



# **Modelos Estatísticos e Redes Neurais na Previsão do Índice da Bolsa Brasileira**

Mestrado em Ciência de Dados

Elysiario Virginio dos Santos

Leiria, setembro de 2024



# **Modelos Estatísticos e Redes Neurais na Previsão do Índice da Bolsa Brasileira**

Mestrado em Ciência de Dados

Elysiario Virginio dos Santos

Dissertação realizada sob a orientação do Professor Carlos Fernando de Almeida Grilo e  
do Professor José Maria Gouveia Martins

Leiria, setembro de 2024

# **Originalidade e Direitos de Autor**

A presente dissertação é original, elaborada unicamente para este fim, tendo sido devidamente citados todos os autores cujos estudos e publicações contribuíram para a elaborar.

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição de que seja mencionada o Autor e feita referência ao ciclo de estudos no âmbito do qual o mesmo foi realizado, a saber, Curso de Mestrado em Ciência de Dados, no ano letivo 2023/2024, da Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Leiria, Portugal, e, bem assim, à data das provas públicas que visaram a avaliação destes trabalhos.

# **Dedicatória**

Ao que tenho de mais valioso neste mundo: a minha família.

# Agradecimentos

Chegar a esta etapa de finalização de um Mestrado em Ciência de Dados não é tarefa trivial, nem seria possível sem o apoio de pessoas relevantes que gostava de destacar:

Primeiramente, à minha esposa, Elisabete, pelo seu apoio constante e por acreditar em mim, mesmo nos momentos mais desafiantes. A sua confiança e apoio foram fundamentais para a realização deste sonho.

Agradeço também ao Instituto Politécnico de Leiria (IPL), por me acolher como estrangeiro e proporcionar uma excelente integração. Destaco a Professora Maria Beatriz Guerra da Piedade, coordenadora do curso, pelo seu apoio incondicional durante as dificuldades encontradas ao longo desse percurso. Na sua pessoa, também agradeço a todos os professores, sem exceção.

Por fim, manifesto o meu profundo agradecimento aos meus orientadores, Professor Carlos Grilo e Professor José Martins, pela paciência e todas as orientações que me tornaram uma pessoa mais madura e preparada para os desafios presentes e futuros.

A todos vocês, o meu mais sincero agradecimento.

# Resumo

Os estudos na área de tecnologia para investimentos têm sido objeto de interesse no meio acadêmico e nos negócios. A facilidade em obter um histórico de dados em maior volume, velocidade e variedade é um dos principais impulsionadores dos avanços nesta área. O advento da inteligência artificial levou os investigadores a explorarem modelos preditivos para compor a inteligência de negócios, mostrando grande potencial de apoio nas decisões humanas, que podem ser melhor suportadas em estudos mais elaborados e desenvolvidos recentemente.

Esta dissertação aborda a previsão dos valores da Bolsa de Valores Brasileira, centrando-se no Ibovespa, que representa as principais ações negociadas na B3. O estudo tem como objetivo prever os valores de fecho e o retorno do índice através da aplicação de técnicas de aprendizagem automática, comparando os resultados obtidos com modelos estatísticos tradicionais. A investigação envolve diferentes métodos, procurando identificar quais abordagens oferecem melhores resultados preditivos. Estes resultados visam contribuir para uma compreensão mais aprofundada das dinâmicas do mercado financeiro brasileiro, podendo ser úteis tanto para o meio acadêmico quanto para profissionais do setor financeiro interessados em realizar investimentos na área financeira. Para a realização do projeto, foram testados modelos estatísticos e modelos baseados em redes neurais com o intuito de comparar os resultados de diferentes abordagens preditivas. Entre os modelos estatísticos testados estão os modelos ARIMA para valores de fecho e os modelos GARCH e E-GARCH para retornos. Para os testes com redes neurais, foram escolhidas as redes *Long Short-Term Memory* (LSTM) e as *Gated Recurrent Unit* (GRU), as redes *Multilayer Perceptron* (MLP) e o *Neural Basis Expansion Analysis Time Series Forecasting* (N-BEATS), todas com diversas parametrizações. Após diversos testes, atingiu-se uma estabilidade com *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) próximo de 1% para os valores de fecho na maioria dos modelos.

**Palavras-chave:** Bolsa de Valores Brasileira, Ibovespa, Aprendizagem Automática, Previsão Financeira, Modelos Estatísticos, Volatilidade.

# Abstract

Studies in the technology for investment area have been the subject of interest in both academic and business circles. The ease of obtaining historical data in greater volume, speed and variety is one of the main drivers of advances in this area. The advent of artificial intelligence has led researchers to explore predictive models to compose business intelligence, showing great potential to support human decisions, which can be better supported in more elaborate studies recently developed.

This dissertation features the prediction of fluctuations in the Brazilian Stock Exchange, focusing on the Bovespa index, which represents the main stocks traded on B3. This study aims to predict the closing values and the return of the index by applying Machine Learning techniques, comparing the results obtained with traditional statistical models. The research involves different methods, seeking to identify which approaches offer better predictive results. These results aim to contribute to a deeper understanding of the dynamics of the Brazilian financial market, which can be useful both for academia and financial sector professionals interested in investing in technology for the financial area. To carry out the project, statistics and *Machine Learning* models were tested to compare the results of different predictive approaches. Among the tested statistical models are ARIMA models for closing values and GARCH and E-GARCH models for returns. For tests with Machine Learning models, the Long Short-Term Memory (LSTM) and Gated Recurrent Unit (GRU) recurrent neural networks models, multilayer models such as the Multilayer Perceptron (MLP), and the Neural Basis Expansion Analysis Time Series Forecasting (N-BEATS) model were chosen, all with various parameterizations. After several tests, stability was achieved with a Mean Absolute Percentage Error (MAPE) near to 1% for closing values in most of the models.

**Keywords:** Brazilian Stock Exchange, Ibovespa, Machine Learning, Financial Forecasting, Econometric Models, Volatility.

# Índice

Originalidade e Direitos de Autor.....	iii
Dedicatória.....	iv
Agradecimentos .....	v
Resumo .....	vi
Abstract.....	vii
Lista de Figuras .....	xii
Lista de tabelas .....	xiii
Lista de siglas e acrónimos .....	xiv
<b>1. Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1 Metodologia de trabalho.....	3
1.2 Organização do documento.....	4
<b>2. Matéria relacionada .....</b>	<b>6</b>
2.1 O que são ações.....	6
2.1.1 A negociação de ações.....	7
2.1.2 Book de ofertas .....	7
2.1.3 As oscilações no mercado de ações.....	8
2.2 O índice Bovespa .....	8
2.3 Séries temporais e suas características gerais.....	10
2.4 Tipos de séries temporais.....	12
2.5 Séries temporais financeiras.....	13
2.5.1 A volatilidade e a heteroscedasticidade condicional nas séries temporais financeiras.....	13
2.5.2 A alavancagem e seus efeitos nas séries temporais.....	14
2.5.3 Retorno simples e log-retornos.....	14
2.6 Exemplo de série temporal financeira.....	15
2.7 Modelos estatísticos .....	16

2.7.1	Modelo ARIMA.....	17
2.7.2	Modelo SARIMA .....	17
2.7.3	Modelo ARCH .....	17
2.7.4	Modelos GARCH/E-GARCH.....	18
2.8	Aprendizagem automática – visão geral e alguns modelos.....	18
2.8.1	Deep learning e o uso de redes neuronais.....	20
2.8.2	Redes neuronais recorrentes .....	21
2.8.3	Redes neuronais feedforward.....	25
2.9	Métricas de avaliação .....	27
3.	Estado da arte .....	29
3.1	Econometria e modelos estatísticos.....	29
3.2	Estudos comparativos de modelos estatísticos e redes neuronais aplicadas a séries temporais financeiras.....	32
3.3	Resultados de modelos recentes.....	33
3.4	Comparativos de resultados.....	34
4.	Recolha e pré-processamento dos dados .....	36
4.1	Motivação da escolha do Ibovespa.....	36
4.2	Detalhes dos dados escolhidos.....	36
4.2.1	Processo de coleta dos dados .....	36
4.2.2	Características gerais da série original.....	37
4.3	Análise e separação dos dados.....	37
4.3.1	Diferença de valores .....	38
4.3.2	Características dos dados reduzidos .....	38
4.3.3	Separação dos dados.....	40
5.	Desenvolvimento de modelos de previsão de valores de fecho .....	41
5.1	Modelo ARIMA para prever valores de fecho.....	41
5.2	Modelos baseados em redes neuronais.....	45
5.2.1	Modelos RNN para prever valores de fecho .....	48
5.2.2	Modelos feedforward para prever valores de fecho .....	50
5.3	Compilação dos resultados e comentários sobre as previsões dos valores de fecho .....	52
6.	Desenvolvimentos de previsão de valores de retorno.....	54

<b>6.1</b>	<b>Modelos estatísticos de retorno (GARCH/E-GARCH).....</b>	<b>55</b>
<b>6.2</b>	<b>Modelos RNN para prever valores de retorno .....</b>	<b>58</b>
<b>6.3</b>	<b>Modelos <i>feedforward</i> para prever valores de retorno .....</b>	<b>60</b>
<b>6.4</b>	<b>Compilação dos resultados e comentários sobre as previsões dos valores de retorno .....</b>	<b>61</b>
<b>7.</b>	<b>Considerações finais e trabalhos futuros.....</b>	<b>64</b>
	<b>Referências Bibliográficas .....</b>	<b>66</b>
	<b>Anexo I .....</b>	<b>70</b>
	<b>Anexo II.....</b>	<b>71</b>
	<b>Anexo III .....</b>	<b>72</b>
	<b>Anexo IV.....</b>	<b>73</b>
	<b>Anexo V .....</b>	<b>75</b>

# Lista de Figuras

Figura 1 – Metodologia de desenvolvimento das atividades.....	3
Figura 2 – S&P 500 – Preço de Fechamento ao Longo do Tempo.....	15
Figura 3 – Diagrama de uma rede neural recorrente (RNN) [16].....	22
Figura 4 – Modelo LSTM [16].....	23
Figura 5 - Modelo GRU [14].....	24
Figura 6 – Rede MLP [23,29].....	25
Figura 7 – Arquitetura do modelo N-BEATS [22].....	26
Figura 8 – Amostra inicial dos dados extraídos do Yahoo Finance.....	37
Figura 9 - Gráfico da diferença de valores entre Yahoo Finance e B3.....	38
Figura 10 - Gráfico da Série reduzida.....	39
Figura 11 – Gráfico do histograma da concentração dos valores de fechamento do Ibovespa.....	39
Figura 12 - Exemplo da técnica de Expanding Window.....	41
Figura 13 - Gráfico ACF.....	42
Figura 14 - Gráfico PACF.....	43
Figura 15 - Resultado do auto_arima.....	44
Figura 16 - Gráfico dos valores reais e previstos do modelo ARIMA(3, 1, 3).....	45
Figura 17 - Importância de cada hiperparâmetro para o modelo LSTM.....	46
Figura 18 – Combinação dos hiperparâmetros mais relevantes em relação à função objetivo.....	47
Figura 19 - Valores de fechamento reais versus previstos para a LSTM.....	49
Figura 20 - Valores de fechamento reais versus previstos para a GRU.....	49
Figura 21 - Valores de fechamento reais versus previstos para a MLP.....	51
Figura 22 - Valores de fechamento reais versus previstos para o N-BEATS.....	51
Figura 23 – Evolução da média acumulada do MAPE ao longo das 100 execuções.....	53

<b>Figura 24 - Gráfico dos retornos da série reduzida (2013 a 2023).....</b>	<b>55</b>
<b>Figura 25 – ACF e PACF dos Retornos.....</b>	<b>55</b>
<b>Figura 26 - Volatilidade condicional estimada GARCH/E-GARCH.....</b>	<b>57</b>
<b>Figura 27 - Gráfico Real x Predict LSTM Retorno.....</b>	<b>59</b>
<b>Figura 28 - Gráfico do Modelo GRU para retornos.....</b>	<b>59</b>
<b>Figura 29 - Modelo MLP para retornos.....</b>	<b>61</b>
<b>Figura 30 - Valores reais e previstos do modelo N-BEATS para retornos.....</b>	<b>61</b>
<b>Figura 31 - Evolução do RMSE e MAE do modelo ARIMA para valores de fecho...70</b>	<b>70</b>
<b>Figura 32 - Evolução do MAPE do modelo ARIMA para valores de fecho..... 70</b>	<b>70</b>
<b>Figura 33 - Evolução do loss do modelo MLP para valores de fecho.....71</b>	<b>71</b>
<b>Figura 34 - Valores de MAPE nas 100 execuções do modelo MLP fecho..... 71</b>	<b>71</b>
<b>Figura 35 - Histograma de série de retornos.....72</b>	<b>72</b>
<b>Figura 36 - QQ-Plot da série de retornos.....72</b>	<b>72</b>
<b>Figura 37 - Optuma GRU - Histórico de otimização do valor objetivo para fecho....73</b>	<b>73</b>
<b>Figura 38 - Optuma GRU - Histórico de otimização do valor objetivo para retorno.73</b>	<b>73</b>
<b>Figura 39 - Optuma GRU - valores intermediários ao longo das épocas para fecho..74</b>	<b>74</b>
<b>Figura 40 - Optuma GRU - valores intermediários ao longo das épocas para retorno.....74</b>	<b>74</b>
<b>Figura 41 - Evolução do loss do modelo GRU para valores de retorno.....75</b>	<b>75</b>
<b>Figura 42 - Valores de MAPE nas 100 execuções do modelo GRU retorno.....75</b>	<b>75</b>

## **Lista de tabelas**

<b>Tabela 1 - Exemplo de book de ofertas (retirado de [10]).....</b>	<b>8</b>
<b>Tabela 2 - Ações com maior representatividade no índice Bovespa (retirado de [21] ..</b>	<b>9</b>
<b>Tabela 3 - Resultados dos trabalhos analisados.....</b>	<b>35</b>
<b>Tabela 4 - Hiperparâmetros dos modelos RNN para fecho.....</b>	<b>48</b>
<b>Tabela 5 - Hiperparâmetros dos modelos feedforward para fecho.....</b>	<b>50</b>
<b>Tabela 6 – Compilação dos resultados dos valores de fecho.....</b>	<b>52</b>
<b>Tabela 7 - Hiperparâmetros dos modelos RNN de retorno.....</b>	<b>58</b>
<b>Tabela 8 - Hiperparâmetros dos modelos feedforward de retorno.....</b>	<b>60</b>
<b>Tabela 9 – Compilação dos resultados dos valores de retorno.....</b>	<b>62</b>

## Lista de siglas e acrónimos

ACF	Autocorrelation Function
ADAM	Adaptive Moment Estimation
ADF	Augmented Dickey-Fuller Test
AIC	Akaike Information Criterion
ARIMA	Autoregressive Integrated Moving Average
APT	Arbitrage Pricing Theory
B3	Brasil, Bolsa, Balcão
BDR	Brazilian Depositary Receipts,
BIC	Bayesian Information Criterion
CAPM	Capital Asset Pricing Model)
CSV	Comma-Separated Values
DW	Durbin-Watson
ETF	Exchange Trade Funds
GPU	Graphics Processing Unit
GRU	Gated Recurrent Unit
LSTM	Long Short-Term Memory
MAE	Mean Absolute Error
MAPE	Mean Absolute Percentage Error
MLP	Multilayer Perceptron

MSE	Mean Squared Error
NASDAQ	National Association of Securities Dealers Automated Quotations
PACF	Partial Autocorrelation Function
PIB	Produto Interno Bruto
RMSE	Root Mean Squared Error
RNN	Recurrent Neural Network
SARIMA	Seasonal Autoregressive Integrated Moving-Average
SARIMAX	Seasonal Autoregressive Integrated Moving-Average with Exogenous Variables



# 1. Introdução

O mercado financeiro brasileiro é um ecossistema dinâmico e multifacetado, onde a complexidade e a oportunidade coexistem em um delicado equilíbrio. Investidores de todos os níveis encontram uma gama de opções que vão desde a segurança da Poupança e do Tesouro Direto até à volatilidade das ações e *commodities*. A renda fixa, com seus Certificados de Depósito Bancário (CDBs), *Debêntures* e Letras de Crédito, oferece um porto seguro para aqueles que buscam previsibilidade em seus retornos. Por outro lado, a renda variável, representada por ações, opções, câmbio, ouro, soja, milho e alternativas, desafia os investidores com a promessa de ganhos mais significativos, embora acompanhados de riscos proporcionais [1].

No coração deste universo financeiro está a Bolsa de valores brasileira, agora conhecida como B3 (Brasil, Bolsa, Balcão), que serve como a única plataforma de negociação de ações no Brasil. A B3 é um reflexo do mercado brasileiro em sua totalidade, abrangendo não apenas o comércio de ativos financeiros, mas também a exportação de grãos, o florescente setor de turismo e o expansivo comércio eletrônico [3]. Em 2023, a B3 contava com mais de 400 empresas listadas, abrangendo diversos setores da economia, incluindo bens industriais, comunicações, consumo cíclico e não cíclico, financeiro, materiais básicos, saúde, tecnologia da informação, utilidade pública, petróleo, gás e biocombustíveis. Essa diversidade é um testemunho da complexidade e da riqueza dos negócios no país [4].

A B3 movimentou no terceiro trimestre de 2023 uma média de 23,8 bilhões de reais por dia [5], o que, ao câmbio da data de 31/12/2023, equivale a 4,32 bilhões de euros [7]. Este montante de negócios posicionou-a entre as 20 maiores bolsas do mundo em termos de volume transacionado, um indicador claro da sua importância no cenário econômico global e da confiança que os investidores depositam no mercado financeiro brasileiro.

A bolsa de valores é um ambiente regulado e organizado, seja em um espaço físico ou por meio de sistemas eletrônicos. Nesse cenário, os investidores têm a oportunidade de comprar e vender ativos financeiros específicos, como ações, BDR, (*Brazilian Depositary Receipts*), *debêntures*, fundos imobiliários e fundos de índices (ETF, do inglês *Exchange Trade Funds*). Essa negociação ocorre por intermédio de instituições autorizadas, os

intermediários. A bolsa de valores funciona como um “ponto de encontro” para investidores interessados em transacionar esses ativos no mercado secundário, também conhecido como mercado de bolsa [10].

A B3 é um reflexo de possibilidades vindouras, sempre atrelada a um futuro incerto que pode ou não se concretizar. Isso é evidenciado na flutuação dos preços das ações. Por exemplo, se surge uma notícia sobre a descoberta de um novo poço de petróleo, as ações de uma empresa do setor podem aumentar, mesmo que ela ainda não possua as permissões e equipamentos necessários para explorar esse campo. Ou seja, o valor das ações aumentou sem que houvesse qualquer garantia de exploração ou lucro proveniente dessa descoberta. O inverso também pode ocorrer, e essas dinâmicas movimentam os mercados, tornando o estudo deles ainda mais complexo.

Este projeto tem como foco central o estudo do Ibovespa, que mede as oscilações das principais ações negociadas na bolsa brasileira. O objetivo deste trabalho é realizar previsões de valores de fecho e retorno do Ibovespa, utilizando técnicas modernas de aprendizagem automática, e contrastar os resultados com modelos estatísticos e abordagens mais tradicionais de previsão. O intuito é identificar os modelos com menor erro e, conseqüentemente, melhor capacidade de previsão. Através deste estudo, pretende-se desvendar os padrões que governam as flutuações do mercado e fornecer *insights* para investidores e acadêmicos interessados no tema dos investimentos.

Além disso, pretende-se explorar diferentes combinações de parâmetros para diversos modelos, buscando sempre resultados satisfatórios e consistentes. Essa pesquisa também visa ampliar o conhecimento em ferramentas e técnicas de Estatística e aprendizagem automática, proporcionando conteúdo relevante para interessados na aplicação desses métodos nas finanças.

Em resumo, esta dissertação pretende contribuir para o avanço do conhecimento no campo da previsão de oscilações de curto prazo do Ibovespa e pode fornecer *insights* para a comunidade acadêmica e profissionais que trabalham com análise financeira e investimentos, em especial quando essas atividades envolvem o estudo de séries temporais financeiras.

## 1.1 Metodologia de trabalho

Nesta secção é apresentada a metodologia que orientou este projeto e que serve como um guia, oferecendo uma visão do percurso seguido para chegar às conclusões e é útil para quem desejar replicar ou entender o trabalho realizado. Através desta exploração, espera-se fornecer uma visão clara e compreensível dos passos adotados para a realização dos trabalhos aqui apresentados.

Para melhor ilustrar a metodologia de desenvolvimento das atividades pode-se consultar a figura abaixo:



**Figura 1 – Metodologia de desenvolvimento das atividades**

O processo descrito na Figura 1 segue uma sequência de etapas inter-relacionadas, começando pela definição do problema. Nesta fase, é realizada a escolha da série temporal a ser analisada, neste caso, o Ibovespa, bem como a determinação do horizonte temporal de previsão, que neste estudo foi definido como um dia à frente, com o objetivo principal de prever os valores de fecho e o retorno da série.

A fase seguinte diz respeito à consulta ao referencial teórico, onde são revisados estudos relevantes que fundamentam a abordagem metodológica adotada. Após a consulta ao referencial teórico, procede-se à recolha dos dados necessários para a análise, abrangendo todo o período disponível. Posteriormente, passa-se ao tratamento dos dados, que envolve

uma análise exploratória detalhada, bem como a limpeza e conversão dos dados, a fim de gerar um conjunto de dados adequado à modelação.

Segue-se a etapa de modelação, que compreende a escolha dos modelos mais adequados, a definição e ajuste dos hiperparâmetros, além da criação de gráficos e métricas para avaliação do desempenho dos modelos.

A última etapa consiste na avaliação final e implementação. Nesta fase, os modelos são avaliados utilizando métricas de desempenho previamente definidas. Os resultados são comparados com *benchmarks* e, se os modelos se mostrarem em linha, são implementados para previsões futuras, do contrário, é possível retornar às etapas anteriores para realizar ajustes necessários.

## 1.2 Organização do documento

Nessa dissertação, os restantes capítulos estão estruturados da seguinte forma:

- Capítulo 2, Matéria Relacionada - Nesta etapa, são trazidos conhecimentos do mercado de ações e características do Ibovespa, bem como as definições de uma série temporal, seus tipos e características e também conceitos e modelos estatísticos e de redes neurais, bem como as métricas mais comuns em trabalhos similares; temas necessários para o desenvolvimento do trabalho;
- Capítulo 3, Estado da Arte - Neste ponto, são analisados trabalhos similares realizados com o mesmo intuito (uso de modelos matemáticos e de redes neurais para previsão de volatilidade no mercado financeiro brasileiro e no exterior);
- Capítulo 4, Recolha e pré-processamento dos dados - Características e particularidades dos dados e justificação do período escolhido para a análise;
- Capítulo 5, Desenvolvimento de modelos de previsão para valores de fecho - Detalhes sobre como os modelos ARIMA, Redes Neurais Recorrentes e Redes Neurais *Feedforward* foram criados e a análise dos resultados obtidos;
- Capítulo 6, Desenvolvimento de modelos de previsão para valores de retorno - Detalhes sobre como os modelos GARCH/E-GARCH, Redes Neurais Recorrentes e Redes Neurais *Feedforward* foram criados e a análise dos resultados obtidos;

- Capítulo 7, Considerações finais e trabalhos futuros - Análise e expectativa dos próximos passos na área explorada (estudo de séries financeiras), e comentários finais.

## 2. Matéria relacionada

As séries temporais têm na sua essência o estudo do comportamento de um certo valor observado no tempo, bem como a respectiva previsão em um período futuro. A sazonalidade, ciclicidade, volatilidade geral e a tendência das séries são objeto de pesquisas frequentes no meio acadêmico, o que motivou este trabalho.

Neste capítulo, são inicialmente apresentados conceitos introdutórios do mercado acionário brasileiro e, em seguida, são abordados estudos de referência dentro e fora da área financeira, com o intuito de nortear as atividades que virão na sequência do projeto.

Neste segundo capítulo, também é feita uma breve introdução das séries temporais, mostrando a sua relevância no cenário atual e, sobretudo, para o mundo dos investimentos, que é o cerne dos estudos aqui desenvolvidos. Em seguida, são apresentados os modelos estatísticos e de redes neurais para introduzir as metodologias que serão utilizadas na previsão do Ibovespa.

Por fim, são discutidas as métricas de avaliação, que funcionam como ferramentas para medir o desempenho dos modelos e para compará-los entre si. Cada métrica é explicada, incluindo o seu significado, a forma de cálculo e o motivo de cada escolha.

### 2.1 O que são ações

Ações são a menor fração de uma empresa de capital aberto, também conhecida como Sociedade Anônima (S/A). Quando uma empresa precisa se capitalizar (receber recursos financeiros) para expandir os seus negócios, ela pode optar por abrir o capital, transferindo assim a gestão da empresa de uma pessoa ou de um pequeno grupo para muitas pessoas.

Algumas empresas possuem bilhões de ações disponíveis no mercado e podem assim ter bilhões de proprietários, neste caso designados acionistas. Como exemplo, podemos citar a Vale S.A., empresa do setor de mineração e, atualmente com maior peso no Ibovespa [6].

A Vale tem um valor de mercado de R\$ 287,91 bilhões, com 4,54 bilhões de ações disponíveis e atualmente com 527.087 investidores, tendo como principais acionistas os listados abaixo, a saber:

- Previ: 8,76% (Fundo de previdência do Banco do Brasil);

- Mitsui & Co: 6,31% (Empresa de comércio e investimento global);
- BlackRock: 6,37% (Fundo de investimentos);
- Tesouraria: 5,85% (Ações em posse da própria empresa);
- Outros (incluindo todos os acionistas individuais): 72,71% [6].

### **2.1.1 A negociação de ações**

As ações são negociadas através de duas principais frentes: plataformas digitais das corretoras de valores, conhecidas como *home broker*, e o mercado de balcão que é um ambiente de negociação de valores mobiliários que não são listados em bolsas de valores tradicionais. No balcão as transações são realizadas diretamente entre as partes, geralmente com a intermediação de corretoras.

Os *home brokers* revolucionaram o mercado de ações ao proporcionar autonomia para os acionistas minoritários realizarem suas transações. Por meio de aplicações informáticas das corretoras, os investidores podem comprar e vender ações com agilidade e de forma prática, diretamente de suas casas ou escritórios.

Além do *home broker* e do *balcão*, também é possível realizar negociações através da mesa de operações. Nesse caso, um assessor de investimentos é responsável por emitir a ordem de compra ou venda de ações em nome do investidor. Essa abordagem é geralmente escolhida por investidores que preferem um atendimento personalizado ou que realizam operações mais complexas [10].

### **2.1.2 Book de ofertas**

O *book* de ofertas é uma ferramenta essencial para acompanhar a dinâmica do mercado. Ele exhibe as ordens de compra e venda de ações, mostrando os preços e quantidades disponíveis.

Os investidores podem analisar o *book* de ofertas para tomar decisões informadas sobre as suas operações.

**Tabela 1 - Exemplo de *book* de ofertas (retirado de [10])**

Livro central de ofertas – Ativo A							
Compra				Venda			
Preço	Qtde	Horário	Corretora	Preço	Qtde	Horário	Corretora
R\$ 21,50	1	12:40	Corretora 3	R\$ 21,50	1	12:32	Corretora 2
R\$ 20,50	1	10:58	Corretora 1	R\$ 21,50	1	12:34	Corretora 2
R\$ 20,00	1	11:27	Corretora 1	R\$ 21,50	1	12:37	Corretora 2
				R\$ 21,50	1	12:39	Corretora 2
				R\$ 22,00	1	11:01	Corretora 1

### 2.1.3 As oscilações no mercado de ações

A oscilação é uma característica intrínseca ao mercado financeiro, especialmente no mercado de ações. Mesmo em períodos sem crises ou mudanças significativas, observamos oscilações nas bolsas de valores globais, e no Brasil não é diferente.

Os negócios na bolsa brasileira são marcados pelo encontro de ofertas de compra e venda, com valores idênticos, como visto na Tabela 1. Em 2023, foram realizados, em média, 3.551.388 negócios diariamente na Bovespa, representando o número de vezes que o mercado acionário vivenciou esses encontros de ordens de compra e venda de ações [5].

Vale ressaltar que, a oscilação (de alta e/ou de baixa) está diretamente relacionada com o volume financeiro. No mesmo ano (2023), a bolsa brasileira movimentou cerca de R\$ 5,38 trilhões [5], o que equivale a aproximadamente €1,03 trilhão com base na taxa de câmbio de 29/12/2023 [7]. Quando os investidores estão mais confiantes, há um aumento na quantidade de ofertas e nos valores de compra, o que gera a chamada ‘pressão compradora’ e impulsiona a alta da Bolsa. Por outro lado, quando os investidores estão pessimistas, ocorre a ‘pressão vendedora’, com preços de oferta de venda mais baixos, resultando em quedas nas cotações e, conseqüentemente, no índice Bovespa [9].

## 2.2 O índice Bovespa

O índice Bovespa (Ibovespa), é o principal indicador de desempenho das ações negociadas na B3 (antiga BM&F BOVESPA) e reúne as empresas mais importantes do mercado de capitais brasileiro. Criado em 1968, ao longo desses mais de 50 anos, consolidou-se como referência para investidores ao redor do mundo.

Reavaliado a cada quatro meses, o Ibovespa é resultado de uma carteira teórica de ativos.

Essa carteira é composta pelas ações e *units* (agrupamento de ações) de companhias listadas na B3, seguindo critérios rigorosos descritos em sua metodologia. Essas ações correspondem a cerca de 80% do número de negócios e do volume financeiro do mercado de capitais brasileiro [8].

A carteira teórica do Ibovespa é composta pelas ações de empresas que nos últimos 12 meses atenderam aos seguintes critérios:

- fazer parte do grupo de ativos que representa 85% do Índice de Negociabilidade;
- estar presente em 95% das sessões de bolsa;
- ter 0,1% ou mais de participação na movimentação financeira total da bolsa de valores;
- ter suas ações negociadas a valores superiores a R\$ 1,00.

No ano de 2023, o índice oscilou 37,02%, tendo a sua cotação mínima em 23/03/2023 aos 97.926 pontos e a máxima em 27/12/2023 com 134.194 pontos. De entre as ações que compõem o índice, destacam-se as que têm maior peso, devido ao maior volume de negociação. Abaixo mostramos a relação das 10 maiores responsáveis pela variação do Ibovespa [9].

**Tabela 2 - Ações com maior representatividade no índice Bovespa (retirado de [21])**

<b>Código</b>	<b>Ação</b>	<b>Tipo</b>	<b>Qtde. Teórica</b>	<b>Part. (%)</b>
VALE3	VALE	ON NM	4.427.123.466	13.497
PETR4	PETROBRAS	PN EDR N2	4.566.445.852	8.404
ITUB4	ITAUNIBANCO	PN EJ N1	4.740.126.023	7.574
PETR3	PETROBRAS	ON EDR N2	2.150.495.108	4.129
BBAS3	BANCODOBRASIL	ON NM	2.842.247.534	3.791
ELET3	ELETROBRAS	ON ED N1	1.945.040.784	3.382
BBDC4	BRADESCO	PN EJ N1	5.135.772.281	3.324
WEGE3	WEG	ON NM	1.482.105.837	3.051
B3SA3	B3	ON NM	5.602.790.110	2.918
ITSA4	ITAUSA	PN N1	5.560.910.983	2.698

A Petrobrás aparece duas vezes na relação por ter ações negociadas com dois códigos diferentes (PETR3 e PETR4), ambas com participação relevante no Ibovespa.

Em suma, o Ibovespa é um indicador essencial para acompanhar a saúde e a dinâmica do mercado de ações no Brasil, refletindo o desempenho das principais empresas cotadas na bolsa de valores de São Paulo.

## 2.3 Séries temporais e suas características gerais

Uma série temporal é uma sequência de observações tomadas ao longo do tempo. As observações são tipicamente feitas em intervalos regulares como minutos, horas, diariamente, semanalmente, mensalmente ou anualmente. As séries temporais são usadas numa variedade de campos, incluindo economia, engenharia e ciências naturais e sociais e como característica desse tipo de série temos os dados obtidos a partir de observações recolhidas, sequencialmente, ao longo do tempo. No mundo dos negócios, por exemplo, observamos taxas de juros semanais, preços de fecho diários de ações, índices de preços mensais ou vendas anuais do retalho. Em outro campo, na meteorologia, observamos temperaturas máximas e mínimas diárias, índices de precipitação anual e velocidades do vento por hora.

As séries temporais têm várias características que são importantes para entender a estrutura subjacente dos dados e para escolher o modelo de previsão apropriado. Estas incluem tendência, sazonalidade, ciclicidade e componente irregular, ou irregularidade, também conhecido como ruídos.

A tendência numa série temporal refere-se à direção geral em que os dados se movem ao longo do tempo, podendo ser ascendente, descendente ou constante. No contexto ascendente, a tendência percebida é um artefacto das médias dos valores que aumentam ao longo do tempo. Já no contexto descendente ocorre o inverso, ou seja, as médias dos valores diminuem ao longo do tempo. Na tendência constante, as médias dos valores permanecem estáveis, indicando que não há mudanças significativas nos fatores que influenciam os dados. É importante notar que, a presença de uma tendência constante em uma série temporal pode ser um indicativo de estacionaridade, mas não é uma garantia. Outras características da série, como a variância e a autocorrelação, também devem ser consideradas ao determinar se uma série é estacionária ou não [11].

A sazonalidade em séries temporais refere-se a padrões regulares e previsíveis que se repetem em intervalos fixos de tempo, como horas do dia, dias da semana, meses do ano ou estações. Uma característica marcante da sazonalidade é o comportamento repetitivo, que indica que a série temporal tende a se repetir em períodos específicos. Por exemplo, as vendas mensais de brinquedos podem ter um pico em dezembro e talvez um pico secundário em outubro, e esse padrão pode se repetir ao longo de vários anos.

Para modelar a sazonalidade, existem diferentes abordagens. A sazonalidade determinística, por exemplo, envolve o uso de variáveis *dummy* (binárias) para representar fatores sazonais específicos, como meses ou trimestres, onde os coeficientes dessas variáveis refletem o impacto sazonal. Outra técnica envolve o uso de funções trigonométricas, como seno e cosseno, para capturar a sazonalidade.

Além da abordagem determinística, há também a sazonalidade estocástica. Esta abordagem considera que os padrões sazonais podem variar ao longo do tempo de maneira não determinística. Em vez de assumir que a sazonalidade é fixa, a sazonalidade estocástica permite que os efeitos sazonais mudem de um período para outro. Outra técnica importante é a inclusão de variáveis endógenas com desfasamento sazonal. As variáveis endógenas são influenciadas por outros fatores no modelo, e ao incluir desfasamentos sazonais dessas variáveis, é possível capturar a influência que os valores passados da série têm sobre os valores atuais, levando em conta a sazonalidade, o que pode melhorar a capacidade do modelo de prever a série temporal com precisão [11, 26].

A ciclicidade refere-se a aumentos e quedas na série temporal, que não são de uma frequência fixa. Ao contrário da sazonalidade, que apresenta variações previsíveis em determinados períodos (como estações do ano), a ciclicidade não segue uma regularidade temporal específica [25]. Essas oscilações podem ocorrer a qualquer momento e não estão vinculadas a fatores sazonais. Um exemplo são os ciclos económicos que podem ocorrer a cada poucos anos e incluem períodos de expansão, nos quais a economia está crescendo, e períodos de recessão, nos quais a economia está encolhendo. A identificação e modelação da ciclicidade numa série temporal podem ser desafiadoras, pois os ciclos variam em duração e intensidade, não tendo comportamento regular.

A irregularidade em uma série temporal refere-se às variações que não podem ser explicadas pela tendência, sazonalidade ou ciclicidade. Essa componente captura fatores não abordados pelas outras partes da série. A irregularidade é imprevisível e pode ser considerada como “ruído” ou “erro”. Em muitos casos, assume-se que ela segue uma distribuição normal com média zero.

Ao modelar e prever séries temporais, é crucial levar em conta essa irregularidade, pois ela pode afetar significativamente as previsões. Por exemplo, se a irregularidade for grande, pode ser necessário considerar modelos mais complexos ou adicionar variáveis explicativas

adicionais. O ruído também se refere a flutuações aleatórias ou imprevisíveis presentes na série temporal. Essas flutuações podem ser causadas por fatores externos, erros de medição ou outras influências não modeladas. O ruído é considerado uma componente estocástica que não segue um padrão específico e não possui correlação com os valores anteriores da série.

O ruído branco é um tipo especial de ruído em que as flutuações são completamente aleatórias e não exibem correlação. Suas características incluem média zero, variância constante e ausência de autocorrelação [17].

## 2.4 Tipos de séries temporais

As séries temporais são fundamentais na análise de dados que evoluem ao longo do tempo.

Elas podem ser classificadas em diversos tipos, dependendo de suas características e da forma como os dados são recolhidos e analisados. As principais classificações incluem séries temporais univariadas e multivariadas, que consideram a quantidade de variáveis analisadas simultaneamente; e séries temporais estacionárias e não estacionárias, que se distinguem pela constância ou variação das propriedades estatísticas ao longo do tempo. Compreender esses tipos é essencial para a aplicação correta de técnicas de análise e previsão.

As *séries temporais univariadas* consistem em observações únicas feitas sequencialmente em incrementos de tempos iguais, por exemplo, a temperatura média diária em uma cidade específica.

Já as *séries temporais multivariadas* consistem em observações de múltiplas variáveis registadas sequencialmente ao longo do tempo. Por exemplo, podemos considerar a temperatura média diária e a quantidade de precipitação em uma cidade específica. A análise de séries temporais multivariadas é mais complexa, pois envolve a modelação das interações entre diferentes variáveis ao longo do tempo [16].

*Séries temporais estacionárias* são aquelas em que as propriedades estatísticas, como a média e a variância, são constantes ao longo do tempo. Além disso, variações estritamente periódicas também devem ser removidas para que a série seja considerada estacionária. Este é um pressuposto importante em muitos modelos de séries temporais, pois simplifica a análise e a previsão. A análise de séries temporais muitas vezes requer transformar uma série

não estacionária em uma estacionária para utilizar essa teoria. Componentes não estacionários, como a tendência, podem às vezes ser mais relevantes para o modelo de previsão do que os resíduos<sup>1</sup> estacionários [12].

*Séries temporais não estacionárias* são caracterizadas por mudanças nas propriedades estatísticas ao longo do tempo. Modelar e prever essas séries é mais desafiador, exigindo frequentemente técnicas adicionais para transformar os dados em estacionários. Entre essas técnicas, destacam-se a diferenciação e a transformação dos dados. Este enfoque permite isolar as características não estacionárias, que podem ser devidas a tendências ou sazonalidades, facilitando assim a aplicação de modelos estatísticos tradicionais [12].

## 2.5 Séries temporais financeiras

As séries temporais financeiras são sequências de dados que representam a oscilação de uma variável financeira, também conhecida como ativo financeiro, ao longo do tempo. Essas séries desempenham um papel fundamental em várias aplicações financeiras, incluindo a previsão de preços de ações, a análise de risco, variação cambial e alocação de ativos. Elas permitem explorar tendências, padrões e flutuações nos mercados, contribuindo para decisões estratégicas informadas. A incerteza inerente às séries temporais financeiras reflete a complexidade dos mercados financeiros e destaca a necessidade de metodologias baseadas na sua interpretação [18].

### 2.5.1 A volatilidade e a heteroscedasticidade condicional nas séries temporais financeiras

A *volatilidade* é um conceito fundamental no mundo financeiro. Ela representa a flutuação dos preços de um ativo ao longo do tempo e reflete o grau de incerteza associado a esse ativo. Quando os preços oscilam amplamente, dizemos que a volatilidade é alta; quando os preços são mais estáveis, a volatilidade é baixa. Investidores e gestores de portfólio prestam muita atenção a esse fenômeno, pois ele afeta diretamente as suas decisões de investimento.

---

<sup>1</sup> Diferenças entre os valores observados e os previstos por um modelo.

Além disso, a volatilidade varia entre os dias de negociação, quando os mercados estão fechados. Esta volatilidade noturna, embora não seja aparente, influencia diretamente os preços quando os mercados reabrem [18].

A *heteroscedasticidade condicional* é outro conceito relevante. Ela ocorre quando a variância dos erros de previsão em um modelo não é constante, mas varia com base em informações anteriores. Em outras palavras, a volatilidade não segue um padrão fixo; ela pode aumentar ou diminuir em resposta a eventos específicos [27].

Esses conceitos têm implicações práticas significativas. Por exemplo, calcular o Valor em Risco<sup>2</sup> (*VaR*) depende da estimativa da volatilidade. Além disso, estratégias de negociação, alocação de ativos e precificação de ativos financeiros são diretamente afetados por esses fatores.

### **2.5.2 A alavancagem e seus efeitos nas séries temporais**

A *alavancagem financeira* é uma estratégia que permite aos investidores operar com mais capital do que possuem efetivamente. Essa operação geralmente exige garantias, como investimentos ou propriedades, que podem não ser imediatamente líquidas. Embora amplie o potencial de ganhos, a alavancagem também aumenta os riscos [18]. O efeito de alavancagem é um fenômeno financeiro que descreve a relação assimétrica entre os retornos dos ativos e a volatilidade. Durante quedas de preços, a volatilidade dos retornos tende a aumentar mais do que durante períodos de alta. Isso ocorre porque as quedas de preços aumentam a alavancagem financeira, elevando o risco percebido e, conseqüentemente, a volatilidade. A compreensão desse conceito é um diferencial quando se pretende modelar séries temporais financeiras e também entender melhor a dinâmica dos mercados [28].

### **2.5.3 Retorno simples e log-retornos**

Em finanças, o *retorno* é uma métrica essencial para avaliar o desempenho de ativos. Ele mede a variação percentual no valor de um ativo ao longo de um período específico. Existem diferentes formas de calcular retornos. A mais comum é a variação entre preços em dois momentos distintos. O *retorno simples* é uma medida que indica a variação percentual no

---

<sup>2</sup> Medida que estima a perda máxima de um investimento em um prazo e confiança definidos.

valor de um investimento de um período para outro. É uma forma comum de avaliar o desempenho de um investimento.

O *Retorno logarítmico* é uma medida quantitativa que expressa a mudança percentual no valor de um ativo financeiro ao longo de um período de tempo específico, utilizando o logaritmo natural da razão entre o preço final e o preço inicial. Esta metodologia, apreciada por sua capacidade de simplificação aritmética e alinhamento estatístico, facilita a análise cumulativa e a interpretação de retornos como se fossem compostos continuamente, oferecendo uma visão mais precisa e manipulável do desempenho financeiro para aplicações avançadas em análise de risco e gestão de investimentos.

As fórmulas para calcular os retornos acima descritos são:

$$\text{Retorno simples, } R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

$$\text{Retorno Logarítmico} = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}},$$

onde  $P_t$  é o preço do ativo no tempo  $t$ ,  $P_{t-1}$  é o preço do ativo no período anterior ( $t-1$ ) e  $\ln$  denota o logaritmo natural [18].

## 2.6 Exemplo de série temporal financeira

Para dar um exemplo de série temporal financeira, é realizada uma breve análise do S&P. O índice S&P ou S&P 500 é um índice ponderado por capitalização de mercado que inclui 500 das maiores empresas listadas nas bolsas de valores dos Estados Unidos. Este índice é amplamente considerado um indicador do desempenho geral das ações nos EUA e é frequentemente utilizado como um barômetro da saúde econômica do país.

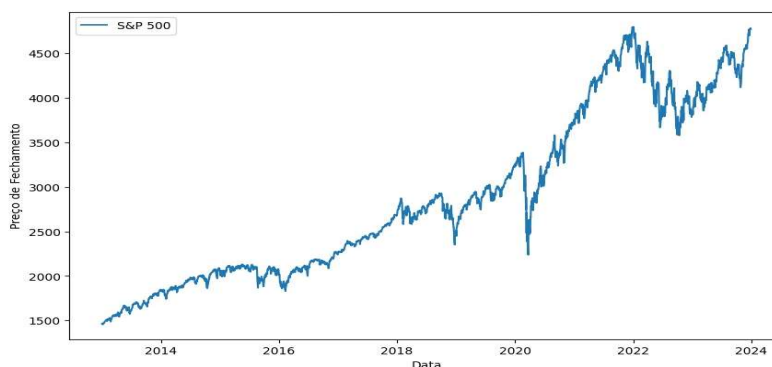


Figura 2 – S&P 500 – Preço de Fecho ao Longo do Tempo

O gráfico acima apresenta o preço de fecho diário do S&P 500 de 2013 a 2023. Observa-se:

- Tendência crescente: O preço do S&P 500 tende a aumentar ao longo do tempo, refletindo uma tendência geral de crescimento nos mercados de ações dos EUA;
- Volatilidade: O índice exhibe flutuações diárias, exemplificando a volatilidade inerente aos mercados financeiros;
- Períodos de queda: Existem períodos específicos em que o preço do S&P 500 cai significativamente, indicando eventos de mercado que impactam negativamente o índice, possibilitando o efeito de alavancagem;
- Não estacionaridade: A presença de tendências e variações estruturais no índice ao longo do tempo demonstra a característica de não estacionaridade presente em muitas séries temporais financeiras;
- Ausência de sazonalidade: O gráfico não mostra sinais evidentes de sazonalidade. As variações no preço do S&P 500 são mais atribuídas a fatores externos e mudanças de mercado do que a padrões sazonais regulares.

## 2.7 Modelos estatísticos

A modelação de séries temporais é um campo de estudo desafiador, com vários modelos estatísticos sendo desenvolvidos. Modelos complexos, como *ARIMA* (*AutoRegressive Integrated Moving Average*), combinam o modelo *AR* (*AutoRegressive*), que usa valores passados, com o modelo *MA* (*Moving Average*), que utiliza erros passados, e o factor *I* (*Integrated*), que se refere à diferenciação para estacionaridade. Já os modelos *SARIMA* (*Seasonal ARIMA*) e *SARIMAX* (*SARIMA with Exogenous Variables*) estendem o *ARIMA* para capturar sazonalidade, enquanto *SARIMAX* inclui variáveis exógenas, considerando informações externas à série temporal.

Modelos como *ARCH* (*AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity*) e *GARCH* (*Generalized ARCH*) são ainda mais sofisticados. *ARCH* modela a Heterocedasticidade condicional, onde a variância dos erros depende de erros passados. *GARCH* generaliza o *ARCH*, incluindo variâncias passadas para melhor capturar a volatilidade persistente. O modelo *GARCH* possui algumas variações como o *EGARCH* (*Exponential GARCH*), que inclui assimetrias nos choques de volatilidade, que é explicado a seguir.

### 2.7.1 Modelo ARIMA

O ARIMA é aplicado quando os dados mostram evidências de não estacionaridade, sendo por vezes, necessário um passo inicial de diferenciação para eliminar essa não estacionaridade, caso ela exista na série. O modelo em questão é denotado como ARIMA  $(p, d, q)$ , onde  $p$  é: ordem do modelo autorregressivo,  $d$  é o grau de diferenciação e  $q$  a ordem do modelo de média móvel [13,18].

### 2.7.2 Modelo SARIMA

O modelo SARIMA é uma extensão do ARIMA que inclui componentes sazonais para lidar com dados que exibem padrões repetitivos em intervalos específicos. Além dos componentes AR, I, e MA, o SARIMA adiciona termos sazonais  $(P, D, Q)$  que capturam a estrutura repetitiva. SAR  $(P)$ : componente autorregressiva sazonal SI  $(D)$ : diferenciação sazonal SMA  $(Q)$ : componente de média móvel sazonal [18].

### 2.7.3 Modelo ARCH

O modelo ARCH (*AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity*), é usado para modelar a variância de uma série temporal que muda ao longo do tempo. Este modelo é particularmente útil para séries temporais financeiras, onde a volatilidade, ou seja, a variância dos retornos, pode ser agrupada em certos períodos.

No modelo ARCH, a variância condicional (ou volatilidade condicional) de um retorno em um determinado momento é uma função dos quadrados dos retornos passados. Isso significa que, períodos de retornos altos ou baixos podem prever períodos futuros de alta ou baixa volatilidade, respetivamente [11].

A equação geral do modelo ARCH(m) é dada por:

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t,$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \alpha_2 a_{t-2}^2 + \dots + \alpha_m a_{t-m}^2,$$

onde  $a_t = r_t - \mu_t$  é o retorno no tempo  $t$  corrigido de modo a ter média 0,  $\sigma_t^2$  é a variância condicional no tempo  $t$ ,  $\epsilon_t$  é um erro branco com variância constante e  $\alpha_i$  são parâmetros que devem ser estimados.

### 2.7.4 Modelos GARCH/E-GARCH

O modelo GARCH (*Generalized AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity*) é uma extensão do modelo ARCH que inclui termos de variância condicional passada na equação.

Isso permite que o modelo capture a persistência na volatilidade que é frequentemente observada em séries temporais financeiras, o que é essencial para a análise de retornos em mercados financeiros.

No modelo GARCH ( $p, q$ ), a variância condicional depende tanto dos quadrados dos retornos passados, como no modelo ARCH, quanto das variâncias condicionais passadas. A ordem  $p$  refere-se ao número de termos de variância condicional passada, e a ordem  $q$  ao número de termos de retorno quadrado passado. Isso permite que o modelo capture de forma mais eficiente os padrões de volatilidade presentes nos dados financeiros.

A equação geral do modelo GARCH ( $p, q$ ) é dada por:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

onde  $\alpha_i$  são os parâmetros do componente ARCH,  $\beta_j$  são os parâmetros do componente GARCH, e  $p$  e  $q$  são as ordens dos componentes ARCH e GARCH, respectivamente.

Além do GARCH, o modelo E-GARCH (*Exponential GARCH*) é outra extensão importante do ARCH, que permite capturar não apenas a persistência da volatilidade, mas também a assimetria, ou seja, a diferente resposta da volatilidade a choques positivos (eventos inesperados que beneficiam o mercado) e negativos (eventos inesperados que prejudicam o mercado). No E-GARCH, a equação de variância condicional é especificada em termos logarítmicos, o que evita restrições de não negatividade nos parâmetros, permitindo que o modelo seja mais flexível na representação da dinâmica da volatilidade [11, 18].

## 2.8 Aprendizagem automática – visão geral e alguns modelos

A *Aprendizagem automática* (ML, do inglês *Machine Learning*), um subcampo proeminente da Inteligência Artificial (IA), é uma área que se concentra na construção de sistemas capazes de aprender, adaptar-se e melhorar o desempenho com base em dados. Esta abordagem é fundamentalmente diferente da programação tradicional. Em vez de serem

explicitamente programados para realizar uma tarefa específica, os sistemas de ML desenvolvem a capacidade de realizar tarefas através da aprendizagem a partir dos dados de entrada.

Os sistemas de ML são equipados com algoritmos que podem identificar padrões e aprender a partir dos dados. Estes algoritmos são capazes de fazer previsões ou tomar decisões sem a necessidade de instruções explícitas. Este processo de aprendizagem é o que permite que os sistemas de ML se adaptem e melhorem ao longo do tempo à medida que são expostos a mais dados.

O ML tem o potencial de transformar uma variedade de setores, desde a saúde até às finanças, que é objeto de estudo desse projeto, permitindo que as máquinas realizem tarefas que antes exigiam a intervenção humana. Por exemplo, um sistema de ML pode ser treinado para marcar fotos de férias com base em muitos exemplos de fotos já etiquetadas por humanos. O sistema aprenderia regras estatísticas para associar fotos específicas a *tags* específicas, automatizando assim a tarefa.

Embora o ML tenha começado a florescer na década de 1990, em especial devido ao surgimento das *Support Vector Machines* (SVM), rapidamente se tornou o subcampo mais popular e de maior sucesso da IA. Este rápido crescimento foi impulsionado pela disponibilidade de hardware mais rápido e conjuntos de dados maiores. A ML está intimamente relacionada com a área da estatística e lida com conjuntos de dados grandes e complexos, como um conjunto de dados que podem ter milhões de amostras [20].

Existem três tipos principais de aprendizagem automática: aprendizagem supervisionada, aprendizagem não supervisionada e aprendizagem por reforço no que diz à respeito à informação que é dada ao sistema aprendiz para guiar o seu processo de aprendizagem.

Na *aprendizagem supervisionada* os modelos são treinados usando um conjunto de exemplos rotulados. Cada exemplo é um par composto por uma entrada e a resposta correta correspondente, também conhecida como *alvo* (do inglês, *target*). O objetivo do modelo é aprender a mapear as entradas para os alvos corretos. Uma vez treinado, o modelo pode ser usado para prever a resposta correta para novas entradas. Exemplos comuns de aprendizagem supervisionada incluem classificação de imagens e previsão de preços de casas [20].

A *aprendizagem não supervisionada*, por outro lado, envolve treinar um modelo usando entradas sem alvos correspondentes. O objetivo é que o próprio modelo encontre uma estruturação nos dados. Isso pode envolver agrupar entradas semelhantes juntas, descobrir valores atípicos nos dados ou aprender uma representação compacta dos dados. A aprendizagem não supervisionada é frequentemente usada para entender melhor os dados antes de aplicar técnicas de aprendizagem supervisionada. Exemplos típicos de aprendizagem não supervisionada abrangem tarefas como o agrupamento de clientes, que envolve a identificação de segmentos de clientes com características semelhantes, e a redução de dimensionalidade, que se refere ao processo de simplificar a estrutura dos dados, preservando suas características essenciais [16, 20].

A *aprendizagem por reforço* envolve a formação de um agente capaz de tomar uma série de decisões para atingir um objetivo específico dentro de um ambiente que pode ser incerto e complexo. O agente aprende através de um processo de tentativa e erro, onde cada ação resulta numa recompensa ou penalidade. O objetivo do agente é descobrir a sequência de ações que maximiza a recompensa total acumulada. Este processo começa com tentativas totalmente aleatórias e, através da experiência adquirida, o agente aprende a política ótima para a realização da tarefa. A aprendizagem por reforço tem uma ampla gama de aplicações, desde o controle de sinais de trânsito e a otimização de reações químicas até a personalização de recomendações de notícias. Esta abordagem oferece uma forma de desenvolver sistemas que podem aprender a adaptar-se e responder de forma otimizada a um ambiente em constante mudança [16].

### **2.8.1 Deep learning e o uso de redes neurais**

O *Deep Learning (DL)*, baseia-se no uso de redes neurais artificiais com várias camadas ocultas, inspiradas pela estrutura do cérebro humano, para aprender a partir de exemplos e capturar relações complexas nos dados.

Cada neurónio artificial recebe entradas, realiza cálculos e passa a saída para os neurónios na próxima camada. O potencial do DL reside na capacidade dessas redes de aprender representações complexas dos dados, permitindo que elas infiram relações entre cada característica e o alvo para produzir previsões precisas.

O DL é capaz de lidar com múltiplos períodos sazonais e relações não lineares entre as características e o alvo, tornando-o uma opção viável mesmo quando os modelos estatísticos não possam ser usados [15]. O DL tem-se destacado em diferentes áreas, de entre elas, cabe destacar o reconhecimento e classificação de imagem e a análise preditiva.

No campo do reconhecimento e classificação de imagem, as *Redes Neurais Convolucionais* (CNN) são fundamentais. Elas têm a habilidade de processar a estrutura espacial dos dados de imagem através do uso de convoluções. Estas operações consideram a relação espacial entre os pixels, permitindo que as CNN identifiquem características visuais em vários níveis de complexidade. Isso vai desde a detecção de características básicas, como arestas e texturas, até à identificação de formas e objetos mais complexos como o rosto humano, objetos ou animais para auxiliar veículos autônomos; estas características tornam as CNN eficientes no processamento de imagens e útil em variados campos [16].

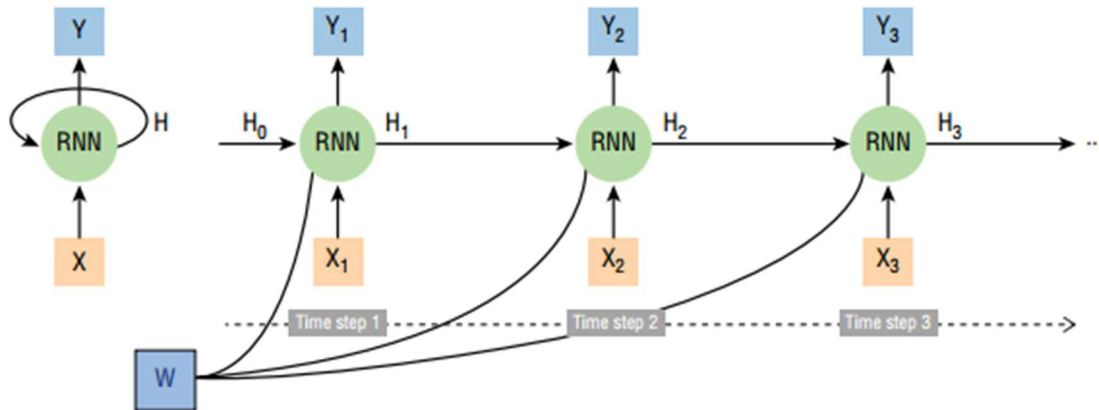
### **2.8.2 Redes neurais recorrentes**

A análise preditiva é uma área de estudo que se concentra na utilização de dados históricos para prever eventos futuros. As *Redes Neurais Recorrentes* (RNN) são particularmente eficazes nessa tarefa, especialmente ao lidar com dados de séries temporais, o que será explorado nos Capítulos 5 e 6. As RNN têm a capacidade de aplicar uma função de mapeamento às entradas ao longo do tempo para produzir uma saída. As RNN operam processando sequências de entrada um passo de cada vez e mantendo uma memória de curto prazo que contém informações sobre a sequência processada. Essa memória é atualizada a cada passo de tempo, permitindo que a rede capture informações temporais.

No campo da saúde, por exemplo as RNN podem ser usadas para prever o progresso de uma doença com base em medições médicas anteriores. Elas também podem ser usadas para prever a necessidade de intervenções médicas, devido a sua capacidade de capturar dependências de longo prazo, o que as torna adequadas para fazer previsões inclusive numa área sensível como a da saúde [20].

As RNN são uma classe de redes neurais que se destacam também no processamento de dados sequenciais, uma característica essencial para a análise de séries temporais. Através de seus estados ocultos, as RNN conseguem manter um registro das entradas anteriores, permitindo que a rede reconheça padrões ao longo do tempo.

No entanto, o treino das RNN apresenta alguns desafios; o uso de algoritmos de otimização, como o *Gradiente Descendente* e a *Retropropagação*, são necessários para ajustar os pesos da rede e minimizar os erros [14].



**Figura 3 – Diagrama de uma rede neural recorrente [16]**

O diagrama acima ilustra como as RNN processam sequências de dados ao longo do tempo, com cada nó da rede recebendo uma entrada de dados ( $x$ ) e um estado oculto anterior ( $H$ ).

As saídas de cada nó ( $Y$ ) são o estado oculto atualizado e uma saída baseada na entrada e no estado oculto.

As RNN originais enfrentam limitações para captar dependências de longo prazo, devido ao gradiente que desvanece. Este fenômeno impede que se aprenda de forma eficaz relações entre eventos separados por grandes intervalos de tempo. Para superar essas limitações surgiram arquiteturas avançadas como as *Long Short-Term Memory* (LSTM) e as *Gated Recurrent Unit* (GRU), que foram projetadas especificamente para capturar dependências de longo prazo, sendo mais eficazes na retenção de informação ao longo do tempo [20].

As LSTM são um tipo avançado de RNN que se destaca por aprender e lembrar informações ao longo de sequências de dados de comprimento variável, tornando-as especialmente adequadas para tarefas de previsão de séries temporais. As LSTM têm mecanismos internos denominados portas e estado da célula que regulam o fluxo de informações. A célula decide o que, quanto e quando armazenar/libertar, aprendendo a permitir a entrada, saída ou exclusão de informações através do processo iterativo de retropropagar erros e ajustar pesos via gradiente descendente.

A *porta de esquecimento* das LSTM decide quais informações do estado da célula anterior devem ser esquecidas. A informação do estado oculto anterior e do input atual passa pela

função sigmóide para obter valores entre 0 e 1: quanto mais próximo de 0, mais a informação é esquecida; quanto mais próximo de 1, mais a informação é lembrada.

A *porta de armazenamento* das LSTM decide quais informações do input atual devem ser armazenadas no estado da célula. A informação do estado oculto anterior e do input atual passa pela função sigmóide para obter valores entre 0 e 1, como já visto na porta de esquecimento.

A *porta de atualização* das LSTM decide que informações devem ser esquecidas e que novas informações devem ser adicionadas ao estado da célula. Esta porta utiliza as partes relevantes tanto da informação anterior quanto da entrada atual e as usa para atualizar o estado da célula de maneira eficiente, utilizando a função de ativação *tanh*.

Finalmente, a *porta de saída* decide qual será a próxima saída da rede. Isso é baseado no estado da célula atual, mas em uma versão filtrada. A saída é o produto da função sigmóide aplicada ao estado oculto anterior e ao input atual, e a função *tanh* aplicada ao estado da célula atual.

Essa capacidade de preservar o erro que pode ser retropropagado através do tempo e das camadas, sem risco de perder informações importantes, é crítica em aplicações onde a memória de longo prazo é essencial para uma previsão precisa. As LSTM são, portanto, uma ferramenta útil para lidar com tarefas de aprendizagem automática que envolvem dependências de longo prazo [14].

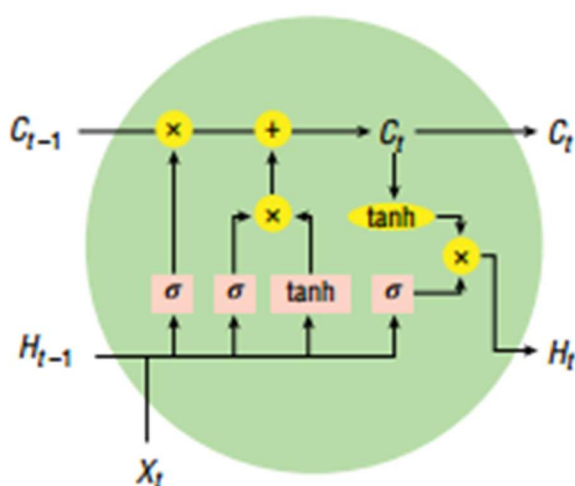
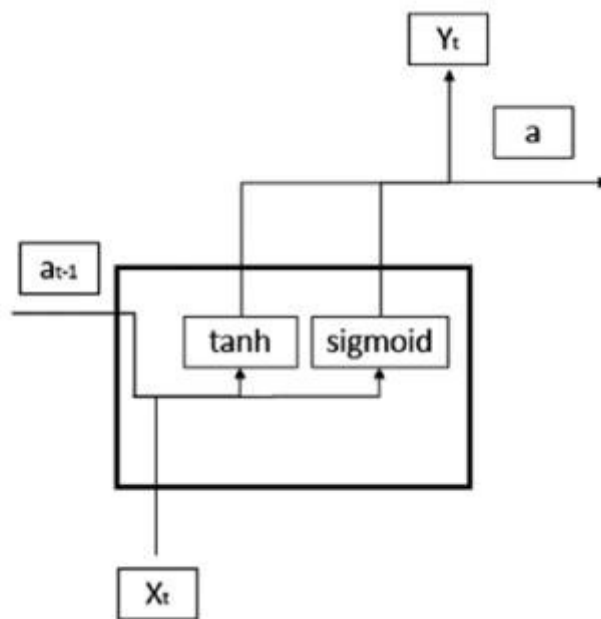


Figura 4 – Modelo LSTM [16]

Na imagem acima, a célula LSTM processa a entrada atual ( $X_t$ ), o estado oculto ( $H_{t-1}$ ) e o estado da célula ( $C_{t-1}$ ) do passo de tempo anterior. A *porta de esquecimento* descarta informações do  $C_{t-1}$ , enquanto a *porta de entrada* armazena informações do  $X_t$  no estado da célula. O estado da célula é atualizado e a *porta de saída* determina a saída da LSTM ( $H_t$ ), que é passada para a próxima célula na sequência.

De forma similar à LSTM, a GRU é um tipo avançado de rede neural recorrente que utiliza uma estrutura de portões para gerir o fluxo da informação. Essa estrutura inclui portas de atualização e de *reset*, que ajudam a controlar a informação que é mantida e a que é esquecida. Isso permite que a GRU aprenda e retenha tendências de longo prazo de maneira mais eficiente. Em comparação com as LSTM, as GRU são mais simples e computacionalmente mais eficientes, o que os torna ideais para lidar com séries temporais complexas e grandes volumes de dados. A capacidade das GRU de ajustar dinamicamente os parâmetros melhora significativamente o desempenho em tarefas de previsão de séries temporais [14].



**Figura 5 - Modelo GRU [14]**

Conforme visto na Figura 5, a GRU recebe duas entradas: o estado oculto anterior ( $H_{t-1}$ ) e a entrada atual ( $X_t$ ). A GRU possui duas portas, a de atualização e a de redefinição. A porta de atualização decide quanta informação do estado oculto anterior será mantida e quanta informação nova será adicionada. A porta de redefinição decide quanta informação do estado oculto anterior será descartada. Com base nessas portas, o estado oculto é então calculado e passado para a próxima GRU na sequência. A saída da GRU é o estado oculto atual ( $H_t$ ).

### 2.8.3 Redes neurais feedforward

Uma outra abordagem para as redes neurais são os modelos feedforward, dentre elas cabe destacar as MLP (Multilayer Perceptron) e o N-BEATS (Neural Basis Expansion Analysis for Time Series).

As *MLP* são redes sem ciclos, onde as saídas de cada camada são passadas para a próxima camada. Essas redes têm unidades com não-linearidades como sigmóides. Elas possuem três tipos de camadas: *camada de entrada*, *camadas ocultas* e *camada de saída*. Todas as camadas ocultas aplicam uma soma ponderada das entradas e uma não-linearidade, embora a saída da camada de saída possa ser linear, por exemplo, em problemas de regressão. Cada camada é totalmente conectada, recebendo entradas de todas as unidades da camada anterior.

Em casos de modelos multicamada, usar uma única matriz de pesos para cada camada torna a computação eficiente, enquanto a camada de saída transforma a nova representação em um número real ou uma distribuição de probabilidades [29].

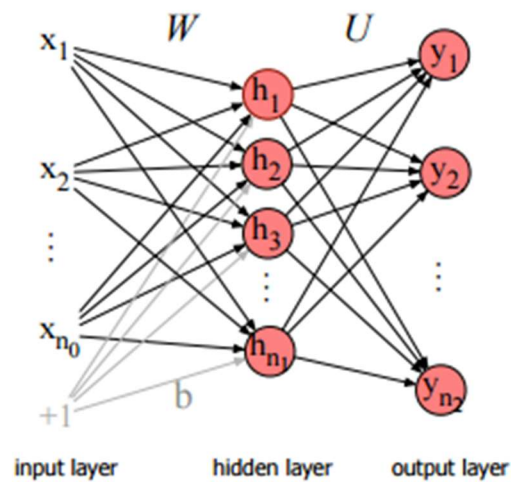


Figura 6 – Rede MLP [23,29]

Como observado na Figura 6, a rede MLP é composta por três partes. Cada nó na camada de entrada ( $x_1$  a  $x_{n_0}$ ) recebe um valor de input e o transmite para cada nó na camada oculta.

Os nós na camada oculta ( $h_1$  a  $h_{n_1}$ ), aplicam uma função de ativação aos inputs recebidos, geralmente uma função sigmóide ou ReLU, e passam o resultado para a camada de saída. A camada de saída ( $y_1$  a  $y_{n_2}$ ), então produz os valores finais, que são as previsões do modelo.

Cada conexão entre os nós tem um peso associado que é ajustado durante o treino do modelo.

Além disso, cada nó nas camadas ocultas e de saída tem um viés ( $b$ ) que permite o ajuste da saída do nó junto com os pesos [24,29].

A arquitetura N-BEATS, baseada em redes MLP, é projetada para ser simples, versátil e compreensível, sem a necessidade de engenharia de características específicas de séries temporais. A janela de *lookback* é o período de tempo que o modelo considera para fazer uma previsão, terminando com o último valor observado, que serve como entrada do modelo.

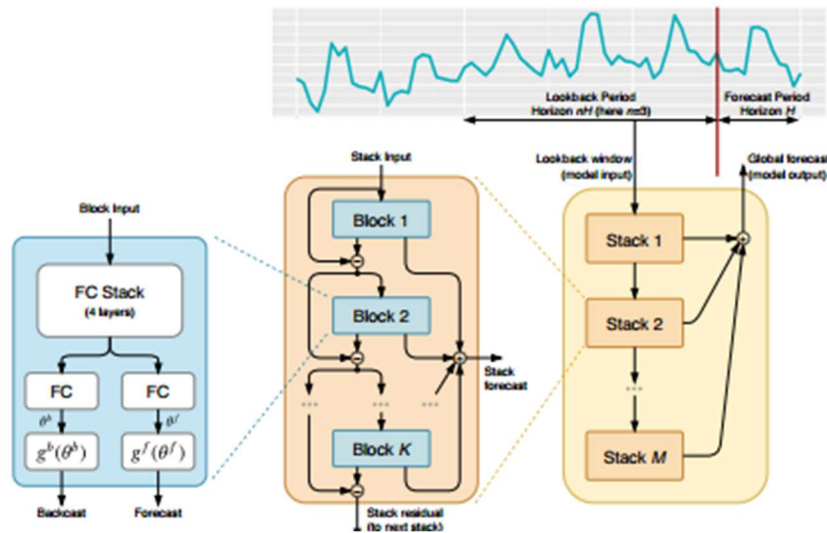


Figura 7 – Arquitetura do modelo N-BEATS [22]

A Figura 7 mostra um diagrama de uma arquitetura N-BEATS. O modelo começa com um período de observação, chamado de *Lookback Period*, que é o conjunto de dados históricos que o modelo usa para aprender. Em seguida, o modelo faz previsões para um período futuro, chamado de *Forecast Period*. A entrada do modelo ( $X_t$ ) entra na arquitetura e é processada através de uma série de blocos e pilhas totalmente conectados. Cada bloco (*Block 1, Block 2, ..., Block K*) dentro de uma pilha (*Stack 1, Stack 2, ..., Stack M*) processa a entrada e passa para o próximo bloco na pilha. Depois de passar por todas as pilhas e blocos, o modelo produz duas saídas: o *backcast* e o *forecast* [22,30].

O DL, através de modelos de redes neurais tem causado um impacto significativo nos domínios acima referidos e, neste projeto veremos algumas possibilidades de aplicações na previsão de séries financeiras.

Destaca-se a capacidade do DL de extrair padrões existentes e com o aumento da velocidade da recolha de dados e dos avanços computacionais, o futuro da área segue bastante promissor.”

## 2.9 Métricas de avaliação

As métricas de avaliação são essenciais na modelação de séries temporais, pois permitem medir quantitativamente o desempenho de um modelo de previsão, facilitando a comparação e a escolha do modelo mais adequado para os dados e objetivos de cada projeto. A eficácia desses modelos depende muito de quão bem eles se ajustam aos dados. Para ajudar nessa avaliação, foram utilizadas as métricas descritas abaixo:

*AIC (Akaike information criterion)*: é uma medida utilizada para comparar a qualidade de diferentes modelos estatísticos. Ele auxilia na seleção do modelo que melhor se ajusta aos dados, ao mesmo tempo em que penaliza a complexidade excessiva do modelo para evitar o sobreajuste aos dados (*overfitting*).

$$AIC = -2 \ln L + 2K,$$

onde  $\ln L$  é o logaritmo natural da função de verossimilhança e  $K$  é o número de parâmetros no modelo [19].

*MSE (Mean Squared Error)*: é uma métrica que calcula a média das diferenças ao quadrado entre os valores previstos e os reais. Esta métrica é sensível a *outliers*, o que pode ser útil quando se quer penalizar grandes erros:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2,$$

onde  $n$  é o número de observações,  $y_i$  são os valores reais e  $\hat{y}_i$  são os valores previstos pelo modelo.

*RMSE (Root Mean Squared Error)*: é a raiz quadrada do MSE. Esta métrica facilita a interpretação dos resultados, pois está na mesma unidade que a variável de interesse.

$$RMSE = \sqrt{MSE},$$

*MAE (Mean Absolute Error)*: calcula a média das diferenças absolutas entre os valores previstos e os reais. Esta métrica não penaliza tanto os grandes erros, tornando-a mais resistente a *outliers*.

$$\text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|,$$

onde  $n$  é o número de observações,  $y_i$  são os valores reais,  $\hat{y}_i$  são os valores previstos pelo modelo,  $|y_i - \hat{y}_i|$  representa o valor absoluto da diferença entre o valor real  $y_i$  e o valor previsto  $\hat{y}_i$ .

MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*): é uma versão do MAE que expressa o erro como uma porcentagem do valor real. Esta métrica é útil para comparações relativas, mas é indefinida quando o valor real é zero.

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \times 100,$$

onde  $n$  é o número de observações,  $y_i$  são os valores reais, e  $\hat{y}_i$  são os valores previstos pelo modelo.

$R^2$  (*R-Squared*): O  $R^2$ , ou coeficiente de determinação, representa a proporção da variância da variável dependente que é explicada pelo modelo de regressão. Esta métrica é uma indicação do nível de ajuste do modelo, variando de 0 a 1, onde 1 indica um ajuste perfeito [14].

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2},$$

onde  $y_i$  são os valores reais,  $\hat{y}_i$  são os valores previstos pelo modelo, e  $\bar{y}$  é a média dos valores reais  $y_i$  e  $n$  é o número de observações.

A escolha das métricas de avaliação é crucial para entender o desempenho do modelo e se ele atende às necessidades do negócio. As métricas de avaliação - AIC, MSE, RMSE, MAE, MAPE e  $R^2$  fornecem uma visão abrangente do desempenho do modelo de previsão e a combinação delas permite identificar o modelo mais adequado para os dados e objetivos específicos.

## 3. Estado da arte

A previsão de preços e retornos no mercado financeiro tem atraído grande interesse tanto de pesquisadores acadêmicos quanto de investidores profissionais. Esse crescente interesse resulta da maior disponibilidade de dados financeiros e dos avanços em técnicas de aprendizagem automática, que têm possibilitado novas abordagens para melhorar a precisão das previsões de mercado.

Este capítulo revisa estudos relevantes na área, com foco nos avanços recentes que se destacaram durante a pesquisa. O objetivo é fornecer uma visão dos métodos e técnicas disponíveis para a previsão de preços e retornos financeiros.

Além disso, este estudo compara técnicas de *Deep Learning* com os modelos estatísticos tradicionais. Ambas as abordagens, com suas características distintas, mostraram-se eficazes em diferentes aspectos da previsão financeira. O capítulo explora a esses dois campos, apresentando uma análise de suas contribuições para o avanço dos estudos em séries temporais financeiras.

A discussão também se concentra na aplicação prática dessas técnicas, nos desafios e nas oportunidades que cada uma oferece, oferecendo uma visão abrangente do estado atual da arte na previsão financeira.

### 3.1 Econometria e modelos estatísticos

Econometria provém das letras gregas *métron* e *oikonomia*, “medição em ou da economia”.

Historicamente, a previsão de preços de ações tem sido amplamente usada por abordagens econométricas, com o *Modelo de Precificação de Ativos de Capital* (CAPM) e a Teoria de *Arbitragem de Preços* (APT) sendo os pilares fundamentais. Esses modelos, embora ofereçam uma base teórica sólida, apresentam limitações significativas.

O CAPM, por exemplo, é um modelo que determina o retorno esperado de um ativo com base no seu risco sistemático (*beta*). No entanto, a instabilidade dos betas – a medida de risco sistemático de um ativo em relação ao mercado – é uma limitação significativa deste modelo. Os betas são instáveis e podem variar ao longo do tempo, o que pode levar a previsões imprecisas [31].

A APT, por outro lado, é um modelo de equilíbrio geral que estabelece uma relação teórica entre o retorno esperado de um ativo e uma série de fatores macroeconômicos. A flexibilidade da APT em relação ao CAPM reside na sua capacidade de incorporar múltiplos fatores. No entanto, um desafio da APT é a identificação precisa e a quantificação desses fatores.

As limitações dos modelos estatísticos tradicionais estimularam o desenvolvimento e a aplicação de técnicas emergentes na previsão de preços de ações e índices do mercado financeiro, como a aprendizagem automática. Apesar das limitações, os modelos estatísticos continuam a desempenhar um papel fundamental na análise financeira, devido à sua capacidade de fornecer *insights* e permitir a interpretação dos resultados [31].

No estudo [34], há uma análise detalhada dos modelos ARIMA e SARIMA, com foco em sua aplicação na econometria. A importância da autocorrelação nas séries temporais é destacada, observando-se que, quando os erros são correlacionados, isso indica um potencial para previsões mais precisas.

Neste estudo, o modelo ARMA é utilizado para prever o comportamento do índice S&P 500.

O período estudado contempla observações entre 03/01/2000 e 03/04/2019, totalizando 5023 ocorrências. O modelo escolhido foi o ARMA(1,1), que é diferente do ARIMA tradicional que teria três parâmetros  $(p, d, q)$ . Nesta abordagem a série já era estacionária, não sendo necessário diferenciar os dados (ou seja,  $d = 0$ ), resultando em um modelo ARMA com dois parâmetros  $(p, q)$ . O teste de Durbin-Watson (DW), com valor de aproximadamente 1.99, sugeriu a ausência de autocorrelação significativa nos resíduos.

Os resultados mostraram métricas como RMSE de 15.54974, MAE de 10.69818, e MAPE de 0.771857%, que são comparados mais à frente com outros estudos similares.

No estudo [36], o foco foi comparar o desempenho entre os modelos clássicos de séries temporais, como ARIMA, e redes neurais LSTM, para prever os retornos do índice S&P 500. Foram analisados modelos ARIMA, ARMA e MA para verificar qual se ajustava melhor aos dados.

O período analisado vai de 02/03/2009 a 01/04/2019, com 2542 observações. Diferentes modelos foram testados, incluindo AR(1), MA(1), e ARMA(1,1), mas o modelo MA(1) foi

o que apresentou melhor desempenho para prever valores futuros. A escolha do MA(1) se deu porque, após verificar a estacionariedade da série e realizar testes de autocorrelação (ACF) e autocorrelação parcial (PACF), o comportamento da série indicava que um modelo de média móvel seria mais apropriado.

Os resultados preditivos indicaram métricas de erro como RMSE de 16.64328, MAE de 11.40879, e MAPE de 0.68313, sugerindo que o modelo MA(1) teve um desempenho ligeiramente superior comparado aos outros modelos testados. A razão para não ter sido escolhido um modelo ARMA ou ARIMA se deu pela menor complexidade do MA(1), que apresentou erros preditivos competitivos, sem a necessidade de incluir componentes autoregressivas (AR) ou diferenciações adicionais, como seria o caso de um ARIMA.

Por fim, o estudo conclui que a escolha de modelos mais simples como MA(1) pode ser mais eficiente em certas situações, mesmo em séries temporais financeiras, devido à sua capacidade de capturar padrões de erro sem adicionar complexidade desnecessária.

No estudo [35], destaca-se que o modelo de mínimos quadrados, amplamente utilizado na econometria aplicada, tem suas limitações, especialmente na previsão e análise da volatilidade dos erros. Para resolver isso, os modelos ARCH e GARCH surgem como ferramentas cruciais, pois permitem modelar a heterocedasticidade, ou seja, a variação da volatilidade dos erros ao longo do tempo, característica comum em séries temporais financeiras.

O período analisado no estudo compreendeu dados diários entre 23/03/1990 e 23/03/2000, com um portfólio composto por 50% Nasdaq, 30% Dow Jones e 20% de títulos de longo prazo. O modelo GARCH(1,1) foi identificado como o mais adequado para prever a volatilidade condicional, ou seja, a variação da volatilidade com base nas informações passadas.

Entre os resultados, destaca-se o desvio padrão de 0.0146 e o VaR (Value at Risk) de \$33,977. O VaR é uma métrica amplamente utilizada no mercado financeiro para medir o risco de perda de um portfólio em um determinado período, com um determinado nível de confiança, neste caso, indicando que há 99% de chance de que as perdas diárias não ultrapassem \$33,977.

O modelo também capturou picos de volatilidade no início de 2000, com o VaR chegando a \$39,996, evidenciando sua eficácia em ambientes de alta volatilidade. Isso mostra como os modelos ARCH/GARCH são aplicados na avaliação de risco de mercado e na precificação de derivativos, proporcionando previsões da variância para apoiar decisões financeiras informadas.

### **3.2 Estudos comparativos de modelos estatísticos e Redes neurais aplicadas a séries temporais financeiras**

O trabalho realizado em [31] analisou a performance de diferentes algoritmos de machine learning, como SVR (*Support Vector Regression*), redes neurais (LSTM e GRU) e o modelo ARIMA (*AutoRegressive Integrated Moving Average*) para prever os preços de cinco ações representativas de diferentes setores do Ibovespa: Vale, (VALE3), Banco do Brasil (BBAS3), Fleury (FLRY3), Localiza (RENT3) e SLC agrícola (SLCE3). O período de análise foi de 03/03/2010 a 30/01/2022.

No estudo das ações do Ibovespa, foram utilizados modelos ARIMA configurados de forma específica para cada ação, ajustados para obter a melhor performance nas previsões. Para a ação VALE3, o modelo ARIMA escolhido foi o (3, 0, 2), enquanto para FLRY3 o ARIMA (3, 0, 3) apresentou os melhores resultados. A ação RENT3 teve sua melhor configuração com o ARIMA (1, 0, 2), enquanto SLCE3 foi modelada com o ARIMA (2, 0, 2), e BBAS3 obteve seu melhor desempenho com o ARIMA (5, 0, 2).

Os resultados para o ARIMA indicam um RMSE máximo de 0.03345 tanto no treino quanto no teste. Além disso, o MAE foi de 0.0247, o que evidencia a capacidade do ARIMA de capturar tendências de preços das ações.

Para o modelo LSTM, a ação do Banco do Brasil (BBAS3) apresentou maior consistência, com RMSE de 0.9766, MSE de 0.9538 e MAE de 0.6431 no conjunto de teste, alcançando um  $R^2$  de 0.9810. Esses resultados indicam que o LSTM conseguiu capturar a dinâmica de preço desta ação, apesar de sua leve inferioridade em relação ao ARIMA no geral.

Por outro lado, o modelo GRU mostrou o melhor desempenho também para FLRY3, com um RMSE de 0.48, MSE de 0.2307, MAE de 0.3683, e um  $R^2$  de 0.9889 nos dados de teste, o que se equipara ao ARIMA para esta ação.

No estudo [41], foi implementada uma abordagem com os modelos de redes neurais LSTM e GRU para prever os preços de ações com base em séries temporais agrupadas de quatro grandes empresas: Amazon (AMZN), Google (GOOGL), Ball Corp (BLL) e Qualcomm (QCOM). O período analisado compreendeu de 04/01/2010 a 03/02/2022, cobrindo mais de 12 anos de dados financeiros.

O estudo propôs e testou oito arquiteturas diferentes combinando LSTM e GRU, as quais foram avaliadas por meio de três métricas de erro: MAPE, RMSPE (*Root Mean Squared Percentage Error*) e RMDPE (*Rooted Mean Dimensional Percentage Error*). O modelo GRU apresentou os melhores resultados, com destaque para um MAPE de 0.9848%, RMSPE de 0.9798% e RMDPE de 0.9073%, mostrando-se superior ao LSTM para a maioria das empresas, exceto para a AMZN, onde o LSTM obteve resultados ligeiramente melhores. O conjunto de dados foi segmentado em 80% para treino e 20% para teste, sendo que o modelo foi treinado com dados de 2010 a 2019 e testado no intervalo de 2019 a 2022. Isso permitiu a avaliação da capacidade preditiva dos modelos em diferentes cenários de mercado.

### 3.3 Resultados de modelos recentes

O modelo N-BEATS tem-se destacado na literatura recente por sua eficácia e interpretabilidade na previsão de séries temporais financeiras. Dois estudos principais exploram as capacidades do modelo, proporcionando *insights* relevantes sobre sua aplicação e evidenciando os resultados obtidos.

O estudo [22] apresenta a arquitetura N-BEATS, destacando sua estrutura baseada em links residuais e uma pilha profunda de camadas totalmente conectadas. A arquitetura foi testada em conjuntos de dados denominados como *M3*, *M4* e *TOURISM*, abrangendo uma variedade de domínios de séries temporais.

O concurso *M3*, realizado em 2000, consiste em 3003 séries temporais de diversas categorias, abrangendo dados demográficos, financeiros e outros. Já o concurso *M4*, expandido a partir do *M3* em 2018, inclui um total de 100.000 séries temporais de múltiplos domínios, visando avaliar modelos de previsão em uma ampla gama de cenários. Por fim, o conjunto *TOURISM* engloba séries temporais relacionadas com o turismo como, por exemplo, o número de visitantes em diferentes locais, proporcionando uma avaliação dos modelos em contexto específico e aplicado.

Os resultados apresentados em [22] mostram que o modelo N-BEATS superou o vencedor da competição M4, um modelo híbrido de redes neurais e métodos estatísticos (DL/TS hybrid), com uma melhora de 3% em termos de sMAPE. O sMAPE difere do MAPE ao usar a soma dos valores absolutos do valor real e da previsão no denominador. O N-BEATS apresentou um sMAPE médio de 11.135, enquanto o modelo vencedor da M4 obteve um sMAPE de 11.374. Essa melhora de 3% reflete o ganho na precisão de previsão, consolidando o N-BEATS como uma abordagem de ponta para séries temporais. Quanto à versatilidade e aplicabilidade, o modelo mostrou-se aplicável sem modificações a uma ampla gama de domínios de séries temporais oriundas do M3, M4 e TOURISM. Isso sugere que os elementos fundamentais de DL, como blocos residuais, são suficientes para resolver uma ampla variedade de problemas de previsão. A arquitetura possui várias propriedades desejáveis, sendo interpretável, aplicável sem modificações a uma ampla gama de domínios-alvo e rápida de treinar.

Em [37] é avaliada a arquitetura do N-BEATS. O modelo criado para este estudo foi treinado em dados do Bitcoin de diferentes granularidades: diários, horários e até ao minuto. Este treino foi comparado com outros métodos populares de previsão de séries temporais, como LSTM e ARIMA. Os resultados do estudo mostram que o N-BEATS tem um MAPE de 2.261% e um RMSE de 308.859, o que é melhor do que os resultados do modelo LSTM, que tem um MAPE de 2.976% e um RMSE de 370.051. Além disso, o N-BEATS também é ligeiramente melhor do que os resultados do modelo ARIMA, que tem um MAPE de 2.281% e um RMSE de 309.756. Neste exemplo, é notório que o N-BEATS é eficaz na previsão de séries temporais financeiras, capturando relações complexas e não lineares nos dados.

Ao analisar o estudo, nota-se que o N-BEATS não apenas superou o ARIMA, mas também teve um desempenho melhor que o LSTM. A pesquisa demonstrou que o N-BEATS pode capturar e modelar as complexidades e não linearidades inerentes aos dados financeiros. Esta capacidade torna o N-BEATS uma ferramenta muito útil para previsões financeiras, onde a precisão e a capacidade de interpretar resultados são cruciais.

### **3.4 Comparativo de resultados**

Nesta secção são apresentados resultados compilados dos estudos apresentados anteriormente. Os resultados abaixo apresentam as métricas de acordo com diferentes modelos e configurações:

**Tabela 3 - Resultados dos trabalhos analisados**

Dados	Modelo	Período Analisado	Métricas	Resultados	Tipo	Referência
<b>S&amp;P500</b>	ARMA	03/01/2000 a 03/04/2019	MAPE	0.771857	Fecho	[34]
			MAE	10.69818		
			RMSE	15.54974		
<b>S&amp;P500</b>	LSTM	02/03/2009 a 01/04/2019	MAPE	0.609598	Fecho	[36]
			RMSE	564.952		
<b>Ação brasileira (BBAS3)</b>	LSTM	03/03/2010 a 30/01/2022	MAE	0.6483	Fecho	[31]
			RMSE	0.9798		
			MSE	0.9601		
			R <sup>2</sup>	0.9809		
<b>Ação brasileira (FLRY3)</b>	GRU	03/03/2010 a 30/01/2022	MAE	0.3683	Fecho	[31]
			RMSE	0.4803		
			MSE	0.2307		
			R <sup>2</sup>	0.9889		
<b>BTC</b>	ARIMA	18/07/2010 a 09/10/2020	MAPE	2.281	Fecho	[37]
			RMSE	309.756		
<b>BTC</b>	LSTM	18/07/2010 a 09/10/2020	MAPE	2.976	Fecho	[37]
			RMSE	370.051		
<b>BTC</b>	N-BEATS	18/07/2010 a 09/10/2020	MAPE	2.261	Fecho	[37]
			RMSE	308.859		
<b>S&amp;P500</b>	MA	02/03/2009 a 01/04/2019	MAPE	0.68313	Retorno	[36]
			MAE	11.40879		
			RMSE	16.64328		

Os resultados apresentados na Tabela 3 mostram a eficácia de diferentes modelos de previsão aplicados a índices de ações como S&P500 e Dow Jones, além de criptomoedas como BTC.

As métricas indicam variações na precisão dos modelos, com alguns apresentando taxas de erro mais baixas, sugerindo melhor capacidade preditiva. Destaca-se o modelo LSTM aplicado ao S&P500, que obteve um MAPE de 0.609598 e se mostrou melhor em comparação com outras combinações.

Os valores das métricas obtidos servirão como referência para a sequência dos estudos. Nesse sentido, observar um MAPE abaixo de 1% para índices financeiros e ações, e entre 2% e 3% para Bitcoin, fornece uma referência relevante para o início dos trabalhos práticos.

## 4. Recolha e pré-processamento dos dados

Neste capítulo são expostos os métodos utilizados para a extração dos dados, assim como, a motivação da definição do período específico para análise e as características gerais da série em estudo. Adicionalmente, são divulgados os resultados alcançados na análise exploratória, sublinhando as peculiaridades da série que despertaram interesse na continuidade e conclusão do projeto.

### 4.1 Motivação da escolha do Ibovespa

O conjunto de dados utilizado neste projeto é o índice Ibovespa, que é o principal indicador de desempenho das ações negociadas na B3, a bolsa de valores brasileira. Este índice reúne as empresas mais relevantes para o mercado de capitais brasileiro, como apresentado no Capítulo 1 e trata-se de uma referência relevante para a economia brasileira.

O período de pré-projeto proporcionou uma investigação sobre trabalhos análogos à proposta desta dissertação. Na ocasião, observou-se que, a maioria das pesquisas focava-se mais nos índices e ações dos Estados Unidos e nas ações do mercado brasileiro [31, 39] do que na previsão do Ibovespa. Portanto, a possibilidade de explorar um índice, e conseqüentemente, um conjunto de dados pouco explorado no meio acadêmico, foi a principal motivação para a escolha deste tema.

### 4.2 Detalhes dos dados escolhidos

A recolha de dados foi realizada através da aquisição dos preços de fecho diários do Ibovespa. Durante a preparação dos dados, foi dada especial atenção à integridade dos mesmos, assegurando que não existissem lacunas nos dias de negociação. Foi também realizada uma análise para identificar possíveis valores atípicos ou erros de registo, garantindo assim a qualidade e a fiabilidade dos dados para a análise subsequente.

#### 4.2.1 Processo de coleta dos dados

A princípio, foi pensado utilizar os dados fornecidos pela própria B3, que é a fonte mais segura para obtenção dos dados. No entanto, viu-se que o formato de armazenamento traria dificuldades para a manipulação das informações devido ao grande período que se queria explorar inicialmente (cerca de 30 anos), então, optou-se por iniciar os trabalhos com a

biblioteca *Yahoo Finance* [38]. Esta biblioteca permite uma extração simples dos dados no formato csv, através de código Python e, desta forma, os dados da B3 ficariam para posterior validação das informações, quando fosse definido o período a ser explorado no trabalho.

#### 4.2.2 Características gerais da série original

A série original tem data início em 27/04/1993 e possui dados até ao último dia em que a B3 teve negócios em 2023, mais precisamente até ao dia 28/12/2023, o que corresponde a 7592 dias de operação sem a presença de valores nulos.

	Open	High	Low	Close	Adj Close	Volume	Date
0	24.799999	25.400000	24.500000	24.500000	24.500000	0	1993-04-27
1	24.500000	24.600000	23.700001	24.299999	24.299999	0	1993-04-28
2	24.299999	24.799999	23.700001	23.700001	23.700001	0	1993-04-29
3	23.700001	24.200001	23.700001	24.100000	24.100000	0	1993-04-30
4	24.100000	24.400000	23.799999	24.100000	24.100000	0	1993-05-03

**Figura 8 – Amostra inicial dos dados extraídos do *Yahoo Finance***

O *Yahoo Finance* fornece, além da data, dados de fecho diário com abertura, máxima e mínima do dia, fecho, fecho ajustado e volume.

Na observação dos primeiros dados nota-se a incidência de valores 0 no campo Volume.

Como mencionado no Capítulo 1, essa é uma importante variável exógena para o Ibovespa e isso exigiu um estudo adicional que constatou que esse valor se repetia por 3369 vezes, o que equivale a 44,3% do total de dados. Esse ponto já mostra uma dificuldade a ser vencida para o caso de se trabalhar com variáveis exógenas.

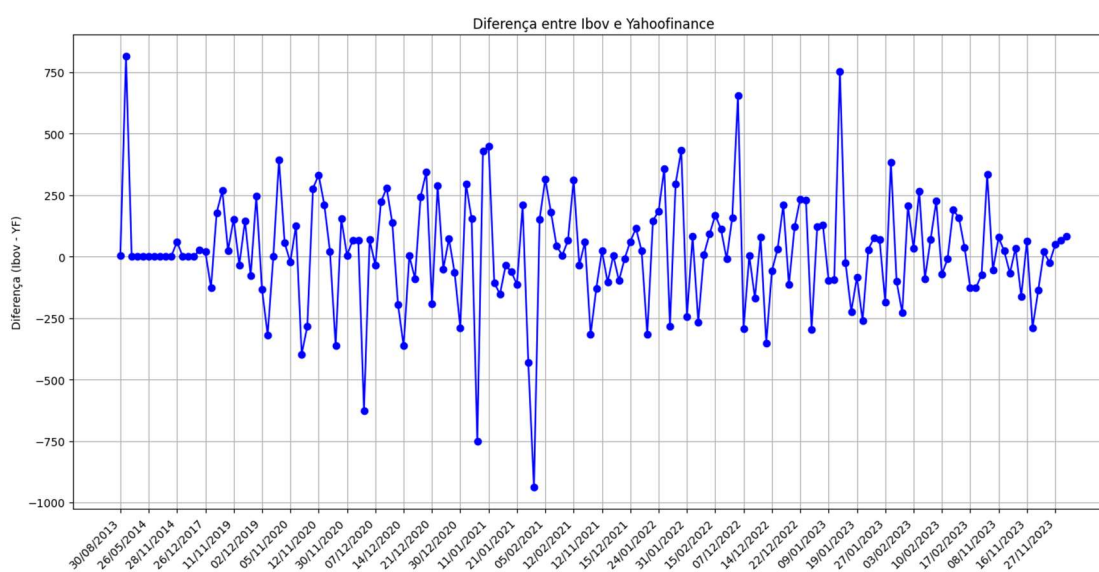
### 4.3 Análise e separação dos dados

O período de estudo deste projeto abrange de 1 de janeiro de 2013 a 31 de dezembro de 2023, devido ao facto de trabalhos similares terem séries de 5 a 20 anos. Um ponto relevante a mencionar é que ao optar pelos dados dos últimos 5 anos os modelos poderiam ter dificuldade por terem uma grande exposição temporal ao período da pandemia, onde houve um movimento atípico do mercado. Devido a isso, optou-se pelos últimos 10 anos, de forma a permitir um grande período de treino do modelo sem a pandemia. Discutiu-se também a

possibilidade de eliminar o período da pandemia da série, mas a escolha por seguir com esse período na série, parecia a mais coerente e isso se confirmou no decorrer do trabalho.

### 4.3.1 Diferença de valores

Ao comparar uma amostra de 1% dos dados do Yahoo Finance e da B3, foram encontradas divergências (Figura 9) que levaram à decisão de realizar uma análise mais aprofundada para não comprometer os resultados.



**Figura 9 - Gráfico da diferença de valores entre *Yahoo Finance* e B3**

Nos 10 anos da série, foram encontradas 168 ocorrências de valores divergentes, variando entre -980 pontos e 800 pontos. Devido a essas discrepâncias, decidiu-se continuar os estudos com os dados da B3, que é a fonte oficial.

### 4.3.2 Características dos dados reduzidos

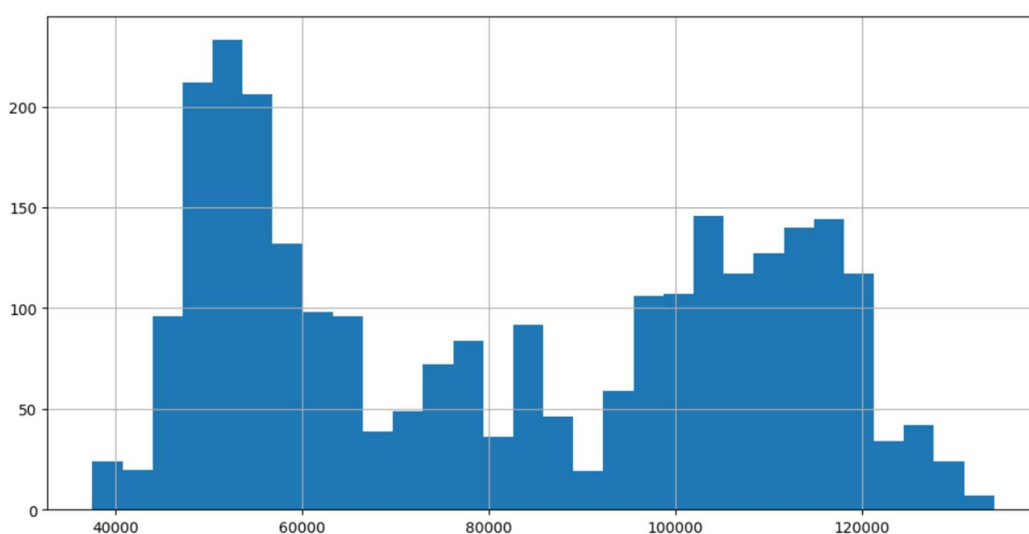
A B3 opera apenas em dias úteis, o que resultou em 2773 ocorrências no conjunto de dados. Isso significa que os dados de fim de semana e feriados não estão incluídos, o que é comum na análise de séries temporais financeiras. A falta dos dados nos finais de semana e feriados não caracteriza ausência de dados, pois o mercado de ações brasileiro não estava aberto nesses dias.



**Figura 10 - Gráfico da Série reduzida**

Um dos motivos de se optar por utilizar um período de 10 anos, além da referência em [36], é também para que o período da pandemia tenha maior evidência, no intuito dos treinos dos modelos serem mais assertivos. No gráfico acima, fica evidente o efeito da pandemia na série, devido à perda da tendência de alta no início do ano de 2020; nota-se que a tendência é retomada ainda em 2020.

A contagem total de valores é 2773. A média dos valores de fecho é 81770.54 pontos, e o desvio padrão é 26768.99, sugerindo uma considerável variabilidade dos valores em relação à média. O valor mínimo de fecho registrado é 37497.47 pontos, enquanto o valor máximo é 134193.72 pontos.



**Figura 11 – Gráfico do histograma da concentração dos valores de fecho do Ibovespa**

O histograma apresentado na Figura 11 revela duas áreas de maior concentração de dados.

A primeira área de alta concentração está entre 45.000 pontos e 60.000 pontos e, a segunda área, com concentração significativa, encontra-se entre 95.000 e 120.000 pontos. A maior repetição de valores é na casa dos 50.000 pontos, onde temos mais de 200 repetições, o que corrobora para a estabilidade do índice entre 2013 e 2015, visto no gráfico da Figura 10.

### **4.3.3 Separação dos dados**

Nos modelos de redes neurais, foram separados os dados em 75% para treino, que consiste no período de 01/01/2013 até 06/04/2021, 10% para validação, de 07/04/2021 até 11/05/2022, e 15% para teste, de 12/05/2022 até 28/12/2023. Já nos modelos estatísticos, separamos os dados em 75% para treino e 25% para teste, de 07/04/2021 até 28/12/2023. O objetivo dessa proporção é justamente que os dados de treino capturem parte da pandemia, de forma que os modelos aprendam a se ajustar a esse período atípico sem deixar de perceber que a tendência macro é de alta. O período de forte queda em decorrência da pandemia ocorreu entre de 19/02/2020 a 26/03/2020, e registou uma queda de 45%. Assim estes dados foram capturados pelo período de treino e validação. Já os dados de teste não tinham dados da pandemia e o objetivo era ver justamente se o modelo não seria viciado por uma queda brusca apresentado nos dados de treino e que não se repetiriam no período de teste.

## 5. Desenvolvimento de modelos de previsão de valores de fecho

Neste capítulo, são explorados os modelos estatísticos e de redes neurais, com a execução e acompanhamento das métricas para os valores de fecho. Para a realização desta etapa do projeto, foi escolhido o modelo estatístico (ARIMA), dois modelos RNN (LSTM e GRU) e dois modelos *feedforward* (MLP e N-BEATS), assim como métricas de erro médio (MAE, MSE, RMSE, MAPE) e uma métrica de regressão para medir o ajuste dos dados ( $R^2$ ). São também exploradas as decisões que levaram à escolha dos modelos e das configurações necessárias para iniciar os testes e tentar otimizar os resultados.

No decorrer do trabalho, optou-se por não utilizar o modelo SVR, devido ao facto de já ter sido selecionada uma quantidade razoável de modelos diferentes para comparar resultados.

Além disso, este modelo obteve o pior resultado entre os modelos testados em [31], incluindo um  $R^2$  negativo.

Ao apresentar os modelos e os seus respetivos resultados, são também introduzidas técnicas para obter o melhor desempenho possível, entre elas o *expanding window*, que será apresentado a seguir, a normalização dos dados e a definição dos melhores hiperparâmetros para cada modelo.

### 5.1 Modelo ARIMA para prever valores de fecho

Para a execução do modelo ARIMA foi utilizada a técnica de *expanding window*, conforme descrito em [40], de forma a realizar uma comparação mais coerente com os modelos baseados em redes neurais.

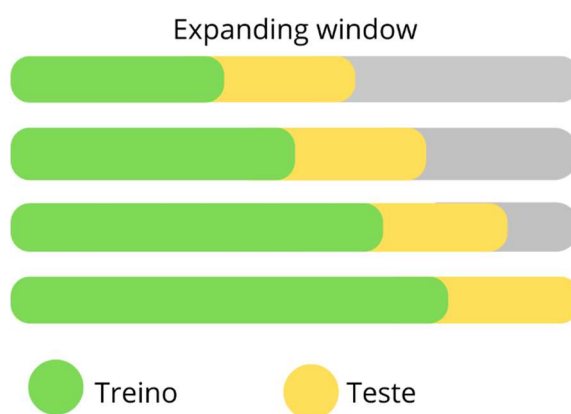
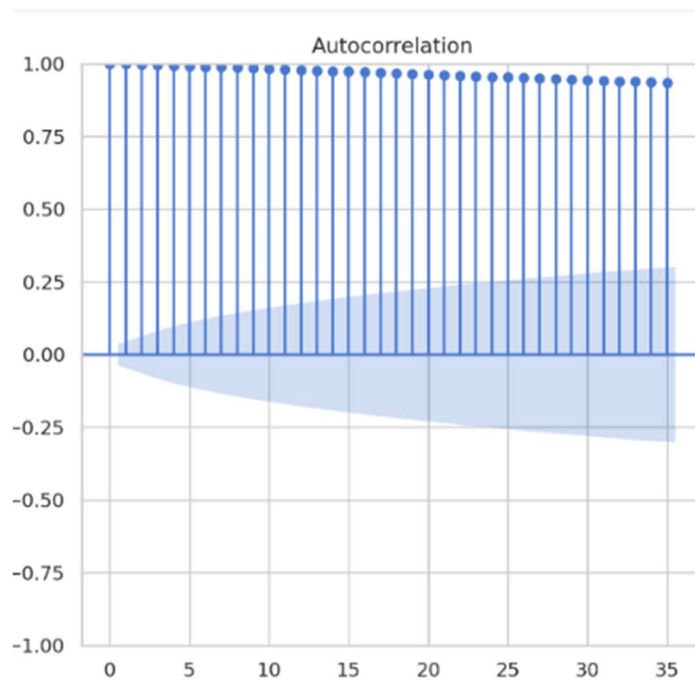


Figura 12 - Exemplo da técnica de *expanding window*

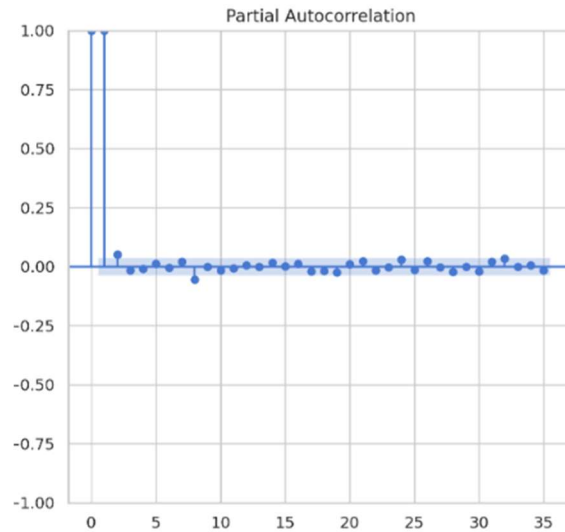
A técnica de *expanding window* é utilizada para treinar e validar modelos de previsão em séries temporais. Nessa abordagem, a janela de dados para treino do modelo se expande progressivamente com novas observações. Inicialmente, o modelo aprende com um conjunto de dados de treino, que equivale a 75% dos dados. A cada nova observação, a janela de treino é expandida para incluí-la, e o modelo é treinado novamente com um volume crescente de dados. Os dados de teste correspondem a 25% do conjunto total de dados e são adicionados incrementalmente a cada ciclo, um por um. Isso permite que o modelo aprenda continuamente com os dados mais recentes, melhorando sua capacidade de previsão ao longo do tempo.

Antes de iniciar os trabalhos com os modelos estatísticos, foi verificada a autocorrelação e a autocorrelação parcial da série, conforme verificado abaixo:



**Figura 13 - Gráfico ACF**

Na análise da *Função de Autocorrelação* (ACF), que mede a correlação linear entre a série temporal  $x_t$  onde  $x$  representa os valores de fecho e  $t$  representa o tempo e seus valores passados  $x_{t-1}$ , onde  $i$  é o *lag* ou desfasamento; observamos uma autocorrelação positiva nos dados. Os valores caem lentamente e permanecem próximos de 1, indicando uma dependência temporal prolongada.



**Figura 14 - Gráfico PACF**

A *Função de Autocorrelação Parcial* (PACF) mede a correlação entre uma série temporal  $x_t$ , onde  $x$  representa os valores de fecho e  $t$  representa o tempo; e seus valores desfasados  $x_{t-i}$  onde  $i$  é o *lag*, enquanto remove a influência dos *lags* intermediários  $x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-(i-1)}$ . No gráfico de PACF, observamos um pico significativo no *lag* 1, indicando uma autocorrelação parcial relevante nesse *lag*. Após o *lag* 1, os valores caem dentro dos intervalos de confiança, sugerindo que apenas o *lag* 1 é significativo para modelação.

Para a construção do modelo ARIMA, foi utilizada inicialmente a função `auto_arima` da biblioteca `pmdarima`<sup>3</sup>, que define automaticamente os melhores parâmetros ao avaliar múltiplas combinações de ordens e selecionar aquela que minimiza critérios de informação, como o AIC. O resultado obtido para os dados de treino foi um modelo ARIMA(3, 1, 3) sem sazonalidade. A função foi também testada com sazonalidade ativa e o resultado foi o mesmo. A Figura 15 contém os resultados da função `auto_arima`:

<sup>3</sup> <https://pypi.org/project/pmdarima/>

```

=====
SARIMAX Results
=====
Dep. Variable:          y      No. Observations:      2043
Model:                SARIMAX(3, 1, 3)  Log Likelihood          -17396.780
Date:                 Tue, 10 Sep 2024  AIC                    34807.560
Time:                 10:43:08         BIC                    34846.912
Sample:               0              HQIC                   34821.994
                    - 2043
Covariance Type:      opg
=====
              coef    std err          z      P>|z|      [0.025    0.975]
-----
ar.L1         -0.6169     0.091     -6.758     0.000     -0.796    -0.438
ar.L2          0.6828     0.120     5.693     0.000     0.448     0.918
ar.L3          0.6416     0.075     8.579     0.000     0.495     0.788
ma.L1          0.5529     0.094     5.870     0.000     0.368     0.737
ma.L2         -0.6780     0.120     -5.633     0.000     -0.914    -0.442
ma.L3         -0.5584     0.076     -7.301     0.000     -0.708    -0.409
sigma2         1.453e+06    1.69e+04    86.133     0.000    1.42e+06    1.49e+06
=====
Ljung-Box (L1) (Q):           5.51   Jarque-Bera (JB):           26146.38
Prob(Q):                     0.02   Prob(JB):                   0.00
Heteroskedasticity (H):       5.10   Skew:                       -1.35
Prob(H) (two-sided):          0.00   Kurtosis:                   20.32
=====

```

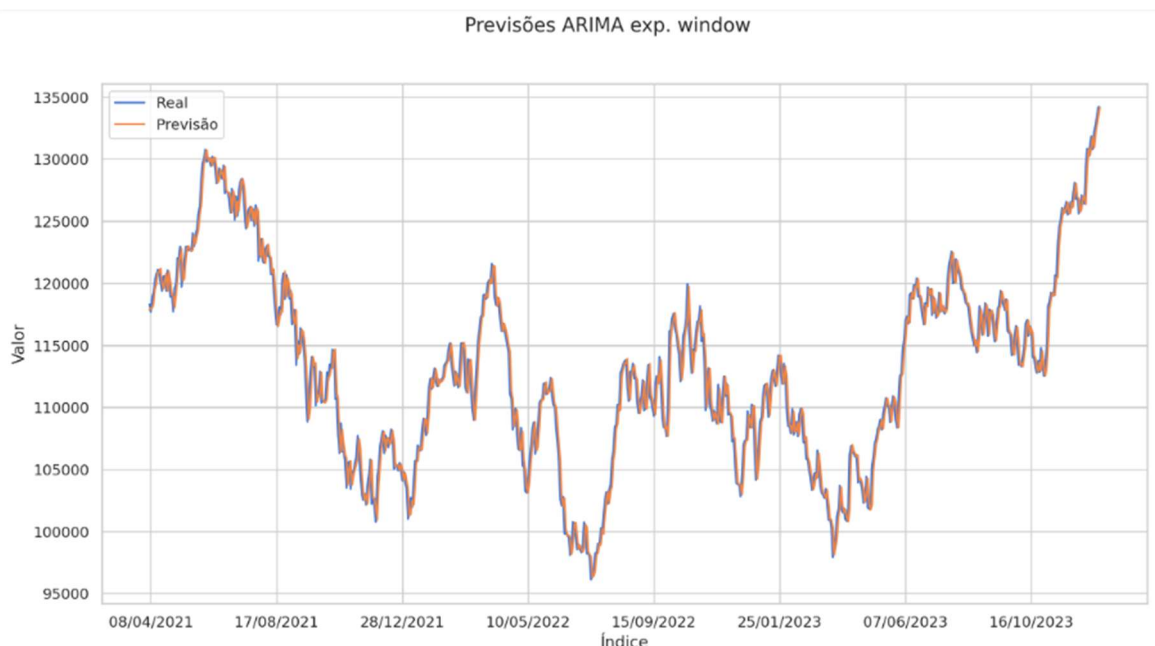
**Figura 15 - Resultado do *auto\_arima***

Analisando os resultados do *auto\_arima*, observamos que todos os coeficientes AR (autorregressivos) e MA (média móvel) são estatisticamente significativos. Além disso, os testes de diagnóstico, como o Ljung-Box, indicam que há autocorrelação residual significativa (Prob(Q) = 0.02), sugerindo que o modelo capturou bem a estrutura temporal presente nos dados. No entanto, o teste de Jarque-Bera aponta que os resíduos não seguem uma distribuição normal (Prob(JB) = 0.00), o que pode afetar a validade das inferências.

Para a criação do modelo ARIMA(3, 1, 3), foi utilizada a abordagem de *expanding window*.

O modelo foi ajustado iterativamente, utilizando uma parte dos dados para treino (75% iniciais) e outra para teste, que avançou dia após dia na série até atingir os 25% reservados finais, permitindo a aprendizagem contínua do modelo. Os coeficientes do modelo foram estimados e as previsões foram geradas para cada ponto de teste. Este processo permitiu identificar a importância dos termos autorregressivos e de média móvel, bem como, a necessidade de possíveis ajustes adicionais para melhorar a precisão do modelo.

Concluída a etapa de definição dos dados e parâmetros, o modelo foi finalizado e foram coletadas as métricas de resultado. Abaixo, o gráfico que compara os valores reais da série com as previsões realizadas pelo modelo ARIMA(3, 1, 3).



**Figura 16 - Gráfico dos valores reais e previstos do modelo ARIMA(3, 1, 3)**

Para além do gráfico acima, que mostra a linha dos valores reais e previstos muito próximas, foram realizados estudos de evolução do MAE, RMSE e MAPE do modelo ARIMA para prever valores de fecho, que se encontram no Anexo I.

## 5.2 Modelos baseados em redes neuronais

Os modelos baseados em redes neuronais escolhidos para este projeto foram dois tipos diferentes de RNN (LSTM e GRU) e dois modelos multicamada com ligações para a frente (*feedforward*), sendo um mais antigo e um mais recente (MLP e N-BEATS). Desta forma, espera-se passar por modelos tradicionais e consolidados e, também usar um modelo mais recente, com menos literatura disponível, contudo, que poderá trazer alguma novidade aos testes.

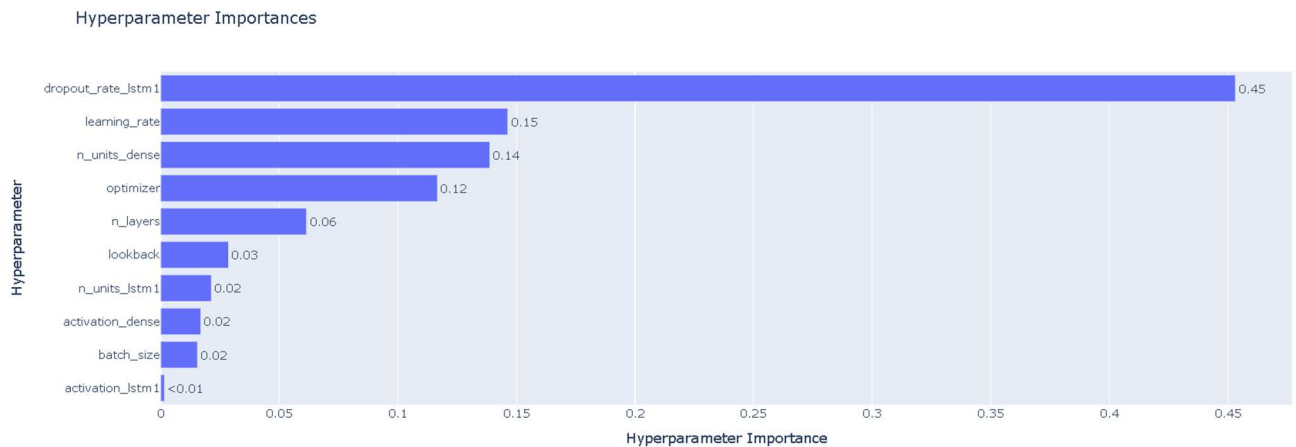
Como já mencionado no Capítulo 4, nesta etapa os dados foram separados em treino (75%), validação (10%) e teste (15%). Adicionalmente, os dados foram normalizados por meio da fórmula abaixo:

$$train\_norm = \frac{train\_not\_norm - train\_mean}{train\_std}$$

Nesta fórmula obtemos os dados normalizados através da subtração dos dados não normalizados (*train\_not\_norm*) pela média de cada valor da série (*train\_mean*), na sequência o valor obtido é dividido pelo desvio padrão de cada valor da série

( $train_{std}$ ). Importante destacar que os valores de validação e teste são normalizados levando em conta a média e o desvio padrão obtidos dos dados de treino, de forma a garantir a consistência na normalização e evitar vazamento de dados.

Superada esta etapa, foram construídos modelos com os melhores hiperparâmetros obtidos através do Optuna, uma biblioteca Python de otimização que procura a melhor combinação de hiperparâmetros de um modelo. Utilizou-se a função *pruned()* para descartar combinações não promissoras. Foram executadas 200 tentativas (*trials*) com 100 épocas cada um para encontrar a melhor combinação. Cabe mencionar que o Optuna<sup>4</sup> utiliza por omissão o otimizador *TPESampler*, que foi aplicado em todos os modelos de redes neurais deste projeto. Nos exemplos abaixo, temos os hiperparâmetros mais relevantes para o modelo LSTM, de acordo com o Optuna:

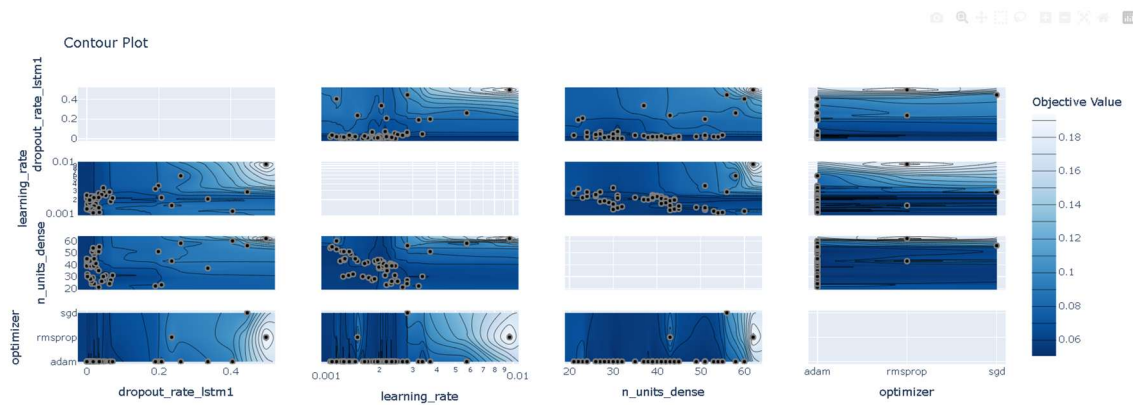


**Figura 17 - Importância de cada hiperparâmetro para o modelo LSTM**

Neste gráfico nota-se que, no caso do modelo LSTM os hiperparâmetros mais relevantes são a taxa de *dropout* (45%), seguido por *learning rate* (15%), número de unidades da camada densa (14%) que se coloca a seguir à célula LSTM e o otimizador utilizado (12%).

No gráfico abaixo, podemos ver as conclusões que mostram a relação entre os hiperparâmetros mais relevantes para o modelo LSTM.

<sup>4</sup> <https://optuna.org/>



**Figura 18 – Combinação dos hiperparâmetros mais relevantes em relação à função objetivo**

Observa-se que, uma combinação de *dropout rate* baixa (próxima de 0.0) e *learning rate* moderada (em torno de 0.001) resulta em melhores desempenhos, conforme indicado pelas áreas mais escuras do gráfico. Além disso, um número intermédio de unidades da camada densa (entre 20 e 50) também contribui para a melhoria do modelo quando combinado com os valores mencionados de *dropout rate* e *learning rate*. O otimizador ADAM destaca-se por proporcionar um desempenho consistente em uma faixa mais ampla de hiperparâmetros, evidenciado pelas áreas escuras mais extensas nos gráficos comparativos.

Importa destacar que, todos os modelos foram testados com combinações diferentes e ficou definido que seriam usadas 200 épocas de treino no máximo, devido à constatação obtida com dados de validação de que os modelos não se ajustam muito mais aos dados após 150 épocas. Além disso, é utilizado *early stopping*, que permite definir a interrupção do treino após um determinado número de épocas, denominado de *patience*, sem evolução do MAE, que foi a métrica escolhida para avaliar os modelos durante o treino. Esta técnica permite que sejam exibidos sempre os melhores valores de cada treino, o que foi essencial para replicar os resultados e obter comparações precisas com diferentes configurações. Também foram definidas 100 execuções para cada combinação de hiperparâmetros de cada modelo, de forma a medir os resultados e ver se a média e o desvio padrão do MAPE (no caso de valores de fecho) estabilizam.

Por fim, vale mencionar também que, para calcular as métricas, os valores são primeiro desnormalizados, de forma a permitir a comparação com a série original. A desnormalização é feita através da fórmula abaixo:

$$\text{Valor desnormalizado} = (\text{Predict} * \text{train}_{sd}) + \text{train}_{mean},$$

onde *Predict* são os valores previstos pelo modelo,  $train_{sd}$  é o desvio padrão dos valores de treino e  $train_{mean}$  é a média dos valores de treino. Outro ponto relevante a mencionar é que todos os modelos de redes neurais foram treinados com dados de treino, utilizando o desempenho do modelo com os dados de validação para guiar o algoritmo utilizado pelo Optuna, de forma a encontrar a melhor combinação de hiperparâmetros. Os dados de treino voltaram a ser utilizados para treinar os modelos por 100 execuções, utilizando a melhor combinação de hiperparâmetros, e o desempenho destes modelos foi depois medido utilizando os dados de teste.

### 5.2.1 Modelos RNN para prever valores de fecho

Para a criação dos modelos RNN foi considerada a melhor combinação de resultados obtida pelo Optuna, os valores podem ser conferidos na tabela abaixo:

**Tabela 4 - Hiperparâmetros dos modelos RNN para fecho**

Hiperparâmetros	LSTM	GRU
Camada LSTM	256 unidades, ativação <i>ReLU</i>	115 unidades, ativação <i>ReLU</i>
Taxa de <i>dropout</i>	0.0007260138620463863	0.0009899544402645344
Camada Densa	42 unidades, ativação <i>tanh</i>	52 unidades, ativação <i>ReLU</i>
Otimizador	ADAM	ADAM
<i>Lookback</i>	11 dias	7 dias
<i>Batch size</i>	128	64
<i>Learning rate</i>	0.0020990690651314704	0.007770164265048791
Função de Perda	MAE	MAE
Épocas de Treino	Até 200	Até 200
<i>Early stopping</i>	Patience de 25 épocas	Patience de 30 épocas

A Tabela 4 compara os modelos LSTM e GRU, destacando as principais configurações de hiperparâmetros. Ambos utilizam o otimizador ADAM e a função de perda MAE, mas diferem no número de unidades nas camadas, *dropout rate* e *lookback*, conforme sugerido pelo Optuna.

Abaixo seguem os gráficos de valores reais e previstos para os modelos RNN, que evidencia linhas de valores reais e previstos muito próximas em ambos os modelos:



**Figura 19 - Valores de fecho reais *versus* previstos para a LSTM**



**Figura 20 - Valores de fecho reais *versus* previstos para a GRU**

### 5.2.2 Modelos feedforward para prever valores de fecho

Nesta secção são apresentados modelos *feedforward*, MLP e N-BEATS, que visam confrontar resultados de um modelo antigo com um mais recente, no intuito de verificar se há alguma diferença de resultados entre um modelo tradicional que trabalha com camadas densas totalmente conectadas e outro mais recente que trabalha com blocos de previsão baseados em tendências e decomposição.

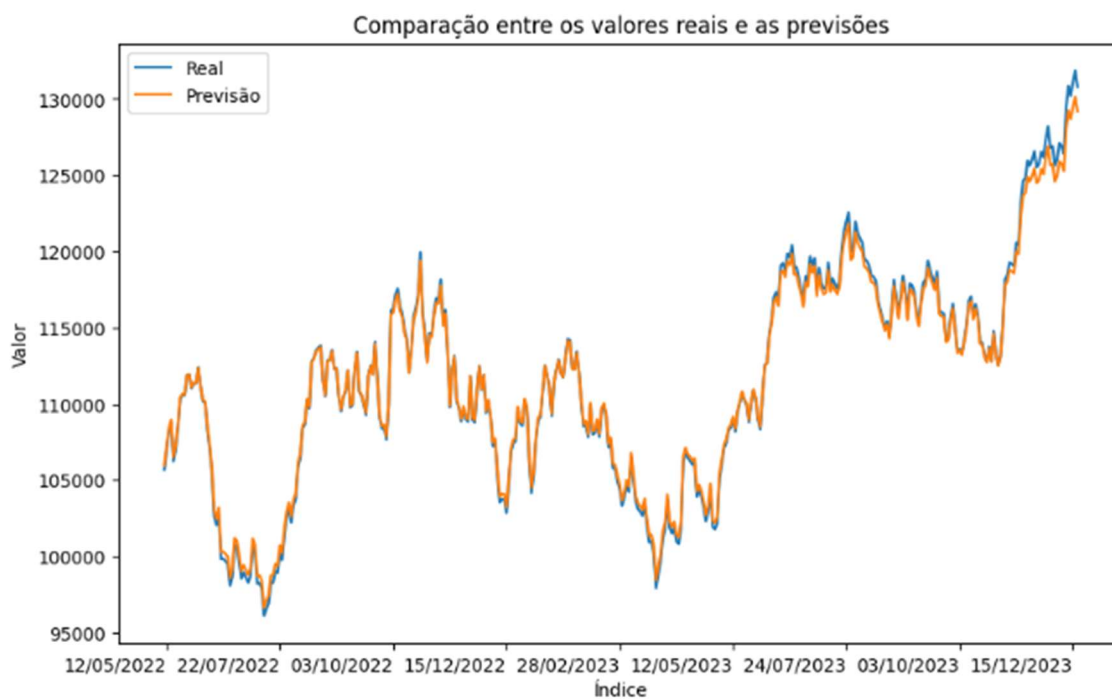
**Tabela 5 - Hiperparâmetros dos modelos feedforward para fecho**

Hiperparâmetros	MLP	N-BEATS
Quantidade de Camadas Ocultas	1	-
Unidades na Camada Oculta	91, ativação Tanh	-
Taxa de Dropout	0.4456308171906245	-
Otimizador	ADAM	-
Lookback	3 dias	11 dias
Batch Size	32	128
Learning Rate	0.0018979771705673987	0.006886056822224714
Função de Perda	MAE	MAE
Épocas de Treino	Até 200	Até 200
<i>Early stopping</i>	Patience 20 épocas	-

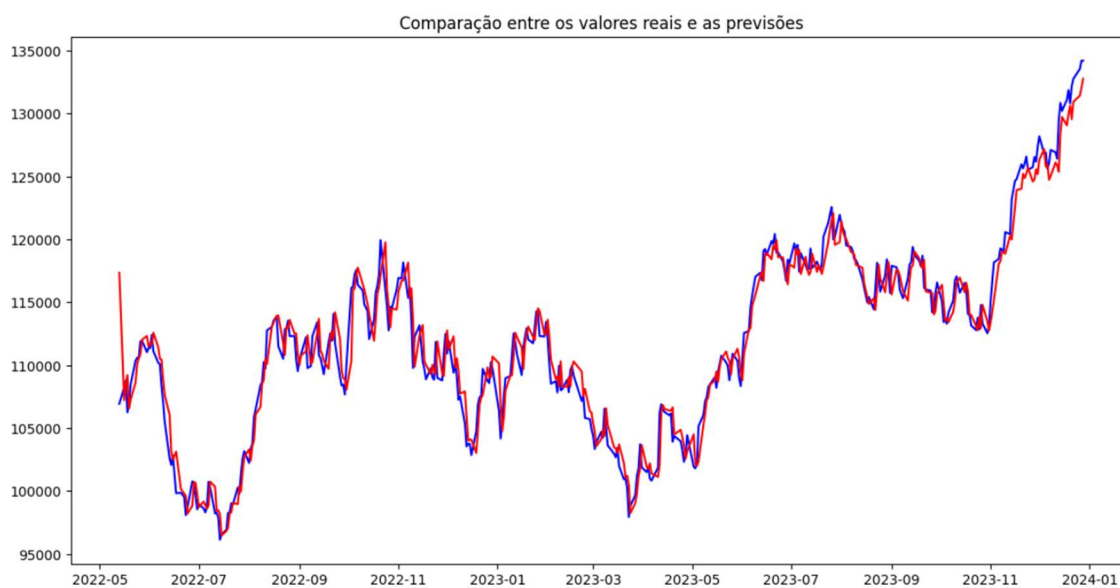
O modelo MLP possui uma configuração com uma camada oculta e uma camada de *dropout*. Já o modelo N-BEATS foi testado com uma configuração mais simples e sem *early stopping*, dado que os treinos evoluíram rapidamente devido ao uso da biblioteca *Neural Forecast*<sup>5</sup>. Ambos os modelos utilizam a mesma função de perda (MAE).

Nas figuras 21 e 22, seguem os gráficos de valores reais e previstos para os modelos *feedforward*. Ambos os gráficos mostram valores próximos:

<sup>5</sup> <https://pypi.org/project/neuralforecast/>



**Figura 21 - Valores de fecho reais *versus* previstos para a MLP**



**Figura 22 - Valores de fecho reais *versus* previstos para o N-BEATS**

### 5.3 Compilação dos resultados e comentários sobre as previsões dos valores de fecho

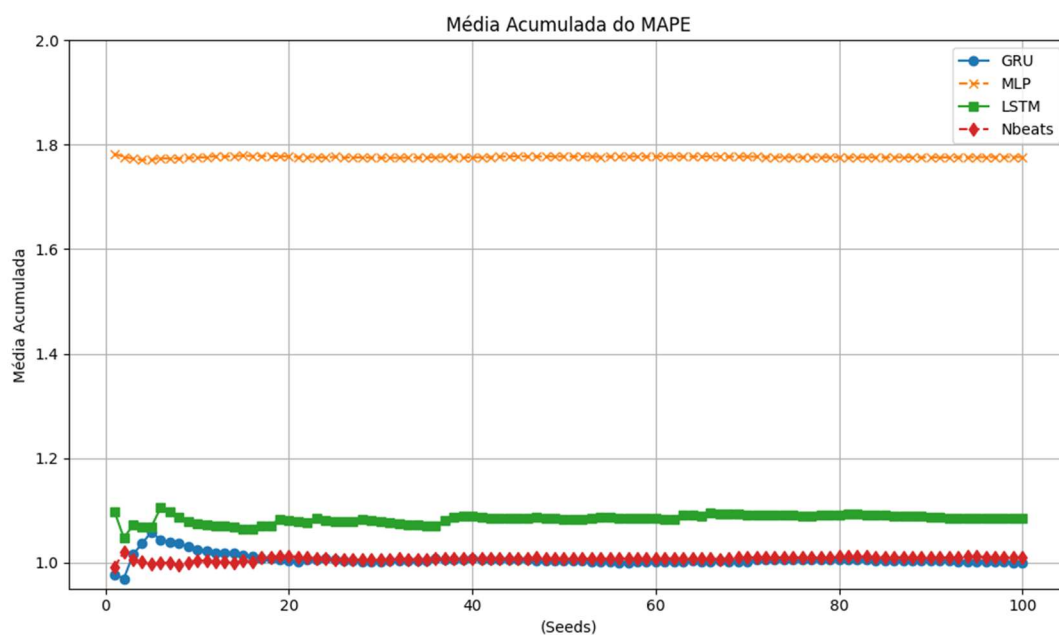
Após a execução dos modelos é chegada a etapa de comparação dos resultados e a tabela abaixo consolida as métricas dos modelos utilizados para prever os valores de fecho do Ibovespa:

**Tabela 6 – Compilação dos resultados dos valores de fecho**

<b>Modelo/Métricas</b>	<b>ARIMA-Fecho</b>	<b>LSTM-Fecho</b>	<b>GRU-Fecho</b>	<b>MLP-Fecho</b>	<b>N-BEATS-Fecho</b>
<b>MAE</b>	<b>1090.8855</b>	1213.5117	1113.9232	1981.2078	1126.9711
<b>MSE</b>	<b>1898401.4325</b>	2314788.0	1971292.0	6038037.0	2257337.0
<b>RMSE</b>	<b>1377.8249</b>	1515.6712	1402.4795	2457.0407	1500.8402
<b>MAPE</b>	<b>0.9700%</b>	1.0850%	0.9999%	1.7765%	1.0100%
<b>R<sup>2</sup></b>	<b>0.9698</b>	0.9609	0.9664	0.8866	0.9611

No geral, os resultados de MAPE foram próximos de 1%, com destaque positivo para o modelo ARIMA, que obteve vantagem em relação aos demais modelos (0.9700%).

Importante ressaltar que os valores das métricas, sobretudo do MAPE estão próximos dos obtidos nos estudos do Capítulo 3, onde temos [34] com MAPE de 0.7718% e [36] com MAPE de 0.6095, ambos os estudos comparativos são do S&P 500 ou seja, um índice assim como o Ibovespa, que foi objeto deste trabalho. Adicionalmente recorreremos a um estudo, onde observamos a média acumulada do MAPE ao longo de 100 execuções (*runs*). Nesse contexto, temos uma situação similar à da Tabela 6, onde os resultados apresentam valores próximos, com apenas o modelo MLP destoando dos demais modelos, como destacado no gráfico abaixo:



**Figura 23 – Evolução da média acumulada do MAPE ao longo das 100 execuções<sup>6</sup>**

A dificuldade do modelo MLP em se adaptar aos dados fica ainda mais evidente no Anexo II, onde vemos que o treino é interrompido próximo as 35 épocas e os valores de MAPE coletado nas 100 execuções está sempre acima de 1.67, que são os valores mais altos de todos os modelos utilizados.

<sup>6</sup> Os estudos adicionais para o modelo ARIMA já foram apontados na Secção 5.1 e constam no Anexo I

## 6. Desenvolvimento de modelos de previsão de valores de retorno

Na aplicação de modelos estatísticos à análise da volatilidade dos retornos de séries temporais financeiras, foram utilizados os modelos GARCH e E-GARCH devido à sua capacidade de modelar características essenciais, como a volatilidade agrupada e o efeito de alavancagem. O modelo GARCH considera tanto os erros passados quanto as variâncias condicionais anteriores, proporcionando uma representação mais aderente à dinâmica dos dados.

Por outro lado, o E-GARCH é particularmente eficaz para capturar assimetrias nas reações da volatilidade a choques de sinais opostos, uma característica comum em séries financeiras e causada pela alavancagem. Este modelo é útil para representar situações em que oscilações negativas têm um impacto maior sobre a volatilidade do que as positivas, uma propriedade conhecida como efeito de alavancagem [32].

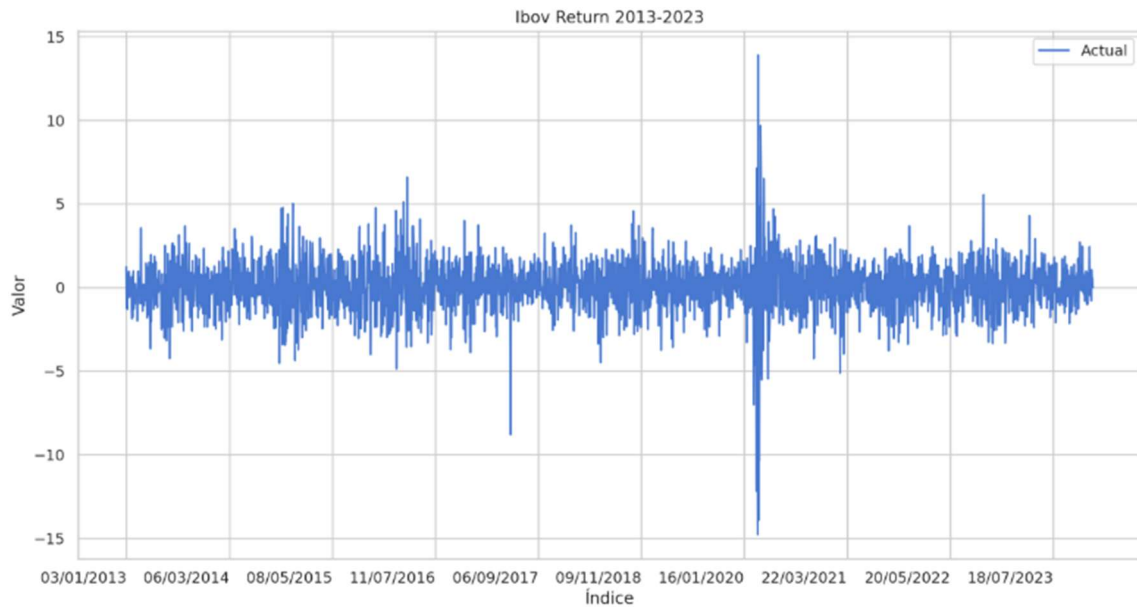
A escolha desses modelos, em vez de alternativas mais simples como o ARCH, visa uma análise mais alinhada à realidade dos dados observados, como exemplo podemos mencionar o aumento atípico da volatilidade durante o ano de 2020, impulsionado pelos eventos relacionados à pandemia e pela influência da alavancagem na série.

Em relação aos modelos de redes neurais, foram explorados os mesmos modelos do Capítulo 5 (LSTM, GRU, MLP e N-BEATS), todos com dados normalizados e a coleta dos melhores hiperparâmetros reportada pelo Optuna, a única etapa adicional consistiu em transformar os dados de fecho em retorno percentual. Para isso, foi usada a função *pct\_chang* do Python que atua da seguinte forma:

$$\text{Variação percentual} = \left( \frac{\text{Valor atual} - \text{Valor anterior}}{\text{Valor anterior}} \right) \times 100.$$

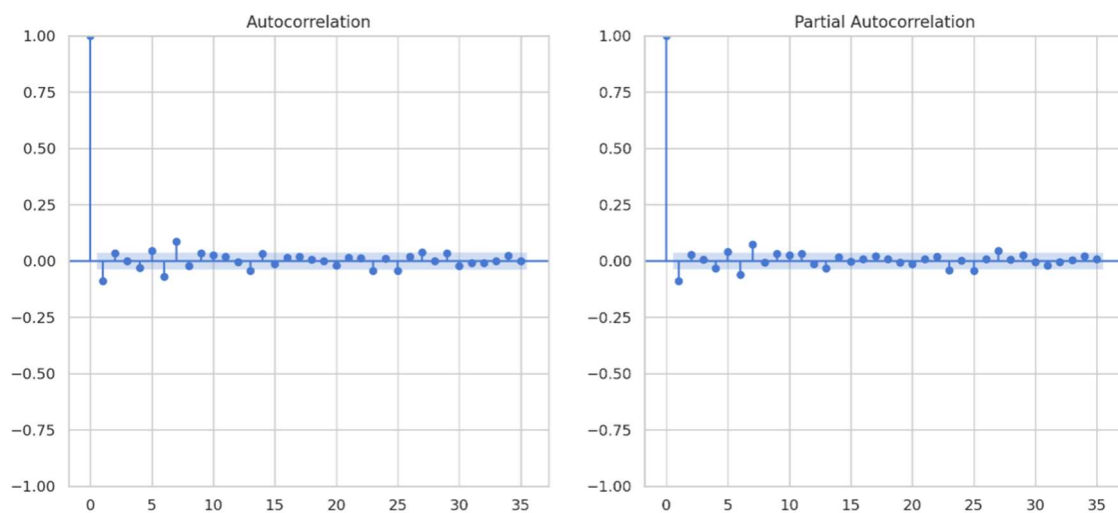
## 6.1 Modelos estatísticos de retorno (GARCH/E-GARCH)

Primeiramente, foi realizada uma análise exploratória, no intuito de perceber melhor as características da série de retorno. Logo abaixo está o gráfico da série reduzida, com os valores de retorno em percentual:



**Figura 24 - Gráfico dos retornos da série reduzida (2013 a 2023)**

Em seguida foi analisado o ACF e PACF para verificar se de facto faz sentido o estudo da volatilidade:



**Figura 25 – ACF e PACF dos Retornos**

O gráfico mostra que a maioria dos valores de autocorrelação e autocorrelação parcial estão próximos de zero, sugerindo que não há uma autocorrelação significativa generalizada nos retornos.

Após a análise inicial, realizámos um estudo para definir a melhor combinação de parâmetros para os modelos, utilizando 75% dos dados para treino e a biblioteca *arch*<sup>7</sup> do Python, que é especializada em modelação da volatilidade de séries temporais financeiras.

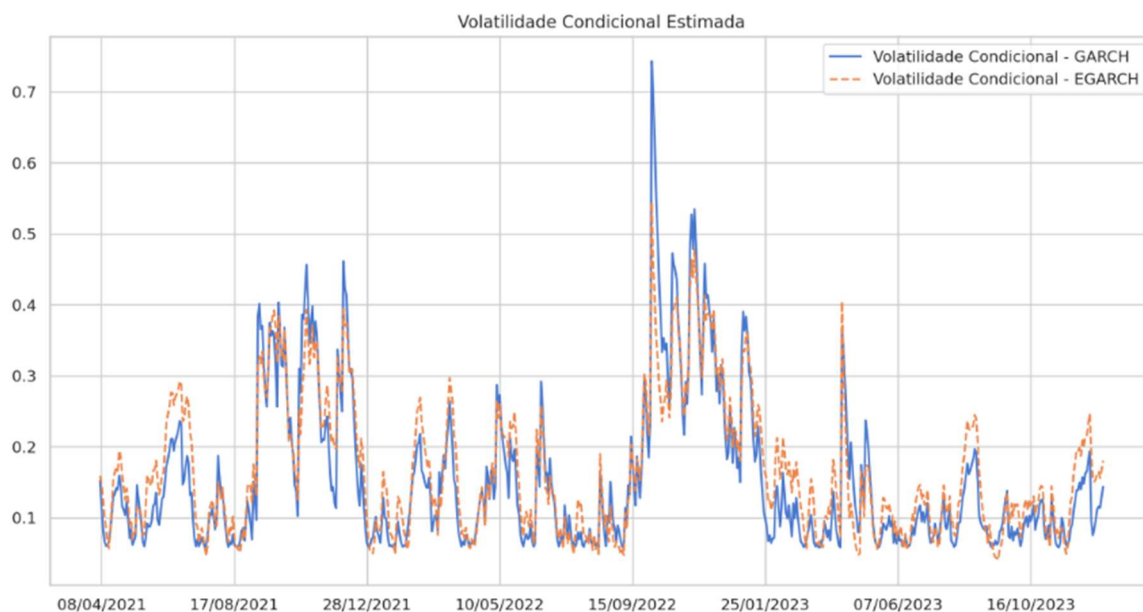
Foram testados valores de 1 a 3 para os parâmetros  $p$  (número de defasagens dos resíduos ao quadrado no componente autorregressivo) e  $q$  (número de defasagens da variância condicional no componente de média móvel), utilizando o critério AIC para escolher os melhores ajustes. O AIC foi escolhido porque penaliza a complexidade excessiva do modelo, ajudando a evitar o sobreajuste. O resultado indicou que a melhor combinação para ambos os modelos, GARCH e E-GARCH, foi  $p = 1$  e  $q = 1$ , sugerindo que a volatilidade condicional depende principalmente do erro anterior e da própria volatilidade. O AIC para o GARCH foi de 7292.0782, e para o E-GARCH, 7302.5162. Com esses parâmetros, os modelos foram então treinados usando a técnica de *expanding window* para incorporar os 25% restantes dos dados de teste, aprimorando assim as previsões [35].

Com base no valor da *curtose* (11.4017) dos retornos, que é maior que 3, notou-se uma possibilidade de cauda pesada nos dados, o que foi confirmado pelo histograma e QQ-Plot disponíveis no anexo III. A chamada cauda pesada consiste na ocorrência de valores extremamente altos ou baixos nos dados. Para capturar melhor esses valores extremos, os modelos foram criados com a função  $t$  – *Student*, dada a sua capacidade de capturar caudas mais pesadas do que a distribuição normal, o que é crucial para modelar retornos financeiros que frequentemente exibem picos e quedas extremas [33].

Abaixo, a volatilidade condicional estimada para os dois modelos:

---

<sup>7</sup> <https://pypi.org/project/arch/>



**Figura 26 - Volatilidade condicional estimada GARCH/E-GARCH**

No gráfico de *Volatilidade Condicional Estimada* observa-se que ambos os modelos apresentam picos de volatilidade em determinados períodos, indicando momentos de alta oscilação nos retornos do Ibovespa. Esses picos podem estar associados a eventos específicos que aumentaram a incerteza e o risco percebido pelos investidores. Entre os picos, há períodos de baixa volatilidade, sugerindo momentos de menor incerteza e risco no mercado. A linha que representa o modelo E-GARCH mostra uma maior sensibilidade a eventos inesperados, enquanto a linha do modelo GARCH tende a mostrar uma volatilidade mais contida.

No seguimento das análises, o Teste de Ljung-Box aplicado aos resíduos padronizados de ambos os modelos GARCH e E-GARCH revelou valores de  $p$  extremamente baixos, próximos de 0. Isso sugere a presença de autocorrelação nos resíduos, indicando que os modelos podem não ter eliminado completamente a dependência temporal dos dados. Além disso, o Teste ARCH nos resíduos dos modelos também apresentou valores de  $p$  muito baixos ( $5.45e-98$  para GARCH e  $2.00e-104$  para E-GARCH), confirmando a existência de heterocedasticidade significativa remanescente nos resíduos padronizados. Isso implica que, mesmo após o ajuste pelos modelos GARCH e E-GARCH, ainda há volatilidade condicional não modelada, o que limita a eficácia desses modelos em capturar a variabilidade dos retornos [35].

Ao comparar o AIC e dois modelos, o GARCH apresentou um AIC de -890.4333, enquanto o E-GARCH resultou em um AIC de -714.0952. Esses resultados indicam que o modelo GARCH se ajusta um pouco melhor aos dados do que o E-GARCH, embora as diferenças sejam relativamente pequenas. No entanto, é importante destacar que essa vantagem do GARCH, conforme esses critérios, não elimina as preocupações levantadas pelos testes de diagnóstico [33].

## 6.2 Modelos RNN para prever valores de retorno

Para a criação dos modelos RNN foi considerada a melhor combinação de resultados obtida pelo Optuna. Os valores podem ser conferidos na tabela abaixo:

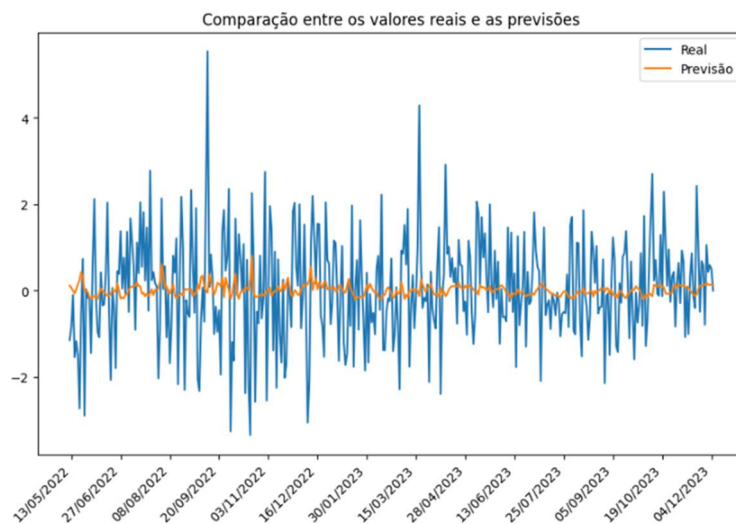
**Tabela 7 - Hiperparâmetros dos modelos RNN de retorno**

Hiperparâmetros	LSTM_retorno	GRU_Retorno
Camada 1	107 unidades, ativação Tanh	51 unidades, ativação ReLU
Camada 2	141 unidades, ativação Tanh	204 unidades, ativação Tanh
Camada 3	116 unidades, ativação ReLU	—
Taxa de Dropout Camada 1	0.403378563	0.148169487
Taxa de Dropout Camada 2	0.186432941	0.052865176
Taxa de Dropout Camada 3	0.378987847	—
Camada Densa	35 unidades, ativação ReLU	35 unidades, ativação ReLU
Otimizador	ADAM	ADAM
Lookback	3 dias	9 dias
Batch Size	128	128
Learning Rate	0.002018159	0.001322492
Função de Perda	MAE	MAE
Épocas de Treino	Até 200	Até 200
Early Stopping	Patience de 15 épocas	Patience de 30 épocas

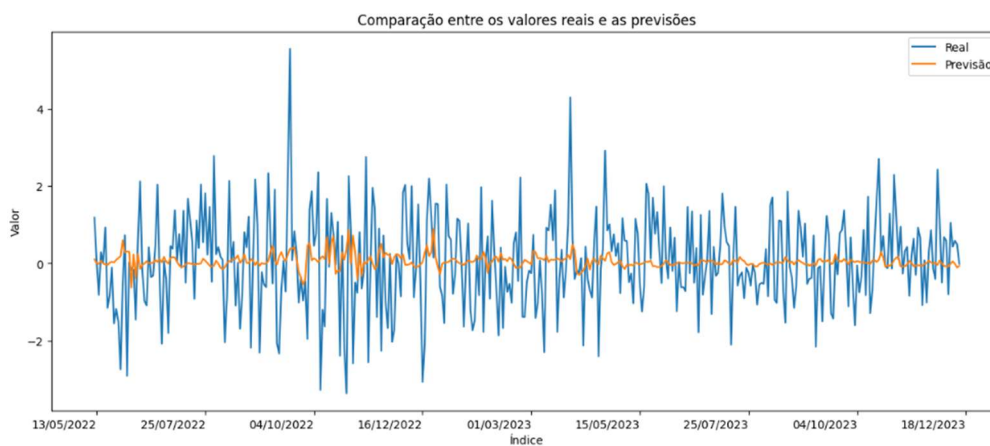
Os modelos LSTM e GRU têm algumas diferenças em suas arquiteturas e configurações. O LSTM utiliza três camadas, enquanto o GRU tem duas camadas. Ambos os modelos usam o otimizador ADAM e a função de perda MAE, mas diferem no período de *lookback* e no número de épocas de treino antes de aplicar *early stopping*. Essas configurações foram sugeridas pelo Optuna para otimizar o desempenho dos modelos.

O anexo IV mostra mais detalhes da evolução dos estudos do Optuna em busca da melhor parametrização para os valores de retorno e também mostra uma comparação com os estudos feitos para os valores de fecho do modelo GRU.

Abaixo seguem os gráficos de valores reais e previstos para os dados de retorno das redes RNN:



**Figura 27 - Gráfico real vs. previsto LSTM Retorno**



**Figura 28 - Gráfico do modelo GRU para retornos**

Diferente dos gráficos apresentados no capítulo anterior, neste caso nota-se que a linha de previsão não acompanha tão de perto a linha dos valores reais.

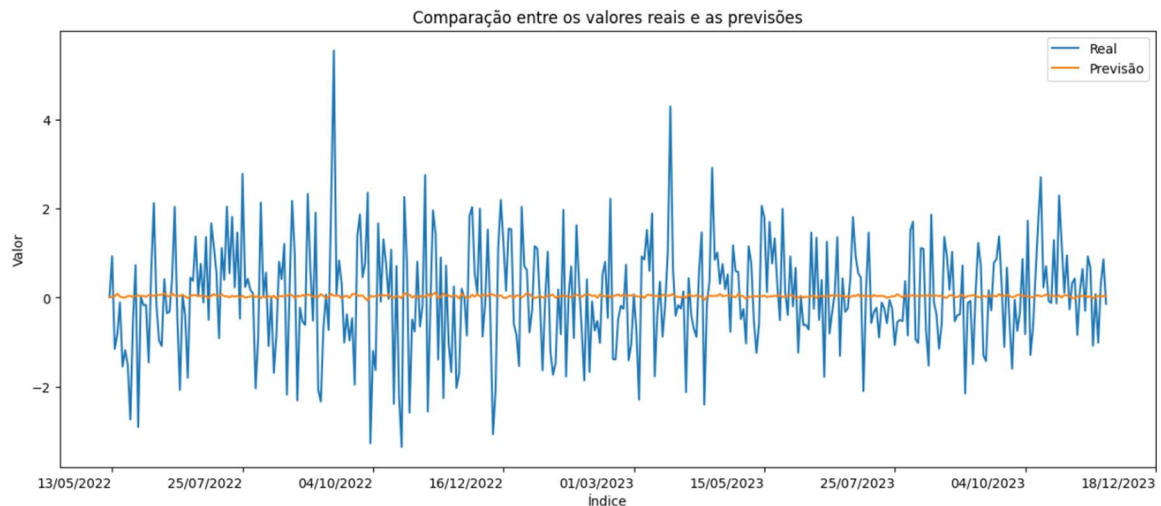
### 6.3 Modelos *feedforward* para prever valores de retorno

Assim como realizado nos demais testes com modelos de redes neurais, os modelos *feedforward* utilizados na previsão dos retornos utilizou os melhores resultados do Optuna, que são apresentados na tabela abaixo:

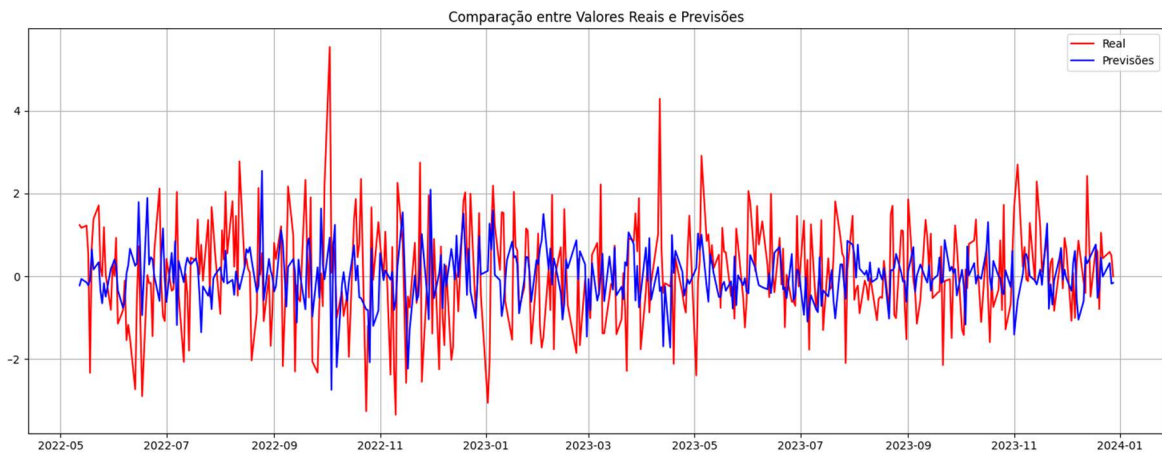
**Tabela 8 - Hiperparâmetros dos modelos *feedforward* de retorno**

Hiperparâmetros	MLP_Retorno	N-BEATS_Retorno
Camada 1	89 unidades, ativação Tanh	—
Camada 2	201 unidades, ativação ReLU	—
Camada 3	254 unidades, ativação ReLU	—
Taxa de Dropout Camada 1	0.429919928	—
Taxa de Dropout Camada 2	0.360249742	—
Taxa de Dropout Camada 3	0.08803711	—
Otimizador	ADAM	
Lookback	13 dias	5 dias
Batch Size	128	64
Learning Rate	0.001017019	0.004844171
Função de Perda	MAE	MAE
Épocas de Treino	Até 200	Até 200
Early Stopping	Patience de 30 épocas	—

Na análise apresentada, é possível observar diferenças notáveis entre os modelos MLP e N-BEATS em termos de configuração. O MLP, com suas múltiplas camadas, diferentes funções de ativação e o uso de *dropout*, exige uma configuração cuidadosa de hiperparâmetros. Por outro lado, o N-BEATS, apesar de parecer mais simples em sua criação, devido a ter apenas 3 hiperparâmetros (*lookback*, *batch size* e *learning rate*), este tem grande complexidades na sua configuração interna [22, 30]. Os gráficos abaixo evidenciam que o N-BEATS se sobressai por sua capacidade de previsão mesmo com uma abordagem aparentemente mais direta:



**Figura 29 - Modelo MLP para retornos**



**Figura 30 - Valores reais e previstos do modelo N-BEATS para retornos**

Os gráficos 29 e 30 ilustram comportamentos distintos entre os modelos. Enquanto o MLP apresenta dificuldade em capturar variações significativas nos valores de retorno, tendendo a manter-se próximo de zero, o N-BEATS mostra maior aderência a série, essa característica, por si só, não é necessariamente um indicativo de melhor desempenho, mas já mostra o potencial de um modelo moderno com pouco hiperparâmetros em se ajustar melhor à série.

## 6.4 Compilação dos resultados e comentários sobre as previsões dos valores de retorno

Os resultados exibidos nos gráficos de valores reais versus previsão evidenciam a dificuldade dos modelos em capturar os padrões de retorno financeiro. Isso reflete um desafio comum em séries temporais financeiras, caracterizadas por alta volatilidade e

complexidade, como vimos em outros estudos [35, 36]. Estes mesmos estudos não medem o  $R^2$  e o estudo [31] não mede o MAPE, por isso achamos por bem não trazer esses resultados para a discussão, dado que os valores da série muito próximos a zero aumentam a sensibilidade das medições o que invalidaria as análises. Abaixo, apresenta-se a tabela que consolida as métricas.

**Tabela 9 – Compilação dos resultados dos valores de retorno**

<b>Modelo/Métricas</b>	<b>LSTM-Return</b>	<b>GRU-Return</b>	<b>MLP-Return</b>	<b>N-BEATS-Return</b>
<b>MAE</b>	0.9589	<b>0.9472</b>	0.9746	1.0297
<b>MSE</b>	1.5067	<b>1.4848</b>	1.5474	1.7491
<b>RMSE</b>	1.2274	<b>1.2185</b>	1.2439	1.3222

Ao comparar com estudos anteriores, observamos que o uso de médias móveis (MA) no S&P 500 [36] resultou em um MAE de 11.41 e um RMSE de 16.64. Esses valores são significativamente superiores aos observados nos modelos testados nesta análise. Por outro lado, o modelo GARCH aplicado ao índice Dow Jones [35] apresentou um RMSE de 0.0146, destacando-se pela capacidade de realizar previsões mais assertivas.

No presente estudo, os modelos testados, como LSTM, GRU, MLP e N-BEATS, apresentaram erros relativamente próximos entre si. A GRU destacou-se com os menores valores de MAE (0.9472) e RMSE (1.2185). Os modelos MLP e N-BEATS, por outro lado, tiveram desempenhos inferiores, especialmente o N-BEATS, que apresentou o maior RMSE (1.3222) e MAE (1.0297).

Essas comparações reforçam que, apesar de os modelos testados enfrentarem dificuldades com a previsão de retornos financeiros, os resultados estão em linha com a complexidade inerente a esse tipo de série temporal e com estudos similares. Ainda que os modelos modernos, como GRU e LSTM, tenham apresentado erros relativamente baixos, os desafios na previsão de retornos ficam evidentes. Isso também mostra que, embora modelos como o GARCH tenham mostrado alta precisão em determinados contextos, como no Dow Jones [35], essa assertividade não se repetiu no presente estudo.

Adicionalmente, cabe destacar que, mesmo o GRU, que obteve os melhores resultados na previsão dos retornos, não obteve estabilidade no valor de perda (*loss*). Essa instabilidade, bem como as oscilações do MAE são apresentadas no Anexo V.

## 7 Considerações finais e trabalhos futuros

Neste capítulo, são apresentados comentários finais sobre este projeto, bem como sugestões para trabalhos futuros que possam dar continuidade a estes estudos, que não tiveram o objetivo de serem definitivos.

Escolher o uso de modelos estatísticos e modelos baseados em redes neurais na previsão de valores de Fechamento e Retorno do Ibovespa como eixo central deste trabalho foi uma escolha oriunda do interesse em ter um estudo pouco comum, dado que este é um tema ainda pouco explorado nos dias de hoje.

No decorrer do trabalho foram utilizados diferentes modelos estatísticos (ARIMA, GARCH e E-GARCH) e modelos baseados em redes neurais (LSTM, GRU, MLP e N-BEATS), no intuito de testar uma gama de modelos com arquiteturas distintas, o que acabou por revelar que a otimização de hiperparâmetros e técnicas como *expanding window*, normalização dos dados e redução da série conduziram a resultados alinhados com o estado da arte, a se destacar o modelo ARIMA com MAPE abaixo de 1%, além dos modelos LSTM, GRU e N-BEATS com valores muito próximos a isso para valores de Fechamento.

Por outro lado, os resultados obtidos com os valores de retorno, mesmo em linha com o estado da arte, mostram dificuldades em modelar a série, a se destacar o modelo MLP que mesmo após a otimização de diversos hiperparâmetros não obteve sucesso em acompanhar os valores reais, mantendo as previsões muito próximas de zero.

Esta situação mostra-se uma oportunidade para avanços em pesquisas futuras, dado que modelos híbridos como AR+GARCH podem ser testados, o mesmo para LSTM+GRU como em [31]. A natureza dinâmica e volátil dos mercados financeiros sugere que futuras investigações possam incorporar cada vez mais fatores exógenos, como dados macroeconômicos, de redes sociais ou eventos geopolíticos. Adicionalmente, os futuros trabalhos poderiam expandir a integração de variáveis textuais através de técnicas de mineração de texto (Text Mining) combinadas com algoritmos de aprendizagem automática, para que se possa capturar o sentimento de mercado em tempo real, melhorando assim a previsibilidade em situações de volatilidade extrema.

As investigações futuras podem também estender-se ao uso de outros algoritmos, como o Temporal Fusion Transformer (*TFT*), *PatchTST* e *XGBoost*, que não foram utilizados neste projeto, para tentar captar tendências financeiras de forma ainda mais precisa, sobretudo para os retornos. Talvez esses estudos adicionais consigam auxiliar a romper a barreira de 1% de MAPE, como foi visto em relação ao S&P500 em [36]

A expectativa final é de que as técnicas aqui aplicadas abram possibilidades para um aumento dos estudos de previsões do índice da bolsa brasileira, de forma a enriquecer a discussão e, quem sabe, num futuro próximo, originar uma quantidade significativa de estudos para a previsão do Ibovespa.

## Referências Bibliográficas

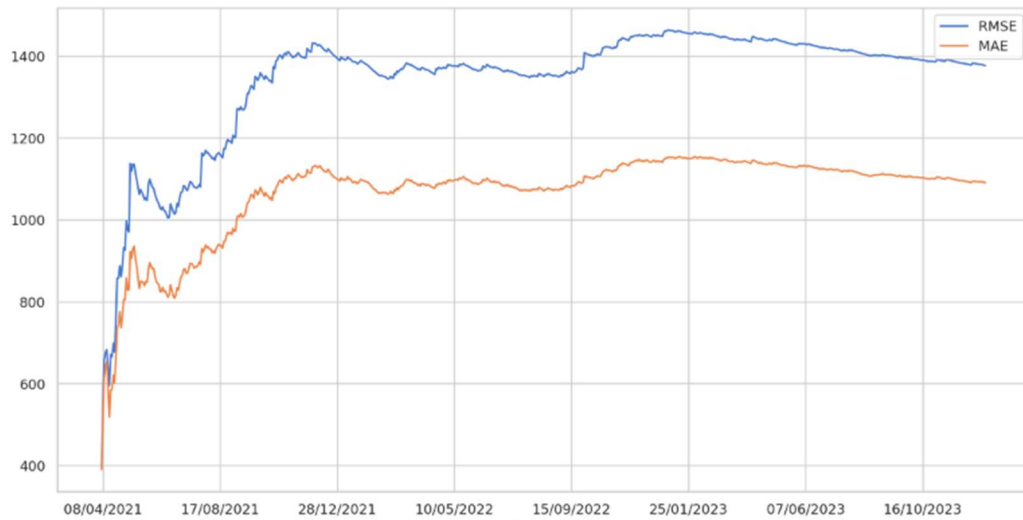
1. Entenda as características dos investimentos. <https://www.gov.br/investidor/pt-br/investir/antes-de-investir/entenda-as-caracteristicas-dos-investimentos/renda-fixa-x-renda-variavel>. Acesso em: 10/06/2024.
2. O que são ações. [https://www.B3.com.br/pt\\_br/produtos-e-servicos/negociacao/renda-variavel/acoes.htm](https://www.B3.com.br/pt_br/produtos-e-servicos/negociacao/renda-variavel/acoes.htm). Acesso em: 10/06/2024.
3. Uma das principais empresas de infraestrutura de mercado financeiro do mundo. [https://www.b3.com.br/pt\\_br/b3/institucional/quem-somos/](https://www.b3.com.br/pt_br/b3/institucional/quem-somos/). Acesso em: 11/06/2024.
4. Empresas listadas. [https://www.B3.com.br/pt\\_br/produtos-e-servicos/negociacao/renda-variavel/empresas-listadas.htm](https://www.B3.com.br/pt_br/produtos-e-servicos/negociacao/renda-variavel/empresas-listadas.htm). Acesso em: 11/06/2024.
5. B3 divulga resultados financeiros do terceiro trimestre de 2023. [https://www.b3.com.br/pt\\_br/noticias/b3-divulga-resultados-financeiros-do-terceiro-trimestre-de-2023.htm](https://www.b3.com.br/pt_br/noticias/b3-divulga-resultados-financeiros-do-terceiro-trimestre-de-2023.htm). Acesso em: 13/06/2024.
6. Vale - conheça nossa empresa. <https://vale.com/pt/conheca-nossa-empresa>. Acesso em: 15/06/2024.
7. Conversor de moedas. <https://www.bcb.gov.br/conversao>. Acesso em: 18/06/2024.
8. INSTITUTO EDUCACIONAL BM&FBOVESPA. Por Dentro da BM&FBOVESPA: Guia Prático de uma das Maiores Bolsas de Valores do Mundo. São Paulo: Instituto Educacional BM&FBOVESPA, 2024.
9. Índice Bovespa (Ibovespa B3). [https://www.b3.com.br/pt\\_br/market-data-e-indices/indices/indices-amplos/indice-ibovespa-ibovespa-estatisticas-historicas.htm](https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/indices/indices-amplos/indice-ibovespa-ibovespa-estatisticas-historicas.htm). Acesso em: 18/06/2024.
10. COMISSÃO DE VALORES MOBILIÁRIOS. Como Funciona a Bolsa de Valores. Guia CVM do investidor, 2020.
11. CRYER, J. D.; CHAN, K.-S. Time Series Analysis: With Applications in R. 2ª ed. Springer Science & Business Media, 2008.
12. CHATFIELD, C. Analysis of time series an introduction. 5º ed. CHAPMAN & HALL/CRC.
13. ZEMKOHO, A. A Basic Time Series Forecasting Course with Python. Operations Research Forum, v. 4, n. 2, 2022. DOI: 10.1007/s43069-022-00179-z.
14. KORSTANJE, Joos. Advanced Forecasting with Python: With State-of-the-Art Models," Apress, 2021.
15. PEIXEIRO, Marco. Time Series Forecasting in Python (Final Release). Shelter Island: Manning Publications Co., 2022.

16. LAZZERI, Francesca. Machine learning for time series forecasting with python. John Wiley & Sons, Inc, 2021.
17. BROCKWELL, Peter J.; DAVIS, Richard A. Introduction to Time Series and Forecasting. Springer-Verlag, Nova Iorque, 1996.
18. TSAY, Ruey S. Analysis of Financial Time Series. John Wiley & Sons, Inc, 2005.
19. GREENE, William H.. Econometric Analysis. 8º ed. Pearson, 2018.
20. CHOLLET, Francois. Deep learning with Python. Shelter Island: Manning Publications Co., 2018.
21. Composição da carteira. [https://www.b3.com.br/pt\\_br/market-data-e-indices/indices/indices-amplos/indice-ibovespa-ibovespa-composicao-da-carteira.htm](https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/indices/indices-amplos/indice-ibovespa-ibovespa-composicao-da-carteira.htm). Acesso em: [11/09/2024].
22. ORESHKIN, B. N.; CARPOV, D.; CHAPADOS, N.; BENGIO, Y. N-BEATS: Neural Basis Expansion Analysis for Interpretable Time Series Forecasting. 2019. p. 1-31.
23. GROSSE, Roger. Lecture 5: Multilayer Perceptrons. Disponível em: [https://www.cs.toronto.edu/~mren/teach/csc411\\_19s/lec/lec10\\_notes1.pdf](https://www.cs.toronto.edu/~mren/teach/csc411_19s/lec/lec10_notes1.pdf). Acesso em: 30/08/2024.
24. BINDEL, David. Week 0-1: Introduction to Neural Networks and Multilayer Perceptrons. Disponível em: [https://www.cs.cornell.edu/courses/cs4782/2024sp/lectures/pdfs/week0\\_1.pdf](https://www.cs.cornell.edu/courses/cs4782/2024sp/lectures/pdfs/week0_1.pdf). Acesso em: 30/08/2024.
25. REVISA. Explorando o Universo das Séries Temporais: Compreendendo o Poder da Análise Temporal de Dados. Disponível em: <https://wordpress.ft.unicamp.br/revisa/series-temporais/>. Acesso em: 30/07/2024.
26. EHLERS, R. Séries Temporais. Departamento de Matemática Aplicada e Estatística, Universidade de São Paulo. Disponível em: <https://sites.icmc.usp.br/ehlers/SME0808/st2.pdf>. Acesso em: 30/07/2024.
27. KHAN, J. V.; QADEER, A.; KUMAR, B. Financial Forecasting by Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH) Family: A Case of Mexico. Journal of Public Policy and Administration, 2018; 2(3): 32-39. Disponível em: <http://www.sciencepublishinggroup.com/j/jppa>. Publicado online em 27/11/2018.
28. RATHGEBER, A. W.; STADLER, J.; STÖCKL, S. The impact of the leverage effect on the implied volatility smile: evidence for the German option market. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11147-020-09171-3>. Publicado online em 15/09/2020.

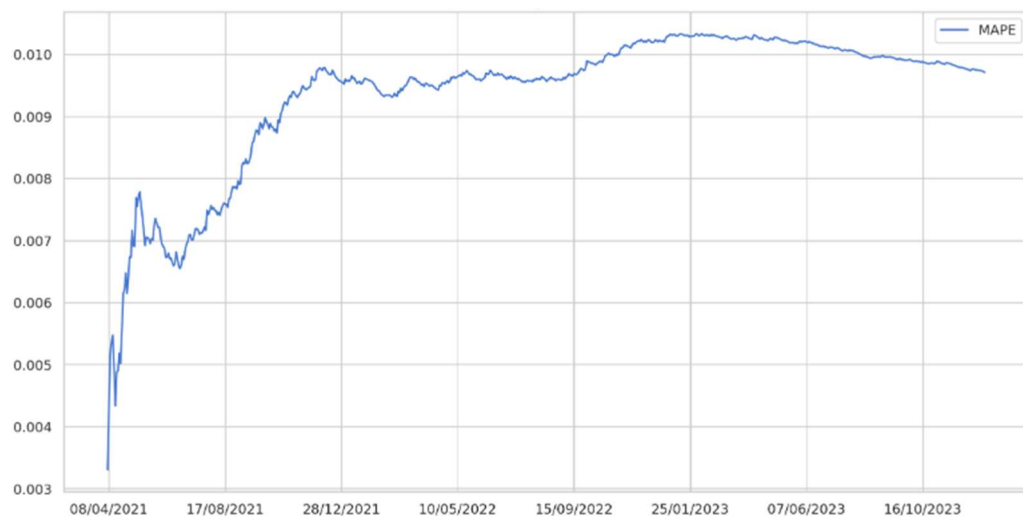
29. JURAFSKY, D.; MARTIN, J. H. *Speech and Language Processing: An Introduction to Natural Language Processing, Computational Linguistics, and Speech Recognition*. 3<sup>a</sup> ed. Stanford University and University of Colorado at Boulder, 2023.
30. CINAR, Y.; MIRIKITANI, D.; HOBSON, L. Neural basis expansion analysis with exogenous variables: Forecasting electricity prices with NBEATSx. arXiv preprint arXiv:2104.05522. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/2104.05522>. Acesso em: 30/08/2024.
31. BLUVOL, L. M. *Análise de algoritmos de machine learning e redes neurais para previsão de preços de ações do IBOVESPA*. Fundação Getulio Vargas, Escola Brasileira de Economia e Finanças, 2022.
32. BATISTA, Afonso. *Market Volatility: Can Machine Learning Methods Enhance Volatility Forecasting*, 2023. MSc in Finance – Universidade Católica Portuguesa, Business & Economics Department, Lisboa, 2023.
33. BHOWMIK, Roni; WANG, Shouyang. *Stock Market Volatility and Return Analysis: A Systematic Literature Review*. Publicado em 2020.
34. BALDÉ, Amadú. *Econometria Vs. Machine Learning: Big Data em Finanças*. Dissertação - Mestrado em Matemática Financeira - Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal, 2020.
35. ENGLE, Robert. GARCH 101: The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics. *Journal of Economic Perspectives*, v. 15, n. 4, p. 157-168, 2001.
36. RAPP, Rafael Motta. *Grid search approach to select and calibrate exponential smoothing, SARIMA and LSTM models for demand forecasting*. 2023. Dissertação - Mestrado em Engenharia de Sistemas Logísticos - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2023.
37. BULATOV, Alikhan. *Forecasting Bitcoin Prices Using N-BEATS Deep Learning Architecture*. Theses. 5, 2020. Disponível em: [https://source.sheridancollege.ca/fast\\_sw\\_mobile\\_computing\\_theses/5](https://source.sheridancollege.ca/fast_sw_mobile_computing_theses/5). Acesso em: 14/09/2024.
38. AROUSSI, Ran. *yfinance: Yahoo! Finance market data downloader*. Python package version 0.1.55, 2020. Disponível em: <https://pypi.org/project/yfinance/>. Acesso em: 30/06/2024.
39. PAPADOUPOLOS, Theodoros B. de et al. *Redes neurais artificiais na predição do preço futuro de fechamento de papéis com alta e baixa volatilidade negociados na Bovespa e na Bolsa de Valores de Nova Iorque*. 2016. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/306062855\\_REDES\\_NEURAIIS\\_ARTIFICIAIS\\_NA\\_PREDICAO\\_DO\\_PRECO\\_FUTURO\\_DE\\_FECHAMENTO\\_DE\\_PAPEIS\\_COM\\_ALTA\\_E\\_BAIXA\\_VOLATILIDADE\\_NEGOCIADOS\\_NA\\_BOVESPA\\_E\\_NA\\_BOLSA\\_DE\\_VALORES\\_DE\\_NOVA\\_IORQUE](https://www.researchgate.net/publication/306062855_REDES_NEURAIIS_ARTIFICIAIS_NA_PREDICAO_DO_PRECO_FUTURO_DE_FECHAMENTO_DE_PAPEIS_COM_ALTA_E_BAIXA_VOLATILIDADE_NEGOCIADOS_NA_BOVESPA_E_NA_BOLSA_DE_VALORES_DE_NOVA_IORQUE). Acesso em 14/09/2024.

40. TEFOS, Spyridon. Tree-based models for multi-step time series forecasting: a comparative study of recursive and direct approaches with sliding and expanding windows. 2024. Tese -Mestrado em Data Science & Society – School of Humanities and Digital Sciences, Tilburg University.
41. LAWI, Armin. MESRA, Hendra. AMIR, Supri. Implementation of Long Short-TermMemory and Gated Recurrent Units on grouped time-series data to predict stock prices Accurately. Publicado em 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.1186/s40537-022-00597-0>. Acesso em: 22/09/2024.

## Anexo I



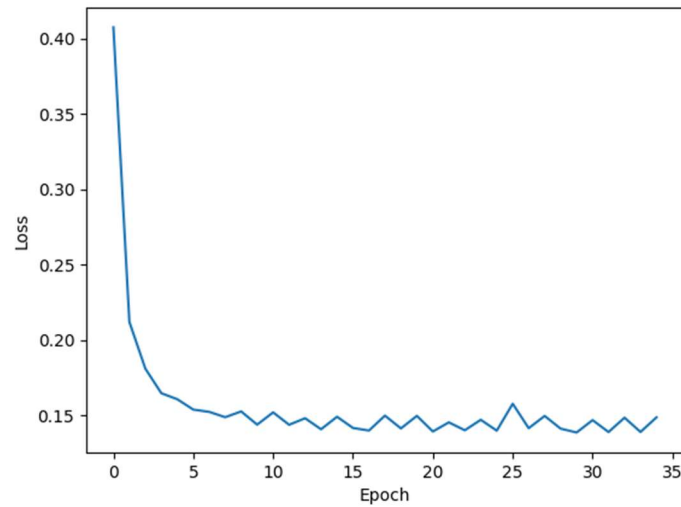
**Figura 31 - Evolução do RMSE e MAE do modelo ARIMA para valores de fecho**



**Figura 32 -Evolução do MAPE do modelo ARIMA para valores de fecho**

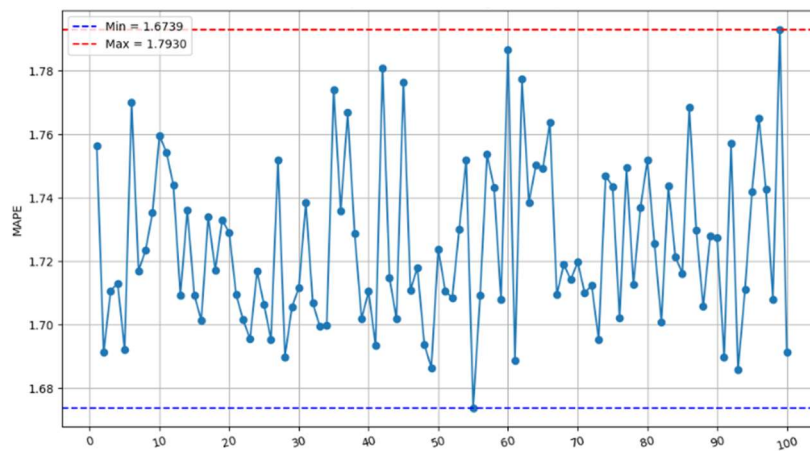
Evolução dos do RMSE e MAE e MAPE do modelo ARIMA para valores de fecho. Nota-se um aumento considerável nos valores nas primeiras iterações do expanding window, seguido por uma pequena oscilação durante os treinos e leve queda no final, o que pode ser um indício de que o modelo poderia evoluir, ou seja os erros diminuiriam se tivesse mais dados.

## Anexo II



**Figura 33 -Evolução do loss do modelo MLP para valores de fecho**

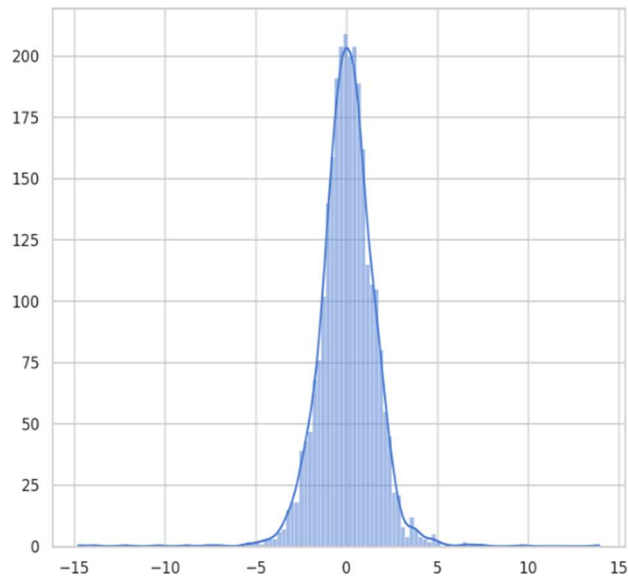
Nota-se, na figura 33 a interrupção com poucas épocas, o que pode ser uma evidência de dificuldade em reduzir o erro.



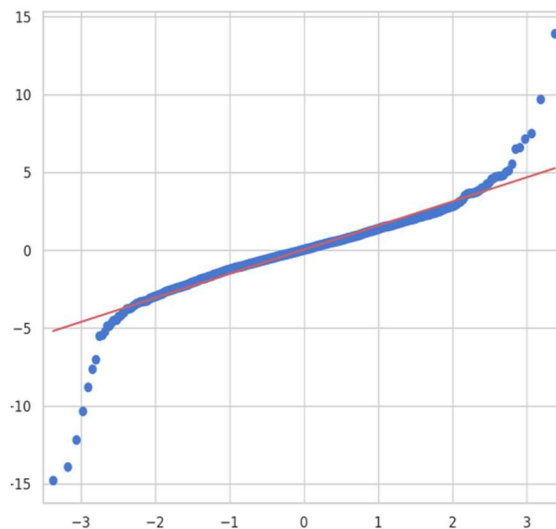
**Figura 34 -Valores de MAPE nas 100 execuções do modelo MLP fecho**

A figura 34 é a evidência do MAPE sempre acima de 1.67 (piores resultados entre todos dos modelos para valores de fecho).

## Anexo III



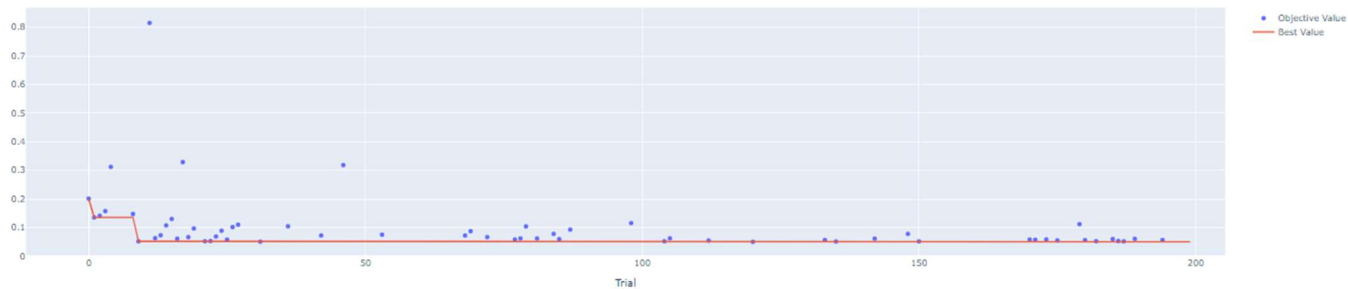
**Figura 35 -Histograma de série de retornos**



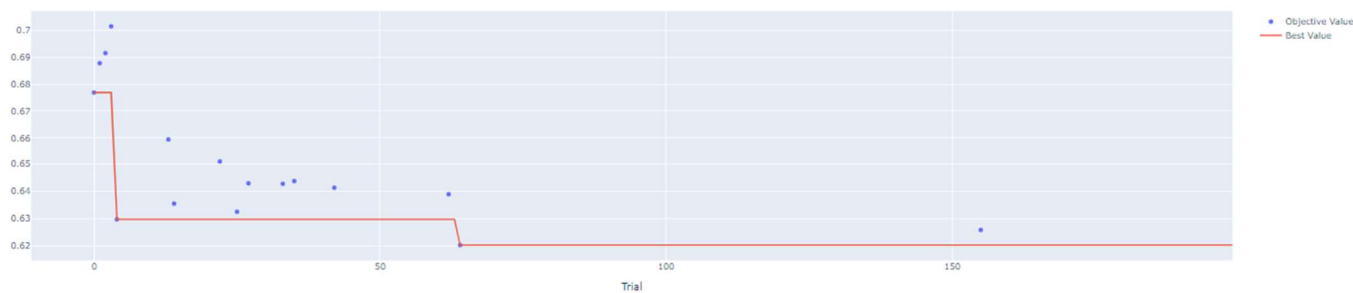
**Figura 36 -QQ-Plot da série de retornos**

O histograma dos retornos (figura 35) mostra que a maioria dos valores está próxima da média, mas também existem variações maiores, com alguns retornos muito altos ou baixos. O QQ-Plot (figura 36) reforça isso, indicando que há ocorrências de retornos extremos, possivelmente devido a eventos inesperados que causam grandes oscilações.

## Anexo IV



**Figura 37 – Optuna GRU – Histórico de otimização do valor objetivo para fecho**

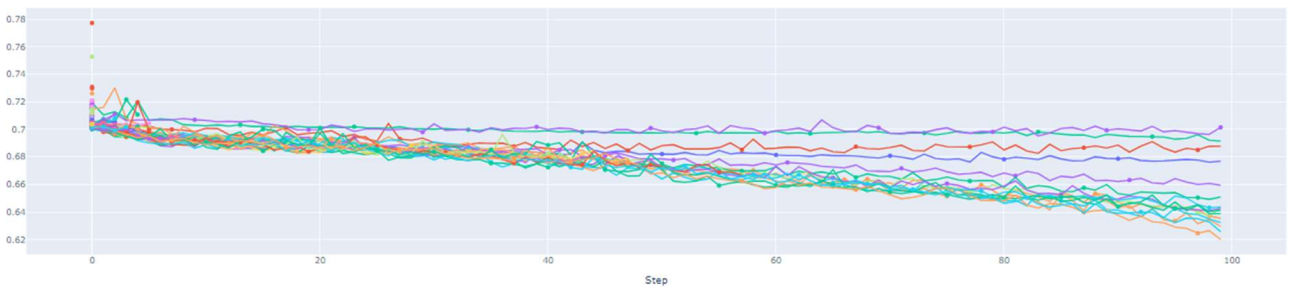


**Figura 38 – Optuna GRU – Histórico de otimização do valor objetivo para retorno**

A Figura 37 mostra uma rápida convergência para o valor objetivo, com pouca variação após as primeiras tentativas, enquanto a Figura 38 apresenta maior variabilidade e flutuações ao longo das tentativas, indicando uma maior dificuldade de adequação aos valores de Retorno.



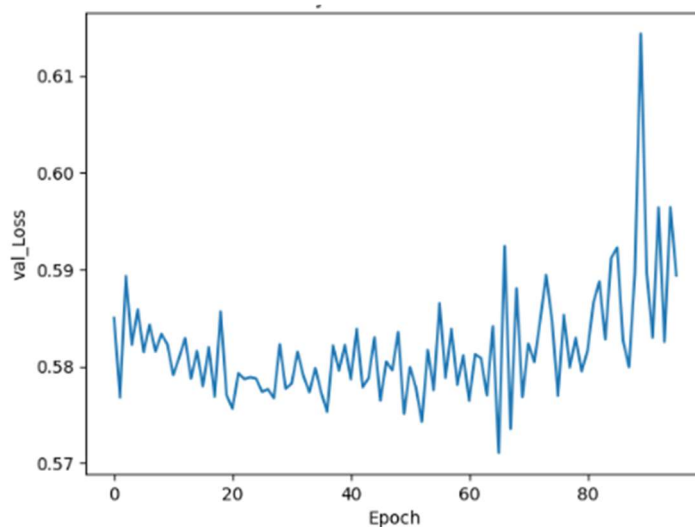
**Figura 39 – Optuna GRU – valores intermediários ao longo das épocas para fecho**



**Figura 40 – Optuna GRU – valores intermediários ao longo das épocas para retorno**

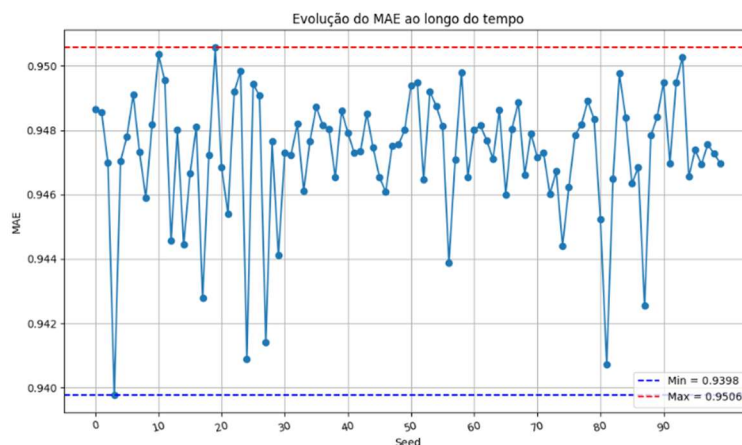
Nas figuras 39 e 40 notamos que os erros associados aos valores de fecho se mantêm mais estáveis, em torno de 0,2, enquanto os valores de retorno oscilam em torno de 0,7. Isso indica um erro menor e, conseqüentemente, uma melhor adequação dos modelos aos valores de fecho.

## Anexo V



**Figura 41 -Evolução do loss do modelo GRU para valores de retorno**

Na figura 41 observa-se que a perda oscila, mas sempre acima de 0.57 e tem dificuldade para melhorar e atingir a estabilidade, o que pode ser uma constatação da dificuldade de adequação dos modelos aos dados de retorno.



**Figura 42 -Valores de MAE nas 100 execuções do modelo GRU retorno**

A figura 42 mostra uma oscilação do MAE num pequeno intervalo, o que não reflete necessariamente uma boa adaptação do modelo GRU à série de retorno, como visto nos estudos anteriores.