obtidos através dos modelos 1D se aproximam mais. A maior proximidade entre os modelos 1D e 1D-S (Figura 5.4) justifica-se pelo menor grau de simplificação que é efetuado no 1D para obter o 1D-S, comparativamente ao que foi feito ao 2D para obter o 2D-S, pois as trocas de calor com o ambiente que se realizavam no 1D, ocorriam apenas na superfície moldante, enquanto no 2D ocorriam também através da estrutura do molde (mais perdas).

A Figura 5.5 apresenta a variação da temperatura do ponto A em função do tempo para os modelos 1D-S e 2D-S, incluindo também a diferença percentual.





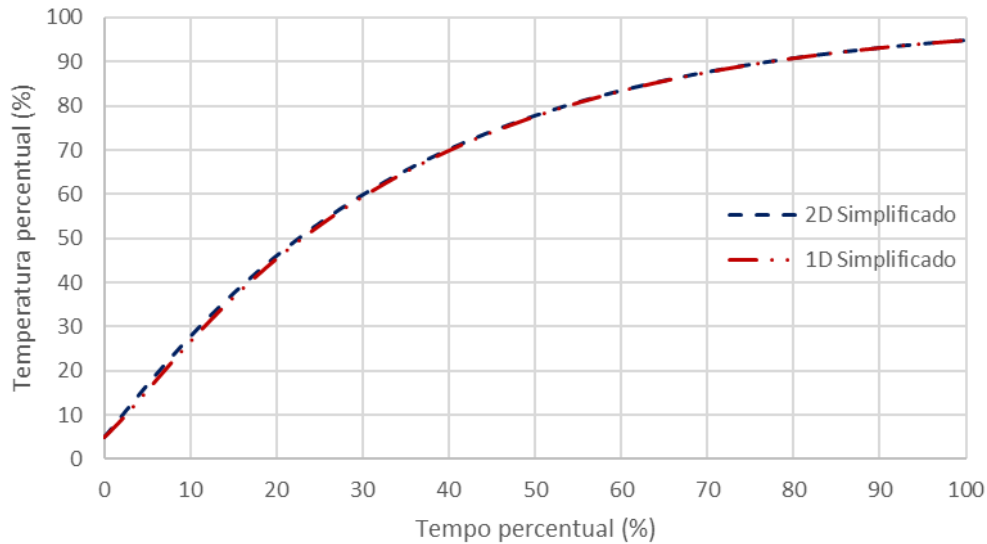
**Figura 5.5 – Variação da temperatura do ponto A em função do tempo, para os modelos 2D-S e 1D-S e respectivas diferenças.**

As diferenças observadas entre os modelos 1D e 2D (ver Figura 5.2) e os modelos 1D-S e 2D-S são da mesma ordem de grandeza (ver Figura 5.5) pois os modelos simplificados não diferem muito dos modelos originais 1D e 2D respetivamente. A diferença máxima observada foi de 10,64% (para  $t = 10,8$  s) e a diferença média foi de 3,2% ao longo dos 120 s.

### 5.5. Adimensionalização dos modelos 1D-S e 2D-S

De modo a verificar se as curvas de variação de temperatura em função do tempo para o ponto A são equivalentes, as variáveis temperatura e tempo foram adimensionalizadas (ver Figura 5.6). Para minimizar erros que possam surgir de uma análise durante o período de arranque do sistema, ou quando este se encontra próximo do equilíbrio, a escala de temperatura é truncada entre 5% e 95% do intervalo compreendido entre a temperatura ambiente ( $T_A = 303,15$  K) e a temperatura da fonte quente ( $T_Q = 453,15$  K). O tempo é adimensionalizado de forma a que o instante inicial (0%) corresponda a uma temperatura  $T_{5\%} = 310,65$  K, e o instante final (100%) corresponda a uma temperatura  $T_{95\%} = 445,65$  K para o ponto A.

A Figura 5.6 mostra a variação de temperatura percentual do ponto A para os modelos 1D-S e 2D-S em função do tempo percentual.



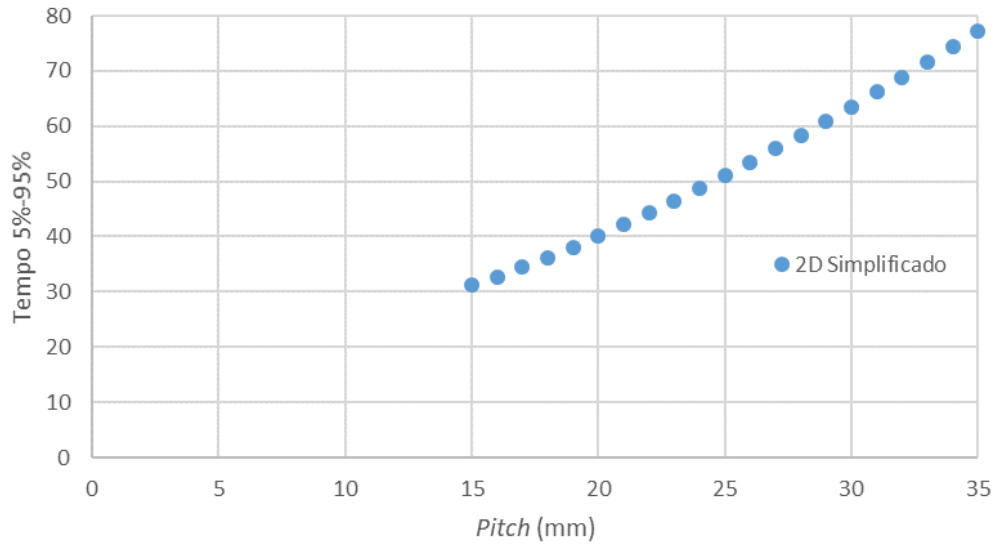
**Figura 5.6 - Variação da temperatura percentual (5%-95%) no ponto A em função do tempo percentual, para os modelos 2D-S e 1D-S.**

Com a adimensionalização é possível constatar os modelos 1D-S e 2D-S exibem curvas de variação de temperatura percentual em função do tempo percentual idênticas (Figura 5.6). A partir deste resultado foi possível realizar a transformação de uma variável como meio de aproximação entre modelos diferentes, tal como foi referido na secção 5.3.

## 5.6. Transformação de Variável

De modo a aproximar os modelos 1D e 2D, contabilizando o efeito da variação do *Pitch*, foi aplicada uma transformação de variável no modelo 2D.

A distância entre os canais de permuta de calor, ou *Pitch*, é o fator principal que distingue os modelos 1D e 2D. A Figura 5.7 mostra o efeito da variação do *Pitch* no tempo que a temperatura do ponto A demora a chegar 445,65 K (95%), começando a contagem aos 310,65 K (5%). É importante notar que o intervalo de *Pitch* estudado é de 15 mm a 35 mm, um intervalo mais abrangente do que aquele que foi estudado por Guilong *et al.* [31] que analisaram uma variação de *Pitch* que compreendia os valores de 20 mm, 25 mm e 30 mm.



**Figura 5.7 - Variação do tempo (de 310,65 K até 445,65 K) do ponto A em função do *Pitch* para o modelo 2D-S.**

A Figura 5.7 revela que a variação do *Pitch* não provoca uma variação linear no tempo necessário ( $t_{5\%-95\%}$ ) para que o ponto A, partindo da temperatura  $T_{5\%} = 310,65$  K chegue a  $T_{95\%} = 445,65$  K. Uma vez que o *Pitch* não influencia de forma diretamente proporcional o tempo de aquecimento ( $t_{5\%-95\%}$ ), a própria duração é adimensionalizada, tal como mostra a Figura 5.8. O tempo proporcional observado na Figura 5.8 é obtido da razão (Equação[5.2]) entre a duração de cada aquecimento para o 2D-S com diferentes valores de *Pitch* e o aquecimento do 1D ( $Pitch = 0$ ).

$$Tempo\ proporcional = \frac{Duração\ do\ aquecimento\ do\ 2D - S}{Duração\ do\ aquecimento\ do\ 1D - S} \quad [5.2]$$

A Figura 5.8 mostra o efeito da variação do *Pitch* no tempo proporcional que a temperatura do ponto A demora a chegar 445,65 K (95%), começando a contagem aos 310,65 K (5%).

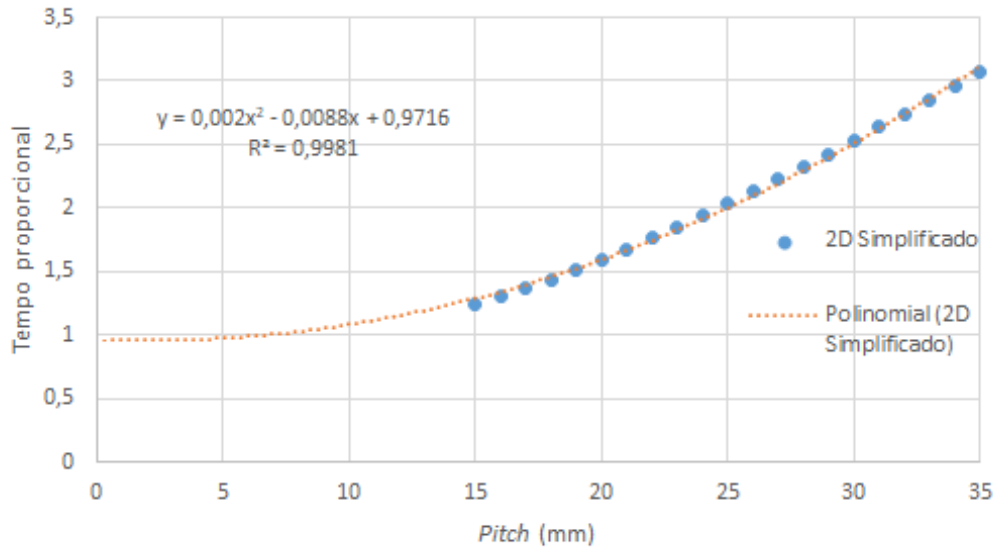


Figura 5.8 - Variação do tempo proporcional (de 310,65 K até 445,65 K) do ponto A em função do *Pitch* para o modelo 2D S.

Através dos resultados da Figura 5.8, é possível obter uma regressão de função polinomial que descreva a variação do *Pitch* com  $R^2 = 0,9981$ .

A variável a transformar será a que confere a dimensão característica do modelo 1D, a distância  $L$  compreendida entre a superfície moldante e o canal de permuta de calor (Figura 3.11). Esta dimensão  $L$ , no modelo 1D, deverá ser majorada de acordo com o aumento do *Pitch* no modelo 2D, de modo a obter resultados equivalentes.

Expressamente, da literatura [31, 33], a relação entre o tempo de aquecimento ( $t$ ) e a espessura de uma peça ( $L$ ) é quadrática (Equação [5.3]), o que permite de forma aproximada determinar a majoração do  $L$  para obter um modelo 1D ajustado equivalente ao modelo 2D.

$$t = \frac{L^2}{\pi^2 \times \alpha} \times \ln \left[ \frac{4}{\pi} \times \frac{T_A - T_Q}{T_{Alvo} - T_Q} \right] \quad [5.3]$$

Para comparar o modelo 2D (*Pitch* = 25 mm) com o modelo 1D ajustado (1D-A), o comprimento  $L$  no modelo 1D passou de 10 mm para 15,98 mm (no 1D-A).

A Figura 5.9 mostra a variação da temperatura do ponto A em função do tempo para o modelo 2D e para o modelo 1D ajustado (1D-A), a figura inclui também as diferenças percentuais entre os modelos.

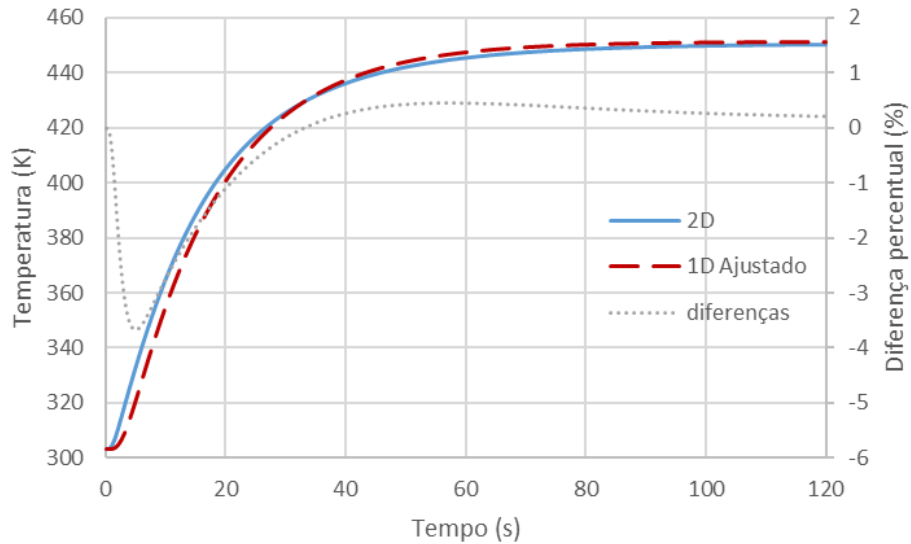
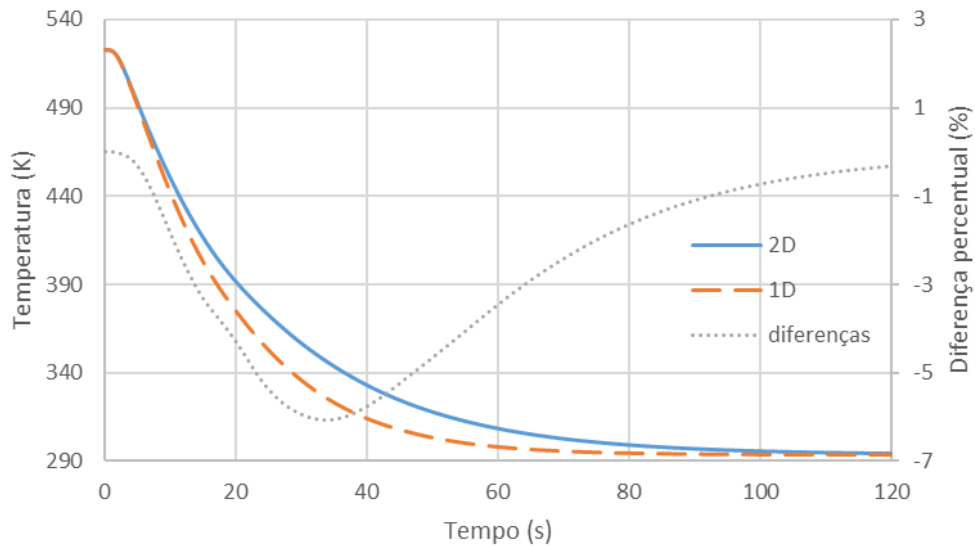


Figura 5.9 – Variação da temperatura do ponto A em função do tempo, para os modelos 2D e 1D-A e respectivas diferenças.

O ajuste do comprimento  $L$  permitiu minimizar a diferença entre os modelos computacionais (ver Figura 5.9), ao apresentar uma diferença máxima de -3,67% para  $t = 5$  s, enquanto na Figura 5.2 se observava uma diferença máxima de 10,51% para  $t = 10,7$  s e uma diferença média de apenas -0,19% (Figura 5.9) ao longo dos 120 s, ao invés da diferença média de 2,96% que se verificou na Figura 5.2.

### 5.7. Modelo 1D, modelo 1D-A e modelo 2D

Durante o arrefecimento o ponto de controlo é o ponto M, que se situa no centro da peça plástica mais próximo do canal de permuta de calor (ver Figura 5.1). A Figura 5.10 mostra a variação da temperatura do ponto M em função do tempo para o modelo 1D e o modelo 2D e a diferença percentual.



**Figura 5.10 – Variação da temperatura do ponto M em função do tempo, para os modelos 2D e 1D e respectivas diferenças.**

A Figura 5.10 revela uma diferença máxima da temperatura do Ponto M para os modelos 1D e 2D de -6,06% (para  $t = 33,9$  s), e uma diferença média de -2,71% para uma duração de 120 s. A Figura 5.10 mostra também que a atenuação das diferenças entre os modelos 1D e 2D nos instantes em que a temperatura do ponto M se encontra próxima da temperatura inicial ( $T_{inj} = 523,15$  K), ou da temperatura da fonte fria ( $T_F = 293,15$  K). Os resultados apresentados na Figura 5.10 mostram uma maior proximidade entre os perfis de temperatura para o arrefecimento do que no aquecimento (ver Figura 5.2).

A Figura 5.11 mostra a variação de temperatura no ponto M em função do tempo para o modelo 2D e o modelo 1D ajustado (1D-A) e a diferença percentual.

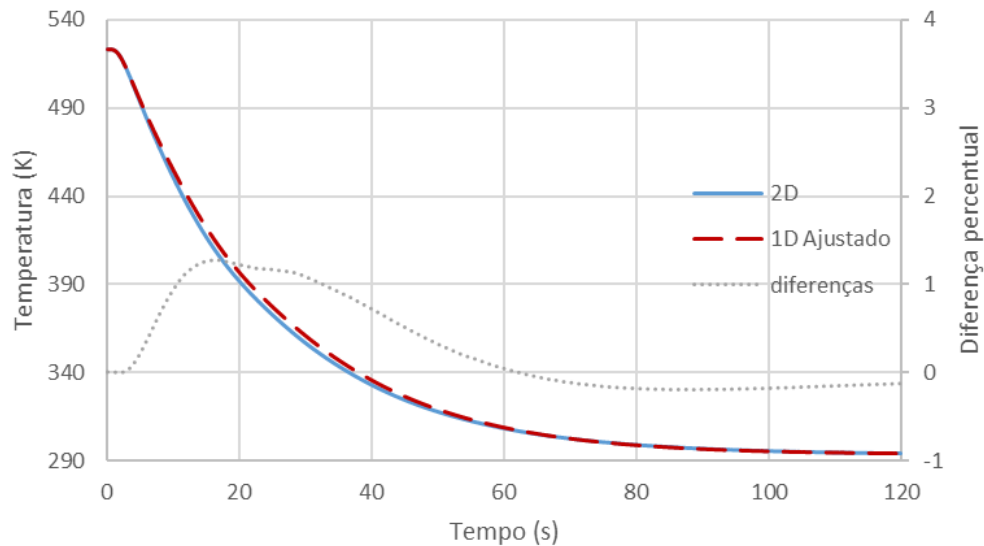


Figura 5.11 – Variação da temperatura do ponto M em função do tempo, para os modelos 2D e 1D-A e respectivas diferenças.

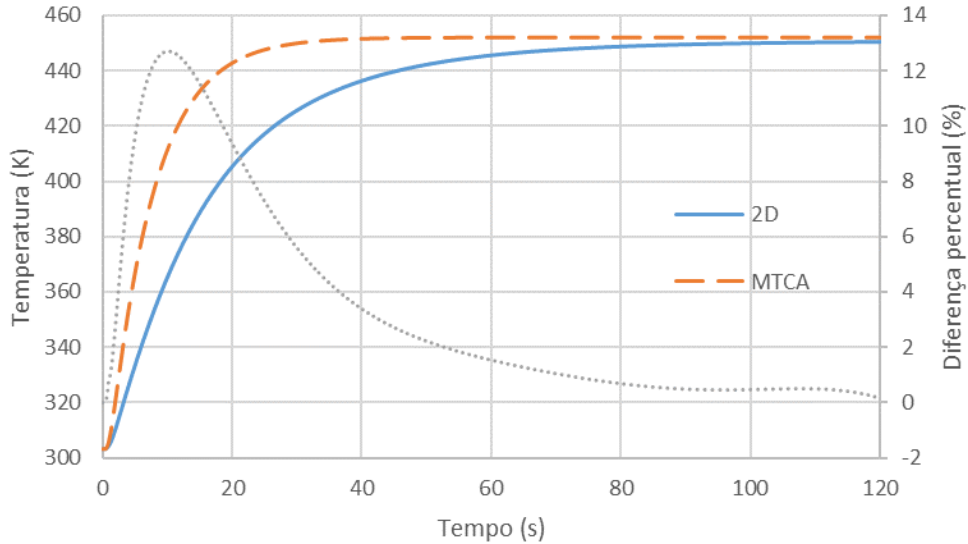
A diferença percentual observada na Figura 5.11 foi de 1,27% (para  $t = 16,7$  s) com uma diferença média de 0,28% ao longo dos 120 s, valores inferiores ao observado na Figura 5.10.

A semelhança entre a variação de temperatura dos casos de estudo computacionais 2D e 1DS (Figura 5.9 e Figura 5.11) mostram a viabilidade de uma solução numérica baseada numa construção geometricamente unidimensional, como o MTCA, mediante a transformação de uma variável.

## 5.8. Modelo 2D e MTCA

Nesta comparação as fases a ser estudadas serão o 1º Aquecimento, apresentado na Figura 5.12, e o Arrefecimento apresentado na Figura 5.13, salientando a omissão dos tempos Aquecimento, Troca 1 e 2 da comparação inicial. Pois nesta primeira análise a comparação será feita com um modelo semelhante ao Estudo de Referência, ou seja, o modelo 2D. É importante notar que o modelo 2D é um caso que não contempla os instantes de troca de fluidos de trabalho, adicionalmente considera o aquecimento quando este parte com o molde em equilíbrio térmico à temperatura ambiente.

A Figura 5.12 mostra a variação da temperatura do ponto A em função do tempo para o modelo 2D e o Modelo de Transferência de Calor Analítico (MTCA) e a diferença percentual.

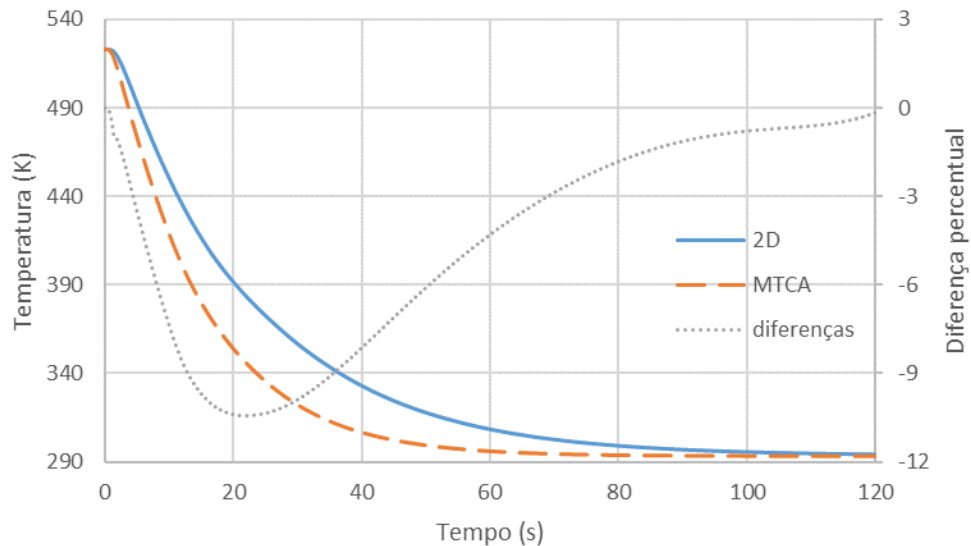


**Figura 5.12 – Variação da temperatura do ponto A em função do tempo, para o modelo 2D e o MTCA e respectivas diferenças.**

A diferença percentual máxima observada (Figura 5.12) foi de 12,7% para  $t = 10,2$  s e uma diferença média de 3,31% ao longo dos 120 s calculados. O MTCA por se tratar de um modelo unidimensional, tal como o modelo 1D anteriormente abordado, apresenta uma grande semelhança com este último. Assim o MTCA, tal como o modelo 1D, trata-se de um modelo mais rápido do que o modelo 2D, graças à inexistência de espaçamento (*Pitch*) entre os canais de permuta de calor.

A Figura 5.13 mostra a variação da temperatura do ponto M em função do tempo para o modelo 2D e o Modelo de Transferência de Calor Analítico (MTCA), e também apresentando a diferença percentual.





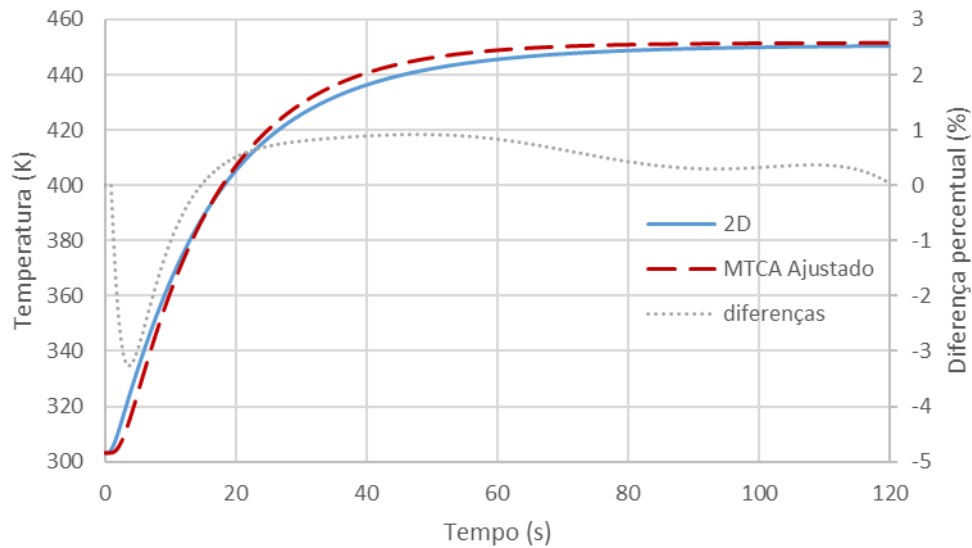
**Figura 5.13 – Variação da temperatura do ponto M em função do tempo, para o modelo 2D e o MTCA e respectivas diferenças.**

O arrefecimento considera a variação da temperatura do ponto M em função do tempo. Na comparação do 2D e MTCA para o arrefecimento (ver Figura 5.13) observou-se uma situação semelhante ao observado na comparação entre o 1D e 2D (ver Figura 5.10) onde o MTCA é um modelo que responde mais rápido do que o modelo 2D, com uma diferença média de -4,49% e uma diferença máxima de -10,44% para  $t = 21,8$  s.

### 5.9. Modelo 2D e MTCA ajustado

Da mesma forma que a dimensão característica do sistema ( $L$ ) foi ajustada para o modelo 1D ajustado (1D-A), no MTCA esta também é ajustada, para o valor de 15,98 mm.

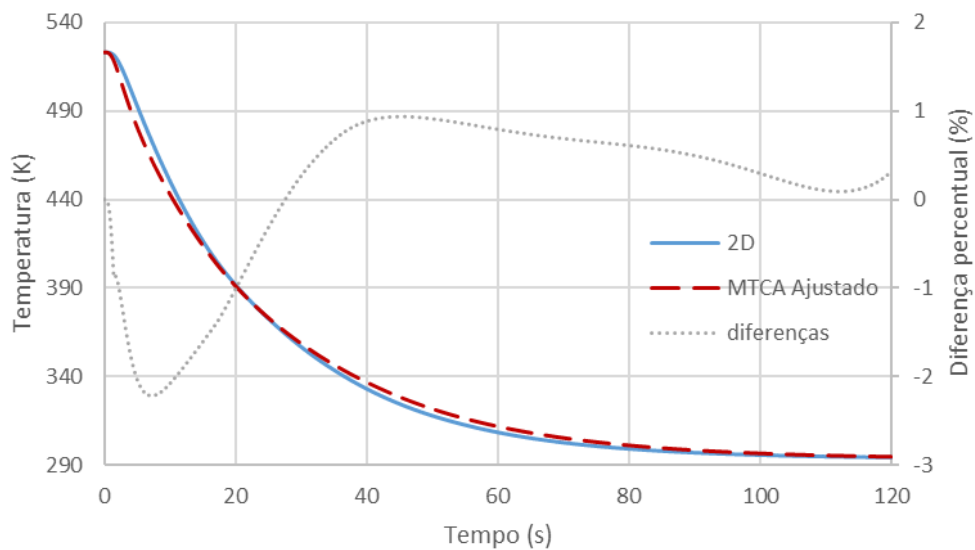
A Figura 5.14 mostra a variação da temperatura do ponto M em função do tempo para o modelo 2D e o Modelo de Transferência de Calor Analítico ajustado (MTCA-A), e também apresentando a diferença percentual.



**Figura 5.14 – Variação da temperatura do ponto A em função do tempo, para o modelo 2D e o MTCA-A e respectivas diferenças.**

Com o ajuste feito no comprimento  $L$  as variações de temperatura com o tempo para o MTCA-A e o modelo 2D aproximam-se no 1º Aquecimento (Figura 5.14) com diferenças médias de 0,32% e máxima de -3,26% (para  $t = 3,7$  s).

A Figura 5.15 mostra a variação da temperatura do ponto M em função do tempo para o modelo 2D e o MTCA-A, e também apresentando a diferença percentual.



**Figura 5.15 – Variação da temperatura do ponto M em função do tempo, para o modelo 2D e o MTCA-A e respectivas diferenças.**

A mesma aproximação (ver Figura 5.14) verifica-se no Arrefecimento (Figura 5.15) com 0,13% e -2,22% (para  $t = 7,2$  s) de diferenças médias e máximas respetivamente.

### 5.10. Comparações entre modelos

Com o MTCA ajustado, foi possível comparar os casos de estudo numéricos, o estudo de referência e o caso de estudo numérico MTCA para as mesmas condições, salientando que para poder comparar os casos de estudo que correspondem a modelos 1D, apenas os pontos A e M foram contemplados.

A Tabela 5.2 mostra uma comparação global entre os modelos elaborados neste trabalho. Para a comparação feita na fase de aquecimento foi considerado um tempo de 20 s, para o arrefecimento foi considerado o tempo de 24,1 s. Estes tempos foram seleccionados tendo em consideração os instantes de referência utilizados no estudo de referência, Guilong *et al.* [31].

**Tabela 5.2 - Comparação dos modelos 2D, 1D, 1D-A, MTCA, MTCA-A**

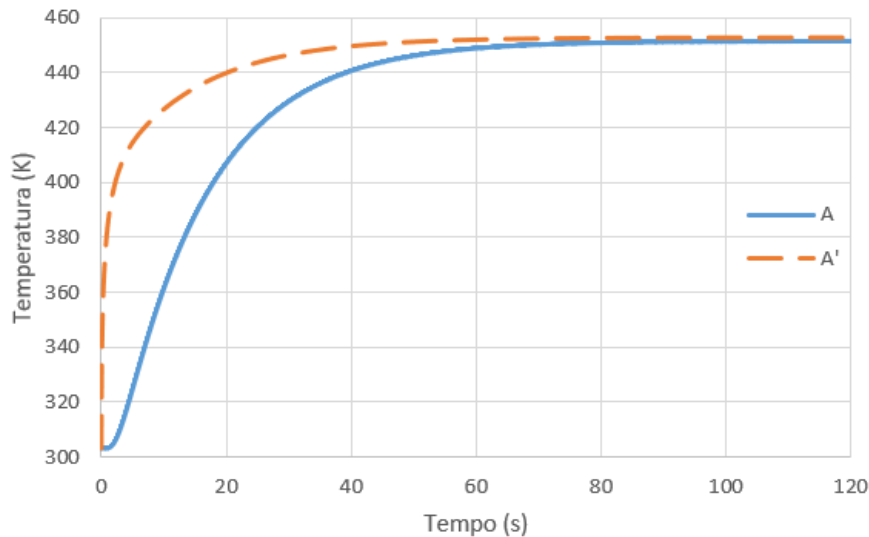
	Aquecimento $t = 20$ s		Arrefecimento $t = 24,1$ s	
	A (K)	Dif. Percentual (%)	M (K)	Dif. Percentual (%)
2D	405,31		370,90	
1D	438,93	8,29	353,57	-4,67
1D ajustado	400,90	-1,09	374,01	0,84
MTCA	442,67	9,22	338,68	-8,69
MTCA ajustado	406,74	0,35	376,31	1,46

De acordo com a Tabela 5.2 os modelos 2D, 1D-A e MTCA-A oferecem grande proximidade aos valores de referência obtidos em [31]. No entanto, como foi verificado ao longo desta discussão, estes resultados não representam plenamente o comportamento dos modelos ajustados, uma vez que estes apresentam diferenças superiores nos instantes iniciais. Desta forma pode-se afirmar que uma ferramenta como o MTCA desenvolvido pode representar de forma mais exata a duração dos tempos de um ciclo para temperaturas superficiais (alvo do aquecimento) mais altas e temperaturas de extração do polímero mais baixas.

### 5.11. MTCA-A: Representação do ciclo de Moldação por Injeção

O MTCA ajustado permite representar um ciclo de moldação por injeção, do ponto de vista da permuta de calor que ocorre no sistema molde-plástico. A aplicação do MTCA para um cenário mais completo contempla as fases de troca de fluídos de trabalho, com uma duração de 2 s cada, como também o Aquecimento (tempo que representa os aquecimentos para além do inicial). Nesta análise, os pontos observáveis são os pontos A e A' no molde e para o interior da peça plástica os pontos o M e M'.

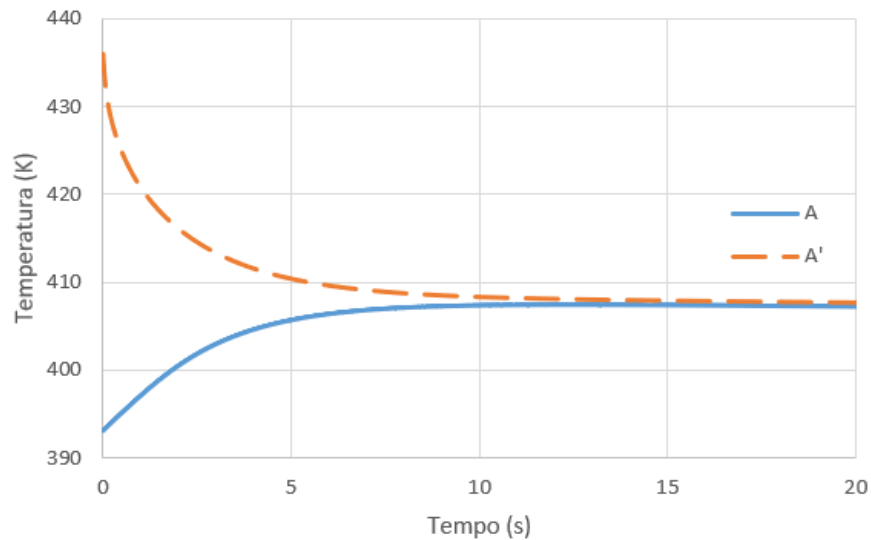
A Figura 5.16 mostra a variação da temperatura dos pontos A e A' em função do tempo para o MTCA-A, no 1º Aquecimento.



**Figura 5.16 – Variação da temperatura durante o 1º Aquecimento, nos pontos A e A', em função do tempo, para o MTCA-A.**

A Figura 5.16 representa o 1º Aquecimento, este permanece inalterado face ao estudo anterior (Figura 5.14) pois esta fase inicia-se na condição de equilíbrio dada pela temperatura ambiente (303,15 K). No entanto com a adição do elemento A', a Figura 5.16 permite observar a rapidez de resposta, em temperatura, do sistema para o elemento fronteira A', contrastando com a “inércia” inicial que ocorre no elemento A.

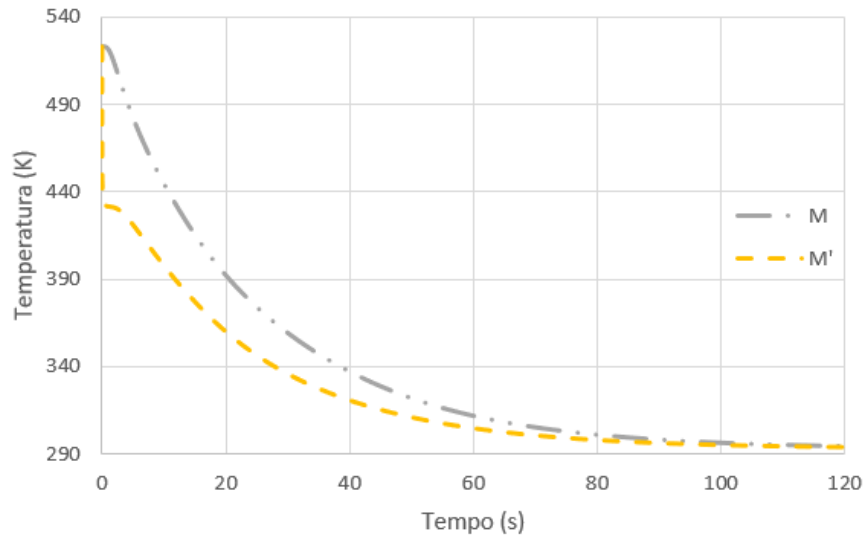
A Figura 5.17 mostra a variação da temperatura dos pontos A e A' em função do tempo para o MTCA-A, na Troca 1.



**Figura 5.17 – Variação da temperatura durante a Troca 1, nos pontos A e A', em função do tempo, para o MTCA-A.**

Durante a Troca 1 (Figura 5.17) o comportamento típico de um sistema que se rege pela equação de calor é evidente. Quando a temperatura ao longo de um corpo tende para o equilíbrio, ou neste caso a equalização de temperatura uma vez que, ainda existem perdas de calor para o exterior. Apesar da curta duração deste tempo, este foi calculado para além do estipulado para melhor demonstrar o argumento anterior.

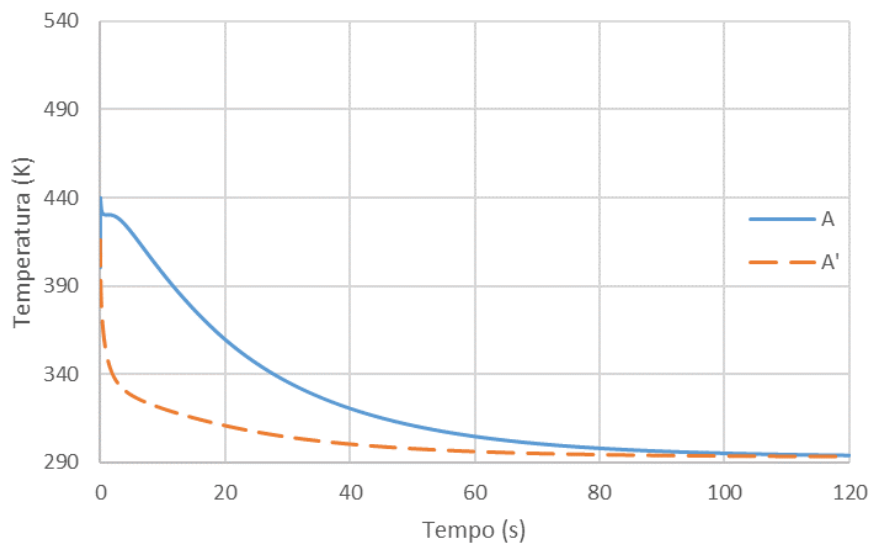
A Figura 5.18 mostra a variação da temperatura dos pontos M e M' em função do tempo para o MTCA-A, no arrefecimento.



**Figura 5.18 – Variação da temperatura durante o Arrefecimento, nos pontos M e M', em função do tempo, para o MTCA-A.**

A súbita variação de temperatura do ponto M' nos instantes iniciais deve-se a grande diferença de temperatura encontrada na vizinhança, ou seja, o ponto A.

A Figura 5.19 mostra a variação da temperatura dos pontos A e A' em função do tempo para o MTCA-A, no Arrefecimento.

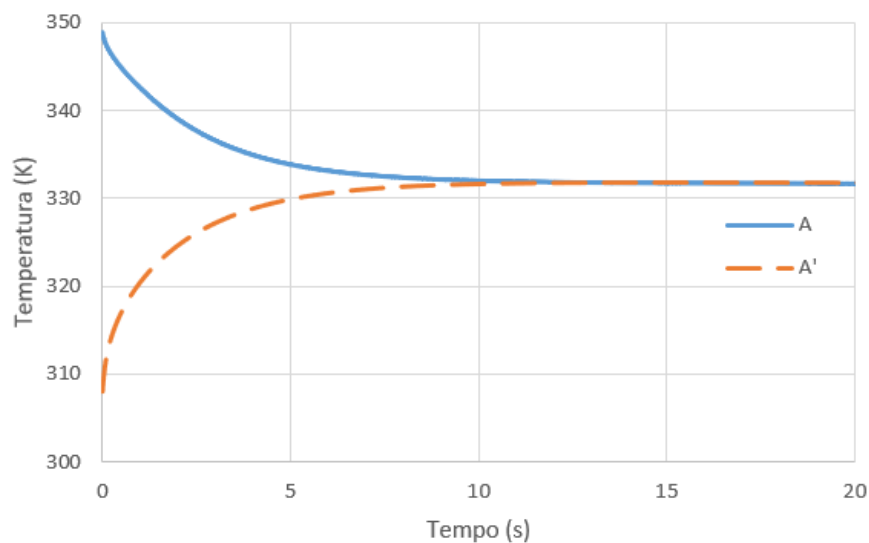


**Figura 5.19 – Variação da temperatura durante o Arrefecimento, nos pontos A e A', em função do tempo, para o MTCA-A.**

O arrefecimento representado na Figura 5.18 e Figura 5.19 difere do anterior (Figura 5.13), uma vez que o perfil de temperatura inicial para os elementos no interior do molde contabiliza o que ocorreu durante a primeira troca de fluídos de trabalho.

Nesta fase foi possível verificar, tal como mostra a Figura 5.16, a baixa variação de temperatura do último elemento do sistema, o ponto M (Figura 5.18), pois este, encontrando-se num corpo (plástico) que parte de uma temperatura constante e até que a vizinhança deste elemento não varie a sua temperatura este não o fará também. Também é patente o comportamento inverso nos restantes elementos em análise (Figura 5.18 e Figura 5.19) onde existe uma grande diferença de temperatura entre os elementos A e M', como também entre A' e a temperatura do fluído frio conjugada com o coeficiente de troca de calor por convecção forçada.

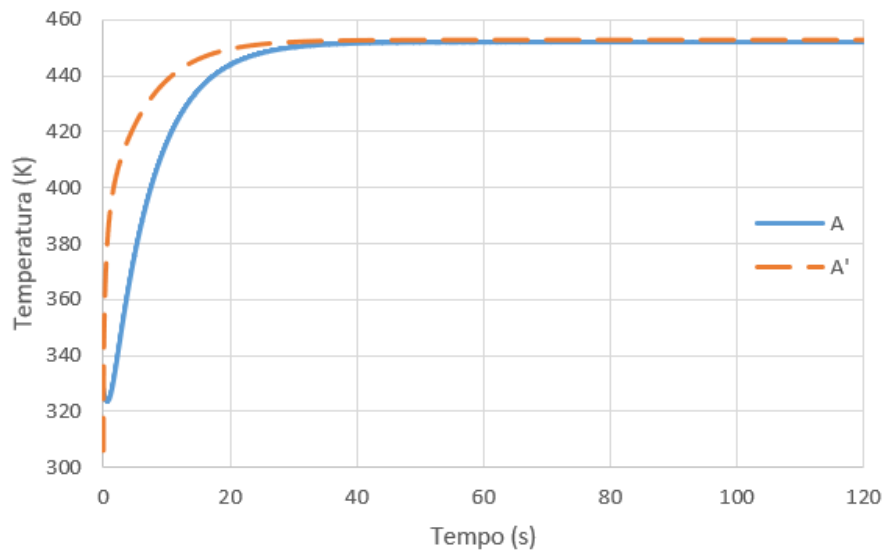
A Figura 5.19 mostra a variação da temperatura dos pontos A e A' em função do tempo para o MTCA-A, durante a Troca 2.



**Figura 5.20 - Variação da temperatura durante a Troca 2, nos pontos A e A', em função do tempo, para o MTCA-A.**

Para a segunda troca de fluídos de trabalho (frio e quente) observa-se o comportamento inverso ao obtido na Troca 1 (ver Figura 5.17). Destaca-se que neste caso (Figura 5.20) as perdas de calor para o ambiente são inferiores, uma vez que a temperatura do ponto A para a Troca 2 é inferior a temperatura na Troca 1.

A Figura 5.21 mostra a variação da temperatura dos pontos A e A' em função do tempo para o MTCA-A, no Aquecimento.

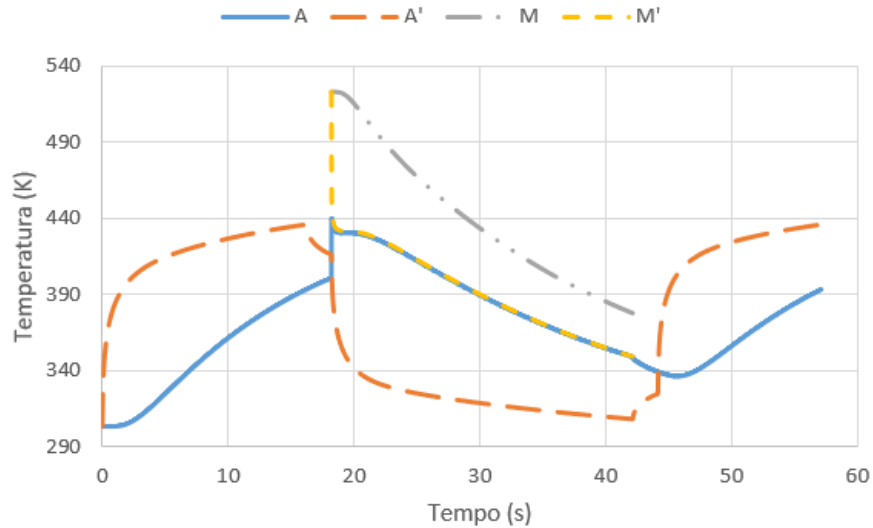


**Figura 5.21 – Variação da temperatura durante o Aquecimento, nos pontos A e A', em função do tempo, para o MTCA-A.**

A Figura 5.21 apresenta o Aquecimento que ocorre caso o ciclo de moldação por injeção seja perpetuado. O Aquecimento seguinte mostra-se próximo ao 1º Aquecimento (Figura 5.16) ao exibir curvas de variação de temperatura semelhantes e um perfil térmico (temperaturas para A e A') idêntico, para o final de ambas etapas de aquecimento. Com esta semelhança constata-se que para poder caracterizar o ciclo de moldação por injeção apenas é necessário analisar as fases presentes nesta secção.

A Figura 5.22 mostra a variação da temperatura dos pontos A, A', M e M' em função do tempo para o MTCA-A, no ciclo da moldação por injeção.





**Figura 5.22 – Variação da temperatura durante o ciclo de moldação por injeção, nos pontos A, A', M e M', em função do tempo, para o MTCA-A.**

Com a simulação de cada um dos tempos do ciclo, é possível representar a totalidade deste ciclo (juntamente com o 1º Aquecimento) com a tabela 5.4. e Figura 5.22. Com estes elementos é possível ter uma percepção do comportamento do sistema ao representar as temperaturas dos elementos nas extremidades dos corpos envolvidos. A tabela 5.4. permite constatar a duração de cada uma das fases do ciclo, tal como a temperatura dos pontos de interesse (A, A', M e M') para esses instantes. Neste último elemento, a Figura 5.22, é visível a contribuição de cada uma das fases do ciclo, destacando-se a rapidez de resposta do ponto A' que se situa na fronteira com o canal de permuta de calor. Como também o A que se tenta aproximar a temperatura do A', e a semelhança do comportamento deste primeiro com o elemento M', mostrando uma continuidade térmica ao longo dos elementos consecutivos.



## 6. Parâmetros Geométricos Otimizados

De modo a ir de encontro aos objetivos deste trabalho, o Modelo de Transferência de Calor Analítico (MTCA) permite obter a variação temperatura de qualquer ponto (na dimensão  $L$ ) em função do tempo do sistema molde/peça plástica como um permutador de calor tendo em consideração um conjunto de parâmetros iniciais. Este modelo também foi desenvolvido de forma a permitir obter parâmetros geométricos ótimos, considerando as limitações construtivas (resistência do molde ou processo de fabrico) e operacionais do sistema de moldação por injeção (temperaturas e pressões de injeção e dos fluídos de trabalho).

Neste capítulo foram obtidos os parâmetros ótimos para o projeto de um molde com as características do caso de estudo de referência. Na secção 6.1. determina-se o diâmetro dos canais, através das características dos escoamentos. Na secção 6.2. dimensiona-se a distância entre os canais a partir de um critério de resistência mecânica. Na secção 6.3. a distância entre o canal e a superfície moldante foi determinada utilizando um critério de desempenho térmico. Por último, a secção 6.4. apresenta a resolução do MTCA ajustado para os parâmetros ótimos obtidos.

### 6.1. Diâmetro do canal

A determinação do diâmetro do canal é feita com base na potência disponível para a circulação do fluído de trabalho, garantir que o escoamento é turbulento [40] ( $Re \geq 10000$ ). Garantir que o regime de escoamento é turbulento é importante pois permite aumentar as trocas de calor com o transporte de massa ao invés de depender principalmente da condução térmica do fluído (regime laminar), no entanto um escoamento excessivamente turbulento incorrerá em perdas de carga desnecessárias, diminuindo o desempenho do sistema.

Através da expressão de Darcy-Weibach para a perda de carga ( $\Delta p$ ) é possível determinar a potência requerida pelo escoamento por unidade de comprimento do canal ( $\dot{W} \times C^{-1}$ ).

$$\frac{\Delta p}{C} = \frac{f \times \rho_f \times u^2}{2 \times D}, \dot{V} = \frac{u \times \pi \times D^2}{4}$$

$$\frac{\dot{W}}{C} = \frac{\Delta p}{C} \times \dot{V} \quad [6.1]$$

$\Delta p$  – Perda de carga (Pa)

$\dot{V}$  – Caudal volúmico ( $\text{m}^3 \times \text{s}^{-1}$ )

$\dot{W}$  – Potência de circulação (W)

Na Tabela 6.1, com base nos parâmetros, do estudo de referência, presentes nas Tabela 3.3 e Tabela 4.1, estão presentes os valores calculados para o caudal volúmico ( $\dot{V}$ ), a perda de carga por comprimento ( $\Delta p \times C^{-1}$ ) e a potência de circulação por comprimento ( $\dot{W} \times C^{-1}$ ).

**Tabela 6.1 - Caudal, perda de carga e potência para os escoamentos do estudo de referência.**

Condição	Caudal volúmico	Perda de carga por comprimento	Potência de circulação por comprimento
	$\dot{V} (\text{m}^3 \times \text{s}^{-1})$	$\Delta p \times C^{-1} (\text{Pa} \times \text{m}^{-1})$	$\dot{W} \times C^{-1} (\text{W} \times \text{m}^{-1})$
Arrefecimento	$1,57 \times 10^{-4}$	5219,8	$8,20 \times 10^{-1}$
Aquecimento	$7,85 \times 10^{-5}$	894,7	$7,03 \times 10^{-2}$

Para obter um diâmetro ótimo, para a mesma potência e um escoamento completamente turbulento ( $Re \geq 10000$ ), o coeficiente de transferência de calor por convecção ( $h$ ) tem de ser maximizado através da correlação de Gnielinski (Equação [4.30]) e das equações [4.33, [4.34].

Na Tabela 6.2 são apresentados os novos parâmetros do escoamento para o diâmetro otimizado. Os parâmetros são o diâmetro do canal ( $D$ ), a velocidade do escoamento ( $u$ ), o número de Reynolds ( $Re$ ) e o coeficiente de transferência de calor por convecção ( $h$ ).

**Tabela 6.2 - Velocidade do escoamento, número de Reynolds e coeficiente de transferência de calor por convecção para o diâmetro ótimo.**

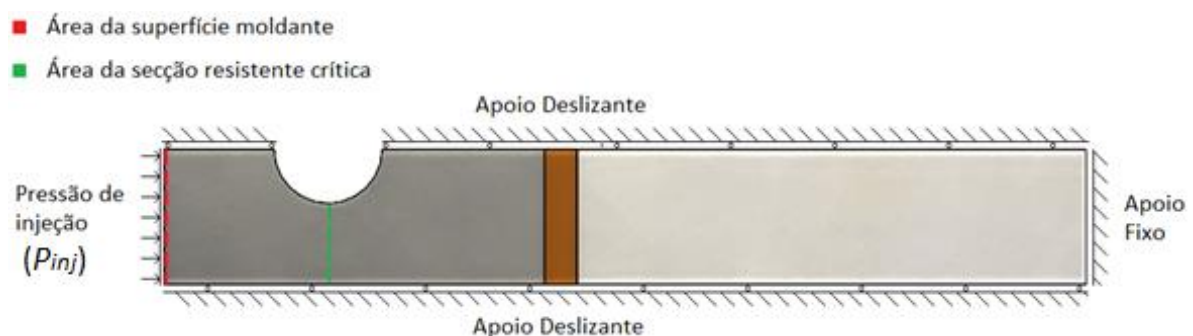
Condição	Diâmetro do canal $D$ (m)	Velocidade do escoamento $u$ (m×s <sup>-1</sup> )	Número de Reynolds $Re$ ( - )	Coeficiente de transferência de calor por convecção $h$ (W×m <sup>-2</sup> ×K <sup>-1</sup> )
Arrefecimento	$3,88 \times 10^{-3}$	2,58	10000	12255
Aquecimento	$3,88 \times 10^{-3}$	1,30	29839	14643

Com o diâmetro do canal ótimo ( $D = 3,88 \times 10^{-3}$  m) os valores do coeficiente de transferência de calor por convecção ( $h$ ), para o MTCA, aumentaram 38,15% e 50,07% para arrefecimento e aquecimento, respetivamente; face aos valores obtidos para o estudo de referência. Estes são aumentos significativos, porém o Estudo de Referência não se apresenta como uma solução ótima.

## 6.2. Distância entre os canais

A distância entre a geratriz dos canais ( $P$ ), ou *Pitch*, é uma distância que se quer minimizada pois desta forma promove uma menor variação da temperatura na superfície moldante [31]. O *Pitch* mínimo é dimensionado em função do diâmetro do canal ( $D$ ), o esforço provocado pela pressão de injeção ( $P_{inj}$ ) e a área da secção resistente ( $A'_{yz}$ ).

Na Figura 6.1 são representadas as solicitações mecânicas (pressão de injeção ( $P_{inj}$ ) e os apoios), juntamente a identificação das áreas da superfície moldante ( $A_{yz}$ ), e da secção resistente ( $A'_{yz}$ ).



**Figura 6.1 - Representação das solicitações mecânicas da moldagem por injeção com apoios deslizantes nas regiões de simetria.**

Das expressões seguintes (Equação [6.2]) é possível obter a força ( $F$ ) que resulta da aplicação da pressão de injeção ( $P_{inj}$ ) na superfície moldante ( $A_{yz}$ ), e consequentemente a tensão normal ( $\sigma_x$ ) provocada na secção resistente crítica ( $A'_{yz}$ ).

$$P_{inj} = \frac{F}{A_{yz}} \quad , \quad A_{yz} = P \times C$$
$$\sigma_x = \frac{F}{A'_{yz}} \quad , \quad A'_{yz} = (P - D) \times C \quad [6.2]$$

$P_{inj}$  – Pressão de injeção (Pa)

$F$  – Força resultante da pressão de injeção (N)

$A_{yz}$  – Área da superfície moldante (m<sup>2</sup>)

$\sigma_x$  – Tensão normal na secção resistente crítica (Pa)

$A'_{yz}$  – Área da secção resistente crítica (m<sup>2</sup>)

O produto entre a tensão normal ( $\sigma_x$ ) na secção resistente crítica ( $A'_{yz}$ ) e o fator de segurança ( $s$ ) (Equação [6.3]) não deve exceder a tensão de cedência ( $\sigma_e$ ) do material do molde.

$$\sigma_e = \sigma_x \times s \quad [6.3]$$

$\sigma_e$  – Tensão de cedência (Pa)

$s$  – Fator de segurança ( - )

No estudo de referência não estão presentes valores para a pressão de injeção ( $P_{inj}$ ), ou a tensão de cedência do material do molde ( $\sigma_e$ ), condição crítica para a resistência mecânica. No entanto através de outras fontes foi possível encontrar valores de referência,  $P_{inj} = 1,12 \times 10^8$  Pa [41] e  $\sigma_e = 8,62 \times 10^8$  Pa [42]. Para o fator de segurança ( $s$ ) foi considerado um valor de 2 para garantir uma margem de segurança adequada pois existem fatores como a influência da fadiga térmica que não são considerados.

Através da aplicação da Equação [6.4], para os parâmetros considerados nesta secção e o diâmetro ( $D = 3,88 \times 10^{-3}$  m), o valor calculado para a distância entre o centro dos canais foi  $P = 5,24 \times 10^{-3}$  m. Salienta-se que uma redução no *Pitch* (originalmente  $P = 2,5 \times 10^{-2}$  m) aumenta o número de passagens que um canal tem de fazer pela superfície moldante para conseguir um varrimento completo, ou seja, o comprimento do canal  $C$  aumenta, influenciando a perda de carga ( $\Delta p$ ) e a potência ( $\dot{W}$ ) para o escoamento.

$$P = \frac{D}{1 - P_{inj} \times \sigma_x^{-1}} \quad [6.4]$$

### 6.3. Distância entre o canal e a superfície

A distância entre o centro do canal e a superfície moldante  $L_D$  pode ser determinada em função de um critério de uniformidade da temperatura superficial do molde. O fator ( $\beta$ ), que define o critério mencionado, impõe uma proporção trigonométrica entre as dimensões  $L_D$  e  $L_P$  (ver Equação [6.5]). A Figura 6.2 mostra as dimensões  $0,5 \times P$ ,  $L_D$  e a distância entre o centro do canal de permuta de calor e o ponto (B) mais distante deste, na superfície moldante ( $L_P$ ).

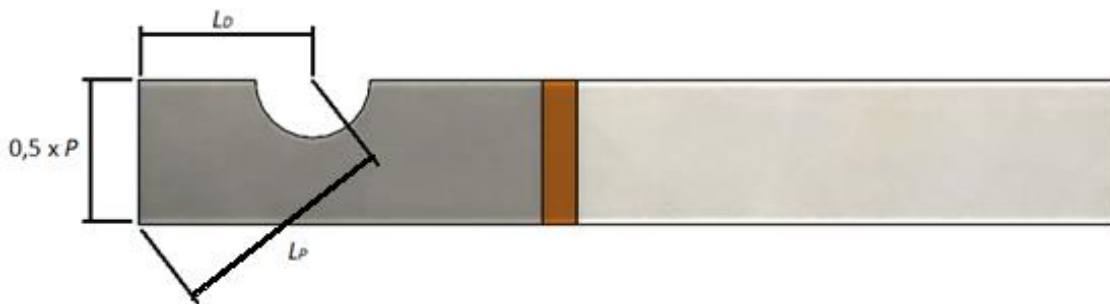


Figura 6.2 – Representação de metade do *Pitch*,  $L_D$  e  $L_P$ .

$$L_P = \frac{L_D}{\beta} \quad 0 < \beta < 1$$
$$L_P = \frac{L_D}{\beta} \quad L_D > 0,5 \times D$$

$$L_P = \sqrt{(0,5 \times P)^2 + (\beta \times L_P)^2}$$

$$L_D = \frac{0,5 \times P \times \beta}{\sqrt{(1 - \beta^2)}} \quad [6.5]$$

$L_P$  – Distância entre o centro do canal e o ponto B (m)

$\beta$  – Fator de proporcionalidade ( - )

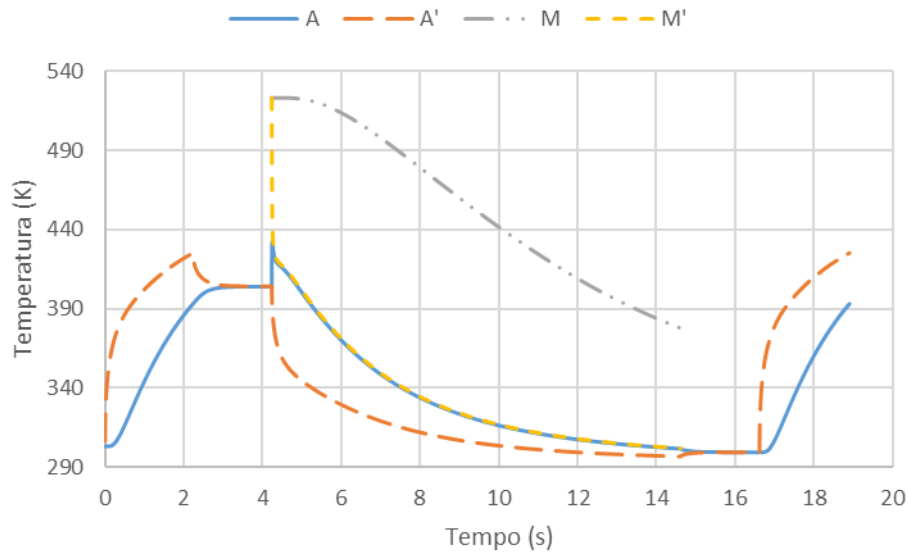
Quanto maior for a distância  $L_D$  maior é a uniformidade da temperatura na superfície moldante, e quanto maior for o fator  $\beta$  maior é a distância  $L_D$ , contudo valores maiores aumentam a duração das fases de aquecimento e arrefecimento.

Para um fator de proporcionalidade selecionado,  $\beta = 0,9$  e um *Pitch*  $P = 5,24 \times 10^{-3}$  m, o valor para a distância entre o centro do canal, e o ponto B foi  $L_D = 5,41 \times 10^{-3}$  m.

#### **6.4. MTCA-A: Representação do ciclo de Moldação por Injeção para os parâmetros ótimos**

Para a resolução do MTCA, este teve de ser ajustado da mesma forma que foi feita na secção 5.9., assim o  $L_D$  considerado no cálculo foi  $L_D = 7,09 \times 10^{-3}$  m. Adicionalmente a duração das fases Troca 1 e Troca 2 foram de 2 s, o mesmo valor encontrado na secção 5.11. A Figura 6.3 mostra os resultados dos parâmetros otimizados sobre a forma de curvas de variação de temperatura em função do tempo, para todo o ciclo, para os pontos A, A', M e M'.





**Figura 6.3 – Variação da temperatura durante o ciclo de moldação por injeção, nos pontos A, A', M e M', em função do tempo, para o MTCA-A com parâmetros ótimos.**

Da Figura 6.3 é possível verificar uma maior proximidade entre as temperaturas dos pontos A e A' do que a observada para o estudo anterior (ver Figura 5.22), uma vez que se trata de um sistema de menor dimensão, enquanto M e M' apresentam uma diferença maior, pois a sua distância apesar de permanecer inalterada o coeficiente de transferência de calor por convecção é muito maior. Na Tabela 6.3, estão presentes a duração para os aquecimentos e o arrefecimento para o MTCA-A e o MTCA-A com parâmetros ótimos e respetiva redução da duração de cada fase.

**Tabela 6.3 - Duração das fases de 1ºAquecimento, Arrefecimento e Aquecimento com respetiva redução de tempo conseguida.**

	MTCA-A	MTCA-A ótimo	Redução
	Duração (s)	Duração (s)	(%)
1ºAquecimento	16,2	2,2	86,2
Arrefecimento	24,0	10,4	56,7
Aquecimento	13,0	2,3	82,4

Com as otimizações feitas a duração das fases indicadas na Tabela 6.3 foi reduzida consideravelmente graças à redução da dimensão  $L_D$  e ao aumento do coeficiente de transferência de calor por convecção ( $h$ ), respetivamente. No entanto a redução para o

Arrefecimento (56,7%) é muito inferior à observada para as restantes fases, isto deve-se à espessura da peça plástica, pois apesar dos vários parâmetros geométricos do molde terem sido otimizados, a espessura da peça permaneceu a mesma. Adicionalmente na Tabela 6.3 é possível notar que a duração do Aquecimento para o MTCA-A ótimo é maior do que do 1º Aquecimento, fenómeno que não se verifica no MTCA-A, pois a temperatura do molde (para o MTCA-A ótimo) no fim do Arrefecimento é inferior a temperatura ambiente ( $T_{Amb}=30\text{ °C}$ ).

## 7. Conclusão

Com o objetivo de auxiliar o projeto de moldes quer na previsão de resultados, quer no dimensionamento dos parâmetros do molde, o MTCA desenvolvido neste trabalho revelou-se uma ferramenta de cálculo adequada, rápida e eficaz.

O MTCA permitiu obter o perfil de temperatura do molde na direção radial  $L$ , para qualquer instante do ciclo da moldação por injeção e a duração de cada uma das fases deste ciclo. As fases contempladas neste modelo, descrevem não só o ciclo da moldação por injeção em operação contínua, que inclui períodos de transição (Troca 1 e 2) como também descreve o arranque (1ºAquecimento), permitindo uma análise completa. Esta capacidade de previsão é uma mais valia para a otimização da operação de uma máquina de moldação por injeção, pois através dos resultados que se podem obter utilizando o MTCA, os automatismos como a abertura, o fecho, a injeção e a circulação dos fluídos de trabalho podem ser ajustados.

O MTCA permitiu obter parâmetros geométricos ótimos para a configuração do molde. Parâmetros como *Pitch*, o diâmetro do canal e a distância entre este e a peça plástica possibilitaram mais uma vez a otimização do ciclo de moldação por injeção, desta vez a partir do projeto do molde.

O MTCA desenvolvido foi validado e ajustado para poder representar o sistema molde/peça com a mesma proximidade que um modelo 2D permite, pois na sua configuração original, o MTCA não contempla os efeitos de variáveis como o *Pitch*. Apesar do ajuste efetuado ao MTCA para o aproximar ao modelo 2D, e por sua vez ao Estudo de Referência é de salientar que o erro relativo é maior (em modulo) na fase inicial depois do arranque, estabilizando depois.

A partir do trabalho desenvolvido surgem como sugestões, para a continuação de elaboração de trabalhos neste âmbito, nomeadamente na extensão do MTCA:

- I. Para que permita apresentar resultados de temperatura em função do tempo para duas dimensões geométricas, no interior do molde/peça e ao longo da superfície moldante;
- II. Para apresentar resultados de temperatura em função do tempo para o sistema numa terceira dimensão geométrica (ao longo do canal) no interior do molde/peça e ao longo da superfície moldante, através de uma abordagem axial resistiva;

- III. Caracterizar as curvas de temperatura e a cristalização em função do tempo para polímeros semicristalinos.
- IV. Para considerar os efeitos dos coeficientes de transferência de calor na interface da superfície moldante com a peça plástica, e da interface do fluído de trabalho com a superfície do canal de permuta de calor, para representar os efeitos dos depósitos formados nesta superfície (*fouling*, da literatura inglesa).

## Referências Bibliográficas

- [1] R. Coker, “Injection moulding in Europe – thriving or surviving?,” 2019. [Online]. Available: <https://www.eppm.com/industry-news/injection-moulding-europe-thriving-or-surviving/>.
- [2] FM Industry, “Plastic Injection Moulding Market Set To Double Over 10 Years,” 2018. [Online]. Available: <https://www.fmindustry.com/en/2018/perspectives/3615/Plastic-Injection-Moulding-Market-Set-To-Double-Over-10-Years-Injection-moulding-moulded-plastics-market-2018-automotive-industry-medical-industry-construction-industry-environment-market-research-Indus>.
- [3] PR Newswire, “The global injection moulding machine market was \$15,255 million in 2017, and is projected to reach \$22,323 million in 2025,” 2019. [Online]. Available: <https://www.prnewswire.com/news-releases/the-global-injection-moulding-machine-market-was-15-255-million-in-2017--and-is-projected-to-reach-22-323-million-in-2025--300823103.html>.
- [4] Grand View Research, “Injection Molded Plastics Market Size, Share & Trends Analysis Report By Raw Material (Polypropylene, ABS, HDPE, Polystyrene), By Application (Packaging, Electronics, Medical), And Segment Forecasts, 2019 - 2025,” 2019. [Online]. Available: <https://www.grandviewresearch.com/industry-analysis/injection-molded-plastics-market>.
- [5] M. R. Hannah Ritchie, “Plastic Pollution,” 2018. [Online]. Available: <https://ourworldindata.org/plastic-pollution>.
- [6] Sealect Plastics, “What’s Coming In 2019 For Injection Molding and Manufacturing?,” 2018. [Online]. Available: <https://sealectplastics.com/news/whats-coming-in-2019-for-injection-molding-and-manufacturing/>.
- [7] P. Trojman, “Injection Moulding Trends in 2018,” 2018. [Online]. Available: <https://www.totalplasticssolutions.com.au/injection-moulding-trends-2018/>.
- [8] Plastivision, “Plastic Injection Molding Industry Trends in 2018,” 2018. [Online]. Available: <https://www.plastivision.org/blog/plastic-injection-molding-industry-trends-in-2018/>.
- [9] AMT, “AN OVERVIEW OF METAL & CERAMIC INJECTION MOLDING TECHNOLOGY AND MANUFACTURING PROCESS,” 2018. [Online]. Available:

<http://www.amt-mat.com/wp-content/uploads/2018/03/Preview.mim-technology-process.pdf>.

- [10] MarketWatch, “Injection Molded Plastic Market By Industry Growth, Applications and Regional Analysis,” 2019. [Online]. Available: <https://www.marketwatch.com/press-release/injection-molded-plastic-market-by-industry-growth-applications-and-regional-analysis-2019-03-08>.
- [11] J. Williams, “Injection Molding Cooling Time: A Breakdown,” *Electronic Component News*, 2017. [Online]. Available: <https://www.ecnmag.com/news/2017/10/injection-molding-cooling-time-breakdown>.
- [12] J.-F. Agassant, P. Avenas, M. Vincent, B. Vergnes e P. J. Carreau, “Injection Molding,” em *Polymer Processing*, Hanser, 2017, pp. 521-579.
- [13] J. Vlachopoulos e D. Strutt, “Polymer processing,” *Materials Science and Technology*, vol. 19, pp. 1161-1169, 2003.
- [14] S. Kulkarni, “Injection Molding and Molding Machines,” em *Robust Process Development and Scientific Molding*, Hanser, 2017, pp. 109 - 131.
- [15] W. G. Frizelle, “Injection Molding Technology,” em *Applied Plastics Engineering Handbook*, Myer Kutz, 2017, pp. 191 - 202.
- [16] J. W. Hyatt, “Improvement in processes of coating billiard-balls, knife-handles”. Patente US114945A, 1871.
- [17] LyondellBasel, “LyondellBasel,” [Online]. Available: <https://www.lyondellbasell.com/globalassets/documents/polymers-technical-literature/a-guide-to-polyolefin-injection-molding.pdf?id=13940>.
- [18] J. M. Fischer, “Introduction to Injection Molding,” em *Handbook of Molded Part Shrinkage and Warpage*, William Andrew, 2013, pp. 1 - 7.
- [19] Custompart.net, “Injection Molding,” [Online]. Available: <https://www.custompartnet.com/wu/InjectionMolding>.
- [20] Polymer Science Learning Centre, “The Glass Transition,” 2003. [Online]. Available: <https://pslc.ws/macrog/tg.htm>.
- [21] School of Materials Science and Engineering, “Crystalline or Amorphous,” [Online]. Available: <http://www.materials.unsw.edu.au/tutorials/online-tutorials/5-crystalline-or-amorphous>.

- [22] H. Su, “How to optimize the injection cycle time?,” 2016. [Online]. Available: <https://taaiglobal.com/2013/04/17/how-to-optimize-the-injection-cycle-time/>.
- [23] S.-C. Chen, W.-R. Jong, Y.-J. Chang, J.-A. Chang e J.-C. Cin, “Rapid mold temperature variation for assisting the micro injection of high aspect ratio micro-feature parts using induction heating technology,” *Micromechanics and Microengineering*, vol. 16, pp. 1783 - 1791, 2006.
- [24] S. Zhang, “Optimizing the Filling Time and Gate of the Injection Mold on Plastic Air Intake Manifold of Engines,” *Information Technology Journal*, vol. 12, pp. 2473 - 2480, 2013.
- [25] Santa Clara University Engineering Design Center, “Shrinkage and warpage,” [Online]. Available: [http://www.dc.engr.scu.edu/cmdoc/dg\\_doc/develop/process/physics/b3500001.htm](http://www.dc.engr.scu.edu/cmdoc/dg_doc/develop/process/physics/b3500001.htm).
- [26] Autodesk, “11 Factors for Efficient Mold Cooling,” 2017. [Online]. Available: <https://damassets.autodesk.net/content/dam/autodesk/www/mech-eng-ressource-center/cae-analyst/assets/fy17-mold-engineer-11-factors-mold-cooling-ebook-en.pdf>.
- [27] InjectionMoldingPlastic, “Injection Mold Cooling Design,” [Online]. Available: <http://www.injectionmoldingplastic.com/injection-mold-cooling-design.html>.
- [28] H. Hassan, N. Regnier, C. L. Bot e G. Defaye, “3D study of cooling system effect on the heat transfer during polymer injection molding,” *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 49, pp. 161 - 169, 2010.
- [29] Santa Clara University Engineering Design Center, “Weld lines and meld lines,” [Online]. Available: [http://www.dc.engr.scu.edu/cmdoc/dg\\_doc/develop/trouble/weldmeld/f6000001.htm](http://www.dc.engr.scu.edu/cmdoc/dg_doc/develop/trouble/weldmeld/f6000001.htm).
- [30] Santa Clara University Engineering Design Center, “Sink marks and voids,” [Online]. Available: [http://www.dc.engr.scu.edu/cmdoc/dg\\_doc/develop/trouble/sinkmark/f5000001.htm](http://www.dc.engr.scu.edu/cmdoc/dg_doc/develop/trouble/sinkmark/f5000001.htm).
- [31] W. Guilong, G. Zhao, L. Huiping e G. Yanjin, “Analysis of thermal cycling efficiency and optimal design of heating/cooling systems for rapid heat cycle injection molding process,” *Materials & Design*, vol. 31, pp. 3426 - 3441, 2010.
- [32] Nuclear-Power, “Thermal Resistance – Analogy to Electric Resistance,” [Online]. Available: <https://www.nuclear-power.net/nuclear-engineering/heat->

transfer/thermal-conduction/thermal-resistance-thermal-resistivity/thermal-resistance-analogy-to-electric-resistance/.

- [33] B. Pignon, V. Sobotka, N. Boyard e D. Delaunay, “Improvement of heat transfer analytical models for thermoplastic injection molding and comparison with experiments,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 118, pp. 14 - 26, 2018.
- [34] M. Babenko, J. Sweeney, P. Petkov, F. Lacan, S. Bigot e B. Whiteside, “Evaluation of heat transfer at the cavity-polymer interface in microinjection moulding based on experimental and simulation study,” *Applied Thermal Engineering*, vol. 130, pp. 865 - 876, 2018.
- [35] A. Salih, “Classification of Partial Differential Equations and Canonical Forms,” 2014.
- [36] W. A. Strauss, PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS AN INTRODUCTION, John Wiley & Sons, 2008.
- [37] M. J. Hancock, “The 1-D Heat Equation,” 2006.
- [38] FLOW-3D, “Numerical Instability,” [Online]. Available: <https://www.flow3d.com/resources/cfd-101/numerical-issues/numerical-instability/>.
- [39] Nuclear-Power, “Dittus-Boelter Equation,” [Online]. Available: <https://www.nuclear-power.net/nuclear-engineering/heat-transfer/convection-convective-heat-transfer/dittus-boelter-equation/>.
- [40] Santa Clara University Engineering Design Center, “Design rules,” [Online]. Available: [http://www.dc.engr.scu.edu/cmdoc/dg\\_doc/develop/design/cooling/31000005.htm#207220](http://www.dc.engr.scu.edu/cmdoc/dg_doc/develop/design/cooling/31000005.htm#207220).
- [41] J. M. Fischer, Handbook of Molded Part Shrinkage and Warpage, William Andrew, 2013.
- [42] ASTMSTEEL, “What is P20 Steel,” [Online]. Available: <https://www.astmsteel.com/product/p20-steel-plate-1-2311-3cr2mo-mold-tool-steel/>.
- [43] Nuclear-Power, “Thermal Conduction - Heat Conduction,” [Online]. Available: <https://www.nuclear-power.net/nuclear-engineering/heat-transfer/thermal-conduction/>.



- [44] J. Li, T. Li, Y. Jia, S. Yang, S. Jiang e L.-S. Turng, “Modeling and characterization of crystallization during rapid heat cycle,” *Polymer Testing*, vol. 71, pp. 182 - 191, 2018.