



Disertación

Maestría en Ingeniería Civil y Construcciones Civiles

**Aplicación del Método de los 3 campos en el  
análisis “*push-over*” de pórticos**

**Dámaso Eduardo Zambrano Mendoza**

Leiria, Septiembre de 2018





Disertación

Maestría en Ingeniería Civil y Construcciones Civiles

## **Aplicación del Método de los 3 campos en el análisis “*push-over*” de pórticos**

**Dámaso Eduardo Zambrano Mendoza**

Disertación de Maestría realizada bajo la orientación del Doctor Pedro Emanuel Alves Flores de Oliveira Gala, Profesor de la Escuela Superior de Tecnología y Gestión del Instituto Politécnico de Leiria y co-orientación del Máster Ingeniero Yordy Mieles Bravo, Profesor de la Universidad Técnica de Manabí y del Máster Ingeniero Miguel Pedrosa Ferreira del Civil Engineering Research and Innovation for Sustainability of Instituto Superior Técnico de Investigación en Ingeniería Civil e Innovación para Sustentabilidad – CERIS/IST

Leiria, Septiembre de 2018



## **Dedicatoria**

---

Este trabajo está dedicado para todos aquellos que con su apoyo incondicional, buenos consejos y conocimientos han contribuido en mi desarrollo como persona y profesional, y de manera muy especial para mi querida madre Luccy, soporte fundamental de mi vida.



# Agradecimientos

---

A Dios y a mi familia, razón de fe y motivación principal en mi vida, ya que gracias a su apoyo constante conseguí la fuerza para no decaer y a continuar desarrollando mi vida profesional.

Un agradecimiento especial a la Secretaria de Educación Superior, Ciencia, Tecnología e Investigación (SENESCYT) de la República del Ecuador, patrocinador del programa de Becas Globo Común, por permitirme estudiar en tan prestigiosa institución como es el Instituto Politécnico de Leiria.

Mi eterna gratitud a mi tutor de tesis, Doctor Pedro Emanuel Alves Oliveira Gala, quien siempre me brindo su ayuda y conocimiento. También quiero agradecer al Ingeniero Miguel Pedrosa Ferreira por desarrollar las herramientas que permitieron llevar esta disertación a buen término y al Ingeniero Yordy Mieles Bravo por su predisposición y guía en el desarrollo de este trabajo.



# Resumen

---

Los métodos *push-over* para análisis sísmico permiten considerar la no-linealidad de forma más explícita de que los procesos de análisis y dimensionamiento usuales, siendo especialmente interesante para evaluación de estructuras existentes. El análisis *push-over* envuelve la determinación de curvas de capacidad (curvas fuerza-desplazamiento) considerando un análisis no-linear con las zonas disipativas concentradas o distribuidas.

El Método de los Tres Campos (3C) constituye un paradigma del análisis estructural (Método de los Elementos Finitos) en que los desplazamientos, deformaciones y tensiones son aproximados simultáneamente con rigor idéntico. De esta forma, no es necesario proceder a una discretización fina para obtener buenas aproximaciones como es el caso de las formulaciones tradicionales (1 campo – campo de desplazamientos).

En esta disertación se pretende evaluar el desempeño del método 3C en el análisis *push-over* de pórticos planos mediante la comparación de curvas de capacidad del método 3C con el Método de las Fuerzas Ficticias (MFF) - método de análisis no linear que emplea la formulación tradicional (1 campo) del Método de los Elementos Finitos (MEF).

Se ilustra la aplicación del método 3C en el contexto de análisis *push-over* de un pórtico de un edificio de la Universidad Técnica de Manabí (UTM) afectado por el terremoto del 16 de abril de 2018.

Palabras clave: (*push-over*, tres campos, análisis sísmico, curva de capacidad, punto de desempeño)



# Abstract

---

The use of *push-over* methods for seismic analysis allows to consider nonlinearities more explicitly than usual analysis and design methods, being specially interesting for retrofitting purposes. *Push-over* analysis requires the generation of the so-called capacity curves (force-displacement relations) based on nonlinear analysis with dissipative zones that can be either concentrated or distributed.

The so-called Three-field mixed approach (3F-method) is a new paradigm for structural analysis (Finite Element Method) in which the displacements, strains and stresses are obtained simultaneously and with the same accuracy. This way, there is no need to use dense meshes to get accurate results, as it is the case of traditional formulations (1Field-displacements field).

In this dissertation, one intends to assess the performance of the 3F-method in the context of *push-over* analysis of portal frames, by comparing the capacity curves generated with the 3F-method with those generated with the Fictitious Force Method (FFM) – a nonlinear analysis method that makes use of the traditional (1 Field) Finite Element Method (FEM) formulation.

The use of the 3F-method in the context of *push-over* analysis is illustrated throughout a case study: a portal frame of a building of the Technical University of Manabí affected by the earthquake that took place in the 16<sup>th</sup> of April of 2018.

Keywords: (*push-over*, three field, seismic analysis, capacity curve, performance point)



# Resumo

---

Os métodos *push-over* para análise sísmica permitem considerar a não-linearidade de forma mais explícita do que os processos de análise e dimensionamento usuais, sendo especialmente interessante para avaliação de estruturas existentes. A análise *push-over* envolve a determinação de curvas de capacidade (curvas força-deslocamento) considerando uma análise não-linear com as zonas dissipativas concentradas ou distribuídas.

O Método dos Três campos (método 3C) constitui um paradigma da análise estrutural (Método dos Elementos Finitos) em que os deslocamentos, deformações e tensões são aproximados simultaneamente e logo com rigor idêntico. Desta forma, não é necessário proceder a uma discretização fina para obter boas aproximações como é o caso das formulações tradicionais (1 campo – campo de deslocamentos).

Nesta dissertação pretende-se avaliar o desempenho do método 3C na análise *push-over* de pórticos planos mediante a comparação de curvas de capacidade geradas pelo método 3C com as curvas de capacidade geradas pelo Método das Forças Fictícias (MFF) – método de análise não linear que emprega a formulação tradicional (1 campo) do Método dos Elementos Finitos.

Ilustra-se a aplicação do método 3C no contexto das análises *push-over* de um pórtico de um edifício da Universidade Técnica de Manabí (UTM) afetado pelo sismo de 16 de abril de 2018.

Palabras clave: (*push-over*, três campos, análise sísmica, curva de capacidade, ponto de desempenho)



# Lista de figuras

---

## CAPITULO 2

Ilustración 2.1.- Curvas de esfuerzo-deformación experimentales, respuesta a) abrupta y b) gradual.....	4
Ilustración 2.2.- Curvas de esfuerzo-deformación idealizadas para el acero. ....	4
Ilustración 2.3.- Modelos de la relación esfuerzo-deformación del hormigón (CEB-FIP, 1993). 5	
Ilustración 2.4.- Construcción de la relación bilineal equivalente entre la fuerza máxima y el desplazamiento máximo.....	9
Ilustración 2.5.- Espectro de respuesta de aceleración en función del período T.....	9
Ilustración 2.6.- Espectro de Respuesta en Formato ADRS.....	10
Ilustración 2.7.- Espectro de respuesta elástico e inelástico.....	10
Ilustración 2.8.- Determinación del desplazamiento-de desempeño para el sistema equivalente con un grado de libertad (EC8, 2011). ....	11

## CAPÍTULO 3

Ilustración 3.1.- Secciones de integración en los modelos NLC y NLD – origen (Spacone, y otros, 2004) .....	13
Ilustración 3.2.- Columna metálica y propiedades geométricas de la sección de acero HE240. 15	
Ilustración 3.3.- Diagrama asumido de relación esfuerzo-deformación del acero. ....	17
Ilustración 3.4.- Diagrama momento-curvatura de la sección para un esfuerzo axial de 777.15 kN. ....	17
Ilustración 3.5.- Curvas de Capacidad reales NLD vs NLC.....	18
Ilustración 3.6.- Espectro de respuesta sísmica ADRS. ....	19
Ilustración 3.7.- Representación de la Curva de capacidad real e idealizada para el modelo NLD. ....	19
Ilustración 3.8.- Representación de la Curva de capacidad real e idealizada para el modelo NLC. ....	20
Ilustración 3.9.- Curvas de Capacidad bilineales NLD vs NLC.....	20
Ilustración 3.10.- Determinación del punto de desempeño NLD.....	22
Ilustración 3.11.- Determinación del punto de desempeño NLC. ....	23
Ilustración 3.12.- Punto de desempeño en la curva de capacidad NLD y NLC. ....	23
Ilustración 3.13.- Comparación curvatura para cada punto de la consola NLD vs NLC. ....	23

## CAPÍTULO 4

Ilustración 4.1.- Diagrama de Tonti para el Modelo de Elementos Finitos (1 campo). ....	27
---	----

Ilustración 4.2.- Ejemplificación de los errores “saltos” en el Método de elemento finitos (1 campo).....	27
Ilustración 4.3.- Diagrama de Tonti modificado para el Modelo de Elementos Finitos (3 campos). .....	28
Ilustración 4.4.- Diagrama de funciones de forma de los esfuerzos (tensiones) $\underline{N}_\sigma$ .	29
Ilustración 4.5.- Funciones lineales de interpolación para cuatro puntos.....	30
Ilustración 4.6.- Puntos considerados para las deformaciones $\underline{N}_\varepsilon \underline{\varepsilon}_n$ .	31
Ilustración 4.7.- Comparación curva de capacidad NLD vs NLC vs 3C. ....	32
Ilustración 4.8.- Comparación curva de capacidad bilineal NLD vs NLC vs 3C.....	32
Ilustración 4.9.- Diagrama de curvaturas a) 3C (4) b) 3C (10) c) 3C (28).....	33
Ilustración 4.10.- Campos de deformaciones en el MFF. ....	34
Ilustración 4.11.- Comparación curva de capacidad NLD vs NLC vs MFF. ....	35
Ilustración 4.12.- Comparación curva de capacidad bilineal NLD vs NLC vs MFF. ....	35
Ilustración 4.13.- Diagrama de curvaturas a) MFF 3el b) MFF 9el c) MFF 27el. ....	36

## **CAPÍTULO 5**

Ilustración 5.1.- Edificio FFLCE – UTM – Estado actual. ....	37
Ilustración 5.2.- Localización del edificio de la FFLCE. ....	37
Ilustración 5.3.- Planta arquitectónica tipo y selección del caso de estudio.....	38
Ilustración 5.4.- Elevación arquitectónica y selección del caso de estudio.....	38
Ilustración 5.5.- Secciones transversales de las columnas. ....	39
Ilustración 5.6.- Sección transversal de viga.....	39
Ilustración 5.7.-Diagrama esfuerzo – deformación del hormigón.....	41
Ilustración 5.8.-Diagrama esfuerzo – deformación del acero.....	41
Ilustración 5.9.- Localización del edificio en el estudio de microzonificación sísmica (EPN 2017) .....	43
Ilustración 5.10.- Definición del espectro de respuesta elástica para el caso de estudio.....	43
Ilustración 5.11.- Definición del pseudo-espectro de respuesta elástica en formato ADRS. ....	44
Ilustración 5.12.-Parámetro de carga de patrón constante para toda la estructura. ....	45
Ilustración 5.13.-Parámetro de carga de patrón proporcional al primer modo de vibración. ....	46
Ilustración 5.14.-Primer modo de vibración de la estructura. ....	46
Ilustración 5.15.- Ingreso de las propiedades de material del acero.....	47
Ilustración 5.16.- Ingreso de las propiedades de material del hormigón.....	48
Ilustración 5.17.- Ingreso de las propiedades de sección transversal columna de 50x60 cm.....	48
Ilustración 5.18.- Ingreso de las propiedades de sección transversal columna de 60x60 cm.....	49
Ilustración 5.19.- Ingreso de las propiedades de sección transversal viga de 105x30 cm.....	49

Ilustración 5.20.- División del modelo para análisis de convergencia .....	50
Ilustración 5.21.- Nudos y vigas del pórtico. ....	51
Ilustración 5.22.- Desplazamientos para $\zeta_{\max}$ . ....	51
Ilustración 5.23.- Momentos flectores para $\zeta_{\max}$ .....	52
Ilustración 5.24.- Momentos flectores para $\zeta = 0$ . ....	52
Ilustración 5.25.- Comparación de la Curva $\square -d_{13}$ (resultados MFF – GMNA – patrón constante). ....	53
Ilustración 5.26.- Comparación de la Curva $\square -d_{13}$ (resultados MFF – MNA – patrón constante). ....	54
Ilustración 5.27.- Comparación de la Curva $\square -d_{13}$ (resultados MFF – GMNA – patrón PMV). ....	54
Ilustración 5.28.- Comparación de la Curva $\square -d_{13}$ (resultados MFF – MNA – patrón PMV). ....	54
Ilustración 5.29.- Comparación de la Curva $\square -M_2$ (resultados MFF – GMNA – patrón constante). ....	55
Ilustración 5.30.- Comparación de la Curva $\square -M_{14}$ (resultados MFF– GMNA – patrón constante). ....	56
Ilustración 5.31.- Comparación de la Curva $\square -d_{13}$ (resultados 3C– GMNA – patrón constante). ....	58
Ilustración 5.32.- Comparación de la Curva $\square -d_{13}$ (resultados 3C– MNA – patrón constante). ....	58
Ilustración 5.33.- Comparación de la Curva $\square -d_{13}$ (resultados 3C – GMNA – patrón PMV). ....	59
Ilustración 5.34.- Comparación de la Curva $\square -d_{13}$ (resultados 3C – MNA – patrón PMV). ....	59
Ilustración 5.35.- Comparación de la Curva $\square -M_2$ (resultados 3C– GMNA – patrón constante). ....	60
Ilustración 5.36.- Comparación de la Curva $\square -M_{14}$ (resultados 3C– GMNA – patrón constante). ....	60
Ilustración 5.37.- Formación de mecanismo de falla .....	62
Ilustración 5.38.- Diagramas $\chi/\chi_{ced}$ para $\zeta_{\max}$ 3C (10) – GMNA – patrón constante. ....	63
Ilustración 5.39.- Diagramas $\chi/\chi_{ced}$ para $\zeta_{\max}$ 3C (10) – MNA – patrón constante. ....	64
Ilustración 5.40.- Diagramas $\chi/\chi_{ced}$ para $\zeta_{\max}$ 3C (10) – GMNA – patrón PMV .....	65
Ilustración 5.41.- Diagramas $\chi/\chi_{ced}$ para $\zeta_{\max}$ 3C (10) – MNA – patrón PMV .....	66
Ilustración 5.42.- Curva de capacidad 3C vs MFF – Análisis MNA – patrón constante. ....	68
Ilustración 5.43.- Curva de capacidad bilineal 3C vs MFF – Análisis MNA – patrón constante. ....	68
Ilustración 5.44.- Curva de capacidad 3C vs MFF – Análisis GMNA – patrón constante. ....	68
Ilustración 5.45.- Curva de capacidad bilineal 3C vs MFF – Análisis GMNA – patrón constante. ....	69

Ilustración 5.46.- Curva de capacidad 3C vs MFF – Análisis MNA – patrón PMV.....	70
Ilustración 5.47.- Curva de capacidad bilineal 3C vs MFF – Análisis MNA – patrón PMV.....	70
Ilustración 5.48.- Curva de capacidad 3C vs MFF – Análisis GMNA – patrón PMV.....	70
Ilustración 5.49.-Curva de capacidad bilineal 3C vs MFF – Análisis GMNA – patrón PMV ....	71
Ilustración 5.50.-Comparación de las curvas de capacidad bilineal 3C (10). .....	72
Ilustración 5.51. Solución gráfica para el modelo 3C (10) – GMNA – patrón constante. ....	73
Ilustración 5.52.- Solución gráfica push-over para el modelo 3C(10) – MNA – patrón constante. .....	73
Ilustración 5.53.-Diagramas $\chi/\chi_{ced}$ para $\zeta[d_{et}^*]$ 3C (10) – GMNA – patrón constante. ....	74
Ilustración 5.54.-Diagramas $\chi/\chi_{ced}$ para $\zeta[d_{et}^*]$ 3C (10) – MNA – patrón constante. ....	75
Ilustración 5.55.- Solución gráfica push-over para el modelo 3C (10) – GMNA – Patrón PMV. .....	76
Ilustración 5.56.- Solución gráfica push-over para el modelo 3C (10) – MNA – Patrón PMV..	76
Ilustración 5.57.-Diagramas $\chi/\chi_{ced}$ para $\zeta[d_{et}^*]$ 3C (10) – GMNA – patrón PMV.....	77
Ilustración 5.58.-Diagramas $\chi/\chi_{ced}$ para $\zeta[d_{et}^*]$ 3C (10) – MNA – patrón PMV.....	78
Ilustración 5.59.- Solución gráfica push-over para el modelo 3C (10) .....	79
Ilustración 5.60.- Solución gráfica push-over para el modelo 3C (10) (Zona de intersección). .	79

## ANEXO I

Ilustración A.1.- Coeficientes para Placas Planas o Losas Planas soportadas directamente sobre columnas, (PCA, 2011). .....	83
Ilustración A.2.- Representación de las bandas adyacentes a las columnas y las bandas centrales (del inglés “middle strip” y “column strip”), (PCA, 2011). .....	84

# Lista de tablas

---

## CAPÍTULO 3

Tabla III.1.-Propiedades mecánicas del acero S275.....	15
Tabla III.2.-Momento-Curvatura de la sección de estudio para un esfuerzo axial 77.15 kN.....	18
Tabla III.3.-Puntos representativos de la curva de capacidad NLD y NLC.....	18
Tabla III.4.-Parámetros para la definición del espectro de respuesta sísmica.....	18
Tabla III.5.-Puntos representativos de la curva de capacidad bilineal NLD y NLC.....	20
Tabla III.6.-Valores para el cálculo del punto de desempeño NLD y NLC.....	22
Tabla III.7.-Valores de $a_y$ y $q_u$ para los modelos NLD y NLC.....	22
Tabla III.8.- Coordenadas del punto de desempeño:.....	23

## CAPÍTULO 4

Tabla IV.1.- Comparación de los parámetros de curva de capacidad con el modelo 3C.....	32
Tabla IV.2.- Comparación de errores relativos 3C vs NLD.....	32
Tabla IV.3.- Comparación de resultados de análisis push-over 3C vs NLD.....	33
Tabla IV.4.- Comparación de errores relativos resultados de análisis push-over 3C vs NLD....	33
Tabla IV.5.- Comparación de los parámetros de curva de capacidad con el modelo MFF.....	36
Tabla IV.6.- Comparación de errores relativos MFF vs NLD.....	36
Tabla IV.7.- Comparación de resultados de análisis push-over MFF vs NLD.....	36
Tabla IV.8.- Comparación de errores relativos resultados de análisis push-over MFF vs NLD.	36

## CAPÍTULO 5

Tabla V.1.-Valores de resistencia a la compresión estimadas a partir de ensayos (Lopera, 2017). .....	40
Tabla V.2.-Cálculo del factor de conversión $\Gamma$ .....	46
Tabla V.3.- Parámetro de carga y desplazamientos máximos para el método MFF .....	53
Tabla V.4.-Comparación de errores relativos para $d_{13}$ por el método MFF para $\zeta_{\max(27\text{ el})}$ .....	55
Tabla V.5.-Comparación de errores relativos para las curvas carga-momento generadas por el método MFF para $\zeta_{\max(27\text{ el})}$ Análisis GMNA – patrón constante .....	56
Tabla V.6.-Parámetro de carga y desplazamientos máximos para el método 3C.....	58
Tabla V.7.-Comparación de errores relativos para $d_{13}$ por el método 3C para $\zeta_{\max(3C(28))}$ .....	60
Tabla V.8.-Comparación de errores relativos para las curvas carga-momento generadas por el método 3C, para $\zeta_{\max(3C(28))}$ . Análisis GMNA – patrón constante .....	61
Tabla V.9.-Verificación del mecanismo para $\zeta_{\max}$ 3C (10) – GMNA – patrón constante.....	63
Tabla V.10.- Verificación del mecanismo para $\zeta_{\max}$ 3C (10) – MNA – patrón constante.....	64
Tabla V.11.- Verificación del mecanismo para $\zeta_{\max}$ 3C (10) – GMNA – patrón PMV.....	65

Tabla V.12.- Verificación del mecanismo para $\zeta_{\max}$ 3C (10) – MNA – patrón PMV. ....	66
Tabla V.13.-Parámetros de la curva de capacidad 3C vs MFF– patrón constante.....	69
Tabla V.14.-Comparación de errores relativos en los parámetros de curva de capacidad 3C vs MFF– patrón constante.....	69
Tabla V.15.-Parámetros de la curva de capacidad 3C vs MFF– patrón PMV. ....	71
Tabla V.16.-Comparación de errores relativos en los parámetros de curva de capacidad 3C vs MFF– patrón PMV.....	71
Tabla V.17.-Parámetros de la curva de capacidad 3C (10). ....	72
Tabla V.18.-Comparación proporcional de los parámetros de la curva de capacidad 3C (10)..	72
Tabla V.19.-Resultados del análisis push-over 3C vs MFF – patrón constante.....	73
Tabla V.20.-Comparación de errores del análisis push-over 3C vs MFF – patrón constante. ....	73
Tabla V.21.- Verificación del mecanismo para $\zeta[d_{et}^*]$ 3C (10) – GMNA – patrón constante....	74
Tabla V.22.- Verificación del mecanismo para $\zeta[d_{et}^*]$ 3C (10) – MNA – patrón constante.....	75
Tabla V.23.- Resultados del análisis push-over 3C vs MFF – patrón PMV. ....	76
Tabla V.24.- Comparación de errores del análisis push-over 3C vs MFF – patrón PMV. ....	76
Tabla V.25.- Verificación del mecanismo para $\zeta[d_{et}^*]$ 3C (10) – GMNA – patrón PMV. ....	77
Tabla V.26.- Verificación del mecanismo para $\zeta[d_{et}^*]$ 3C (10) – MNA – patrón PMV. ....	78
Tabla V.27.-Comparación de los tiempos de computo modelos MFF 9el vs 3C (10).....	80
Tabla V.28.-Comparación de los tiempos de computo modelos MFF 27el vs 3C (28).....	80

## ANEXO I

Tabla A.1.- Cálculo de $M_0$ . ....	84
Tabla A.2.- Cálculo de los momentos en las bandas BAC y BC .....	84
Tabla A.3.- Cálculo de las áreas de armaduras por la expresión simplificada del ACI. ....	85
Tabla A.4.- Cálculo de las áreas de armaduras por las fórmulas simplificadas de la flexión. ....	85

# Lista de abreviaturas

---

## Siglas

ADRS	Espectro de respuesta aceleración desplazamiento ( <i>del inglés Acceleration-Displacement Response Spectrum</i> )
ACI	Instituto Americano del Concreto ( <i>del inglés American Concrete Institute</i> )
ASTM	Asociación Americana de Ensayo de Materiales ( <i>del inglés American Society of Testing Materials</i> )
ATC	Consejo de Tecnología Aplicada ( <i>del inglés Applied Technology Council</i> )
BAC	Bandas adyacentes a las columnas
BC	Bandas centrales
DDM	Método de diseño directo ( <i>del inglés Direct Design Method</i> )
EC8	Eurocódigo 8
EPN	Escuela Politécnica Nacional
FEM	Método de elementos finitos ( <i>del inglés Finite Element Method</i> )
FFLCE	Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación
FIB	Federación Internacional del Hormigón ( <i>del francés Fédération Internationale du Béton</i> )
GMNA	Análisis material y geométrico no lineal ( <i>del inglés Geometrically and Materially Nonlinear Analysis</i> )
MD	Modelo de desplazamientos
MF	Modelo de fibras
MFF	Método de fuerzas ficticias
MM	Modelo mixtos
MNA	Análisis no lineal de los materiales ( <i>del inglés Materially Nonlinear Analysis</i> )
MR	Modelo de resultantes

NEC	Norma Ecuatoriana de la Construcción
NLC	No linealidad concentrada
NLD	No linealidad distribuida
PCA	Asociación del Cemento Portland ( <i>del inglés Portland Cement Association</i> )
PMV	Primer modo de vibración
UTM	Universidad Técnica de Manabí
WGS	Sistema Geodésico Mundial ( <i>del inglés World Geodetic System</i> )

### **Arábigos**

1C	Un campo
1GL	Un grado de libertad
27el	Modelo de división en 27 elementos
3C	Tres campos
3C (4)	Función lineal en sub-dominios de 4 puntos
3C (10)	Función lineal en sub-dominios de 10 puntos
3C (28)	Función lineal en sub-dominios de 28 puntos
3el	Modelo de división en 3 elementos
9el	Modelo de división en 9 elementos

### **Mayúsculas griegas**

$\Gamma$  Coeficiente de transformación para un sistema de un grado de libertad

#### Minúsculas griegas

$\varepsilon$	Deformación unitaria
$\underline{\varepsilon}$	Campo de extensiones/deformaciones
$\varepsilon_a$	Extensión axial
$\varepsilon_c$	Deformación unitaria a compresión
$\varepsilon_{cu}$	Deformación unitaria de falla a compresión

$\underline{\varepsilon}_n$	Vector de deformación en puntos específicos de la estructura
$\varepsilon_s$	Extensión en la armadura
$\varepsilon_u$	Extensión de rotura del acero
$\underline{\varepsilon}''$	Campo de deformaciones aproximado a partir de desplazamientos
$\varepsilon_y$	Extensión de cedencia del acero
$\mu$	Parámetro de ductilidad; Momento reducido
$\sigma$	Esfuerzo de tensión
$\underline{\sigma}$	Vector de esfuerzos/tensiones internas
$\underline{\sigma}^\varepsilon$	Campo de tensiones aproximado a partir de deformaciones
$\underline{\sigma}_n$	Vector de tensiones en puntos específicos de la estructura
$\zeta$	Parámetro de carga adimensional
$\zeta_{m\acute{a}x}$	Parámetro máximo de carga adimensional
$\phi_i$	Componente $i$ del modo de vibración
$\chi$	Función de curvatura de sección
$\chi_{ced}$	Curvatura máxima de sección
$\chi_{m\acute{a}x}$	Curvatura máxima de sección
$\chi(M)$	Función de curvatura dependiente del momento
$\omega$	Cuantía mecánica de armadura

### **Mayúsculas latinas**

$A$	Área de sección
$A_s$	Área de sección de acero
$D$	Caso de carga muerta ( <i>del inglés dead</i> )
$E$	Módulo de elasticidad
$E_l$	Módulo de elasticidad de comportamiento lineal

$E_2$	Módulo de elasticidad en la fase de cedencia
$E_h$	Módulo de endurecimiento
$E_m^*$	Energía de deformación
$F^*$	Fuerza de la estructura equivalente a un oscilador de un grado de libertad
$F_{cr}$	Carga crítica elástica de Euler
$F_v$	Carga vertical
$F_y^*$	Fuerza máxima de cedencia para la curva bilineal
$H$	Caso de carga horizontal
$I$	Momento de inercia
$L$	Caso de carga viva ( <i>del inglés live</i> )
$\underline{L}$	Matriz de derivadas de los campos de desplazamientos
$\underline{L}^+$	Matriz adjunta de derivadas de los campos de desplazamientos
$\underline{\bar{K}}$	Matriz de rigidez estructural
$L_c$	Longitud de columna
$L_p$	Longitud de rótula plástica
$M$	Momento flector
$M_0$	Momento de diseño total ( <i>del inglés Total design moment</i> )
$M_{14}$	Momento flector del nudo 14
$M_2$	Momento flector del nudo 2
$M_{sd}$	Momento de diseño para sección de acero
$\bar{M}(x)$	Diagrama de momentos resultantes para carga unitaria
$\underline{N}_\varepsilon$	Matriz de función de forma de las aproximaciones del campo de deformaciones
$\underline{N}_\sigma$	Matriz de función de forma de las aproximaciones del campo de tensiones
$\underline{N}_u$	Matriz de funciones de forma para la aproximación del campo de desplazamientos

$P$	Carga horizontal
$P_i$	Fuerza lateral en el piso $i$
$S_a$	Aceleración espectral
$S_{ae}$	Aceleración espectral elástica
$S_d$	Desplazamiento espectral
$S_{de}$	Desplazamiento espectral elástico
$T$	Período de respuesta sísmica
$T_c$	Período de transición entre aceleración espectral constante y variable
$T^*$	Período de respuesta sísmica para un oscilador de un grado de libertad
$U$	Combinación de carga para análisis <i>push-over</i>
$V$	Corte basal

### **Minúsculas latinas**

$a_y^*$	Aceleración de la estructura con resistencia limitada
$c$	Distancia del eje de la armadura hasta el centro de gravedad de la sección
$d$	Desplazamiento; Altura útil de la sección
$d_{13}$	Desplazamiento del nudo 13
$d^*$	Desplazamiento de la estructura equivalente a un oscilador de un grado de libertad
$d_{et}^*$	Desplazamiento de desempeño elástico
$d_m^*$	Desplazamiento último de la curva bilineal del sistema equivalente a un oscilador de un grado de libertad
$d_{NLC}$	Desplazamiento para no linealidad concentrada
$d_{NLD}$	Desplazamiento para no linealidad distribuida
$d_i^*$	Desplazamiento de desempeño efectivo (inelástico)
$d_y^*$	Desplazamiento de cedencia para la curva bilineal
$e$	Espesor de sección

$f'_c$	Resistencia a la compresión del hormigón
$f_{ud}$	Tensión de rotura del acero
$f_{yd}$	Tensión de cedencia del acero
$g$	Aceleración de la gravedad
$h$	Altura de sección transversal
$m_i$	Masa del piso $i$
$m^*$	Masa equivalente de la estructura equivalente a un oscilador de un grado de libertad
$\underline{q}$	Vector de fuerzas externas
$\underline{q}^\sigma$	Vector de fuerzas internas
$q_n$	Carga gravítica mayorada
$q_u$	Factor de reducción
$t$	Tiempo de cómputo
$\underline{u}$	Campo de desplazamientos en cualquier punto de la estructura
$\underline{u}_n$	Vector de desplazamientos en los nodos de la malla
$x$	Coordenada horizontal

# Índice

---

<b>DEDICATORIA</b>	<b>III</b>
<b>AGRADECIMIENTOS</b>	<b>V</b>
<b>RESUMEN</b>	<b>VII</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>IX</b>
<b>RESUMO</b>	<b>XI</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>XIII</b>
<b>LISTA DE TABLAS</b>	<b>XVII</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS</b>	<b>XIX</b>
<b>ÍNDICE</b>	<b>XXV</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
1.1. Encuadramiento y Objetivos	1
1.2. Estructura de la disertación	1
<b>2. ESTADO DE CONOCIMIENTO</b>	<b>3</b>
2.1. Análisis no lineal de estructuras reticuladas	3
2.1.1. Ley Constitutiva del acero	4
2.1.2. Ley Constitutiva del hormigón	5
2.2. Análisis <i>push-over</i>	6
2.2.1. Cuadro General	6
2.2.2. El Método N2	7
<b>3. CURVA DE CAPACIDAD – MODELOS DE COMPORTAMIENTO NO LINEAL</b>	<b>13</b>
3.1. Cuadro General	13
3.2. Ejemplo ilustrativo	15
3.3. Soluciones “exactas” NLD vs NLC	16
<b>4. MÉTODO DE LOS 3 CAMPOS</b>	<b>25</b>
4.1. Cuadro General	25
4.2. Introducción al Método de Elementos Finitos clásico (FEM - 1 campo)	25
4.3. Método 3C – Formulación General	27
4.4. Método de 3 campos –elementos viga 1D	29

4.5.	Ejemplo ilustrativo	30
4.5.1.	Encuadramiento general	30
4.5.2.	Soluciones del método (3C)	31
4.5.3.	Soluciones MFF	33
<b>5.</b>	<b>CASO DE ESTUDIO</b>	<b>37</b>
5.1.	Descripción de la estructura	38
5.1.1.	Caracterización de las vigas del pórtico	39
5.1.2.	Caracterización de los materiales	40
5.1.2.1.	Hormigón	40
5.1.2.2.	Acero	40
5.2.	Cargas y combinaciones	41
5.2.1.	Acción Sísmica	42
5.3.	Generación de las curvas de capacidad	44
5.3.1.	Patrón de carga	45
5.3.2.	Modelación de las propiedades no lineales de los materiales	47
5.3.3.	Convergencia del refinamiento de las mallas de elementos en el MFF	50
5.3.4.	Convergencia de las funciones elementales de aproximación en el método 3C56	56
5.3.5.	Formación de mecanismo de falla	61
5.4.	Resultados del análisis <i>push-over</i>	67
<b>6.</b>	<b>CONCLUSIONES</b>	<b>81</b>
6.1.	Estudios futuros	81
	<b>ANEXO I</b>	<b>83</b>
	<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>87</b>

# 1. Introducción

---

## 1.1. Encuadramiento y Objetivos

---

Los métodos *push-over* para análisis sísmico permiten considerar la no linealidad de forma más explícita que los procesos de análisis y dimensionamiento usuales, siendo especialmente interesante para la evaluación de estructuras existentes. El análisis *push-over* implica la determinación de curvas de capacidad (curvas fuerza-desplazamiento) considerando un análisis no lineal con las zonas disipativas concentradas o distribuidas. El método de los tres campos (3C) constituye un paradigma del análisis estructural (método de los elementos finitos) en el que los desplazamientos, deformaciones y tensiones se aproximan simultáneamente y con rigor idéntico. De esta forma, no es necesario proceder a una discretización fina para obtener buenas aproximaciones como es el caso de las formulaciones tradicionales (1 campo - campo de desplazamientos).

Este trabajo persigue dos objetivos principales:

- i. Evaluar la relevancia del uso del método 3C en el análisis *push-over* por comparación con métodos que usan la formulación clásica (1C) del MEF. En particular, se pretende comparar las soluciones generadas por el método 3C con las obtenidas por el MFF - método de análisis no lineal que emplea la formulación tradicional (1 campo) del MEF.
- ii. Ilustrar la aplicación del método 3C en el contexto de análisis *push-over* de un pórtico de un edificio de la Universidad Técnica de Manabí (UTM) afectado por el terremoto del 16 de abril de 2018.

## 1.2. Estructura de la disertación

---

Para el desarrollo de la tesis se propone explicar inicialmente dentro del Capítulo 2 los conceptos básicos del análisis no lineal de las estructuras, y los conceptos básicos del análisis *push-over* aplicados el Método N2 (EC8, 2011).

El Capítulo 3 se muestran los distintos modelos de comportamiento no lineal (no linealidad material) y en particular la modelización de la no linealidad material de forma concentrada (en secciones específicas) o de forma distribuida (a lo largo de los elementos).

Se usa una estructura simple (consola) para la explicación de estos conceptos. En particular, se ilustra la aplicación del Método N2 (análisis *push-over*) con inclusión de parámetros de plasticidad distribuida y concentrada.

El Capítulo 4 presenta una concepción básica del fundamento teórico para el Método de los 3 Campos, contiene la formulación matemática que incluye los parámetros de aproximación propios del método.

El Capítulo 5 contiene el desenvolvimiento de un caso de estudio de una estructura real aplicado con el uso del Software EvalS (Ferreira, 2018) en el que se realiza el modelado y la comparación entre el método de un campo (MFF) cuando se enfrenta al Método de 3 Campos para el cálculo de curvas de capacidades.

El Capítulo 6 se presenta las conclusiones de este trabajo y se exponen las sugerencias de tareas a desarrollar en el futuro.

## 2. Estado de Conocimiento

---

### 2.1. Análisis no lineal de estructuras reticuladas

---

El análisis de materiales en general puede ser lineal cuando la deformación de un cuerpo sometido a cargas externas es infinitamente pequeña y la relación entre las tensiones y las deformaciones es linealmente elástica. En ese caso, las cargas y los desplazamientos del cuerpo mantienen en todo momento una relación lineal. Cuando alguno de los supuestos anteriores no se cumple, las cargas y los desplazamientos seguirán una relación no lineal (Gil Espert, 1997).

Un análisis no lineal es aquel que considera el comportamiento no lineal de los materiales y/o la no linealidad geométrica, descartando de manera directa el principio de superposición de fuerzas. En las estructuras de hormigón, el comportamiento elástico-lineal difiere en gran medida del observado experimentalmente, especialmente cuando éstas se encuentran bajo niveles elevados de carga. Esto se debe a los fenómenos propios de los materiales que componen a estas estructuras (e.g. fisuración del hormigón, plastificación del acero, etc.) su interacción y su proceso constructivo (Maldonado, 2012). La no linealidad geométrica, aparece cuando el cuerpo experimenta grandes desplazamientos o deformaciones que producen cambios significativos en su configuración geométrica al avanzar el proceso de carga, por lo que el equilibrio se debe calcular sobre la configuración deformada. Por su parte, la no linealidad de los materiales se presenta cuando la relación constitutiva entre deformaciones y tensiones cambia para distintos niveles de cargas, es decir, no es constante durante el proceso de deformación. La no linealidad de los materiales puede ser considerada en elementos puntuales (no linealidad concentrada) en el que se incorpora la plasticidad de forma localizada aceptando la respuesta no lineal en las zonas más solicitadas (rótula plástica), comportándose de forma lineal y elástica en las zonas restantes. De otro modo, la no linealidad de los materiales puede ser considerada a lo largo de los elementos (no linealidad distribuida). En este caso, las deformaciones no lineales no ocurren dentro de una rótula plástica, sino que a lo largo de todo el elemento mediante la propia integración de la sección, dividiéndola en fibras y asociando una ley constitutiva en función del material que representen (Cabrero, 2014).

### 2.1.1. Ley Constitutiva del acero

---

Para el diagrama de esfuerzo deformación, la transición entre la respuesta lineal y no lineal puede ser abrupta (ver ilustración 2.1a) o gradual, (ver ilustración 2.1b).

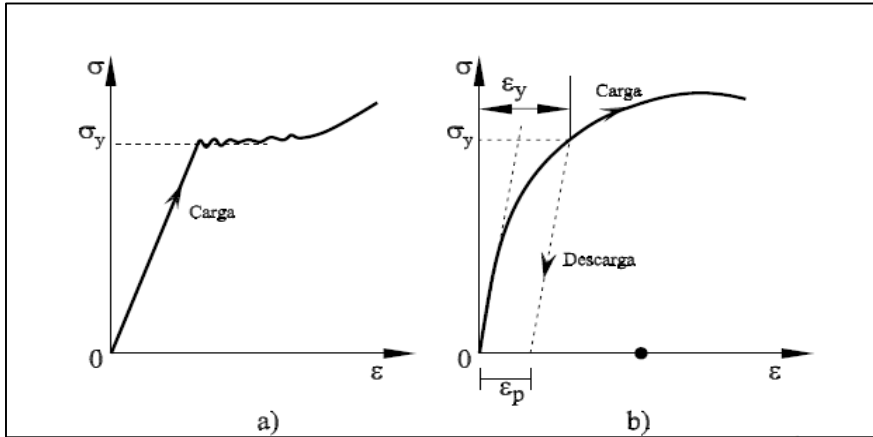


Ilustración 2.1.- Curvas de esfuerzo-deformación experimentales, respuesta a) abrupta y b) gradual.

Las curvas esfuerzo-deformación reales, ver ilustración 2.1, son difíciles de emplearse en soluciones matemáticas de problemas complejos por lo que se utilizan modelos idealizados de respuesta del material. La curva uniaxial esfuerzo-deformación puede idealizarse como se muestra en la ilustración 2.2, por lo que la respuesta del material es elasto-plástica.

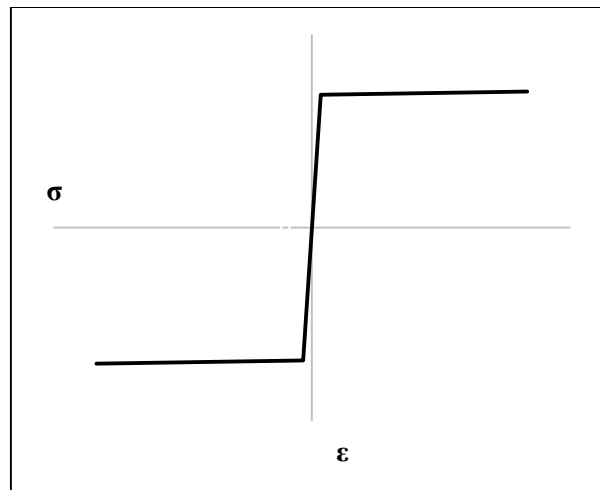


Ilustración 2.2.- Curvas de esfuerzo-deformación idealizadas para el acero.

Para materiales que presentan endurecimiento en la parte inicial del comportamiento no lineal, como el acero, en el que el esfuerzo incrementa como las deformaciones, la curva esfuerzo-deformación puede idealizarse como una curva bilineal, en la que la respuesta

es lineal hasta alcanzar el punto de fluencia y posteriormente presenta endurecimiento por deformación ilustración 2.2 (Juarez, 2010).

## 2.1.2. Ley Constitutiva del hormigón

---

Para determinar las relaciones momento-curvatura en una sección de un elemento de hormigón reforzado, es necesario conocer previamente la relación esfuerzo-deformación del hormigón en la zona comprimida. De acuerdo a los experimentos de (Hognestad, y otros, 1955) se ha demostrado que esta relación es curvilínea hasta el punto cuando el hormigón alcanza su máxima resistencia ( $f'_c$ ) y en adelante, con el aumento de deformaciones, los esfuerzos en el hormigón disminuyen hasta que ocurre la falla. (Villagrán, y otros, 2013).

### Modelo del Reglamento del CEB

En el reglamento del (CEB-FIP, 1993) se acepta que en el momento de la falla del hormigón ( $\epsilon_c = \epsilon_{cu}$  en la fibra comprimida externa) el bloque curvilíneo de esfuerzos se sustituya por otro rectangular equivalente que tenga un esfuerzo ( $f'_c$ ) constante ver ilustración 2.3

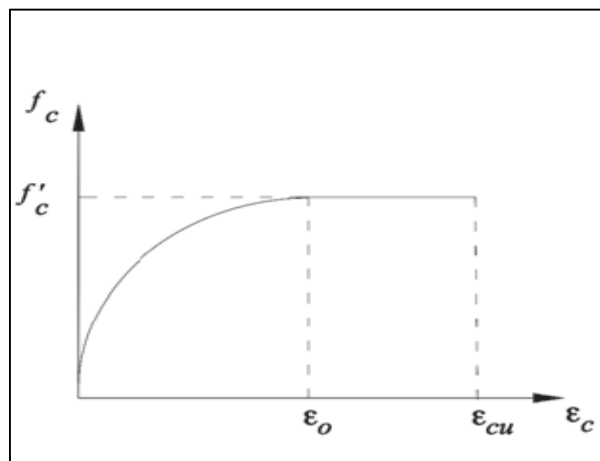


Ilustración 2.3.- Modelos de la relación esfuerzo-deformación del hormigón (CEB-FIP, 1993).

## 2.2. Análisis *push-over*

---

### 2.2.1. Cuadro General

---

Los efectos de la acción sísmica se pueden determinar de acuerdo con varios métodos de análisis, que se caracterizan por i) considerar la respuesta dinámica o estática de las estructuras y por ii) considerar explícitamente el comportamiento no lineal de los materiales o aceptar un comportamiento elástico lineal, corrigiendo los valores de este análisis por medio de los llamados coeficientes de comportamiento. Cabe señalar que, eventualmente, podrá considerarse el comportamiento geoméricamente no lineal de las estructuras, resultante de establecer las ecuaciones de equilibrio en la configuración deformada de las estructuras.

Los análisis *push-over* son procedimientos de análisis sísmico estático no lineal que buscan determinar los desplazamientos y deformaciones inducidas en las estructuras por la acción sísmica, permitiendo así evaluar el desempeño sísmico para varios estados límites. Los análisis *push-over* presuponen la adopción de modelos estructurales planos, o equivalentes. Los procedimientos de los análisis *push-over* contemplan tres fases distintas: I) modelación de la acción sísmica; II) modelación del comportamiento o respuesta estructural y III) determinación del punto de desempeño sísmico (*performance point* o *target displacement*). A continuación, se describe genéricamente cada una de estas fases.

- I. Modelación de la acción sísmica:** La acción sísmica es definida a través de espectros de respuesta de aceleración, convertidos en el formato ADRS del inglés (*acceleration-displacement-response-spectrum*) en el que las (pseudo)aceleraciones  $S_a$  son representadas en función de los desplazamientos espectrales  $S_d$ . Esta conversión se basa en la ecuación

$$S_a = \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 S_d \quad (2.1)$$

que, por ser aproximada, produce que se use la designación de **pseudo**-espectro de respuesta en el formato ADRS.

- II. Modelación del comportamiento estructural:** el comportamiento o respuesta estructural es caracterizado a través de la llamada curva de capacidad

resistente, que contiene en el eje de las abscisas el desplazamiento de control  $d_t$  en la parte superior de la estructura y en el eje de las ordenadas el corte basal  $V$  (suma de los esfuerzos transversales en los elementos verticales) que es igual a la suma de las cargas horizontales aplicadas a la estructura. Esta curva es obtenida a través de un análisis elástico no lineal, en que el comportamiento efectivo de los materiales estructurales se considera explícitamente. La estructura está sujeta a una distribución de cargas laterales creciente (monótona), que simula las fuerzas de inercia inducidas por las aceleraciones provocadas por el sismo, contemplando aún cargas gravitacionales constantes. La curva de capacidad así obtenida se convierte al formato ADRS, donde el modelo estructural efectivo es "convertido" en un sistema con un grado de libertad equivalente (IGL).

**III. Desempeño sísmico:** El punto de desempeño o desplazamiento sísmico (*target displacement*) es determinado por un proceso en el que (simplificadamente) se busca “intersectar” la acción – (pseudo)espectro de aceleración – con la respuesta (curva de capacidad en formato ADRS). Existen en la literatura varios procedimientos *push-over*, como por ejemplo el *Capacity Spectrum Method* previsto en el ATC-40, ver (ATC-40, 1996) o el *Método N2* previsto en el EC8, ver (EC8, 2011) etc. Los diversos métodos difieren entre sí por la forma en que se implementa cada una de las tres fases descritas. En esta disertación se opta por el *Método N2*, cuyas particularidades se describen en la siguiente sección

## 2.2.2. El Método N2

---

Comience por considerarse la generación de la curva de capacidad (**fase II**). El *Método N2* (y luego el EC8) considera un patrón de carga horizontales, simulando la distribución de fuerzas de inercia inducidas por la acción sísmica, de acuerdo con la expresión

$$P_i = \zeta m_i \phi_i \quad (2.2)$$

En el que  $P_i$ ,  $m_i$  y  $\phi_i$  son respectivamente la fuerza lateral a aplicar en el piso  $i$ , la masa del piso  $i$ , la componente  $i$  del modo de vibración condicionante (por hipótesis el 1° modo de vibración) y  $\zeta$  es un parámetro de carga adimensional. Cabe señalar que el modo de vibración debe normalizarse de forma que el nodo de superior (nodo de control) tenga un componente  $\phi_n=1$ . Además de esta distribución, también propone la consideración de una

distribución con configuración uniforme, ya que la distribución de la ecuación (2.1) no simula con precisión rigurosa la distribución de las fuerzas de inercia.

La curva de capacidad debe contemplar desplazamientos de control (desplazamiento de la parte superior del edificio o pórtico)  $d_i$  entre cero y 150% del valor del desplazamiento de desempeño que se pretende determinar. El EC8 no restringe el método de análisis no lineal a utilizar en la generación de la curva de capacidad. La conversión de la curva de capacidad a un sistema de 1GL se realiza mediante el siguiente coeficiente de transformación

$$\Gamma = \frac{\sum_i m_i \phi_i}{\sum_i m_i \phi_i^2} = \frac{m^*}{\sum_i m_i \phi_i^2} \quad (2.3)$$

de tal forma que las coordenadas de la curva de capacidad convertida en el sistema 1GL equivalente son

$$F^* = \frac{V}{\Gamma} \quad ; \quad d^* = \frac{\Delta}{\Gamma} \quad (2.4)$$

La aceleración espectral del sistema 1GL equivalente está entonces dada por

$$S_a = \frac{F^*}{m^*} \quad (2.5)$$

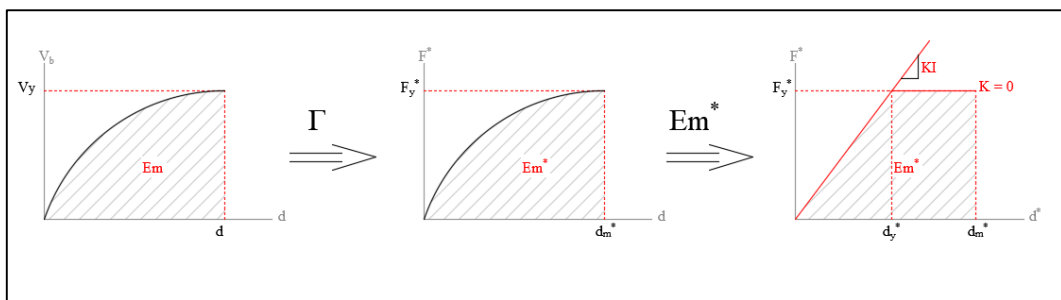
Nótese que la curva de capacidad así obtenida  $S_a(d^*)$  puede ser representada conjuntamente con el (pseudo)espectro de aceleración que representa la acción sísmica en el formato ADRS. Con todo, el *Método N2* considera que la curva  $F^*(d^*)$  sea sustituida por una curva bilineal equivalente, ver ilustración 2.4, definida de tal forma que: i) el segundo ramo sea horizontal y ii) la curva bilineal equivalente tenga la misma energía de deformación  $E_m^*$  que la original  $F^*(d^*)$ . En estas condiciones la curva bilineal queda bien definida por el punto de mudanza de régimen de coordenadas  $(d_y^*, F_y^*)$  en que  $F_y^*$  representa a fuerza de cedencia (resistencia última del sistema idealizado). La igualdad de las energías de deformación de la curva real y bilineal determina que  $d_y^*$  sea dado por

$$d_y^* = 2 \left( d_m^* - \frac{E_m^*}{F_y^*} \right) \quad (2.6)$$

siendo  $d_m^*$  el desplazamiento último de la curva  $F^*(d^*)$ . la conversión de la curva de capacidad en este formato bilineal permite estimar el período “elástico” del sistema  $T^*$ , obteniéndose así

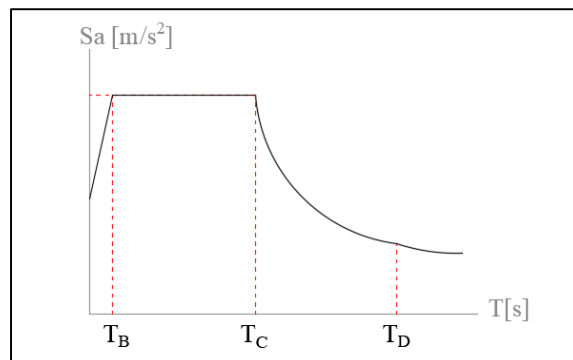
$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^* d_y^*}{F_y^*}} \quad (2.7)$$

Nótese que el espectro de respuesta elástico que caracteriza la acción (**fase I**) es determinado con base en este período  $T^*$ .



*Ilustración 2.4.- Construcción de la relación bilineal equivalente entre la fuerza máxima y el desplazamiento máximo*

En lo que se dice al respecto de la modelación sísmica (**fase I**), en una primera fase, se considera el espectro de respuesta elástica de aceleración  $S_{ac}(T^*)$  conforme se indica en § 2.2.1, siendo  $T^*$  el período “elástico” del sistema dado por (2.7), ver figura 2.5.



*Ilustración 2.5.- Espectro de respuesta de aceleración en función del período T*

Este espectro elástico puede ser entonces convertido para el formato ADRS, obteniéndose una relación  $S_{ac}(S_{de})$ , ver figura 2.6.

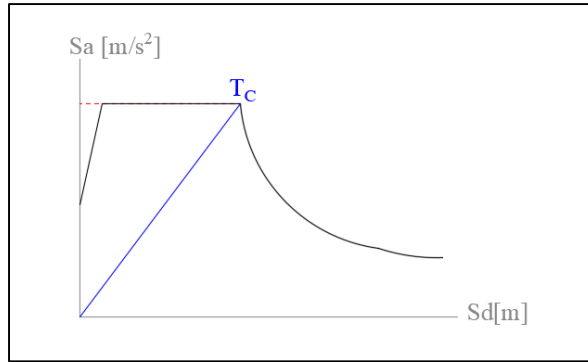


Ilustración 2.6.- Espectro de Respuesta en Formato ADRS

El pseudo-espectro inelástico  $S_a(S_d)$  se obtiene entonces a partir del pseudo-espectro elástico, mediante las siguientes expresiones

$$S_a = \frac{S_{ae}}{q_u} \quad ; \quad S_d = \frac{\mu}{q_u} S_{de} \quad (2.8)$$

En la que  $\mu$  es el parámetro de ductilidad y  $q_u$  es un factor de reducción debido a la disipación de energía histerética, estimado por

$$q_u = \begin{cases} (\mu - 1) \frac{T^*}{T_c} + 1 & , \quad T^* < T_c \\ \mu & , \quad T^* \geq T_c \end{cases} \quad (2.9)$$

Nótese que para períodos medios a largos ( $T^* > T_c$ ) tendremos  $q_u=1$  y por tanto  $S_d = S_{de}$ , lo que se traduce en la regla de igualdad de los desplazamientos, ver (Carvalho, y otros, 2015) y (Costa, y otros, 2017). La figura 2.7 ilustra la generación del pseudo-espectro inelástico.

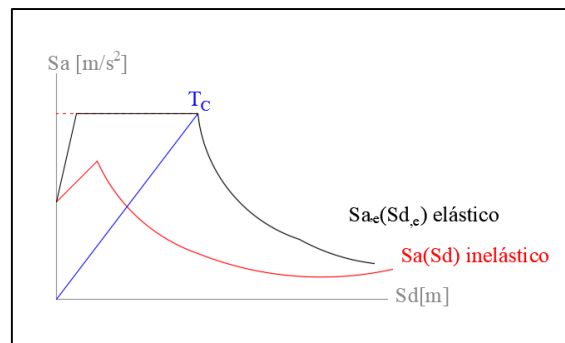


Ilustración 2.7.- Espectro de respuesta elástico e inelástico

Considérese ahora la determinación del punto del desempeño o desplazamiento sísmico (**fase III**). Recuérdese que este punto resulta de la intercesión del pseudo-espectro de aceleración (acción sísmica) con la curva de capacidad (respuesta estructural) del 1GL

equivalente, que en el Método N2 es aproximado por una relación bilineal. Aunque esta intersección se puede realizar gráficamente, en el anexo B del (EC8, 2011) se propone un procedimiento algebraico que desprecia esa representación a efectos de cálculo. La representación gráfica de esta intersección se vuelve así accesoria, buscando sólo objetivos pedagógicos. Por otro lado, el procedimiento algebraico expresado en el EC8 desprecia la representación explícita del pseudo-espectro inelástico  $S_a$  ( $S_d$ ), aunque lo considere. Así, el procedimiento del EC8 consiste en los siguientes pasos:

- i) Determinar el desplazamiento de desempeño elástico  $d_{et}^*$  que se obtendría si el sistema 1GL presentase la rigidez del primer ramal de la curva de capacidad bilineal, según

$$d_{et}^* = S_{ae}(T^*) \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \quad (2.10)$$

- ii) Una vez conocido  $d_{et}^*$  se debe determinar el desplazamiento de desempeño efectivo (inelástico)  $d_t^*$  de forma consistente con las expresiones (2.8) y (2.9). O sea, como fue visto anteriormente, para períodos medios o largos ( $T^* > T_c$ ) se tiene entonces  $q_u=1$  donde  $d_t^* = d_{et}^*$ . Para períodos cortos ( $T^* < T_c$ ) se tiene

$$d_t^* = \begin{cases} d_{et}^* & \text{si } F_y^*/m^* \geq S_{ae}(T^*) \\ \frac{d_{et}^*}{q_u} \left( 1 + (q_u - 1) \frac{T_c}{T} \right) & \text{si } F_y^*/m^* < S_{ae}(T^*) \end{cases} \quad (2.11)$$

O sea, si mediante la acción sísmica ( $S_{ae}$ ) la estructura exhibe comportamiento elástico, i.e.  $F_y^*/m^* \geq S_{ae}(T^*)$ , entonces  $d_t^* = d_{et}^*$ . Caso contrario, i.e.  $F_y^*/m^* < S_{ae}(T^*)$ , se obtiene que el desplazamiento de desempeño resultaría de considerar el pseudo espectro inelástico, determinado por las expresiones (2.8) y (2.9), conforme se ilustra en la ilustración 2.8.

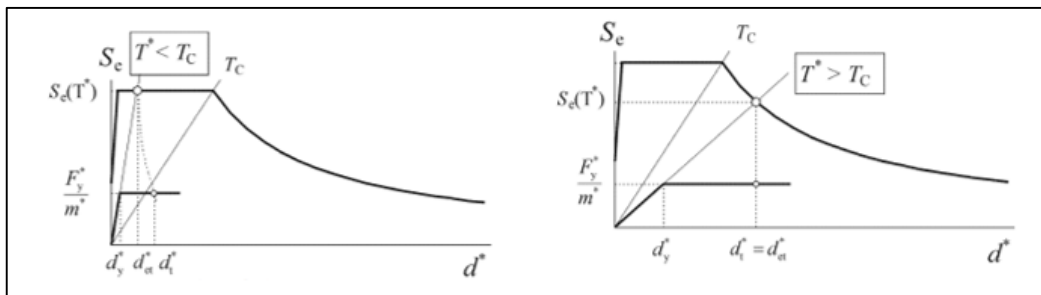


Ilustración 2.8.- Determinación del desplazamiento-de desempeño para el sistema equivalente con un grado de libertad (EC8, 2011).



# 3. Curva de capacidad – Modelos de comportamiento no lineal

## 3.1. Cuadro General

Como se ha visto en el capítulo anterior, los análisis *push-over* requieren la generación de curvas de capacidad, las cuales deben tener en cuenta el comportamiento no lineal de los materiales y, eventualmente, la no linealidad geométrica. En este capítulo se revisarán sumaria y genéricamente los distintos modelos de análisis no lineal del primero tipo (MNA), del inglés (*Materially Nonlinear Analysis*), referente a estructuras reticuladas y se ilustra la aplicación de estos modelos en la generación de curvas de capacidad en análisis *push-over*. La revisión se centra en “macro-modelos” (del inglés, *macro-models*), ver (Spacone, y otros, 2004), es decir, se centra en los elementos columna-viga típicos y en elementos puntuales. Así, se olvidan los llamados “micro-modelos” (del inglés, *micro-models*), ver (Spacone, y otros, 2004), correspondientes a las formulaciones 3D del Método de los Elementos Finitos. Generalmente, hay dos grandes modelos para el comportamiento MNA. Estos modelos son:

- i) modelos de no linealidad concentrada (NLC), o plasticidad concentrada, (en inglés, *lumped plasticity models*) y
- ii) modelos de no linealidad distribuida (NLD), o plasticidad distribuida, (del inglés, *distributed plasticity models*).

En los modelos NLC, el comportamiento no lineal de los materiales se capta por medio de elementos puntuales colocados en secciones de integración específicas, típicamente, en el extremo de las barras, ver ilustración 3.1. En los modelos NLD, el comportamiento

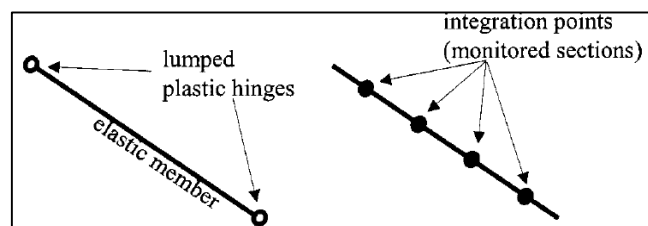


Ilustración 3.1.- Secciones de integración en los modelos NLC y NLD – origen (Spacone, y otros, 2004)

no lineal de los materiales es modelado directamente en la formulación de las barras, es decir “a lo largo” de las mismas, ver ilustración 3.1. Otra distinción importante tiene que

ver con la manera de modelar las leyes constitutivas no lineales en las secciones transversales. Así, existen dos posibilidades, ver (Spacone, y otros, 2004):

- i) modelos de resultantes (MR) de tensión y deformación en las secciones (del inglés, *resultant section models*), y
- ii) modelos de fibras (MF) (del inglés, *fiber section models*).

En los modelos MR, ver por ejemplo (Powell, y otros, 1986), la respuesta no lineal de la estructura es modelada directamente en términos de las resultantes de deformaciones, es decir, curvatura y extensión axial, y en términos de las resultantes de tensiones, es decir, los momentos flectores y esfuerzo axial. Así, se consideran relaciones constitutivas momento-curvatura (para un dado valor del esfuerzo axial) y esfuerzo-extensión axial. Es importante señalar que esas dos relaciones son acopladas y ambas no lineales. Todavía, los modelos MR más simples, pero más típicos, consideran una simplificación de esas leyes que desacoplan esas dos funciones y consideran (simplificadamente) una relación esfuerzo-extensión axial lineal.

En los modelos MF, las relaciones no lineales entre las tensiones y deformaciones se captan directamente en cada punto o fibra de una sección. En un segundo momento, los momentos flectores y esfuerzos axiales se obtienen integrando las tensiones en la sección. Para el cálculo de esos integrales, se divide la sección en un número arbitrario de fibras en las cuales se supone que la tensión es constante.

A continuación, se presentan los resultados de un análisis *push-over* de una columna metálica prismática isostática por el método N2, comparando las curvas de capacidad obtenidas por:

- i) Deformaciones “plásticas” modeladas a lo largo del elemento (no linealidad distribuida – NLD) y
- ii) Deformaciones “plásticas” concentradas en las secciones de empotramiento, modeladas a través de un elemento puntales (no linealidad concentrada –NLC).

La simplicidad de la estructura permite ilustrar los conceptos utilizados.

### 3.2. Ejemplo ilustrativo

La sección transversal de la columna analizada es un HEA240, ver ilustración 3.2, y el material corresponde a un acero S275, donde la tensión de cedencia y rotura son  $f_{yd} = 275 \text{ MPa}$  y  $f_{ud} = 410 \text{ MPa}$ . Se consideró una relación tensión-deformación bilineal, ver ilustración 3.3 y tabla III.1, en que el módulo de Elasticidad tangente inicial es  $E_1 = 210 \text{ GPa}$  y el módulo de Elasticidad en la fase de cedencia es  $E_2 = 0.02 E_1$ , o sea, se considera el acero aún puede presentar algo de capacidad (endurecimiento). Se puede así escribir la ecuación constitutiva

$$\varepsilon[\sigma] = \begin{cases} \frac{\sigma}{E_1} & \text{sí } \sigma \leq f_{yd} \\ \frac{f_{yd}}{E_1} + \frac{(\sigma - f_{yd})}{E_2} & \text{sí } \sigma > f_{yd} \end{cases} \quad (3.1)$$

En cuanto a las cargas actuantes, se consideró una carga vertical (constante)  $F_v = 0.4 f_{yd} A$ . Se observa que  $F_v \approx 5.25 F_{cr}$ , en que  $F_{cr} = \pi^2 E_1 I / L_c^2$  es la carga crítica elástica de Euler de la columna, siendo  $L_c = 6.00 \text{ m}$ . Una vez que se pretende generar las curvas de capacidad, se consideró una carga horizontal  $P$  incrementada hasta la rotura de la columna.

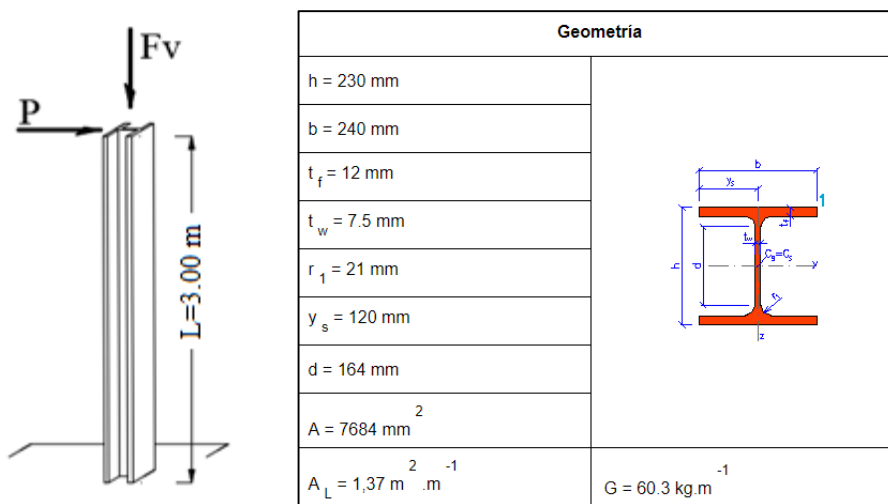


Ilustración 3.2.- Columna metálica y propiedades geométricas de la sección de acero HE240.

Tabla III.1.-Propiedades mecánicas del acero S275.

$f_{yd}$	$f_{ud}$	$\varepsilon_y$	$\varepsilon_u$	$E_1$	$E_2$
275 MPa	430 MPa	0.001310 m/m	0.038214 m/m	210 GPa	4.20 GPa

### 3.3. Soluciones “exactas” NLD vs NLC

---

Para obtener la curva de capacidad NLD se consideró la ecuación del método de Carga Unitaria:

$$d_{\text{NLD}} = \int_0^L \overline{M}(x) \times \chi(M(x)) dx \quad (3.2)$$

donde:

- i)  $\overline{M}(x)$  corresponde al diagrama de momentos resultante de la aplicación de una carga unitaria en el tope de la consola que es la coordenada en la que se pretende calcular el desplazamiento.
- ii)  $\chi(M)$  corresponde a una función constitutiva no lineal, representada en la ilustración 3.4, generada en el software *Evals* (Ferreira, 2018), por un modelo de fibras.

Es importante señalar que dentro del modelo de fibras generados en el programa *Evals* (Ferreira, 2018), no fueron consideradas las concordancias en las uniones del alma con el ala del perfil por lo tanto el área y la inercia de cálculo son respectivamente  $A = 7065 \text{ mm}^2$  y  $I = 7.10\text{E}+7\text{mm}^4$ . Las curvas de capacidad así obtenidas son “exactas” en la medida que ninguna simplificación es admitida.

Para obtener la curva de capacidad NLC se consideró igualmente el Método de la carga Unitaria de acuerdo con la ecuación

$$d_{\text{NLC}} = \int_0^L \overline{M}(x) \frac{M(x)}{E_1 I} dx + \overline{M}(0) \theta(M(0)) \quad (3.3)$$

donde

$$\theta(M) = \left( \chi(M(0)) - \frac{M(0)}{E_1 I} \right) L_p \quad (3.4)$$

Así, el comportamiento no lineal es modelado por un elemento puntual. Se consideró para la longitud de la rótula plástica en la sección empotrada ( $x=0$ ) una longitud para el elemento puntual de  $L_p = h$ . Los integrales en las expresiones (3.2) y (3.3) fueron hechos en el software *Mathematica*® (Mathematica, 2014) Para facilitar los cálculos, en la

función constitutiva  $\chi(M)$  representada en la ilustración 3.4, se considerarán solo los ocho puntos marcados, que se representan en la tabla III.2.

En estas condiciones, se obtiene las curvas de capacidad representadas en la ilustración 3.5. Se consideró un criterio de formación de mecanismo plástico, al producirse un *drift* de 4% (Rodrigues, 2012) de la altura del elemento, correspondiente a  $d = 12$  cm, por lo que en base a esta hipótesis se obtienen los puntos de la tabla III.3. En este caso la fibra más deformada de la columna tiene una extensión aproximada de  $13 \varepsilon_y$ , lo cual implica la formación de una rótula plástica en esta sección.

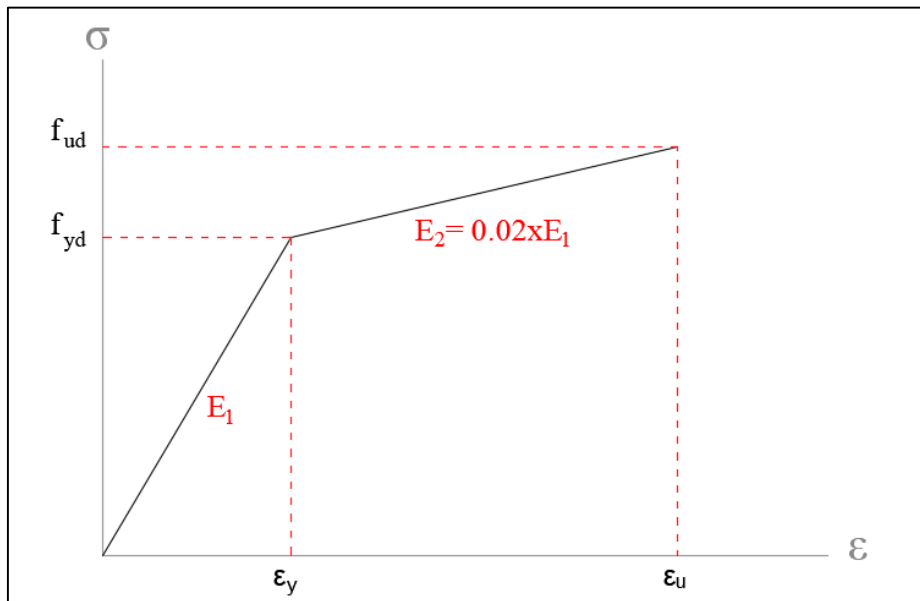


Ilustración 3.3.- Diagrama asumido de relación esfuerzo-deformación del acero.

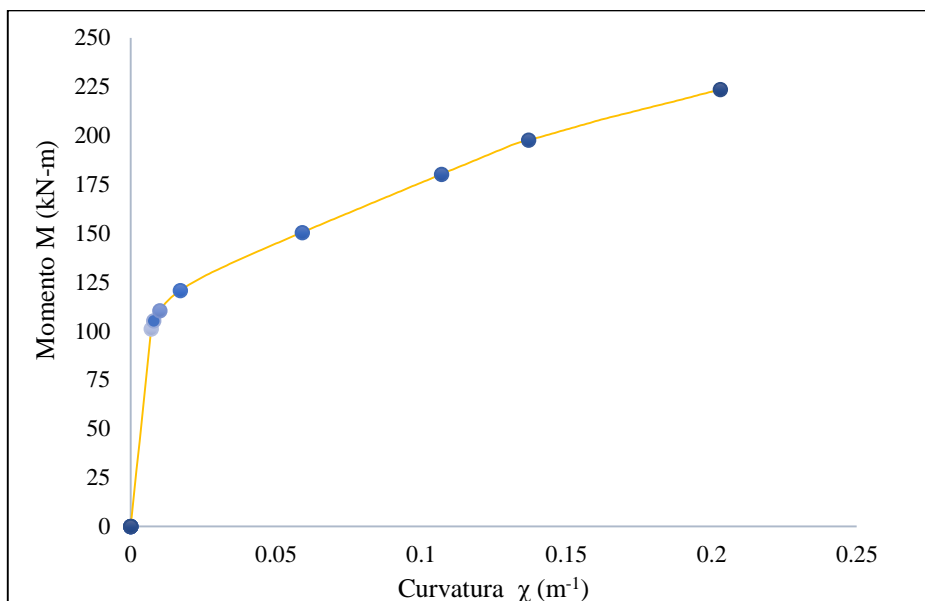


Ilustración 3.4.- Diagrama momento-curvatura de la sección para un esfuerzo axial de 777.15 kN.

Tabla III.2.-Momento-Curvatura de la sección de estudio para un esfuerzo axial 77.15 kN.

$\chi$ (m <sup>-1</sup> )	M (kN-m)
0.007	100.9384
0.008	105.0445
0.010	110.4258
0.017	120.6769
0.059	150.3716
0.107	180.2021
0.137	197.6420
0.203	223.4787

Tabla III.3.-Puntos representativos de la curva de capacidad NLD y NLC.

	NLD	NLC
$d_m^*$ (m)	0.1216	0.1226
$F_y^*$ (kN)	55.00	65.00

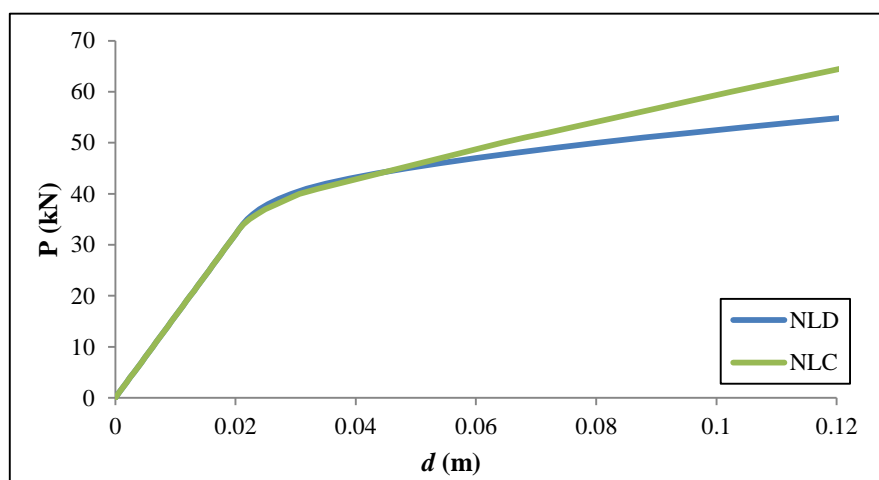


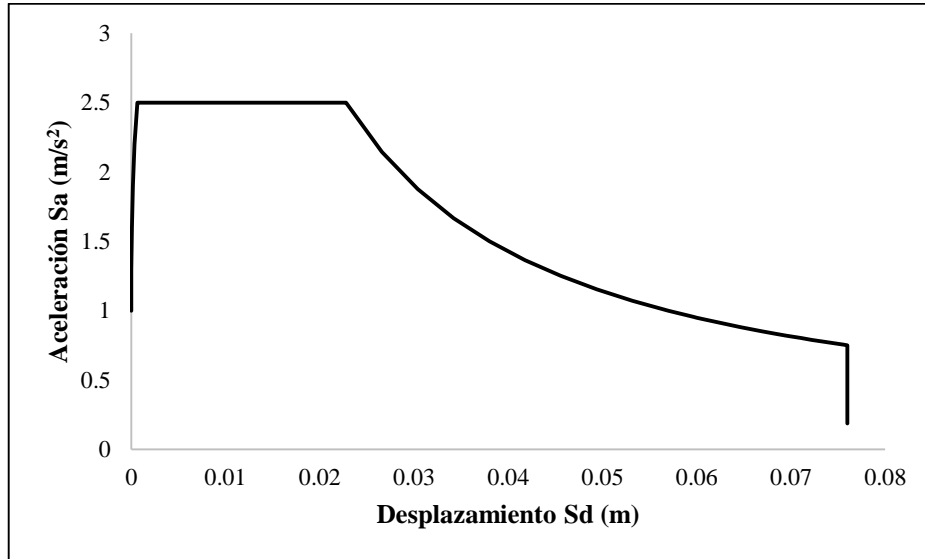
Ilustración 3.5.- Curvas de Capacidad reales NLD vs NLC.

Tabla III.4.-Parámetros para la definición del espectro de respuesta sísmica.

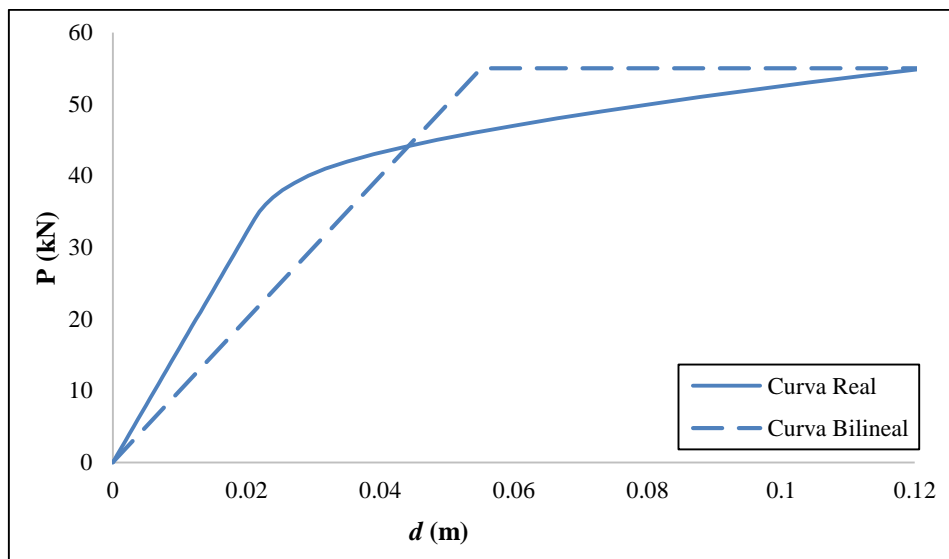
Parámetro	Valor
$T_b$ (s)	0.10
$T_c$ (s)	0.60
$T_d$ (s)	2.00
$a_g$ (m/s <sup>2</sup> )	1.00
$S$	1.00
$\eta$	1.00

Para la representación de la acción sísmica se consideró el espectro de respuesta definido por los parámetros de la tabla III.4, y representado gráficamente en formato ADRS en la ilustración 3.6. Con los desplazamientos límites de plasticidad presentados en la tabla III.3, se puede caracterizar la curva de capacidad idealizada/bilineal, que se obtiene

con la expresión (2.6). Los parámetros que idealizan la curva bilineal son los constantes en la tabla III.5. En las ilustraciones 3.7 y 3.8 se representan las curvas reales e idealizadas correspondientes a cada modelo. A continuación, en la ilustración 3.9, se comparan las curvas idealizadas de los modelos NLD y NLC entre estas.



*Ilustración 3.6.- Espectro de respuesta sísmica ADRS.*



*Ilustración 3.7.- Representación de la Curva de capacidad real e idealizada para el modelo NLD.*

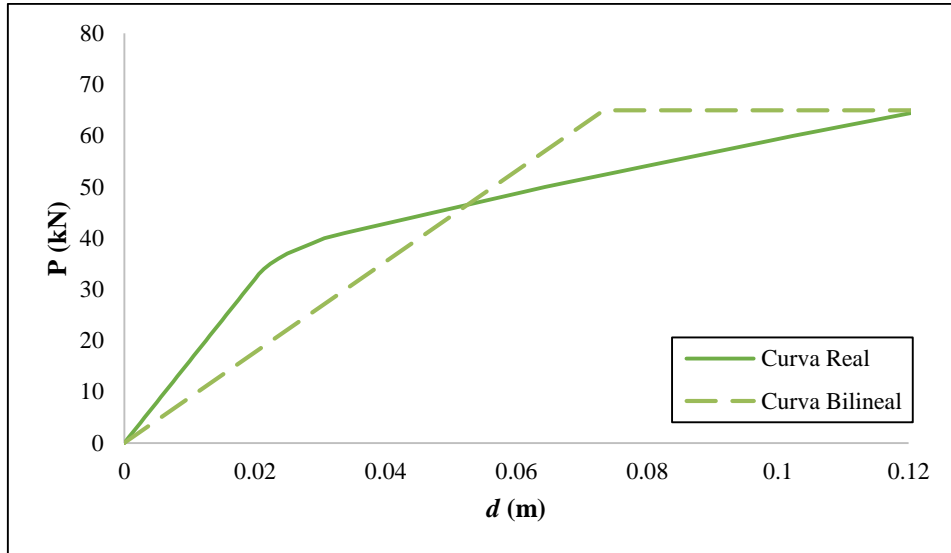


Ilustración 3.8.- Representación de la Curva de capacidad real e idealizada para el modelo NLC.

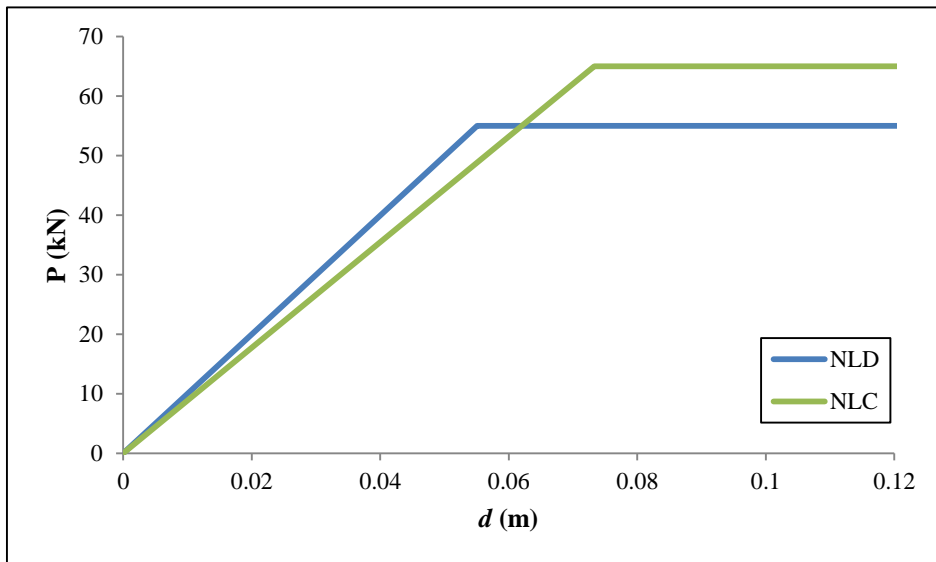


Ilustración 3.9.- Curvas de Capacidad bilineales NLD vs NLC.

Tabla III.5.-Puntos representativos de la curva de capacidad bilineal NLD y NLC.

	NLD	NLC
$d_y^*$ (m)	0.0551	0.0733
$F_y^*$ (kN)	55.00	65.00

Con base en estas curvas idealizadas, en particular con el punto de desplazamiento máximo ( $d_y^*, F_y^*$ ), se calculó el período  $T^*$ , de acuerdo con la expresión (2.7) siendo,  $m^*$  la masa de la columna considerada como

$$m^* = \frac{F_v}{g} \tag{3.5}$$

Una vez que se conocen los períodos  $T^*$ , se determina el valor correspondiente del espectro de respuesta elástico para la aceleración de aquel período  $S_{ae}(T^*)$ , y posteriormente el punto de desempeño, considerando el comportamiento elástico ilimitado, determinado por (2.10). La tabla III.6 resume la información relacionada a la determinación del punto de desempeño  $d_{et}^*$ . Una vez que el período de la estructura es de valor medio o largo  $(T^*, T_c)$ , es aplicable la regla de la igualdad de desplazamientos, es decir, el desplazamiento que representa el punto de desempeño con resistencia limitada  $d_t^*$  es igual al desplazamiento de punto de desempeño considerando el comportamiento elástico ilimitado, o sea,  $d_t^* = d_{et}^*$ . La aceleración en la estructura con resistencia limitada  $a_y^* = F_y^*/m^*$  y el factor de comportamiento  $q_u = S_e(T^*)/a_y^*$ , se presentan en la tabla III.7. Nótese que para el modelo NLC se tiene que  $a_y^* > S_e(T^*)$ , razón por la cual se considera  $q_u=1.0$ , o sea, en este caso el comportamiento de la estructura es elástico (considerando el modelo bilineal simplificado). Con base en estos valores de  $q_u$  es posible determinar el factor de ductilidad por la expresión, que resulta de la inversión de (2.9)

$$\mu = \begin{cases} (q_u - 1) \frac{T_c}{T^*} + 1 & , T^* < T_c \\ q_u & , T^* \geq T_c \end{cases} \quad (3.9)$$

siendo que, como  $T^* > T_c$ , se tiene que  $\mu = q_u$  tanto para el modelo NLD y NLC. Las ilustraciones 3.10 y 3.11 representan gráficamente la determinación del desplazamiento del punto de desempeño  $d_t^*$  para cada caso. En esas ilustraciones se representa:

- i) El pseudo-espectro de respuesta elástico (formato ADRS).
- ii) El pseudo espectro de respuesta inelástico (ADRS), para la ductilidad constante  $\mu$  de cada caso, de acuerdo con la ecuación (3.9), para el caso del modelo NLC el espectro elástico e inelástico coinciden al ser  $q_u=1.0$  ver tabla III.7.
- iii) Las curvas de capacidad idealizadas bilineales.
- iv) Los puntos de desempeño  $d_t^*$ .

Tabla III.6.-Valores para el cálculo del punto de desempeño NLD y NLC.

	NLD	NLC
$T^*$ (s)	1.77	1.88
$S_{ae}(T^*)$ (m/s <sup>2</sup> )	0.8475	0.7979
$d_{et}^*$ (m)	0.0673	0.07138

Tabla III.7.-Valores de  $a_y$  y  $q_u$  para los modelos NLD y NLC.

	NLD	NLC
$a_y^*$ (m/s <sup>2</sup> )	0.69	0.82
$q_u$	1.22	1.00

Una vez determinados los puntos de desempeño correspondiente a la curva de capacidad bilineal  $d_t^*$ , es posible identificar el correspondiente punto de desempeño en la estructura original  $d_t$ , correspondiente a la curva de capacidad original. La ilustración 3.12 y la tabla III.8 identifican el punto de desempeño correspondiente a la fuerza  $F_t$ . Se constata que los puntos de desempeño correspondientes a cada modelo difieren en 6.02%, mientras que las respectivas fuerzas difieren en 7.96%. Finalmente, la ilustración 3.13 representa el diagrama de curvaturas correspondiente a cada modelo para los puntos de desempeño determinados, ilustrándose así la consecuencia de la consideración de la hipótesis de concentración de las deformaciones plásticas en el modelo NLC, esto es, la ocurrencia de un valor elevado de curvatura en la sección de la columna correspondiente a  $L_p$ .

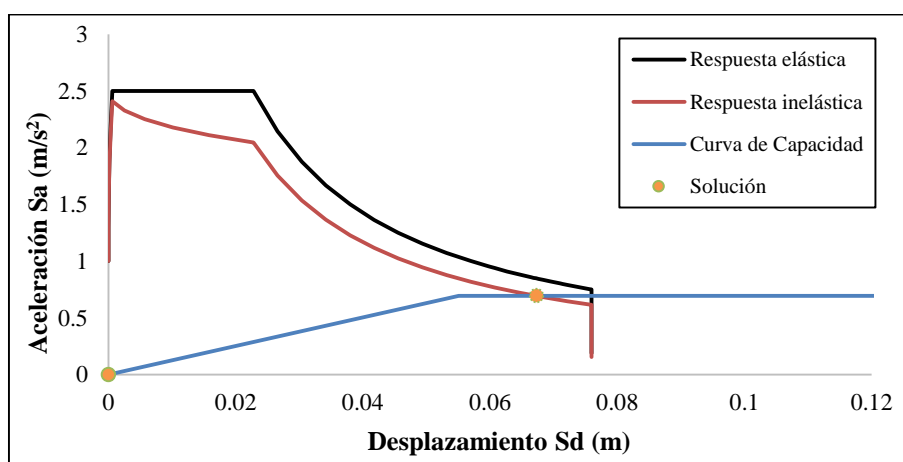


Ilustración 3.10.- Determinación del punto de desempeño NLD.

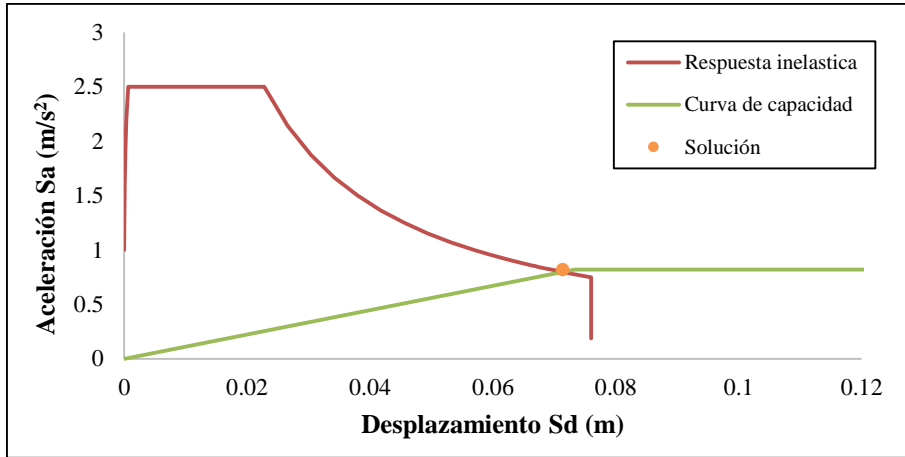


Ilustración 3.11.- Determinación del punto de desempeño NLC.

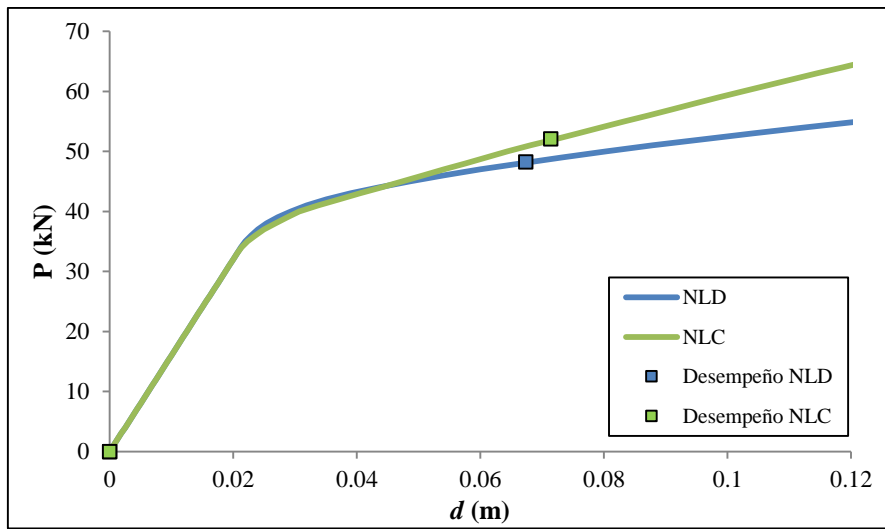


Ilustración 3.12.- Punto de desempeño en la curva de capacidad NLD y NLC.

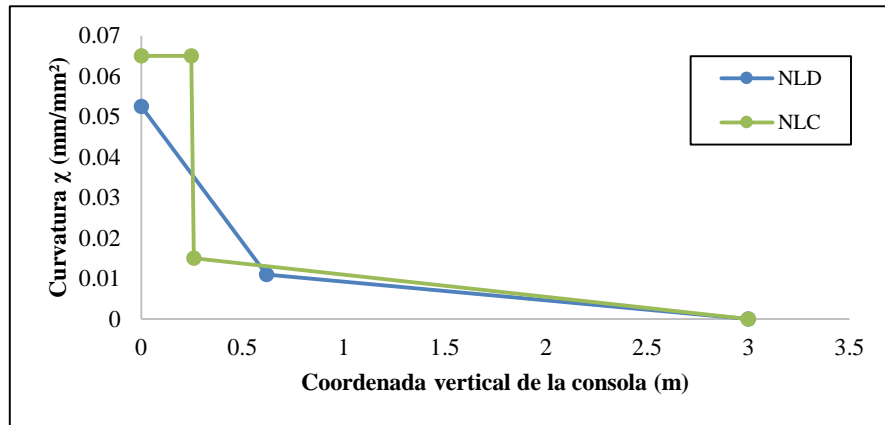


Ilustración 3.13.- Comparación curvatura para cada punto de la consola NLD vs NLC.

Tabla III.8.- Coordenadas del punto de desempeño:

	NLD	NLC
$d_t$ (m)	0.06733	0.071338
$F_t$ (kN)	48.22	52.05



## 4. Método de los 3 campos

---

### 4.1. Cuadro General

---

En el capítulo anterior se ha presentado una clara distinción entre dos modelos de no linealidad material - el modelo NLD y el modelo NLC. En lo que respecta a la formulación de los elementos finitos columna-viga 1D que emplean el modelo NLD, hay que presentar una otra distinción. Así, en la formulación de esos elementos 1D se pueden emplear:

- i) Modelo de desplazamientos (MD) (del inglés, *displacement approach*);
- ii) Modelos de tensiones (MT) (del inglés, *tension approach*), y
- iii) Modelos mixtos (MM) (del inglés, *mixed approach*)

Los modelos MD son los más clásicos y más típicos y próximos de los modelos usados en el análisis lineal. En esos modelos, las incógnitas son los desplazamientos (y rotaciones) nodales, a partir de los cuales se calculan los esfuerzos (momentos flectores y esfuerzos axiales) y deformaciones (curvaturas y extensiones axiales). En análisis no lineales, los modelos MD obligan a usar mallas de elementos muy refinadas, ver (Ferreira, y otros, 2017). En los modelos MT, que consideran los esfuerzos como incógnitas, las leyes constitutivas tienen que ser invertidas y para los casos no lineales no es una tarea simple. Finalmente, los modelos mixtos, se consideran como incógnitas simultáneamente variables estáticas (esfuerzos) y cinemáticas (desplazamiento y/o deformaciones). El método de los Tres Campos (3C), que se estudia en esta tesis, y se describe en este capítulo, es un método mixto que considera como incógnitas simultáneamente los esfuerzos, deformaciones y desplazamientos.

### 4.2. Introducción al Método de Elementos Finitos clásico (FEM - 1 campo)

---

En el método de elementos finitos clásico, los esfuerzos y las deformaciones son determinados indirectamente a través de aproximaciones a los campos de desplazamientos. El campo de desplazamientos es determinado a partir de la relación

existente entre las fuerzas externas (Fuerzas) y las propiedades constitutivas de los elementos (Rigidez), los cuales se relacionan por la expresión general

$$\overline{\underline{K}} \underline{u}_n = \underline{F} \quad (4.1)$$

donde la matriz de rigidez estructural  $\overline{\underline{K}}$ , se puede definir como

$$\overline{\underline{K}} = \int \underline{B}^T \underline{K} \underline{B} dx \quad (4.2)$$

$$\underline{B} = \underline{L} \underline{N}_u \quad (4.3)$$

El campo de los desplazamientos en cualquier punto de la estructura es determinado mediante la aproximación

$$\underline{u} \approx \underline{N}_u \underline{u}_n \quad (4.4)$$

donde  $\underline{u}_n$  es el vector que contiene los desplazamientos en los nodos de la malla de elementos y  $\underline{N}_u$  es la matriz que contiene las funciones de forma de la aproximación de los campos de los desplazamientos. Las extensiones o deformaciones son obtenidas mediante la relación de compatibilidad

$$\underline{\varepsilon} = \underline{L} \underline{u} \approx \underline{L} \underline{N}_u \underline{u}_n = \underline{B} \underline{u}_n \quad (4.5)$$

donde  $\underline{L}$  es la matriz contenido derivadas de los campos de desplazamientos. Por su parte los esfuerzos internos/tensiones internas, agrupados en el vector  $\underline{\sigma}$ , son obtenidos por la ecuación constitutiva

$$\underline{\sigma} = \underline{K} \underline{\varepsilon} \approx \underline{K} \underline{B} \underline{u}_n \quad (4.6)$$

La ecuación gobernativa del Método de elementos finitos (4.1) resulta de la aplicación del principio de desplazamientos virtuales

$$\int \underline{\delta u}^T \underline{q}^\sigma dx = \int \underline{\delta u}^T \underline{q} dx \quad (4.7)$$

donde  $\underline{q}$  es el vector de fuerzas externas y  $\underline{q}^\sigma$  es el vector de fuerzas internas en la que para una variación dada en el campo de desplazamientos verifica una relación de equilibrio entre las fuerzas internas y externas en la que

$$\underline{q}^\sigma = \underline{L}^+ \underline{\sigma} \quad (4.8)$$

Por tanto, el diagrama de Tonti, que permite establecer el procedimiento para la obtención de los esfuerzos y extensiones, se representa en la ilustración 4.1. Sin embargo, dentro de la concepción del FEM, las deformaciones son aproximadas a partir de los desplazamientos y los esfuerzos/tensiones son aproximados a partir de las deformaciones (Zienkiewicz, y otros, 2000). Así se entiende que el rigor de esos parámetros (tensiones y deformaciones) sea bajo. En particular, una vez que las deformaciones (y luego las tensiones) dependen de derivadas de los desplazamientos, es natural que haya “saltos” en esas funciones. Estos saltos producidos por el error implícito “provocado” por la aproximación que se da a los desplazamientos. Por tanto, el rigor del cálculo para las deformaciones/extensiones y los esfuerzos/tensiones, se determina a través del “refinamiento” de las mallas, ver ilustración 4.2.

### 4.3. Método 3C – Formulación General

Además de la consideración de aproximación del campo de desplazamientos, ver ecuación (4.4), en el Método de los 3 campos (3C) se consideran “directamente” las siguientes aproximaciones para los campos de deformaciones/extensiones y esfuerzos/tensiones

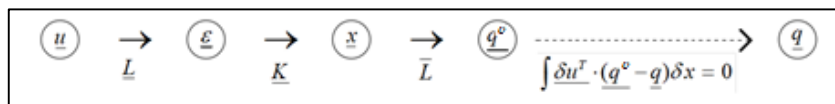


Ilustración 4.1.- Diagrama de Tonti para el Modelo de Elementos Finitos (1 campo).

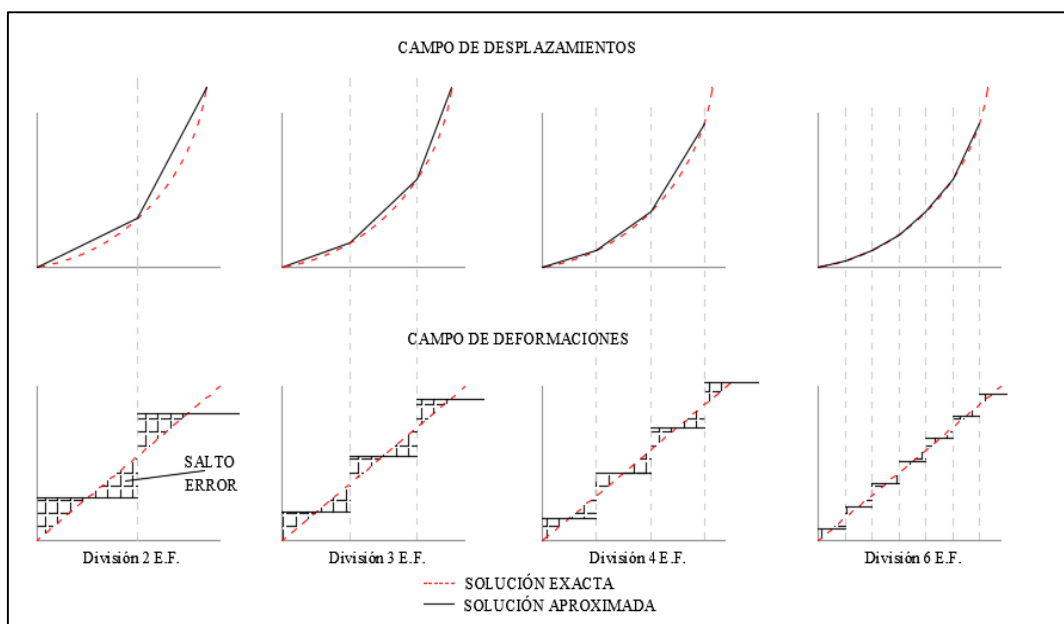


Ilustración 4.2.- Ejemplificación de los errores “saltos” en el Método de elemento finitos (1 campo).

$$\underline{\varepsilon} = \underline{N}_\varepsilon \underline{\varepsilon}_n + \underline{B} \underline{u}_n \quad (4.9)$$

$$\underline{\sigma} = \underline{N}_\sigma \underline{\sigma}_n \quad (4.10)$$

donde  $\underline{\varepsilon}_n$  y  $\underline{\sigma}_n$  son los vectores que contienen respectivamente las deformaciones y tensiones en puntos específicos de la estructura (no necesariamente los nudos usuales de las mallas) y las matrices  $\underline{N}_\varepsilon$  y  $\underline{N}_\sigma$  contienen las funciones de forma de las aproximaciones de los campos de los deformaciones y tensiones. La ecuación gobernativa del Método de elementos finitos 3C ya no solo resulta de la aplicación del principio de trabajos virtuales descrito en la ecuación (4.7), para la aproximación en el campo de los desplazamientos, si no de

$$\int \underline{\delta\sigma}^T (\underline{\varepsilon}^u - \underline{\varepsilon}) dx = 0 \quad (4.11)$$

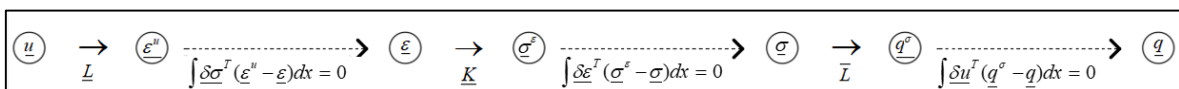
$$\int \underline{\delta\varepsilon}^T (\underline{\sigma}^\varepsilon - \underline{\sigma}) dx = 0 \quad (4.12)$$

Para estas ecuaciones  $\underline{\varepsilon}^u$  y  $\underline{\sigma}^\varepsilon$  se definen de la misma forma que para el método de elementos finitos de un campo conforme a las ecuaciones (4.5) y (4.6), modificando la notación con los superíndices para indicar de qué parámetro fueron aproximados.

$$\underline{\varepsilon}^u = \underline{L} \underline{u} \quad (4.13)$$

$$\underline{\sigma}^\varepsilon = \underline{K} \underline{\varepsilon} \quad (4.14)$$

En el método de los tres campos la aproximación de las deformaciones/extensiones y esfuerzos/tensiones es independiente, lo cual aumenta la calidad de la solución. La ecuación (4.7), que puede ser vista como la ecuación de equilibrio entre las cargas internas y externas, resulta de la aplicación del principio de desplazamientos virtuales. Análogamente, la ecuación (4.11), que resulta del principio de las fuerzas virtuales, “obliga” la compatibilidad del campo de las deformaciones/extensiones  $\underline{\varepsilon}^u - \underline{\varepsilon}$ . De igual forma, la ecuación (4.12), que resulta del principio de las fuerzas virtuales, “obliga” el equilibrio del campo de los esfuerzos/tensiones  $\underline{\sigma}^\varepsilon - \underline{\sigma}$ .



*Ilustración 4.3.- Diagrama de Tonti modificado para el Modelo de Elementos Finitos (3 campos).*

Por tanto, las ecuaciones gobernativas del método resultan de la condición de equilibrio del método de un campo y además de las relaciones de compatibilidad de  $\underline{\varepsilon}'' - \underline{\varepsilon}$  y de auto-equilibrio del campo  $\underline{\sigma}^\varepsilon - \underline{\sigma}$ . De esta forma puede ser modificado el diagrama de Tonti presentado en la ilustración 4.3, para incluir las aproximaciones en los otros parámetros.

## 4.4. Método de 3 campos –elementos viga 1D

En la aplicación del Método 3C a elementos viga 1D, las funciones de forma de desplazamientos  $\underline{N}_u$  son las funciones de Hermite usadas en análisis lineal, ver (Oñate, 2009). Considérese la aproximación de los esfuerzos en la ecuación (4.10), es decir, los momentos flectores  $M$  y esfuerzos axiales  $N$ , agrupados en el vector  $\underline{\sigma} = [M \quad N]^T$ . Por otro lado, tenemos  $\underline{\sigma}_n = [M(0) \quad M(L) \quad N = cte]^T$ . Las funciones de forma de los esfuerzos (tensiones)  $\underline{N}_\sigma$  son así dadas por, ver ilustración 4.4,

$$\underline{N}_\sigma = [N_{\sigma,1} \quad N_{\sigma,2} \quad 1]^T \quad (4.15)$$

con

$$N_{\sigma,1} = 1 - \frac{x}{L} \quad ; \quad N_{\sigma,2} = \frac{x}{L} \quad (4.16)$$

Considérese ahora la aproximación de las deformaciones, es decir las curvaturas  $\chi$  y deformaciones axiales  $\varepsilon_a$ , agrupadas en el vector  $\underline{\varepsilon} = [\chi \quad \varepsilon_a]^T$ , ver ecuación (4.9). Se recuerda que el término  $\underline{B} \underline{u}_n$  está presente en la formulación clásica (1 campo) del MEF.

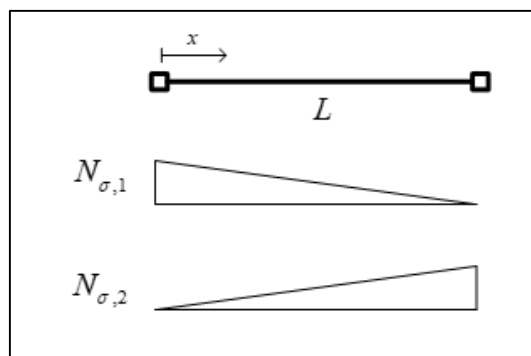


Ilustración 4.4.- Diagrama de funciones de forma de los esfuerzos (tensiones)  $\underline{N}_\sigma$ .

Las posibles diferencias en la aproximación de las deformaciones  $\varepsilon$  se quedan en el término  $\underline{N}_\varepsilon \underline{\varepsilon}_n$  que interpola directamente las deformaciones existentes en un conjunto de puntos de un dado elemento o barra. La formulación implementada en EvalS (Ferreira, 2018) - ver (Ferreira, y otros, 2018a) y ver (Ferreira, y otros, 2018b) – permite considerar para ese término aproximaciones con varios tipo de funciones, como sean, de entre otros,

- funciones sinusoidales,
- polinomios de Lagrange,
- funciones lineales (trapecios) en sub-dominios del elemento,

En esta tesis se optó por usar la tercera opción. En la ilustración 4.5 se presentan las funciones de interpolación para cuatro puntos de interpolación, o sea considerando tres sub-dominios en cada elemento. Se recuerda que esas funciones son usadas para aproximar tanto las curvaturas como las deformaciones axiales.

## 4.5. Ejemplo ilustrativo

### 4.5.1. Encuadramiento general

Seguidamente, se retoma el análisis de la columna presentada en § 3.2. Así, se usará el método 3C para generar las curvas de capacidad del análisis *push-over* de la estructura.

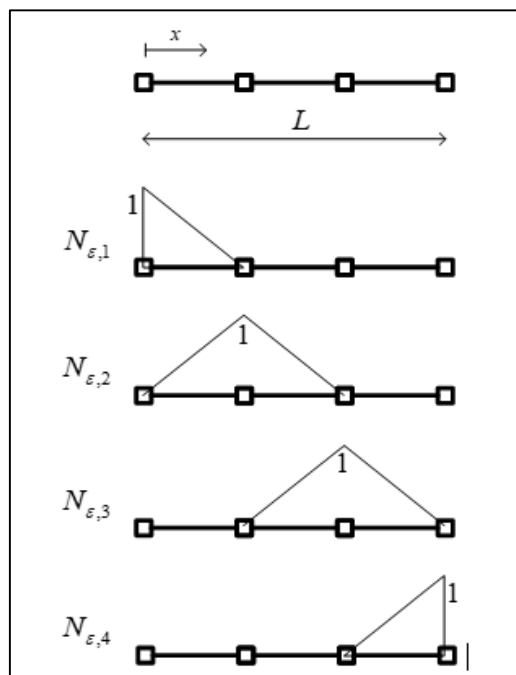


Ilustración 4.5.- Funciones lineales de interpolación para cuatro puntos.

Al mismo tiempo, los resultados obtenidos por el método 3C serán comparados con los obtenidos por el MFF, ver (Gala, 2013) y (Gala, y otros, 2016).

## 4.5.2. Soluciones del método (3C)

En la generación de la curva de capacidad de la columna por el método 3C, se analizarán tres posibilidades para las funciones de aproximación de las deformaciones  $\underline{N}_\varepsilon \underline{\varepsilon}_n$ , ver (4.9),

- Funciones lineales en sub-dominios usando 4 puntos – 3C (4).
- Funciones lineales en sub-dominios usando 10 puntos – 3C (10).
- Funciones lineales en sub-dominios usando 28 puntos – 3C (28).

De esta forma, el subdominio de la aproximación  $i+1$  se obtiene dividiendo el subdominio de la aproximación  $i$  en tres nuevos subdominios, ver ilustración 4.6.

Las figuras 4.7 y 4.8 y las tablas IV.1 y IV.2, comparan las curvas de capacidad originales e idealizadas bilineales para estos modelos. La tabla IV.2 presenta el error en cada solución (incluyendo la solución NLC), por comparación con la solución NLD. La tabla IV.3 siguiente presenta los parámetros relacionados en la determinación del punto de desempeño por análisis *push-over* (Método N2) para las curvas de capacidad presentadas. La tabla IV.4 presenta los errores relativos de cada solución por comparación con la solución “exacta” (NLD). La ilustración 4.9 representa el diagrama de curvaturas correspondientes a cada modelo utilizando el método 3C.

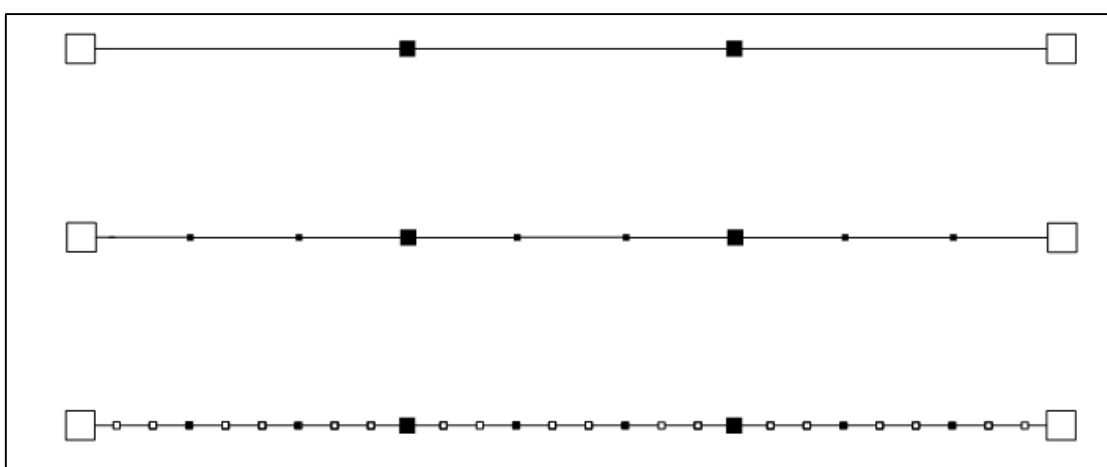


Ilustración 4.6.- Puntos considerados para las deformaciones  $\underline{N}_\varepsilon \underline{\varepsilon}_n$ .

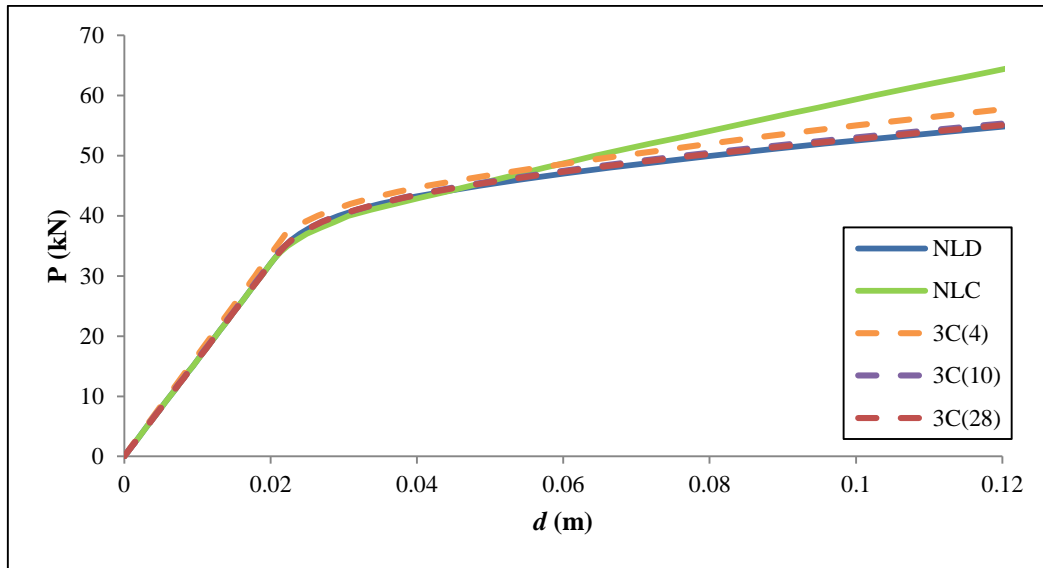


Ilustración 4.7.- Comparación curva de capacidad NLD vs NLC vs 3C.

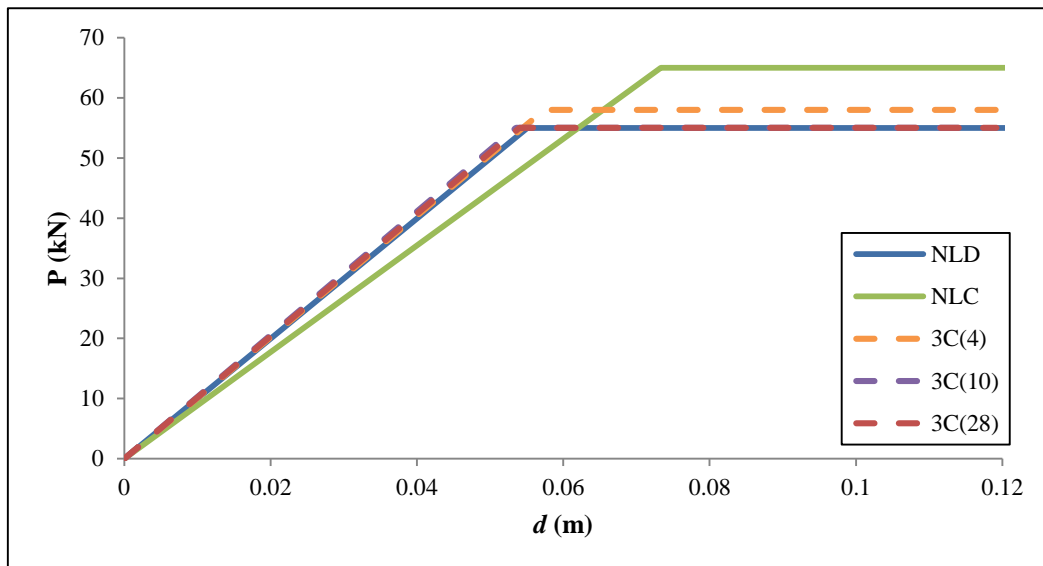


Ilustración 4.8.- Comparación curva de capacidad bilineal NLD vs NLC vs 3C.

Tabla IV.1.- Comparación de los parámetros de curva de capacidad con el modelo 3C.

	NLD	NLC	3C(4)	3C(10)	3C(28)
$F_y^*$ (kN)	55.00	65.00	58.00	55.00	55.00
$d_m^*$ (m)	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12
$d_y^*$ (m)	0.06	0.07	0.06	0.05	0.05

Tabla IV.2.- Comparación de errores relativos 3C vs NLD.

	NLD	NLC	3C(4)	3C(10)	3C(28)
$F_y^*$	-	18.2	5.5	0.0	0.0
$d_m^*$	-	0.8	0.5	-3.7	-1.6
$d_y^*$	-	33.1	4.2	-2.8	-1.6

Tabla IV.3.- Comparación de resultados de análisis push-over 3C vs NLD.

	<b>NLD</b>	<b>NLC</b>	<b>3C(4)</b>	<b>3C(10)</b>	<b>3C(28)</b>
$T^*$ (s)	1.77	1.88	1.76	1.75	1.76
$S_{ae}(T^*)$ (m/s <sup>2</sup> )	0.85	0.80	0.85	0.86	0.85
$d_{et}^* = d_t^*$ (m)	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07
$a_y^*$ (m/s <sup>2</sup> )	0.69	0.82	0.73	0.69	0.69
$q_u = \mu$	1.22	1.00	1.17	1.24	1.23

Tabla IV.4.- Comparación de errores relativos resultados de análisis push-over 3C vs NLD.

	<b>NLD</b>	<b>NLC</b>	<b>3C(4)</b>	<b>3C(10)</b>	<b>3C(28)</b>
$T^*$	-	6.1	-0.6	-1.4	-0.8
$S_{ae}(T^*)$	-	-5.9	0.6	1.1	0.6
$d_{et}^* = d_t^*$	-	6.0	-0.6	-1.7	-1.1
$a_y^*$	-	18.2	4.6	0.0	0.0
$q_u = \mu$	-	-18.2	-4.6	1.1	0.6

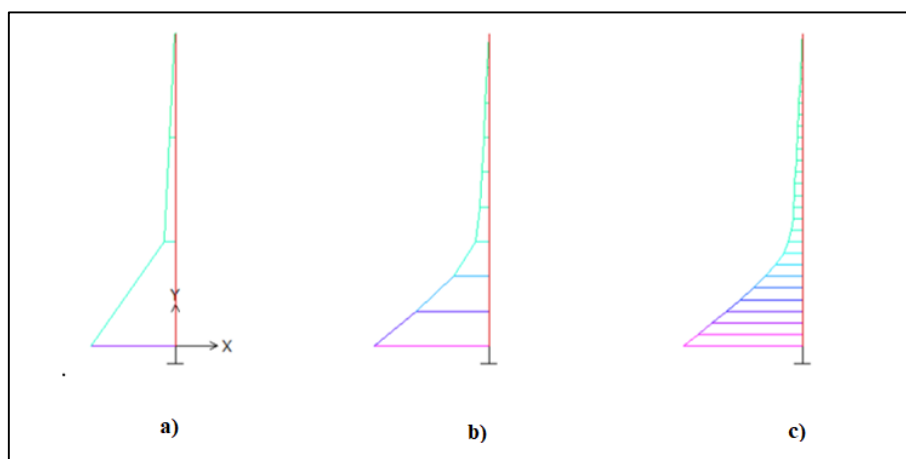


Ilustración 4.9.- Diagrama de curvaturas a) 3C (4) b) 3C (10) c) 3C (28)

### 4.5.3. Soluciones MFF

Los resultados de los ejemplos estudiados en la tesis con el método 3C serán comparados con los obtenidos por el MFF, ver (Gala, 2013) y (Gala, y otros, 2016). El MFF es un método de análisis no lineal del primer tipo (MD) que todavía considera un campo de deformaciones mejorado, aproximando la calidad de las soluciones de las proporcionadas por los métodos MF y/o mixto. En la ilustración 4.10 se representan los campos de deformaciones (curvaturas  $\chi$  y deformaciones axiales  $\varepsilon$ ) modelados por el MFF. Es importante señalar que, contrariamente al que sucede en el MFF, los métodos de análisis no lineal basados en formulaciones clásicas MD consideran deformaciones axiales

constantes. Así, esa es una gran ventaja del MFF con respecto a estos métodos. Finalmente, se señala que recientemente hay sido desarrollado un elemento finito mejorado, del tipo MD, ver (Ferreira, y otros, 2017), que expande los conceptos del MFF y que, en particular, permite considerar campos de deformaciones más complejos que los del MFF, representados en la ilustración 4.10.

En esta sección se presentan los resultados del análisis *push-over* de la columna, cuando se consideran de curvas de capacidad generadas por el MFF. Una vez que, en el MFF, es necesario realizar el refinamiento del modelo para obtener mejores resultados, se tomarán los siguientes mallados, con elementos de longitud uniforme:

- i) modelo de división en 3 elementos – (3el);
- ii) modelo de división en 9 elementos – (9el);
- iii) modelo de división en 27 elementos – (27el)

Se señala que cada modelo se obtiene de tal forma que cada elemento del modelo  $i$  se subdivide en tres nuevos elementos en el modelo  $i+1$ . Es importante señalar la correspondencia entre las mallas de elementos del MFF y los subdominios usados en el método de los 3 campos.

Las ilustraciones 4.11 y 4.12 y las tablas IV.5 y IV.6 comparan las varias curvas de capacidad, originales e idealizadas bilineales, para los modelos MFF(3el) a MFF(27el). Se presentan los resultados de la solución “exacta” NLD y del modelo NLC para comparación.

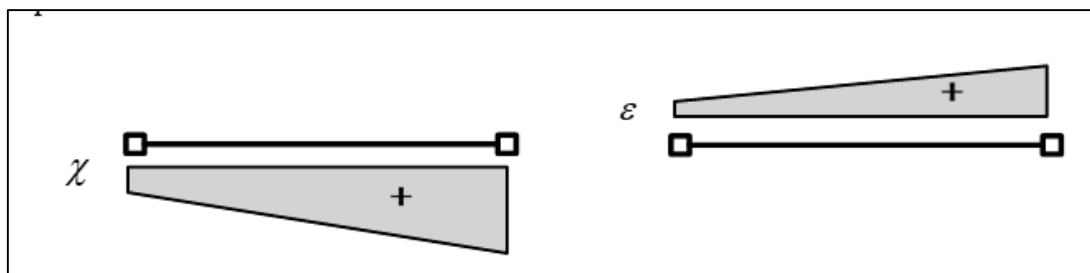
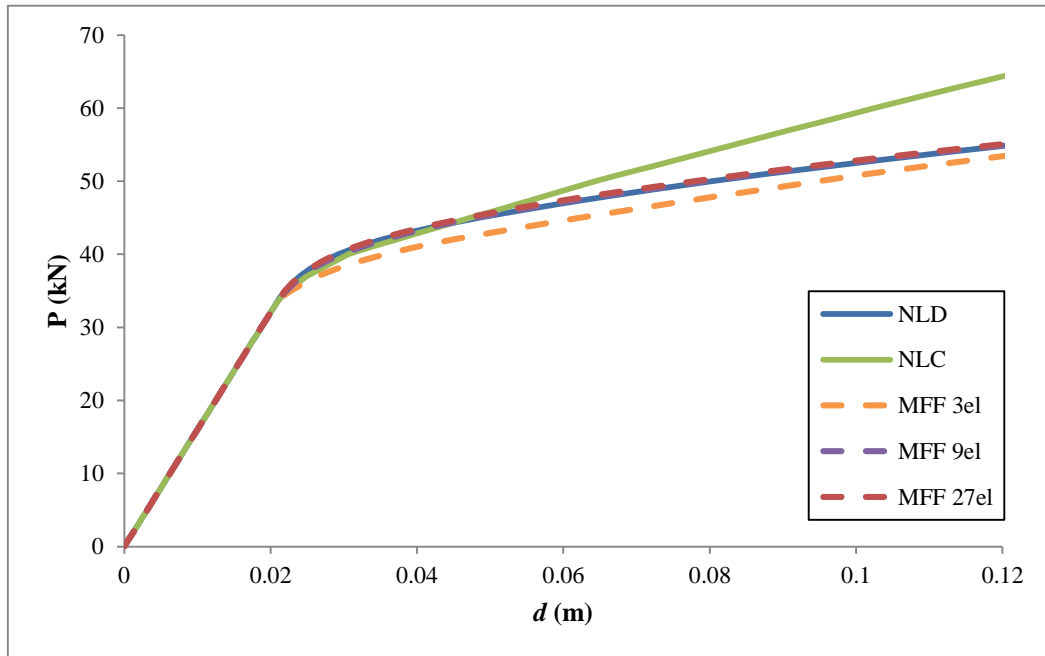


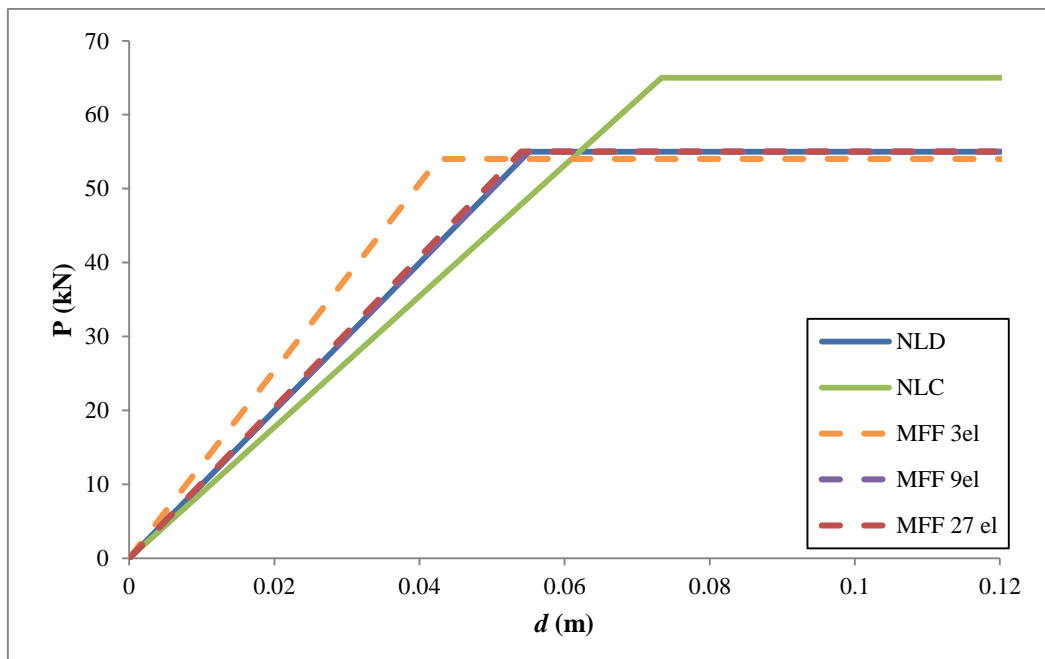
Ilustración 4.10.- Campos de deformaciones en el MFF.

La tabla IV.6 presenta el error de cada solución, incluyendo la solución NLC, por comparación con la solución “exacta” NLD. En la tabla IV.7 se presentan los parámetros relacionados con la determinación del punto de desempeño mediante el análisis *push-over* (método N2), para las curvas de capacidad presentadas. La tabla IV.8 presenta los errores

relativos de cada solución por comparación con la solución “exacta” (NLD). La ilustración 4.13 representa el diagrama de curvaturas correspondientes a cada modelo utilizando el método MFF (modelos 3el, 9el y 27el).



*Ilustración 4.11.- Comparación curva de capacidad NLD vs NLC vs MFF.*



*Ilustración 4.12.- Comparación curva de capacidad bilineal NLD vs NLC vs MFF.*

Tabla IV.5.- Comparación de los parámetros de curva de capacidad con el modelo MFF.

	NLD	NLC	MFF 3el	MFF 9el	MFF 27el
$F_y^*$ (kN)	55.00	65.00	54.00	55.00	55.00
$d_m^*$ (m)	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12
$d_y^*$ (m)	0.06	0.07	0.04	0.05	0.05

Tabla IV.6.- Comparación de errores relativos MFF vs NLD.

	NLD	NLC	MFF 3el	MFF 9el	MFF 27el
$F_y^*$	-	18.2%	-1.8%	0.0%	0.0%
$d_m^*$	-	0.8%	2.5%	-0.7%	-2.0%
$d_y^*$	-	33.1%	-22.6%	-0.5%	-1.9%

Tabla IV.7.- Comparación de resultados de análisis push-over MFF vs NLD.

	NLD	NLC	MFF 3el	MFF 9el	MFF 27el
$T^*$ (s)	1.77	1.88	1.57	1.77	1.75
$S_{ae}(T^*)$ (m/s <sup>2</sup> )	0.85	0.80	0.96	0.85	0.86
$d_{et}^* = d_t^*$ (m)	0.07	0.07	0.06	0.07	0.07
$a_y^*$ (m/s <sup>2</sup> )	0.69	0.82	0.68	0.69	0.69
$q_u = \mu$	1.22	1.00	1.40	1.22	1.24

Tabla IV.8.- Comparación de errores relativos resultados de análisis push-over MFF vs NLD.

	NLD	NLC	MFF 3el	MFF 9el	MFF 27el
$T^*$	-	6.1%	-11.2	-0.2	-1.0
$S_{ae}(T^*)$	-	-5.9%	12.7	0.0	1.1
$d_{et}^* = d_t^*$	-	6.0%	-11.1	-0.5	-0.8
$a_y^*$	-	18.2%	-1.5	0.0	0.0
$q_u = \mu$	-	-18.2%	14.8	0.0	1.1

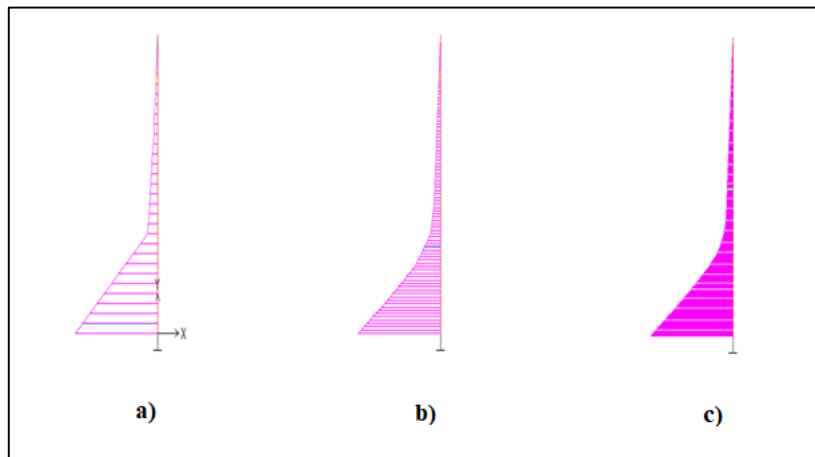


Ilustración 4.13.- Diagrama de curvaturas a) MFF 3el b) MFF 9el c) MFF 27el.

## 5. Caso de Estudio

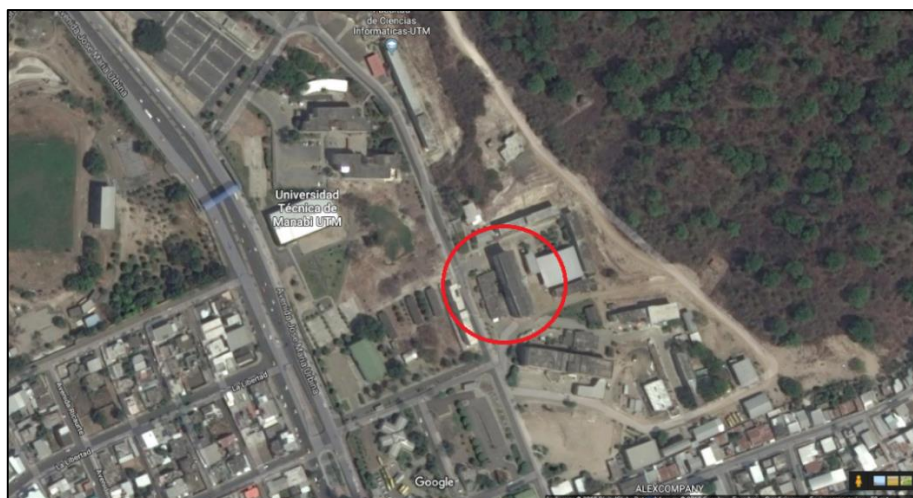
---

En este capítulo se presentan los resultados de la aplicación del método de los tres campos en la generación de la curva de capacidad de un pórtico del edificio de la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación (FFLCE) de la Universidad Técnica de Manabí (UTM) ver ilustración 5.1. Este edificio afectado por el terremoto del 16 de abril ha sido objeto de varios estudios enfocados en determinar las propiedades y características de este edificio (Galarza, y otros, 2018) y (Vera, 2018).

El edificio de la FFLCE se localiza en el campus principal de la UTM, específicamente en las coordenadas (WGS84) S 1° 2' 41.449" O 80° 27' 14.835" ver ilustración 5.2.



*Ilustración 5.1.- Edificio FFLCE – UTM – Estado actual.*



*Ilustración 5.2.- Localización del edificio de la FFLCE.*

## 5.1. Descripción de la estructura

El edificio tiene una estructura en hormigón armado que de acuerdo a los planos de proyecto. La estructura de la FFLCE se compone de tres bloques independientes que componen un solo elemento simétrico con distancias de paños intercaladas de 6.70 m. y 7.00 m. en el eje horizontal y 6.49 m. en el eje vertical con un voladizo de 1.60 m. La estructura cuenta con cuatro andares con alturas de 4.25 m en el piso de planta baja y tres pisos de planta alta con altura de 3.30 m. Presenta una geometría rectangular cada bloque de 3x4 ejes. Para el objeto de estudio se selecciona el pórtico A, consistente en un pórtico de dos vanos y cuatro andares y un voladizo de longitud libre 1.35 m.

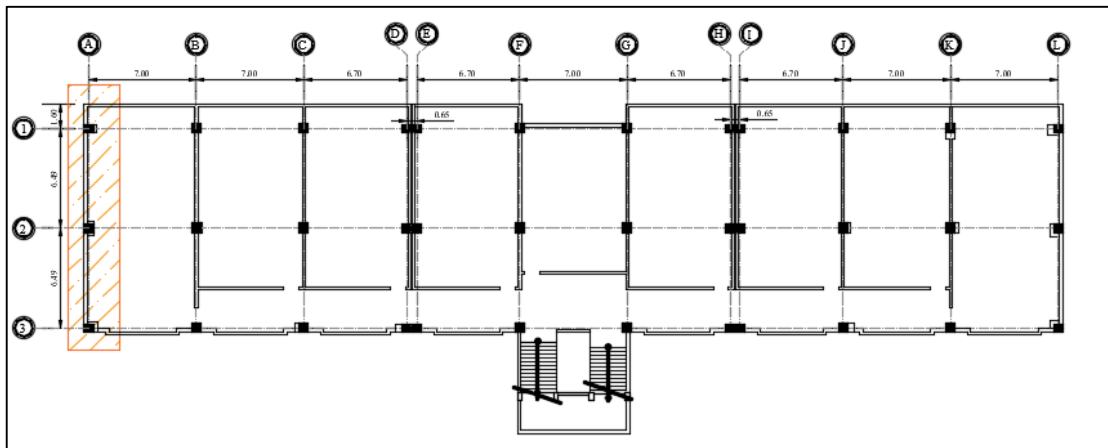


Ilustración 5.3.- Planta arquitectónica tipo y selección del caso de estudio.

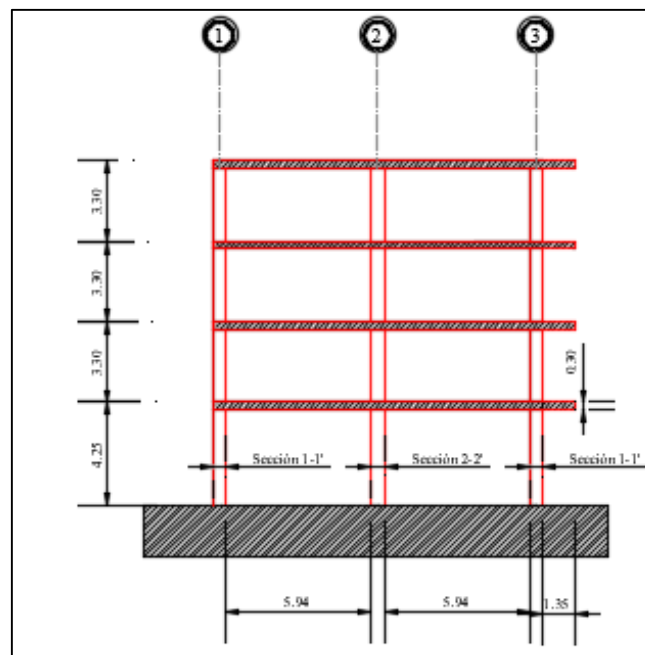


Ilustración 5.4.- Elevación arquitectónica y selección del caso de estudio.

Las dimensiones de los pilares fueron tomadas del plano del proyecto y las armaduras corresponden a las determinadas por ensayos de detección de barras (Lopera, 2017).

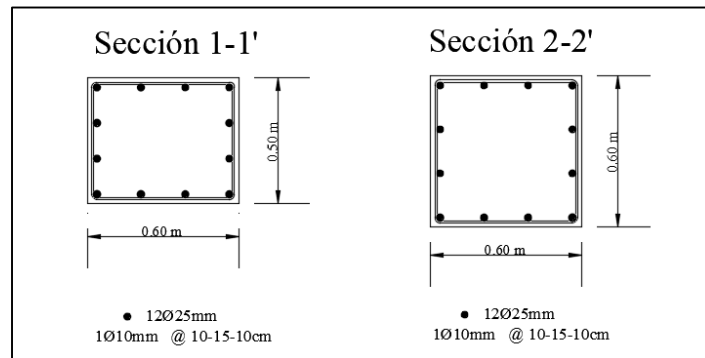


Ilustración 5.5.- Secciones transversales de las columnas.

### 5.1.1. Caracterización de las vigas del pórtico

Las secciones transversales del edificio son conocidas a partir del plano, y complementadas a partir del estudio para la determinación de la calidad del hormigón (Lopera, 2017). Sin embargo, no se sabe si existe una armadura típica de vigas embebidas. Por tanto, se tomó la iniciativa de asumir la existencia de vigas con altura idéntica a la de la losa ( $e = 0.30$  m) y con una base de 1.05m, de acuerdo con las disposiciones del (ACI 318M-08, 2008).

La armadura adoptada corresponde a la presentada en la ilustración 5.6. Se escogió esta armadura siguiendo dos criterios. En primer lugar, la armadura existente (conocida) en los pilares, en segundo lugar, se hizo un cálculo simplificado basado en el *Direct Design Method* (DDM) (ACI 318M-08, 2008) y (PCA, 2011) para determinar las áreas de armaduras mínimas resistente a cargas gravíticas. Este cálculo se presenta en el anexo I.

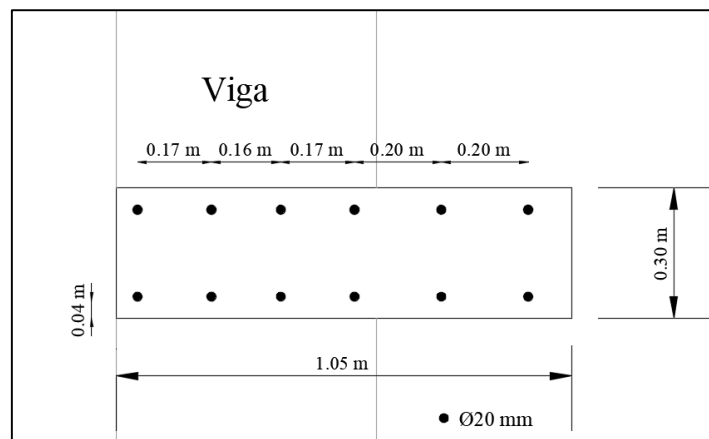


Ilustración 5.6.- Sección transversal de viga.

## 5.1.2. Caracterización de los materiales

---

La estructura está conformada por hormigón armado, por lo tanto, es necesario caracterizar los materiales que lo constituyen definiendo las propiedades mecánicas de cada material, tomando los valores medios realizados en el estudio de calidad del hormigón para el edificio de la FFLCE (Lopera, 2017) y adaptándolo a modelos de comportamiento del material para el análisis no lineal.

### 5.1.2.1. Hormigón

---

De acuerdo a lo determinado por (Lopera, 2017) en 60 probetas realizadas en las columnas de la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación, se determinó mediante pruebas esclerométricas y ensayos Pundit empleando la normativa (ASTM-C597, 2009) y (ASTM-C805, 2013) la magnitud de la velocidad de pulso sónico y a partir de esta se aproximó el módulo de elasticidad del hormigón a 17.91 GPa. Los valores de resistencia a la compresión determinados en el estudio realizados por (Lopera, 2017), son los mostrados en la Tabla V.1

*Tabla V.1.-Valores de resistencia a la compresión estimadas a partir de ensayos (Lopera, 2017).*

<b>PROPIEDAD</b>	<b>Valor en Kg/cm<sup>2</sup></b>	<b>Valor en MPa</b>
Resistencia probable promedio PUNDIT	238.78	23.42
Resistencia probable promedio Ensayo Esclerométrico	248.34	24.35

Con estos valores se asumió un valor promedio de 23.88 MPa para resistencia a la compresión del material. Se consideró una extensión al pico de 2 mm/m. como valores normales para hormigón de esta resistencia y se construyó el diagrama esfuerzo-deformación. Sobre la base de estos datos se construyó el diagrama esfuerzo-deformación no lineal “parábola-rectángulo” representado en la ilustración 5.7.

### 5.1.2.2. Acero

---

Para el acero se estableció un modelo de comportamiento bilineal constituido por dos ramas, ver ilustración 5.8. Al no contar con información relacionada a las características del acero en el estudio experimental realizado por (Lopera, 2017), se asumió propiedades

normales del acero utilizado regularmente (Acero  $f_{yd} = 4200 \text{ Kg/cm}^2$ ). Para el primer ramal que expresa el comportamiento lineal del acero el valor máximo de la tensión  $f_{yd}$  es de 411.88 MPa con un módulo de elasticidad  $E$  de 200 GPa, el segundo ramal en el que se superó el punto máximo de esfuerzo para el cual el acero recupera su forma original sin presencia de deformaciones permanentes, el módulo de endurecimiento es  $E_h = 0.21 \text{ GPa}$  y la deformación última es  $\varepsilon_u = 0.05 \text{ mm/m}$  ver ilustración 5.8.

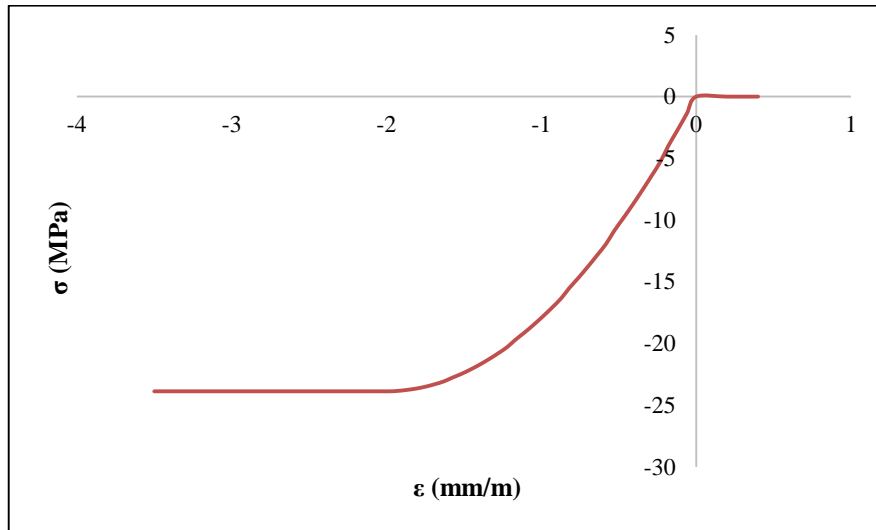


Ilustración 5.7.-Diagrama esfuerzo – deformación del hormigón.

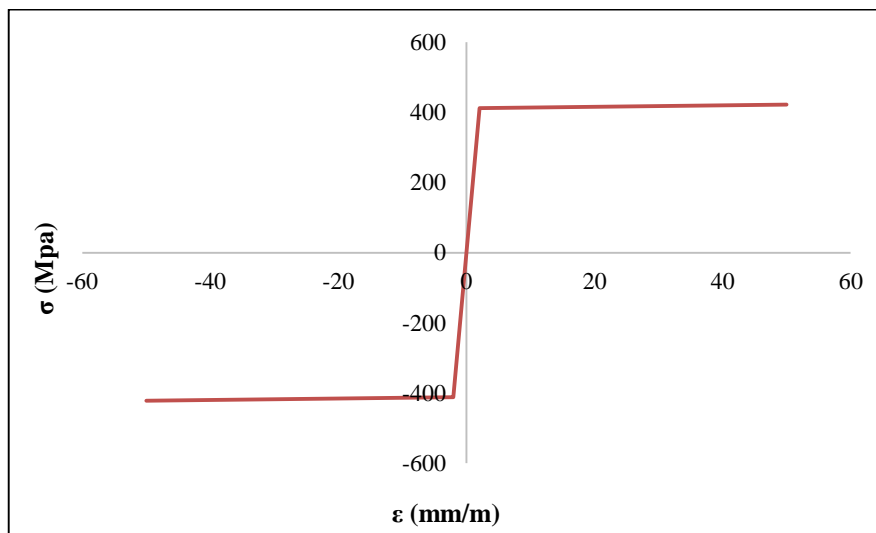


Ilustración 5.8.-Diagrama esfuerzo – deformación del acero.

## 5.2. Cargas y combinaciones

Las cargas permanentes están constituidas por los pesos de todos los elementos que actúan en permanencia sobre la estructura. Son elementos tales como: muros, paredes, recubrimientos, instalaciones sanitarias, eléctricas, mecánicas, máquinas y todo artefacto

integrado permanente a la estructura (NEC, 2014). Se consideró una carga de 1.00 KN/m<sup>2</sup> representando el valor de esos elementos no estructurales fijos. Para el peso propio del hormigón armado se consideró el valor 25.00 KN/m<sup>3</sup> que, por un espesor de la losa de 0.3 m, corresponde a 7.50 KN/m<sup>2</sup>. La carga permanente totaliza así un valor total de  $D = 8.50 \text{ KN/m}^2$ .

La carga viva, también llamada sobrecargas de uso, que se utilizara en el cálculo, depende de la ocupación a la que está destinada la edificación y están conformadas por los pesos de personas, muebles, equipos y accesorios móviles o temporales, mercadería en transición, y otras (NEC, 2014), con un valor estimado de  $L = 3.60 \text{ KN/m}^2$  para zonas de reunión de personas.

Para la construcción de curvas de capacidad, necesaria por el análisis *push-over*, se considera un patrón de carga horizontal, que se incrementa hasta que se alcance la rotura, manteniendo una carga vertical con el valor casi-permanente. Se obtiene así la siguiente combinación de carga

$$U_{qp} = D + 0.3L + \zeta H \quad (5.1)$$

donde:

- $D$  es la carga muerta;
- $L$  es la carga viva o carga de uso;
- $H$  es la carga horizontal;
- $\zeta$  es el parámetro de carga horizontal;

### 5.2.1. Acción Sísmica

---

Para determinar el desempeño de la estructura es necesario calcular las sollicitaciones de acciones externas (demanda), las cuales fueron consultadas del estudio de microzonificación del área urbana de Portoviejo y sus cabeceras parroquiales rurales (Escuela Politécnica Nacional EPN, 2017) y a partir de la ubicación del edificio de estudio, ver ilustración 5.9, se selecciona la microzona sísmica la cual para este caso específico corresponde a la microzona M3. Para esta zona se le asigna un espectro de respuesta para un período medio de retorno de 475 años, con los parámetros que muestran en la ilustración 5.10.

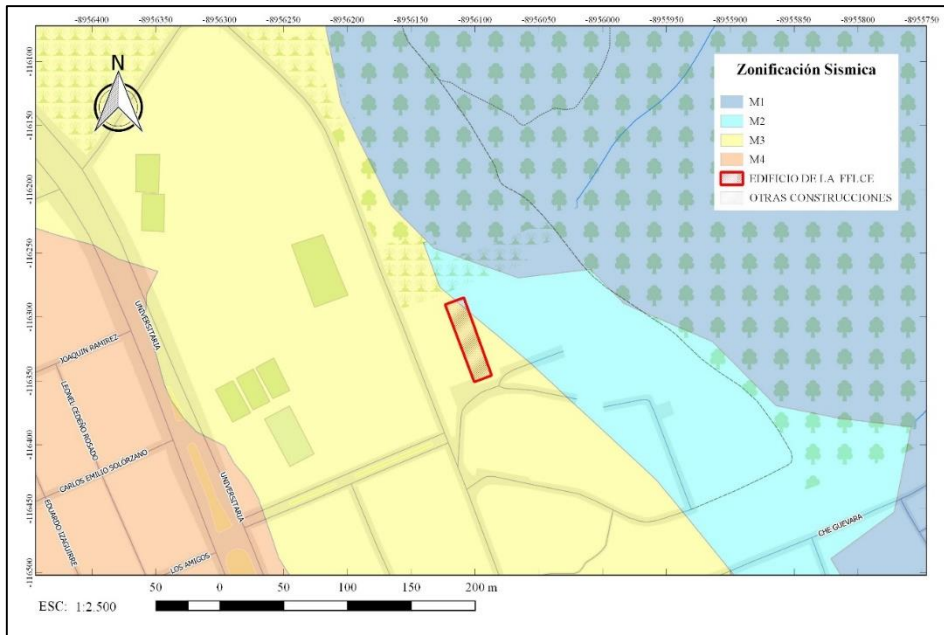


Ilustración 5.9.- Localización del edificio en el estudio de microzonificación sísmica (EPN 2017)

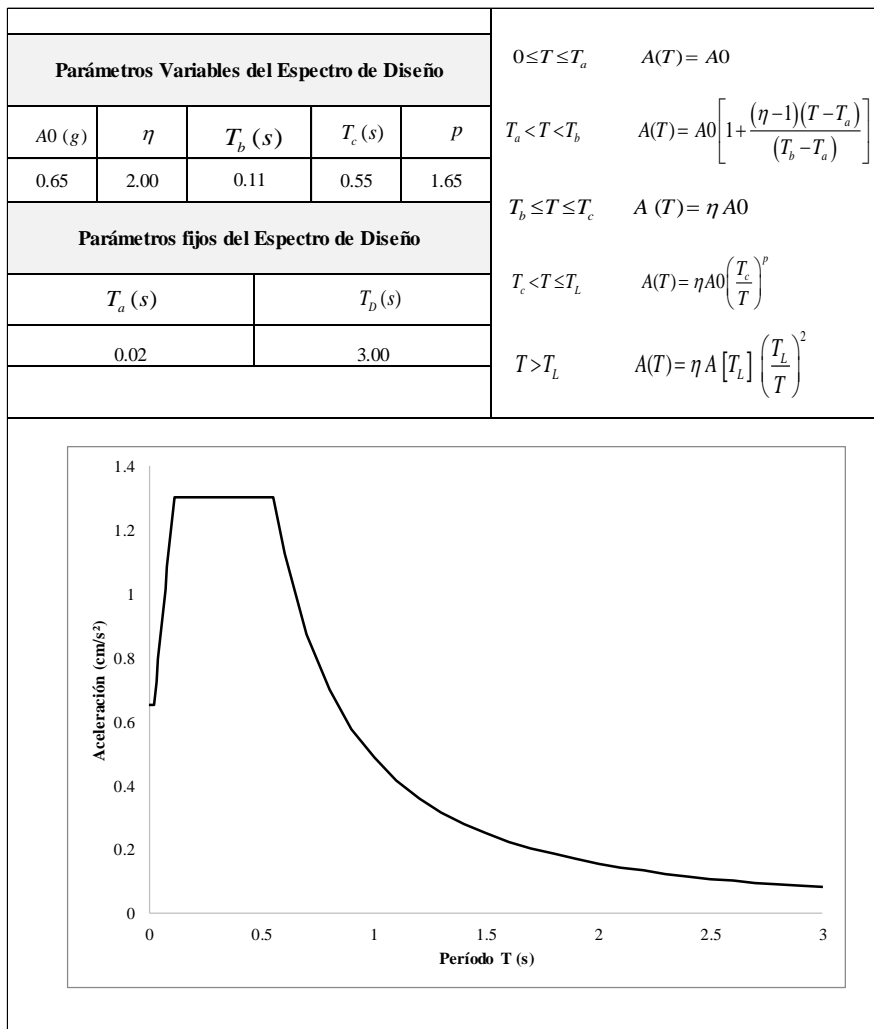


Ilustración 5.10.- Definición del espectro de respuesta elástica para el caso de estudio.

Finalmente, a partir del espectro de respuesta elástico, se construye el pseudo-espectro de respuesta (formato ADRS), ver ilustración 5.11, el cual se utilizará para realizar la comparación con las curvas de capacidad.

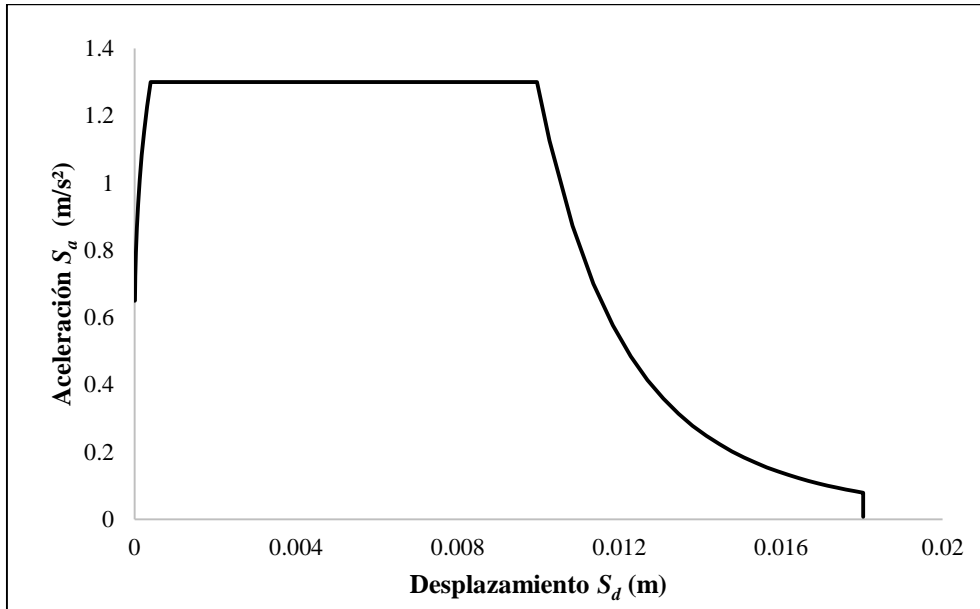


Ilustración 5.11.- Definición del pseudo-espectro de respuesta elástica en formato ADRS.

### 5.3. Generación de las curvas de capacidad

---

En esta sección, se presentan los aspectos relacionados con la generación de las curvas de capacidad requeridas por la análisis *push-over* por el método N2, ver (Fajfar, y otros, 2000) ver (EC8, 2011) y, del pórtico que se presenta en § 5.1. Como es sabido, las curvas de capacidad deben considerar el comportamiento no lineal de los materiales, siendo opcional considerar el comportamiento geométricamente no lineal. De este modo, se consideran dos modelos de análisis:

- i) El modelo de análisis materialmente no lineal, (MNA - *Materially Nonlinear Analysis*);
- ii) El modelo de análisis material y geométrico no lineal (GMNA - *Geometrically and Materially Nonlinear Analysis*);

Las curvas de capacidad fueron generadas por el Método de los 3 campos (3C) y comparadas con las obtenidas por MFF. Es importante señalar que ambos métodos están programados en el software EvalS (Ferreira, 2018), que se utilizó para realizar todas las modelaciones. Se recuerda que el objetivo central es evaluar la ventaja del uso del método de los tres campos (3C) en la generación de la curva de capacidad en el análisis *push-*

*over*. En particular, se pretende evaluar las ventajas de la introducción de las aproximaciones para el cálculo de los desplazamientos, deformaciones y esfuerzos del método 3C en relación al MFF, por la determinación de la curva de capacidad del pórtico de estudio.

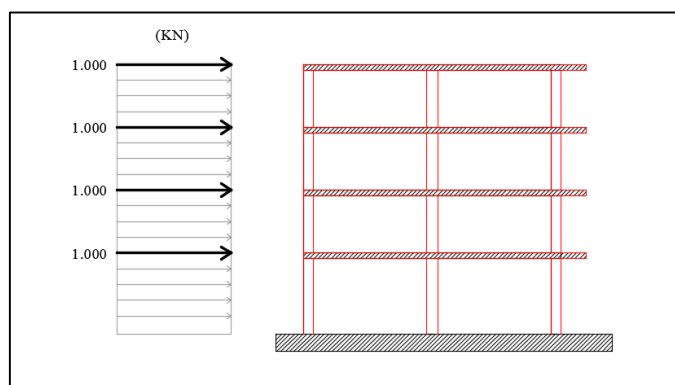
### 5.3.1. Patrón de carga

---

Para obtener la curva de capacidad de una estructura, es necesario aplicar un método de empuje incremental o análisis *push-over*, el cual consiste en aplicar a la estructura una carga monótona lateral de forma incremental (pasos de carga) hasta que la estructura llegue al colapso.

Para cada paso de carga, la relación entre el corte basal ( $V$ ) y el desplazamiento del nodo de control ( $d$ ), define la curva de capacidad (Fajfar, y otros, 2000). La curva de capacidad se construye generalmente empleando una distribución de cargas laterales las correspondientes a patrones de carga que representen los modos de vibración de la estructura. Por tanto, se asumen dos patrones de carga:

- i) Patrón de carga constante en todos los pisos de la estructura, ver ilustración 5.12
- ii) Patrón de carga proporcional al primer modo de vibración de la estructura (PMV), ver ilustración 5.13, lo cual está basado en asumir que este es el modo fundamental que representa la respuesta de la estructura. Para esto se determinó el primer modo de vibración en el EvalS (Ferreira, 2018), ver ilustración 5.14.



*Ilustración 5.12.-Parámetro de carga de patrón constante para toda la estructura.*

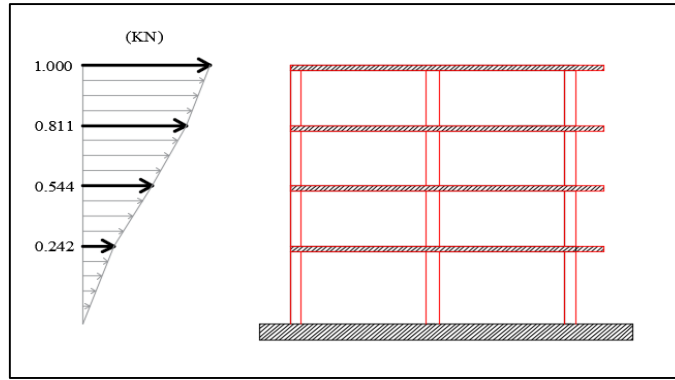


Ilustración 5.13.-Parámetro de carga de patrón proporcional al primer modo de vibración.

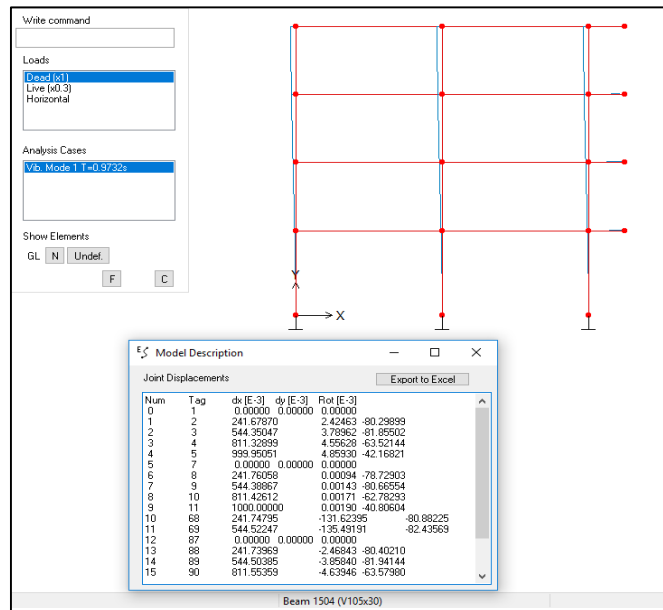


Ilustración 5.14.-Primer modo de vibración de la estructura.

Para este caso el factor de conversión de la estructura a un oscilador de un grado de libertad ( $\Gamma$ ), se calculó aplicando la ecuación (2.3), considerando que la masa para cada piso ( $m_i$ ) es igual a  $(D+0.3L)/g$ , como se muestra en la tabla V.2.

Tabla V.2.-Cálculo del factor de conversión  $\Gamma$

	$m_i$ Kg	$\phi_i$ -	$m_i \times \phi_i$ Kg	$m_i \times \phi_i^2$ Kg
Piso # 4	50684.29	1.000	50684.29	50684.29
Piso # 3	50684.29	0.811	41119.16	33359.16
Piso # 2	50684.29	0.544	27584.72	15012.87
Piso # 1	50684.29	0.242	12244.38	2958.02
		$\Sigma$	<b>131632.55</b>	<b>102014.33</b>

Por lo tanto, el factor de conversión  $\Gamma$  es de 1.29.

## 5.3.2. Modelación de las propiedades no lineales de los materiales

Para considerar el comportamiento no lineal de los materiales, es decir, la variación entre la relación constitutiva entre tensiones y deformaciones dentro del software EvalS (Ferreira, 2018), se definieron las características de no linealidad del material para el hormigón y el acero, conforme se presenta en las ilustraciones 5.15 y 5.16.

Las propiedades no lineales de los materiales del acero y hormigón son atribuidas a un conjunto de fibras en el cual cada sección transversal es dividida, es decir: EvalS (Ferreira, 2018) implementa un modelo de fibras. Así, las armaduras de acero son modeladas por fibras puntuales, ver ilustraciones 5.17 a 5.19. Por otro lado, para el hormigón, es decir, la sección transversal, se divide en un número arbitrario de láminas en el cual las tensiones actuantes se consideran constantes. Se tomó la opción de usar una división en 60 fibras por las columnas y una división en 30 fibras por las vigas, ver ilustraciones 5.17 a 5.19. Así, todas las fibras tienen un espesor de 1 cm.

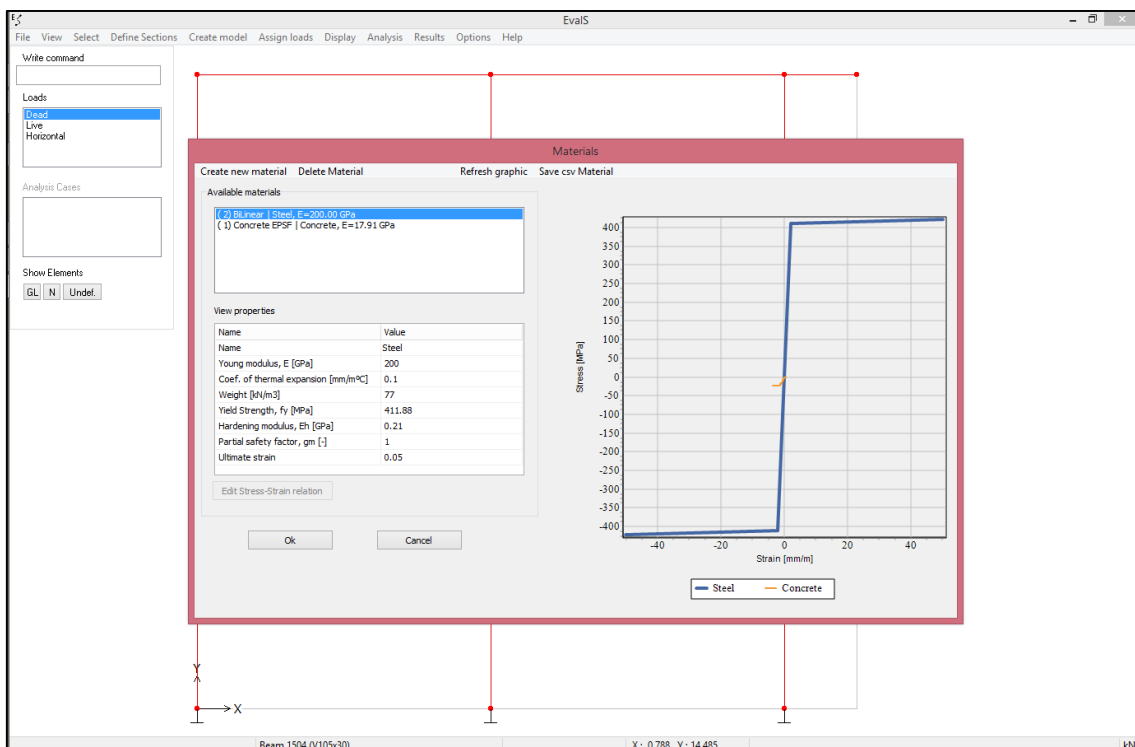


Ilustración 5.15.- Ingreso de las propiedades de material del acero.

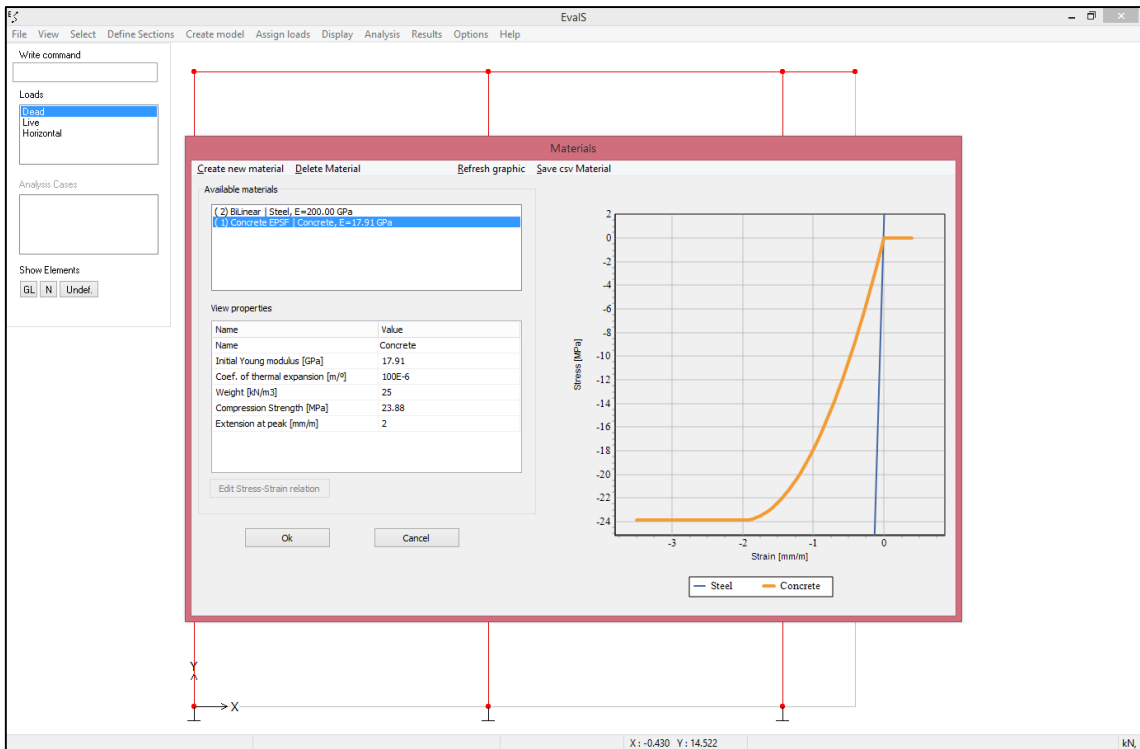


Ilustración 5.16.- Ingreso de las propiedades de material del hormigón.

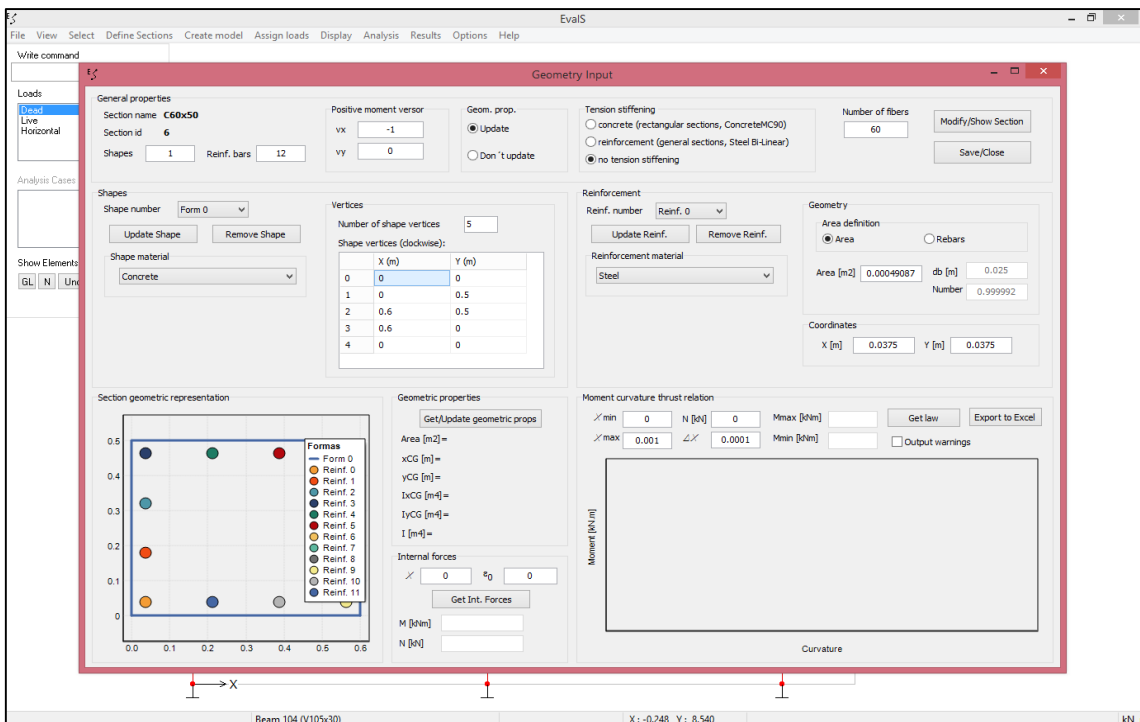


Ilustración 5.17.- Ingreso de las propiedades de sección transversal columna de 50x60 cm.

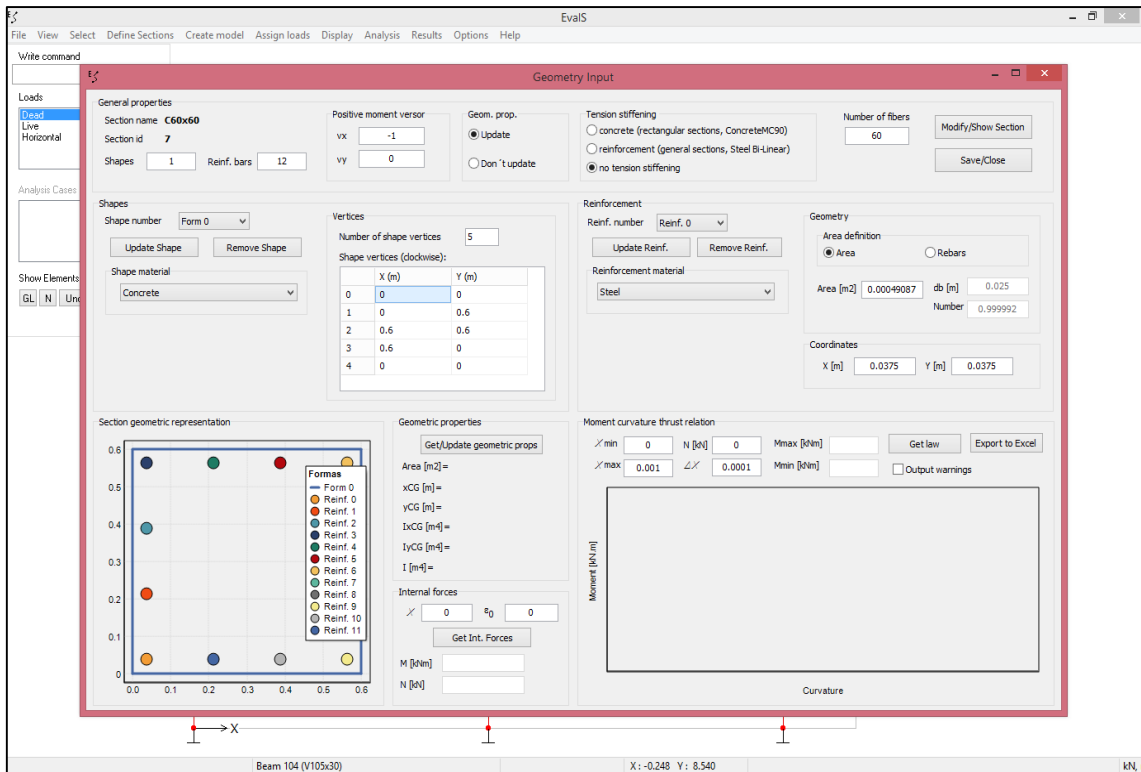


Ilustración 5.18.- Ingreso de las propiedades de sección transversal columna de 60x60 cm.

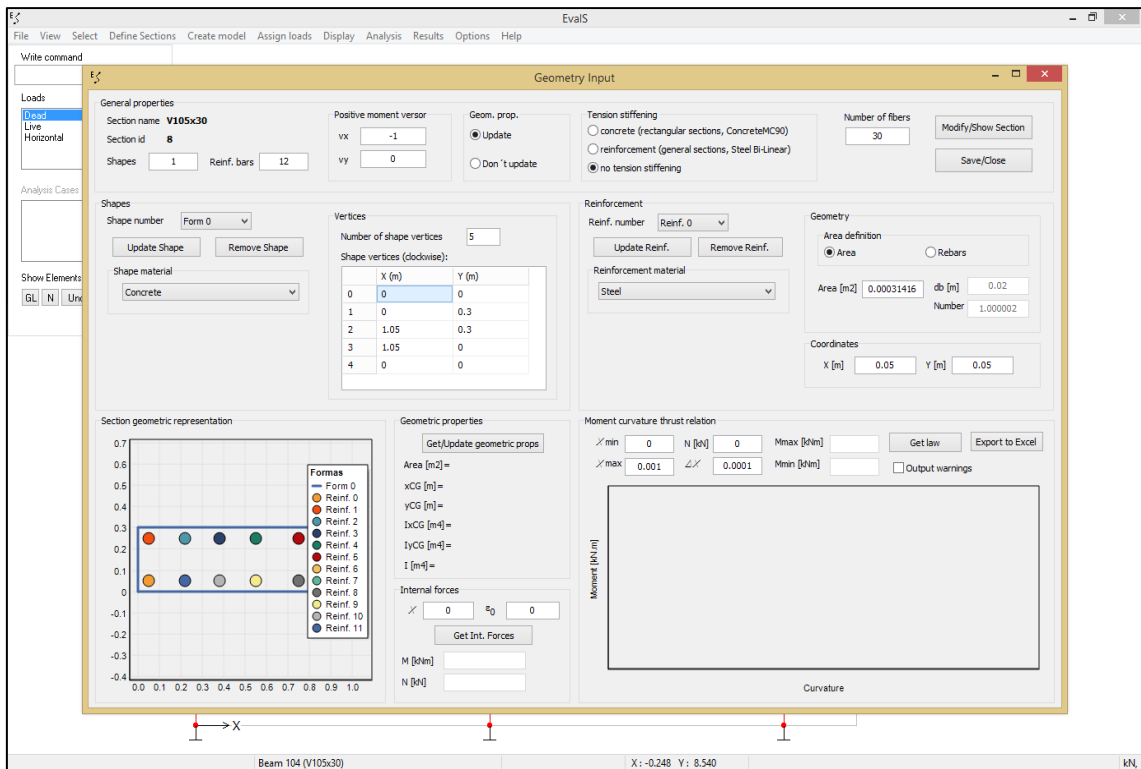


Ilustración 5.19.- Ingreso de las propiedades de sección transversal viga de 105x30 cm.

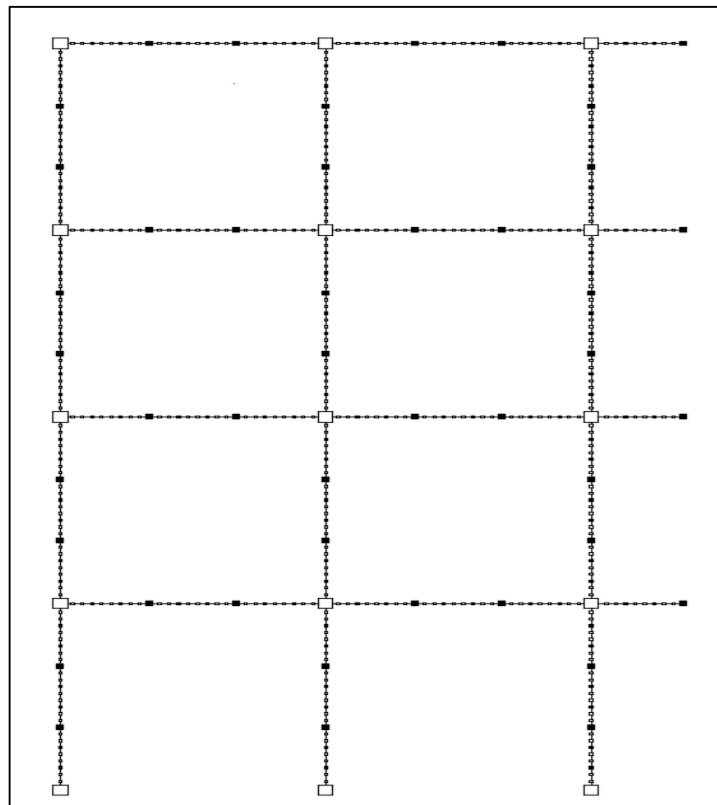
### 5.3.3. Convergencia del refinamiento de las mallas de elementos en el MFF

---

En el MFF es necesario realizar el refinamiento del modelo para obtener mejores resultados, ya que las aproximaciones para el cálculo de esfuerzos y deformaciones tienen “errores” para mallas “groseras”. Este refinamiento consiste en realizar la división de cada elemento estructural (viga y pilar), tornándose necesario hacer un estudio de convergencia del refinamiento de las mallas.

Para realizar esas pruebas de sensibilidad en mallados, al menos tres casos de mallado con diferentes tamaños de elementos deberán ser probados, ver (FIB, 2010), cuando al menos dos mallados de diferentes densidades no provean suficientes resultados similares, el modelo numérico considerado deberá considerarse como no objetivo (FIB, 2010).

Para ello se procede a realizar tres mallados sucesivos, dividiendo cada elemento de un mallado en tres elementos (modelo 3el, modelo 9el y modelo 27el), ver ilustración 5.20. Para el análisis de los resultados obtenidos para cada modelo mediante el método MFF, se establecen bajo parámetros de control para determinar que existe convergencia en los resultados obtenidos lo cual permite establecer un buen grado de confiabilidad.



*Ilustración 5.20.- División del modelo para análisis de convergencia*

El principal parámetro de control corresponde a los valores más representativos de desplazamiento, es decir:

- $d_{13}$  - valor máximo del desplazamiento horizontal (en el nudo 13) cuando actúa la máxima carga horizontal  $\zeta_{\max}$ , ver ilustración 5.21 y 5.22.

Finalmente, como parámetro de control de menor relevancia, una vez que se considere se exista la convergencia en el parámetro anterior, se considera los siguientes parámetros:

- $M_2$  - valor máximo del momento flector (en el nudo 2), cuando actúa la máxima carga horizontal  $\zeta_{\max}$ , ver ilustración 5.21 y 5.23.
- $M_{14}$  - valor máximo del momento flector (en el nudo 14), cuando  $\zeta = 0$ , ver ilustración 5.21 y 5.24.

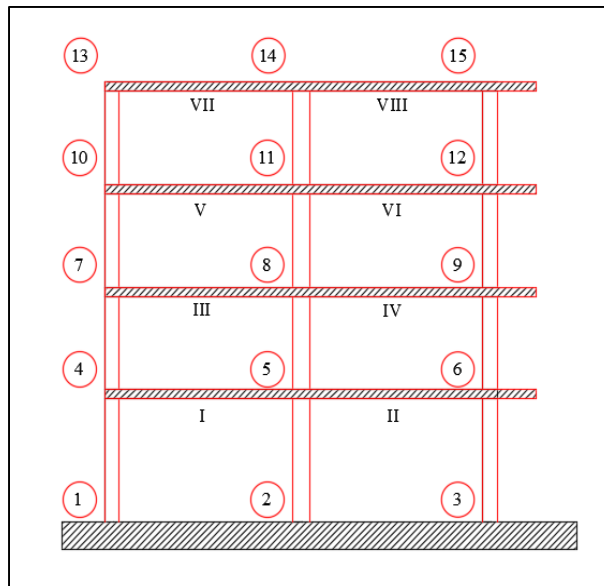


Ilustración 5.21.- Nudos y vigas del pórtico.

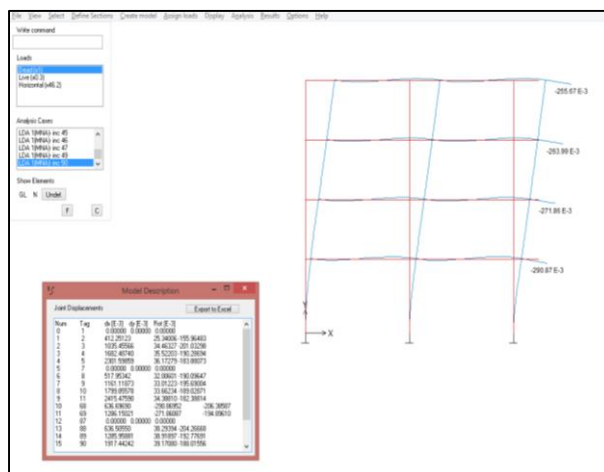


Ilustración 5.22.- Desplazamientos para  $\zeta_{\max}$ .

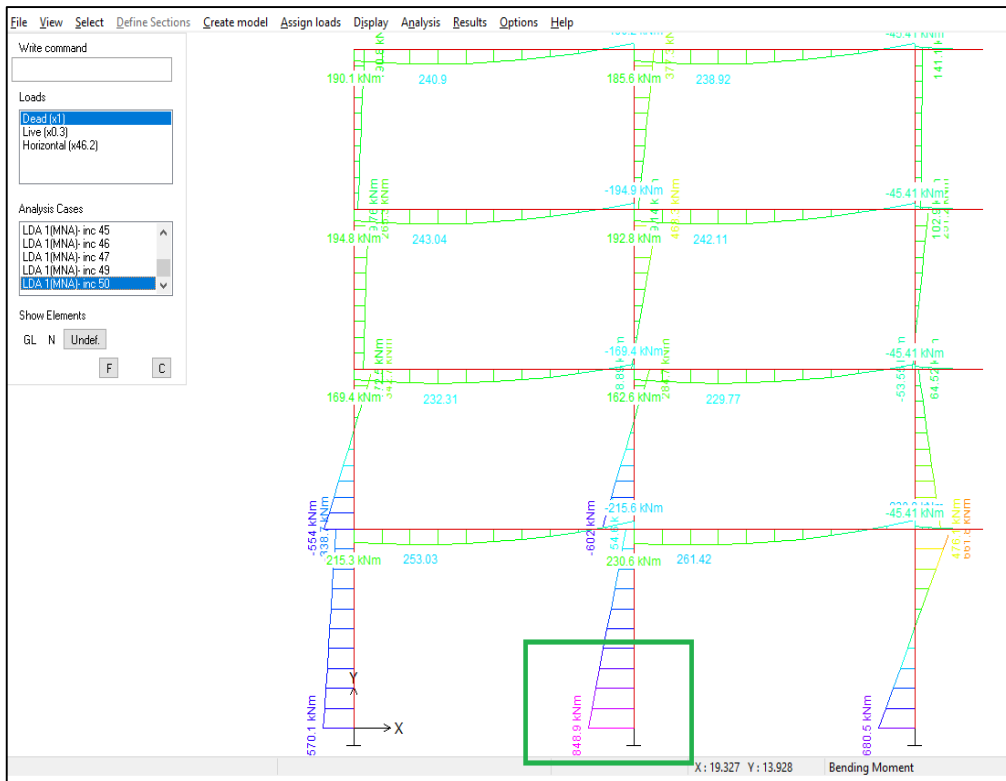


Ilustración 5.23.- Momentos flectores para  $\zeta_{max}$ .

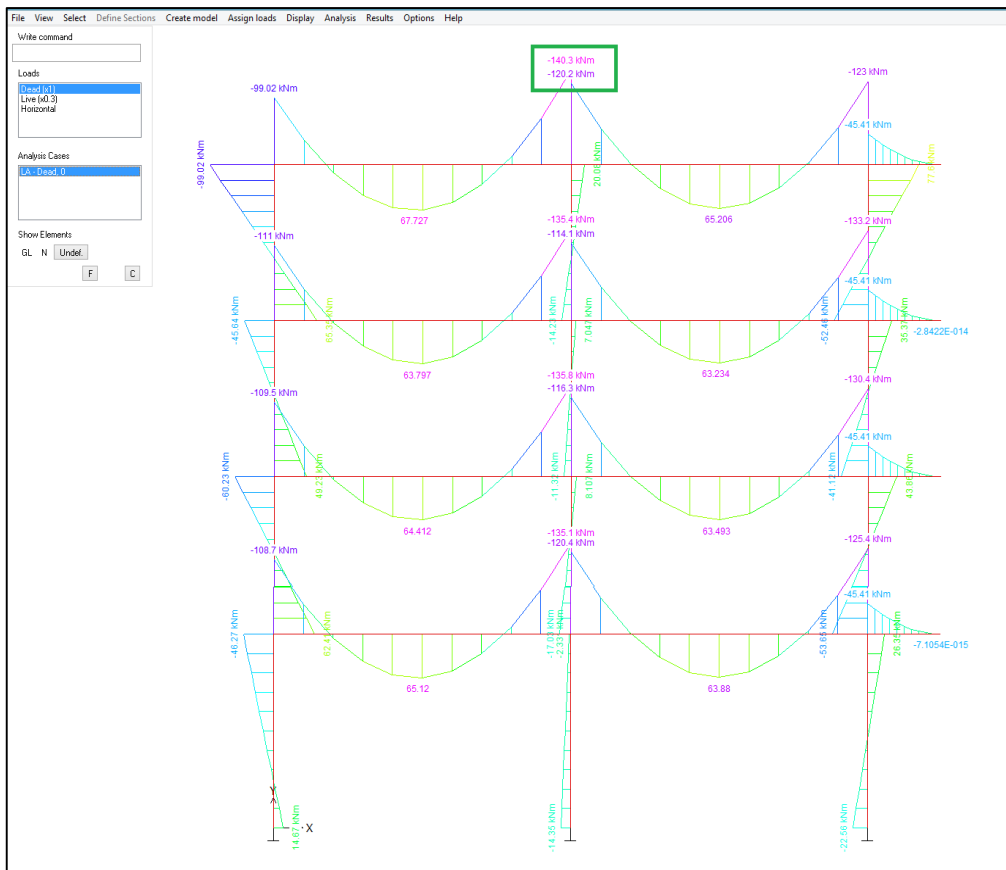


Ilustración 5.24.- Momentos flectores para  $\zeta = 0$ .

En el método N2, uno de los aspectos importantes de las curvas de capacidad es el punto de rotura. En este trabajo se consideró que este fenómeno se presenta cuando ocurre un “drift” total del 4% (Rodríguez, 2012), el cual es introducido por el parámetro de carga  $\zeta_{\max}$ . Para la estructura en estudio el “drift” de 4% corresponde a  $d_{13} = 0.56$  m.

En la tabla V.3 se presentan los valores máximos del parámetro de carga  $\zeta_{\max}$  y de desplazamiento  $d_{13}$ . Es evidenciable que únicamente la curva de 3el (análisis MNA con patrón constante) y las curvas 3el y 9el (análisis MNA con patrón variable), se alcanzó el valor del drift de 4% ver valores sombreados de la tabla V.3. Para los otros casos no se consiguió equilibrar carga adicional para alcanzar este desplazamiento.

Para estas condiciones se extraen las curvas de carga-desplazamiento con cada uno de los refinamientos de malla, ver ilustraciones 5.25 a 5.28. En la tabla V.4 se compara los resultados de los modelos 3el, 9el y 27el.

Tabla V.3.- Parámetro de carga y desplazamientos máximos para el método MFF

Método	MFF											
	Constante						Variable					
	MNA			GMNA			MNA			GMNA		
Modelo	3el	9el	27el	3el	9el	27el	3el	9el	27el	3el	9el	27el
$\zeta_{\max}$	39.41	40.01	35.06	33.77	34.35	32.04	51.72	52.77	45.40	44.04	45.18	40.83
$d_{13}$	0.560	0.540	0.274	0.356	0.397	0.275	0.560	0.560	0.272	0.347	0.383	0.270

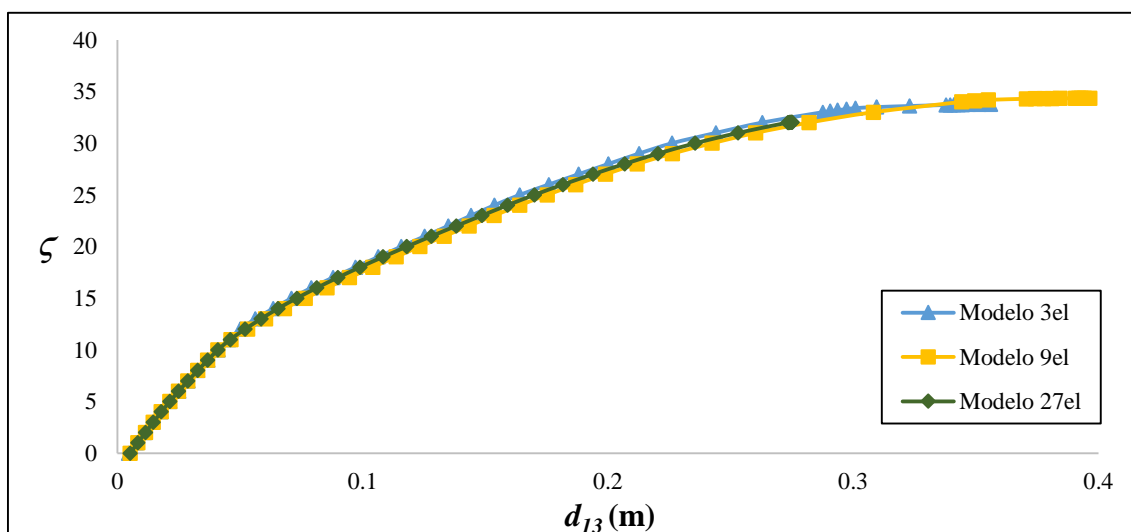


Ilustración 5.25.- Comparación de la Curva  $\zeta-d_{13}$  (resultados MFF – GMNA – patrón. constante).

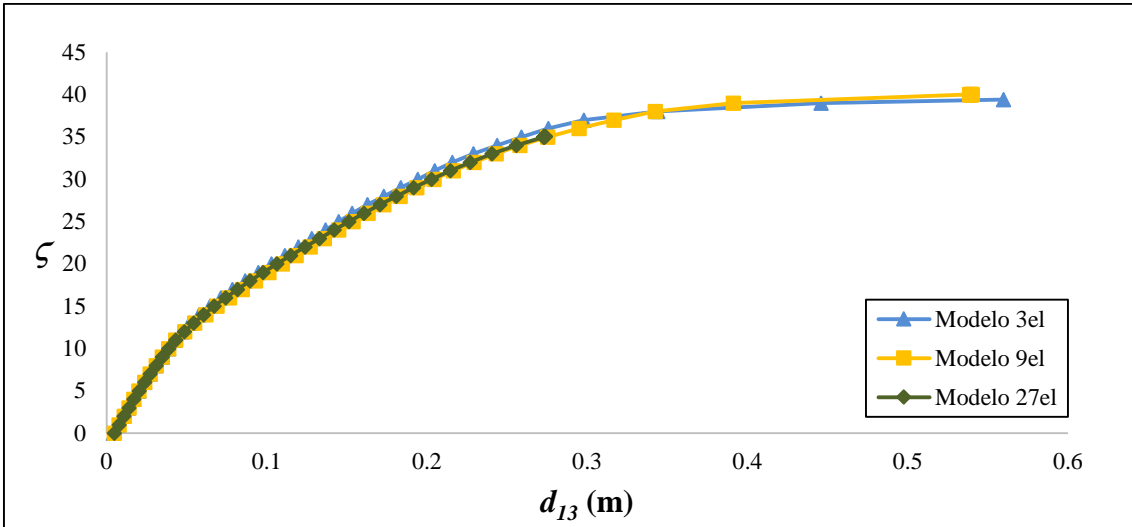


Ilustración 5.26.- Comparación de la Curva  $\zeta-d_{13}$  (resultados MFF – MNA – patrón constante).

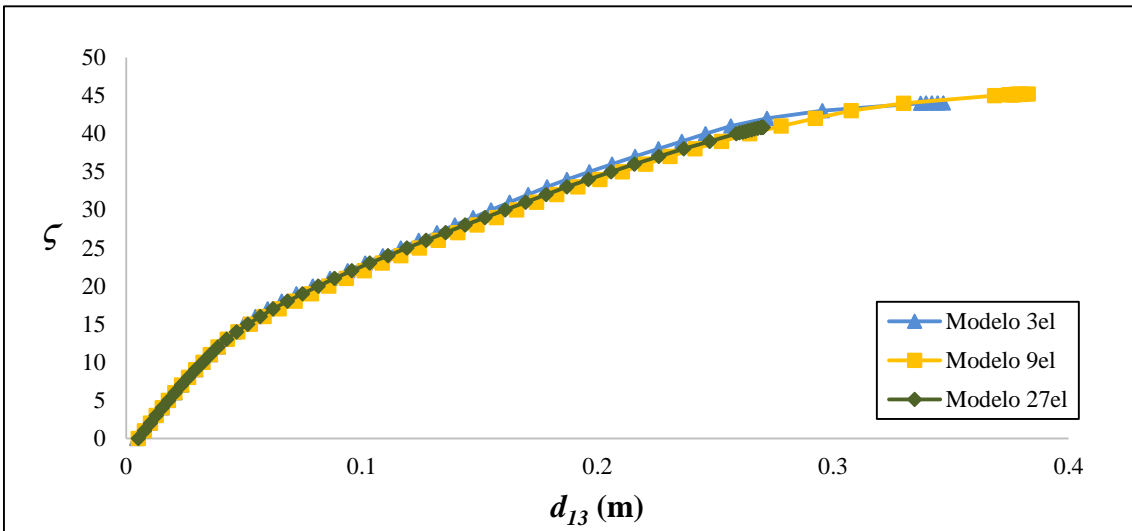


Ilustración 5.27.- Comparación de la Curva  $\zeta-d_{13}$  (resultados MFF – GMNA – patrón PMV).

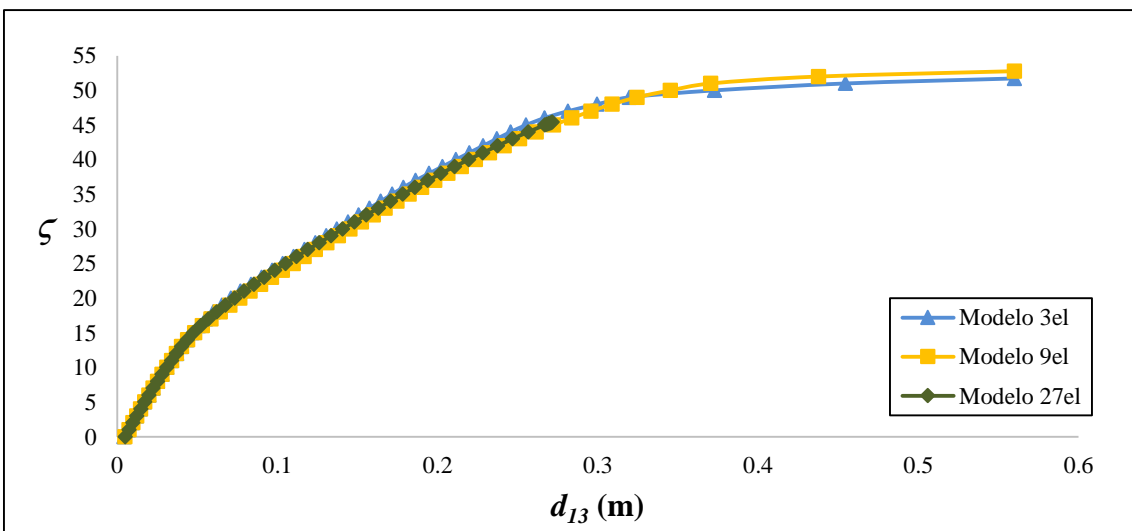


Ilustración 5.28.- Comparación de la Curva  $\zeta-d_{13}$  (resultados MFF – MNA – patrón. PMV).

Los valores para los modelos 3el y 9el, ver tabla V.4, corresponden a la interpolación para el mayor parámetro de fuerza obtenido en el modelo 27el ( $\zeta_{\max(27el)}$ ). Del análisis de los resultados de las ilustraciones 5.25 a 5.28 y particularmente de la tabla V.4, es posible observar la convergencia evidente de los modelos. Así, se puede aceptar el mallado del modelo 9el, como la discretización suficiente que permita obtener resultados fiables. Se señala que el modelo de 9el se tomará como base para realizar las comparaciones del MFF con el Método 3C.

Tabla V.4.-Comparación de errores relativos para  $d_{13}$  por el método MFF para  $\zeta_{\max(27el)}$

Método	MFF											
	Constante						Variable					
MNA/GMNA	MNA			GMNA			MNA			GMNA		
Modelo	3el	9el	27el	3el	9el	27el	3el	9el	27el	3el	9el	27el
$d_{13}[\zeta_{\max(27el)}]$	0.259	0.276	0.274	0.264	0.283	0.275	0.255	0.275	0.274	0.260	0.277	0.272
Error %	6.16	-	0.72	6.75	-	2.82	7.27	-	1.82	6.14	-	1.81

Una vez que se ha verificado que existe convergencia en las curvas carga – desplazamiento se presenta apenas una verificación para los momentos  $M_2$  y  $M_{14}$  bajo el análisis MFF – GMNA – patrón constante ver ilustraciones 5.29 y 5.30. La tabla V.5 representa el error relativo que se presenta en el análisis de convergencia de las curvas de carga – momento.

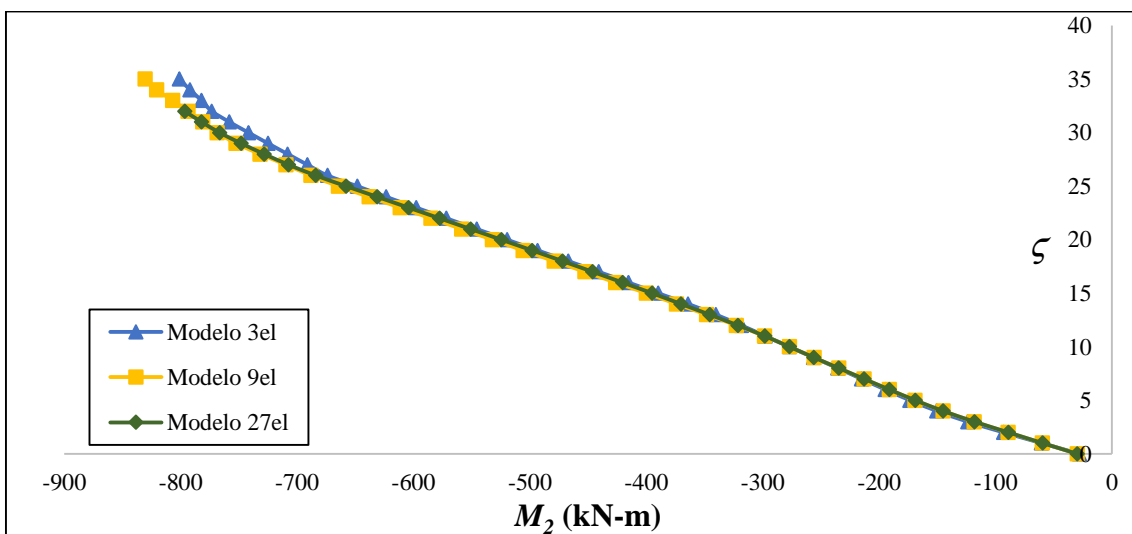


Ilustración 5.29.- Comparación de la Curva  $\zeta-M_2$  (resultados MFF – GMNA – patrón constante).

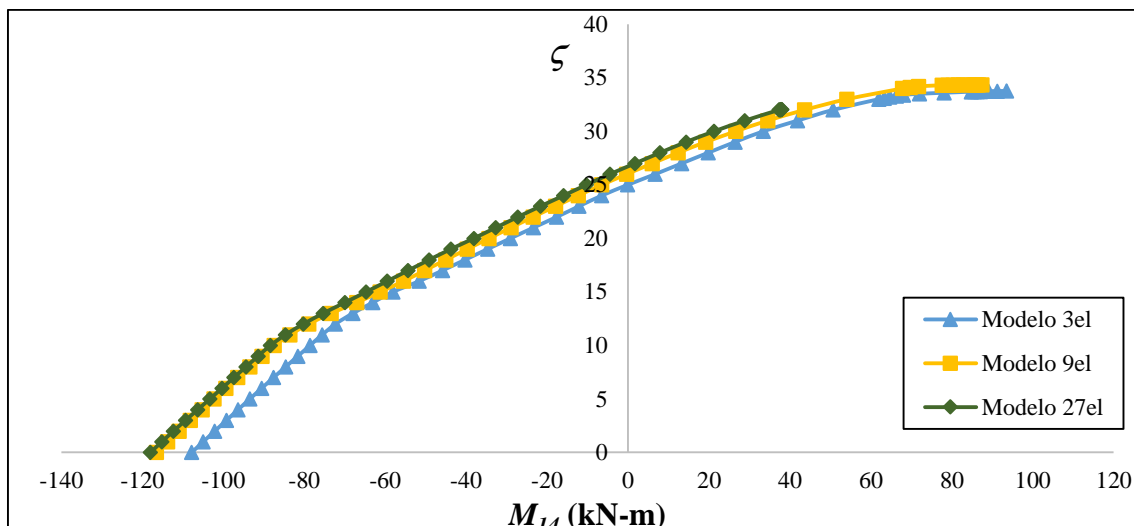


Ilustración 5.30.- Comparación de la Curva  $\zeta-M_{14}$  (resultados MFF- GMNA – patrón constante).

Tabla V.5.-Comparación de errores relativos para las curvas carga-momento generadas por el método MFF para  $\zeta_{\max(27\text{el})}$  Análisis GMNA – patrón constante

Modelo	$M_2$		$M_{14}$	
	Valor	Error relativo	Valor	Error relativo
	(kN-m)	(%)	(kN-m)	(%)
3el	-773.55	2.58	51.15	15.99
9el	-794.06	-	44.09	-
27el	-796.52	0.31	38.01	13.79

A pesar de que los valores mostrados el error relativo para  $M_{14}$  son considerables en comparación a  $M_2$ , al corresponder a una carga horizontal nula no se considera de gran importancia y se admite que la convergencia de los modelos y por tanto se verifica la elección del modelo MFF 9el como solución “exacta” de la estructura.

### 5.3.4. Convergencia de las funciones elementales de aproximación en el método 3C

El refinamiento del MFF se realizó mediante la subdivisión de los elementos estructurales (vigas y columnas), mientras que para el Método de los 3 Campos (método 3C) se establece puntos y secciones de integración para las funciones de aproximación de los campos de deformaciones  $\underline{N}_\varepsilon \underline{\varepsilon}_n$ , ver ecuación (4.9), para determinar un modelo con suficiente aproximación para el análisis *push-over*, sin ser necesario refinar la malla de elementos.

Similarmente a lo que se hizo en § 4.5.1, se consideran tres posibilidades para las funciones de aproximación en  $\underline{N}_\varepsilon \underline{\varepsilon}_n$ :

- Funciones lineales en sub-dominios usando 4 puntos – 3C (4).
- Funciones lineales en sub-dominios usando 10 puntos – 3C (10).
- Funciones lineales en sub-dominios usando 28 puntos – 3C (28).

La elección de los puntos descrita encima simula la discretización realizada para el MFF, es decir, que el número de puntos para el Método 3C corresponde a los puntos “necesarios” para generar cada división de elementos. Es importante señalar, una vez más, que la aplicación de las funciones de aproximación se realizara al esquema del pórtico sin subdivisiones.

Se ha analizado la influencia del número de puntos considerados en las funciones de lineales, de una forma semejante a la presentada en § 5.3.3, por el análisis de convergencia con refinamiento de los mallados del MFF. En particular, se eligieron los mismos parámetros de control para poder establecer la confiabilidad del modelo admitiendo el comportamiento GMNA para un patrón constante, o sea,

- $d_{13}$  para  $\zeta_{\max}$  (parámetro principal)
- $M_2$  para  $\zeta_{\max}$  y
- $M_{14}$  para  $\zeta = 0$ .

Realizando un análisis equivalente al efectuado para el método MFF, se presenta en la tabla V.6 los valores máximos de parámetro de carga  $\zeta_{\max}$  y de desplazamiento  $d_{13}$  correspondiente.

De forma similar a lo sucedido en el MFF, es evidenciable que únicamente la curva de 3C (4) (análisis MNA con patrón constante) y las curvas 3C (4) y 3C (10) (análisis MNA con patrón variable), se alcanzó el valor del *drift* de 4% ver valores sombreados de la tabla V.6. Para los otros casos no se consiguió equilibrar carga adicional para alcanzar este desplazamiento.

De forma similar, se determinaron las curvas de carga-desplazamiento con cada una de las posibilidades para los puntos de integración de las funciones, tal y como se muestra en las ilustraciones 5.31 a 5.34. En la tabla V.7 se compara los resultados de los modelos 3C (4), 3C (10) y 3C (28).

Cabe señalar que, en semejanza al análisis efectuado para el MFF, se considera como la solución de comparación, o solución “exacta”, al modelo 3C (10).

Tabla V.6.-Parámetro de carga y desplazamientos máximos para el método 3C.

Método	3C											
	Constante						Variable					
MNA/GMNA	MNA			GMNA			MNA			GMNA		
Modelo	3C (4)	3C (10)	3C (28)	3C (4)	3C (10)	3C (28)	3C (4)	3C (10)	3C (28)	3C (4)	3C (10)	3C (28)
$\zeta_{máx}$	46.25	40.70	35.10	39.95	34.70	31.50	60.04	53.22	44.50	51.88	45.30	40.10
$d_{13}$	0.560	0.539	0.276	0.411	0.380	0.274	0.560	0.560	0.270	0.359	0.370	0.270

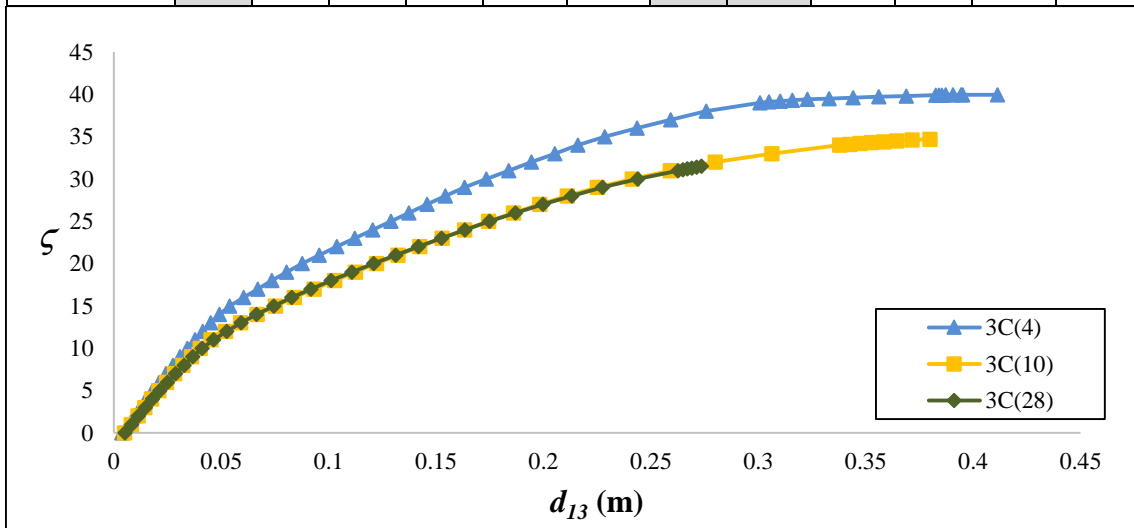


Ilustración 5.31.- Comparación de la Curva  $\zeta-d_{13}$  (resultados 3C- GMNA – patrón constante).

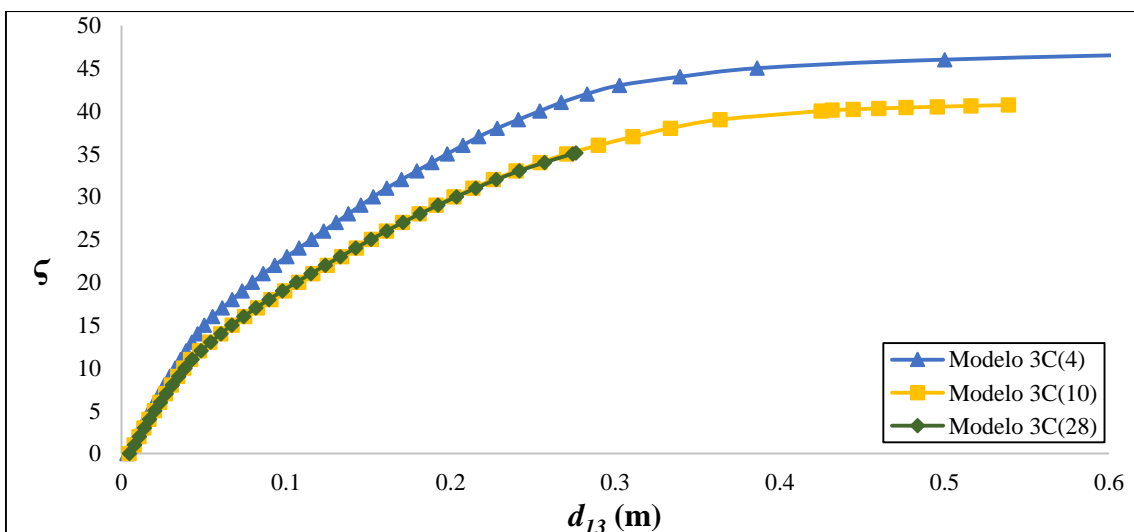


Ilustración 5.32.- Comparación de la Curva  $\zeta-d_{13}$  (resultados 3C- MNA – patrón constante).

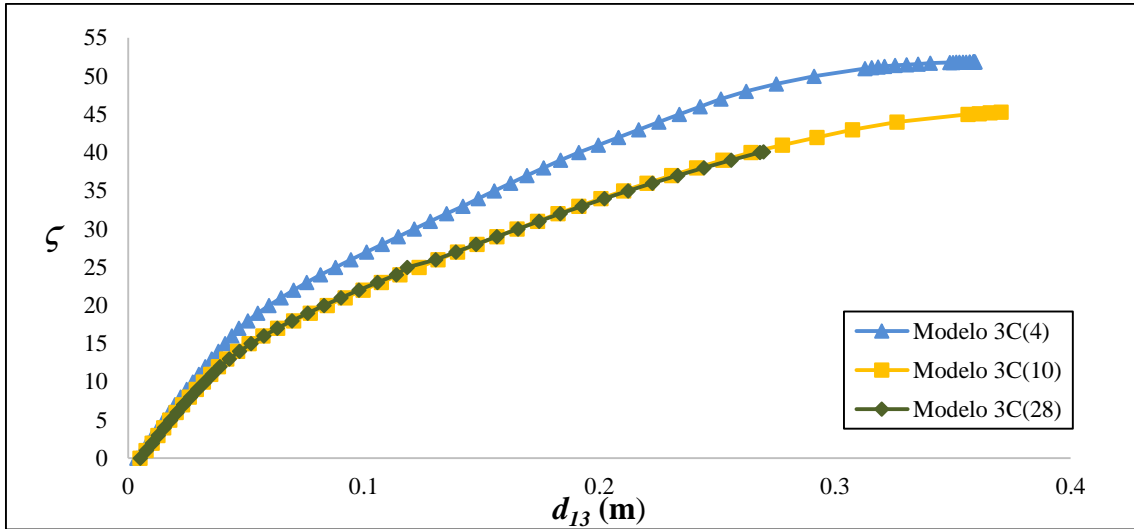


Ilustración 5.33.- Comparación de la Curva  $\zeta-d_{13}$  (resultados 3C – GMNA – patrón PMV).

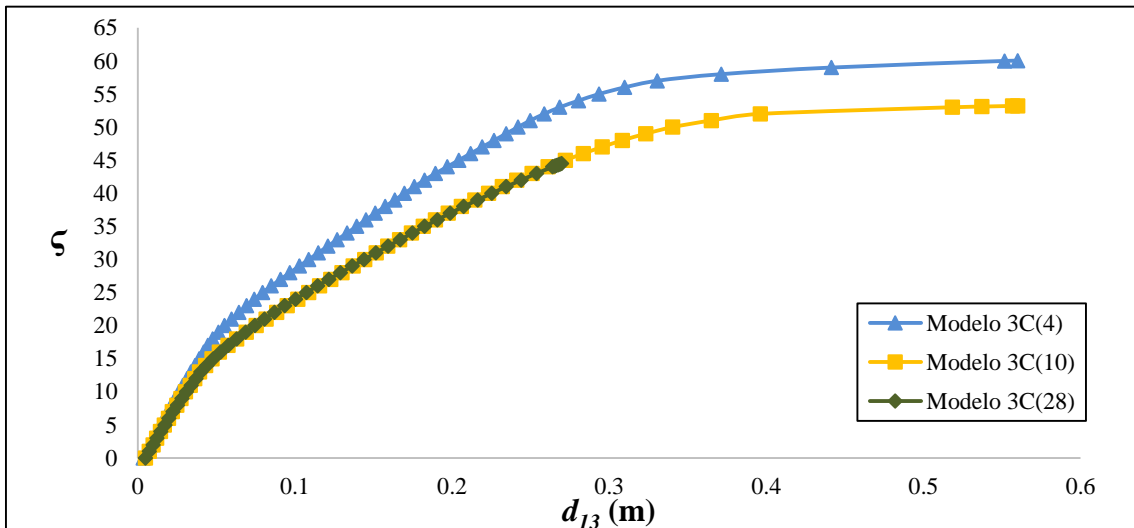


Ilustración 5.34.- Comparación de la Curva  $\zeta-d_{13}$  (resultados 3C – MNA – patrón PMV).

En la tabla V.7 se muestran los resultados de la comparación para el error relativo a partir de los resultados obtenidos en el modelo 3C (10). Los valores para los modelos 3C (4) y 3C (10), ver tabla V.7, corresponden a la interpolación para el mayor parámetro de fuerza obtenido en el modelo 3C (28) ( $\zeta_{\max(3C(28))}$ ).

Se puede considerar que se presenta la convergencia deseada con la aproximación 3C (10), en semejanza al método MFF. A partir de este punto se considera realizar la comparación entre los valores que fueron determinados con el método MFF vs el método 3C, lo cual será evaluado en § 5.4.

Tabla V.7.-Comparación de errores relativos para  $d_{13}$  por el método 3C para  $\zeta_{\max(3C(28))}$

Método	3C											
Patrón	Constante						Variable					
MNA/GMNA	MNA			GMNA			MNA			GMNA		
Modelo	3C (4)	3C (10)	3C (28)	3C (4)	3C (10)	3C (28)	3C (4)	3C (10)	3C (28)	3C (4)	3C (10)	3C (28)
$d_{13}[\zeta_{\max(27el)}]$	0.199	0.273	0.276	0.189	0.269	0.274	0.191	0.266	0.270	0.201	0.267	0.270
Error %	27.11	-	1.10	29.73	-	1.86	28.20	-	1.50	24.72	-	1.12

Una vez que se ha verificado que existe convergencia para el desplazamiento se presenta apenas una verificación para los momentos  $M_2$  y  $M_{14}$  bajo el análisis 3C – GMNA – patrón constante ver ilustraciones 35 y 36. La tabla V.8 representa el error relativo que se presenta en el análisis de convergencia de las curvas

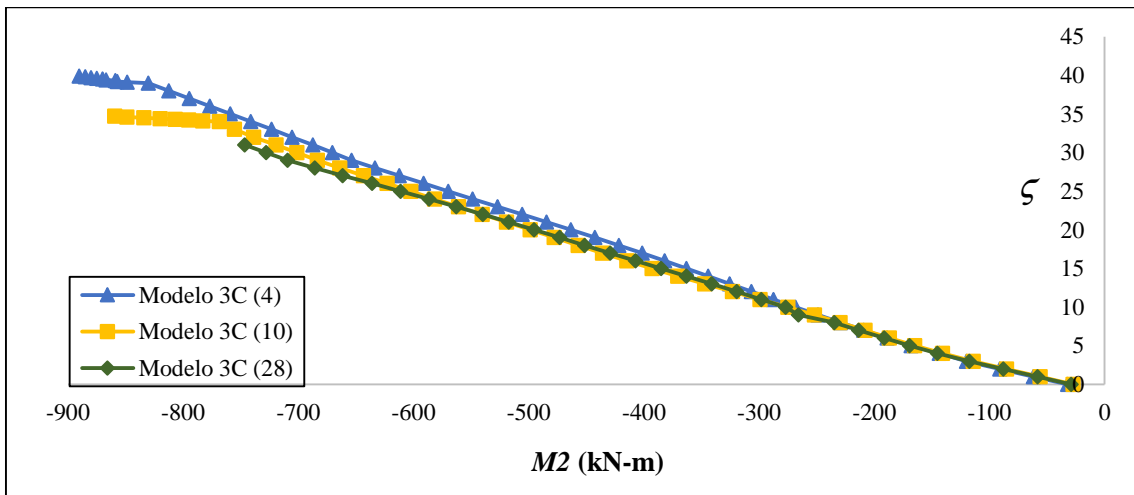


Ilustración 5.35.- Comparación de la Curva  $\zeta-M_2$  (resultados 3C- GMNA – patrón constante).

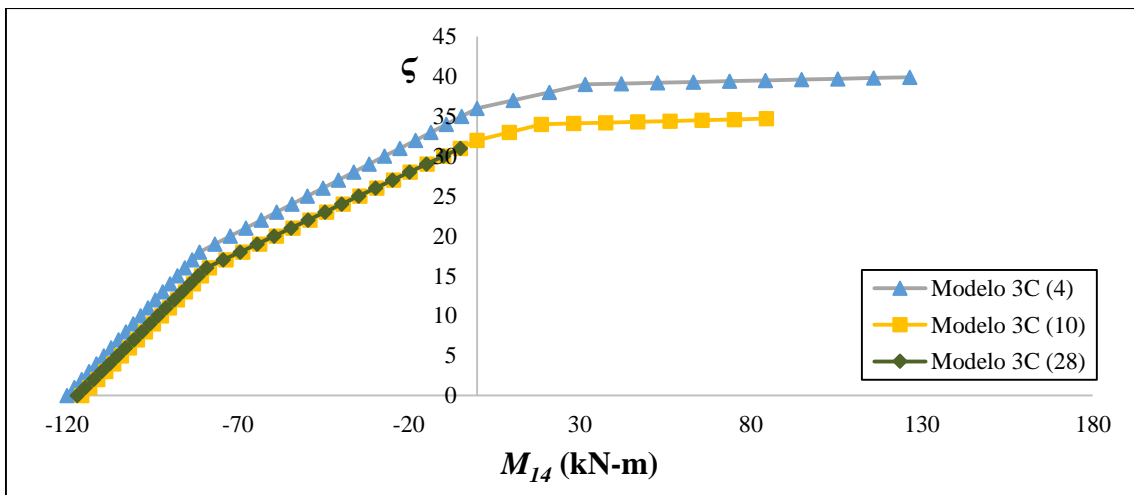


Ilustración 5.36.- Comparación de la Curva  $\zeta-M_{14}$  (resultados 3C- GMNA – patrón constante).

Tabla V.8.-Comparación de errores relativos para las curvas carga-momento generadas por el método 3C, para  $\zeta_{\max(3C(28))}$ . Análisis GMNA – patrón constante

Modelo	$M_2$		$M_{14}$	
	Valor	Error relativo	Valor	Error relativo
	(kN-m)	(%)	(kN-m)	(%)
3C (4)	-696.45	3.19	-22.50	331.86
3C (10)	-719.40	-	-5.21	-
3C (28)	-746.70	3.79	-4.94	5.18

### 5.3.5. Formación de mecanismo de falla

En esta sección va a mostrarse que el parámetro de carga máxima  $\zeta_{\max}$  induce la formación de un mecanismo de falla, debido a la formación de rótulas plásticas causadas por la plastificación de las armaduras en un número mínimo de secciones transversales, ver ilustración 5.37.

Para el modelo 3C (10) se presenta en las ilustraciones 5.38 a 5.41 los diagramas típicos de curvatura y extensión axial para los valores de  $\zeta_{\max}$  y en las tablas V.9 y V.12 se comparan las extensiones en las armaduras de las secciones críticas de la estructura (intersección viga y columna, base de las columnas y zonas intermedias de las vigas).

Para calcular el valor de la extensión en la armadura se utiliza la expresión:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_a + \chi c \quad (5.2)$$

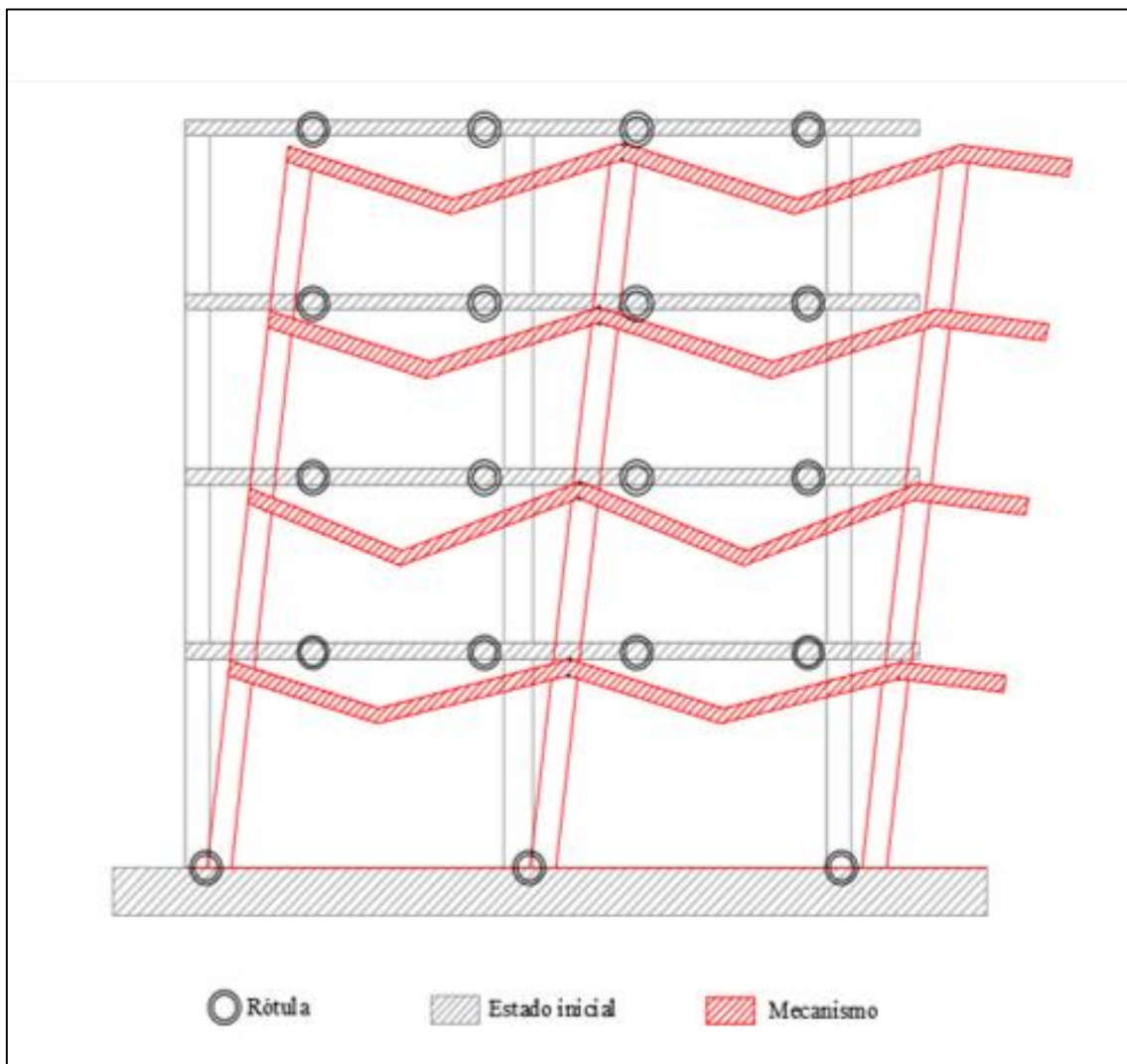
donde:

- $\varepsilon_s$  es el valor de extensión en la armadura,
- $\varepsilon$  es el valor de deformación axial en la sección,
- $\chi$  es el valor de la curvatura en la sección,
- $c$  representa la distancia desde el eje de la armadura hasta el centro de gravedad de la sección.

Se extrajeron los valores de curvatura  $\chi$  de la sección y extensión axial  $\varepsilon$  para los modelos MFF 9el y 3C (10) y con la aplicación de la ecuación (5.2), se calcularon los valores extensión en las armaduras.

Se comprueba la formación de mecanismos de falla en todos los casos, principalmente en las zonas de la intersección de vigas y columnas, no obstante en las zonas del vano se presenta este fenómeno en menor medida, a pesar de esto se considera la formación del mecanismo, ver ilustración 5.37.

Los valores de curvatura de sección que originan la cedencia ( $\chi_{ced}$ ) son 7mm/m<sup>2</sup>, 5.9mm/m<sup>2</sup> y 12mm/m<sup>2</sup> para las secciones de columna de 50x60, 60x60 y la sección de viga 105x30 respectivamente.



*Ilustración 5.37.- Formación de mecanismo de falla*

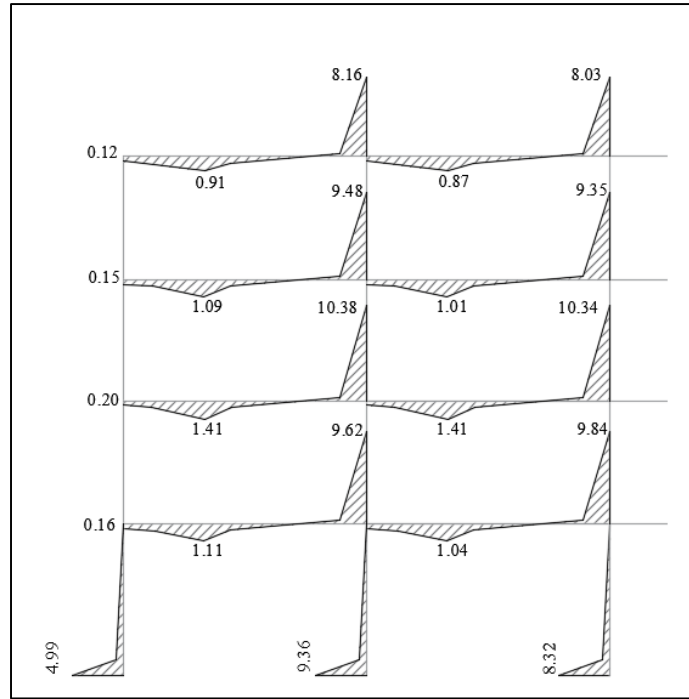


Ilustración 5.38.- Diagramas  $\chi/\chi_{ced}$  para  $\zeta_{m\acute{a}x}$  3C (10) – GMNA – patrón constante.

Tabla V.9.-Verificación del mecanismo para  $\zeta_{m\acute{a}x}$  3C (10) – GMNA – patrón constante.

Elemento	$\chi$	$\epsilon_a$	$c$	$\epsilon_s$	$\epsilon_y$	$\epsilon_s/\epsilon_y$
	mm/m <sup>2</sup>	mm/m	m	mm/m	mm/m	
Nudo 1	34.94	5.54	0.25	14.27	2.06	6.93
Nudo 2	55.22	9.13	0.25	22.93		11.14
Nudo 3	58.27	7.02	0.25	21.59		10.48
Nudo 5	115.40	12.07	0.10	23.61		11.47
Nudo 6	118.10	12.28	0.10	24.09		11.70
Nudo 8	124.60	12.98	0.10	25.44		12.36
Nudo 9	124.10	12.99	0.10	25.40		12.34
Nudo 11	113.80	11.90	0.10	23.28		11.31
Nudo 12	112.20	11.74	0.10	22.96		11.15
Nudo 14	97.92	10.21	0.10	20.00		9.71
Nudo 15	96.41	10.10	0.10	19.74		9.59
Viga I	13.31	1.12	0.10	2.45		1.19
Viga II	12.49	0.97	0.10	2.22		1.08
Viga III	16.94	1.49	0.10	3.18		1.55
Viga IV	16.88	1.49	0.10	3.18		1.54
Viga V	13.03	1.03	0.10	2.33	1.13	
Viga VI	12.10	0.98	0.10	2.19	1.06	
Viga VII	10.93	0.85	0.10	1.94	0.94	
Viga VIII	10.49	0.85	0.10	1.90	0.92	

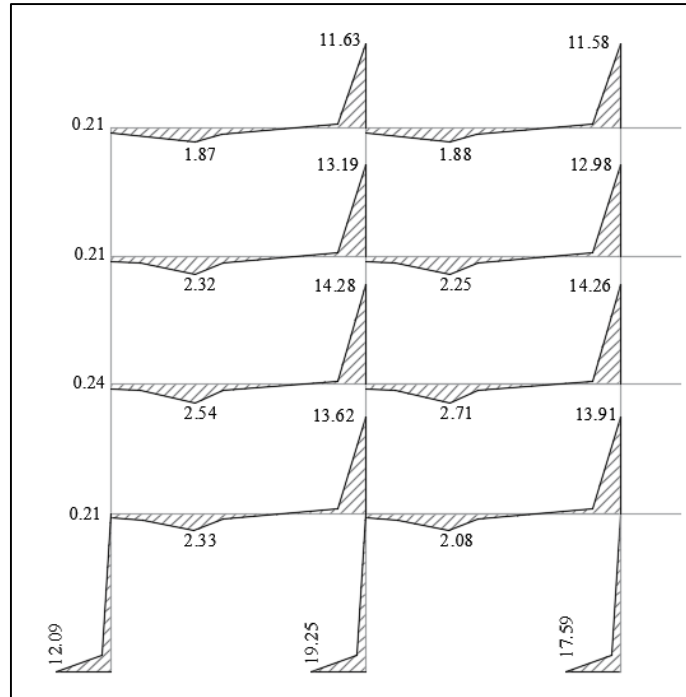


Ilustración 5.39.- Diagramas  $\chi/\chi_{ced}$  para  $\zeta_{m\acute{a}x}$  3C (10) – MNA – patrón constante.

Tabla V.10.- Verificación del mecanismo para  $\zeta_{m\acute{a}x}$  3C (10) – MNA – patrón constante.

Elemento	$\chi$	$\epsilon_a$	$c$	$\epsilon_s$	$\epsilon_y$	$\epsilon_s/\epsilon_y$
	mm/m <sup>2</sup>	mm/m	m	mm/m	mm/m	
Nudo 1	84.66	14.05	0.25	35.22	2.06	17.10
Nudo 2	113.60	19.54	0.25	47.94		23.28
Nudo 3	123.10	15.50	0.25	46.28		22.47
Nudo 5	163.40	16.94	0.10	33.28		16.16
Nudo 6	166.90	17.26	0.10	33.95		16.49
Nudo 8	171.40	17.80	0.10	34.94		16.97
Nudo 9	171.10	17.83	0.10	34.94		16.97
Nudo 11	158.30	16.48	0.10	32.31		15.69
Nudo 12	155.80	16.22	0.10	31.80		15.44
Nudo 14	139.60	14.53	0.10	28.49		13.84
Nudo 15	139.00	14.52	0.10	28.42		13.80
Viga I	27.93	2.67	0.10	5.46		2.65
Viga II	24.95	2.39	0.10	4.89		2.37
Viga III	30.47	2.92	0.10	5.97		2.90
Viga IV	32.53	3.12	0.10	6.37		3.10
Viga V	27.81	2.66	0.10	5.44	2.64	
Viga VI	26.94	2.58	0.10	5.27	2.56	
Viga VII	22.44	2.15	0.10	4.39	2.13	
Viga VIII	22.53	2.16	0.10	4.41	2.14	

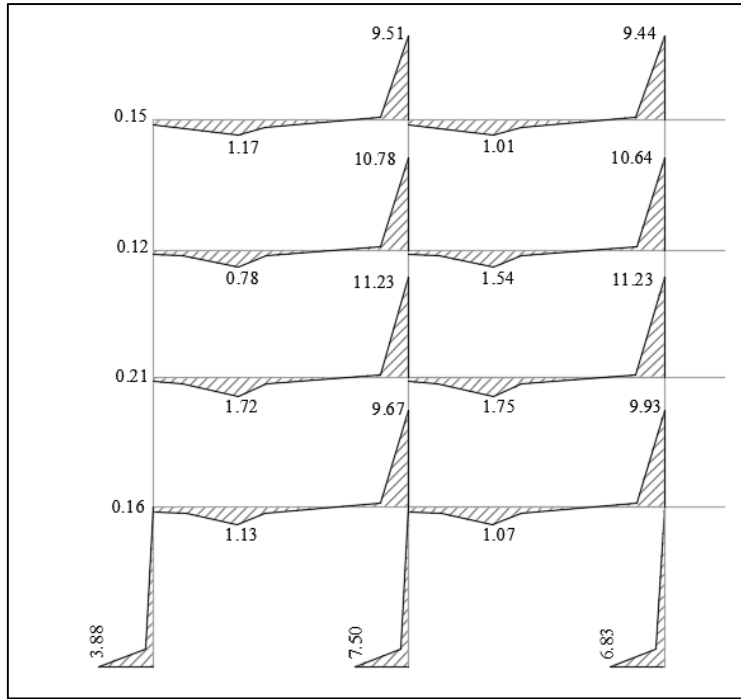


Ilustración 5.40.- Diagramas  $\chi/\chi_{ced}$  para  $\zeta_{m\acute{a}x}$  3C (10) – GMNA – patrón PMV.

Tabla V.11.- Verificación del mecanismo para  $\zeta_{m\acute{a}x}$  3C (10) – GMNA – patrón PMV.

Elemento	$\chi$	$\epsilon_a$	$c$	$\epsilon_s$	$\epsilon_y$	$\epsilon_s/\epsilon_y$
	mm/m <sup>2</sup>	mm/m	m	mm/m	mm/m	
Nudo 1	27.14	3.92	0.25	10.71	2.06	5.20
Nudo 2	44.26	7.22	0.25	18.29		8.88
Nudo 3	47.84	5.66	0.25	17.62		8.56
Nudo 5	116.00	12.14	0.10	23.74		11.53
Nudo 6	119.20	12.39	0.10	24.31		11.81
Nudo 8	134.80	14.05	0.10	27.53		13.37
Nudo 9	134.80	14.09	0.10	27.57		13.39
Nudo 11	129.30	13.49	0.10	26.42		12.83
Nudo 12	127.70	13.33	0.10	26.10		12.68
Nudo 14	114.10	11.89	0.10	23.30		11.32
Nudo 15	113.30	11.86	0.10	23.19		11.26
Viga I	13.52	1.11	0.10	2.46		1.20
Viga II	12.85	1.03	0.10	2.32		1.12
Viga III	20.64	1.90	0.10	3.96		1.93
Viga IV	21.02	1.97	0.10	4.07		1.98
Viga V	9.31	1.74	0.10	2.67	1.30	
Viga VI	18.53	1.65	0.10	3.50	1.70	
Viga VII	14.00	1.19	0.10	2.59	1.26	
Viga VIII	12.11	0.94	0.10	2.15	1.04	

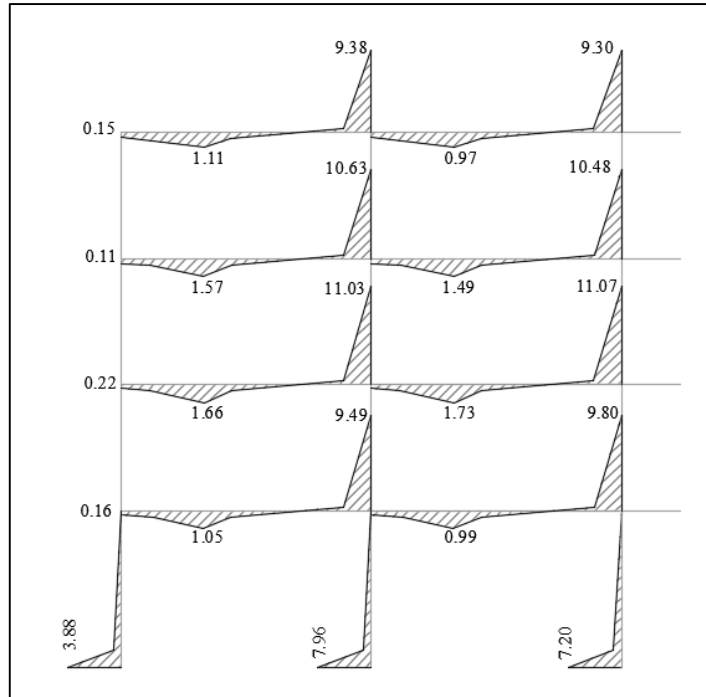


Ilustración 5.41.- Diagramas  $\chi/\chi_{ced}$  para  $\zeta_{m\acute{a}x}$  3C (10) – MNA – patrón PMV.

Tabla V.12.- Verificación del mecanismo para  $\zeta_{m\acute{a}x}$  3C (10) – MNA – patrón PMV.

Elemento	$\chi$	$\epsilon_a$	$c$	$\epsilon_s$	$\epsilon_y$	$\epsilon_s/\epsilon_y$
	mm/m <sup>2</sup>	mm/m	m	mm/m	mm/m	
Nudo 1	27.19	3.93	0.25	10.73	2.06	5.21
Nudo 2	46.96	7.71	0.25	19.45		9.45
Nudo 3	50.41	5.99	0.25	18.59		9.03
Nudo 5	113.90	11.92	0.10	23.31		11.32
Nudo 6	117.60	12.22	0.10	23.98		11.65
Nudo 8	132.40	13.79	0.10	27.03		13.13
Nudo 9	132.80	13.88	0.10	27.16		13.19
Nudo 11	127.50	13.30	0.10	26.05		12.65
Nudo 12	125.80	13.12	0.10	25.70		12.48
Nudo 14	112.50	11.72	0.10	22.97		11.16
Nudo 15	111.60	11.69	0.10	22.85		11.10
Viga I	12.63	1.06	0.10	2.32		1.13
Viga II	11.85	0.87	0.10	2.06		1.00
Viga III	19.87	1.78	0.10	3.77		1.83
Viga IV	20.75	1.89	0.10	3.97		1.93
Viga V	18.86	1.71	0.10	3.60	1.75	
Viga VI	17.84	1.60	0.10	3.38	1.64	
Viga VII	13.31	1.06	0.10	2.39	1.16	
Viga VIII	11.61	0.89	0.10	2.05	1.00	

## 5.4. Resultados del análisis *push-over*

---

En esta sección se presentan los resultados de la aplicación del análisis *push-over*. (Método N2) al pórtico en estudio, considerando:

- i) las curvas de capacidad generadas por el modelo 3C(10) vs el modelo MFF 9el, que fueron considerados modelos con un refinamiento suficiente para la determinación de la curva de capacidad;
- ii) los modelos de comportamiento MNA vs GMNA.
- iii) Aplicación de un patrón de carga constante y un patrón proporcional al primer modo de vibración de la estructura (PMV), tal como se recomienda en el método N2.

Se extraen las curvas de capacidad desde el EvalS (Ferreira, 2018), para los casos descritos anteriormente para confrontar los valores de cortante basal  $V$  y desplazamiento  $d = d_{13}$ , obtenidos para cada uno de los parámetros tomados en consideración en los incisos i), ii) y iii), los cuales se muestran en las ilustraciones 5.42, 5.44, 5.46 y 5.48. Aplicando el método N2 se realizó la construcción de curvas bilineales, ver ilustraciones 5.43, 5.45, 5.47 y 5.49.

Inmediatamente a continuación de cada representación de la curva de capacidad, y respectivas curvas bilineales, se presentan los datos de parámetros de estas curvas y la comparación de los resultados que se obtienen para cada caso de análisis, ver tablas V.13 a V.16.

Se pretende verificar la aproximación de los resultados del método de 3C en relación al método MFF, por tanto, el cálculo de errores relativos se realiza tomando como referencia los valores del modelo MFF 9el.

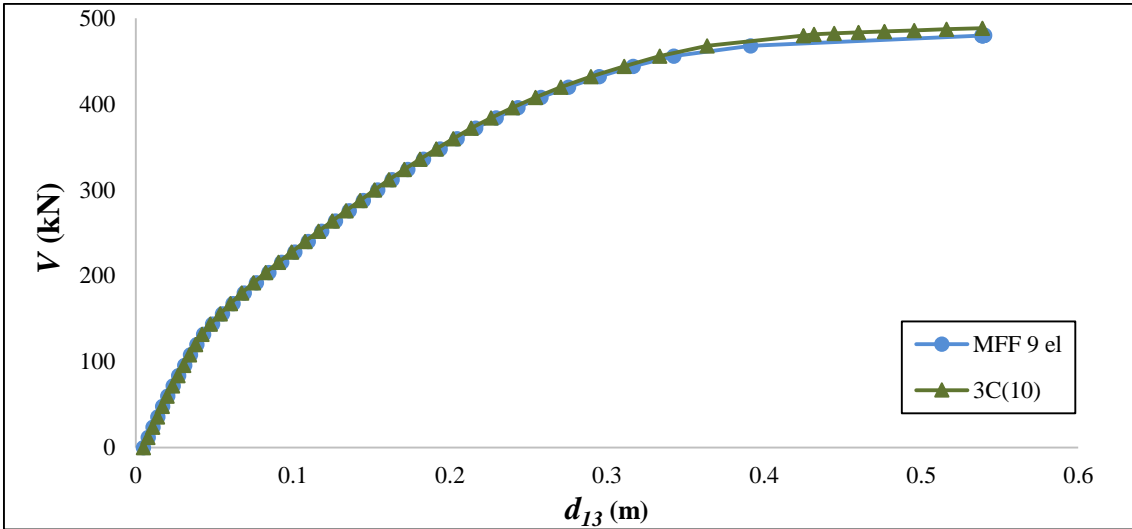


Ilustración 5.42.- Curva de capacidad 3C vs MFF – Análisis MNA – patrón constante.

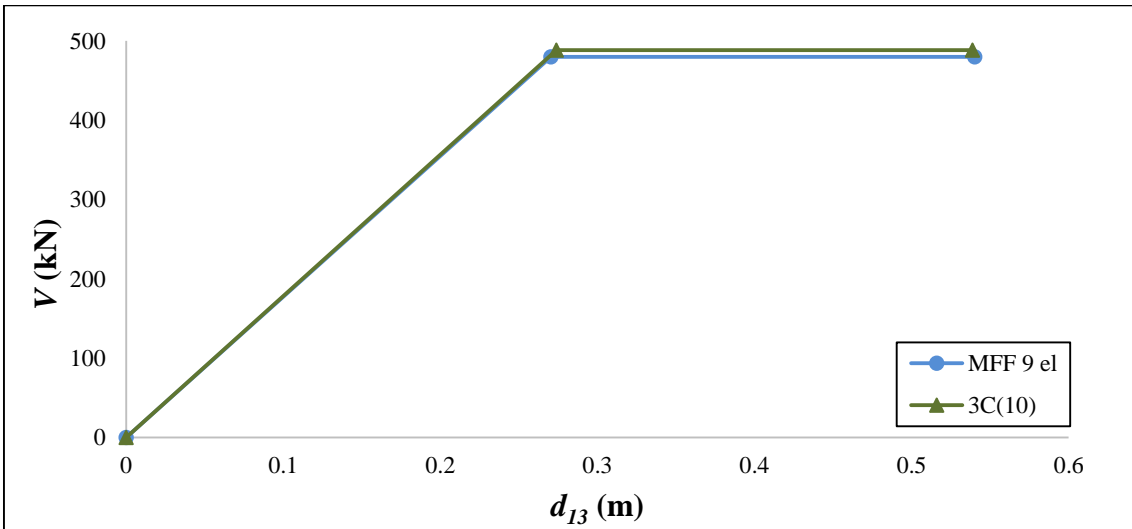


Ilustración 5.43.- Curva de capacidad bilineal 3C vs MFF – Análisis MNA – patrón constante.

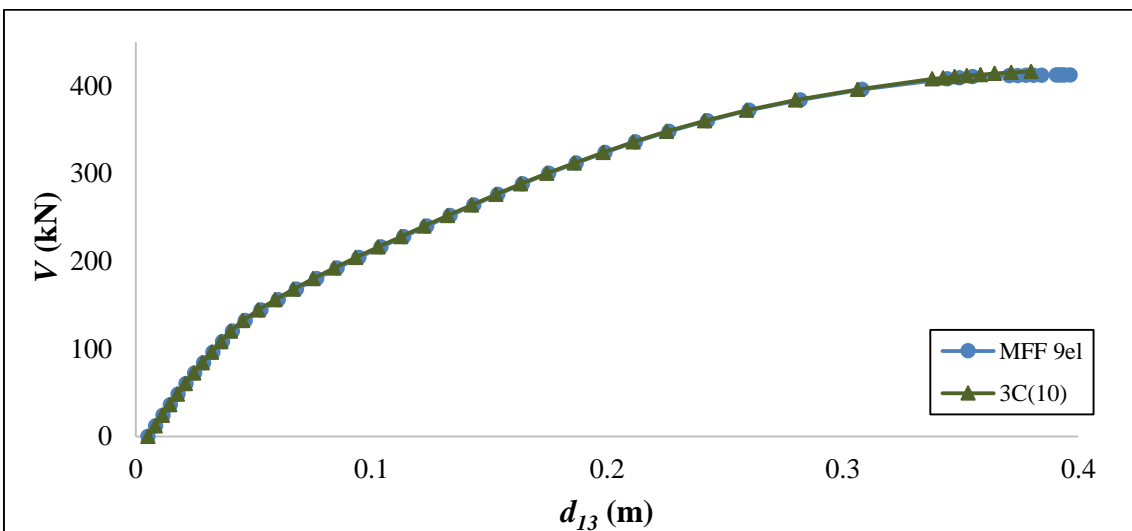


Ilustración 5.44.- Curva de capacidad 3C vs MFF – Análisis GMNA – patrón constante.

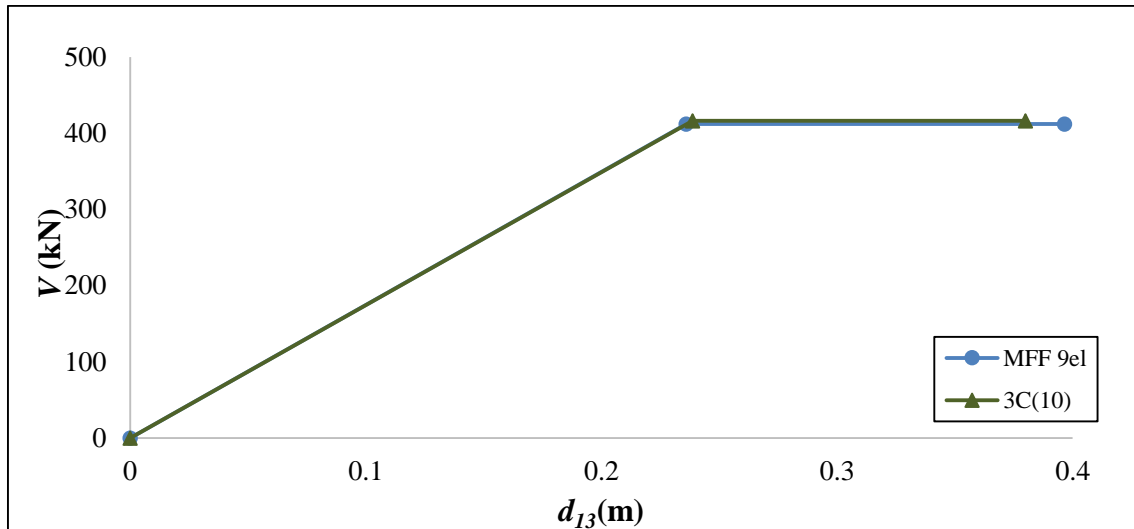


Ilustración 5.45.- Curva de capacidad bilineal 3C vs MFF – Análisis GMNA – patrón constante.

Tabla V.13.-Parámetros de la curva de capacidad 3C vs MFF– patrón constante.

	MNA		GMNA	
	MFF 9 el	3C(10)	MFF 9el	3C(10)
$F_y^*$ (kN)	480.08	488.40	412.25	416.40
$d_m^*$ (m)	0.540	0.539	0.397	0.380
$d_y^*$ (m)	0.271	0.274	0.236	0.239

Tabla V.14.-Comparación de errores relativos en los parámetros de curva de capacidad 3C vs MFF– patrón constante.

	MNA		GMNA	
	MFF 9 el	3C(10)	MFF 9el	3C(10)
$F_y^*$	-	1.73%	-	1.01%
$d_m^*$	-	0.27%	-	4.18%
$d_y^*$	-	1.23%	-	1.15%

Se identifica que para el Análisis MNA-patrón constante existe una proximidad evidente en los resultados del método 3C en comparación al MFF. Así, el error relativo en la magnitud de la fuerza máxima  $F_y^*$  es de 1.73%, mientras que para el desplazamiento máximo  $d_m^*$ , el error es de 0.27%.

Esta proximidad se verifica también para los resultados del análisis GMNA-patrón constante. En este caso, tenemos errores relativos de 1.01% y 4.18% en la determinación de la fuerza máxima  $F_y^*$  y el desplazamiento máximo  $d_m^*$  respectivamente.

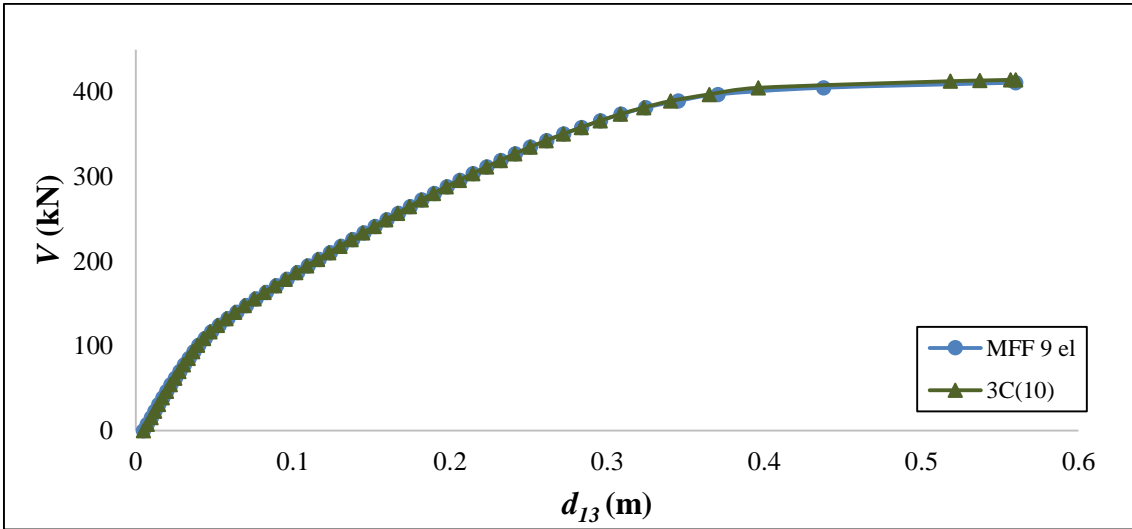


Ilustración 5.46.- Curva de capacidad 3C vs MFF – Análisis MNA – patrón PMV.

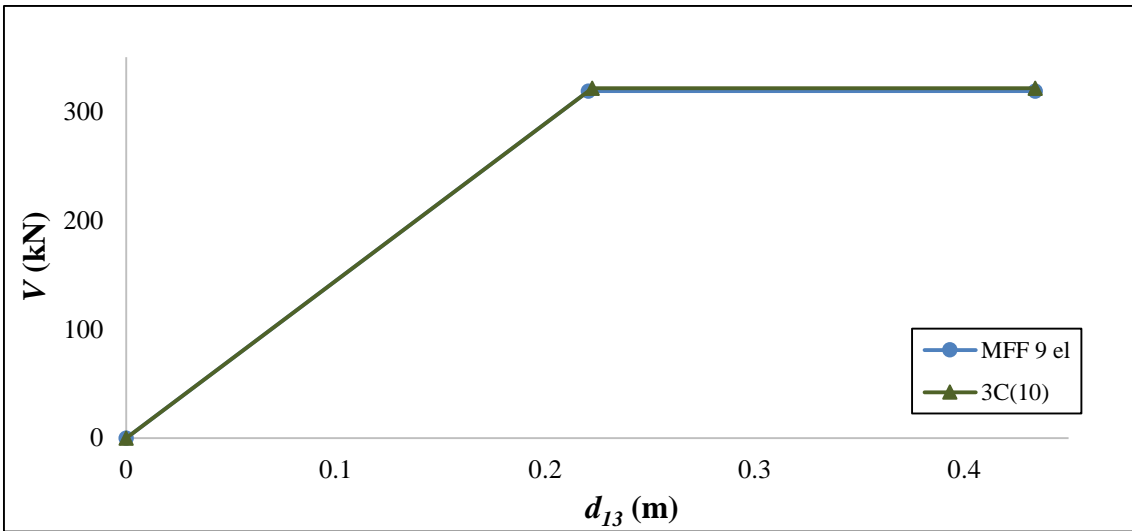


Ilustración 5.47.- Curva de capacidad bilineal 3C vs MFF – Análisis MNA – patrón PMV.

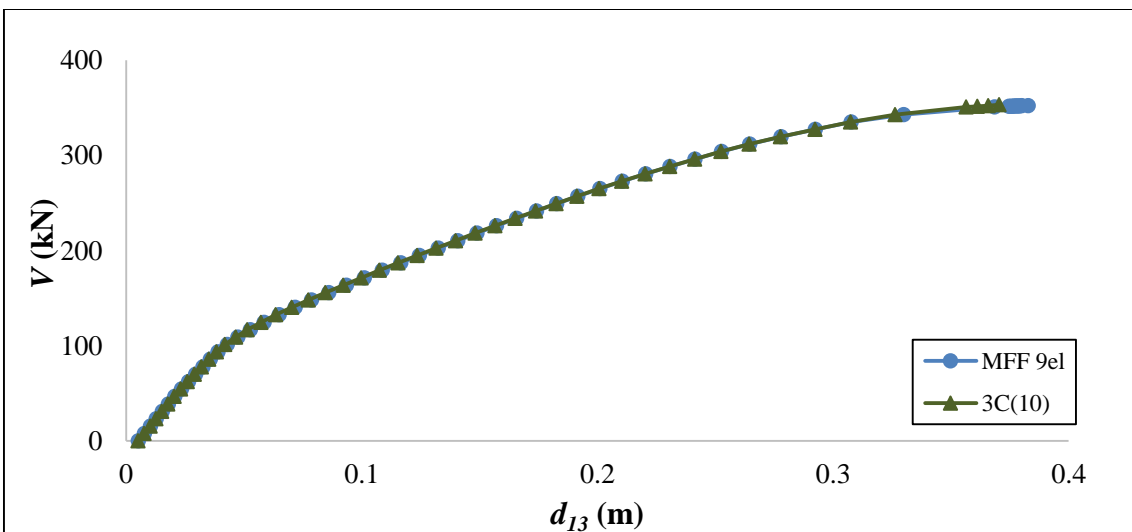


Ilustración 5.48.- Curva de capacidad 3C vs MFF – Análisis GMNA – patrón PMV.

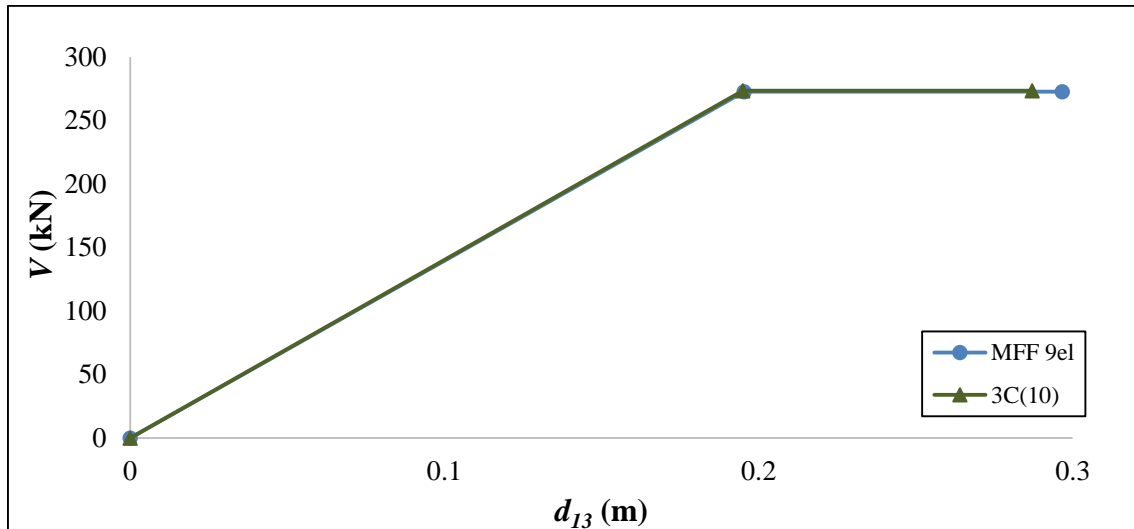


Ilustración 5.49.-Curva de capacidad bilineal 3C vs MFF – Análisis GMNA – patrón PMV

Tabla V.15.-Parámetros de la curva de capacidad 3C vs MFF– patrón PMV.

	MNA		GMNA	
	MFF 9 el	3C(10)	MFF 9el	3C(10)
$F_y^*$ (kN)	318.67	321.33	272.81	273.53
$d_m^*$ (m)	0.434	0.434	0.297	0.287
$d_y^*$ (m)	0.221	0.222	0.195	0.195

Tabla V.16.-Comparación de errores relativos en los parámetros de curva de capacidad 3C vs MFF– patrón PMV.

	MNA		GMNA	
	MFF 9 el	3C(10)	MFF 9el	3C(10)
$F_y^*$	-	0.84%	-	0.27%
$d_m^*$	-	0.00%	-	3.22%
$d_y^*$	-	0.78%	-	0.21%

Para el análisis MNA-patrón PMV (al igual que en el caso del patrón constante), existe una proximidad evidente en los resultados del método 3C en comparación con los del MFF. Así, el error relativo en la magnitud de la fuerza máxima  $F_y^*$  es de 0.84%, mientras que para el desplazamiento máximo  $d_m^*$ , el error es de 0.78%.

Para los resultados que se obtienen del análisis GMNA-patrón PMV se tienen errores relativos de 0.27% y 3.22% en la determinación de la fuerza máxima  $F_y^*$  y el desplazamiento máximo  $d_m^*$  respectivamente.

En la ilustración 5.50 se presenta para el modelo 3C(10) una comparación entre las curvas de capacidad bilineales, considerando los parámetros de carga constante y PMV; y los modelos de análisis MNA y GMNA. Las tablas V.17 y V.18 presentan la comparación numérica de estos resultados. Se constata que la fuerza  $F_y^*$  y la ductilidad (es decir el desplazamiento  $d_m^*$ ) son superiores i) en el caso de parámetros de carga constantes y ii) en el caso del modelo MNA.

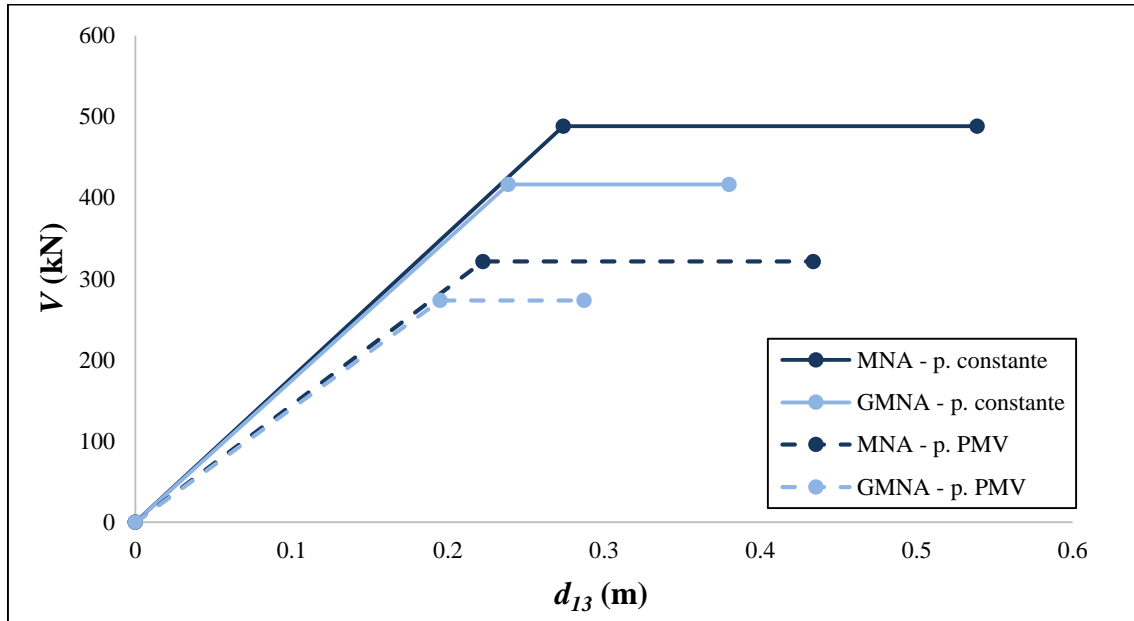


Ilustración 5.50.-Comparación de las curvas de capacidad bilineal 3C (10).

Tabla V.17.-Parámetros de la curva de capacidad 3C (10).

Parámetro	Patrón constante		Patrón PMV	
	MNA	GMNA	MNA	GMNA
$F_y^*$ (kN)	488.40	416.40	321.33	273.53
$d_m^*$ (m)	0.539	0.380	0.434	0.287
$d_y^*$ (m)	0.274	0.239	0.222	0.195

Tabla V.18.-Comparación proporcional de los parámetros de la curva de capacidad 3C (10).

Parámetro	Patrón constante		Patrón PMV	
	MNA	GMNA	MNA	GMNA
$F_y^*$ (kN)	1.00	0.85	0.66	0.56
$d_m^*$ (m)	1.00	0.71	0.81	0.53
$d_y^*$ (m)	1.00	0.87	0.81	0.71

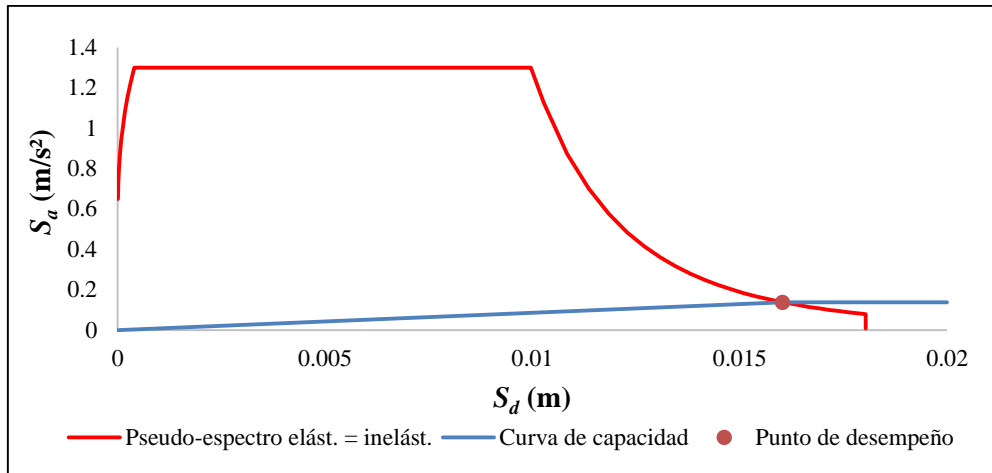


Ilustración 5.51. Solución gráfica para el modelo 3C (10) – GMNA – patrón constante.

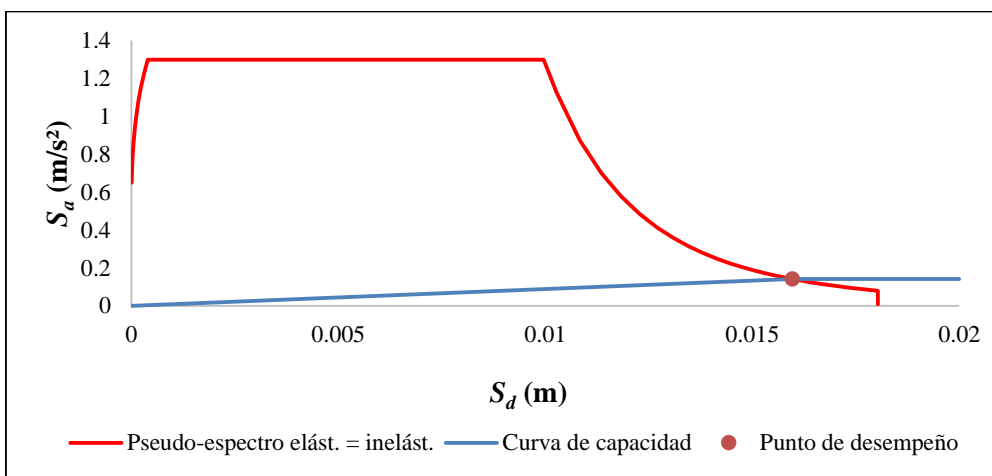


Ilustración 5.52.- Solución gráfica push-over para el modelo 3C(10) – MNA – patrón constante.

Tabla V.19.-Resultados del análisis push-over 3C vs MFF – patrón constante.

	MNA		GMNA	
	MFF 9 el	3C(10)	MFF 9el	3C(10)
$T^*$ (s)	2.124	2.119	2.140	2.142
$S_{ae}(T^*)$ ( $m/s^2$ )	1.3989E-1	1.4047E-1	1.3812E-1	1.3796E-1
$d_{et}^* = d_t^*$ (m)	1.5984E-2	1.5970E-2	1.6027E-2	1.6031E-2
$a_y^*$ ( $m/s^2$ )	2.368	2.409	2.033	2.054

Tabla V.20.-Comparación de errores del análisis push-over 3C vs MFF – patrón constante.

	MNA		GMNA	
	MFF 9 el	3C(10)	MFF 9el	3C(10)
$T^*$	-	0.25%	-	0.07%
$S_{ae}(T^*)$	-	0.41%	-	0.12%
$d_{et}^* = d_t^*$	-	0.09%	-	0.03%
$a_y^*$	-	1.73%	-	1.01%

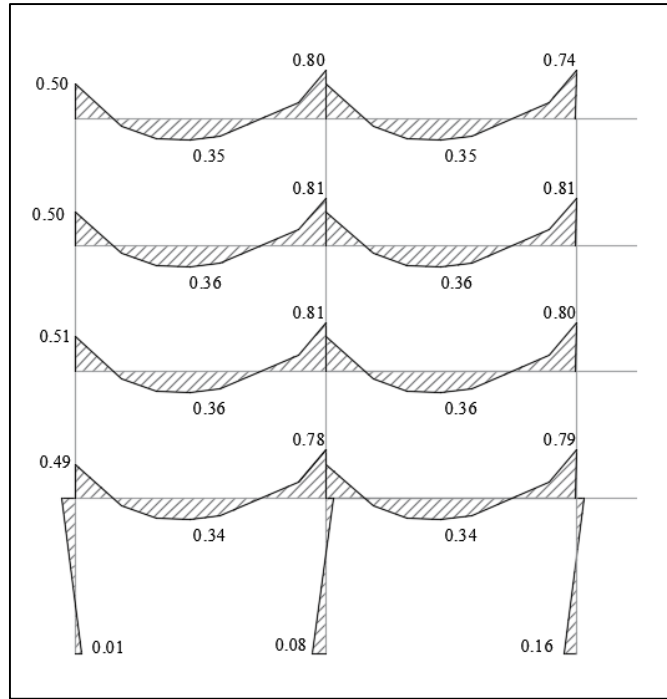


Ilustración 5.53.-Diagramas  $\chi/\chi_{ced}$  para  $\zeta[d_{et}^*]$  3C (10) – GMNA – patrón constante.

Tabla V.21.- Verificación del mecanismo para  $\zeta[d_{et}^*]$  3C (10) – GMNA – patrón constante.

Elemento	$\chi$	$\epsilon_a$	$c$	$\epsilon_s$	$\epsilon_y$	$\epsilon_s/\epsilon_y$
	mm/m <sup>2</sup>	mm/m	m	mm/m	mm/m	
Nudo 1	0.07	0.05	0.25	0.07	2.06	0.03
Nudo 2	0.47	0.09	0.25	0.21		0.10
Nudo 3	1.14	0.05	0.25	0.33		0.16
Nudo 5	9.35	0.72	0.10	1.65		0.80
Nudo 6	9.43	0.72	0.10	1.66		0.81
Nudo 8	9.75	0.76	0.10	1.74		0.84
Nudo 9	9.66	0.75	0.10	1.72		0.83
Nudo 11	9.75	0.76	0.10	1.74		0.84
Nudo 12	9.71	0.76	0.10	1.73		0.84
Nudo 14	9.64	0.72	0.10	1.68		0.82
Nudo 15	8.91	0.67	0.10	1.56		0.76
Viga I	4.14	0.32	0.10	0.73		0.36
Viga II	4.10	0.32	0.10	0.73		0.36
Viga III	4.28	0.35	0.10	0.78		0.38
Viga IV	4.27	0.35	0.10	0.78		0.38
Viga V	4.31	0.35	0.10	0.78		0.38
Viga VI	4.28	0.35	0.10	0.78		0.38
Viga VII	4.21	0.32	0.10	0.74		0.36
Viga VIII	4.14	0.32	0.10	0.73	0.36	

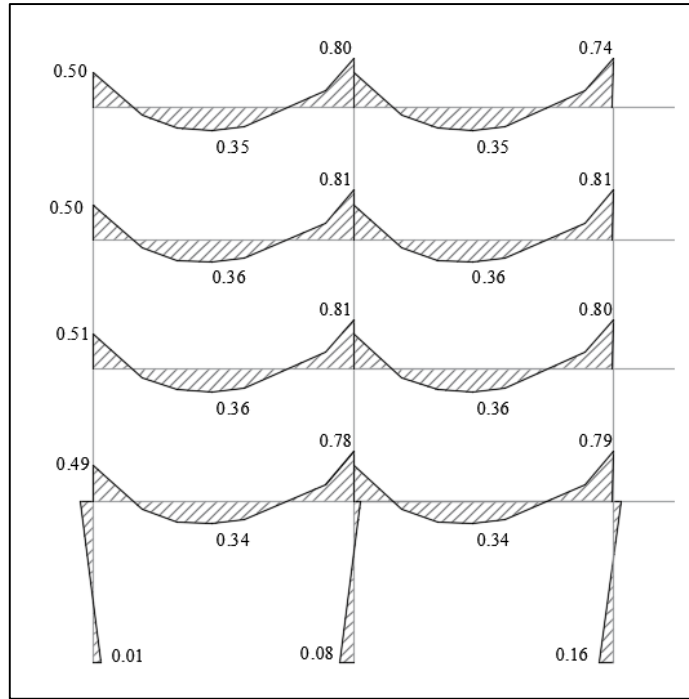


Ilustración 5.54.-Diagramas  $\chi/\chi_{ced}$  para  $\zeta[d_{ei}^*]$  3C (10) – MNA – patrón constante.

Tabla V.22.- Verificación del mecanismo para  $\zeta[d_{ei}^*]$  3C (10) – MNA – patrón constante.

Elemento	$\chi$	$\epsilon_a$	$c$	$\epsilon_s$	$\epsilon_y$	$\epsilon_s/\epsilon_y$
	mm/m <sup>2</sup>	mm/m	m	mm/m	mm/m	
Nudo 1	0.06	0.05	0.25	0.07	2.06	0.03
Nudo 2	0.48	0.09	0.25	0.21		0.10
Nudo 3	1.15	0.05	0.25	0.33		0.16
Nudo 5	9.35	0.72	0.10	1.65		0.80
Nudo 6	9.43	0.72	0.10	1.66		0.81
Nudo 8	9.75	0.76	0.10	1.74		0.84
Nudo 9	9.66	0.75	0.10	1.72		0.83
Nudo 11	9.75	0.76	0.10	1.74		0.84
Nudo 12	9.71	0.76	0.10	1.73		0.84
Nudo 14	9.61	0.72	0.10	1.68		0.82
Nudo 15	8.89	0.67	0.10	1.56		0.76
Viga I	4.13	0.32	0.10	0.73		0.36
Viga II	4.10	0.32	0.10	0.73		0.36
Viga III	4.28	0.35	0.10	0.78		0.38
Viga IV	4.27	0.35	0.10	0.78		0.38
Viga V	4.31	0.35	0.10	0.78		0.38
Viga VI	4.28	0.35	0.10	0.78		0.38
Viga VII	4.20	0.32	0.10	0.74		0.36
Viga VIII	4.12	0.32	0.10	0.73	0.36	

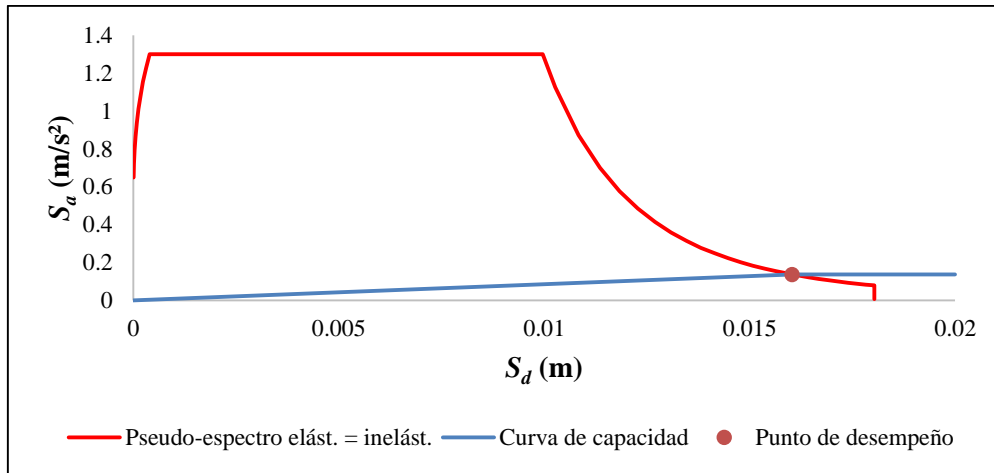


Ilustración 5.55.- Solución gráfica push-over para el modelo 3C (10) – GMNA – Patrón PMV.

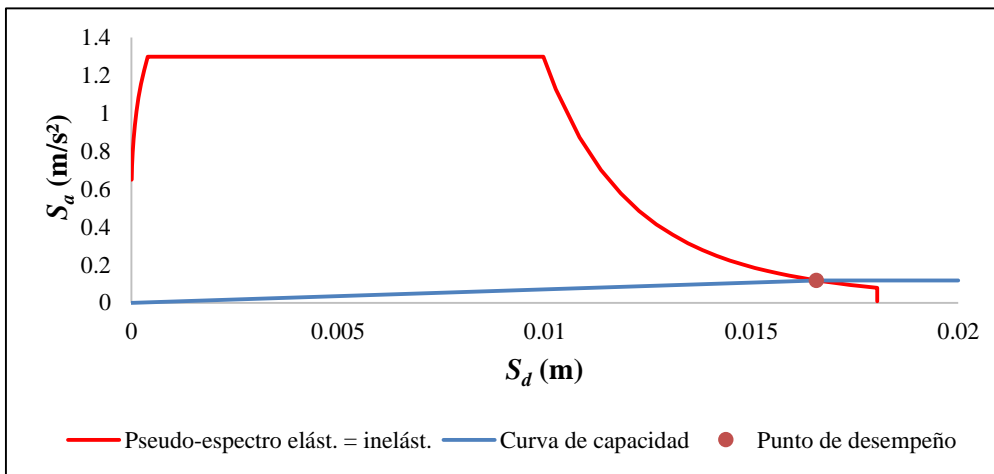


Ilustración 5.56.- Solución gráfica push-over para el modelo 3C (10) – MNA – Patrón PMV.

Tabla V.23.- Resultados del análisis push-over 3C vs MFF – patrón PMV.

	MNA		GMNA	
	MFF 9 el	3C(10)	MFF 9el	3C(10)
$T^*$ (s)	2.355	2.354	2.395	2.389
$S_{ae}(T^*)$ (m/s <sup>2</sup> )	1.1799E-1	1.1881E-1	1.1476E-1	1.1522E-1
$d_{et}^* = d_t^*$ (m)	1.6571E-2	1.6570E-2	1.6669E-2	1.6655E-2
$a_y^*$ (m/s <sup>2</sup> )	1.572	1.585	1.346	1.349

Tabla V.24.- Comparación de errores del análisis push-over 3C vs MFF – patrón PMV.

	MNA		GMNA	
	MFF 9 el	3C(10)	MFF 9el	3C(10)
$T^*$	-	0.03%	-	0.24%
$S_{ae}(T^*)$	-	0.05%	-	0.39%
$d_{et}^* = d_t^*$	-	0.01%	-	0.08%
$a_y^*$	-	0.84%	-	0.27%

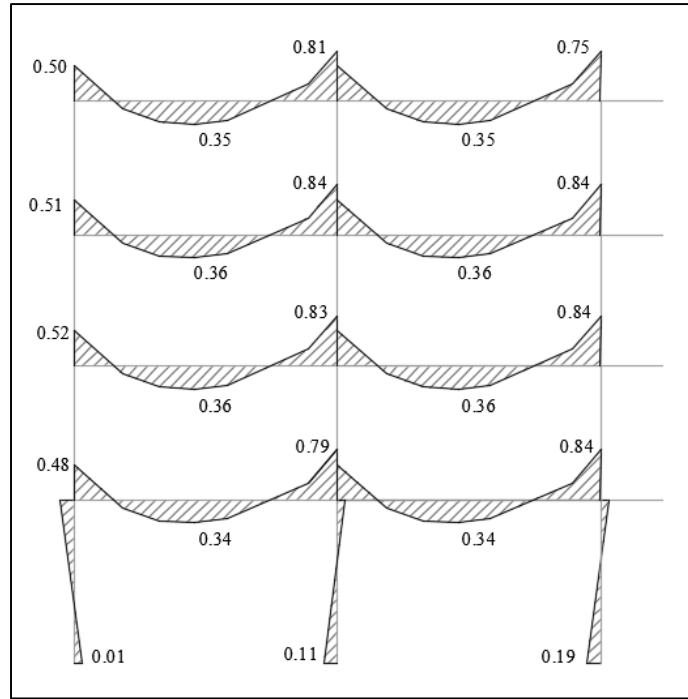


Ilustración 5.57.-Diagramas  $\chi/\chi_{ced}$  para  $\zeta[d_{et}^*]$  3C (10) – GMNA – patrón PMV.

Tabla V.25.- Verificación del mecanismo para  $\zeta[d_{et}^*]$  3C (10) – GMNA – patrón PMV.

Elemento	$\chi$	$\epsilon_a$	$c$	$\epsilon_s$	$\epsilon_y$	$\epsilon_s/\epsilon_y$
	mm/m <sup>2</sup>	mm/m	m	mm/m	mm/m	
Nudo 1	0.06	0.05	0.25	0.07	2.06	0.03
Nudo 2	0.65	0.09	0.25	0.25		0.12
Nudo 3	1.32	0.03	0.25	0.36		0.18
Nudo 5	9.47	0.76	0.10	1.71		0.83
Nudo 6	9.51	0.76	0.10	1.71		0.83
Nudo 8	10.02	0.81	0.10	1.81		0.88
Nudo 9	9.93	0.80	0.10	1.79		0.87
Nudo 11	10.07	0.81	0.10	1.82		0.88
Nudo 12	10.03	0.81	0.10	1.81		0.88
Nudo 14	9.76	0.76	0.10	1.74		0.84
Nudo 15	9.03	0.71	0.10	1.61		0.78
Viga I	4.18	0.36	0.10	0.78		0.38
Viga II	4.11	0.36	0.10	0.77		0.37
Viga III	4.32	0.39	0.10	0.82		0.40
Viga IV	4.31	0.39	0.10	0.82		0.40
Viga V	4.35	0.39	0.10	0.83		0.40
Viga VI	4.33	0.39	0.10	0.82		0.40
Viga VII	4.25	0.36	0.10	0.79		0.38
Viga VIII	4.13	0.36	0.10	0.77	0.38	

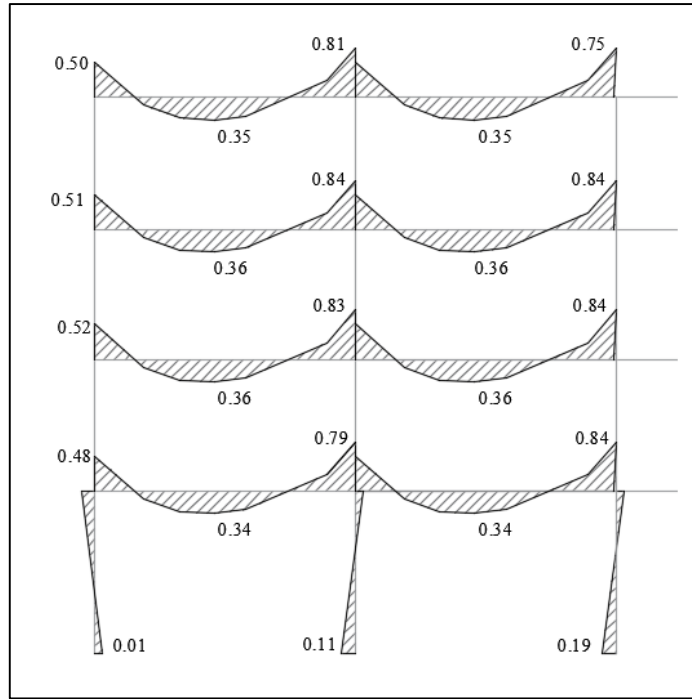


Ilustración 5.58.-Diagramas  $\chi/\chi_{ced}$  para  $\zeta[d_{et}^*]$  3C(10) – MNA – patrón PMV.

Tabla V.26.- Verificación del mecanismo para  $\zeta[d_{et}^*]$  3C(10) – MNA – patrón PMV.

Elemento	$\chi$	$\epsilon_a$	$c$	$\epsilon_s$	$\epsilon_y$	$\epsilon_s/\epsilon_y$
	mm/m <sup>2</sup>	mm/m	m	mm/m	mm/m	
Nudo 1	0.06	0.05	0.25	0.07	2.06	0.03
Nudo 2	0.65	0.09	0.25	0.25		0.12
Nudo 3	1.33	0.03	0.25	0.37		0.18
Nudo 5	9.46	0.76	0.10	1.71		0.83
Nudo 6	9.50	0.76	0.10	1.71		0.83
Nudo 8	10.01	0.81	0.10	1.81		0.88
Nudo 9	9.93	0.80	0.10	1.79		0.87
Nudo 11	10.06	0.81	0.10	1.82		0.88
Nudo 12	10.02	0.81	0.10	1.81		0.88
Nudo 14	9.73	0.76	0.10	1.73		0.84
Nudo 15	9.00	0.71	0.10	1.61		0.78
Viga I	4.17	0.36	0.10	0.78		0.38
Viga II	4.11	0.36	0.10	0.77		0.37
Viga III	4.32	0.39	0.10	0.82		0.40
Viga IV	4.31	0.39	0.10	0.82		0.40
Viga V	4.35	0.39	0.10	0.83		0.40
Viga VI	4.33	0.39	0.10	0.82		0.40
Viga VII	4.23	0.36	0.10	0.78		0.38
Viga VIII	4.12	0.36	0.10	0.77	0.37	

En las ilustraciones 5.51 a 5.58 y en las tablas V.17 a V.26 se presentan los resultados del análisis *push-over* del modelo 3C(10).

El valor del periodo  $T^*$  del análisis *push-over* (patrón de carga constante) con curvas de capacidad generadas por el método 3C(10) y el MFF(9el) difieren de 0.25% en el modelo MNA y de 0.07% en el modelo GMNA. Los correspondientes valores del punto de desempeño  $d_{et}^*$  difieren de 0.09% en el modelo MNA y de 0.03% en el modelo GMNA.

El valor del periodo  $T^*$  del análisis *push-over* (patrón de carga PMV) con curvas de capacidad generadas por el método 3C(10) y el MFF(9el) difieren de 0.03% en el modelo MNA y de 0.24% en el modelo GMNA. Los correspondientes valores del punto de desempeño  $d_{et}^*$  difieren de 0.01% en el modelo MNA y de 0.08% en el modelo GMNA.

A partir de estos resultados se confirma la buena aproximación de los resultados obtenidos para el modelo 3C (10) cuando se comparan con los resultados obtenidos en el MFF 9el. A continuación se representa la comparación grafica de los resultados del análisis *push-over* para el modelo 3C (10), ver ilustraciones 5.59 y 5.60.

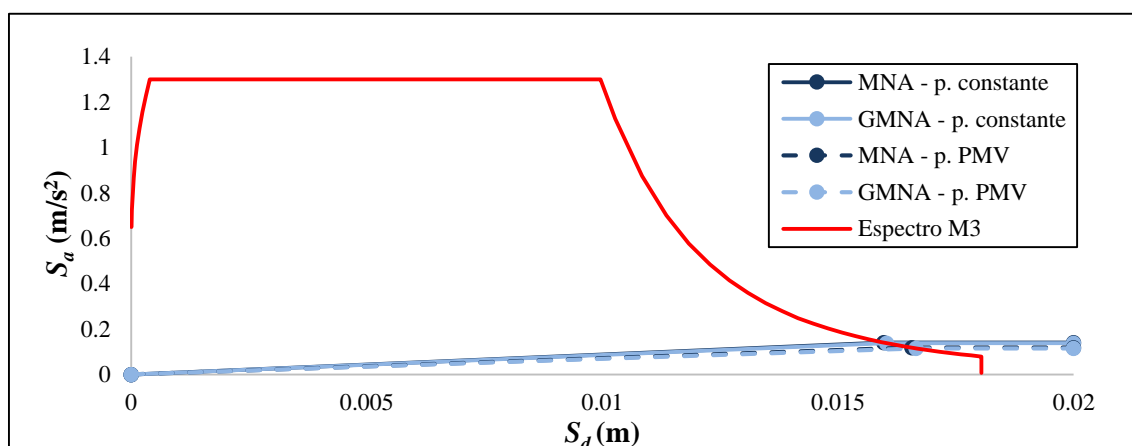


Ilustración 5.59.- Solución gráfica *push-over* para el modelo 3C (10)

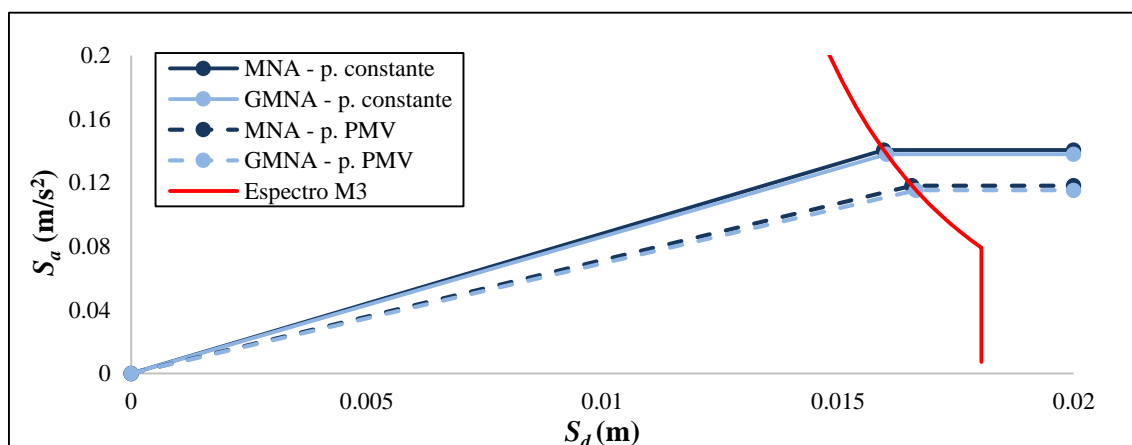


Ilustración 5.60.- Solución gráfica *push-over* para el modelo 3C (10) (Zona de intersección).

Se analiza ahora comparativamente el tiempo de computación requerido para generar las curvas de capacidad del método 3C y del MFF. En las tablas V.27 y V.28 se presentan los tiempos de cómputo necesarios para generar cada curva de capacidad de cada modelo, considerando el caso de patrón de carga constante.

Se observa que el método 3C requiere aproximadamente (en media) la mitad del tiempo de computo que la requerida para el MFF, lo cual demuestra ser una ventaja de aplicación del método de 3C en relación al método MFF.

Esta diferencia en los cálculos se debe principalmente a dos razones:

- i) El tiempo de cómputo depende en gran medida de la complejidad de la inversión de la matriz de rigidez. Nótese que las matrices de rigidez del modelo MFF (9el) y MFF (27el) son respectivamente superiores a las matrices de los modelos 3C (10) y 3C (28). Esto se debe al hecho de no ser necesario el refinamiento de mallas en el método de 3 campos, a pesar de ser necesarios otros cálculos específicos.
- ii) En el MFF existe una duplicidad de procesamiento de los resultados (integración de esfuerzos) para secciones de elementos resultantes de la subdivisión de elementos estructurales. Esto no sucede en el método 3C.

*Tabla V.27.-Comparación de los tiempos de computo modelos MFF 9el vs 3C (10)*

	MNA		GMNA	
	MFF 9 el	3C (10)	MFF 9el	3C (10)
<i>t</i>	283 s	132 s	440 s	92 s
<i>Desvío</i>	-	53.36 %	-	79.09 %

*Tabla V.28.-Comparación de los tiempos de computo modelos MFF 27el vs 3C (28)*

	MNA		GMNA	
	MFF 27 el	3C (28)	MFF 27 el	3C (28)
<i>t</i>	1165 s	490 s	720 s	236 s
<i>Desvío</i>	-	57.94 %	-	67.22 %

## 6. Conclusiones

---

Se empieza por recordar que los objetivos principales de esta tesis eran:

- i. Evaluar la relevancia del uso del método 3C en el análisis *push-over* por comparación con métodos que usan la formulación clásica (1C) del FEM. Se pretendía comparar las soluciones (curvas de capacidad) generadas por el método 3C con las obtenidas por el MFF.
- ii. Ilustrar la aplicación del método 3C en el contexto de análisis *push-over* de un pórtico de un edificio de la Universidad Técnica de Manabí (UTM) afectado por el terremoto del 16 de abril de 2018.

En lo que se refiere al primer objetivo, es importante señalar que se determinó el número óptimo de puntos para la interpolación de las deformaciones  $\underline{N}_\varepsilon \underline{\varepsilon}_n$  requeridas en el Método 3C para lo caso de estudio analizado.

A través del presente estudio, se concluye también que el Método 3C requiere menos tiempo de computación para generar las curvas de capacidad (siendo este tiempo considerablemente menor que el MFF). Esto se debe a no ser necesario realizar subdivisiones de elementos, y por tanto reduciéndose la dimensión de las matrices a invertir. Así, el método 3C resulta ser un método más económico al referirse en tiempos de cómputo.

En lo que se refiere al segundo objetivo, es importante señalar que se presentó el desempeño sísmico del caso de estudio en análisis. Es de señalar el alto valor del período registrado, que se deberá a la baja rigidez elementos horizontales (vigas). Se debe tener en cuenta que la aportación de los elementos no estructurales (paredes) aumentaría la rigidez de la estructura y luego por tanto una disminución del período.

### 6.1. Estudios futuros

---

Una vez concluido el presente estudio, se recomienda realizar estudios complementares.

En los aspectos relacionados con el primer objetivo de la tesis, se destacan las siguientes tareas:

- Evaluar la importancia del uso de otras funciones de aproximación para las deformaciones  $\underline{N}_\varepsilon$   $\underline{\varepsilon}_n$  (por ejemplo, funciones sinusoidales);
- Determinar el número de iteraciones mínimo para obtener un dado rigor de las soluciones;
- Considerar otros casos de estudio;

En los aspectos relacionados con el segundo objetivo de la tesis, se destacan las siguientes tareas:

- Considerar la contribución de los elementos no estructurales (paredes) en el modelo;
- Evaluar la influencia de la armadura de las vigas en el caso de estudio en análisis;
- Modelar todo el edificio del caso de estudio;
- Comparar los resultados con los que se obtienen en programas comerciales (e.g. SAP 2000 (Computers and Structures Inc., 2018)) que consideran modelos de plasticidad concentrada (NLC).

# Anexo I

En este anexo se presenta el cálculo de las armaduras de las vigas, ver ilustración 5.7, de acuerdo con el el *Direct Design Method* (DDM) (ACI 318M-08, 2008) y (PCA, 2011), para resistir a las cargas gravíticas.

De forma resumida, el DDM comprende tres pasos:

- i) cálculo del  $M_0 = q_n l_2 l_n^2 / 8$  (*Total design Moment*) para un dado panel,

$$M_0 = \frac{q_n l_2 l_n^2}{8} \quad (A.1)$$

siendo  $l_n$  la luz libre y  $q_n$  la carga gravítica mayorada,

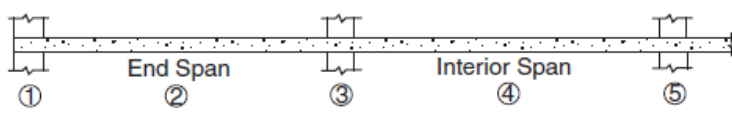
$$q_n = 1.2D + 1.6L \quad (A.2)$$

- ii) distribución del  $M_0$  por las secciones de momento positivo y negativo, de acuerdo con la tabla representada en la ilustración A.1;
- iii) asignación de los momentos negativos y positivos del paso anterior por las bandas adyacentes a las columnas (BAC) y las bandas centrales (BC), ver ilustración A.2.

Una vez conocidos los momentos para cada banda se calculan la cuantía de armadura,

- I. a través de la expresión simplificada del ACI-318

$$A_s = \frac{M_{sd}}{4d} \quad (A.3)$$



Slab Moments	End Span			Interior Span	
	1 Exterior Negative	2 Positive	3 First Interior Negative	4 Positive	5 Interior Negative
Total Moment	0.26 $M_0$	0.52 $M_0$	0.70 $M_0$	0.35 $M_0$	0.65 $M_0$
Column Strip	0.26 $M_0$	0.31 $M_0$	0.53 $M_0$	0.21 $M_0$	0.49 $M_0$
Middle Strip	0	0.21 $M_0$	0.17 $M_0$	0.14 $M_0$	0.16 $M_0$

Note: All negative moments are at face of support.

Ilustración A.1.- Coeficientes para Placas Planas o Losas Planas soportadas directamente sobre columnas, (PCA, 2011).

en que  $d$  es la altura útil de la sección, o

I. a través de las expresiones simplificadas de la flexión

$$\varpi = \mu(1 + \mu) \quad (A.4)$$

en que  $\mu$  es el momento reducido y  $\varpi$  es la cuantía mecánica de armadura.

La tabla A.1 resume el cálculo de  $M_0$ . La tabla A.2 presenta los referidos momentos en iii) para la viga en análisis. Las tablas A.3 y A.4 presentan respectivamente las áreas de armadura referidas en I) y II). Se puede constatar que la armadura adoptada y representada en la ilustración 5.7 es superior a las requeridas por el DDM y representadas en las tablas A.3 y A.4.

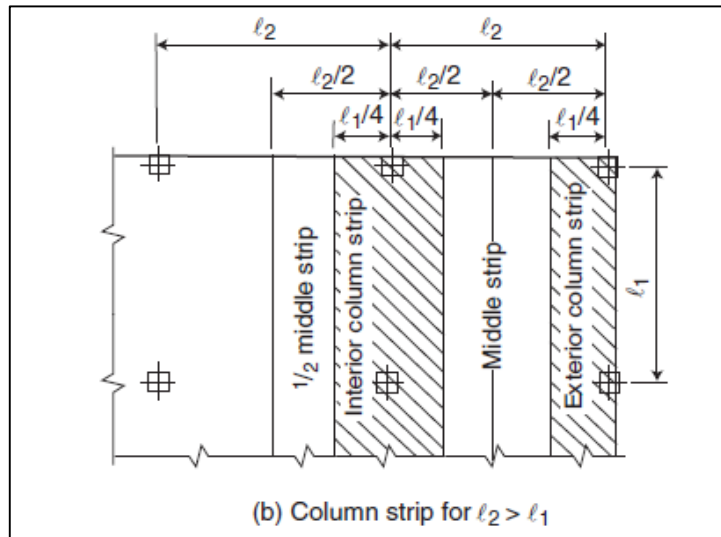


Ilustración A.2.- Representación de las bandas adyacentes a las columnas y las bandas centrales (del inglés "middle strip" y "column strip"), (PCA, 2011).

Tabla A.1.- Cálculo de  $M_0$ .

$q_u$	$l_2$	$l_n$	$M_0$
15 kN/m	3.5 m	5.95 m	232.33 kN-m

Tabla A.2.- Cálculo de los momentos en las bandas BAC y BC

	Paño exterior (End Span)			Paño exterior (Interior Span)
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
<b>BAC (Column Strip)</b>	60.41 kN-m	72.02 kN-m	123.13 kN-m	48.79 kN-m
<b>BC (Middle Strip)</b>	0 kN-m	48.79 kN-m	39.50 kN-m	32.53 kN-m

Tabla A.3.- Cálculo de las áreas de armaduras por la expresión simplificada del ACI.

	<b>Paño exterior (End Span)</b>			<b>Paño exterior (Interior Span)</b>
	<b>Caso 1</b>	<b>Caso 2</b>	<b>Caso 3</b>	<b>Caso 4</b>
<b>BAC (Column Strip)</b>	7.02 cm <sup>2</sup>	8.37 cm <sup>2</sup>	14.31 cm <sup>2</sup>	5.67 cm <sup>2</sup>
<b>BC (Middle Strip)</b>	0.00 cm <sup>2</sup>	5.67 cm <sup>2</sup>	4.59 cm <sup>2</sup>	3.78 cm <sup>2</sup>

Tabla A.4.- Cálculo de las áreas de armaduras por las fórmulas simplificadas de la flexión.

	<b>Paño exterior (End Span)</b>			<b>Paño exterior (Interior Span)</b>
	<b>Caso 1</b>	<b>Caso 2</b>	<b>Caso 3</b>	<b>Caso 4</b>
<b>BAC (Column Strip)</b>	5.65 cm <sup>2</sup>	6.76 cm <sup>2</sup>	11.76 cm <sup>2</sup>	4.54 cm <sup>2</sup>
<b>BC (Middle Strip)</b>	0.00 cm <sup>2</sup>	4.54 cm <sup>2</sup>	3.67 cm <sup>2</sup>	3.01 cm <sup>2</sup>



# Bibliografía

---

- ACI 318M-08. (2008).** *Building Code Requirements for Structural Concrete*. Michigan: ACI Committee 318.
- ASTM-C597. (2009).** *Standard test method for pulse velocity through concrete*. Subcommittee C09.64.
- ASTM-C805. (2013).** *Standard test method for rebound number of hardened concrete*. Subcommittee C09.64.
- ATC-40. (1996).** *Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings*. California: Seismic Safety Commission.
- Cabrero, A. (2014).** *Evaluación del confinamiento en las columnas de estructuras porticadas bajo carga sísmica mediante análisis no lineal*. Barcelona: Universidad Técnica de Cataluña.
- Carvalho, E., Fajfar, P., Fardis, M., & Pecker, A. (2015).** *Seismic design of concrete buildings to Eurocode 8*. CRC Press.
- CEB-FIP. (1993).** *Model Code 1990*. Lausanne: Bulletin d'information no 213/214.
- Costa, R., & Providência, P. (2017).** *Avaliação e Reabilitação Sísmicas de Edifícios de Betão Armado de acordo com o EC8-3*. Universidade de Coimbra.
- Computers and Structures Inc. (2018)** *Sap 2000 v.20.0.0*. Obtenido de <https://wiki.csiamerica.com/display/sap2000/Home>
- EC8. (2011).** *Proyecto de Estructuras Sismoresistentes*. España: UNE-EN 1998-1.
- Escuela Politécnica Nacional EPN, T. E. (2017).** *Estudio de la microzonificación sísmica del área urbana de Portoviejo y sus cabeceras parroquiales rurales*. Quito: GAD Municipal de Portoviejo.
- Fajfar, P., & EERI, M. (2000).** *A nonlinear analysis method for performances based seismic design*. Ljubljana: Faculty of Civil and Geodetic Engineering, University of Ljubljana.

- Ferreira, M., Providência, P., Gala, P., & Almeida, J. (2017).** *Improved displacement based alternative to based finite element for nonlinear analysis of framed structures.* Engineering Structures.
- Ferreira, M. (2018).** *Evals 2.2.* Obtenido de <http://evalssoftware.blogspot.pt/>.
- Ferreira, M., Andrade, A., Providência, P., & Cabrera, F. (2018a).** *An efficient three field mixed finite element model for the linear analysis of composite beams with deformable shear connection.* Composite Structures.
- Ferreira, M., Providência, P., Costa, R., Gala, P., & Almedia, J. (2018b).** *Efficient 3-field Mixed FE for Geometric and Material Nonlinear Analysis of Beam/Column Elements.*
- FIB. (2010).** *Model Code - Volumen 2.* Switzerland: DCC Document Competence Center.
- Gala, P. (2013).** *The fictitious force method and its application to the nonlinear material analysis of skeletal structures.* Portugal: Ph. D thesis University of Coimbra.
- Gala, P., Costa, R., Ferreira, M., Providência, P., & Dias, A. (2016).** *Fictitious forces method and its application to the nonlinear analysis of plane RC skeletal structures.* Journal of Structural Engineering (ASCE).
- Galarza, P., & Pinargote, V. (2018).** *Evaluación y Reforzamiento de edificaciones de hormigón armado con el método de la norma japonesa.* Portoviejo: Universidad Técnica de Manabí.
- Gil Espert, L. (1997).** *Análisis de sensibilidad con comportamiento no lineal del material y su aplicación en el diseño asistido de estructuras.* Barcelona: Universidad Politècnica de Catalunya.
- Hognestad, E., Hanson, N., & McHenry, D. (1955).** *Concrete Stress Distribution in Ultimate Strength Design.* Skokie, IL: ACI Journal Proceedings.
- Juarez, G. (2010).** *Comportamiento inelástico de los materiales.* Mexico DF: UAM.
- Lopera, J. (2017).** *Determinación de la calidad del concreto - Cuantía de Acero y Análisis de corrosión de elementos estructurales de la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación.* Portoviejo: Lopera.
- Maldonado, R. (2012).** *Sensibilidad y Seguridad de Estructuras de Hormigón en régimen no lineal.* Cataluña: Universidad Politecnica de Cataluña.

- Mathematica (2014).** *Wolfram Mathematica v10*. Wolfram Research Inc
- NEC. (2014).** *Cargas no sismicas, NEC-SE-CG*. Ecuador: Dirección de Comunicación Social, MIDUVI.
- Oñate, E. (2009).** *Structural Analysis with the Finite Element Method, Linear Statics, Volume 1. Basis and Solids*. Springer.
- PCA. (2011).** *Simplified design of reinforced concrete buildings*.
- Powell, G., & Chen, P. (1986).** *3D Beam-Column Element with Generalized Plastic Hinges*. Journal of Engineering Mechanics (ASCE).
- Rodrigues, H. (2012).** *Biaxial seismic behaviour of reinforced concrete columns*, PhD. Thesis. Portugal: University of Aveiro.
- Spacone, E., & El-Tawil, S. (2004).** *Nonlinear Analysis of Steel-Concrete Composite Structures: State of the Art*. Journal of Structure Engineering.
- Vera, L. (2018).** *Determinación y evaluación de los parámetros físicos del hormigón y acero en columnas, vigas y escaleras del edificio de la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación, de la Universidad Técnica de Manabí*. Portoviejo: Universidad Técnica de Manabí.
- Villagrán, E., Vera, C., & Posada, A. (2013).** *Modelo Esfuerzo- deformación para elementos de concreto reforzado que cumple con la hipótesis de la NTC RCDF 2004*. Mexico DF: Concreto y Cemento, Investigación y Desarrollo.
- Zienkiewicz, O., & Taylor, R. (2000).** *The Finite Element Method*. Woburn, MA: Butterworth-Heinemann.