



Análise de risco de mercado e otimização de portfólio com o RStudio e Shiny

Mestrado em Ciência de Dados

Miguel Passagem Góis

Leiria, setembro de 2023



Análise de risco de mercado e otimização de portfólio com o RStudio e Shiny

Mestrado em Ciência de Dados

Miguel Passagem Góis

Trabalho de Projeto realizado sob a orientação do Professor Doutor José Maria Gouveia Martins

Leiria, setembro de 2023

Originalidade e Direitos de Autor

O presente relatório de projeto é original, elaborado unicamente para este fim, tendo sido devidamente citados todos os autores cujos estudos e publicações contribuíram para o elaborar.

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição de que seja mencionado o Autor e feita referência ao ciclo de estudos no âmbito do qual o mesmo foi realizado, a saber, Curso de Mestrado em Ciência de Dados, no ano letivo 2022/2023, da Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Leiria, Portugal, e, bem assim, à data das provas públicas que visaram a avaliação destes trabalhos.

Agradecimentos

Gostaria de expressar os meus sinceros agradecimentos a todas as pessoas que tornaram possível a conclusão deste trabalho. Este projeto foi sem dúvida, uma jornada desafiadora, repleta de aprendizagem e desenvolvimento tanto pessoal como profissional, que não teria sido alcançado sem o apoio e contribuição de algumas pessoas.

Em primeiro lugar, agradeço ao meu orientador, o Professor Doutor José Maria Gouveia Martins, pela orientação valiosa, paciência, calma e encorajamento ao longo deste processo e por ter acreditado sempre neste projeto, sendo que todas as suas orientações foram fundamentais para dar forma ao mesmo.

Agradeço também aos meus colegas do mestrado de Ciência de Dados e amigos que estiveram ao meu lado e que sempre ajudaram no que fosse preciso.

À minha família, quero expressar meu profundo agradecimento pelo apoio inabalável, tendo sido sempre a minha fonte de inspiração e motivação ao longo de todo o meu percurso.

Não posso deixar de agradecer a minha namorada Madalena que esteve ao meu lado em todas as etapas deste processo. O apoio incondicional transmitido e compreensão constante, foram fundamentais para minha perseverança e sucesso neste projeto.

Este projeto representa um marco importante no meu percurso académico, e estou profundamente grato a todos os que fizeram parte desta jornada.

Resumo

Este projeto tem como tema a análise de risco de mercado e por consequente a otimização de portfólio, utilizando a linguagem de programação R no ambiente RStudio, e explora o mercado financeiro com o objetivo de fornecer *insights* de forma a facilitar decisões informadas para o investidor.

A base essencial do projeto é a análise e estudo dos retornos de ações de quatro empresas que compõem o índice de mercado S&P 500, sendo elas a Apple Inc., Tesla Inc., Microsoft Corporation e Johnson & Johnson. A análise é realizada sobre o desempenho destas empresas separadamente e em conjunto de forma a entender melhor a dinâmica de mercado e o método de otimização do portfólio.

É através de várias métricas como a volatilidade, indicadores Beta, Índice de Sharpe, ou Value at Risk (VaR) que é possibilitado compreender o risco de mercado inerente aos ativos e ao portfólio. O projeto utiliza modelos de séries temporais para prever tendências futuras em alguns destes indicadores, facultando uma visão futura do risco associado.

O projeto passa também por utilização de algumas técnicas de otimização de portfólio de forma a ser possível construir diferentes portfólios para três tipos de otimização, o portfólio que minimiza o risco, o portfólio que maximiza o retorno e o portfólio ótimo, permitindo assim, dependendo dos interesses do investidor, escolher aquele que mais se adequa ao seu perfil de risco.

Por último, o projeto culmina no desenvolvimento de uma plataforma iterativa pelo pacote Shiny do RStudio, que serve como ferramenta para que o utilizador possa facilmente obter os *insights* necessários para a gestão do risco de mercado e para a otimização de um portfólio, permitindo aos utilizadores tomar decisões bem informadas.

Palavras-chave: Risco, Otimização, Portfólio, Previsão, Volatilidade, Séries Temporais

Abstract

This project focuses on market risk analysis and portfolio optimization, utilizing the R programming language within the RStudio environment. It explores the financial market to provide insights aimed at facilitating informed decision-making for investors.

The project's core foundation lies in the analysis and study of stock returns from four companies that constitute the S&P 500 market index: Apple Inc., Tesla Inc., Microsoft Corporation, and Johnson & Johnson. The analysis is conducted on the performance of these companies individually and collectively to gain a deeper understanding of market dynamics and portfolio optimization methods.

Several metrics, including volatility, Beta indicators, the Sharpe ratio, and Value at Risk (VaR), are employed to comprehend the inherent market risk associated with assets and portfolios. Time series models are utilized to forecast future trends in some of these indicators, offering a forward-looking perspective on associated risks.

The project also incorporates portfolio optimization techniques to construct different portfolios for three optimization types: minimizing risk, maximizing returns, and an optimal portfolio. This flexibility allows investors to select the portfolio that best aligns with their risk profile and investment preferences.

Ultimately, the project concludes with the development of an interactive platform using the Shiny package in RStudio. This platform serves as a user-friendly tool for obtaining essential insights into market risk management and portfolio optimization, empowering users to make well-informed investment decisions.

Keywords: Risk, Optimization, Portfolio, Forecast, Volatility, Time Series

Índice

Originalidade e Direitos de Autor	iii
Agradecimentos	iv
Resumo	v
Abstract	vi
Lista de Figuras	x
Lista de tabelas	xii
Lista de siglas e acrónimos.....	xiii
1. Introdução	1
1.1. Objetivos.....	2
1.2. Estrutura do Trabalho	3
2. Ativos em análise	4
2.1. Apple Inc.	4
2.2. Tesla, Inc.	4
2.3. Microsoft Corporation	5
2.4. Johnson & Johnson	5
3. O Risco.....	6
3.1. Risco financeiro	7
3.1.1. O risco de mercado:	7
3.1.2. Risco de Crédito:	8
3.1.3. Risco Operacional:	9
3.1.4. Risco de Liquidez:	9
3.2. A diversificação e otimização do portfolio	9
4. Medição do Risco	12
4.1. Os preços e os retornos.....	12
4.2. Análise da distribuição dos retornos.....	14
4.2.1. <i>Skewness</i>	14
4.2.2. <i>Kurtosis</i>	15
4.3. Análise da correlação entre os ativos	16

4.4.	Medidas essenciais de Risco	17
4.4.1.	Volatilidade	17
4.4.2.	Índice de Sharpe	19
4.4.3.	Índice Beta.....	19
4.4.4.	Value at Risk (VaR)	20
5.	Séries Temporais	22
5.1.	Análise de dados	24
5.1.1.	Decomposição da variação	24
5.1.2.	Estacionaridade	26
5.1.3.	Funções de Autocorrelação e Autocorrelação Parcial.....	26
5.2.	Modelos de Previsão.....	27
5.2.1.	ARMA.....	27
5.2.1.1.	MA	27
5.2.1.2.	AR	28
5.2.2.	ARIMA.....	29
5.2.3.	ARCH e GARCH	29
5.2.3.1.	ARCH.....	29
5.2.3.2.	GARCH.....	29
5.2.4.	eGARCH	30
5.2.5.	iGARCH.....	31
5.2.6.	GJR-GARCH	31
5.2.7.	Método Bootstrap	32
5.2.8.	Método ugarchroll	33
5.2.9.	Dynamic Conditional Correlation (DCC)	33
5.3.	Diagnosticar e avaliar modelos de volatilidade	34
5.3.1.	AIC e BIC.....	34
6.	Implementação	36
6.1.	Análise e tratamento dos dados.....	36
6.1.1.	Preços	36
6.1.2.	Retornos	41
6.1.3.	Medidas estatísticas dos retornos	43
6.1.4.	Desempenho dos retornos	48
6.2.	Medidas de Risco.....	50
6.2.1.	Volatilidade	50
6.2.2.	Volatilidade do Portfólio	58
6.2.3.	Índice de Sharpe	66
6.2.4.	Índice Beta.....	67
6.2.5.	Value at Risk (VaR)	67
6.2.6.	Value at Risk do Portfólio.....	72

6.3. Otimização do Portfólio	75
6.3.1. Minimização do risco do portfólio	76
6.3.2. Portfólio ótimo.....	77
6.3.3. Maximizar Retorno.....	78
6.3.4. Análise dos resultados	79
6.4. Plataforma Shiny	86
7. Conclusão	89
8. Bibliografia.....	91
9. Anexos.....	94
9.1. Anexo A	1
9.2. Anexo B.....	3

Lista de Figuras

Figura 3.1 - Fronteira eficiente (Hanicova, s.d.)	10
Figura 4.1 - Gráficos Skewness (Skewness, s.d.).....	15
Figura 4.2 - - Gráfico <i>Kurtosis</i> (Vibration analysis metrics: <i>Kurtosis</i> and <i>Skewness</i> , s.d.).....	16
Figura 4.3 - Gráfico Value at Risk e CVAR (Pfaff, 2013).....	21
Figura 5.1 - Série Temporal: Preços das ações da Johnson & Johnson de 1960 a 1980	23
Figura 5.2 Decomposição da Série Temporal dos Preços das ações da Johnson & Johnson	25
Figura 5.3 - Gráficos ACF e PACF dos Preços das ações da Johnson & Johnson.....	27
Figura 6.1 – Preços de fecho ajustados das ações nos últimos cinco anos	36
Figura 6.2 – Preços de fecho ajustados do Índice S&P 500	37
Figura 6.3 – Decomposição das séries temporais dos preços das ações.....	38
Figura 6.4 – Gráficos ACF das séries temporais dos preços dos ativos	40
Figura 6.5 – Séries temporais dos retornos dos ativos	41
Figura 6.6 – Retornos do Portfólio.....	42
Figura 6.7 – Distribuição dos retornos dos ativos	46
Figura 6.8 - Distribuição dos retornos do Portfólio.....	46
Figura 6.9 – Matriz de correlação dos retornos dos ativos	47
Figura 6.10 – Gráficos do desempenho dos ativos.....	49
Figura 6.11 - Gráfico do desempenho do Portfólio.....	49
Figura 6.12 - Gráficos ACF e PACF dos retornos dos ativos	51
Figura 6.13 - Volatilidade condicional dos ativos.....	56
Figura 6.14 - Previsão da volatilidade utilizando o método Bootstrap	58
Figura 6.15 - Volatilidade do portfólio com o modelo DCC	61
Figura 6.16 - Volatilidade condicional do portfólio com modelo GARCH	63
Figura 6.17 - Previsão da volatilidade do portfólio utilizando o método Bootstrap.....	64
Figura 6.18 - Índice Sharpe dos ativos, portfólio e índice de mercado	66
Figura 6.19 - Coeficientes beta em relação ao índice de mercado	67
Figura 6.20 - Value at Risk dos ativos através do método <i>ugarchroll</i>	69

Figura 6.21 - Previsão do VaR para todos os ativos.....	71
Figura 6.22 - VaR do portfólio.....	73
Figura 6.23 - Previsão do VaR para o portfólio.....	74
Figura 6.24 – Portfólio com risco mínimo.....	76
Figura 6.25 – Portfólio ótimo.....	77
Figura 6.26 – Portfólio com maximização do retorno.....	78
Figura 6.27 - Volatilidades previstas para os portfólios otimizados.....	82
Figura 6.28 - VaR para os portfólios otimizados.....	84
Figura 6.29 - Plataforma Shiny: Ativo.....	86
Figura 6.30 - Plataforma Shiny: Portfólio.....	87
Figura 6.31 - Plataforma Shiny: Otimização do Portfólio.....	88

Lista de tabelas

Tabela 1 - Valorização do preço das Ações	37
Tabela 2 - Valorização do preço do Índice	37
Tabela 3 - Teste ADF nas séries temporais dos preços	40
Tabela 4 - Pesos de cada ativo	42
Tabela 5 - Teste ADF nas séries temporais dos retornos	43
Tabela 6 - Teste ADF na série temporal dos retornos do Portfólio	43
Tabela 7 - Medidas estatísticas dos retornos	44
Tabela 8 - Métricas mínimas e os respectivos modelos do ativo AAPL	54
Tabela 9 - Métricas mínimas e os respectivos modelos do ativo TSLA	54
Tabela 10 - Métricas mínimas e os respectivos modelos do ativo MSFT	55
Tabela 11 - Métricas mínimas e os respectivos modelos do ativo JNJ	55
Tabela 12 - Modelos escolhidos dos ativos	55
Tabela 13 - Dataset dos ativos que compõem o portfólio	59
Tabela 14 - Modelo GARCH para o portfólio com o AIC mínimo	63
Tabela 15 - Modelos escolhidos dos ativos com BIC mínimo	68
Tabela 16 - Variação do VaR dos ativos	69
Tabela 17 - Variação do VaR previsto dos ativos	71
Tabela 18 - Variação do VaR do portfólio	73
Tabela 19 - Variação do VaR previsto do portfólio	74
Tabela 20 - Pesos de cada ativo para portfólio com risco mínimo	76
Tabela 21 - Pesos de cada ativo para portfólio ótimo	78
Tabela 22 - Pesos de cada ativo para portfólio com maximização do retorno	79
Tabela 23 - Performance dos retornos dos portfólios otimizados	79
Tabela 24 - Indicadores de risco para os portfólios otimizados	80
Tabela 25 - Funcionalidades existentes nos separados da plataforma da seção do Ativo	87
Tabela 26 - Funcionalidades existentes nos separados da plataforma da seção do Portfólio	88

Lista de siglas e acrónimos

SP500	Standard & Poor's 500
AAPL	Apple Inc
TSLA	Tesla, Inc.
MSFT	Microsoft Corporation
JNJ	Johnson & Johnson
VaR	Value at Risk
GARCH	Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
ADF	Augmented Dickey-Fuller
ACF	Autocorrelation Function
PACF	Partial Autocorrelation Function
ARMA	AutoRegressive Moving Average
AR	Autogressive Model
MA	Moving Averages Model
ARIMA	Autoregressive Integrated Moving Average
GARCH	Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
EGARCH	Exponential GARCH
IGARCH	Integrated GARCH
GJR-GARCH	Glosten-Jagannathan-Runkle GARCH
DCC	Dynamic Conditional Correlation
AIC	Akaike Information Criterion
BIC	Bayesian Information Criterion

1. Introdução

A área da Ciência de Dados, tem enaltecido a sua importante posição como recurso fundamental para o fornecimento de *insights* e orientações precisas num cenário tanto complexo, como dinâmico, no âmbito da análise financeira e gestão de riscos. Com a constante evolução tecnológica e o acesso (cada vez mais) a enormes quantidades de dados, têm sido criadas diversas oportunidades inéditas para avaliar ativos financeiros e prever as suas tendências futuras, fornecendo uma base sólida para decisões informadas no mercado.

Os mercados financeiros enfrentam e sempre enfrentaram grandes desafios em relação à volatilidade, incerteza e complexidade, sendo por isso que, o papel da análise de dados e da criação de modelos de previsão tornou-se crucial para enfrentar esses desafios e explorar oportunidades de investimento.

A análise de séries temporais desempenha um papel central na previsão financeira, possibilitando a identificação de padrões e sazonalidades nos dados de ativos. Além disso, a utilização de modelos económicos e estatísticos tem permitido o entendimento e a avaliação, dos riscos e das relações entre as várias variáveis económicas. A utilização da análise de dados é uma forma poderosa de identificar riscos e oportunidades potenciais no mercado financeiro, bem como para gerir o risco da carteira de ativos.

A integração de abordagens analíticas, como análise técnica e modelos estatísticos, demonstra a aplicabilidade prática dessas metodologias e do uso da Ciência de Dados para avaliar a dinâmica do mercado, e por isso, a incorporação dessas perspetivas em projetos como este reforça a crescente importância da Ciência de Dados no domínio financeiro, pois uma análise rigorosa de dados pode informar decisões estratégicas, mitigar riscos e identificar oportunidades vantajosas.

A utilização para este projeto da linguagem de programação R na plataforma RStudio oferece uma ampla gama de ferramentas e bibliotecas para a análise e visualização de dados, bem como para a modelagem de séries temporais. Para uma visão mais prática e amigável do utilizador, a criação de uma estrutura interativa para exploração de *insights* através do Shiny enriquece ainda mais a análise e compreensão dos dados.

Portanto, este projeto procura contribuir para o entendimento abrangente da gestão de risco de mercado, analisando as ações de empresas presentes no Índice Standard & Poor's 500 (S&P 500), juntamente com a aplicação de modelos de séries temporais e frameworks económico-financeiros, visa oferecer um panorama geral das práticas e das implicações da gestão de riscos no mercado financeiro atual.

1.1.Objetivos

Este projeto é definido por quatro objetivos principais. O primeiro baseia-se na análise dos retornos das ações de quatro ativos cotados na bolsa bem como o portfólio que eles compõem, que estão presentes no Índice Standard & Poor's 500 (S&P 500): as ações da Apple Inc, Tesla Inc, Microsoft Corporation e Johnson & Johnson. Os dados dos preços das ações serão importados diretamente para o RStudio através de bibliotecas próprias, sendo posteriormente tratados e analisados de forma a preparar os mesmos e viabilizar a análise e previsão do risco associado a essas ações.

O segundo objetivo concentra-se na previsão do risco, utilizando modelos adequados para séries temporais e modelos económico-financeiros pré-estabelecidos. Nesta fase serão utilizados indicadores económicos de risco como o índice Beta, o índice Sharpe, a própria volatilidade e o Value at Risk (VAR) (capítulo 4.4.4) calculados através de funções próprias de bibliotecas financeiras, modelos de regressão linear, e modelos GARCH (capítulo 5.2).

O terceiro objetivo aborda a análise da otimização de carteira de ativos, bem como a previsão do risco para essas carteiras otimizadas, através de funções próprias de bibliotecas financeiras e, tal como no segundo objetivo, os mesmos modelos de risco e previsão, envolvendo uma combinação estratégica de ativos, com o objetivo de alcançar uma carteira ótima ou alinhada com uma pretensão específica.

Por fim, o quarto objetivo concentra-se no desenvolvimento de uma plataforma de visualização e análise completa de ativos ou carteiras de ativos através do Shiny (capítulo 6.4). Essa plataforma permitirá que qualquer usuário escolha um ou quatro ativos presentes no índice S&P 500, e que tenha acesso às análises, resultados e às conclusões dos três primeiros objetivos, facilitando a compreensão e a tomada de decisões informadas.

No geral, os quatro objetivos trabalham de forma integrada para fornecer uma análise abrangente e uma plataforma acessível, visando a gestão eficaz do risco de mercado e a tomada de decisões informadas no mercado financeiro.

1.2.Estrutura do Trabalho

Capítulo 2 – Ativos em análise: Este capítulo apresenta os ativos em análise e uma breve descrição dos mesmos.

Capítulo 3 – O Risco : No capítulo 3, são explicados os diversos conceitos sobre o risco, e formas de mitigação do mesmo.

Capítulo 4 – Medição do Risco: Incorpora as noções básicas dos preços e retornos bem como a análise aos mesmos relativamente às distribuições e correlações. São introduzidos os conceitos de medidas de risco a serem utilizadas neste projeto (Volatilidade, Índice de Sharpe, Índice Beta e Value at Risk).

Capítulo 5 – Séries Temporais: Neste capítulo são introduzidos os conceitos de séries temporais, todos os modelos e métodos de previsão de séries temporais a utilizar neste projeto e os conceitos dos indicadores de diagnóstico dos modelos a utilizar (AIC e BIC).

Capítulo 6 – Implementação: É neste capítulo que são abordados e explicados todos os processos inerentes à implementação deste projeto, toda a análise realizada aos ativos, bem como todos os modelos desenvolvidos para as previsões das séries temporais. É também neste capítulo que são apresentados as análise realizadas aos vários portfólios otimizados e a conclusão sobre os mesmos. Por último é também apresentado a plataforma desenvolvida com o pacto Shiny para a análise de risco e otimização de portfólio de forma prática e interativa.

2. Ativos em análise

Este capítulo serve para dar a conhecer de uma forma genérica os quatro ativos a serem analisados neste projeto, bem como o índice utilizado como *benchmark*¹ para futuras comparações. Uma das formas de analisar um mercado de ações é através de um índice de mercado. O S&P 500 é um índice ponderado de capitalização de mercado, que acompanha o desempenho económico-financeiro de 500 das maiores empresas dos Estados Unidos da América cotadas em bolsa, sendo frequentemente utilizado como o indicativo principal para a representação do mercado de ações norte americano.

O S&P 500 abrange uma ampla variedade de setores económicos permitindo uma visão geral da económica, tendo em conta a sua diversificação. É por isso o *benchmark* mais significativo para avaliação do desempenho do mercado financeiro, sendo estimado que cerca de 15.6 triliões de dólares estão indexados ou referenciados ao índice. (S&P Dow Jones Indices, 2023)

Durante o projeto será utilizado este índice como *benchmark* e suporte no cálculo de indicadores de risco.

2.1. Apple Inc.

A Apple Inc (AAPL) é uma das maiores e mais conhecidas empresas do mundo, que tem como objetivos de negócio o design, criação e venda de smartphones, computadores pessoais, tablets e acessórios globalmente. A empresa é detentora de várias linhas de produtos mundialmente famosos, tais como iPhone, iPad, AirPods, Apple TV, Apple Watch, Beats e HomePod. Fundada em 1976 na Califórnia por Steve Wozniak, Steve Jobs e Ronald Wayne com o nome de Apple Computers Inc é hoje uma gigante da tecnologia com uma receita anual de cerca de 380 biliões de dólares. (Yahoo Finance - AAPL, 2023)

2.2. Tesla, Inc.

A Tesla, Inc (TSLA) é uma empresa que concebe, desenvolve, fabrica e comercializa automóveis elétricos e sistemas de produção e conservação de energia. A empresa opera em

¹ *Benchmark*, no contexto financeiro, refere-se ao ponto de referência padrão utilizado para avaliar vários produtos entre si, seja o desempenho de investimentos, fundos, ativos ou carteiras de ativos. (Chen, 2022)

dois setores: o Automóvel, que oferece automóveis elétricos, bem como serviços e produtos para o pós-venda, e a Geração e Conservação de Energia, focando-se em produtos para a produção de energia solar e sistemas de armazenamento. Além disso, a Tesla proporciona serviços financeiros e garantias para os seus produtos. A empresa foi fundada em 2003 e tem a sua sede em Austin, Texas. Esta empresa revolucionária nos setores onde atua, conta com uma receita anual a rondar os 94 bilhões de dólares. (Yahoo Finance - TSLA, 2023)

2.3. Microsoft Corporation

Microsoft Corporation (MSFT) é uma empresa global que desenvolve software e serviços, dispositivo. Opera em vários segmentos da tecnologia computacional, oferecendo produtos como Office e Microsoft 365, bem como soluções de negócios Dynamics, produtos e serviços na cloud, como Azure, e também serviços empresariais. Desenvolve também produtos como Windows, Surface e Xbox, e serviços como jogos e publicidade. A Microsoft foi fundada em 1975, conta com uma receita anual de aproximadamente 211 bilhões de dólares e tem a sua sede instalada em Redmond, Washington. (Yahoo Finance - MSFT, 2023)

2.4. Johnson & Johnson

Johnson & Johnson (JNJ) é uma organização que se dedica a investigar, desenvolver, fabricar e vender produtos na área da saúde, operando nos segmentos relativos à Saúde do Consumidor, oferecendo uma variedade de produtos para cuidados com o corpo, bebês e outros, o setor Farmacêutico onde se foca em tratamentos para várias doenças, como o vírus da imunodeficiência humana (HIV), cancro e distúrbios neurológicos, opera ainda no segmento da tecnologia para a saúde onde fornece soluções para doenças cardiovasculares, acidentes vasculares cerebrais, ortopedia e cirurgia, incluindo tecnologias oftálmicas.

A Johnson & Johnson foi Fundada em 1886, sendo a empresa mais antiga das quatro escolhidas para este projeto, tem sede em New Brunswick, Nova Jérсия e conta com uma receita anual na ordem dos 97 bilhões de dólares. (Yahoo Finance - JNJ, 2023)

3. O Risco

De acordo com McNeil, Alexander e Paul (2015) o risco é “Qualquer evento ou ação que possa afetar adversamente a capacidade de uma organização de alcançar seus objetivos e executar suas estratégias, ou, alternativamente, a probabilidade quantificável de perda ou retorno abaixo do esperado.” (Mcneil, Frey, & Embrechts, 2015)

Analisando o conceito de risco, este refere-se à possibilidade de perder algo resultante de um evento incerto. Por outras palavras, o risco é definido pela probabilidade de algo inesperado acontecer e por isso afetar negativamente uma determinada situação. Este conceito de risco pode ser aplicado a diversas áreas, desde a saúde, negócios, finanças, meio ambiente, agricultura, segurança, entre outras.

A quantificação do risco é uma questão central na área das finanças, tanto para instituições financeiras quanto para os investidores privados. A gestão de forma eficaz do risco requer uma vasta compreensão dos fatores de risco e da capacidade de quantificar e gerir esses riscos numa carteira de ativos².

A gestão de risco pode também envolver diversas estratégias, como a venda de ativos, a aquisição de novos ativos para aumentar a diversificação da carteira ou a utilização de estratégias de cobertura. Para os bancos, por exemplo, é essencial ter capital suficiente para resistir a grandes perdas nas carteiras e permanecer solventes, estes requisitos mínimos de capital com base nos riscos são definidos pelo acordo Basileia I, II e II do Comité de Supervisão Bancária da Basileia (Mcneil, Frey, & Embrechts, 2015), provendo a utilização de modelos de stress, que testam a capacidade da instituição de suportar eventos de mercado extremos.

Existem diferentes tipos de risco que podem afetar uma organização, e a forma como cada organização lida com esses riscos pode ser sempre diferente em relação à forma como as outras organizações também lidam com eles.

A quantificação do risco também envolve a identificação dos fatores de risco que podem afetar uma carteira de ativos. Esses fatores podem incluir índices de ações, preços de ações individuais, taxas de câmbio e preços de bens essenciais. A correlação entre esses fatores

² Carteira de ativos: Coleção de investimentos financeiros, sejam eles ações, títulos, divisas ou fundos.

também é importante, uma vez que a diversificação da carteira pode reduzir o risco se houver correlação negativa entre os ativos.

As alterações nos níveis de risco podem surgir de várias causas. As causas humanas são os fatores essencialmente provocados pela mão do homem, como as mudanças nas políticas governamentais, taxas de inflação, geopolítica, guerras, negócios. As causas não humanas (fenômenos naturais), tais como mudanças climáticas ou catástrofes. Para além destas causas, os riscos podem advir do próprio crescimento económico e desenvolvimento tecnológico, pois um grande desenvolvimento numa tecnologia específica pode tornar outra obsoleta e mudar drasticamente a sociedade em torno dessa evolução, sendo que nesse caso é um risco enorme para quem tem como foco de negócios/produção na tecnologia obsoleta, e é neste conceito que se situa a lógica de que o risco e a disposição ao risco são essenciais para o crescimento de qualquer economia. (Jorion, 2006)

Nesse sentido, a análise de risco requer uma abordagem integrada, que leve em conta as características do mercado, dos ativos e das instituições financeiras. É necessário um entendimento profundo das fontes de risco e a utilização de ferramentas adequadas para quantificar e gerenciar esses riscos.

3.1.Risco financeiro

No contexto deste projeto, importa realçar a área das finanças com os seus diversos tipos de risco associados.

3.1.1. O risco de mercado:

Consiste na quantificação da incerteza do valor futuro de um ativo ou portfólio, isto é, o risco de uma mudança no valor de uma posição financeira ou carteira de investimentos devido a alterações no valor dos respetivos ativos (preços de ações, títulos, taxas de cambio, matérias-primas, etc.). Essas flutuações, são influenciadas por uma gama de fatores, incluindo eventos económicos, políticos e eventos imprevistos que afetam os mercados. (Ameer, 2009).

Segundo a norma - International Financial Reporting Standard (IFRS, 2005) o risco de mercado é “risco de que o justo valor ou o fluxo de caixa futuro de um instrumento financeiro venha a flutuar devido a alterações nos preços de mercado.”, sendo que engloba ainda três tipos de risco:

O risco cambial: Risco de perda financeira devido a flutuações nas taxas de câmbio, aquando das transações entre moedas (investimentos em produtos estrangeiros, importações e exportações de bens e serviços).

Risco de Taxa de Juros: Flutuações nas taxas de juros podem impactar o valor de ativos e passivos. Taxas de juros mais altas podem diminuir o valor dos ativos e aumentar os custos de empréstimos.

Outros Riscos de Preços: Englobam outros tipos de riscos que podem afetar os ativos financeiros, mas que não se enquadram diretamente com as categorias já mencionadas. Por exemplo, mudanças na percepção pública, eventos geopolíticos inesperados, mudanças regulatórias, progressividade tecnológica, ou até questões éticas.

De acordo com Michael B. Miller , o risco de mercado está associado à variação nos valores dos ativos financeiros, especialmente ações e títulos. O autor refere ainda que durante o horário de negociação, os preços desses ativos estão em constante flutuação devido a novas informações, reavaliações de investidores e mudanças na oferta e na procura e que, normalmente, as mudanças nos preços dos instrumentos financeiros são suaves, sendo rara as ocorrências mais drásticas. (Miller, 2019)

É importante reconhecer que a volatilidade (capítulo 4.4.1), ou seja, a amplitude das flutuações dos retornos (mudanças percentuais nos preços) é a expressão tangível do risco de mercado, sendo a partir deste indicador e outros e que os investidores podem tomar decisões, diversificar carteiras de ativos e adotar estratégias de gestão de risco para lidar com situações imprevistas. Devido a toda esta importância na gestão de risco, o risco de mercado é então o foco de análise neste projeto.

3.1.2. Risco de Crédito:

Refere-se à possibilidade de uma contraparte não cumprir suas obrigações de pagamento. A análise aprofundada da capacidade de pagamento dos mutuários é essencial em empréstimos,

títulos de dívida e outras transações de crédito para minimizar os impactos de potenciais faltas de pagamento. (Alcarva, 2011)

3.1.3. Risco Operacional:

Eventos internos e externos que podem resultar em perdas financeiras significativas, tais como, falhas nos processos, erros humanos, desastres naturais e fraudes, pois são ocorrências que criam impacto na negativamente a eficiência das operações e na própria reputação da empresa. (Vicente, 2023)

3.1.4. Risco de Liquidez:

Impossibilidade de converter ativos em dinheiro de forma rápida e eficiente, sem sofrer perdas substanciais, são situações em que ativos não conseguem ser vendidos rapidamente, muitas vez devido à falta de procura, ou até mesmo condições de mercado adversas. (Maverik, 2022)

3.2.A diversificação e otimização do portfólio

O principal objetivo para qualquer investidor é a obtenção de lucro, ou seja, obter retorno do seu investimento, podendo voltar a investir e assim conseguir gerar mais riqueza.

A gestão de risco e a otimização de portfólios são duas áreas que têm vindo a ser amplamente estudadas e aplicadas na prática, contribuindo para um acentuado desenvolvimento da teoria financeira e para uma melhoria continua nas decisões dos investidores, tornando-as mais eficazes no mercado.

Para que os investidores possam tomar as melhores decisões possíveis, e por isso as mais informadas, para que possam maximizar os seus retornos, e ainda gerir da melhor forma possível todo o risco inerente aos investimentos realizados, existe a necessidade de uma profunda análise do risco associado, bem como da melhor técnica de otimização do portfólio atendendo às necessidades do próprio investidor e de uma mitigação de risco através da diversificação.

Em qualquer decisão de investimento, o investidor tem duas opções, ou investe em um ativo ou em vários. De forma a proteger ao máximo o seu investimento, o investidor necessita de ter em conta a diversificação. O risco não é eliminado na totalidade com a diversificação, mas é fundamental para a redução do mesmo. Segundo François-Serge, a diversificação é a

prática de espalhar o dinheiro entre vários investimentos de forma a reduzir o risco, fazendo referência ainda a William Shakespeare e a peça O Mercante de Veneza (1596) em que a personagem principal o mercador António diz: “mas não confio nunca os meus haveres a um só lugar e a um barco, simplesmente nem depende o que tenho dos azares do corrente ano, apenas” como forma de enfatizar o significado de diversificação. (Lhabitant, 2017)

Analisando a máxima de não colocar todos os ovos no mesmo cesto, sendo um dos resultados da Teoria Moderna do Portfólio ou Teoria de Markowitz, indica que através de combinações criteriosas de vários ativos numa carteira com níveis de risco diferentes, é possível reduzir o risco total da carteira, Segundo Markowitz, a otimização de portfólio, é uma forma de construir uma carteira diversificada de ativos financeiros, reduzindo o risco em relação à seleção de apenas um ativo, sendo apresentada na tangente à reta da fronteira eficiente de Markowitz, visível na Figura 3.1 (espaço geométrico composto por todos os portfólios que otimizam a relação entre risco e retorno). Através da diversificação, o investidor pode reduzir a volatilidade do portfólio e conseqüentemente o risco envolvido. (Markowitz, 1952)

Na prática, o efeito da diversificação é visível na correlação entre os diversos investimentos, que acaba por influenciar na variância (risco) da carteira tornando-a assim inferior à média ponderada dos riscos dos ativos que a compõem (capítulo 4.3). Ao selecionar a combinação de ativos que maximiza o retorno (objetivo principal do investidor) levando em consideração o risco envolvido, ou seja, reduzindo ao máximo o risco, estamos perante a otimização do portfólio e, portanto, uma carteira eficiente.

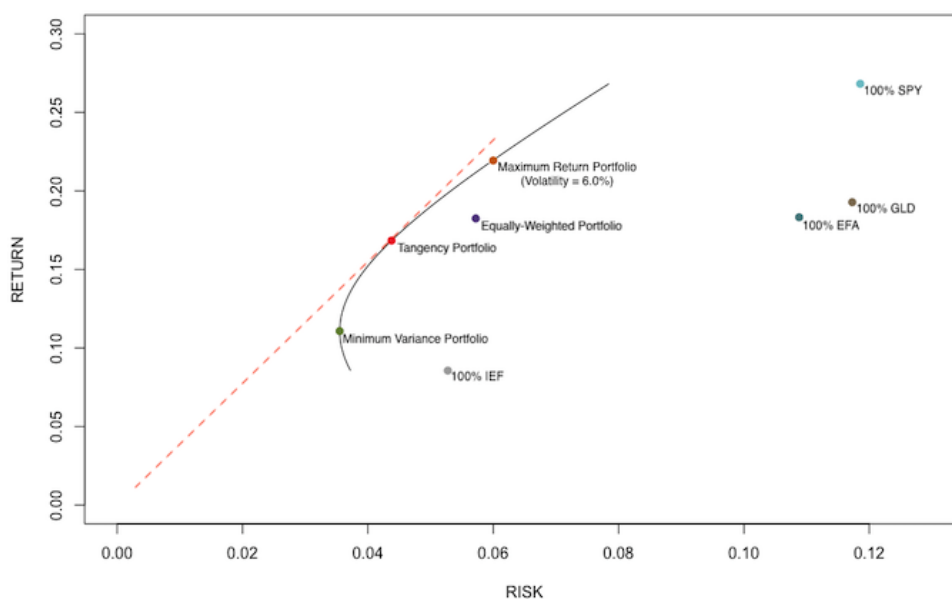


Figura 3.1 - Fronteira eficiente (Hanicova, s.d.)

A otimização do portfólio é então, um processo matemático que envolve a seleção de uma combinação de ativos financeiros que maximiza o retorno para um determinado nível de risco tendo em consideração a correlação entre eles, sendo por isso fundamental para a construção de uma carteira eficiente (Grinold, 2016), ou seja, apresenta para um dado nível de risco a maior rentabilidade e apresenta para um dado nível de rentabilidade o menor risco. Esta carteira eficiente apresenta-se na tangente à reta da fronteira eficiente, contemplando o maior equilíbrio entre retorno e risco.

Outra forma de otimização do portfólio, é através da CVM ou carteira de variância mínima, que consiste em definir o portfólio que vai minimizar o risco (variância mínima), este portfólio é apresentado na fronteira eficiente como o ponto onde a curva da fronteira eficiente muda de convexa para concava.

4. Medição do Risco

4.1. Os preços e os retornos

O preço de um ativo é simplesmente o seu valor de mercado, num determinado momento refletido por uma avaliação subjetiva, variável por diversos fatores. Se existir um crescimento acentuado na compra de um ativo, o seu preço, devido à lei da oferta e da procura, tende a aumentar, ou se vários investidores tomarem a decisão de venda em grandes volumes, o preço tende a diminuir. Também eventos político-sociais podem influenciar o seu valor, ou o próprio desempenho económico de um país ou de uma empresa. Os preços normalmente são referidos ao dia, mas podem ser referidos também em diversas formas temporais (ao ano, ao mês, à hora), a denominação de preço de um ativo é P_t , sendo que t corresponde normalmente ao dia em que o ativo tem o preço indicado por P . Para uma definição de preços em vários ativos, é utilizada a expressão $P_{t,k} = P_{tempo,ativo}$. (Daniélsson, 2011)

O essencial numa análise ao valor das ações não é tanto o preço, mas sim a rentabilidade expressa pelos retornos conseguidos, conceito este, fundamental na análise de investimentos em ativos. Os retornos são, no fundo, a variação do preço dos ativos numa unidade de tempo, ou seja, são as variações absolutas do preço (ganhos ou perdas de capital ao longo do período mais os dividendos ou juros ocorridos) relativamente ao preço inicial. Os retornos, uma vez calculados sobre os preços, também eles, podem ser influenciados por diversos fatores, internos e externos. Os retornos relativos são calculados, pela diferença entre o preço de um ativo no momento P_t adicionando os dividendos distribuídos D_t – encorpados no preço ajustado de um ativo - e o preço desse mesmo ativo num determinado momento anterior P_{t-1} relativamente a esse mesmo preço P_{t-1} . Posto isto, a fórmula final é a seguinte:

$$R_t = \frac{P_t + D_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

Nesta definição de retorno, se o ativo tiver um retorno relativo de 0.05, significa que o ativo valoriza em 5%, no caso do ativo tiver um retorno relativo de -0.04, significa o oposto, isto é, o ativo perde 4% do seu valor. Este projeto vai ter como base os preços ajustados dos ativos, pelo que já têm em consideração os dividendos distribuídos, ou seja, nas fórmulas que se seguem o preço em estudo é o preço ajustado do ativo.

De acordo com o autor Jorion (2006) a quantificação dos retornos simples é a medida simples do desempenho médio do retorno num determinado tempo, visto que assume uma taxa de crescimento/decrécimo constante, sendo que pode em alguns casos gerar um preço negativo, não tendo por isso valor económico. Uma forma de fazer face à possível negatividade dos preços é através dos *log-returns* (retornos logarítmicos), permitindo assim que os resultados nunca vão ser negativos, adicionalmente, é mais vantajoso a utilização desta quantificação em múltiplos períodos de tempo, ou seja para calcular retornos semanais, mensais ou anuais, é mais fácil a agregação pela soma para obter intervalos de tempo maiores, logo a utilização de logaritmos no cálculo dos retornos é a opção com mais significado económico. A utilização de *log-returns* Y_t permite chegar mais facilmente à estacionaridade dos dados, facilitando a utilização dos retornos em modelos de previsão.

$$Y_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \log(1 + R_t)$$

Decomposição dos *log-returns* com muitos períodos,

$$\begin{aligned} Y_t &= \ln(1 + R_t(n)) = \ln(1 + R_t)(1 + R_{t-1})(1 + R_{t-2}) \dots (1 + R_{t-n+1}) \\ &= \ln(1 + R_t) + \ln(1 + R_{t-1}) + \ln(1 + R_{t-2}) + \dots + \ln(1 + R_{t-n+1}) \\ &= Y_t + Y_{t-1} + Y_{t-2} + \dots + Y_{t-n+1} \end{aligned}$$

Quando estamos perante uma carteira de ativos, e, portanto, um portfólio, o cálculo dos retornos é a soma ponderada (pois cada ativo vai ter o seu peso) dos retornos de cada ativo que compõem o portfólio:

$$R_{t,port} = \sum_{k=1}^n w_k R_{t,k}$$

Onde,

$R_{t,port}$ é o retorno do portfólio.

w_k corresponde ao peso que determinado ativo k tem no portfólio.

$R_{t,k}$ é o retorno do ativo k no período t .

Considerando os *log-returns* do portfólio $Y_{t,port}$, a diferença entre os retornos logarítmicos e os retornos simples é geralmente insignificante quando se trata de variações pequenas nos retornos, como é o caso dos retornos diários. À medida que o intervalo de tempo entre as observações tende para zero, também a diferença entre os dois tipos de retorno tende para zero. (Daníelsson, 2011)

$$Y_{t,port} \approx \sum_{k=1}^n w_k R_{t,k} \quad , \quad \lim_{\Delta t \rightarrow 0} Y_{t,port} = R_{t,port}$$

A tarefa de medir o risco de determinado conjunto de ativos não é fácil, pois o risco não pode ser medido diretamente, mas sim analisando o comportamento dos preços do mercado em si. O risco é, portanto, uma variável que requer técnicas estatísticas para a sua medição. Num portfólio, ou carteira de ativos, a distribuição dos retornos pode ser diferente para cada ativo pelo que para facilitar a sua comparação é usado medidas de risco que resumem o risco do ativo num único número, permitindo assim a comparação entre cada ativo. Essas medidas podem ser a volatilidade, coeficiente Beta, índice Sharpe, Value at Risk, conceitos a aprofundar em capítulos posteriores.

Para a gestão do risco de uma carteira de ativos, o primeiro passo será obter uma comparação entre o retorno do ativo e o risco do ativo, para uma determinada carteira e ajustando o peso relativo a cada ativo que a compõe. Desta forma, é possível alternar os pesos de cada ativo de forma a encontrar o menor nível de risco para um determinado retorno. Uma carteira composta por ativos com pesos que promovem o maior retorno esperado para um determinado nível de risco é chamada de “carteira eficiente”. Este é o conceito da Teoria Moderna do Portfólio ou Teoria de Markowitz criada pelo vencedor de prémio Nobel, Harry Max Markowitz.

4.2. Análise da distribuição dos retornos.

4.2.1. Skewness

Sendo a *Skewness* uma medida estatística que evidencia o grau de assimetria dos retornos em torno da média e quando esta medida é implementada na análise de risco financeiro, vai fornecer informações relevantes sobre a distribuição dos retornos de um ativo ou de uma

carteira de ativos, podendo assim demonstrar a presença de valores extremos, ou eventos incomuns na distribuição desses retornos.

No caso de uma distribuição normal, ou seja, uma distribuição simétrica nos retornos, em que tanto a média, como a mediana e a moda são iguais, pois a distribuição está equilibrada em torno do valor central, o valor da *Skewness* vai ser igual a zero.

No caso de os retornos apresentarem assimetria positiva, significa então que estamos perante uma cauda longa do lado direito da distribuição, indicando assim a presença de extremos positivos, ou seja, presença de retornos positivos elevados, de forma excecional, sendo o valor da *Skewness* superior a zero. Contrariamente, quando os retornos apresentarem assimetria negativa, existe assim uma cauda longa do lado esquerdo da distribuição, indicando por isso, a presença de extremos negativos, ou seja, a presença de perdas significativas nos retornos de carácter excecional, sendo a *Skewness* inferior a zero, estes conceitos de *Skewness* estão representados na Figura 4.1.

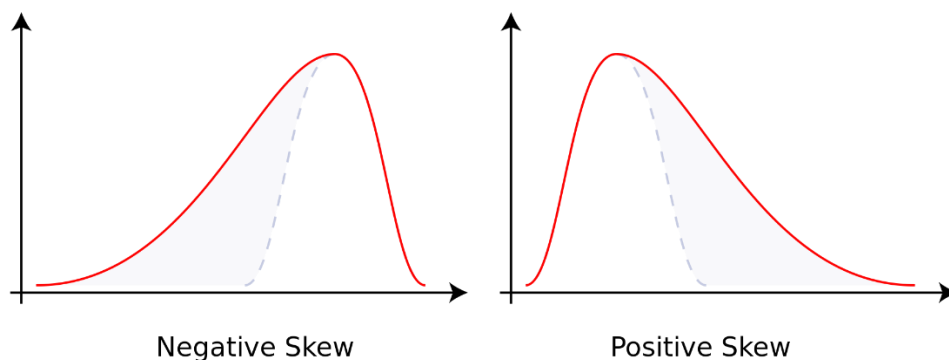


Figura 4.1 - Gráficos *Skewness* (*Skewness*, s.d.)

Posto isto, através da análise da medida de *Skewness* na distribuição dos retornos é possível entender como se comportam os eventos extremos (outliers) relativamente aos retornos e com essa informação definir estratégias para mitigar esses eventos extremos. (Gawali, 2023)

4.2.2. *Kurtosis*

Uma forma de quantificar o grau em que os retornos de uma carteira aparecem nas caudas da sua distribuição é através da *Kurtosis*. Uma distribuição normal apresenta uma *Kurtosis* de 3, pois mesmo sendo distribuição normal, apresenta sempre alguns valores nas suas caudas. Quando verificamos muitos eventos extremos, ou seja, muitos valores nas caudas da distribuição, significa que a *Kurtosis* é superior a 3 e a distribuição tem uma forma mais “pontaguda”.

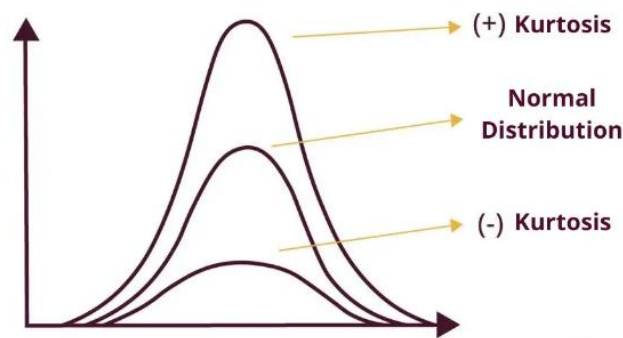


Figura 4.2 - - Gráfico *Kurtosis* (Vibration analysis metrics: *Kurtosis* and *Skewness*, s.d.)

O contrário também se verifica, pois quando uma distribuição apresenta menos retornos nas caudas do que o normal, apresenta uma *Kurtosis* inferior a 3 e a distribuição tem uma forma mais achatada, como é possível verificar na Figura 4.2, logo uma *Kurtosis* negativa é na verdade um sinal de um ativo menos arriscado, pois possui menos retornos nas caudas. (Gawali, 2023)

4.3. Análise da correlação entre os ativos

Uma das formas de analisar os retornos entre os ativos é através do coeficiente de correlação, ou seja, os coeficientes de correlação descrevem como os retornos de vários ativos movem-se juntos (Daníelsson, 2011).

Quando este coeficiente é positivo significa que os retornos dos ativos variam no mesmo sentido (se o retorno do ativo A subir um valor, o ativo B também sobe o correspondente ao valor do coeficiente), no entanto, se o coeficiente de correlação for igual a um, é sinal de que, os ativos estão perfeitamente e correlacionados e, portanto, não é possível reduzir o risco com essa combinação. Quando o valor do coeficiente é negativo significa que os retornos dos ativos variam em sentidos opostos (se o retorno do ativo A subir, o retorno do ativo B desce).

Generalizando, quanto mais baixo for o valor do coeficiente de correlação menor o risco agregado entre os vários ativos e maior a diversificação da carteira. Normalmente, a correlação pode estar associada a setores iguais, ou tipos de empresas com produtos que são complementares, sendo por isso que uma carteira diversificada para além de supor vários ativos também pode supor ativos de setores diferentes e com produtos diferenciados ou substitutos.

4.4. Medidas essenciais de Risco

4.4.1. Volatilidade

De acordo com o autor Hull (2012), a volatilidade é a medida da nossa incerteza sobre os retornos de um determinado ativo. Por outras palavras, a volatilidade é então, uma medida estatística que quantifica a magnitude das variações dos retornos de um ativo ao longo de um determinado período, reflete por isso, a instabilidade e a flutuação dos preços dos ativos, indicando assim o grau de incerteza e riscos associados a essas variações.

Uma das formas de quantificar a volatilidade é através da volatilidade não condicional (ou volatilidade histórica), em que assume que a volatilidade é constante ao longo do tempo e é calculada a partir dos retornos históricos de um ativo. Esta medida é expressa como o desvio padrão dos retornos ou como a variação percentual dos preços em relação à sua média,

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (R_{it} - \bar{R}_i)^2}{n}$$

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2}$$

Onde R_{it} é o retorno diário e \bar{R}_i a média dos retornos de todos os dias do período.

O risco do portfólio, ou por outras palavras, o desvio padrão do portfólio, não é uma média do desvio padrão dos ativos que compõem o portfólio, pois o desvio padrão é influenciado pelas variâncias individuais de cada ativo, mas também pela forma como os ativos se correlacionam entre si.

A covariância é uma medida estatística que reflete como os retornos de dois ativos estão a relacionar-se, sendo que pode ser positiva quando ambos os ativos tendem a ter desempenho semelhante ou negativa quando os desempenhos de ambos os ativos estão em sentidos opostos. Para tornar essa medida mais compreensível e padronizada é possível calcular o coeficiente de correlação, que varia de -1 (correlação negativa perfeita) a 1 (correlação positiva perfeita), com 0 a indicar que não existe nenhuma correlação entre os ativos, estes indicadores são úteis para o cálculo da volatilidade do portfólio, pois para além de volatilidade de cada ativo, existe sempre uma relação entre esses ativos que influencia a volatilidade do portfólio (Edwin, Martin, Stephen, & William, 2014):

Covariância:

$$\sigma_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^n (R_{it} - \bar{R}_i)(R_{jt} - \bar{R}_j)}{n}$$

Coefficiente de Correlação:

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \Leftrightarrow \sigma_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

Variância da carteira de ativos:

$$\sigma_c^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n X_i X_j \sigma_{ij}$$

Desvio Padrão/Volatilidade da carteira de ativos:

$$\sigma_c = \sqrt{\sigma_c^2}$$

Onde, X_i, X_j são as proporções de cada ativo que compõem o portfólio.

É através da volatilidade dos retornos que é possível entender a rapidez e quão intensa é a mudança nos retornos dos ativos, e com esta informação verificar quais os ativos com alta volatilidade e portanto mais suscetíveis a grandes oscilações (apresentando por isso, altos retornos positivos ou negativos em curtos períodos de tempo), ou os ativos com baixa volatilidade e portanto mais estáveis e menos suscetíveis a grandes oscilações nos retornos, pois apresentam menor variação nos seus retornos.

Na ótica do investidor um ativo com alta volatilidade apresenta maiores oportunidades de lucro, mesmo que isso implique um maior risco, sendo por isso indicado para um tipo de investidor mais arrojado, enquanto, um ativo com baixa volatilidade oferece uma maior previsibilidade e menor probabilidade de perdas significativas, pelo que seja indicado para um tipo de investidor mais conservador.

Neste projeto o cálculo da volatilidade vai incidir sobre modelos de volatilidade condicional (capítulo 5.2), ou seja, os modelos não vão olhar para as observações como um todo, mas sim, utilizar uma abordagem de ponderação exponencial ótima. Esta abordagem consiste em atribuir diferentes pesos aos retornos passados com base na importância relativa de cada retorno, no caso dos retornos mais recentes, estes têm maior impacto na volatilidade futura do que os retornos mais antigos, e desta forma permite ao modelo capturar a dinâmica da

volatilidade (Dánielsson, 2011). O objetivo final não será apenas um valor para o risco (que engloba a série como um todo) mas sim vários valores de risco para os vários momentos da série.

4.4.2. Índice de Sharpe

Desenvolvida pelo economista William F. Sharpe, a medida índice de Sharpe, ajuda os investidores a fazer uma avaliação do retorno que recebem comparativamente ao risco, o que correm, mede, portanto, o *trade-off* do risco-retorno, ou o excesso de retorno por unidade de risco. O modelo utiliza os retornos dos ativos com risco associado R_i , e o retorno de ativos sem risco R_f , como por exemplo a taxa de juro de títulos do tesouro, o excesso de retorno dessa comparação é então dividido pelo risco σ_i , obtendo assim a medida do índice de Sharpe:

$$\text{Sharpe Ratio} = \frac{(R_i - R_f)}{\sigma_i}$$

Aquando da comparação de dois ou mais ativos, aqueles que tiverem um índice de Sharpe superior apresentam um melhor retorno para a mesma medida de risco, tornando assim o ativo mais atrativo a qualquer investidor (Jr & K, 2019).

4.4.3. Índice Beta

O índice Beta, indica se o investimento (portfólio ou ativo) é mais ou menos volátil do que o mercado como um todo, ou seja, mede o risco do investimento em relação ao mercado. Permite assim perceber o risco sistémico que não pode ser mitigado com a diversificação, mas que afeta o mercado em geral, medindo a sensibilidade dos retornos do(s) ativo(s) às variações dos retornos do mercado. (Elbannan, 2014)

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma^2(R_M)}$$

O índice Beta é medido pela covariância do retorno do ativo com o retorno do mercado, dividindo pela variância do retorno do mercado.

O Beta do portfólio será a soma dos betas de cada ativo tendo em conta o peso de cada um no respetivo portfólio.

$$\beta_{\text{portefólio}} = \sum_{i=1}^n w_i \beta_i$$

Onde,

w_i são as proporções correspondentes a cada ativo que compõe o portfólio.

Se o ativo for mais volátil que o mercado, vai apresentar um índice Beta superior a um, contrariamente se o ativo for menos volátil que o mercado, vai apresentar um índice Beta inferior a um, sendo assim assumido que o ativo vai reduzir o risco do portfólio. Se o ativo apresentar exatamente o mesmo nível de risco comparativamente ao mercado, então o índice de Beta será exatamente um.

4.4.4. Value at Risk (VAR)

Uma das medidas de risco mais utilizadas nas finanças é o Value at Risk, impulsionada pela J.P. Morgan nos anos 90. A ideia base, seria encontrar uma medida que conseguisse quantificar o risco diário do portfólio do banco como um todo.

O VaR é então uma medida estatística que mede as possíveis perdas de um portfólio, ou seja, é uma medida que apresenta as piores perdas possíveis durante um determinado horizonte temporal com um determinado intervalo de confiança (Linsmeier & Pearson, 1996). Ao determinar o VaR com o intervalo de confiança é possível afirmar que existe uma probabilidade de α de as perdas não serem superiores ao VaR num determinado período e uma probabilidade de $1 - \alpha$ de as perdas serem iguais ou superiores ao VaR no mesmo período. Em título de exemplo, um VaR de 1,5%, com um nível de confiança de 95%, significa que apenas existe uma chance de 5% de o valor do ativo ter perdas superiores a 1.5%. O autor Jorion (2006) define α como o nível de confiança e L como a perda e o VaR como a perda mais pequena em valor absoluto:

$$P(L > VaR) \leq 1 - \alpha$$

Ou seja, se α for 99%, então, a probabilidade de perda maior que o VaR é 1% ($1 - 0.99$).

No caso do autor Daniélsson (2011), define que existe a probabilidade de p de perdas ser igual ou superior ao valor do VaR e $1 - p$ de probabilidade de as perdas serem inferiores ao valor do VaR. Define ainda que o VaR é um quantil da distribuição dos retornos sendo esses retornos apresentados por Q :

$$Q = P_t - P_{t-1}$$

$$P[Q \leq -VAR(p)] = p$$

Existem algumas questões que levam a reconsiderar a aplicação do VaR tais como o facto de apenas ser um quantil que fornece o melhor na pior das hipóteses, pelo que pode descredibilizar as verdadeiras perdas possíveis, pois não considera valores muito altos nas perdas, mas sim apenas generaliza as perdas possíveis sendo superiores ao valor do VaR, ou seja, está incapacitada de capturar o risco de eventos extremos quem têm a probabilidade menor que $1 - \alpha$. Para resolver este problema existe outra medida também ela muito usada que é o *Conditional Value at Risk (CVaR)* ou *Expected Shortfall (ES)*. Esta medida de risco (Figura 4.3) providencia mais informação sobre a cauda da distribuição e responde à questão de qual é a perda esperada quando as perdas excedem o valor do VaR (Daniélsson, 2011).

$$ES = -E[Q|Q \leq VAR(p)]$$

No entanto, para efeitos deste projeto apenas será utilizado a medida mais conceptual, o Value at Risk, permitindo assim uma análise simples, mas coesa do risco inerente de cada ativo e da carteira de ativos.

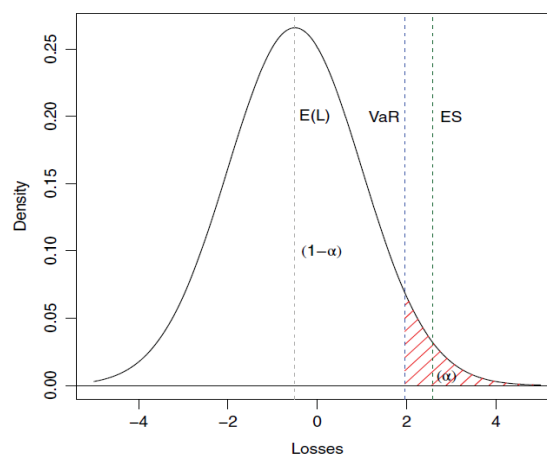


Figura 4.3 - Gráfico Value at Risk e CVAR (Pfaff, 2013)

5. Séries Temporais

Retirada do dicionário de Cambridge a palavra *forecast* significa: “*a statement of what is likely to happen in the future*”, traduzindo, é uma declaração do que provavelmente acontecerá no futuro. Este é um problema importante que interessa a vários setores, desde a política, indústria, negócios, economia, finanças, ciência, ambiente, entre outros, pois a previsão de acontecimentos ou dados futuros é uma vantagem enorme para qualquer um destes setores. De acordo com os autores Montgomery et al. (2015), os problemas de previsões são classificados como curto, médio e longo prazo, sendo que o curto prazo envolve períodos mais pequenos como dias, semanas ou meses, previsões a médio prazo envolve períodos de um a dois anos e longo prazo podem estender o período da previsão muito para além dos dois anos. Muitos dos problemas de previsão envolvem a utilização e análise dos dados de séries temporais. Uma série temporal é então “uma sequência temporal ou cronológica de observações sobre uma variável de interesse.” (Montgomery, Jennings, & Kulahci, 2015)

Ou seja, à medida que o tempo passa são registados diversos fenómenos, desde económicos, climáticos, clínicos, entre outros, esses eventos são meticulosamente capturados em sequências ordenadas de observações. Essas sequências de observações são então designadas como séries temporais e têm a capacidade de revelar padrões, tendências e oscilações que frequentemente escapam em análises mais simples, a Figura 5.1 exemplifica o que é uma série temporal, neste caso retrata o preço das ações da empresa Johnson & Johnson no período de 1960 a 1980.

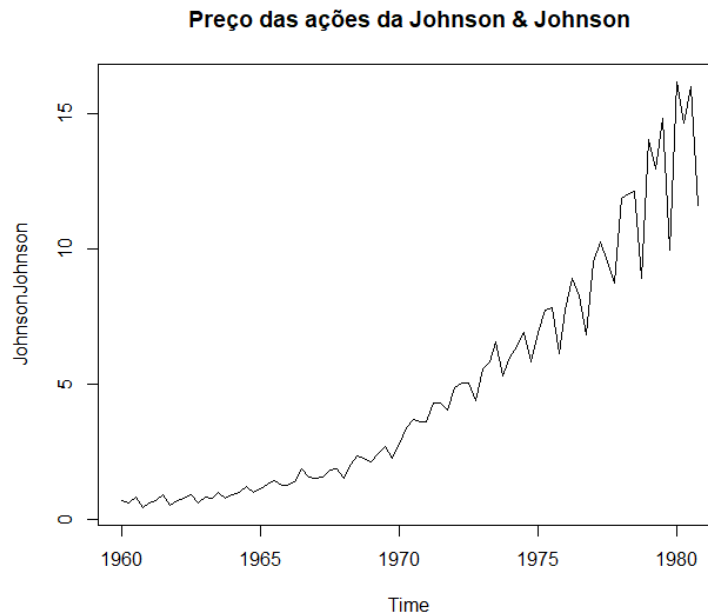


Figura 5.1 - Série Temporal: Preços das ações da Johnson & Johnson de 1960 a 1980

Os autores Montgomery et al. (2015) conceitualizam o processo normal de análise de séries temporais, que consiste em várias etapas fundamentais. Estas etapas são as seguintes:

Definição do problema: Nesta fase é necessário entender como será utilizada a previsão e o objetivo principal da mesma, perceber questões importantes como o formato do horizonte do tempo, no fundo, entender o problema em mãos.

Recolha de dados: A recolha de dados passa por obter dados históricos relevantes das variáveis que pretendemos prever, proceder à limpeza de dados aquando necessário, desde tratar dos valores omissos, valores consideráveis como outliers ou qualquer outra anomalia nos dados.

Análise de dados: Na fase da análise de dados são criados gráficos representativos da série temporal com vista a identificar padrões como tendências, componentes sazonais ou cíclicas, perceber se a série é estacionária ou não. Analisar alguns dados estatísticos também é importante nesta fase bem como uma análise mais detalhada às autocorrelações e dispersão dos dados.

Seleção e ajuste de modelos: Nesta fase é necessário selecionar e ajustar um ou mais modelos de previsão aos dados de forma a estimar os parâmetros desconhecidos do modelo, para que

seja possível uma avaliação do modelo usado e ter uma base de comparação entre os modelos, nesta fase procede-se novamente a uma análise dos dados obtidos.

Validação de modelos: A validação de modelos envolve avaliar o desempenho do modelo com dados reais, ou seja, vai além do ajuste da etapa anterior de forma a considerar possíveis erros de previsão para novos dados.

Implementação do modelo de previsão: Depois de todas as etapas anteriores, segue a implementação do modelo e a disponibilização do mesmo de modo que seja possível iniciar as previsões.

Monitorização da performance do modelo: Esta última etapa pressupõe um acompanhamento da performance do modelo devido às mudanças nas condições ao longo do tempo, pois modelos que funcionaram bem no passado podem perder a qualidade no passar do tempo.

5.1. Análise de dados

5.1.1. Decomposição da variação

Nesta fase, o objetivo é isolar os componentes de previsão das séries temporais do ruído que se sobrepõe na série e que torna a previsão mais difícil. Desta forma a variação das séries temporais fica dividida nos componentes da tendência, sazonalidade e variações cíclicas, sendo as restantes variações a componente irregular da série como pode ser observado na Figura 5.2:

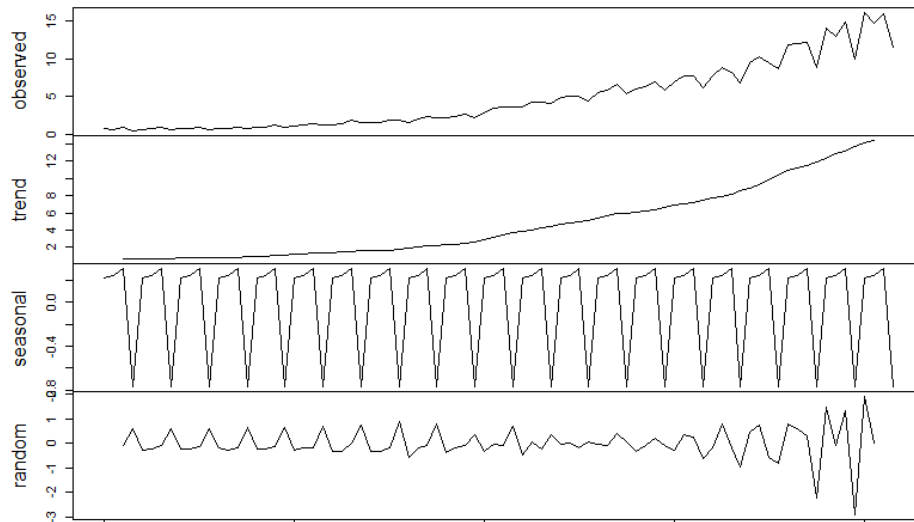


Figura 5.2 Decomposição da Série Temporal dos Preços das ações da Johnson & Johnson

Tendência: Os autores Montgomery et al. (2015) afirmam que a tendência “é um movimento evolutivo, para cima ou para baixo no valor da variável”, ou seja, é uma mudança de longo ou curto prazo (dependendo dos dados da série) no comportamento relativamente à direção dos dados ao longo do tempo. Por outras palavras, a tendência indica se os valores da série estão a aumentar ou a diminuir, tratando-se dessa forma de tendência crescente ou decrescente.

Sazonalidade: Esta decomposição refere-se aos padrões ou variações regulares e de certa forma previsíveis que ocorrem ao longo de intervalos de tempo específicos. Por exemplo, a venda de gelados, vai acabar por ser sempre maior durante os meses de verão e menor durante os meses de inverno, sendo este um padrão que ocorre de igual forma todos os anos. Desta forma, a sazonalidade é então uma tendência de crescimento ou decréscimo que ocorre de forma previsível durante os mesmo períodos de tempo (Beckett, 2013).

Cíclica: À semelhança da componente de sazonalidade, a componente cíclica refere-se aos padrões que não são sazonais, mas que se repetem em intervalos de tempo mais longo, ou seja, não têm uma periodicidade fixa, são então padrões não previsíveis e não regulares. Um exemplo prático são os ciclos económicos, estes podem contrair e expandir resultando em padrões cíclicos de venda de produtos e serviços.

Irregular: Após remover a tendência e a sazonalidade da série temporal, o que fica como remanescente são os resíduos, ou seja, a componente irregular representa as variações

aleatórias que não foram atribuídas nem à tendência nem à sazonalidade, causadas por influências imprevisíveis, ruído ou eventos não recorrentes. (Chatfield & Xing, 2019)

5.1.2. Estacionaridade

De acordo com o autor (Daníelsson, 2011), “O processo estacionário é aquele em que as leis da probabilidade que regulam o comportamento do próprio processo não mudam ao longo do tempo.”, ou seja, as propriedades estatísticas mantêm-se iguais ao longo do tempo, demonstrando estabilidade na distribuição dos dados. As observações das séries temporais estacionárias não exibem variações sistemáticas na variância e respeitam então uma flutuação em torno de uma média constante, ou seja, sem qualquer aparente tendência. A análise de séries temporais requer então uma transformação de séries não estacionárias, ou seja, as que não cumprem com as características enunciadas, para séries estacionárias. (Chatfield & Xing, 2019)

Para perceber se uma série temporal é estacionária ou não, é possível recorrer ao teste de raiz unitária *Augmented Dickey-Fuller* (ADF), neste caso a hipótese nula é a série não ser estacionária e a hipótese alternativa é a série ser estacionária

5.1.3. Funções de Autocorrelação e Autocorrelação Parcial

As funções de autocorrelação (ACF) e autocorrelação parcial (PACF) são ferramentas cruciais na análise de séries temporais, pois permitem a compreensão da estrutura de dependência temporal presente nos dados, e por isso conseguem captar padrões sazonais, tendências e componentes autorregressivas.

A ACF mede a relação entre um valor atual e os valores anteriores numa série temporal, em diferentes intervalos de tempo. Por outras palavras, verifica o quanto as observações passadas influenciam a observação atual. No gráfico ACF, o eixo horizontal representa os lags (intervalos de tempo) e o eixo vertical representa os valores da autocorrelação, a existência de padrões significativos no gráfico ACF pode indicar correlações sazonais ou de tendência, ver Figura 4.3.

A PACF também mede a relação entre um valor atual e seus valores passados, mas elimina quaisquer influências intermediárias, logo, demonstra a correlação direta entre um valor atual e um valor passado, sendo que exclui os efeitos das observações intermediárias. A representação gráfica é realizada da mesma forma que o gráfico ACF, ver Figura 5.3. (Marv, 2021)

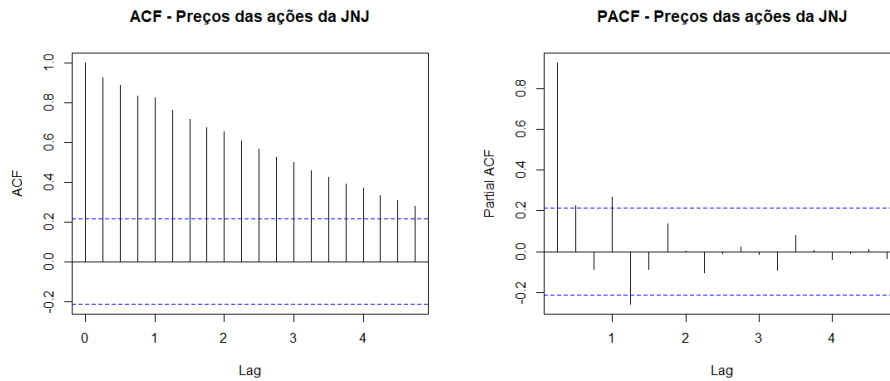


Figura 5.3 - Gráficos ACF e PACF dos Preços das ações da Johnson & Johnson

5.2. Modelos de Previsão

5.2.1. ARMA

O modelo ARMA (AutoRegressive Moving Average) é na verdade uma combinação de duas componentes fundamentais: a componente autorregressiva (AR - Autogressive Model) e a componente de média móvel (MA - Moving Averages Model). O modelo $ARMA(p,q)$ possui então (p) termos autorregressivos, que indicam quantos passos anteriores são usados para prever o valor atual e tem (q) termos de médias móveis, que representam a consideração de atrasos anteriores dos erros para melhorar as previsões:

5.2.1.1. MA

De acordo com os autores Montgomery et al. (2015), o modelo MA analisa como é que eventos inesperados em períodos anteriores, representados como erros ou resíduos, afetam os valores presentes e futuros de uma série temporal. Ou seja, é a média de um conjunto de termos de ruído passados:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Onde,

y_t é o valor da série temporal no momento t .

μ é o termo de média constante.

ε_t é o termo de erro ou "ruído branco" no momento t .

$\theta_1\epsilon_{t-1}, \theta_2\epsilon_{t-2}, \dots, \theta_q\epsilon_{t-q}$ são os termos de média móvel, onde θ_i é o coeficiente associado ao termo de erro no passado (lag_i).

q é a ordem do modelo MA.

Através do gráfico ACF é possível identificar a ordem apropriada para o modelo, pois é exibido um corte repentino a partir do lag_q , no entanto pode não se anular logo depois do lag_q , mas sim diminuir consideravelmente evidenciando assim a presença de um modelo MA(q).

5.2.1.2. AR

O modelo autorregressivo AR explora como os valores passados de uma série temporal influenciam seus valores presentes e futuro, ou seja, o modelo assume que o valor no tempo t é uma combinação ponderada de seus próprios valores anteriores. A equação do modelo AR(p) pode ser expressa como:

$$y_t = \delta + \theta_1 y_{t-1} + \theta_2 y_{t-2} + \dots + \theta_p y_{t-p} + \epsilon_t$$

Onde,

y_t é o valor da série temporal no momento t .

δ é o termo de média constante.

ϵ_t é o termo de erro ou "ruído branco" no momento t .

$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$ são os coeficientes autorregressivos que indicam a influência dos valores passados $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}$ no valor atual y_t .

p é a ordem do modelo AR.

Tal como acontece com a leitura do gráfico ACF para o modelo MA(q) e tendo em conta que o ACF não é tão útil para identificação da ordem do processo AR(p) devido a possível queda exponencial, a leitura passa a ser realizada pelo mesmo formato, mas com o gráfico PACF, ou seja, a ordem (p) apropriada para o modelo é identificada pelo corte repentino a partir do lag_p . (Montgomery, Jennings, & Kulahci, 2015)

5.2.2. ARIMA

O modelo *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) combina a componente autorregressiva $AR(p)$, a componente de médias móveis $MA(q)$ e uma outra componente de diferenciação $I(d)$. Esta nova componente tem como objetivo transformar os valores da série com as suas diferenças em relação aos valores anteriores, ou seja, no fundo acaba por tornar os dados estacionários e produzir um $ARMA(p,q)$ estacionário. No entanto, neste modelo a volatilidade é considerada constante ao longo do tempo. Ou seja, o modelo ARIMA presume que a variabilidade dos dados é uniforme e não muda significativamente ao longo da série temporal.

5.2.3. ARCH e GARCH

Tal como referido anteriormente, os modelos tradicionais assumem uma volatilidade constante, mas o modelo *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* proposto pelo autor Engle (1982) assume uma variância dos retornos como uma função linear dos próprios retornos passados, ou seja, a volatilidade deixa de ser constante e passa a ser influenciada pelas observações anteriores. No entanto, o autor Bollerslev (1986), propôs um outro modelo, o modelo *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH). Neste caso, em vez de a volatilidade mudar ao longo do tempo apenas como função dos retornos passados, considera também as variâncias condicionais passadas:

5.2.3.1. ARCH

$$R_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^p \alpha_j R_{t-j}^2$$

5.2.3.2. GARCH

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^p \alpha_j R_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Onde,

σ_t^2 é a variância condicional no momento t .

ω é o termo da constante.

R_{t-1}^2 é o termo do quadrado dos valores dos retornos dos períodos anteriores.

α_j é o coeficiente dos termos dos quadrados dos retornos R_{t-1}^2 , associado ao modelo ARCH.

β_j é o coeficiente dos termos da volatilidade condicional passada σ_{t-j}^2 , associado ao modelo GARCH.

σ_{t-j}^2 são as variâncias condicionais dos períodos anteriores.

p é o número de quadrados dos retornos anteriores utilizados para estimar a volatilidade no instante t .

q é o número de variâncias condicionais utilizadas de períodos anteriores para estimar a volatilidade no instante t .

5.2.4. eGARCH

O modelo *Exponential* GARCH proposto por Nelson (1991) é uma extensão do modelo GARCH que vai incorporar assimetria na volatilidade condicional, superando assim algumas limitações da série GARCH relativamente a séries temporais financeiras, visto permitir que choques negativos e positivos tenham impacto diferente na volatilidade, sendo por isso um modelo que incorpora uma função exponencial dos choques passados e da própria volatilidade condicional:

$$\ln \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|R_{t-1}| + \gamma_i R_{t-1}) + \sum_{j=1}^q \beta_j \ln \sigma_{t-j}^2$$

Onde,

σ_t^2 é a variância condicional no momento t .

p é o número de quadrados dos retornos anteriores utilizados para estimar a volatilidade no instante t .

q é o número de variâncias condicionais utilizadas de períodos anteriores para estimar a volatilidade no instante t .

$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_i$ é o coeficiente dos termos dos retornos, associado ao modelo ARCH.

$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_j$ é o coeficiente dos termos da volatilidade passada, associado ao modelo GARCH.

R_{t-1}^2 é o termo do quadrado dos valores dos retornos dos períodos anteriores.

σ_{t-j}^2 são as variâncias condicionais dos períodos anteriores.

γ_i é o parâmetro de assimetria.

5.2.5. iGARCH

De acordo com os autores Engle & Bollerslev (1986) ao fazer uma previsão da variância de uma série temporal usando um modelo GARCH, pode ser pretendido que essa previsão não se aproxime da variância condicional (variância média esperada da série ao longo do tempo), de forma que se evite a convergência para o valor fixo da variância condicional é possível incorporar uma dinâmica específica no modelo, tornando assim no modelo *Integrated* GARCH. Para que um processo GARCH tenha a propriedade de não se converter para uma variância condicional, então os valores de α_j e β_j somados resultam no valor de um, ou seja obriga a que a soma do modelo ARCH com GARCH seja igual a um, sendo este modelo apropriado para dados não estacionários. A condição para esta igualdade formula-se da seguinte forma:

$$\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i = 1$$

5.2.6. GJR-GARCH

O modelo *Glosten-Jagannathan-Runkle Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GJR-GARCH) é uma extensão do modelo GARCH que leva em consideração a assimetria na volatilidade condicional.

De acordo com os autores Glosten et al. (1993), o modelo é utilizado como uma forma de capturar o efeito assimétrico dos choques positivos e negativos na volatilidade dos retornos financeiros através da inclusão de um termo adicional na equação da variância condicional.

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^p (\alpha_j R_{t-j}^2 + \gamma_j I_{t-j} R_{t-j}^2) + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Onde,

σ_t^2 é a variância condicional no período t .

ω termo constante.

$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_j$ é o coeficiente dos termos dos retornos, associado ao modelo ARCH.

R_{t-1}^2 é o termo do quadrado dos valores dos retornos dos períodos anteriores.

γ_i é o parâmetro de assimetria.

I_{t-j} é o indicador com valor de 1 para $R \leq 0$ e 0 caso contrário.

$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_j$ é o coeficiente dos termos da volatilidade passada, associado ao modelo GARCH.

σ_{t-j}^2 são as variâncias condicionais dos períodos anteriores.

p é o número de quadrados dos retornos anteriores utilizados para estimar a volatilidade no instante t .

q é o número de variâncias condicionais utilizadas de períodos anteriores para estimar a volatilidade no instante t .

Desta forma, permite que o modelo consiga capturar o facto de os choques negativos terem um impacto maior na volatilidade do que os choques positivos, refletindo assim as quedas de preços nos mercados financeiros, sendo, portanto, um modelo ótimo para modelar a volatilidade condicional quando é visível a presença de eventos extremos e assimetrias nas séries temporais financeiras.

5.2.7. Método Bootstrap

Num contexto de previsão da volatilidade, o método *Bootstrap* através da reamostragem dos resíduos a partir da distribuição do modelo ajustado prevê os valores futuros para a série e para a própria volatilidade, ou seja, é um modelo em que os seus valores são reconstruídos através dos resíduos estimados (Jeong, 2017). Uma das fontes de problemas existentes nas previsões em períodos à frente nos modelos GARCH são derivadas da forma da densidade preditiva, e este método ajuda no combate a esses problemas, visto que devolve não só o valor da previsão para a volatilidade condicional, como também os mínimos, máximos, a

média e os percentis 0.25 e 0.75. Este conjunto de previsões vão permitir estimar intervalos de confiança e avaliar as incertezas associadas às previsões, fazendo assim uma análise mais robusta aos valores da previsão.

Tendo em conta a incerteza dos parâmetros, o modelo constrói uma distribuição simulada dos parâmetros através de simulações e *refit*, considerando apenas a incerteza da distribuição. (Pascual, Romo, & Ruiz, 2006).

5.2.8. Método ugarchroll

O método *ugarchroll* permite fazer uma estimativa “em andamento”, fazendo a previsão do modelo, e permitindo também a previsão do Value at Risk em níveis de confiança previamente especificados, permite assim fazer previsões iterativas em janelas de tempo móveis, estimando o modelo em intervalos regulares. O modelo recebe como entrada o modelo GARCH utilizado e os parâmetros relevantes para controlar o comportamento da estimação. Este método retorna os parâmetros de previsão de distribuição necessários para calcular qualquer medida necessária na densidade prevista, bem como a volatilidade e o VaR para cada nova janela de dados à medida que o tempo avança (Ghalanos, 2022).

5.2.9. Dynamic Conditional Correlation (DCC)

Todos os modelos referidos anteriormente dizem respeito a uma análise da volatilidade a um único ativo, no entanto, tendo em conta a incidência deste projeto, o objetivo final é sempre uma análise de uma carteira de ativos (ou portfólio). Neste caso, é necessário calcular a matriz de covariância entre todos os ativos que compõem o portfólio tal como foi aprofundado no capítulo 4.4.1, o que importa reter neste contexto é que é necessário perceber a ligação que existe entre todos os ativos da carteira e que o próprio cálculo da volatilidade de cada ativo pode ser influenciado pelos retornos dos outros que a compõem.

Proposto por Engle R. (2002), o modelo *Dynamic Conditional Correlation* (DCC) combina a flexibilidade dos modelos GARCH univariados com uma parametrização parcimoniosa das correlações condicionais. Dessa forma, é possível estimar matrizes de correlação potencialmente muito grandes, sendo que o processo de previsão utilizando o DCC é dividido em duas partes: a primeira parte lida apenas com as volatilidades individuais das séries e como os parâmetros influenciam essas volatilidades, ou seja, utiliza modelos

GARCH univariados; a segunda parte, lida com os parâmetros que determinam as correlações entre as séries, considerando as estimativas da primeira parte.

5.3. Diagnosticar e avaliar modelos de volatilidade

Os autores Montgomery et al. (2015) fazem uma análise aprofundada das várias medidas existentes para avaliar um modelo de volatilidade, afirma assim que existem inúmeras medidas estatísticas que permitem uma avaliação do modelo e perceber o quanto o mesmo se ajusta aos dados, por norma é utilizado os erros de previsão para calcular o desempenho do modelo. Sendo o erro de um período formulado da seguinte forma:

$$e_t(1) = y_t - \hat{y}_t(t - 1)$$

Onde,

$\hat{y}_t(t - 1)$ é a previsão do valor de y_t um período à frente.

Medidas de avaliação dos erros:

5.3.1. AIC e BIC

Os critérios que vão ser tidos em conta são o *Akaike Information Criterion* (AIC) e o *Schwarz Bayesian Information Criterion* (BIC):

$$AIC = \ln\left(\frac{\sum_{t=1}^T e_t^2}{T}\right) + \frac{2p}{T}$$

$$BIC = \ln\left(\frac{\sum_{t=1}^T e_t^2}{T}\right) + \frac{p \ln T}{T}$$

Com estes indicadores, existe uma penalização pelo número de parâmetros adicionais utilizados no modelo, pelo que, valores muito baixos do valor do AIC e BIC indicam um modelo bom (Montgomery, Jennings, & Kulahci, 2015). A capacidade de ajuste aos dados

e a precisão das previsões são informações cruciais, guiando as decisões críticas para otimizar a modelagem da volatilidade escolhendo o modelo mais adequado aos dados. Ao selecionar o modelo mais apropriado aos dados, procura-se com isso garantir previsões confiáveis e robustas, contribuindo assim para a confiabilidade das análises.

6. Implementação

Este capítulo tem por base a demonstração da implementação de todos os conceitos teóricos discutidos previamente. Serão realizadas análises dos dados dos quatro ativos escolhidos, e escolha e implementação de modelos adequados para previsão das séries temporais compostas pelos retornos dos ativos. No fim, será realizado o estudo e otimização de portfólio com base em alguns requisitos pré estabelecidos.

6.1. Análise e tratamento dos dados

6.1.1. Preços

Tal como referido anteriormente, os ativos escolhidos para a análise inicial neste projeto foram a Apple Inc, a Tesla Inc, a Microsoft Corporation e a Johnson & Johnson, representadas pelos símbolos *Ticker*³ respetivos (AAPL, TSLA, MSFT, JNJ), sendo a análise feita relativamente aos preços dos últimos cinco anos (Figura 6.1 e Figura 6.2).

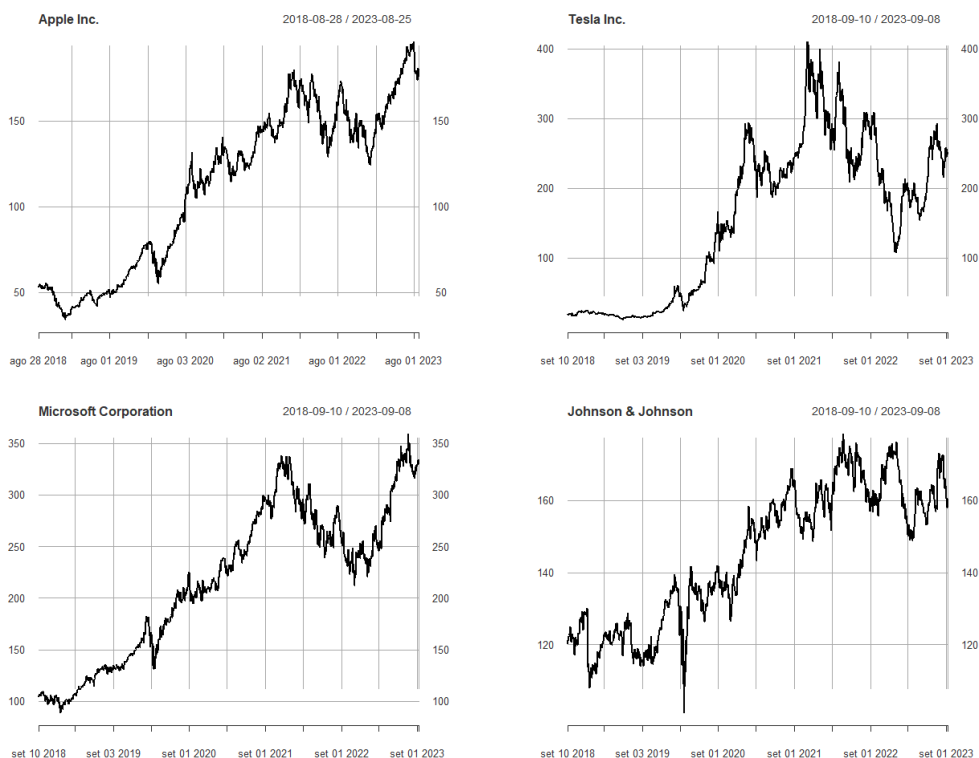


Figura 6.1 – Preços de fecho ajustados das ações nos últimos cinco anos

³ Símbolo *Ticker* é uma abreviação usada para identificar as ações de uma determinada empresa que são negociadas publicamente num determinado mercado de ações (Ticker symbol, s.d.).



Figura 6.2 – Preços de fecho ajustados do Índice S&P 500

Analisando o preço de fecho ajustado das ações, é possível retirar informação relativamente à valorização dos mesmos. As empresas que mais subiram a valorização do preço das ações foram a Apple, a Tesla e a Microsoft tendo sido a Johnson & Johnson que menos valorizou no mesmo período, como é possível verificar na Tabela 1. Já para o Índice de mercado, tendo em conta a diversidade de ativos que o compõem, a valorização também foi menos expressiva, não deixando de ser positiva.

<i>Ativo</i>	Preço Inicial	Preço Final	Valorização
<i>Apple Inc.</i>	52,27551	178,18000	241%
<i>Tesla Inc.</i>	19,03333	248,50000	1206%
<i>Microsoft Corporation</i>	103,63007	334,27000	223%
<i>Johnson & Johnson</i>	120,03720	160,56000	34%

Tabela 1 - Valorização do preço das Ações

<i>Índice</i>	Preço Inicial	Preço Final	Valorização
<i>S&P 500</i>	2877,130	4457,490	55%

Tabela 2 - Valorização do preço do Índice

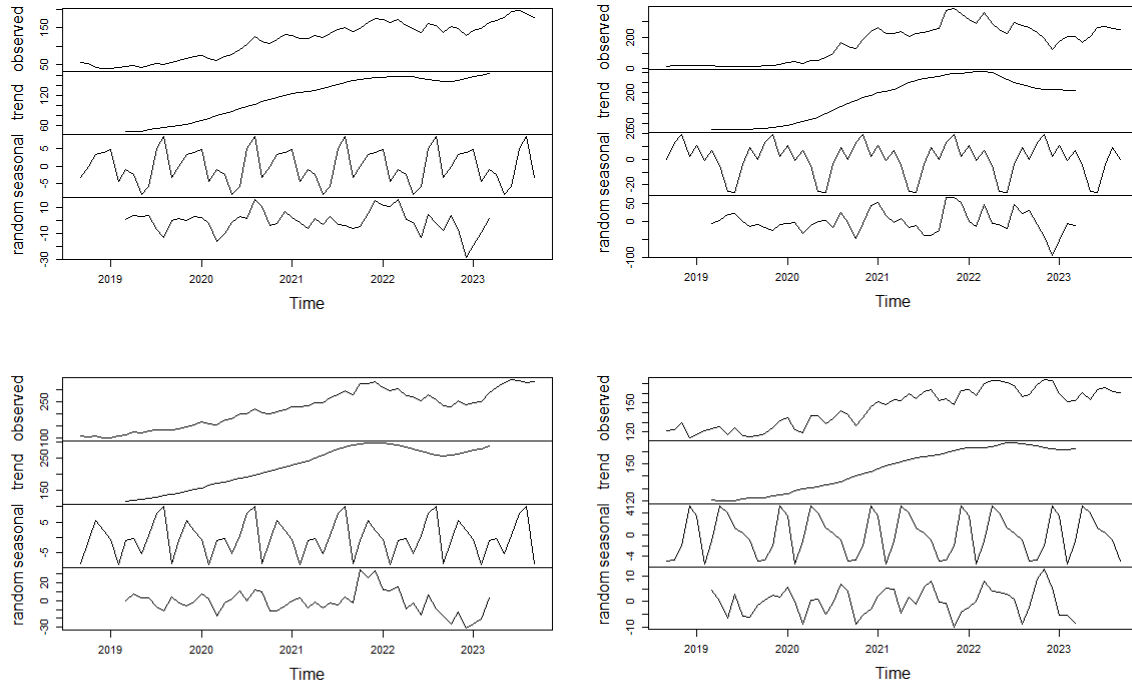


Figura 6.3 – Decomposição das séries temporais dos preços das ações

Na Figura 6.3, pode-se analisar as várias componentes de uma série temporal, na linha de cima, da esquerda para a direita são as decomposições da Apple e Tesla, na linha de baixo, da esquerda para a direita são as decomposições da Microsoft e Johnson & Johnson. A análise da decomposição, é possível corroborar o que foi escrito no parágrafo acima, podemos verificar claramente uma subida dos preços durante o período em análise, mesmo com alguns períodos de descida. Em todos os casos verifica-se uma componente sazonal anual, isto porque, embora diferente para cada ativo, os padrões da sazonalidade repetem-se anualmente. Analisando a sazonalidade de cada ativo (Anexo A), verifica-se:

Apple: Os preços nos meses de fevereiro a junho apresentam uma descida, e subida acentuada de julho a agosto, começando novamente a descer em setembro e outubro (não muito) e novamente subida de novembro a janeiro. O mês com maior descida é o de maio, e o mês com maior subida é o agosto.

Tesla: Os preços deste ativo começam com uma subida em janeiro, descendo um pouco em fevereiro, para depois subir novamente em março, nos meses de abril a julho os preços sofrem descidas, e terminam o ano desde agosto até dezembro com subidas nos preços. O mês com maior descida é junho e com maior subida o mês de novembro.

Microsoft: Os preços começam o ano com descidas desde janeiro a maio, aumentando de junho a agosto, para depois apresentarem descidas de setembro a outubro, terminando o ano com subidas até dezembro. O mês com maior descida é o fevereiro e com maior subido o mês de agosto.

Johnson & Johnson : Em janeiro os preços sobem, de fevereiro a março é visível uma descida para depois um aumento de preços de abril a julho, as descidas voltam novamente de agosto a novembro e depois aumentam em dezembro. O mês com maior descida é o fevereiro e o mês com maior subida é o dezembro.

Com base na análise da sazonalidade é perceptível os meses mais adequados à compra (preços mais baixos) e venda (preços mais altos) dos ativos, estes padrões de descida e subida são visíveis de forma repetida anualmente.

As alterações maiores nos preços diários também são visíveis na Figura 6.1 e na Figura 6.2, sendo muito mais acentuadas a partir de 2020, ano em que começa a pandemia global COVID, mais concretamente a 11 de março de 2020 de acordo com a Organização Mundial da Saúde. Ainda é possível verificar uma descida acentuada dos preços em todos os ativos, mas principalmente no Índice de mercado, precisamente no início da pandemia. A recuperação do mercado é também ela visível logo a partir do início da pandemia, revelando que os ativos em questão foram superando as adversidades impostas no momento, tendo alcançado subidas de preços acentuadas, no entanto com alguma volatilidade mais expressiva.

Tal como referido no capítulo 4.1, o essencial numa análise das ações de um ativo não é tanto o preço, mas sim a rentabilidade extraída dessa ativo, pelo que é necessário converter os preços em retornos. Numa análise aos dados dos preços dos ativos foi possível extrair informação relativa a estacionaridade dos dados.

Através da análise pelo ACF verifica-se que nas séries temporais dos preços de todos os ativos os valores atuais estão totalmente correlacionados com os valores anteriores, e as autocorrelações não diminuem rapidamente para zero à medida que os lags aumentam, como pode ser visualizado na Figura 6.4, o que indica a não estacionaridade dos dados.

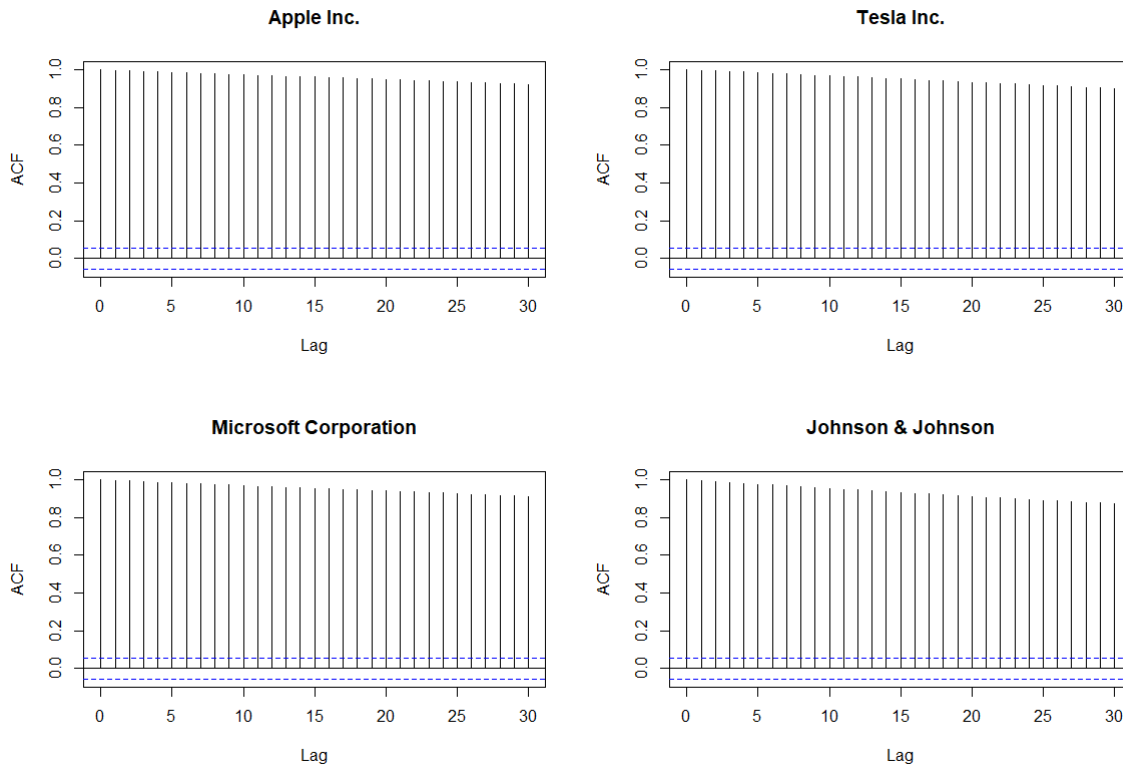


Figura 6.4 – Gráficos ACF das séries temporais dos preços dos ativos

Realizando o teste ADF para obtermos uma resposta mais coesa sobre a estacionaridade dos dados, para cada ativo o resultado foi o exposto na Tabela 3.

Teste Augmented Dickey-Fuller	
Ativo	p-value
<i>Apple Inc.</i>	0,3919
<i>Tesla Inc.</i>	0,5602
<i>Microsoft Corporation</i>	0,5701
<i>Johnson & Johnson</i>	0,05287

Tabela 3 - Teste ADF nas séries temporais dos preços

Os resultados do teste Augmented Dickey-Fuller (ADF) para cada ativo, indicam que, para os níveis de significância convencionais (0.05), tendo os resultados do p-value sido superiores a 0.05, não se pode rejeitar a hipótese nula de que os dados não são estacionários. Logo, com base apenas nos níveis de significância calculados, não podemos afirmar que os dados são estacionários. O próximo passo é então o cálculo dos retornos para a transformação dos dados da série em dados estacionários, permitindo assim a modelagem das séries temporais.

6.1.2. Retornos

Sendo feito o cálculo dos retornos como apresentado no capítulo 4.1, em todos os ativos passou a existir um valor omissos no início de cada série temporal, que diz respeito ao primeiro dia da série, isto porque, não existe mais nenhum dia anterior ao primeiro para ser utilizado no cálculo do retorno. Posto isto, é necessário a eliminação de valores omissos, passando a série temporal de retornos a ter um dia a menos que a série temporal dos preços de fecho ajustados, para que não haja dados omissos aquando da modelagem das séries temporais. As novas séries temporais dos retornos de cada ativo são então as que estão apresentadas na Figura 6.5.

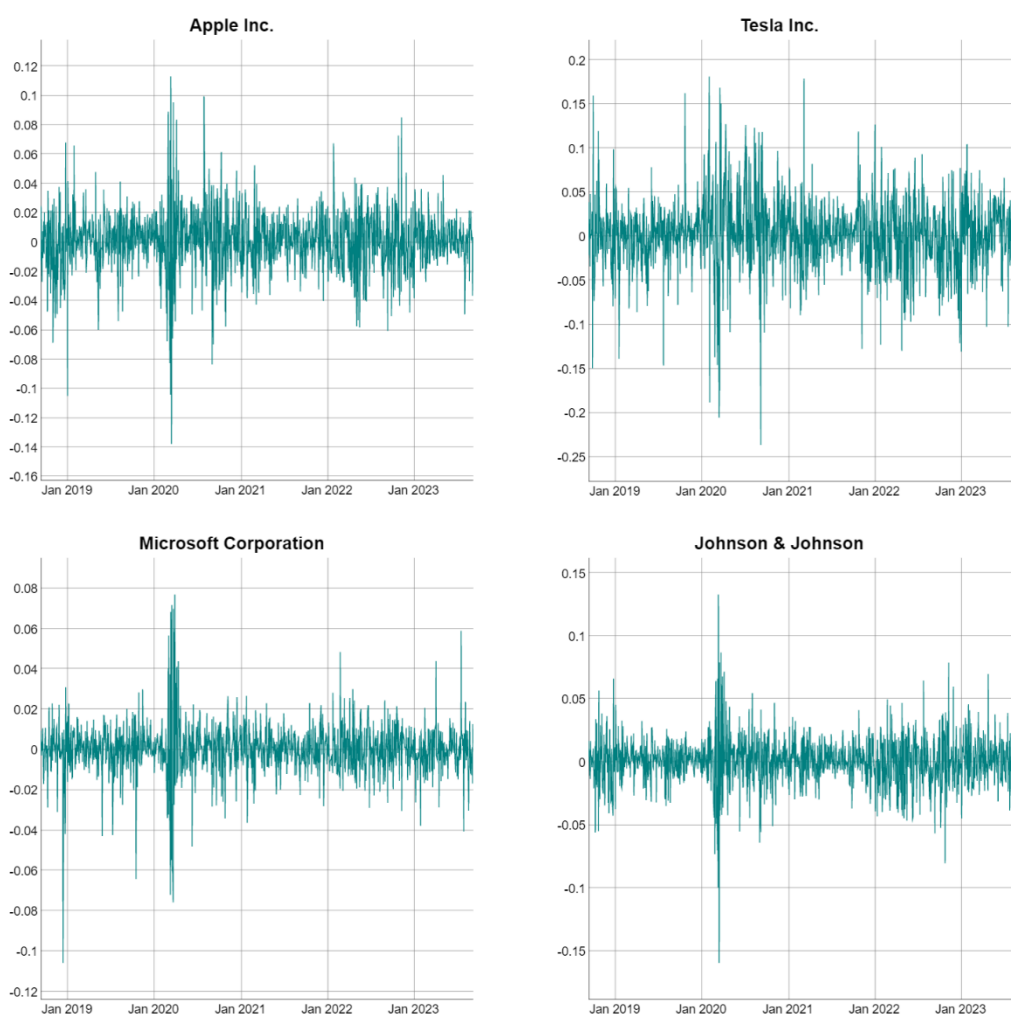


Figura 6.5 – Séries temporais dos retornos dos ativos

Com estes gráficos das séries temporais dos retornos é possível verificar novamente o maior período de volatilidade, o início da pandemia em 2020, onde os retornos atingem tanto os valores mais altos como os valores mais baixos. Facilmente identifica-se a Apple e a Tesla

como os ativos com maior volatilidade ao longo do período em análise com maiores variações nos valores dos retornos, seguindo-se a Microsoft e depois a Johnson & Johnson.

Tal como foi discutido no capítulo 4.1, os retornos do portfólio ou carteira de ativos, não são apenas a soma de todos os retornos, mas sim a soma ponderada desses retornos consoante o peso que os mesmos têm no portfólio. Desse modo, assumindo o seguinte peso para cada ativo:

AAPL	TSLA	MSFT	JNJ
0,25%	0,25%	0,25%	0,25%

Tabela 4 - Pesos de cada ativo

E aplicando a fórmula do cálculo dos retornos do portfólio com base nos pesos enunciados, obtêm-se os retornos do portfólio escolhido representados na Figura 6.6.

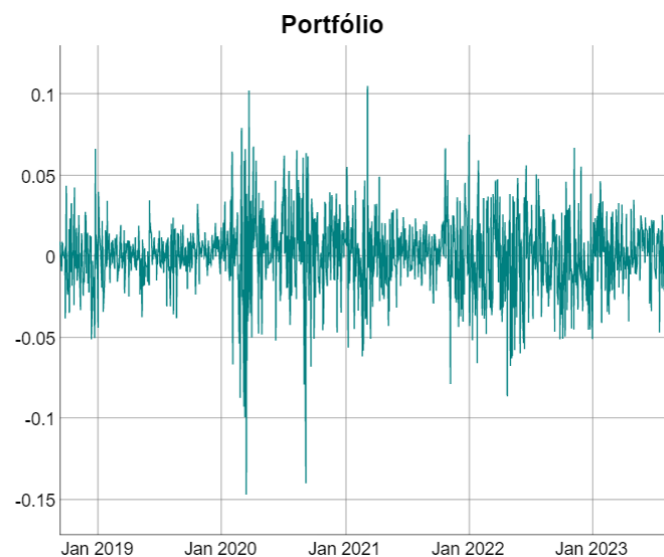


Figura 6.6 – Retornos do Portfólio

Em primeira análise, é possível observar que a volatilidade que inicialmente estava mais concentrada no ano de 2020, agora, parece mais dispersa ao longo do tempo, muito provavelmente devido ao ativo TSLA, pois este mantém uma alta volatilidade ao longo do tempo. Este é um exemplo do que a diversificação pode fazer a um portfólio, neste caso, ao ter um ativo com elevada volatilidade e tendo todos os ativos o mesmo peso no respetivo portfólio, a volatilidade do portfólio vai ser diretamente influenciada pela elevada volatilidade de um só ativo. Posto isto, e não excluindo nenhum ativo do portfólio, para um

nível de risco conservador, uma das principais opções seria a redução do peso do ativo TSLA.

Agora que a série temporal dos preços já foi transformada na série temporal dos retornos, é necessário verificar novamente se os dados das séries são estacionários ou não. Voltando a realizar o teste ADF, os resultados foram os que estão apresentados na Tabela 5.

Teste Augmented Dickey-Fuller	
Ativo	p-value
<i>Apple Inc.</i>	0,01
<i>Tesla Inc.</i>	0,01
<i>Microsoft Corporation</i>	0,01
<i>Johnson & Johnson</i>	0,01

Tabela 5 - Teste ADF nas séries temporais dos retornos

Os resultados do teste Augmented Dickey-Fuller (ADF) realizado novamente, agora para cada série temporal dos retornos de cada ativo, indicam que, para os níveis de significância convencionais (0,05) os resultados do p-value foram sempre inferiores a 0,05, logo, é possível afirmar que existe estacionaridade nos dados.

À semelhança do que acontece para cada ativo, o resultado do teste Augmented Dickey-Fuller (ADF) Tabela 6, para a série temporal dos retornos do portfólio, indica que, para os níveis de significância convencionais (0,05) o resultado do p-value foi inferior a 0,05, logo, é também possível afirmar que existe estacionaridade nos dados.

Teste Augmented Dickey-Fuller	
Ativo	p-value
<i>Portfólio</i>	0,01

Tabela 6 - Teste ADF na série temporal dos retornos do Portfólio

6.1.3. Medidas estatísticas dos retornos

Através da análise de medidas estatísticas presente na Tabela 7, também é possível observar alguns comportamentos dos retornos. É possível validar mais uma vez que a Tesla é o ativo com maiores dispersões relativamente á média e por conseqüente com maiores variações dos retornos. A Tesla, apresenta não só o valor mais alto dos retornos diários (0,18144) mas também o valor mais baixo (-0,23652), comprovando a maior dispersão de retornos comparativamente aos outros ativos. Ao comparar os valores dos quartis, verifica-se que

25% dos valores dos retornos encontram-se abaixo do valor do 1º quartil, ou seja, no caso de todos os ativos esses valores são todos negativos, logo, pelo menos 25% dos retornos são perdas, sendo que no caso da Tesla, esta apresenta as perdas maiores. Em contrapartida, outros 25% dos retornos são valores superiores ao 3º quartil e positivos, neste caso, a Tesla, mais uma vez, demonstra a sua maior dispersão nos dados, pois atinge valores superiores neste quartil.

	AAPL	TSLA	MSFT	JNJ	Portfólio
Indicador	Valor	Valor	Valor	Valor	Valor
<i>Variance</i>	0,00044	0,00173	0,00039	0,00017	0,00055
<i>UCL Mean</i>	0,00214	0,00434	0,00202	0,00095	0,00235
<i>Sum</i>	1,22627	2,56925	1,17112	0,29087	1,32615
<i>Stdev</i>	0,02105	0,04156	0,01974	0,01300	0,02334
<i>Skewness</i>	-0,26294	-0,22145	-0,23373	-0,42672	-0,48917
<i>SE Mean</i>	0,00059	0,00117	0,00056	0,00037	0,00066
<i>nobs</i>	1257,00000	1257,00000	1257,00000	1257,00000	1257,00000
<i>Nas</i>	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
<i>Minimum</i>	-0,13771	-0,23652	-0,15945	-0,10578	-0,14669
<i>Median</i>	0,00118	0,00200	0,00109	0,00028	0,00194
<i>Mean</i>	0,00098	0,00204	0,00093	0,00023	0,00106
<i>Maximum</i>	0,11316	0,18144	0,13293	0,07694	0,10531
<i>LCL Mean</i>	-0,00019	-0,00026	-0,00016	-0,00049	-0,00024
<i>Kurtosis</i>	4,64478	3,49990	6,74686	10,19844	3,79939
<i>3. Quartile</i>	0,01266	0,02231	0,01109	0,00619	0,01342
<i>1. Quartile</i>	-0,00914	-0,01810	-0,00861	-0,00553	-0,00981

Tabela 7 - Medidas estatísticas dos retornos

Resumindo, com base nos valores da tabela, podemos observar que a Tesla tende a ter a maior dispersão e variabilidade em relação aos outros ativos, no caso da Johnson & Johnson aparente ser o ativo mais estável, pois os valores da variância e desvio padrão são mais baixos.

Relativamente às estatísticas dos retornos do portfólio, estes indicam que o retorno diário máximo foi de 0,10531, e o mínimo de -0,14669, comprovando uma dispersão não muito diferente do que se já tinha observado nos retornos diários de cada ativo. Para os quartis, 25% dos retornos encontram-se abaixo do 1º quartil, ou seja, a baixo de -0,00981, muito próximo da maioria dos ativos com mais volatilidade (AAPL, TSLA, MSFT) e 25% dos retornos acima do 3º quartil, ou seja, acima de 0,01342.

Posto isto, tendo em conta a igualdade dos pesos dos ativos, o portfólio ficou com os retornos próximos dos ativos mais “centrais” relativamente ao conjunto, neste caso a AAPL e a MSFT.

Outra questão também visível na tabela, é o facto de todos os ativos e incluindo o portfólio terem uma assimetria negativa (medida pela *Skewness*), o que sugere uma cauda esquerda mais longa ou pesada nas distribuições dos retornos, ou seja, existe uma tendência para concentração de valores mais baixos na distribuição dos retornos e conseqüentemente a maioria dos valores estão na parte direita da distribuição, por outras palavras, a maioria dos retornos está concentrada em valores positivos, mas existe alguns momentos ocasionais de baixo desempenho.

Relativamente à medida de *Kurtosis* os valores são todos acima de 3, logo, as distribuições dos retornos são mais concentradas em torno da média e têm caudas mais pesadas do que um distribuição normal, logo podem experienciar retornos extremos com maior frequência.

Posto isto, e analisando com mais detalhe na Figura 6.7 e Figura 6.8, todos os ativos e o portfólio apresentam características de assimetria negativa e nível de *Kurtosis* elevado nas distribuições dos respetivos retornos. No entanto, embora o ativo que mais se destaca nesta análise dos retornos ser a Johnson & Johnson, pois apresenta valores mais elevados para as duas medidas, pode ser justificado pelo facto de ser um ativo com menor volatilidade durante o período em análise, e historicamente, teve os seus retornos relativamente estáveis comparativamente aos outros ativos, no entanto, devida à pandemia ficou com valores mais dispersos o que pode ter enviesado esta análise para um curto prazo de 5 anos.

A Tesla como já foi visto, apresenta uma volatilidade maior, e é por isso que tem uma *Kurtosis* inferior relativamente aos outros ativos, logo sugere caudas menos pesadas e por isso menos eventos extremos, isto porque, como o ativo tem alta volatilidade, pode experienciar movimentos atípicos nos retornos em curtos períodos. Esta volatilidade pode resultar numa distribuição de retornos mais dispersa e menos concentrada em torno da média, o que se reflete numa *Kurtosis* menor.

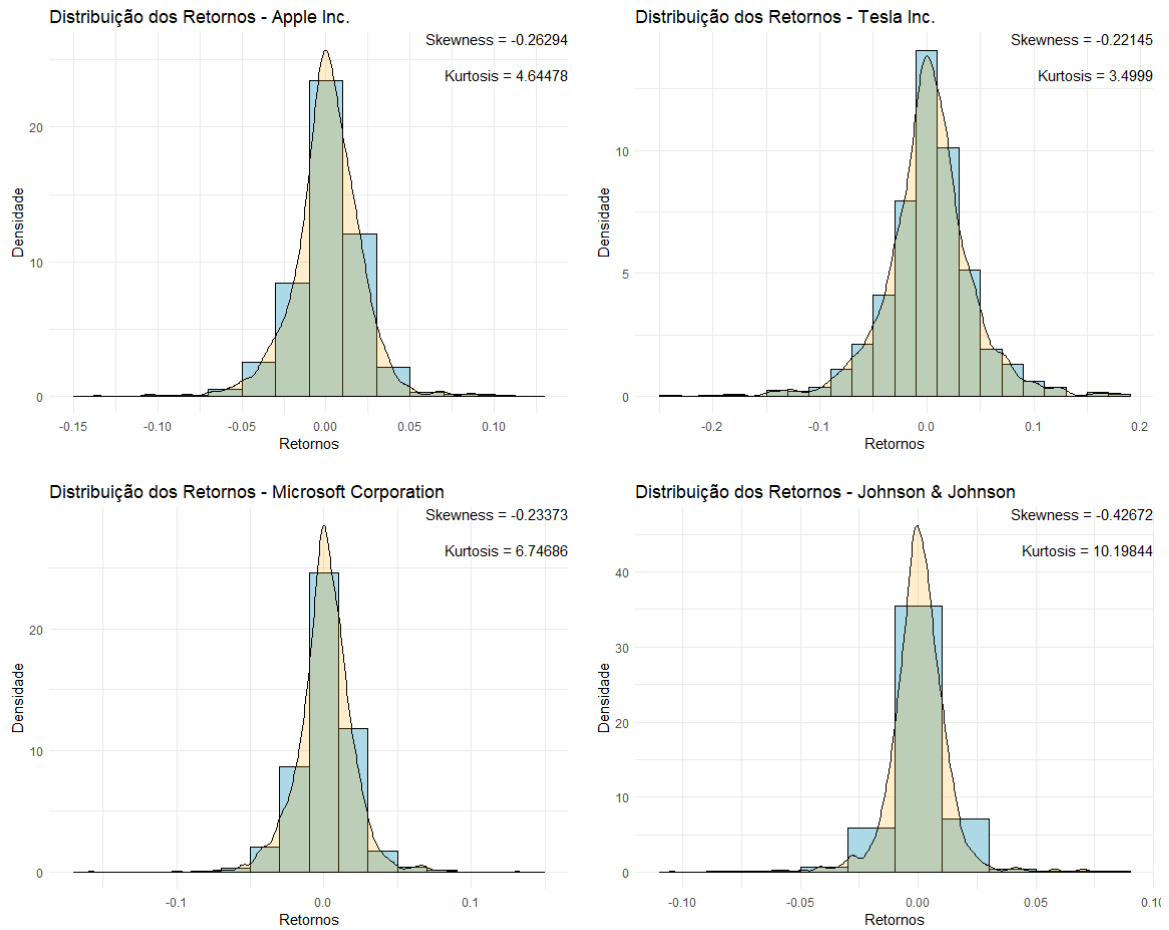


Figura 6.7 – Distribuição dos retornos dos ativos

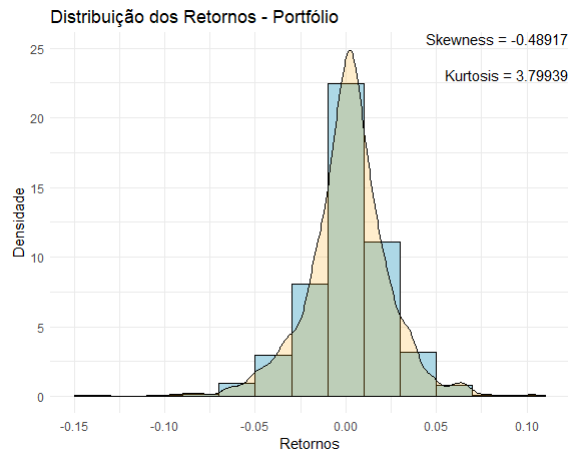


Figura 6.8 - Distribuição dos retornos do Portfólio

Na análise da correlação entre os retornos de todos os ativos (Figura 6.9) verifica-se que existem apenas dois ativos que têm uma correlação forte, a Apple Inc. e a Microsoft Corporation, esta correlação é evidente por vários fatores. Relativamente à presença de

ambas no setor da tecnologia, pois estão envolvidas em atividades semelhantes (software, hardware, dispositivos eletrônico), e por isso os resultados estão frequentemente correlacionados. O próprio efeito de mercado também influencia esta correlação, pois como são empresas de tecnologia com tamanho considerável, são vistas como indicadores do desempenho geral do mercado, ou seja, quando o mercado está em alta, as ações de ambas as empresas tendem a beneficiar e o mesmo acontece inversamente quando o mercado está em baixa. Até mesmo os investidores institucionais, ou seja, fundos de pensões, fundos de investimento, seguradores, entre outros, quando investem em setores de tecnologia, podem incorporar estes dois ativos por serem empresas de grande estatuto e estabilidade financeira, e logo a compra e venda de ações em grande número pode ser realizada em simultâneo para os dois ativos.

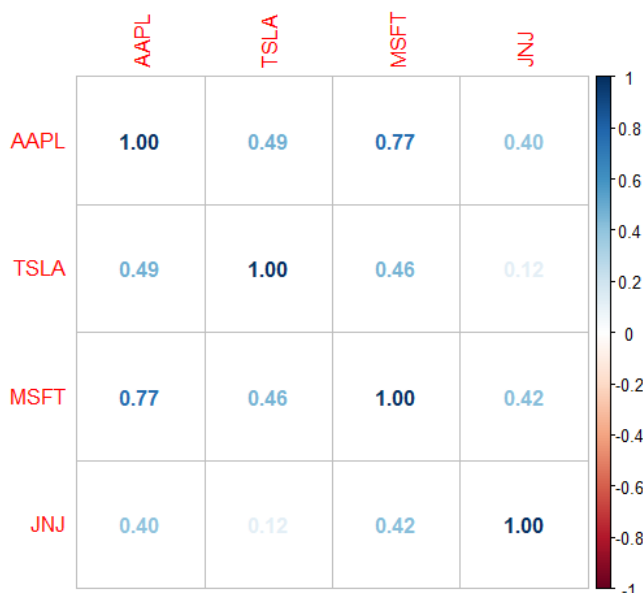


Figura 6.9 – Matriz de correlação dos retornos dos ativos

Em contrapartida a Tesla e a Johnson & Johnson apresentam uma correlação muito fraca, pois são empresas bastante distintas. A Tesla é uma empresa de automóveis e de tecnologia focada em veículos elétricos e energia, e a Johnson & Johnson é uma empresa de produtos farmacêuticos e de cuidados de saúde. Os dois ativos operam em setores completamente diferentes, logo os seus resultados financeiros não estão diretamente relacionados. Os próprios modelos e ciclos de produtos são muito diferentes, os mercados de atuação de ambas também são diferentes, bem como a própria estrutura de cada uma das empresas, a JNJ é uma empresa muito maior e mais estabelecida no mercado em comparação com a Tesla, sendo esta uma empresa relativamente jovem.

O nível diversificação neste conjunto de quatro ativos pode não ser o melhor, visto que não existe nenhum conjunto de correlações negativas, pelo que, muito ou pouco, os ativos acabam por seguir na mesma direção. Isto pode significar que em situações de mercado adversas, os ativos podem ser afetados de maneira semelhante.

O ideal para qualquer conjunto de portfólio diversificado seria ter ativos com correlações baixas e negativas entre si, incluindo ativos de diferentes setores ou classes de ativos, permitindo assim uma diversificação mais eficaz e maior mitigação do risco de mercado.

6.1.4. Desempenho dos retornos

Uma representação gráfica da evolução do desempenho dos retornos pode ser realizada através de um gráfico que mostra a performance do investimento num determinado ativo em relação à performance do mesmo investimento do índice de mercado. Desta forma, é possível ter um entendimento geral sobre como o ativo se está a desempenhar em relação ao mercado. Esta ferramenta de análise ajuda então a visualizar os ganhos ou perdas de um ativo ao longo de um determinado período e a fazer facilmente uma comparação com um índice de mercado. A lógica matemática que esta análise tem por base é o produto acumulado dos retornos do ativo com o investimento inicial, que neste projeto será de 10.000€:

$$\text{Desempenho do Ativo ou Portfólio} = I \times \prod_{k=1}^n (1 + R_{t,k})$$

$$\text{Desempenho do Índice} = I \times \prod_{k=1}^n (1 + R_{m,k})$$

Onde,

I é o investimento inicial de 10.000€

R_t são os retornos do ativo t

R_m são os retornos do índice de mercado

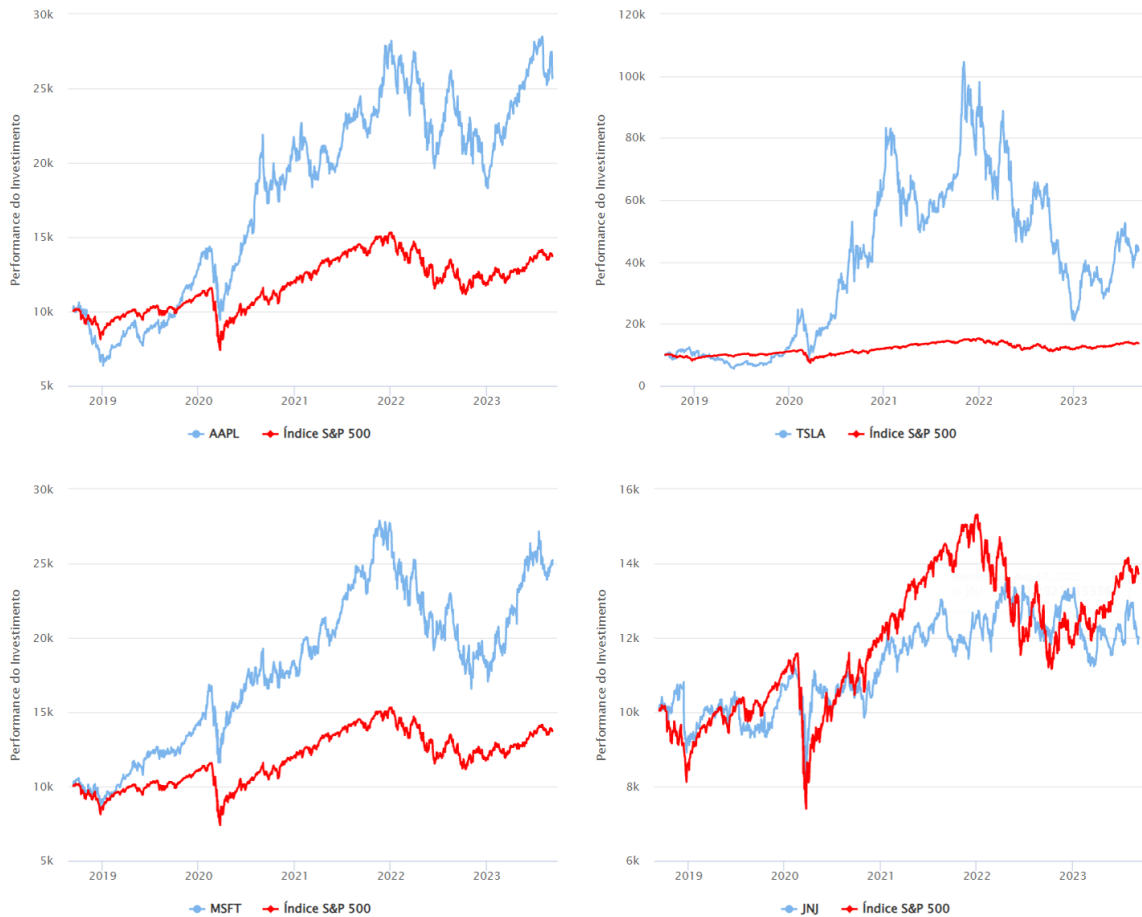


Figura 6.10 – Gráficos do desempenho dos ativos

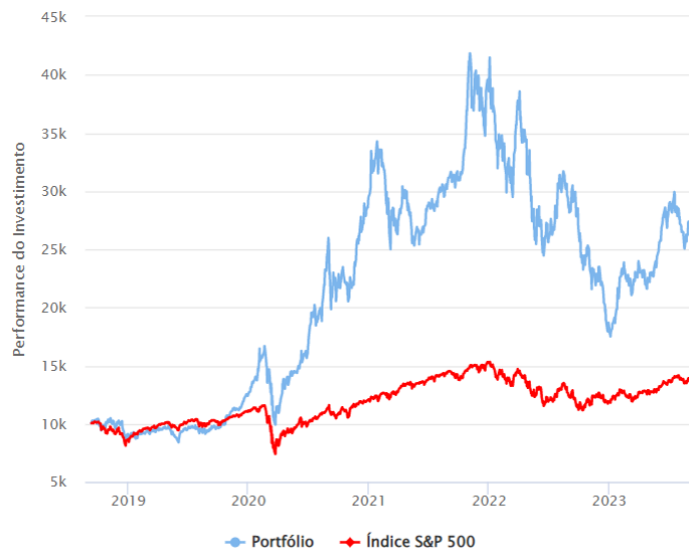


Figura 6.11 - Gráfico do desempenho do Portfólio

Ao verificar os gráficos da Figura 6.10 e Figura 6.11 percebe-se que os ativos com mais volatilidade são aqueles que mais se afastam da performance do índice de mercado. Embora terem sido os mais imprevisíveis, são os que analisando a linha temporal como um todo

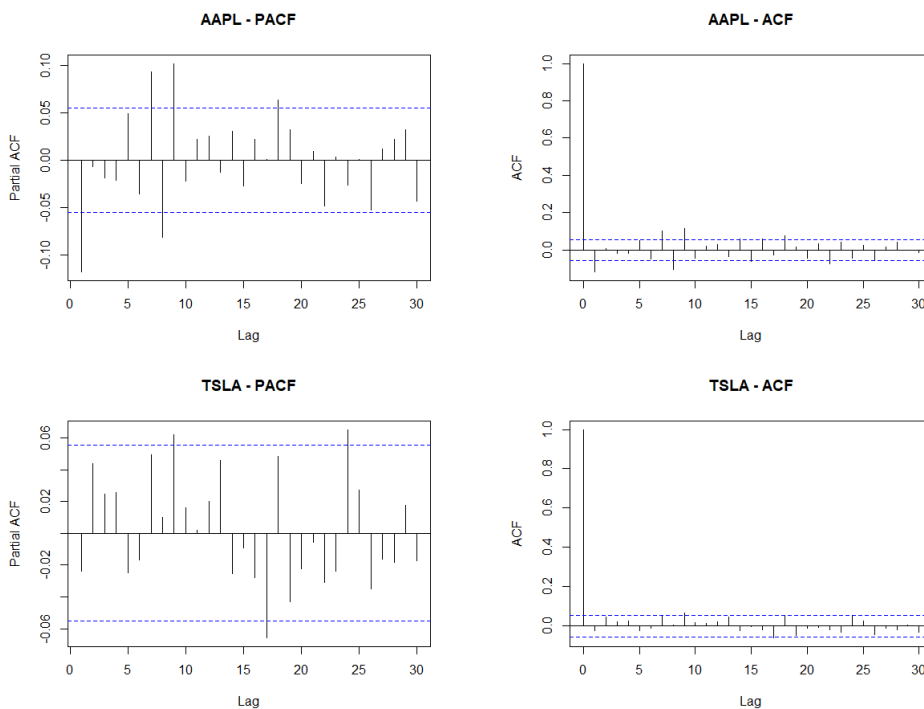
demonstram um melhor desempenho. O ativo AAPL, com o investimento inicial de 10.000€, no final do período (5 anos) esse investimento apenas considerando os retornos, valoriza para cerca de 25.000€, já na TSLA, o investimento inicial, valoriza para perto dos 43.000€. A MSFT consegue valorizar o investimento para 25.000€ e a JNJ, sendo o ativo que mais se assemelha ao índice de mercado, valorizou o investimento inicial para os 12.000€, tendo tido em muitos períodos um desempenho inferior ao próprio mercado. O desempenho do portfólio consegue ser idêntico aos ativos com mais impacto no próprio portfólio, conseguindo ser sempre superior ao mercado, terminando o período de 5 anos com um investimento inicial valorizado para os 25.000€.

6.2. Medidas de Risco

6.2.1. Volatilidade

Para o cálculo da volatilidade discutida no capítulo 4.4.1, e de forma a contemplar os efeitos da heteroscedasticidade, ou seja, a variação da variância dos retornos ao longo do tempo são utilizados os modelos GARCH contemplados no capítulo 5.2, estes modelos para além de prever aquilo que será agora a volatilidade condicional, permitem também realizar uma previsão para n dias à frente do período em análise.

A primeira fase passa por identificar os parâmetros da ordem do modelo AR e MA:



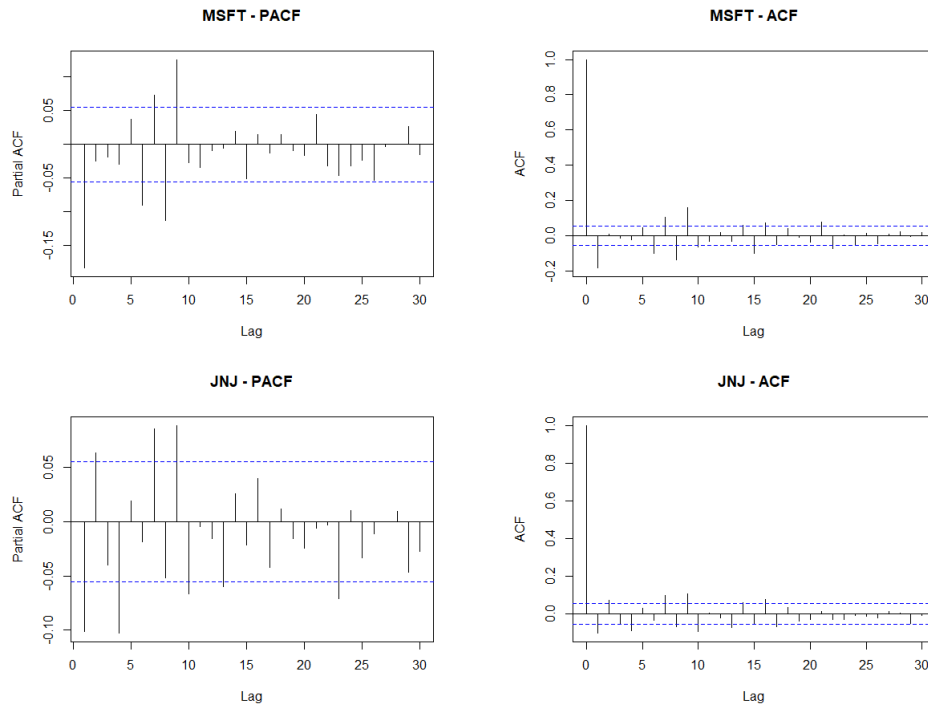


Figura 6.12 - Gráficos ACF e PACF dos retornos dos ativos

Com uma análise visual aos gráficos das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial Figura 6.12, é possível ter uma ideia de como se comportam as autocorrelações e perceber as ordens do modelo AR e MA.

Para o caso do ativo AAPL, aparenta ter um modelo $AR_{(1)}$, pois apenas o primeiro *lag* no gráfico PACF tem alguma relevância para a autocorrelação e verificando o gráfico ACF, também aparenta no máximo um modelo $MA_{(1)}$.

No caso do ativo TSLA, não aparenta ter um *lag* com relevância tanto para o PACF como para o ACF, pelo que pode ser adequado um modelo $AR_{(0)}$ e $MA_{(0)}$.

Para o ativo MSFT, pode ser adequado também um modelo $AR_{(1)}$ visto que o primeiro *lag* do gráfico PACF demonstra alguma relevância para a autocorrelação antes de descair para valores perto de 0. Também parece que os dados se podem adequar a um modelo $MA_{(1)}$, pois o primeiro *lag* do gráfico ACF demonstra alguma relevância para a autocorrelação, mas os valores seguintes descaem para zero.

Por fim, o ativo JNJ aparenta ser adequado o uso de um modelo $AR_{(3)}$ ou $AR_{(4)}$ ou $AR_{(5)}$, pois tem esses primeiros *lags* do gráfico PACF com valores algo de relevantes para a função de autocorrelação antes de começarem a descair para zero. Já analisando o gráfico ACF, este

demonstra que os primeiros dois a quatro lags parecem ser relevantes, logo, fornece informação de que um modelo $MA_{(2)}$, $MA_{(3)}$, $MA_{(4)}$ podem ser adequados. Estes entendimentos dos modelos mais adequados para cada ativo foram com base na inspeção visual dos gráficos ACF e PACF, no entanto, tendo em conta as funcionalidades existentes no software RStudio, é permitido a utilização de funções próprias para o calculo dos melhores parâmetros com base em alguma métrica pré estabelecida.

Neste caso, o uso da função *auto.arima()* da biblioteca *forecast*, permite ajustar automaticamente um modelo ARIMA aos dados e assim identificar a ordem mais adequada ao modelo com base no critério de ajuste escolhido, que será o AIC:

```
Fitting models using approximations to speed things up...

ARIMA(2,0,2) with non-zero mean : -6146.241
ARIMA(0,0,0) with non-zero mean : -6136.539
ARIMA(1,0,0) with non-zero mean : -6152.423
ARIMA(0,0,1) with non-zero mean : -6152.194
ARIMA(0,0,0) with zero mean   : -6135.839
ARIMA(2,0,0) with non-zero mean : -6149.746
ARIMA(1,0,1) with non-zero mean : -6150.444
ARIMA(2,0,1) with non-zero mean : Inf
ARIMA(1,0,0) with zero mean   : -6151.129

Now re-fitting the best model(s) without approximations...

ARIMA(1,0,0) with non-zero mean : -6152.107

Best model: ARIMA(1,0,0) with non-zero mean
```

Para o ativo AAPL a função *auto.arima()* calculou que o melhor modelo seria um $AR_{(1)}MA_{(0)}$ com um AIC = -6152,107.

```
Fitting models using approximations to speed things up...

ARIMA(2,0,2) with non-zero mean : -4421.835
ARIMA(0,0,0) with non-zero mean : -4426.064
ARIMA(1,0,0) with non-zero mean : -4424.09
ARIMA(0,0,1) with non-zero mean : -4424.712
ARIMA(0,0,0) with zero mean   : -4425.024
ARIMA(1,0,1) with non-zero mean : -4423.558

Now re-fitting the best model(s) without approximations...

ARIMA(0,0,0) with non-zero mean : -4426.064

Best model: ARIMA(0,0,0) with non-zero mean
```

Para o ativo TSLA a função *auto.arima()* calculou que o melhor modelo seria um $AR_{(0)}MA_{(0)}$ com um AIC = -4426,064.

```
Fitting models using approximations to speed things up...

ARIMA(2,0,2) with non-zero mean : -6333.587
ARIMA(0,0,0) with non-zero mean : -6297.654
ARIMA(1,0,0) with non-zero mean : -6338.243
ARIMA(0,0,1) with non-zero mean : -6339.524
ARIMA(0,0,0) with zero mean   : -6296.854
ARIMA(1,0,1) with non-zero mean : -6337.312
```

```
ARIMA(0,0,2) with non-zero mean : -6337.532
ARIMA(1,0,2) with non-zero mean : Inf
ARIMA(0,0,1) with zero mean : -6337.187
```

Now re-fitting the best model(s) without approximations...

```
ARIMA(0,0,1) with non-zero mean : -6339.516
```

Best model: ARIMA(0,0,1) with non-zero mean

Para o ativo MSFT a função *auto.arima()* calculou que o melhor modelo seria um $AR_{(0)}MA_{(1)}$ com um AIC = -6339,516.

Fitting models using approximations to speed things up...

```
ARIMA(2,0,2) with non-zero mean : -7360.944
ARIMA(0,0,0) with non-zero mean : -7346.848
ARIMA(1,0,0) with non-zero mean : -7357.253
ARIMA(0,0,1) with non-zero mean : -7356.298
ARIMA(0,0,0) with zero mean : -7348.45
ARIMA(1,0,2) with non-zero mean : -7359.482
ARIMA(2,0,1) with non-zero mean : -7357.992
ARIMA(3,0,2) with non-zero mean : -7366.391
ARIMA(3,0,1) with non-zero mean : -7361.371
ARIMA(4,0,2) with non-zero mean : -7375.929
ARIMA(4,0,1) with non-zero mean : -7376.821
ARIMA(4,0,0) with non-zero mean : -7369.108
ARIMA(5,0,1) with non-zero mean : Inf
ARIMA(3,0,0) with non-zero mean : -7358.64
ARIMA(5,0,0) with non-zero mean : -7366.672
ARIMA(5,0,2) with non-zero mean : -7380.698
ARIMA(5,0,3) with non-zero mean : -7375.147
ARIMA(4,0,3) with non-zero mean : -7373.898
ARIMA(5,0,2) with zero mean : Inf
```

Now re-fitting the best model(s) without approximations...

```
ARIMA(5,0,2) with non-zero mean : -7385.404
```

Best model: ARIMA(5,0,2) with non-zero mean

Para o ativo JNJ a função *auto.arima()* calculou que o melhor modelo seria um $AR_{(5)}MA_{(2)}$ com um AIC = -7385,404. No entanto por motivos de simplificação do modelo e para que não haja problemas a modelar a série temporal, será utilizado o modelo $AR_{(4)}MA_{(1)}$ que é o modelo imediatamente a seguir ao que o *auto.arima()* escolheu tendo um AIC aproximado de -7376,821.

Agora que já são conhecidas as respectivas ordens dos modelos ARMA, estas podem ser utilizadas na construção dos modelos GARCH de forma a chegar à previsão da volatilidade. Uma vez que provada a existência de efeitos ARCH com o teste ARCH LM com função *ArchTest()* da biblioteca *FinTS* para todos os retornos dos ativos é possível então passar para a construção de modelos GARCH para modelar e prever a volatilidade das séries dos retornos dos ativos uma vez que para todos os ativos o valor do *p-value* foi sempre inferior ao nível de confiança (0.05). Para a chegar ao modelo GARCH mais adequado para cada

ativo, tem de se ter em conta a ordem do modelo ARMA, as várias distribuições consideradas, neste caso será a distribuição normal (*norm*), a distribuição *t-student* (*std*) e a distribuição *t-student* estandardizada (*sstd*), os vários modelos GARCH utilizados (*sGARCH*, *eGARCH*, *iGARCH* e *GJR-GARCH*) e por fim as ordens do modelo GARCH, sendo que para não tornar os modelos demasiados complexos a ordem será entre 1, 2 ou 3, podendo ser a combinação de qualquer um dos três números de forma a capturar a natureza da heteroscedasticidade dos retornos dos ativos. Através de um ciclo *for{ }* é possível percorrer todas as opções e, portanto, todas as especificações dos modelos GARCH com a função *ugarchspec()* da biblioteca *rugarch* e guardar os dados necessários para comparar todas essas possibilidades.

```
for (modelo in c("sGARCH", "eGARCH", "iGARCH", "gjrGARCH")) {
  for (garch_p in p_valores) {
    for (garch_q in q_valores) {
      for (distribuicao in distribuicoes) {
        modelo_spec <- ugarchspec(mean.model = list(armaOrder = c(0, 1)), variance.model = list(model = modelo, garchOrder = c(garch_p,
garch_q)),
          distribution.model = distribuicao)
        modelo_fit <- ugarchfit(msft_retorno, spec = modelo_spec)  }
      ...
    }
  }
}
```

Depois de previstas todas as hipóteses de modelos (Anexo B), foram também calculadas todas métricas já discutidas no capítulo 5.3. As seguintes tabelas indicam para cada métrica o valor mínimo e o modelo a que corresponde esse valor mínimo dentro de todas as opções:

Apple Inc.

Indicador	Valor	Modelo ARMA	Modelo GARCH	Distribuição
<i>AIC</i>	-5,15132508336068	ARMA(1,0)	eGARCH(2,2)	std
<i>BIC</i>	-5,12203632871847	ARMA(1,0)	eGARCH(1,1)	std

Tabela 8 - Métricas mínimas e os respetivos modelos do ativo AAPL

Tesla Inc.

Indicador	Valor	Modelo ARMA	Modelo GARCH	Distribuição
<i>AIC</i>	-3,7313209291229	ARMA(0,0)	gjrGARCH(3,1)	std
<i>BIC</i>	-3,71238923146641	ARMA(0,0)	iGARCH(1,1)	std

Tabela 9 - Métricas mínimas e os respetivos modelos do ativo TSLA

Microsoft Corporation

Indicador	Valor	Modelo ARMA	Modelo GARCH	Distribuição
AIC	-5.34870706818411	ARMA(0,1)	eGARCH(3,3)	std
BIC	-5.30511379208464	ARMA(0,1)	eGARCH(1,1)	std

Tabela 10 - Métricas mínimas e os respetivos modelos do ativo MSFT

Johnson & Johnson

Indicador	Valor	Modelo ARMA	Modelo GARCH	Distribuição
AIC	-6,26577089167708	ARMA(4,1)	eGARCH(1,3)	std
BIC	-6,21868444220315	ARMA(4,1)	sGARCH(1,1)	std

Tabela 11 -Métricas mínimas e os respetivos modelos do ativo JNJ

A escolha do indicador a minimizar recais sobre o AIC (Tabela 12), visto que, para além de ser amplamente utilizado na modelagem de séries temporais, é uma métrica que incorpora um *trade-off* automático entre o ajuste do modelo e a própria complexidade do mesmo, ou seja, vai penalizar modelos mais complexos (penalização menos rigorosa que o BIC) incentivando sempre modelos que se ajustem melhor aos dados mas permitindo uma flexibilidade maior em considerar modelos com uma quantidade razoável de parâmetros.

Modelos com o AIC mínimo

Ativo	Modelo ARMA	Modelo GARCH	Distribuição
AAPL	ARMA(1,0)	eGARCH(2,2)	std
TSLA	ARMA(0,0)	gjrGARCH(3,1)	std
MSFT	ARMA(0,1)	eGARCH(3,3)	std
JNJ	ARMA(4,1)	eGARCH(1,3)	std

Tabela 12 - Modelos escolhidos dos ativos

Utilizando os modelos escolhidos, o resultado é a volatilidade condicional (Figura 6.13), ou seja, a volatilidade do respetivo ativo no período em análise.

Na Figura 6.13 é visível os padrões da volatilidade, tal como foi referido anteriormente o pico maior para qualquer ativo é no período da pandemia em 2020. Claramente que o ativo JNJ é o que tem menor volatilidade, que embora tenha tido o pico mais alto na pandemia, não ultrapassou os 5%. No caso da TSLA, o ativo com maior volatilidade, apresenta valores praticamente sempre superiores a 5%, visto de outra forma, o mínimo de volatilidade para a TSLA é de 2,5% sendo esse praticamente um valor que a JNJ nunca tem, mantendo-se no

intervalo de 1% a 2%. Analisando a MSFT parece apresentar nos períodos de 2022 a 2023 maior variabilidade na volatilidade

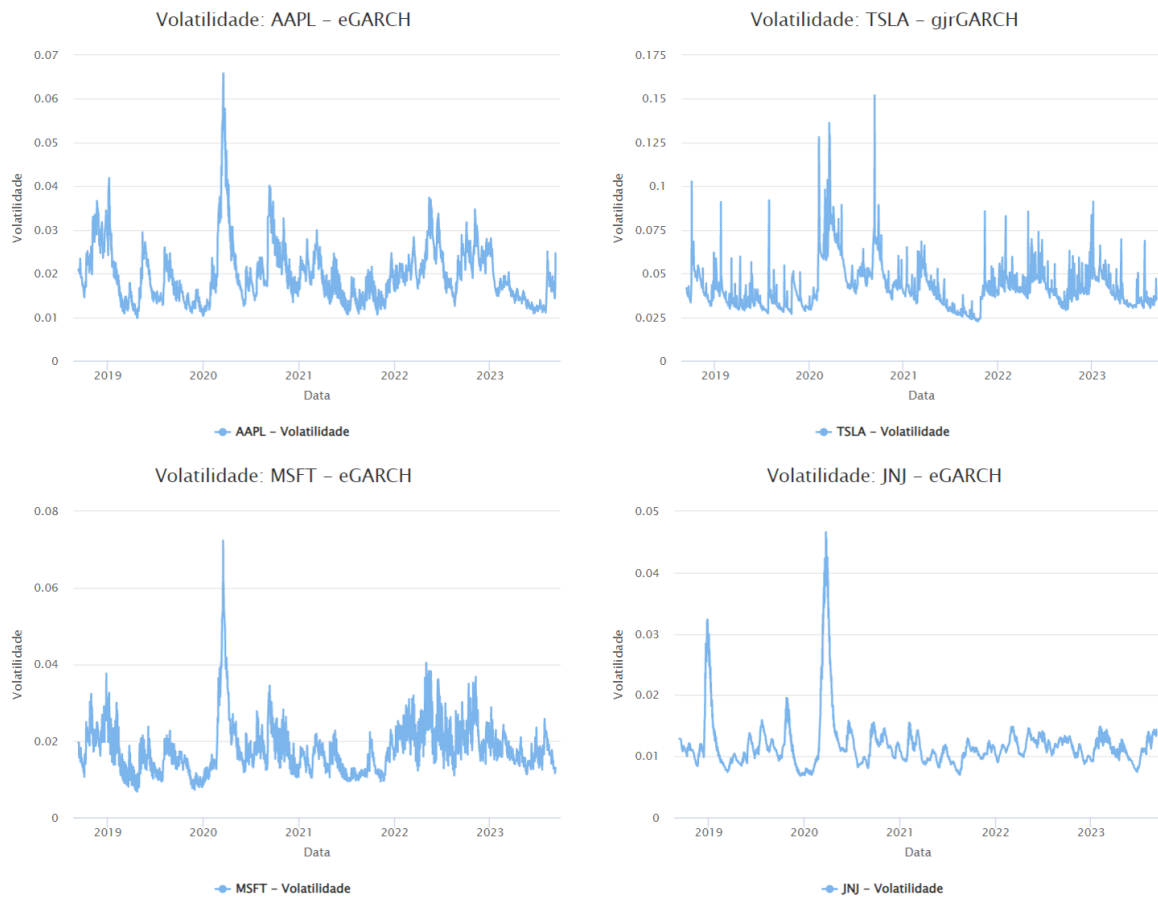


Figura 6.13 - Volatilidade condicional dos ativos

Com a volatilidade condicional prevista (Figura 6.13), o próximo passo para a análise da volatilidade dos ativos é a previsão n períodos para a frente da volatilidade de cada um dos ativos. Para isto foi utilizado o método Bootstrap já discutido no capítulo 5.2.7. Para esta previsão foi utilizada a função `ugarchboot()` da biblioteca `rugarch` incorporando o modelo ajustado com as respectivas especificações do GARCH de cada ativo já previamente calculadas.

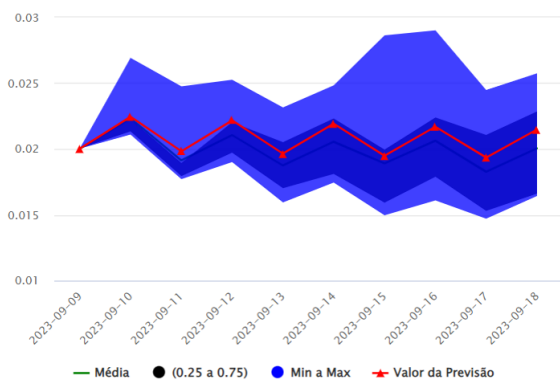
```

modelo_escolhido_spec <- ugarchspec(mean.model = list(armaOrder=c(4,1)),
  variance.model = list(model = "eGARCH", garchOrder = c(1,3)),
  distribution.model = "std")
modelo_escolhido_fit <- ugarchfit(jnj_retorno, spec = modelo_escolhido_spec)
bootp = ugarchboot(modelo_escolhido_fit, method = c("Partial", "Full")[1], n.ahead = 10, n.bootpred = 10)

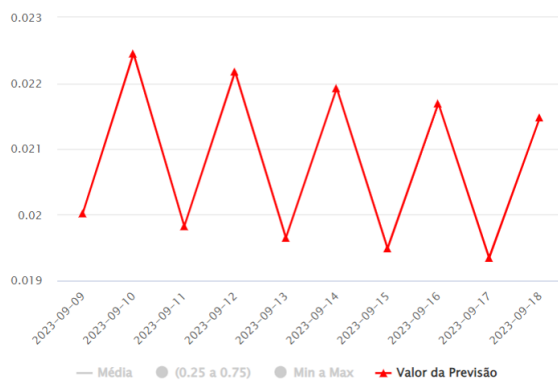
```

Análise de risco de mercado e otimização de portfólio com o RStudio e Shiny

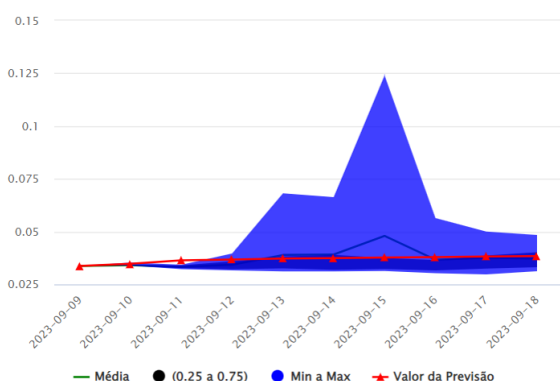
Previsão da Volatilidade (T+10) – GARCH bootstrap – AAPL



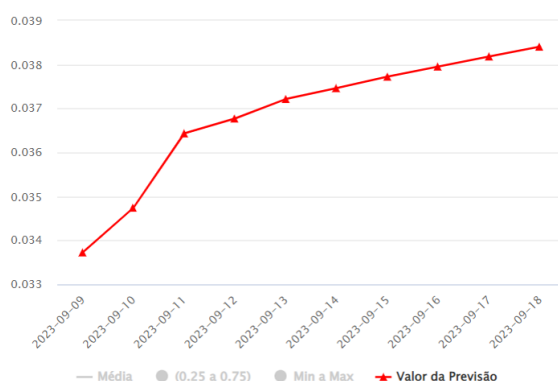
Previsão da Volatilidade (T+10) – GARCH bootstrap – AAPL



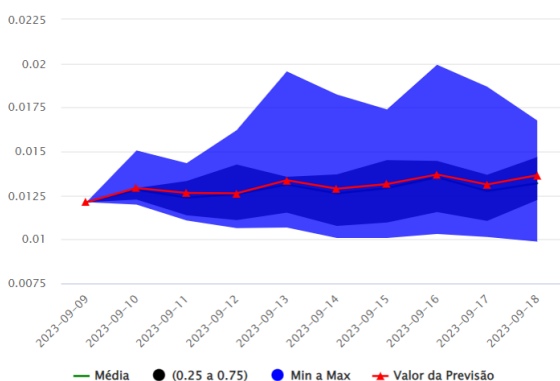
Previsão da Volatilidade (T+10) – GARCH bootstrap – TSLA



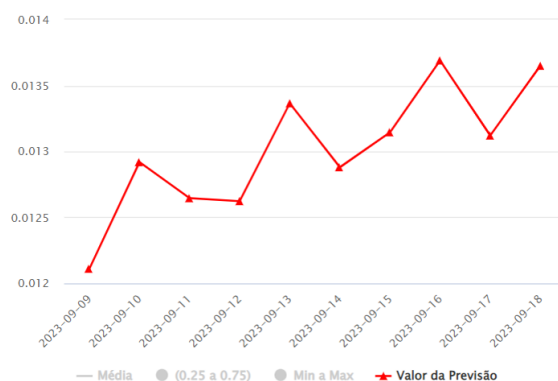
Previsão da Volatilidade (T+10) – GARCH bootstrap – TSLA



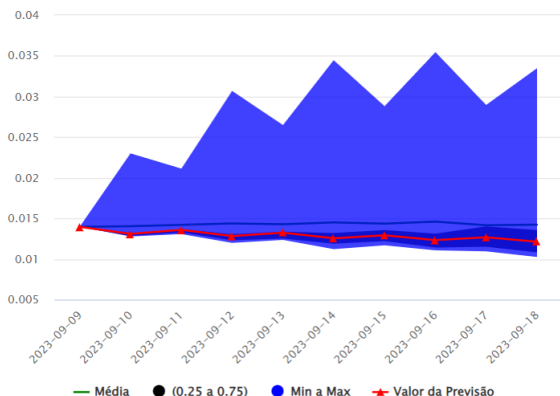
Previsão da Volatilidade (T+10) – GARCH bootstrap – MSFT



Previsão da Volatilidade (T+10) – GARCH bootstrap – MSFT



Previsão da Volatilidade (T+10) – GARCH bootstrap – JNJ



Previsão da Volatilidade (T+10) – GARCH bootstrap – JNJ

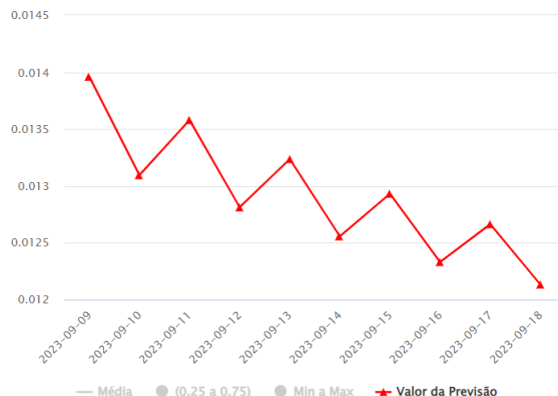


Figura 6.14 - Previsão da volatilidade utilizando o método Bootstrap

Com estas previsões apresentadas na Figura 6.14, consegue-se estudar como a volatilidade pode alterar no futuro próximo, sendo que a previsão é sempre muito mais incerta à medida que o tempo aumenta. Mesmo assim, é possível averiguar os limites mínimos e máximos do intervalo de possibilidades da previsão, o que torna a mesma não tão limitada a um único valor previsto, permitindo uma análise mais robusta. Relativamente aos ativos, a previsão realizada, indica que os ativos JNJ e AAPL são os únicos que apresentam uma tendência de descida na volatilidade, sendo mais expressiva no ativo JNJ. No período de previsão (10 dias) não existe evidência de subidas ou descidas superiores a 1% na volatilidade. Esta previsão não tem em conta obviamente acontecimentos externos e incontroláveis que podem alterar claramente o padrão existente na volatilidade.

6.2.2. Volatilidade do Portfólio

Para o cálculo da volatilidade do portfólio não basta somar as volatilidades todas de cada ativo, ou fazer uma média das mesmas.

É necessário passar por um processo mais complexo de forma a obter o valor certo dessa volatilidade, pois a própria teoria da diversificação tem alguma influência neste contexto, visto que se tivermos um conjunto de quatro ativos todos do mesmo setor a volatilidade pode ser maior do que só a soma das quatro, pois se acontecer algo de negativo a um ativo, muito provavelmente pode acontecer o mesmo aos outros, e nesse sentido a volatilidade pode ser superior.

Desta forma é necessário ter em conta a correlação entre os ativos e para isso não será utilizado apenas um GARCH univariado, mas sim um modelo multivariado, que consiste num modelo GARCH univariado que será replicado várias vezes, para depois passar para uma segunda fase onde terá em conta a correlação entre os valores da série, que será então o modelo DCC (capítulo 5.2.9)

Para o cálculo da volatilidade do portfólio o primeiro passo é a criação de um *dataset* com os dados dos retornos de todos os ativos que compõem o portfolio (Tabela 13) e a respetiva série temporal.

	AAPL	TSLA	MSFT	JNJ
11/09/2018	0,0249686134	-0,0214543931	0,016861967	0,0094297637
12/09/2018	-0,0124968216	0,0389536478	0,004216096	0,0061178471
13/09/2018	0,0238680780	-0,0037241683	0,010684807	0,0037959058
14/09/2018	-0,0114158831	0,0196360195	0,004065864	-0,0028634894
17/09/2018	-0,0269870885	-0,0012202649	-0,010908676	0,0033640245
18/09/2018	0,0016509387	-0,0340840136	0,009496305	0,0041353496
19/09/2018	0,0005953815	0,0481616773	-0,013427764	-0,0005694330
20/09/2018	0,0075730571	-0,0023102764	0,016602690	0,0107634904
21/09/2018	-0,0108297253	0,0025777619	0,006057420	0,0063189378
24/09/2018	0,0142777627	0,0019372282	0,003581637	-0,0170114021
...				
25/08/2023	0,0125638752	0,0364934046	0,009363191	0,0142362310
28/08/2023	0,0088072020	0,0009635785	0,002226763	-0,0118595615
29/08/2023	0,0215758291	0,0740660396	0,014445640	0,0001217546
30/08/2023	0,0189908006	-0,0010893200	0,001156436	-0,0035361690
31/08/2023	0,0011717152	0,0045826820	-0,003137612	-0,0125996758
01/09/2023	0,0084277476	-0,0519705587	0,002742130	-0,0074497302
05/09/2023	0,0012659050	0,0457906358	0,014768950	0,0012454663
06/09/2023	-0,0364496122	-0,0179780699	-0,002010663	-0,0167564765
07/09/2023	-0,0296856824	-0,0017083204	-0,008962178	0,0127030026
08/09/2023	0,0034856680	-0,0119604036	0,013129116	0,0033063993

Tabela 13 - Dataset dos ativos que compõem o portfólio

Depois inicia-se a construção do modelo DCC, onde primeiro é criada através da função *ugarchspec()* a especificação do modelo univariado que constitui a base do modelo DCC. Neste caso, tendo em conta que o modelo DCC não considera diferentes especificações para os diferentes ativos, as especificações escolhidas são para o modelo ARMA as ordens (1,1) e para o modelo eGARCH as ordens (2,2), sendo a distribuição a *t-student* (std). Esta especificação é replicada quatro vezes com a função *multipsec()* da biblioteca *rugarch*, pois será utilizada para os quatro ativos que vão ser tidos em conta.

A segunda fase do modelo DCC começa com a função *dccspec()* da biblioteca *rmgarch*, que vai assumir o modelo GARCH univariado replicado as quatro vezes, com as volatilidades condicionais e vai estimar dinamicamente a matriz de correlação dessas volatilidades condicionais assumindo assimetria nessas correlações, e, portanto, uma distribuição multivariada *t-student*, permitindo capturar certos choques positivos e negativos nos retornos.

```
Dat = merge_retornos
xspec = ugarchspec(mean.model = list(armaOrder = c(1, 1)), variance.model = list(garchOrder = c(2,2), model = 'eGARCH'),
distribution.model = 'std')
uspec = multispec(replicate(4, xspec))
spec1a = dccspec(uspec = uspec, dccOrder = c(1, 1), model='aDCC', distribution = 'mvt')
multf = multifit(uspec, Dat)
fit1a = dccfit(spec1a, data = Dat, fit.control = list(eval.se = TRUE), fit = multf)
```

De seguida é criado através da função *multifit()* da biblioteca *rmgarch* uma variável de ajustamento que vai associar o *multispec()* que tem o modelo univariado replicado quatro vezes com a série temporal que contem os retornos dos quatro ativos. Só depois desta variável criada é que através da função *dccfit()* da biblioteca *rmgarch* será feito o ajustamento entre a especificação do modelo DCC, os dados da série temporal e a variável criada pela função *multifit()*. No fim deste processo é possível obter as matrizes de correlação calculadas tendo em conta as diferentes volatilidades dos ativos.

```
[[859]]
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,] 1.0000000 0.434774305 0.249543620 0.6743183
[2,] 0.4347743 1.000000000 0.001018259 0.3798366
[3,] 0.2495436 0.001018259 1.000000000 0.2130690
[4,] 0.6743183 0.379836647 0.213068969 1.0000000
...
[[1000]]
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,] 1.0000000 0.5301180 0.4211788 0.8172920
[2,] 0.5301180 1.0000000 0.1736159 0.5187105
[3,] 0.4211788 0.1736159 1.0000000 0.4250203
[4,] 0.8172920 0.5187105 0.4250203 1.0000000

[ reached getOption("max.print") -- omitted 257 entries ]
```

Tal como foi discutido no capítulo 4.4.1 a fórmula para a volatilidade do portfólio (carteira de ativos) é necessário a covariância entre os ativos, e para chegar á covariância uma das formas é através da volatilidade individual de cada ativo e do coeficiente de correlação dos ativos (coeficiente este, calculado pelo modelo DCC). Depois de guardadas as correlações entre os ativos, basta só multiplicar pelas respetivas volatilidades.

```
cov12 <- correlacoes$corr12*fit1a@model$sigma[,1]*fit1a@model$sigma[,2]
cov13 <- correlacoes$corr13*fit1a@model$sigma[,1]*fit1a@model$sigma[,3]
cov14 <- correlacoes$corr14*fit1a@model$sigma[,1]*fit1a@model$sigma[,4]
cov23 <- correlacoes$corr23*fit1a@model$sigma[,2]*fit1a@model$sigma[,3]
cov24 <- correlacoes$corr24*fit1a@model$sigma[,2]*fit1a@model$sigma[,4]
cov34 <- correlacoes$corr34*fit1a@model$sigma[,3]*fit1a@model$sigma[,4]
```

Com a covariância entre os ativos, inicia-se a ultima fase do cálculo da volatilidade do portfólio, utilizando a formula indicada no capítulo 4.4.1.

```

pesos <-c(0.25,0.25,0.25,0.25)
calculo_vol_port1
pesos[1]^2*ativos_volatilidade[,1]^2+pesos[2]^2*ativos_volatilidade[,2]^2+pesos[3]^2*ativos_volatilidade[,3]^2+pesos[4]^2*ativos_volatilidade[,4]^2
calculo_vol_port2
2*pesos[1]*pesos[2]*cov12+2*pesos[1]*pesos[3]*cov13+2*pesos[1]*pesos[4]*cov14+2*pesos[2]*pesos[3]*cov23+2*pesos[2]*pesos[4]*cov24+2*pesos[3]*pesos[4]*cov34
calculo_final <- calculo_vol_port1+ calculo_vol_port2
calculo_final_vol <- sqrt(calculo_final)

```

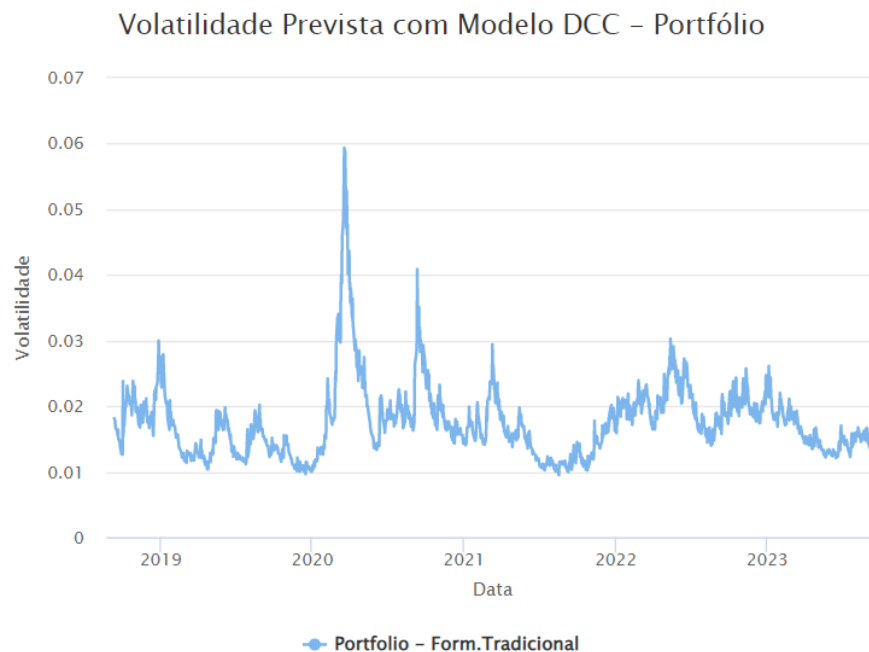


Figura 6.15 - Volatilidade do portfólio com o modelo DCC

Com base na volatilidade condicional do portfólio é possível agora fazer uma análise e perceber realmente se este conjunto de ativos é diversificado, ou se algumas volatilidades estão a influenciar e alterar o próprio portfólio.

Analisando a Figura 6.15 é possível verificar que o portfólio conseguiu absorver as altas volatilidades de ativos como o TSLA, pois mesmo na altura de maior volatilidade em 2020 o valor não foi além dos 6%, mantendo-se nos últimos 2 anos no intervalo dos 1% aos 2%, e portanto, em primeira análise este portfólio parece estar a comportar-se de uma forma positiva, no entanto, alternando a proporção de cada ativo no respetivo portfólio pode ainda melhorar mais o aspeto do risco. Depois de calculada a volatilidade do portfólio é necessário, à semelhança do que foi feito para os ativos individualmente, realizar a previsão da volatilidade para n períodos à frente. O modelo DCC apenas permite fazer previsões da matriz de correlação para 1 período à frente, mais que isso não é possível, pelo que uma opção será fazer a previsão para o portfólio como se o próprio portfólio fosse um ativo

normal, ou seja, em vez de ser uma série temporal com vários ativos, como foi feito inicialmente neste capítulo, é utilizada a série temporal criada no capítulo 6.1.2 dos retornos do portfólio.

O processo é igual ao realizado para o cálculo da volatilidade no capítulo 6.2.1. Primeiro é utilizado a função *auto.arima()* da biblioteca *forecast* para identificar a ordem mais adequada para o modelo ARMA com base no critério AIC:

```
Fitting models using approximations to speed things up...
```

```
ARIMA(2,0,2) with non-zero mean : -5881.542
ARIMA(0,0,0) with non-zero mean : -5876.162
ARIMA(1,0,0) with non-zero mean : -5884.203
ARIMA(0,0,1) with non-zero mean : -5884.007
ARIMA(0,0,0) with zero mean   : -5875.594
ARIMA(2,0,0) with non-zero mean : -5884.621
ARIMA(3,0,0) with non-zero mean : -5882.461
ARIMA(2,0,1) with non-zero mean : Inf
ARIMA(1,0,1) with non-zero mean : -5884.193
ARIMA(3,0,1) with non-zero mean : -5880.538
ARIMA(2,0,0) with zero mean   : -5883.905
```

```
Now re-fitting the best model(s) without approximations...
```

```
ARIMA(2,0,0) with non-zero mean : -5886.402
```

```
Best model: ARIMA(2,0,0) with non-zero mean
```

Para o portfólio a função *auto.arima()* calculou que o melhor modelo seria um $AR_{(2)}MA_{(0)}$ com um AIC = -5886,402.

Depois de conhecidas as respectivas ordens dos modelos ARMA, estas são agora utilizadas na construção do modelo GARCH de forma a chegar à previsão da volatilidade do portfólio. Uma vez que provada a existência de efeitos ARCH com o teste ARCH LM com função *ArchTest()* da biblioteca *FinTS* para os retornos do portfólio (o valor do p-value foi inferior ao nível de confiança de 0,05), é possível então passar para a construção do modelo GARCH mais adequado para modelar e prever a volatilidade da série dos retornos do portfólio. Através do mesmo ciclo *for{}* utilizando anteriormente para identificar o melhor modelo GARCH a utilizar, bem com a ordem desse modelo, foram obtidas todas as possibilidades de especificações (dentro das que foram anteriormente definidas) do modelo GARCH (Anexo B).

```
for (modelo in c("sGARCH", "eGARCH", "iGARCH", "gjrGARCH")) {
  for (garch_p in p_valores) {
    for (garch_q in q_valores) {
      for (distribuicao in distribuicoes) {
        modelo_spec <- ugarchspec(mean.model = list(armaOrder = c(2, 0)), variance.model = list(model = modelo, garchOrder = c(garch_p,
garch_q)),
          distribution.model = distribuicao)
        modelo_fit <- ugarchfit(portfolio_retornos, spec = modelo_spec) } (...)
```

Modelo com o AIC mínimo

Ativo	Modelo ARMA	Modelo GARCH	Distribuição
Portfólio	ARMA(2,0)	iGARCH(2,2)	sstd

Tabela 14 - Modelo GARCH para o portfólio com o AIC mínimo

Depois de encontrado o modelo mais adequado para um critério AIC mínimo, o passo seguinte é a utilização desse modelo para calcular a volatilidade condicional.

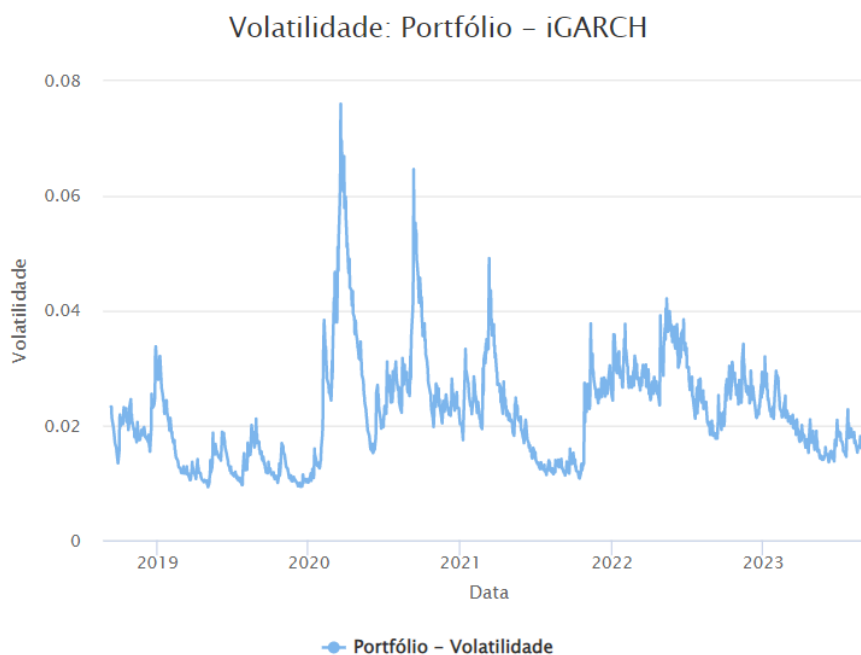


Figura 6.16 - Volatilidade condicional do portfólio com modelo GARCH

Analisando visualmente a Figura 6.16, uma relação que se pode tirar é que a volatilidade calculada desta forma, sem ter em conta os efeitos da correlação entre as várias volatilidades torna a própria volatilidade do portfólio um pouco mais alta, por exemplo, no ano da pandemia em 2020 o que tinha sido calculado no modelo DCC como teto máximo da volatilidade em 6%, agora nesta volatilidade calculada apenas pelo modelo GARCH, a volatilidade no mesmo período atinge quase os 8%. Embora os valores da volatilidade sejam superiores, a variabilidade parece ser idêntica.

Com a volatilidade condicional prevista (Figura 6.16), o próximo passo para a análise da volatilidade do portfólio, à semelhança do que já foi feito para os ativos, é a previsão n períodos para a frente da volatilidade do portfólio. Neste caso, será utilizado a especificação

do modelo GARCH previamente escolhido, com a implementação do método Bootstrap (capítulo 5.2.7).

```

modelo_escolhido_spec <- ugarchspec(mean.model = list(armaOrder=c(2,0)),
  variance.model = list(model = "iGARCH", garchOrder = c(2,2)),
  distribution.model = "sstd")
modelo_escolhido_fit <- ugarchfit(portfolio_retornos, spec = modelo_escolhido_spec)
bootp = ugarchboot(modelo_escolhido_fit, method = c("Partial", "Full")[1], n.ahead = 10, n.bootpred = 10)

```

Para esta previsão foi utilizada a função *ugarchboot()* da biblioteca *rugarch* incorporando o modelo ajustado com as respetivas especificações do GARCH de cada ativo já previamente calculadas.

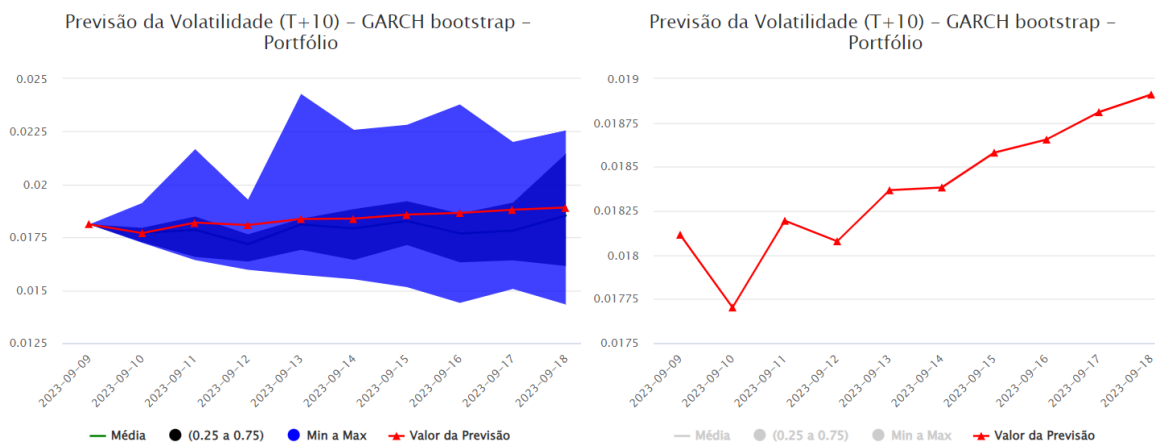


Figura 6.17 - Previsão da volatilidade do portfólio utilizando o método Bootstrap

Com estas previsões apresentadas na Figura 6.17, é possível averiguar os limites mínimos e máximos do intervalo de possibilidades da previsão. O portfólio apresenta uma tendência de subida da volatilidade, sendo que no prazo dos dez dias não chega aos 2%. Esta previsão também não tem em conta acontecimentos externos e incontroláveis que podem alterar o comportamento da volatilidade.

Para a previsão mais completa no dia T+1, utiliza-se a combinação da função *ugarchforecast()*, que tem em conta o ajuste com a especificação já escolhida para cada um dos ativos como foi feito no capítulo anterior, de forma a obter a volatilidade de cada ativo para um período à frente, com a função *dccforecast()* da biblioteca *rmgarch* que vai prever para o período T+1 a matriz de correlação dos vários retornos tendo em conta as volatilidades dos ativos que compõem o portfólio. Depois de ter a previsão da volatilidade e da matriz de correlação para T+1, com o cálculo da covariância só resta seguir a fórmula tradicional do

cálculo da volatilidade do portfólio (capítulo 4.4.1) e dessa forma encontrar o valor da volatilidade para T+1 tendo em conta a correlação existente, que neste caso foi de 1,45812% que tal como já era de esperar tem um valor inferior ao que é previsto pelo modelo GARCH dos retornos do portfólio como um todo sem ter em conta a multivariabilidade dos dados e a correlação dos retornos dos ativos em consideração com a volatilidade dos mesmos.

```

modelo_escolhido_spec <- ugarchspec(mean.model = list(armaOrder=c(1,0)),
  variance.model = list(model = "eGARCH", garchOrder = c(2, 2)),
  distribution.model = "std", fixed.pars =)
modelo_escolhido_fit_vol <- ugarchfit(aapl_retorno, spec = modelo_escolhido_spec)
modelo_escolhido_forecast_vol_1 <- ugarchforecast(modelo_escolhido_fit_vol, n.ahead = 1)

modelo_escolhido_spec <- ugarchspec(mean.model = list(armaOrder=c(0,0)),
  variance.model = list(model = "gjrGARCH", garchOrder = c(3, 1)),
  distribution.model = "std", fixed.pars =)
modelo_escolhido_fit_vol <- ugarchfit(tsla_retorno, spec = modelo_escolhido_spec)
modelo_escolhido_forecast_vol_2 <- ugarchforecast(modelo_escolhido_fit_vol, n.ahead = 1)

modelo_escolhido_spec <- ugarchspec(mean.model = list(armaOrder=c(0,1)),
  variance.model = list(model = "eGARCH", garchOrder = c(3, 3)),
  distribution.model = "std", fixed.pars =)
modelo_escolhido_fit_vol <- ugarchfit(msft_retorno, spec = modelo_escolhido_spec)
modelo_escolhido_forecast_vol_3 <- ugarchforecast(modelo_escolhido_fit_vol, n.ahead = 1)

modelo_escolhido_spec <- ugarchspec(mean.model = list(armaOrder=c(4,1)),
  variance.model = list(model = "eGARCH", garchOrder = c(1, 3)),
  distribution.model = "std", fixed.pars =)
modelo_escolhido_fit_vol <- ugarchfit(jnj_retorno, spec = modelo_escolhido_spec)
modelo_escolhido_forecast_vol_4 <- ugarchforecast(modelo_escolhido_fit_vol, n.ahead = 1)

vol_T1_1 <- as.vector(modelo_escolhido_forecast_vol_1@forecast$sigmaFor)
vol_T1_2 <- as.vector(modelo_escolhido_forecast_vol_2@forecast$sigmaFor)
vol_T1_3 <- as.vector(modelo_escolhido_forecast_vol_3@forecast$sigmaFor)
vol_T1_4 <- as.vector(modelo_escolhido_forecast_vol_4@forecast$sigmaFor)

forecast <- dccforecast(fit1a, n.ahead = 1)

correlacoes_T1 <- matrix(forecast@mforecast$SR[[1]], nrow = 4, byrow = TRUE)
corr12_T1 <- correlacoes_T1[1,2]
corr13_T1 <- correlacoes_T1[1,3]
corr14_T1 <- correlacoes_T1[1,4]
corr23_T1 <- correlacoes_T1[2,3]
corr24_T1 <- correlacoes_T1[2,4]
corr34_T1 <- correlacoes_T1[3,4]

cov12_T1 <- correlacoes_T1[1,2]*vol_T1_1*vol_T1_2
cov13_T1 <- correlacoes_T1[1,3]*vol_T1_1*vol_T1_3
cov14_T1 <- correlacoes_T1[1,4]*vol_T1_1*vol_T1_4
cov23_T1 <- correlacoes_T1[2,3]*vol_T1_2*vol_T1_3
cov24_T1 <- correlacoes_T1[2,4]*vol_T1_2*vol_T1_4
cov34_T1 <- correlacoes_T1[3,4]*vol_T1_3*vol_T1_4

calcula_vol_port1_T1 <- pesos[1]^2*vol_T1_1^2+pesos[2]^2*vol_T1_2^2+pesos[3]^2*vol_T1_3^2+pesos[4]^2*vol_T1_4^2
calcula_vol_port2_T1 <- 2*pesos[1]*pesos[2]*cov12_T1+2*pesos[1]*pesos[3]*cov13_T1+2*pesos[1]*pesos[4]*cov14_T1+2*pesos[2]*
pesos[3]*cov23_T1+2*pesos[2]*pesos[4]*cov24_T1+2*pesos[3]*pesos[4]*cov34_T1
calcula_final_T1 <- calcula_vol_port1_T1+ calcula_vol_port2_T1
calcula_final_vol_T1 <- sqrt(calcula_final_T1)
calcula_final_vol_T1

```

6.2.3. Índice de Sharpe

Tal como foi discutido no capítulo 4.4.2, o índice de Sharpe vai fazer uma avaliação entre o risco associado ao ativo, ou ao portfólio com o excesso de retornos dos ativos com risco e sem risco, sendo utilizado a taxa de juro dos certificados de aforro da série F que neste momento se encontram limitadas nos 2,5% (Taxa de Juro Anual, s.d.).

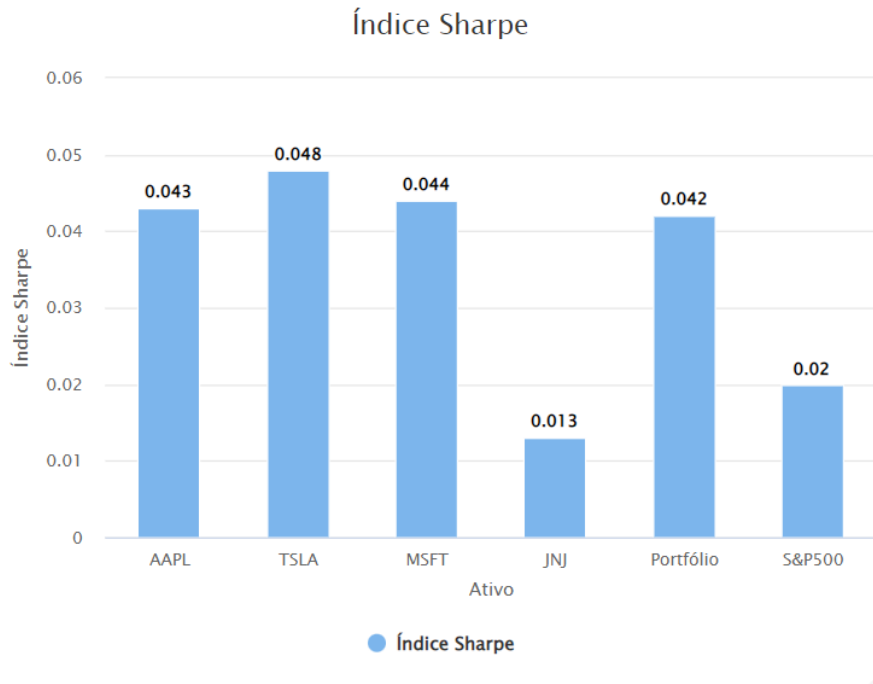


Figura 6.18 - Índice Sharpe dos ativos, portfólio e índice de mercado

Analisando a Figura 6.18, o ativo TSLA é o que apresenta o índice de Sharpe mais alto, o que significa que, historicamente, ofereceu um melhor retorno ajustado ao risco em comparação com os outros ativos. Os ativos AAPL e MSFT também têm índices de Sharpe relativamente altos, o que indica que eles também tiveram retornos favoráveis ajustados ao risco. No caso do ativo JNJ, este possui o índice de Sharpe mais baixo, logo teve um retorno menos favorável ajustado ao risco que se sujeita. O portfólio composto pelos quatro ativos, superou o índice de mercado em termos de retorno ajustado ao risco, mesmo com um desempenho inferior do ativo JNJ.

6.2.4. Índice Beta

O índice Beta mede a relação entre a volatilidade do ativo com o mercado, permitindo perceber então o risco sistêmico inerente ao ativo que não desaparece com a diversificação.

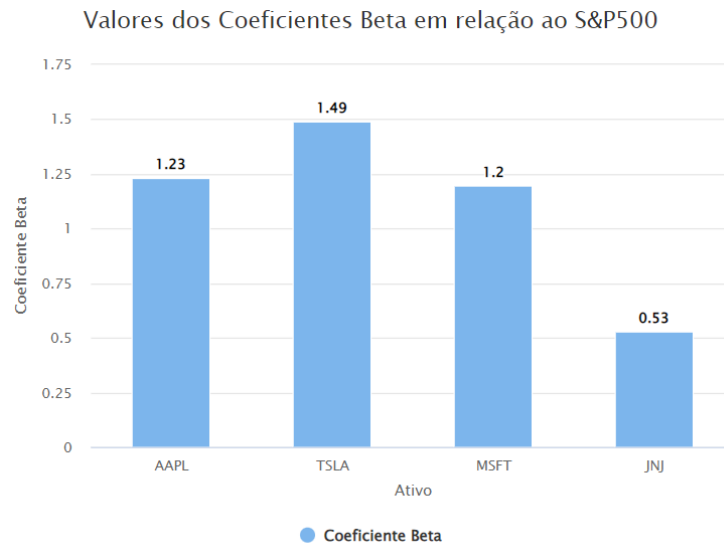


Figura 6.19 - Coeficientes beta em relação ao índice de mercado

Analisando a Figura 6.19, os ativos AAPL, TSLA e MSFT são claramente os que têm maior beta, sendo o ativo TSLA definitivamente o que tem maior, ou seja, os ativos são significativamente mais voláteis em relação ao índice de mercado. Isto indica que, historicamente os movimentos dos retornos dos ativos tendem a ser 1,23, 1,49 e 1,2 vezes mais voláteis (respetivamente) do que os movimentos médios do mercado.

No caso do ativo JNJ tem um beta de 0,53, o que significa que as ações do ativo são historicamente menos voláteis do que o mercado, logo, sugere que as flutuações dos retornos das ações do ativo JNJ são cerca de metade das flutuações médias do mercado. Ter ativos com betas variados no portfólio é importante para manter a diversificação e mitigar os níveis de risco, no caso da JNJ, tendo um valor de beta inferior, pode acabar por atuar como estabilizador em momentos de maior volatilidade do mercado.

6.2.5. Value at Risk (VaR)

O cálculo do R_t como medida de risco (capítulo 4.4.4) vai então quantificar a possibilidade de perda para um intervalo de confiança num determinado período. Para isso é utilizado o método ugarchroll (capítulo 5.2.8) que vai fazer uma estimativa iterativa ao longo do tempo e que retorna o valor do VaR para cada janela nova de dados.

Modelos com o BIC mínimo

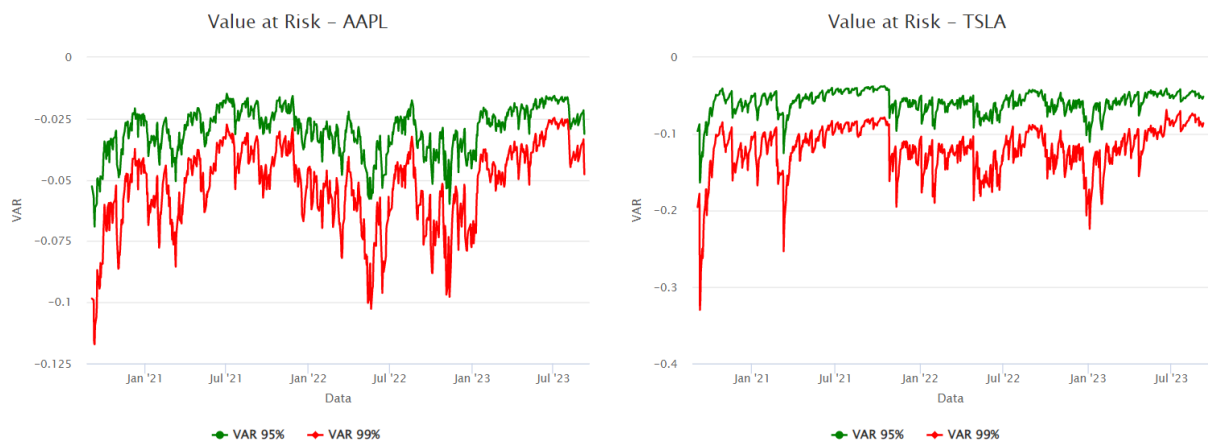
Ativo	Modelo ARMA	Modelo GARCH	Distribuição
AAPL	ARMA(1,0)	eGARCH(1,1)	std
TSLA	ARMA(0,0)	iGARCH(1,1)	std
MSFT	ARMA(0,1)	eGARCH(1,1)	std
JNJ	ARMA(4,1)	sGARCH(1,1)	std

Tabela 15 -Modelos escolhidos dos ativos com BIC mínimo

Desta vez, são utilizadas as especificações dos modelos GARCH que minimizam o BIC (Tabela 15), visto que para o cálculo do Value at Risk a utilização de modelos mais simples e parcimoniosos pode gerar previsões mais estáveis e não provocar possível sobre ajuste dos dados. Para cada ativo, as especificações são aplicadas na função *ugarchroll()* da biblioteca *rugarch*. Nesta função são definidos alguns detalhes, como por exemplo, a definição da janela de reajuste, que neste caso é pretendido que se mova ao longo do tempo à medida que as observações se vão acumulando, a própria atualização do modelo à medida que os dados se tornam disponíveis é feita a cada 700 observações, o início dos cálculos do modelo é feito só a partir das 500 observações, e a escolha dos níveis de confiança para o cálculo do VaR, que neste caso são de 1% e 5%.

```
model.roll = ugarchroll(spec = modelo_escolhido_spec , data = aapl_retorno , n.start = 500,
  refit.every = 700,
  refit.window = 'moving', VaR.alpha = c(0.01,0.05))
```

Ao analisar a Figura 6.20 uma das primeiras observações é que o VaR parece estar a aumentar de valor, ou seja, uma vez que está representado com valores negativos, significa que as possibilidades de perdas parecem estar a diminuir em todos os ativos, por outras palavras, o nível de risco parece diminuir.



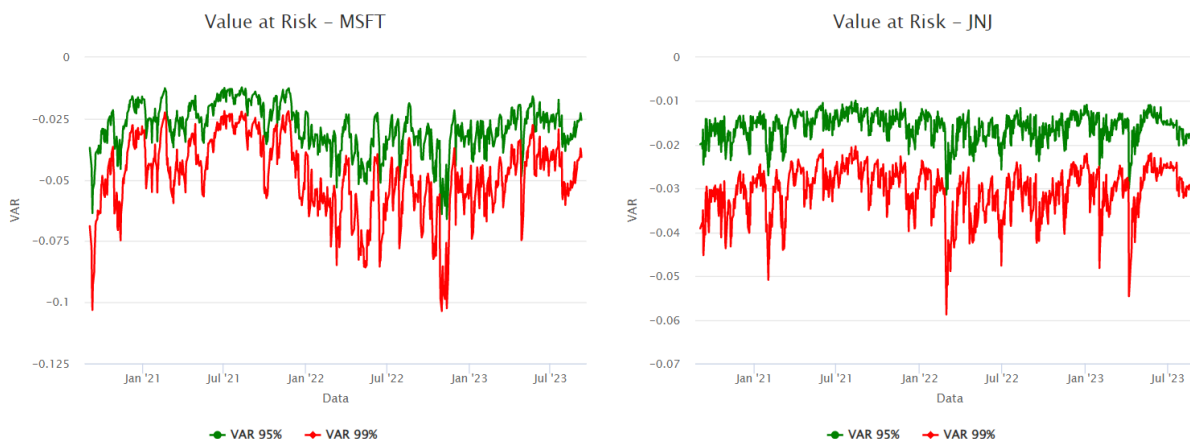


Figura 6.20 - Value at Risk dos ativos através do método *ugarchroll*

Por exemplo, o ativo AAPL no início do período em análise tem um VaR 95% de 5,26% e um VaR 99% de 9,84%, já no final do período apresenta um VaR 95% de 3,12% e um VaR 99% de 4,77%, isto é, no início do período o ativo AAPL tinha 5% de possibilidades de perdas superiores a 5,26% e 1% de possibilidades de perdas superiores a 9,84%, já no final do período o ativo tinha 5% de possibilidades de perdas superiores a 3,12% e 1% de possibilidades de perdas superiores a 4,77%.

Ativo	Início do Período		Final do Período		Variação %	
	VaR 95%	VaR 99%	VaR 95%	VaR 99%	VaR 95%	VaR 99%
AAPL	-5,26%	-9,85%	-3,12%	-4,77%	-41%	-52%
TSLA	-9,62%	-19,56%	-5,13%	-8,60%	-47%	-56%
MSFT	-3,69%	-6,89%	-2,55%	-4,07%	-31%	-41%
JNJ	-1,99%	-3,91%	-1,91%	-3,08%	-4%	-21%

Tabela 16 - Variação do VaR dos ativos

Analisando a Tabela 16, houve claramente descidas nos valores do primeiro para o último período, o ativo que teve uma maior descida no valor do VaR foi o ativo com maior volatilidade, o TSLA, que apresentou uma descida de 47% e 56% nos valores do VaR, o que pode indicar uma redução na incerteza em torno do ativo comparativamente ao início do período. Uma das razões de todos os ativos apresentarem valores superiores de VaR no início do período é ter sido na altura da pandemia, embora o método *ugarchroll* desconsidere as primeiras 500 observações, ainda assim, consegue reter alguma informação dessa altura tão volátil, sendo que desde 2020 que os mercados têm vindo a estabilizar, e é por isso que o VaR apresenta também essa estabilização ao longo do tempo.

Depois de analisado o VaR dos ativos inicia-se a fase de previsão dos mesmos para n períodos à frente. Para isso é necessário a utilização das especificações já escolhidas para os modelos GARCH de cada ativo, estas especificações são ajustadas aos dados com a função `ugarchfit()` e de seguida utilizadas pelo método Bootstrap através da função `ugarchboot()`. Assim que tiver sido criado o modelo, já é possível extrair as previsões a 10 dias da volatilidade, que serão utilizadas para o calculo do VaR. Para isso, é necessário retirar informação relativamente aos graus de liberdades presentes na distribuição dos retornos (Dánielsson, 2011).

```

modelo_escolhido_spec <- ugarchspec(mean.model = list(armaOrder=c(1,0)),
  variance.model = list(model = "eGARCH", garchOrder = c(1,1)),
  distribution.model = "std")
modelo_escolhido_fit <- ugarchfit(aapl_retorno, spec = modelo_escolhido_spec)

bootp = ugarchboot(modelo_escolhido_fit, method = c("Partial", "Full")[1], n.ahead = 10, n.bootpred = 10)

sig = sigma(bootp@forc)
zs = cbind(t(as.data.frame(bootp, which = "sigma", type = "summary")), sig)
forecast_values <- zs[, 6]

data_mx <- max(index(aapl_retorno))
dias_seguintes <- seq(from = data_mx + 1, by = "days", length.out = 10)

res = fit.st(aapl_retorno) #analisar a distribuicao dos retornos e extrair os graus de liberdade
nu <- res$par.ests[1]
sigma = res$par.ests[3]
VaR5 <- forecast_values * qt(df=nu,p=0.05)
VaR1 <- forecast_values * qt(df=nu,p=0.01)

```

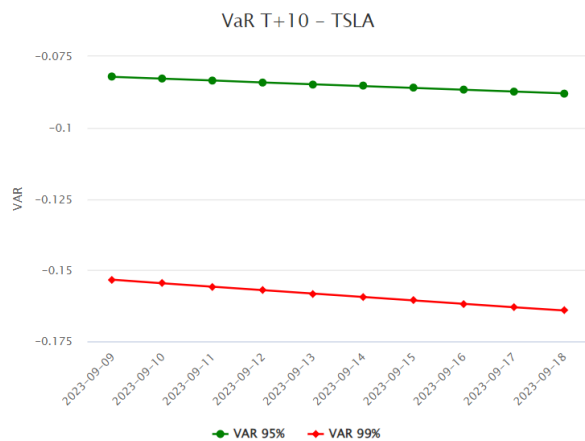
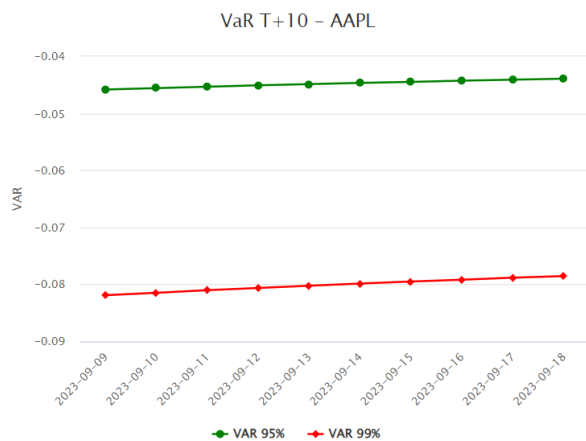




Figura 6.21 - Previsão do VaR para todos os ativos

Depois de realizada a previsão (Figura 6.21), é possível verificar na Tabela 17 que apenas o ativo AAPL tem uma previsão de aumento positivo dos valores do VaR, embora não muito significativa, ou seja, é o único ativo que se prevê que o valor absoluto do VaR vai diminuir ao longo do tempo, visto que, desde o T+1 até ao T+10 o valor do VaR tanto 95% como 99% desce 4%. As variações são muito baixas e, portanto, os valores do VaR quase que se mantém iguais, pelo que pode não ser muito relevante. No entanto é importante notar a descida do nível de risco da AAPL e das pequenas subidas de nível de risco dos outros ativos.

Ativo	Início do Período		Final do Período		Variação %	
	VaR 95%	VaR 99%	VaR 95%	VaR 99%	VaR 95%	VaR 99%
AAPL	-4,58%	-8,19%	-4,39%	-7,85%	-4%	-4%
TSLA	-8,21%	-15,33%	-8,79%	-16,41%	7%	7%
MSFT	-2,69%	-4,85%	-2,94%	-5,32%	9%	10%
JNJ	-2,73%	-5,37%	-2,81%	-5,51%	3%	3%

Tabela 17 - Variação do VaR previsto dos ativos

Em última análise, para o período T+1, as perdas da AAPL não serão superiores a 4,58% com 95% de confiança, e não serão superiores a 8,19% com 99% de confiança. Já para o ativo TSLA, as perdas não serão superiores a 8,21% com 95% de confiança, e não serão superiores a 15,33% com 99% de confiança. Para o ativo MSFT as perdas não serão superiores a 2,69% com 95% de confiança, e não serão superiores a 4,85% com 99% de confiança. Por fim para o ativo JNJ as perdas não serão superiores a 2,73% com 95% de confiança, nem superiores a 5,37% com 99% de confiança. Como foi visto no capítulo 6.2.1 que a volatilidade prevista do ativo JNJ iria baixar ao longo do tempo e que iria ser inferior à da MSFT, analisando o VaR previsto, essa alteração na ordem do risco também é visível, com o ativo JNJ no início do período a apresentar um VaR de 2,73% e o ativo MSFT um

VaR de 2,69% mas no final do período a JNJ apresenta um VaR de 2,81% e a MSFT um VaR de 2,94% o que mostra que o mercado está a associar a JNJ como um ativo menos arriscado ao longo do período de previsão, em contrapartida do aumento da perceção do risco por parte da MSFT. No caso do ativo AAPL, tal como também foi analisado no capítulo 6.2.1, este ativo para além de apresentar uma descida na volatilidade também aparenta uma descida no nível de risco pelo valor do VaR, pelo que o mercado também está a associar o ativo como menos arriscado.

Relativamente às variações (Tabela 17), foi previsto apenas descidas no risco apresentado pelos valores do VaR para a AAPL, na ordem dos 4%, analisando apenas do primeiro para o último período previsto.

Para os outros ativos está prevista uma subida do nível de risco para o período previsto, sendo a maior subida para a MSFT com 9% e 10% para o valor do VaR 95% e VaR 99% respetivamente.

6.2.6. Value at Risk do Portfólio.

Para o cálculo do VaR do portfólio, a única diferença é a forma como se calcula a volatilidade do portfólio, no caso do capítulo anterior, foi calculado a volatilidade de cada ativo separadamente, agora, à semelhança do que foi realizado para a volatilidade do portfólio (capítulo 6.2.2) é necessário a utilização dos modelos multivariados, de forma a ter em conta as correlações dos retornos de todos os ativos e cada uma das suas volatilidades. Para isso, é utilizado o modelo DCC já criado anteriormente que detém a volatilidade do portfólio. Por fim, será calculado o VaR 95% e VaR 99% com essa volatilidade e os graus de liberdade extraídos dos retornos.

```
res=fit.st(portfolio_retornos)
nu <- res$par.ests[1]
VaR5 <- calculo_final_vol * qt(df=nu,p=0.05)
VaR1 <- calculo_final_vol * qt(df=nu,p=0.01)
```

Analisando a Figura 6.22 os valores do VaR para o portfólio parecem ter sido até bastante elevados, principalmente no ano de 2020 na fase inicial da pandemia com o VaR 99% quase

a chegar aos 25%, sendo que desde então os valores reduziram positivamente e ficaram mais estáveis a partir de 2021. Estes valores mais altos no VaR podem derivar da fraca diversificação do portfólio, da alta correlação de alguns ativos e da própria distribuição dos pesos respeitantes a cada ativo.

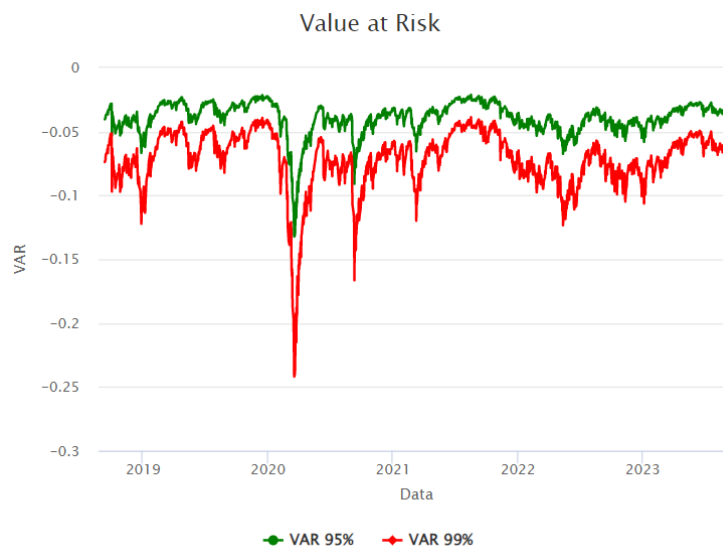


Figura 6.22 - VaR do portfólio

Ativo	Início do Período		Final do Período		Variação %	
	VaR 95%	VaR 99%	VaR 95%	VaR 99%	VaR 95%	VaR 99%
Portfólio	-4,03%	-7,38%	-3,67%	-6,72%	-8,92%	-8,92%

Tabela 18 - Variação do VaR do portfólio

Como é detalhado na Tabela 18, o nível de risco apresentado pelo VaR do portfólio teve uma redução de 8,92% tanto para o VaR 95% como para o VaR 99% relativamente ao primeiro e último período em análise. No fundo o VaR 95% tem estado estável nos últimos 2 anos, tendo valores nos intervalos de 2,5% e 5%, e o VaR 99% também estável no intervalo de 5% a 7%.

Para a previsão do VaR do portfólio a 10 dias, o processo é semelhante ao calculo do VaR normal, mas, com volatilidade calculada pelo método *Bootstrap* tal como foi feito no capítulo 6.2.1.

```

modelo_escolhido_spec <- ugarchspec(mean.model = list(armaOrder=c(2,0)),
    variance.model = list(model = "iGARCH", garchOrder = c(2,2)),
    distribution.model = "sstd")
modelo_escolhido_fit<- ugarchfit(portfolio_retornos, spec = modelo_escolhido_spec)
bootp = ugarchboot(modelo_escolhido_fit, method = c("Partial", "Full")[1], n.ahead = 10, n.bootpred = 10)
...
res=fit.st(portfolio_retornos)
nu <- res$par.ests[1]
sigma=res$par.ests[3]

VaR5 <- forecast_values * qt(df=nu,p=0.05)
VaR1 <- forecast_values * qt(df=nu,p=0.01)
    
```

Depois de criado o modelo, recolhe-se os valores da previsão da volatilidade, bem como os graus de liberdade da distribuição dos retornos, e novamente, calcula-se os valores do VaR para os 10 períodos à frente.

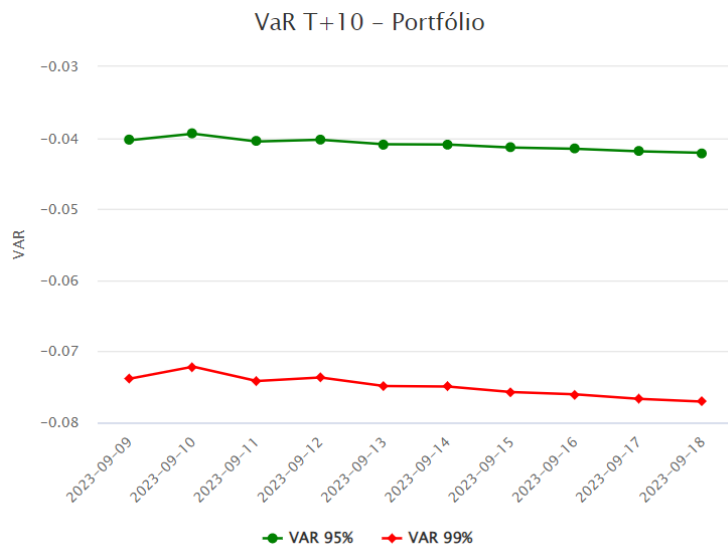


Figura 6.23 - Previsão do VaR para o portfólio

Com a previsão do valor do VaR do portfólio é possível verificar que vai rondar muito os 4% para o VaR 95% e os 7% para o VaR 99%.

Ativo	Início do Período		Final do Período		Variação %	
	VaR 95%	VaR 99%	VaR 95%	VaR 99%	VaR 95%	VaR 99%
Portfólio	-4,03%	-7,38%	-4,21%	-7,71%	4,39%	4,39%

Tabela 19 - Variação do VaR previsto do portfólio

Numa análise mais detalhada pela Tabela 19 é possível verificar que houve um aumento do nível de risco apresentado pelo VaR 95% e VaR 99% de cerca de 4,39%. Os valores dos

VaR mantêm-se estáveis, mas com uma tendência de descida, ou seja, tendência para o aumento do risco. No período T+1 prevê-se que o portfólio não tenha perdas maiores que 4,03% com 95% de confiança, nem perdas maiores que 7,38% com 99% de confiança.

Em última análise os valores dos VaR para o portfólio não são muito altos, nem transmitem uma imagem muito arriscada, no entanto, uma mudança de ativos, ou mesmo nos pesos respectivos pode trazer algumas mudanças positivas para o nível de risco do portfólio. É neste sentido que entra a otimização do portfólio.

6.3.Otimização do Portfólio

A estratégia de otimizar o portfólio (capítulo 3.2) é algo a ter em conta para alocar os recursos de forma eficiente e maximizar os ganhos, enquanto se gere os riscos. Neste processo a ideia é a definição das proporções que cada ativo vai ter na constituição do portfólio, de forma a melhor atender os objetivos, que neste caso são definidos como minimizar o risco, portfólio ótimo e maximização do retorno, sendo que neste último objetivo, o portfólio vai ser sempre desaconselhado, visto que o risco é sempre mais elevado e muitas vezes será a alocação de 100% no ativo que tem maiores níveis de retornos que por sua vez, tem maiores níveis de risco.

O primeiro passo para criar o modelo de otimização de portfólio, começa por definir as especificações e restrições existentes no portfólio, utilizando as funções *portfolio.spec()* e *add.constraint()* da biblioteca *PortfolioAnalytics*, onde é definido que o portfólio é constituído pelos ativos em estudo, que apenas permite posições longas, ou seja, não existe *short selling*⁴, e por isso são considerados apenas valores positivos, por outras palavras, considera o portfólio convencional onde a ideia é comprar ações e esperar que elas valorizem ao longo do tempo, por último, todos os recursos existentes são aplicados no portfólio.

```
portf <- portfolio.spec(assets = c(colnames(merge_retornos)))
portf <- add.constraint(portfolio = portf, type = "long_only")
portf <- add.constraint(portfolio = portf, type = "full_investment")
```

⁴ Consiste na venda de um ativo que o investidor não possui, podendo pedir emprestado o ativo a um corretor, e depois na venda desse ativo no mercado. A ideia é que o preço do ativo diminua, permitindo que o investidor o compre de volta a um preço mais baixo, gerando assim um lucro com a diferença entre o preço de venda e o preço da nova compra (cobrindo a posição). (Hayes, shortselling, 2023)

6.3.1. Minimização do risco do portfólio

Para chegar ao portfólio que minimiza o risco, é adicionado um objetivo com a função *add.objective()* que vai permitir fazer a ligação da meta de otimização do portfólio, que neste caso é a minimização do risco com as restrições e especificações já previamente definidas.

```
port_min_sd <- add.objective(portfolio = portf, type = "risk", name = " StdDev")
port_min_var_otim <- optimize.portfolio(R = merge_retornos, portfolio = port_min_sd,
    optimize_method = "ROI",
    trace = TRUE)
```

Por fim, é utilizada a função *optimize.portfolio* que agrega os retornos com o objetivo da otimização considerando o retorno sobre o investimento (ROI).

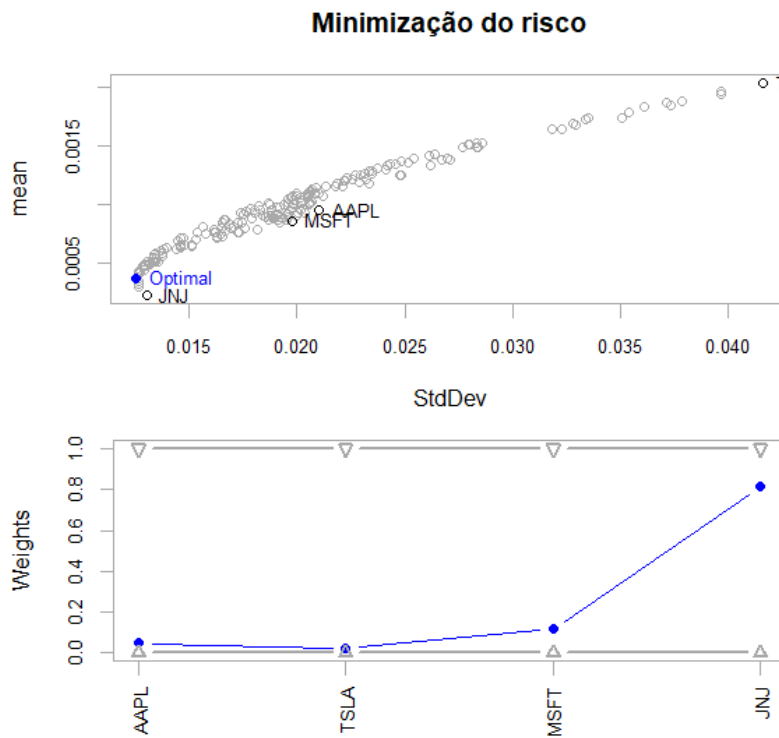


Figura 6.24 – Portfólio com risco mínimo

A Figura 6.24 apresenta a fronteira eficiente, e a posição onde o portfólio com o risco mínimo (carteira de variância mínima) está posicionado, que, tal como foi explicado no capítulo 3.2, encontra-se no momento onde a curva da fronteira eficiente deixa de ser concava e passa a convexa.

AAPL	TSLA	MSFT	JNJ
4,54%	2,38%	11,52%	81,56 %

Tabela 20 - Pesos de cada ativo para portfólio com risco mínimo

Na Tabela 20 verifica-se que o portfólio com risco mínimo é composto por uma alocação de 4,54% para a AAPL, 2,38% investidos na TSLA, para a MSFT 11,52% e para JNJ 81,56%. Tendo em conta que os ativos que apresentaram maior volatilidade foram a AAPL e a TSLA, é normal que um portfólio com risco mínimo não seja focado nesses dois ativos, já para a JNJ e MSFT, sendo os ativos que apresentaram menor risco, já era de esperar que o portfólio se focasse mais nesses, sendo que, o ativo JNJ tem muito maior peso.

6.3.2. Portfólio ótimo

A construção do portfólio ótimo é realizada no mesmo formato, sendo que para além de adicionado um objetivo de minimização do risco, é adicionado um objetivo à minimização do risco de maximizar o retorno.

```

portf_min_risco_max_ret <- add.objective(portfolio = portf, type = "risk", name = "StdDev")
portf_min_risco_max_ret <- add.objective(portfolio = portf_min_risco_max_ret, type = "return", name = "mean")
portf_min_risco_max_ret

port_otimo <- optimize.portfolio(R = merge_retornos, portfolio = portf_min_risco_max_ret,
                                optimize_method = "ROI",
                                trace = TRUE)
    
```

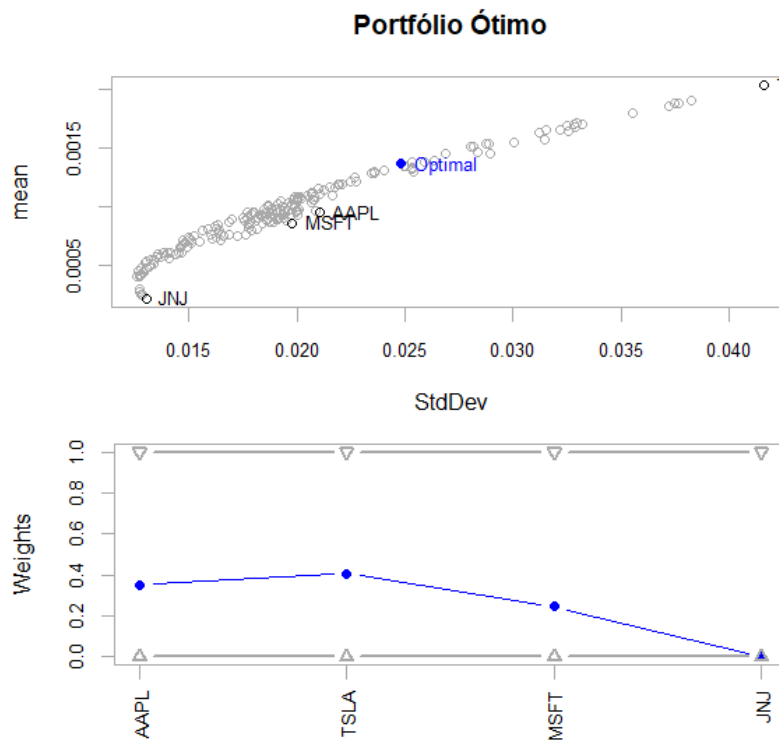


Figura 6.25 – Portfólio ótimo

O portfólio visível na Figura 6.25 de todas possibilidades de portfólio, este encontra-se na posição que proporciona melhor a relação risco-retorno, ou seja, melhor valor para o índice Sharpe.

AAPL	TSLA	MSFT	JNJ
35,06 %	40,60%	24,34%	0,00 %

Tabela 21 - Pesos de cada ativo para portfólio ótimo

Na Tabela 21 verifica-se que o portfólio ótimo é muito diferente do portfólio com risco mínimo, neste caso, a aposta acaba por ser mais para os ativos mais voláteis, no entanto essa aposta acaba por ser repartida entre a AAPL, TSLA e MSFT, tendo um peso de 35,06%, 40,60% e 24,34% respectivamente. Já para a JNJ, sendo um ativo pouco volátil que não apresentou grandes retornos, e sendo este um portfólio que já considera algum nível de retorno mais aceitável, então para este portfólio a alocação é de 0,00%, ficando este ativo de fora.

6.3.3. Maximizar Retorno

Para a maximização do retorno o processo volta-se a repetir, sendo que desta vez o objetivo é apenas a maximização do retorno.

```
portf_max_ret <- add.objective(portfolio = portf, type = "return", name = "mean")
portf_max_ret_otim <- optimize.portfolio(R = merge_retornos, portfolio = portf_max_ret,
  optimize_method = "ROI",
  trace = TRUE,
  search_size = 2000)
```

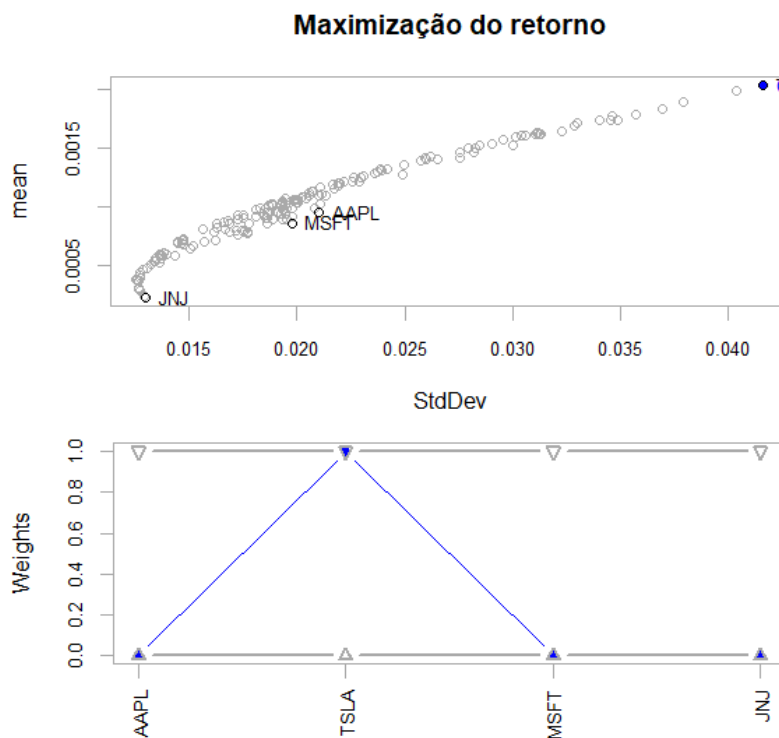


Figura 6.26 – Portfólio com maximização do retorno

Desta vez, na Figura 6.26, o portfólio situa-se exatamente na posição do ativo TSLA, ou seja, o portfólio onde é possível obter o máximo retorno, que neste caso, tem uma locação de 100% para a TSLA (Tabela 22), deixando de fora todos os outros ativos.

AAPL	TSLA	MSFT	JNJ
0,00 %	100,00%	0,00%	0,00 %

Tabela 22 - Pesos de cada ativo para portfólio com maximização do retorno

Mesmo obtendo o máximo de retorno, este tipo de portfólio (que acaba por ser investimento num ativo apenas) não é aconselhável, pois vai contra o que já foi discutido no capítulo 3.2, pois o mesmo não está a olhar para a diversificação como uma medida de mitigação do risco, e portanto é feita uma alocação total num ativo apenas, que apresenta a maior volatilidade de todos os que estão no portfólio, o que se traduz num portfólio de elevado nível de risco.

Depois de encontrados os novos valores para os pesos dos ativos para cada portfólio, o próximo passo é realizar novamente todas as previsões das medidas de risco já feitas anteriormente (capítulo 6.2) a fim de obter uma análise completa das mesmas e chegar ao portfólio mais indicado para a realidade do investidor.

6.3.4. Análise dos resultados

Com o investimento no início do período em análise de 10.000€, a diferença da performance dos retornos, visível na Tabela 23, de cada portfólio é notória. No caso do portfólio normal em que os ativos estão repartidos de forma igual (25%), a valorização é de cerca de 150%, ao criar um portfólio em que minimiza o risco, por sua vez, também vai diminuir o nível de retorno, é natural observar uma valorização muito inferior à do portfólio normal, encontrando-se nos 42%.

Quando a otimização do portfólio atinge o equilíbrio entre os retornos e o risco, a valorização situa-se nos 207% e por fim, para o portfólio que tende em maximizar o retorno, consegue uma valorização do investimento inicial em cerca de 308%.

Normal		Risco Mínimo		Ótimo		Máximo Retorno	
Valor Final	Valorização	Valor Final	Valorização	Valor Final	Valorização	Valor Final	Valorização
25 091,83	150,92%	14 286,24	42,86%	30 717,49	207,17%	40 811,47	308,11%

Tabela 23 - Performance dos retornos dos portfólios otimizados

Mais uma vez, apesar do valor 308% ser muito apetecível para qualquer investidor, trata-se de um portfólio composto apenas por um ativo, tendo um elevado risco associado, no entanto, se for analisado apenas a valorização do investimento inicial para o período em análise, o portfólio a escolher seria sempre o que oferece maior nível de retorno, ou seja o portfólio que maximiza o retorno.

Mas uma análise de portfólio não pode ficar apenas pela valorização dos retornos, passando por isso a uma análise direcionada ao risco.

	Normal	Risco Mínimo	Ótimo	Máximo Retorno
<i>Beta</i>	1,115	0,659	1,33	1,497
<i>Índice Sharpe</i>	0,041	0,024	0,044	0,047
<i>Volatilidade T+1 DCC</i>	1,592%	1,113%	2,064%	3,598%

Tabela 24 - Indicadores de risco para os portfólios otimizados

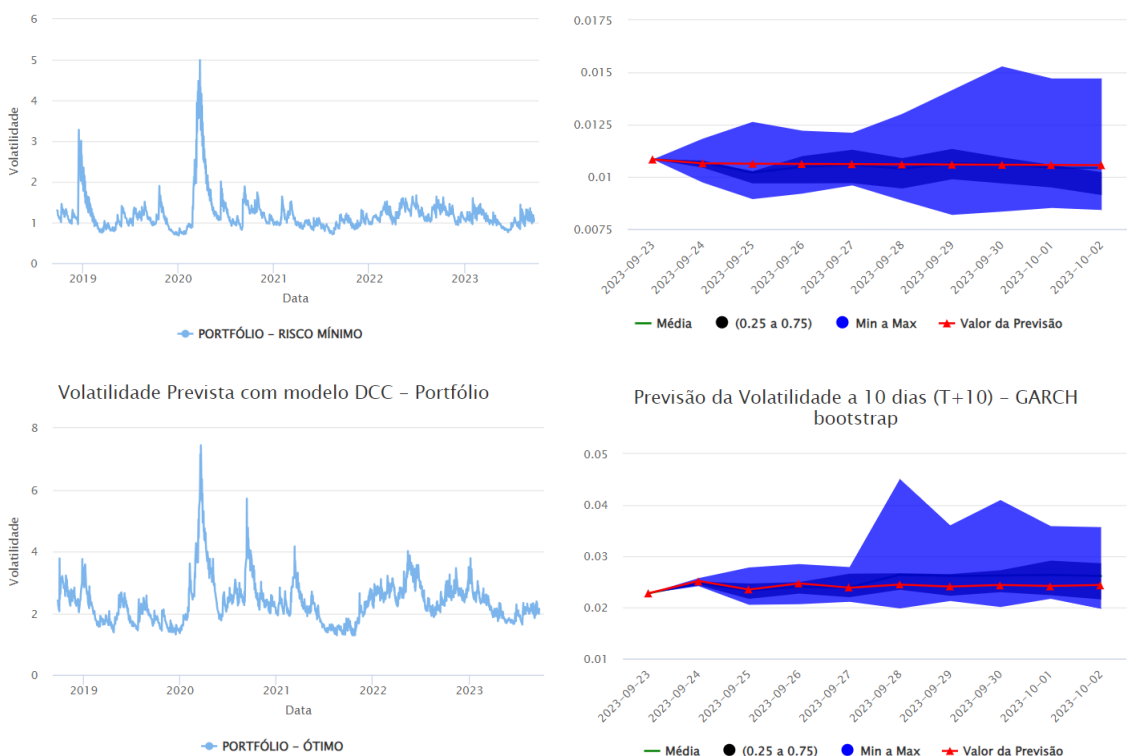
Na Tabela 24 é possível verificar alguns indicadores de risco para as diversos portfólios. Para o indicador Beta, o portfólio que maximiza o retorno apresenta um valor de 1,497, que é superior a todos os outros, mostrando que é um portfólio muito volátil em relação ao mercado, pois exige uma alocação de 100% num único ativo volátil, em contrapartida, o portfólio que maximiza o retorno, apresenta um índice Sharpe superior, logo em relação ao risco assumido, oferece um melhor retorno. No entanto para este portfólio o nível da volatilidade para T+1 previsto pelo modelo DCC é muito mais elevado do que qualquer outro portfólio, atingindo os 3,598% , comprovando que é uma carteira muito volátil e que pode não ser aconselhável para um investidor mais conservador.

Para o portfólio ótimo, o índice Beta, mais uma vez, tem também um valor alto e um índice Sharpe apenas 0,003 inferior ao portfólio que maximiza o retorno, pelo que apesar de ser um pouco mais volátil do que o mercado, o nível de retorno para o risco assumido é aceitável, e pela volatilidade para T+1 com o modelo DCC verifica-se que a volatilidade é muito menos alta do que o portfólio que maximiza o retorno, pelo que em comparação aos dois, é preferível a escolha do portfólio ótimo.

Por último, para o portfólio que minimiza o risco, este apresenta um valor para o Beta de 0,659, que é significativamente mais baixo do que os outros portfólios, pois indica que este é o menos volátil em relação ao mercado, tendo assim uma menor exposição ao mercado, ficando de certa forma mais protegido às altas volatilidades que podem acontecer no mercado. Como era de esperar o índice Sharpe do portfólio é de 0,024, que é muito inferior

a todos os outros, logo sugere que em relação ao risco assumido, o retorno é muito mais baixo. Em contrapartida, o nível de volatilidade previsto para T+1 com o modelo DCC é de 1,113%, que é consideravelmente menor do que qualquer outro portfólio, tornando este, a escolha indicada para investidores mais conservadores e que pretendem preservar o máximo de capital, minimizando o risco.

O portfólio normal, não deixa de ser desconsiderado, até porque neste caso, para estes ativos, apresenta um nível de risco intermédio, mais próximo do portfólio ótimo, com um retorno em relação ao risco assumido também idêntico ao portfólio ótimo e ao que maximiza o retorno. No entanto a ideia da otimização de portfólio é encontrar a alocação ideal para uma minimização do risco, ou principalmente para chegar ao portfólio mais equilibrado, isto para ideologias mais conservadores, permitindo assim investimentos seguros bem estruturados.



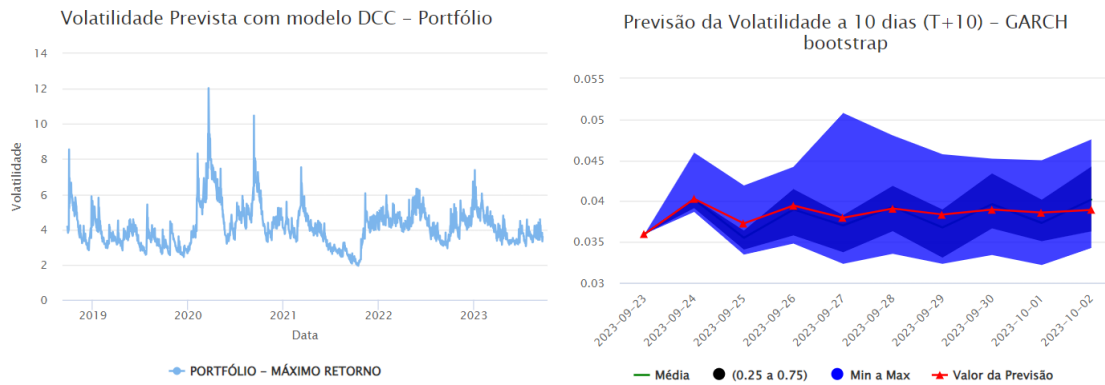


Figura 6.27 - Volatilidades previstas para os portfólios otimizados

A Figura 6.27 vai ao encontro do que foi falado nos parágrafos acima, é possível verificar os níveis de volatilidade e as variações entre os vários portfólios, sendo claramente o portfólio que maximiza o retorno a apresentar volatilidades mais altas e o portfólio que minimiza o risco a apresentar os menores níveis de volatilidade condicional. Para as previsões realizadas com o método Bootstrap os valores da volatilidade para nos 10 períodos à frente para o portfólio que maximiza o retorno encontram-se entre 3,59% (T+1) e 4,02% (T+2), para o portfólio ótimo, a volatilidade condicional prevista mais conservadora e, portanto, mais otimista é de 2,27% para o período com a volatilidade mais baixa (T+1) e a previsão mais pessimista é de 2,52% para o período com a volatilidade mais alta (T+2). Por fim, para o portfólio que mínima o risco, a previsão para a volatilidade condicional a 10 períodos, é de 1,05% numa visão mais otimista (T+10) e de 1,08% para o período com a volatilidade mais alta (T+1).

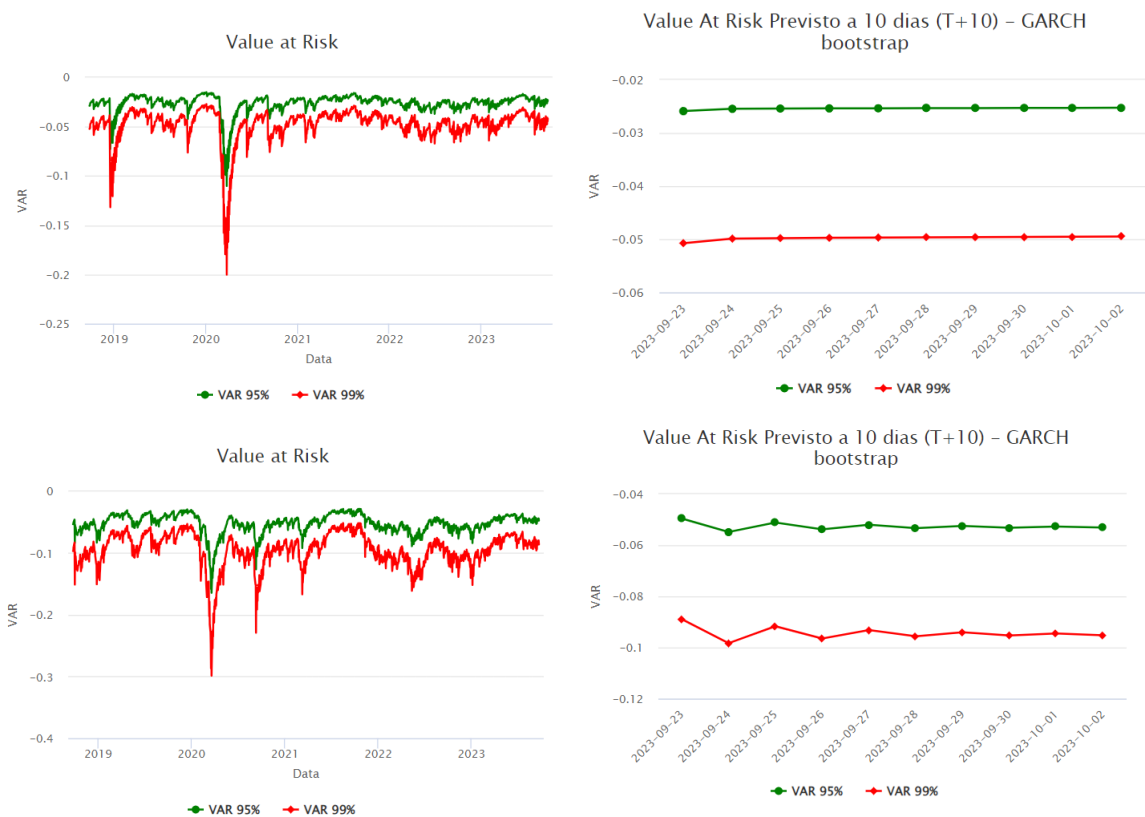
Através deste método de previsão verifica-se então que para o portfólio que minimiza o risco espera-se que a volatilidade continue a descer ao longo do tempo, mas mantendo-se na casa dos 1%, para o portfólio ótimo espera-se que a volatilidade cresça no nos 10 períodos à frente, embora mantendo-se na casa dos 2%, e por último, para o portfólio que maximiza o retorno, espera-se que a volatilidade cresça também, estando entre os 3% e 4%.

Analisando os dados da volatilidade, entende-se que o único portfólio que se espera descer no nível de risco é o que minimiza o risco, no entanto o portfólio ótimo apesar de se prever que tenha uma subida na volatilidade, esta não sobe para além dos 2,5%, por isso, estes dois portfólios podem apresentar-se como boas escolhas, dependendo do pretendido pelo investidor em causa, pois como já referido anteriormente, o portfólio ótimo apresenta uma

relação de retorno face ao risco assumido aceitável e no caso do portfólio que minimiza o risco essa relação é muito inferior.

Como forma de complementar a análise do risco, ao analisar o VaR previsto de cada portfólio já se terá um entendimento sobre as possíveis perdas para os portfólios em questão.

Como é possível verificar pela Figura 6.28, o VaR para o portfólio que maximiza o retorno apresenta possíveis perdas muito superiores aos outros dois portfólios, com os valores do VaR 95% e VaR 99% muito afastados, o que proporciona possíveis perdas muito grandes, sendo os últimos valores dos VaR 95% e VaR 99% 7,92% e 14,39% o que significa que existe 5% de possibilidade de as perdas desse portfólio serem superiores a 7,92% e 1% de possibilidades das perdas serem superiores a 14,39%, já para as previsões para 10 períodos à frente, estas mantêm-se nos 5% de possibilidades de perdas superiores a 8,17% para o menor nível de risco (T+1) e 9,14% para o maior nível de risco (T+2), e nos 1% de possibilidades de perdas superiores a 15,24% para o menor nível de risco (T+1) e 17,06% para o maior nível de risco (T+2).



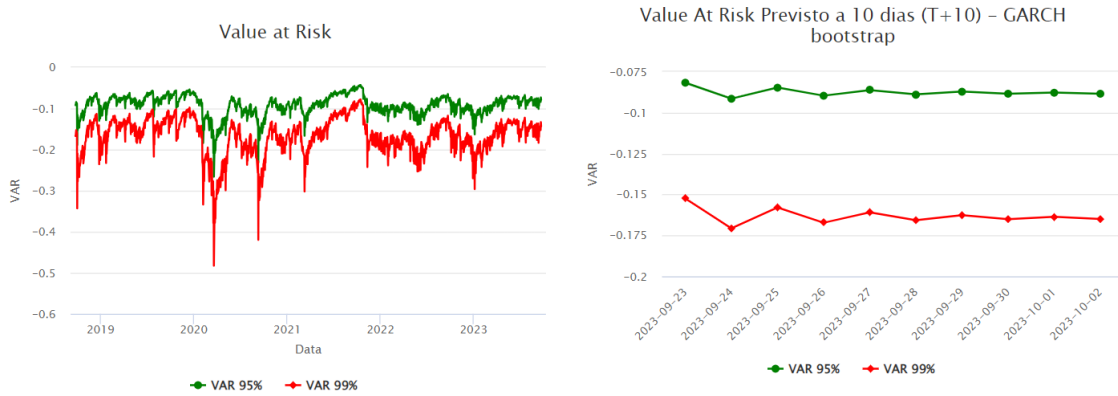


Figura 6.28 - VaR para os portfólios otimizados

Para o portfólio ótimo, embora os VaR 95% e VaR 99% continuarem muito afastados, parece já ter valores mais estáveis e menos voláteis. Os últimos valores apresentados do VaR 95% e VaR 99% foram de 4,73% e 8,59%, ou seja, existe 5% de possibilidade de as perdas desse portfólio serem superiores a 4,73% e 1% de possibilidades das perdas serem superiores a 8,59%, só nestes valores do VaR quase que representam metade das possíveis perdas relativamente ao portfólio que maximiza o retorno. Relativamente às previsões, para 10 períodos á frente, existe 5% de possibilidades de as perdas serem superiores a 4,95% para o menor nível de risco e 5,48% para o maior nível de risco, e existe 1% de possibilidades das perdas serem superiores a 8,88% para o menor nível de risco (T+1) e 9,83% para o maior nível de risco (T+2).

Por último, analisando os valores do VaR para o portfólio que minimiza o risco, os valores já se encontram menos afastados, mostrando um sinal de perdas menos dispersas relativamente ao dois níveis de confiança. Nos últimos valores apresentados o VaR 95% foi de 2,30% e o VaR 99% foi de 4,19%, isto é, existe 5% de possibilidades de as perdas serem superiores a 2,30% para o último período e 1% de possibilidades das perdas serem superiores a 4,19% para esse mesmo período, novamente só analisando este período os valores do VaR representam metade das possibilidades de perdas relativamente ao portfólio ótimo. Para as previsões a 10 períodos à frente, existe 5% de possibilidades de as perdas serem superiores a 2,58% para o maior nível de risco (T+1) e 2,525% para o menor nível de risco (T+10), e existe 1% de possibilidades de as perdas serem superiores a 5,07% para o maior nível de risco (T+1) e 4,94% para o menor nível de risco (T+10).

Concluindo, a escolha do portfólio acaba por depender sempre do perfil de risco e dos objetivos de qualquer investidor, mas numa situação mais conservadora a escolha recai sobre o portfólio que minimiza o risco, pois oferece menor volatilidade e menor exposição a perdas, inclusive prevê-se uma descida na volatilidade e no valor do VaR, embora a nível de performance dos retornos e da relação de retorno face ao risco assumido, não ser o mais indicado. Para uma situação mais equilibrada, então o portfólio ótimo apresenta uma opção atraente, com uma relação retorno face ao risco assumido aceitável e uma volatilidade estável nos 2%, embora maior que o portfólio que mínima o risco. A escolha do portfólio que maximiza o retorno, continua a não ser a mais indicada, pois tem associado um nível de risco elevado, não segue a ideologia da diversificação e é suscetível a perdas muito superiores às outras opções.

6.4. Plataforma Shiny

O Shiny é um pacote do R que permite o desenvolvimento de aplicações web interativas, como *dashboard*'s, diretamente no RStudio, expondo o trabalho realizado no R por um navegador da web, sem necessidade de conhecimentos de linguagens HTML, CSS ou JavaScript.

A finalização deste projeto passou por transpor tudo que foi realizado através do Shiny para a web, permitindo assim, tornar a análise flexível e variável, para que qualquer utilizador possa escolher os ativos que pretende analisar, bem como o portfólio ideal.

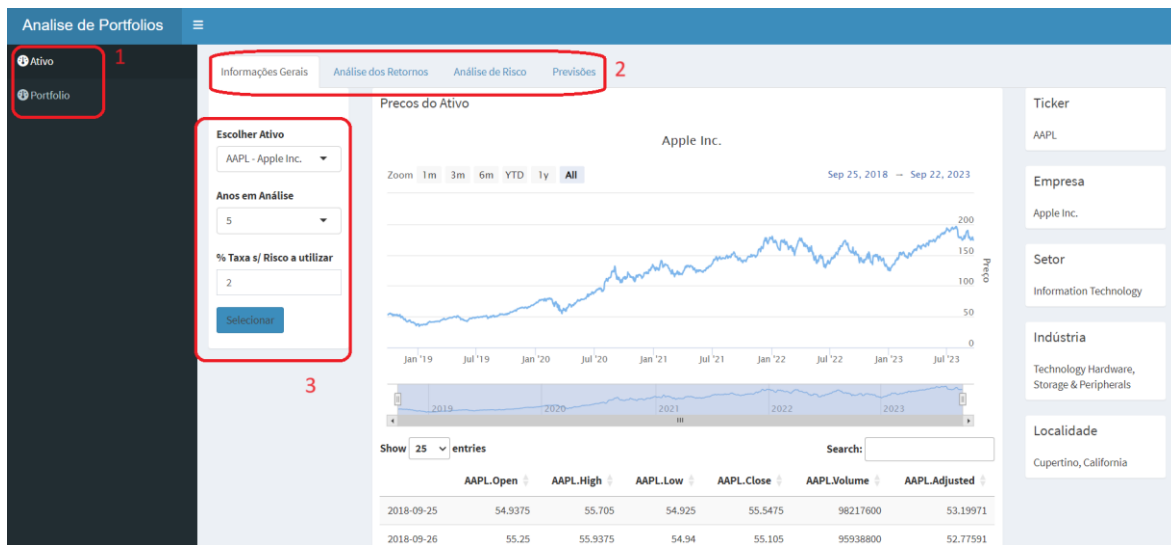


Figura 6.29 - Plataforma Shiny: Ativo

Na Tabela 25, é visível a plataforma Shiny, que está dividida em duas seções, a seção do ativo e a seção do portfólio (ponto 1), na seção do ativo o utilizador pode escolher o ativo, os anos em análise e a taxa de juro sem risco a utilizar para as análises (ponto 3) e pode percorrer os vários separadores de modo a ter acesso à análise dos retornos, análise de risco e as previsões efetuadas para o ativo em questão, as funcionalidades de cada uma das opções dos separadores pode ser consultada na Tabela 25.

Funcionalidades – Ativo (ponto 2)

Informações Gerais	Escolha do ativo	Análise de Risco	Indicadores de Risco
	Escolha do Ano e Taxa de juro		Volatilidade Condicional
	Visualização dos Preços		Value at Risk
	Informações do ativo		-
Análise de Retornos	Retornos do Ativo	Previsões	Volatilidade T+10
	Indicadores Estatísticos		Value at Risk T+10
	Performance do Ativo		-
	Distribuição dos Retornos		-

Tabela 25 - Funcionalidades existentes nos separados da plataforma da seção do Ativo

Ao entrar na seção dois que analisa o portfólio (Figura 6.30, ponto 1), o utilizador pode escolher no ponto 2 os ativos que pretende analisar para o portfólio, bem como o respetivo peso, anos em análise e a taxa de juro sem risco a utilizar.

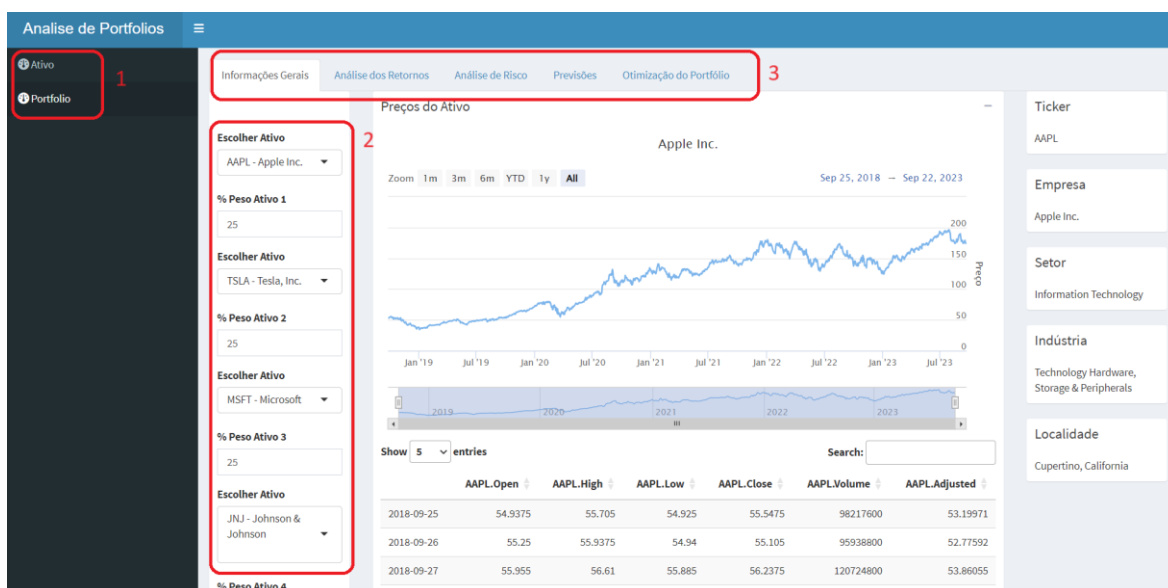


Figura 6.30 - Plataforma Shiny: Portfólio

Para as outras análises, à semelhança da seção do ativo, o utilizador pode percorrer os vários separadores no ponto 3, consultando a análise de retornos, análise de risco, as previsões e ainda o separador de otimização do portfólio (Figura 6.31), que permite ao utilizador definir a forma de otimização e visualizar novamente todas as análises para cada um dos portfólios. As funcionalidades de cada uma das opções dos separadores desta seção pode ser consultada na Tabela 26.

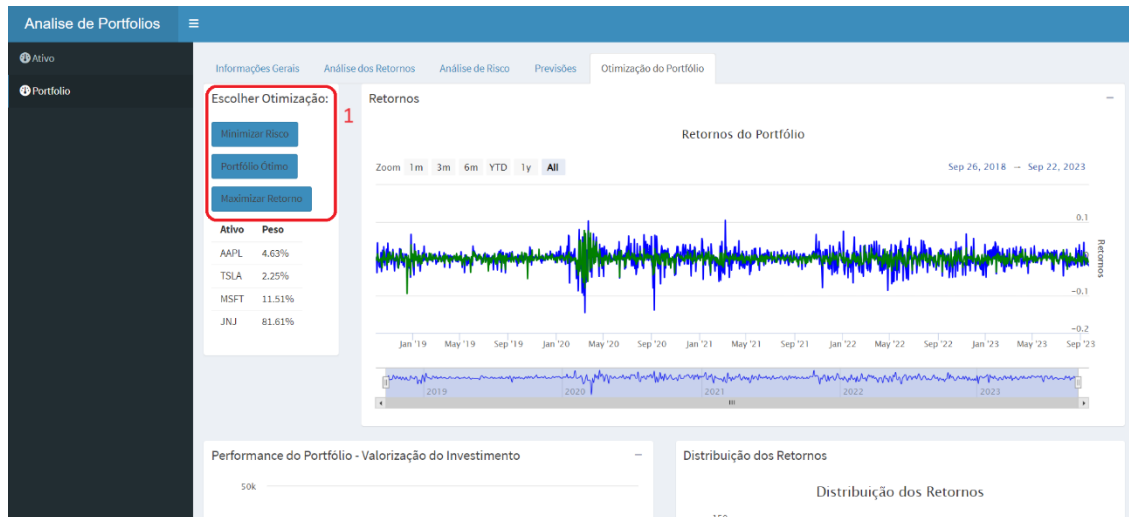


Figura 6.31 - Plataforma Shiny: Otimização do Portfólio

Funcionalidades – Portfólio (ponto 2)

Informações Gerais	Escolha dos ativos	Análise de Risco	Indicadores de Risco
	Escolha dos Pesos Individuais		Coefficientes Beta
	Escolha do Ano e Taxa de juro		Índice Sharpe
	Visualização dos Preços		Volatilidade Condicional - DCC
	Informações do ativo		Value at Risk
Análise de Retornos	Retornos do Portfólio	Previsões	Volatilidade T+10
	Coefficientes de Correlação		Volatilidade T+1 - DCC
	Performance do Portfólio		Value at Risk T+10
	Distribuição dos Retornos		-
Otimização do Portfólio (Minimização do Risco / Ótimo / Máximo Retorno)	Retornos do Portfólio		
	Performance do Portfólio		
	Distribuição dos Retornos		
	Coefficientes Beta		
	Índice Sharpe		
	Volatilidade condicional - DCC		
	Volatilidade T+10		
	Volatilidade T+1 - DCC		
	Value at Risk		
Value at Risk T+10			

Tabela 26 - Funcionalidades existentes nos separados da plataforma da seção do Portfólio

A plataforma foi publicada no repositório próprio para o efeito no website *shinyapps.io*, desenvolvido pela Posit Software, PBC, empresa detentora do software RStudio. A consulta da plataforma pode ser realizada através da seguinte hiperligação:

https://md7825-miguel-g0is.shinyapps.io/Projeto_Mestrado_CD_Miguel_Gois/

7. Conclusão

Considerando todas as informações e conceitos abordados ao longo deste projeto, podemos concluir que a Ciência de Dados tem um papel crucial na análise e gestão de riscos do mercado financeiro. Através de modelos estatísticos e económicos, é possível prever tendências de mercado, avaliar ativos financeiros e otimizar carteiras de investimentos.

O projeto focou-se na utilização dos modelos GARCH e variações como o eGARCH, iGARCH e GJR-GARCH, para a análise e previsão da volatilidade dos ativos e de modelos multivariados, sendo utilizado o DCC para a volatilidade do portfólio. A implementação destes modelos em RStudio permitiu a análise detalhada das séries temporais e a avaliação do risco associado a cada ativo. As previsões efetuadas aos indicadores de risco também foram essenciais para entender e avaliar as relações existentes entre o risco e retorno, ou mesmo as possibilidades de perdas inerentes aos ativos ou portfólio de ativos.

Por último, a otimização de portfólio complementada com a previsão do risco destaca-se com um papel importante na gestão do risco de mercado, pois permite ter conhecimento sobre de que forma vai ser o comportamento de cada portfólio otimizado no futuro, possibilitando uma tomada de decisão mais coesa e mais informada dependendo sempre do perfil de risco de qualquer investidor.

Neste projeto a escolha do portfólio ideal depende do perfil de risco, mas para um objetivo mais conservador, então o portfólio que minimiza o risco é o ideal, sendo que para isso é necessário um maior investimento nos ativos com menos volatilidade que por sua vez não terão retornos tão atrativos. Sem dúvida que no caso do ativo TSLA apresentou-se em todas as análises como o que tem maior nível de risco associado pelo que quanto menor risco tiver o portfólio menor posição terá o ativo no mesmo.

No entanto, apesar de todos os métodos e modelos disponíveis, é importante lembrar que a previsão de risco de mercado depende sempre de muitos mais fatores não explorados neste projeto, pelo que deve ser tratada sempre como incerta, necessitando sempre de outras análises complexas e complementares.

Finalmente, a implementação prática destes conceitos através da plataforma Shiny vai proporcionar uma ferramenta de análise interativa, que permite aos utilizadores gerarem *insights* e tomarem decisões de investimento informadas.

Para melhorias futuras a implementação do modelo de previsão multivariado DCC para n períodos à frente sem ser apenas 1 dia poderá trazer informação mais correta sobre a volatilidade do portfólio prevista, e a implementação de modelos GARCH na plataforma adequados ao ativo escolhido pelo utilizador, permitindo que os modelos não sejam estáticos pois neste projeto nesta fase, foi sempre utilizado o eGARCH(2,2). O contínuo desenvolvimento da plataforma também é aconselhável, permitindo assim uma melhoria contínua no projeto, com a adição de novas funcionalidades, novas análises e novas previsões.

8. Bibliografia

- Alcarva, P. (2011). *A Banca e as PME*. Vida Económica.
- Ameer, R. (2009). Value-relevance of foreign-exchange and interest-rate derivatives, The case of Malaysian firms. *The Journal of Risk Finance*, 1(1), 78.
- Beckett, S. (2013). *Introduction to Time Series Using Stata* (1 ed.). Stata Press.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 307-327.
- Chatfield, C., & Xing, H. (2019). *The Analysis of Time Series: An Introduction with R* (7 ed.). CRC Press.
- Chen, J. (2022). *Benchmark: What It Is, Types, and How to Use Them in Investing*. Obtido de Investopedia: <https://www.investopedia.com/terms/b/benchmark.asp>
- Daniélsson, J. (2011). *Financial Risk Forecasting - The Theory and Practice of Forecasting Market Risk, with Implementation in R and Matlab*. John Wiley and Sons, Ltd.
- Edwin, E., Martin, G., Stephen, B., & William, G. (2014). *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis* (9 ed.). JohnWiley & Sons, Inc.
- Elbannan, M. A. (2014). The Capital Asset Pricing Model: An Overview of the Theory. *International Journal of Economics and Finance*(7).
- Engle, R. (2002). Dynamic Conditional Correlation. *Journal of Business & Economic Statistics*, 339-350.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4), 987-1007.
- Engle, R. F., & Bollerslev, T. (1986). Modelling the Persistence of Conditional Variances. *Econometric Reviews*, 1-50.
- Gawali, S. (17 de 7 de 2023). *Skewness and Kurtosis: Quick Guide*. Obtido de analyticsvidhya: <https://www.analyticsvidhya.com/blog/2021/05/shape-of-data-skewness-and-kurtosis/>
- Ghalanos, A. (2022). *Introduction to the rugarch package*. (1.4-3 ed.).
- Glosten, L., Jagannathan, R., & Runkle, D. (12 de 1993). On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks. *The Journal of Finance*, 48, 1779-1801.
- Grinold, R. C. (2016). *Active portfolio management: A quantitative approach for producing superior returns and controlling risk*. McGraw-Hill Education.

- Hanicova, D. (s.d.). *markowitz-model*. Obtido de quantpedia: <https://quantpedia.com/markowitz-model/>
- Hayes, A. (2023). *shortselling*. Obtido de investopedia: <https://www.investopedia.com/terms/s/shortselling.asp>
- Hayes, A. (23 de 7 de 2023). *Understanding Financial Risk, Plus Tools to Control It*. Obtido de Investopedia: <https://www.investopedia.com/terms/f/financialrisk.asp#toc-what-is-financial-risk>
- Hull, J. C. (2012). *Options, Futures, and other Derivatives* (8 ed.). Prentice Hall.
- IFRS. (2005). *Norma Internacional de Relato Financeiro, Instrumentos Financeiros: Divulgação de Informações* (Vol. 7 apêndice A).
- Jeong, M. (2017). Residual-Based GARCH Bootstrap and second order asymptotic refinement . *Econometric Theory*, 779–790.
- Jorion, P. (2006). *Value at Risk : The New Benchmark for Managing Financial Risk*. McGraw Hill Professional.
- Jr, R., & K, J. (2019). *Reproducible Finance with R : Code Flows and Shiny Apps for Portfolio Analysis*. CRC Press.
- Lhabitant, F.-S. (2017). *Portfolio Diversification*. ISTE Press Ltd and Elsevier Ltd.
- Linsmeier, T. J., & Pearson, N. D. (1996). *Risk measurement: an introduction to value at risk*. *University of Illinois* .
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7, 77-91.
- Marv. (8 de 3 de 2021). *What's The Difference Between Autocorrelation & Partial Autocorrelation For Time Series Analysis?* Obtido de Medium: <https://emel333.medium.com/interpreting-autocorrelation-partial-autocorrelation-plots-for-time-series-analysis-23f87b102c64>
- Maverik, J. (30 de 12 de 2022). *Financial Risk: The Major Kinds That Companies Face*. Obtido de Investopedia: <https://www.investopedia.com/ask/answers/062415/what-are-major-categories-financial-risk-company.asp>
- Mcneil, A., Frey, R., & Embrechts, P. (2015). *Quantitative risk management : concepts, techniques and tools*. Princeton University Press.
- Miller, M. B. (2019). *Quantitative Financial Risk Management*. John Wiley & Sons, Inc.
- Montgomery, D. C., Jennings, C. L., & Kulahci, M. (2015). *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting* (2 ed.). John Wiley & Sons, Inc.
- Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica*, 59(2), 347-370.

- Pascual, L., Romo, J., & Ruiz, E. (2006). Bootstrap prediction for returns and volatilities in garch. *Computational Statistics and Data Analysis*, 2293{2312.
- Pfaff, B. (2013). *Financial Risk Modelling and Portfolio Optimization with R*. John Wiley & Sons Ltd.
- S&P Down Jones Indices*. (28 de 08 de 2023). Obtido de S&P Down Jones Indices: <https://www.spglobal.com/spdji/en/indices/equity/sp-500/#overview>
- Skewness*. (s.d.). Obtido de wikipedia: <https://en.wikipedia.org/wiki/Skewness>
- Taxa de Juro Anual*. (s.d.). Obtido de igcp: https://www.igcp.pt/fotos/editor2/2023/CA_Taxas_de_Juro/09_Taxa_Anual_F_PP.pdf
- Ticker_symbol*. (s.d.). Obtido de wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Ticker_symbol
- Vibration analysis metrics: Kurtosis and Skewness*. (s.d.). Obtido de dynamox: <https://dynamox.net/en/blog/vibration-analysis-metrics-kurtosis-and-skewness>
- Vicente, V. (27 de 4 de 2023). *A Complete Overview of Operational Risk Management*. Obtido de AuditBoard: <https://www.auditboard.com/blog/operational-risk-management/>
- Yahoo Finance - AAPL*. (29 de 08 de 2023). Obtido de Yahoo Finance: <https://finance.yahoo.com/quote/AAPL>
- Yahoo Finance - JNJ*. (29 de 08 de 2023). Obtido de Yahoo Finance: <https://finance.yahoo.com/quote/JNJ>
- Yahoo Finance - MSFT*. (29 de 08 de 2023). Obtido de Yahoo Finance: <https://finance.yahoo.com/quote/MSFT>
- Yahoo Finance - TSLA*. (29 de 08 de 2023). Obtido de Yahoo Finance: <https://finance.yahoo.com/quote/TSLA>

9. Anexos

9.1. Anexo A

Sazonalidade – Apple Inc.

	janeiro	fevereiro	março	abril	maio	junho	julho	agosto	setembro	outubro	novembro	dezembro
2018									-3,3241	-0,2038	3,4929	4,0683
2019	4,7154	-4,4769	-1,0826	-2,4664	-8,3371	-6,0835	5,0875	8,6105	-3,3241	-0,2038	3,4929	4,0683
2020	4,7154	-4,4769	-1,0826	-2,4664	-8,3371	-6,0835	5,0875	8,6105	-3,3241	-0,2038	3,4929	4,0683
2021	4,7154	-4,4769	-1,0826	-2,4664	-8,3371	-6,0835	5,0875	8,6105	-3,3241	-0,2038	3,4929	4,0683
2022	4,7154	-4,4769	-1,0826	-2,4664	-8,3371	-6,0835	5,0875	8,6105	-3,3241	-0,2038	3,4929	4,0683
2023	4,7154	-4,4769	-1,0826	-2,4664	-8,3371	-6,0835	5,0875	8,6105	-3,3241			

Sazonalidade – Tesla Inc.

	janeiro	fevereiro	março	abril	maio	junho	julho	agosto	setembro	outubro	novembro	dezembro
2018									0,0816	13,1716	19,1971	2,3972
2019	10,9050	-1,1918	7,1360	-5,1269	-25,4477	-26,0960	-3,7933	8,7672	0,0816	13,1716	19,1971	2,3972
2020	10,9050	-1,1918	7,1360	-5,1269	-25,4477	-26,0960	-3,7933	8,7672	0,0816	13,1716	19,1971	2,3972
2021	10,9050	-1,1918	7,1360	-5,1269	-25,4477	-26,0960	-3,7933	8,7672	0,0816	13,1716	19,1971	2,3972
2022	10,9050	-1,1918	7,1360	-5,1269	-25,4477	-26,0960	-3,7933	8,7672	0,0816	13,1716	19,1971	2,3972
2023	10,9050	-1,1918	7,1360	-5,1269	-25,4477	-26,0960	-3,7933	8,7672	0,0816			

Sazonalidade – Microsoft Corporation

	janeiro	fevereiro	março	abril	maio	junho	julho	agosto	setembro	outubro	novembro	dezembro
2018										-1,1530	5,5632	2,3522
2019	-0,8772	-8,9760	-1,1795	-0,2723	-5,3030	0,5492	7,8053	10,0857	-8,5947	-1,1530	5,5632	2,3522
2020	-0,8772	-8,9760	-1,1795	-0,2723	-5,3030	0,5492	7,8053	10,0857	-8,5947	-1,1530	5,5632	2,3522
2021	-0,8772	-8,9760	-1,1795	-0,2723	-5,3030	0,5492	7,8053	10,0857	-8,5947	-1,1530	5,5632	2,3522
2022	-0,8772	-8,9760	-1,1795	-0,2723	-5,3030	0,5492	7,8053	10,0857	-8,5947	-1,1530	5,5632	2,3522
2023	-0,8772	-8,9760	-1,1795	-0,2723	-5,3030	0,5492	7,8053	10,0857	-8,5947			

Sazonalidade – Johnson & Johnson

	janeiro	fevereiro	março	abril	maio	junho	julho	agosto	setembro	outubro	novembro	dezembro
2018									-4,7588	-4,6502	-2,1380	5,1870
2019	3,3183	-5,4078	-1,1141	5,1266	3,9129	1,2319	0,3597	-1,0675	-4,7588	-4,6502	-2,1380	5,1870
2020	3,3183	-5,4078	-1,1141	5,1266	3,9129	1,2319	0,3597	-1,0675	-4,7588	-4,6502	-2,1380	5,1870
2021	3,3183	-5,4078	-1,1141	5,1266	3,9129	1,2319	0,3597	-1,0675	-4,7588	-4,6502	-2,1380	5,1870
2022	3,3183	-5,4078	-1,1141	5,1266	3,9129	1,2319	0,3597	-1,0675	-4,7588	-4,6502	-2,1380	5,1870
2023	3,3183	-5,4078	-1,1141	5,1266	3,9129	1,2319	0,3597	-1,0675	-4,7588			

9.2. Anexo B

Apple Inc.			Tesla Inc.			Microsoft Corporation			Johnson & Johnson		
Modelo	AIC	BIC	Modelo	AIC	BIC	Modelo	AIC	BIC	Modelo	AIC	BIC
ARMA(1,0)sGARCH(1,1)norm	-5.092324	-5.071892	ARMA(0,0)sGARCH(1,1)norm	-3.620708	-3.604362	ARMA(0,1)sGARCH(1,1)norm	-5.279591	-5.259160	ARMA(4,1)sGARCH(1,1)norm	-6.079855	-6.043078
ARMA(1,0)sGARCH(1,1)std	-5.139366	-5.114848	ARMA(0,0)sGARCH(1,1)std	-3.727532	-3.707101	ARMA(0,1)sGARCH(1,1)std	-5.314907	-5.290389	ARMA(4,1)sGARCH(1,1)std	-6.259547	-6.218684
ARMA(1,0)sGARCH(1,1)sstd	-5.138354	-5.109750	ARMA(0,0)sGARCH(1,1)sstd	-3.726179	-3.701661	ARMA(0,1)sGARCH(1,1)sstd	-5.316098	-5.287494	ARMA(4,1)sGARCH(1,1)sstd	-6.258730	-6.213780
ARMA(1,0)sGARCH(1,2)norm	-5.090778	-5.066260	ARMA(0,0)sGARCH(1,2)norm	-3.619240	-3.598809	ARMA(0,1)sGARCH(1,2)norm	-5.279216	-5.254699	ARMA(4,1)sGARCH(1,2)norm	-6.089646	-6.048783
ARMA(1,0)sGARCH(1,2)std	-5.137797	-5.109193	ARMA(0,0)sGARCH(1,2)std	-3.725905	-3.701387	ARMA(0,1)sGARCH(1,2)std	-5.313344	-5.284740	ARMA(4,1)sGARCH(1,2)std	-6.259976	-6.215027
ARMA(1,0)sGARCH(1,2)sstd	-5.136788	-5.104098	ARMA(0,0)sGARCH(1,2)sstd	-3.724554	-3.695949	ARMA(0,1)sGARCH(1,2)sstd	-5.314551	-5.281861	ARMA(4,1)sGARCH(1,2)sstd	-6.259189	-6.210153
ARMA(1,0)sGARCH(1,3)norm	-5.089076	-5.060472	ARMA(0,0)sGARCH(1,3)norm	-3.618067	-3.593549	ARMA(0,1)sGARCH(1,3)norm	-5.277855	-5.249251	ARMA(4,1)sGARCH(1,3)norm	-6.088055	-6.043105
ARMA(1,0)sGARCH(1,3)std	-5.136158	-5.103468	ARMA(0,0)sGARCH(1,3)std	-3.724704	-3.696100	ARMA(0,1)sGARCH(1,3)std	-5.311641	-5.278951	ARMA(4,1)sGARCH(1,3)std	-6.258392	-6.209356
ARMA(1,0)sGARCH(1,3)sstd	-5.135144	-5.098367	ARMA(0,0)sGARCH(1,3)sstd	-3.723400	-3.690710	ARMA(0,1)sGARCH(1,3)sstd	-5.312842	-5.276066	ARMA(4,1)sGARCH(1,3)sstd	-6.257599	-6.204478
ARMA(1,0)sGARCH(2,1)norm	-5.091551	-5.067034	ARMA(0,0)sGARCH(2,1)norm	-3.619712	-3.599280	ARMA(0,1)sGARCH(2,1)norm	-5.277840	-5.253322	ARMA(4,1)sGARCH(2,1)norm	-6.078263	-6.037400
ARMA(1,0)sGARCH(2,1)std	-5.137983	-5.109379	ARMA(0,0)sGARCH(2,1)std	-3.725967	-3.701449	ARMA(0,1)sGARCH(2,1)std	-5.313154	-5.284549	ARMA(4,1)sGARCH(2,1)std	-6.257956	-6.213007
ARMA(1,0)sGARCH(2,1)sstd	-5.136985	-5.104295	ARMA(0,0)sGARCH(2,1)sstd	-3.724591	-3.695987	ARMA(0,1)sGARCH(2,1)sstd	-5.314338	-5.281647	ARMA(4,1)sGARCH(2,1)sstd	-6.257139	-6.208103
ARMA(1,0)sGARCH(2,2)norm	-5.090585	-5.061981	ARMA(0,0)sGARCH(2,2)norm	-3.621273	-3.596755	ARMA(0,1)sGARCH(2,2)norm	-5.277625	-5.249021	ARMA(4,1)sGARCH(2,2)norm	-6.088126	-6.043176
ARMA(1,0)sGARCH(2,2)std	-5.136731	-5.104040	ARMA(0,0)sGARCH(2,2)std	-3.725894	-3.697290	ARMA(0,1)sGARCH(2,2)std	-5.311753	-5.279063	ARMA(4,1)sGARCH(2,2)std	-6.258385	-6.209350
ARMA(1,0)sGARCH(2,2)sstd	-5.135768	-5.098991	ARMA(0,0)sGARCH(2,2)sstd	-3.724444	-3.691753	ARMA(0,1)sGARCH(2,2)sstd	-5.312960	-5.276183	ARMA(4,1)sGARCH(2,2)sstd	-6.257598	-6.204476
ARMA(1,0)sGARCH(2,3)norm	-5.088985	-5.056295	ARMA(0,0)sGARCH(2,3)norm	-3.625776	-3.597172	ARMA(0,1)sGARCH(2,3)norm	-5.276264	-5.243574	ARMA(4,1)sGARCH(2,3)norm	-6.086535	-6.037499
ARMA(1,0)sGARCH(2,3)std	-5.135149	-5.098373	ARMA(0,0)sGARCH(2,3)std	-3.727636	-3.694946	ARMA(0,1)sGARCH(2,3)std	-5.310181	-5.273404	ARMA(4,1)sGARCH(2,3)std	-6.256841	-6.203719
ARMA(1,0)sGARCH(2,3)sstd	-5.134185	-5.093322	ARMA(0,0)sGARCH(2,3)sstd	-3.726188	-3.689411	ARMA(0,1)sGARCH(2,3)sstd	-5.311376	-5.270513	ARMA(4,1)sGARCH(2,3)sstd	-6.256046	-6.198838
ARMA(1,0)sGARCH(3,1)norm	-5.089898	-5.061293	ARMA(0,0)sGARCH(3,1)norm	-3.618192	-3.593674	ARMA(0,1)sGARCH(3,1)norm	-5.275871	-5.247267	ARMA(4,1)sGARCH(3,1)norm	-6.076890	-6.031940

Análise de risco de mercado e otimização de portfólio com o RStudio e Shiny

ARMA(1,0)sGARCH(3,1)std	-5.136357	-5.103666	ARMA(0,0)sGARCH(3,1)std	-3.724359	-3.695754	ARMA(0,1)sGARCH(3,1)std	-5.311163	-5.278473	ARMA(4,1)sGARCH(3,1)std	-6.258175	-6.209140
ARMA(1,0)sGARCH(3,1)sstd	-5.135355	-5.098578	ARMA(0,0)sGARCH(3,1)sstd	-3.722985	-3.690294	ARMA(0,1)sGARCH(3,1)sstd	-5.312317	-5.275541	ARMA(4,1)sGARCH(3,1)sstd	-6.257379	-6.204257
ARMA(1,0)sGARCH(3,2)norm	-5.089066	-5.056375	ARMA(0,0)sGARCH(3,2)norm	-3.619766	-3.591161	ARMA(0,1)sGARCH(3,2)norm	-5.275697	-5.243006	ARMA(4,1)sGARCH(3,2)norm	-6.086744	-6.037708
ARMA(1,0)sGARCH(3,2)std	-5.135154	-5.098378	ARMA(0,0)sGARCH(3,2)std	-3.724249	-3.691559	ARMA(0,1)sGARCH(3,2)std	-5.309770	-5.272993	ARMA(4,1)sGARCH(3,2)std	-6.257706	-6.204584
ARMA(1,0)sGARCH(3,2)sstd	-5.134190	-5.093327	ARMA(0,0)sGARCH(3,2)sstd	-3.722799	-3.686023	ARMA(0,1)sGARCH(3,2)sstd	-5.310947	-5.270084	ARMA(4,1)sGARCH(3,2)sstd	-6.256924	-6.199715
ARMA(1,0)sGARCH(3,3)norm	-5.090375	-5.053599	ARMA(0,0)sGARCH(3,3)norm	-3.624185	-3.591494	ARMA(0,1)sGARCH(3,3)norm	-5.274673	-5.237897	ARMA(4,1)sGARCH(3,3)norm	-6.085152	-6.032030
ARMA(1,0)sGARCH(3,3)std	-5.133563	-5.092700	ARMA(0,0)sGARCH(3,3)std	-3.726045	-3.689269	ARMA(0,1)sGARCH(3,3)std	-5.309912	-5.269049	ARMA(4,1)sGARCH(3,3)std	-6.256115	-6.198906
ARMA(1,0)sGARCH(3,3)sstd	-5.134357	-5.089408	ARMA(0,0)sGARCH(3,3)sstd	-3.724597	-3.683733	ARMA(0,1)sGARCH(3,3)sstd	-5.310934	-5.265985	ARMA(4,1)sGARCH(3,3)sstd	-6.255333	-6.194038
ARMA(1,0)eGARCH(1,1)norm	-5.110656	-5.086138	ARMA(0,0)eGARCH(1,1)norm	-3.614980	-3.594549	ARMA(0,1)eGARCH(1,1)norm	-5.301514	-5.276996	ARMA(4,1)eGARCH(1,1)norm	-6.072286	-6.031423
ARMA(1,0)eGARCH(1,1)std	-5.150640	-5.122036	ARMA(0,0)eGARCH(1,1)std	-3.728748	-3.704230	ARMA(0,1)eGARCH(1,1)std	-5.333718	-5.305114	ARMA(4,1)eGARCH(1,1)std	-6.261647	-6.216698
ARMA(1,0)eGARCH(1,1)sstd	-5.149876	-5.117185	ARMA(0,0)eGARCH(1,1)sstd	-3.727286	-3.698681	ARMA(0,1)eGARCH(1,1)sstd	-5.336473	-5.303783	ARMA(4,1)eGARCH(1,1)sstd	-6.260792	-6.211757
ARMA(1,0)eGARCH(1,2)norm	-5.109155	-5.080551	ARMA(0,0)eGARCH(1,2)norm	-3.613538	-3.589020	ARMA(0,1)eGARCH(1,2)norm	-5.300326	-5.271722	ARMA(4,1)eGARCH(1,2)norm	-6.086720	-6.041771
ARMA(1,0)eGARCH(1,2)std	-5.149014	-5.116324	ARMA(0,0)eGARCH(1,2)std	-3.727166	-3.698562	ARMA(0,1)eGARCH(1,2)std	-5.331947	-5.299257	ARMA(4,1)eGARCH(1,2)std	-6.260747	-6.211711
ARMA(1,0)eGARCH(1,2)sstd	-5.148246	-5.111469	ARMA(0,0)eGARCH(1,2)sstd	-3.725700	-3.693009	ARMA(0,1)eGARCH(1,2)sstd	-5.334628	-5.297851	ARMA(4,1)eGARCH(1,2)sstd	-6.260208	-6.207086
ARMA(1,0)eGARCH(1,3)norm	-5.107602	-5.074912	ARMA(0,0)eGARCH(1,3)norm	-3.614779	-3.586175	ARMA(0,1)eGARCH(1,3)norm	-5.299652	-5.266961	ARMA(4,1)eGARCH(1,3)norm	-6.087703	-6.038667
ARMA(1,0)eGARCH(1,3)std	-5.147866	-5.111089	ARMA(0,0)eGARCH(1,3)std	-3.727232	-3.694542	ARMA(0,1)eGARCH(1,3)std	-5.330691	-5.293915	ARMA(4,1)eGARCH(1,3)std	-6.265771	-6.212649
ARMA(1,0)eGARCH(1,3)sstd	-5.147155	-5.106292	ARMA(0,0)eGARCH(1,3)sstd	-3.725790	-3.689013	ARMA(0,1)eGARCH(1,3)sstd	-5.333529	-5.292666	ARMA(4,1)eGARCH(1,3)sstd	-6.265140	-6.207931
ARMA(1,0)eGARCH(2,1)norm	-5.108260	-5.075570	ARMA(0,0)eGARCH(2,1)norm	-3.611962	-3.583358	ARMA(0,1)eGARCH(2,1)norm	-5.300013	-5.267322	ARMA(4,1)eGARCH(2,1)norm	-6.069404	-6.020368
ARMA(1,0)eGARCH(2,1)std	-5.147720	-5.110943	ARMA(0,0)eGARCH(2,1)std	-3.725740	-3.693050	ARMA(0,1)eGARCH(2,1)std	-5.330421	-5.293644	ARMA(4,1)eGARCH(2,1)std	-6.258706	-6.205584
ARMA(1,0)eGARCH(2,1)sstd	-5.146954	-5.106091	ARMA(0,0)eGARCH(2,1)sstd	-3.724257	-3.687480	ARMA(0,1)eGARCH(2,1)sstd	-5.333113	-5.292250	ARMA(4,1)eGARCH(2,1)sstd	-6.257866	-6.200658
ARMA(1,0)eGARCH(2,2)norm	-5.112182	-5.075405	ARMA(0,0)eGARCH(2,2)norm	-3.615283	-3.582593	ARMA(0,1)eGARCH(2,2)norm	-5.298440	-5.261663	ARMA(4,1)eGARCH(2,2)norm	-6.087469	-6.034347
ARMA(1,0)eGARCH(2,2)std	-5.151325	-5.110462	ARMA(0,0)eGARCH(2,2)std	-3.728718	-3.691941	ARMA(0,1)eGARCH(2,2)std	-5.328947	-5.288084	ARMA(4,1)eGARCH(2,2)std	-6.259791	-6.202583
ARMA(1,0)eGARCH(2,2)sstd	-5.150690	-5.105741	ARMA(0,0)eGARCH(2,2)sstd	-3.727185	-3.686321	ARMA(0,1)eGARCH(2,2)sstd	-5.331865	-5.286916	ARMA(4,1)eGARCH(2,2)sstd	-6.259218	-6.197923
ARMA(1,0)eGARCH(2,3)norm	-5.110619	-5.069756	ARMA(0,0)eGARCH(2,3)norm	-3.619801	-3.583024	ARMA(0,1)eGARCH(2,3)norm	-5.299851	-5.258988	ARMA(4,1)eGARCH(2,3)norm	-6.113862	-6.056654
ARMA(1,0)eGARCH(2,3)std	-5.149828	-5.104878	ARMA(0,0)eGARCH(2,3)std	-3.729661	-3.688798	ARMA(0,1)eGARCH(2,3)std	-5.328725	-5.283776	ARMA(4,1)eGARCH(2,3)std	-6.264632	-6.203338

Análise de risco de mercado e otimização de portfólio com o RStudio e Shiny

ARMA(1,0)eGARCH(2,3)sstd	-5.149221	-5.100185	ARMA(0,0)eGARCH(2,3)sstd	-3.728091	-3.683141	ARMA(0,1)eGARCH(2,3)sstd	-5.331409	-5.282374	ARMA(4,1)eGARCH(2,3)sstd	-6.263984	-6.198603
ARMA(1,0)eGARCH(3,1)norm	-5.105956	-5.065093	ARMA(0,0)eGARCH(3,1)norm	-3.619484	-3.582707	ARMA(0,1)eGARCH(3,1)norm	-5.297919	-5.257056	ARMA(4,1)eGARCH(3,1)norm	-6.078449	-6.021241
ARMA(1,0)eGARCH(3,1)std	-5.147955	-5.103006	ARMA(0,0)eGARCH(3,1)std	-3.730538	-3.689675	ARMA(0,1)eGARCH(3,1)std	-5.327692	-5.282742	ARMA(4,1)eGARCH(3,1)std	-6.262235	-6.200940
ARMA(1,0)eGARCH(3,1)sstd	-5.147553	-5.098517	ARMA(0,0)eGARCH(3,1)sstd	-3.729022	-3.684072	ARMA(0,1)eGARCH(3,1)sstd	-5.330455	-5.281420	ARMA(4,1)eGARCH(3,1)sstd	-6.261546	-6.196165
ARMA(1,0)eGARCH(3,2)norm	-5.109344	-5.064395	ARMA(0,0)eGARCH(3,2)norm	-3.621206	-3.580343	ARMA(0,1)eGARCH(3,2)norm	-5.296851	-5.251902	ARMA(4,1)eGARCH(3,2)norm	-6.088149	-6.026855
ARMA(1,0)eGARCH(3,2)std	-5.148440	-5.099405	ARMA(0,0)eGARCH(3,2)std	-3.730699	-3.685749	ARMA(0,1)eGARCH(3,2)std	-5.326735	-5.277699	ARMA(4,1)eGARCH(3,2)std	-6.260740	-6.195359
ARMA(1,0)eGARCH(3,2)sstd	-5.147838	-5.094717	ARMA(0,0)eGARCH(3,2)sstd	-3.729155	-3.680119	ARMA(0,1)eGARCH(3,2)sstd	-5.329624	-5.276502	ARMA(4,1)eGARCH(3,2)sstd	-6.260047	-6.190580
ARMA(1,0)eGARCH(3,3)norm	-5.107965	-5.058929	ARMA(0,0)eGARCH(3,3)norm	-3.620194	-3.575245	ARMA(0,1)eGARCH(3,3)norm	-5.309829	-5.260794	ARMA(4,1)eGARCH(3,3)norm	-6.120359	-6.054978
ARMA(1,0)eGARCH(3,3)std	-5.147773	-5.094651	ARMA(0,0)eGARCH(3,3)std	-3.729164	-3.680129	ARMA(0,1)eGARCH(3,3)std	-5.348707	-5.295585	ARMA(4,1)eGARCH(3,3)std	-6.261807	-6.192340
ARMA(1,0)eGARCH(3,3)sstd	-5.147300	-5.090092	ARMA(0,0)eGARCH(3,3)sstd	-3.727616	-3.674494	ARMA(0,1)eGARCH(3,3)sstd	-5.335951	-5.278743	ARMA(4,1)eGARCH(3,3)sstd	-6.261238	-6.187685
ARMA(1,0)iGARCH(1,1)norm	-5.088713	-5.072368	ARMA(0,0)iGARCH(1,1)norm	-3.603307	-3.591048	ARMA(0,1)iGARCH(1,1)norm	-5.278583	-5.262237	ARMA(4,1)iGARCH(1,1)norm	-6.044936	-6.012245
ARMA(1,0)iGARCH(1,1)std	-5.138271	-5.117840	ARMA(0,0)iGARCH(1,1)std	-3.728734	-3.712389	ARMA(0,1)iGARCH(1,1)std	-5.315715	-5.295284	ARMA(4,1)iGARCH(1,1)std	-6.253011	-6.216234
ARMA(1,0)iGARCH(1,1)sstd	-5.136944	-5.112426	ARMA(0,0)iGARCH(1,1)sstd	-3.727324	-3.706893	ARMA(0,1)iGARCH(1,1)sstd	-5.316484	-5.291967	ARMA(4,1)iGARCH(1,1)sstd	-6.251884	-6.211021
ARMA(1,0)iGARCH(1,2)norm	-5.087618	-5.067186	ARMA(0,0)iGARCH(1,2)norm	-3.601934	-3.585589	ARMA(0,1)iGARCH(1,2)norm	-5.278219	-5.257787	ARMA(4,1)iGARCH(1,2)norm	-6.067901	-6.031125
ARMA(1,0)iGARCH(1,2)std	-5.136867	-5.112349	ARMA(0,0)iGARCH(1,2)std	-3.727115	-3.706684	ARMA(0,1)iGARCH(1,2)std	-5.314149	-5.289631	ARMA(4,1)iGARCH(1,2)std	-6.253575	-6.212712
ARMA(1,0)iGARCH(1,2)sstd	-5.135545	-5.106941	ARMA(0,0)iGARCH(1,2)sstd	-3.725703	-3.701185	ARMA(0,1)iGARCH(1,2)sstd	-5.314931	-5.286327	ARMA(4,1)iGARCH(1,2)sstd	-6.252513	-6.207564
ARMA(1,0)iGARCH(1,3)norm	-5.085862	-5.061344	ARMA(0,0)iGARCH(1,3)norm	-3.601335	-3.580903	ARMA(0,1)iGARCH(1,3)norm	-5.276956	-5.252438	ARMA(4,1)iGARCH(1,3)norm	-6.066315	-6.025452
ARMA(1,0)iGARCH(1,3)std	-5.135277	-5.106673	ARMA(0,0)iGARCH(1,3)std	-3.725993	-3.701475	ARMA(0,1)iGARCH(1,3)std	-5.312425	-5.283821	ARMA(4,1)iGARCH(1,3)std	-6.252175	-6.207226
ARMA(1,0)iGARCH(1,3)sstd	-5.133946	-5.101256	ARMA(0,0)iGARCH(1,3)sstd	-3.724639	-3.696035	ARMA(0,1)iGARCH(1,3)sstd	-5.313191	-5.280501	ARMA(4,1)iGARCH(1,3)sstd	-6.251079	-6.202044
ARMA(1,0)iGARCH(2,1)norm	-5.087856	-5.067424	ARMA(0,0)iGARCH(2,1)norm	-3.601948	-3.585603	ARMA(0,1)iGARCH(2,1)norm	-5.276865	-5.256433	ARMA(4,1)iGARCH(2,1)norm	-6.043345	-6.006568
ARMA(1,0)iGARCH(2,1)std	-5.136898	-5.112381	ARMA(0,0)iGARCH(2,1)std	-3.727133	-3.706701	ARMA(0,1)iGARCH(2,1)std	-5.313983	-5.289465	ARMA(4,1)iGARCH(2,1)std	-6.251420	-6.210557
ARMA(1,0)iGARCH(2,1)sstd	-5.135585	-5.106980	ARMA(0,0)iGARCH(2,1)sstd	-3.725710	-3.701192	ARMA(0,1)iGARCH(2,1)sstd	-5.314752	-5.286148	ARMA(4,1)iGARCH(2,1)sstd	-6.250293	-6.205344
ARMA(1,0)iGARCH(2,2)norm	-5.087845	-5.063327	ARMA(0,0)iGARCH(2,2)norm	-3.603120	-3.582688	ARMA(0,1)iGARCH(2,2)norm	-5.276627	-5.252110	ARMA(4,1)iGARCH(2,2)norm	-6.066310	-6.025447
ARMA(1,0)iGARCH(2,2)std	-5.135307	-5.106703	ARMA(0,0)iGARCH(2,2)std	-3.726907	-3.702390	ARMA(0,1)iGARCH(2,2)std	-5.312558	-5.283954	ARMA(4,1)iGARCH(2,2)std	-6.251984	-6.207035
ARMA(1,0)iGARCH(2,2)sstd	-5.133990	-5.101300	ARMA(0,0)iGARCH(2,2)sstd	-3.725407	-3.696803	ARMA(0,1)iGARCH(2,2)sstd	-5.313340	-5.280649	ARMA(4,1)iGARCH(2,2)sstd	-6.248682	-6.199647

Análise de risco de mercado e otimização de portfólio com o RStudio e Shiny

ARMA(1,0)iGARCH(2,3)norm	-5.088170	-5.059566	ARMA(0,0)iGARCH(2,3)norm	-3.608984	-3.584466	ARMA(0,1)iGARCH(2,3)norm	-5.275364	-5.246760	ARMA(4,1)iGARCH(2,3)norm	-6.064726	-6.019777
ARMA(1,0)iGARCH(2,3)std	-5.135666	-5.102975	ARMA(0,0)iGARCH(2,3)std	-3.728752	-3.700148	ARMA(0,1)iGARCH(2,3)std	-5.310965	-5.278275	ARMA(4,1)iGARCH(2,3)std	-6.250584	-6.201548
ARMA(1,0)iGARCH(2,3)sstd	-5.134344	-5.097568	ARMA(0,0)iGARCH(2,3)sstd	-3.727260	-3.694569	ARMA(0,1)iGARCH(2,3)sstd	-5.311731	-5.274954	ARMA(4,1)iGARCH(2,3)sstd	-6.249488	-6.196366
ARMA(1,0)iGARCH(3,1)norm	-5.086214	-5.061696	ARMA(0,0)iGARCH(3,1)norm	-3.600389	-3.579957	ARMA(0,1)iGARCH(3,1)norm	-5.274933	-5.250415	ARMA(4,1)iGARCH(3,1)norm	-6.042401	-6.001538
ARMA(1,0)iGARCH(3,1)std	-5.135284	-5.106680	ARMA(0,0)iGARCH(3,1)std	-3.725531	-3.701014	ARMA(0,1)iGARCH(3,1)std	-5.311999	-5.283394	ARMA(4,1)iGARCH(3,1)std	-6.251582	-6.206633
ARMA(1,0)iGARCH(3,1)sstd	-5.133969	-5.101279	ARMA(0,0)iGARCH(3,1)sstd	-3.724111	-3.695507	ARMA(0,1)iGARCH(3,1)sstd	-5.312739	-5.280049	ARMA(4,1)iGARCH(3,1)sstd	-6.250479	-6.201444
ARMA(1,0)iGARCH(3,2)norm	-5.086254	-5.057649	ARMA(0,0)iGARCH(3,2)norm	-3.601697	-3.577179	ARMA(0,1)iGARCH(3,2)norm	-5.274736	-5.246132	ARMA(4,1)iGARCH(3,2)norm	-6.064862	-6.019913
ARMA(1,0)iGARCH(3,2)std	-5.134168	-5.101478	ARMA(0,0)iGARCH(3,2)std	-3.725271	-3.696667	ARMA(0,1)iGARCH(3,2)std	-5.310580	-5.277889	ARMA(4,1)iGARCH(3,2)std	-6.251264	-6.202228
ARMA(1,0)iGARCH(3,2)sstd	-5.132888	-5.096111	ARMA(0,0)iGARCH(3,2)sstd	-3.723772	-3.691081	ARMA(0,1)iGARCH(3,2)sstd	-5.311333	-5.274557	ARMA(4,1)iGARCH(3,2)sstd	-6.250207	-6.197085
ARMA(1,0)iGARCH(3,3)norm	-5.086782	-5.054092	ARMA(0,0)iGARCH(3,3)norm	-3.607393	-3.578789	ARMA(0,1)iGARCH(3,3)norm	-5.275557	-5.242867	ARMA(4,1)iGARCH(3,3)norm	-6.064683	-6.015647
ARMA(1,0)iGARCH(3,3)std	-5.134383	-5.097606	ARMA(0,0)iGARCH(3,3)std	-3.727161	-3.694470	ARMA(0,1)iGARCH(3,3)std	-5.310674	-5.273897	ARMA(4,1)iGARCH(3,3)std	-6.249805	-6.196683
ARMA(1,0)iGARCH(3,3)sstd	-5.133063	-5.092200	ARMA(0,0)iGARCH(3,3)sstd	-3.725669	-3.688892	ARMA(0,1)iGARCH(3,3)sstd	-5.311284	-5.270421	ARMA(4,1)iGARCH(3,3)sstd	-6.248745	-6.191537
ARMA(1,0)gjrGARCH(1,1)norm	-5.105336	-5.080818	ARMA(0,0)gjrGARCH(1,1)norm	-3.619125	-3.598693	ARMA(0,1)gjrGARCH(1,1)norm	-5.293574	-5.269056	ARMA(4,1)gjrGARCH(1,1)norm	-6.078348	-6.037485
ARMA(1,0)gjrGARCH(1,1)std	-5.148647	-5.120043	ARMA(0,0)gjrGARCH(1,1)std	-3.726112	-3.701594	ARMA(0,1)gjrGARCH(1,1)std	-5.328799	-5.300195	ARMA(4,1)gjrGARCH(1,1)std	-6.259059	-6.214109
ARMA(1,0)gjrGARCH(1,1)sstd	-5.148038	-5.115348	ARMA(0,0)gjrGARCH(1,1)sstd	-3.724757	-3.696153	ARMA(0,1)gjrGARCH(1,1)sstd	-5.331231	-5.298540	ARMA(4,1)gjrGARCH(1,1)sstd	-6.258380	-6.209344
ARMA(1,0)gjrGARCH(1,2)norm	-5.103643	-5.075039	ARMA(0,0)gjrGARCH(1,2)norm	-3.617660	-3.593142	ARMA(0,1)gjrGARCH(1,2)norm	-5.292983	-5.264379	ARMA(4,1)gjrGARCH(1,2)norm	-6.090341	-6.045391
ARMA(1,0)gjrGARCH(1,2)std	-5.147003	-5.114312	ARMA(0,0)gjrGARCH(1,2)std	-3.724485	-3.695881	ARMA(0,1)gjrGARCH(1,2)std	-5.327193	-5.294502	ARMA(4,1)gjrGARCH(1,2)std	-6.260929	-6.211894
ARMA(1,0)gjrGARCH(1,2)sstd	-5.146389	-5.109612	ARMA(0,0)gjrGARCH(1,2)sstd	-3.723131	-3.690441	ARMA(0,1)gjrGARCH(1,2)sstd	-5.329569	-5.292793	ARMA(4,1)gjrGARCH(1,2)sstd	-6.260611	-6.207489
ARMA(1,0)gjrGARCH(1,3)norm	-5.101981	-5.069291	ARMA(0,0)gjrGARCH(1,3)norm	-3.616479	-3.587875	ARMA(0,1)gjrGARCH(1,3)norm	-5.292267	-5.259577	ARMA(4,1)gjrGARCH(1,3)norm	-6.088750	-6.039714
ARMA(1,0)gjrGARCH(1,3)std	-5.145400	-5.108623	ARMA(0,0)gjrGARCH(1,3)std	-3.723356	-3.690666	ARMA(0,1)gjrGARCH(1,3)std	-5.325995	-5.289219	ARMA(4,1)gjrGARCH(1,3)std	-6.259338	-6.206216
ARMA(1,0)gjrGARCH(1,3)sstd	-5.144786	-5.103923	ARMA(0,0)gjrGARCH(1,3)sstd	-3.722053	-3.685276	ARMA(0,1)gjrGARCH(1,3)sstd	-5.328429	-5.287566	ARMA(4,1)gjrGARCH(1,3)sstd	-6.259019	-6.201811
ARMA(1,0)gjrGARCH(2,1)norm	-5.102312	-5.069622	ARMA(0,0)gjrGARCH(2,1)norm	-3.616577	-3.587973	ARMA(0,1)gjrGARCH(2,1)norm	-5.291194	-5.258503	ARMA(4,1)gjrGARCH(2,1)norm	-6.077232	-6.028197
ARMA(1,0)gjrGARCH(2,1)std	-5.145534	-5.108757	ARMA(0,0)gjrGARCH(2,1)std	-3.723332	-3.690642	ARMA(0,1)gjrGARCH(2,1)std	-5.325652	-5.288876	ARMA(4,1)gjrGARCH(2,1)std	-6.255905	-6.202783
ARMA(1,0)gjrGARCH(2,1)sstd	-5.144938	-5.104075	ARMA(0,0)gjrGARCH(2,1)sstd	-3.721914	-3.685137	ARMA(0,1)gjrGARCH(2,1)sstd	-5.328000	-5.287137	ARMA(4,1)gjrGARCH(2,1)sstd	-6.255225	-6.198016
ARMA(1,0)gjrGARCH(2,2)norm	-5.106505	-5.069729	ARMA(0,0)gjrGARCH(2,2)norm	-3.619493	-3.586803	ARMA(0,1)gjrGARCH(2,2)norm	-5.291290	-5.254514	ARMA(4,1)gjrGARCH(2,2)norm	-6.087329	-6.034207

Análise de risco de mercado e otimização de portfólio com o RStudio e Shiny

ARMA(1,0)gjrGARCH(2,2)std	-5.147651	-5.106788	ARMA(0,0)gjrGARCH(2,2)std	-3.725852	-3.689075	ARMA(0,1)gjrGARCH(2,2)std	-5.324061	-5.283198	ARMA(4,1)gjrGARCH(2,2)std	-6.257797	-6.200589
ARMA(1,0)gjrGARCH(2,2)sstd	-5.147321	-5.102372	ARMA(0,0)gjrGARCH(2,2)sstd	-3.724407	-3.683544	ARMA(0,1)gjrGARCH(2,2)sstd	-5.326409	-5.281460	ARMA(4,1)gjrGARCH(2,2)sstd	-6.257506	-6.196212
ARMA(1,0)gjrGARCH(2,3)norm	-5.104931	-5.064068	ARMA(0,0)gjrGARCH(2,3)norm	-3.622815	-3.586038	ARMA(0,1)gjrGARCH(2,3)norm	-5.290556	-5.249693	ARMA(4,1)gjrGARCH(2,3)norm	-6.085738	-6.028530
ARMA(1,0)gjrGARCH(2,3)std	-5.143654	-5.098705	ARMA(0,0)gjrGARCH(2,3)std	-3.727166	-3.686303	ARMA(0,1)gjrGARCH(2,3)std	-5.323149	-5.278200	ARMA(4,1)gjrGARCH(2,3)std	-6.256206	-6.194911
ARMA(1,0)gjrGARCH(2,3)sstd	-5.143154	-5.094118	ARMA(0,0)gjrGARCH(2,3)sstd	-3.725968	-3.681018	ARMA(0,1)gjrGARCH(2,3)sstd	-5.325679	-5.276644	ARMA(4,1)gjrGARCH(2,3)sstd	-6.255915	-6.190534
ARMA(1,0)gjrGARCH(3,1)norm	-5.100092	-5.059229	ARMA(0,0)gjrGARCH(3,1)norm	-3.627514	-3.590737	ARMA(0,1)gjrGARCH(3,1)norm	-5.288765	-5.247902	ARMA(4,1)gjrGARCH(3,1)norm	-6.078107	-6.020899
ARMA(1,0)gjrGARCH(3,1)std	-5.144453	-5.099504	ARMA(0,0)gjrGARCH(3,1)std	-3.731321	-3.690458	ARMA(0,1)gjrGARCH(3,1)std	-5.322825	-5.277876	ARMA(4,1)gjrGARCH(3,1)std	-6.257553	-6.196258
ARMA(1,0)gjrGARCH(3,1)sstd	-5.144071	-5.095036	ARMA(0,0)gjrGARCH(3,1)sstd	-3.729871	-3.684921	ARMA(0,1)gjrGARCH(3,1)sstd	-5.325363	-5.276327	ARMA(4,1)gjrGARCH(3,1)sstd	-6.257055	-6.191674
ARMA(1,0)gjrGARCH(3,2)norm	-5.104372	-5.059422	ARMA(0,0)gjrGARCH(3,2)norm	-3.626928	-3.586065	ARMA(0,1)gjrGARCH(3,2)norm	-5.288568	-5.243619	ARMA(4,1)gjrGARCH(3,2)norm	-6.076517	-6.015222
ARMA(1,0)gjrGARCH(3,2)std	-5.145021	-5.095986	ARMA(0,0)gjrGARCH(3,2)std	-3.730852	-3.685903	ARMA(0,1)gjrGARCH(3,2)std	-5.321475	-5.272439	ARMA(4,1)gjrGARCH(3,2)std	-6.255968	-6.190587
ARMA(1,0)gjrGARCH(3,2)sstd	-5.144662	-5.091540	ARMA(0,0)gjrGARCH(3,2)sstd	-3.729414	-3.680378	ARMA(0,1)gjrGARCH(3,2)sstd	-5.324050	-5.270928	ARMA(4,1)gjrGARCH(3,2)sstd	-6.255471	-6.186003
ARMA(1,0)gjrGARCH(3,3)norm	-5.102780	-5.053745	ARMA(0,0)gjrGARCH(3,3)norm	-3.625337	-3.580387	ARMA(0,1)gjrGARCH(3,3)norm	-5.288821	-5.239785	ARMA(4,1)gjrGARCH(3,3)norm	-6.074926	-6.009545
ARMA(1,0)gjrGARCH(3,3)std	-5.143430	-5.090308	ARMA(0,0)gjrGARCH(3,3)std	-3.725961	-3.676925	ARMA(0,1)gjrGARCH(3,3)std	-5.319947	-5.266825	ARMA(4,1)gjrGARCH(3,3)std	-6.254377	-6.184910
ARMA(1,0)gjrGARCH(3,3)sstd	-5.143119	-5.085911	ARMA(0,0)gjrGARCH(3,3)sstd	-3.727823	-3.674701	ARMA(0,1)gjrGARCH(3,3)sstd	-5.322516	-5.265308	ARMA(4,1)gjrGARCH(3,3)sstd	-6.253880	-6.180326