



**UNIVERSIDAD DE EXTREMADURA**

FACULTAD DE EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

## **Tesis doctoral**

**El sentido del número: una experiencia de  
aprendizaje y desarrollo en educación  
infantil**

**O sentido de número: uma experiência de  
aprendizagem e desenvolvimento no pré-  
escolar**

Marina Vitória Valdez Faria Rodrigues

**2010**



**UNIVERSIDAD DE EXTREMADURA**

FACULTAD DE EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

## **Tesis doctoral**

### **El sentido del número: una experiencia de aprendizaje y desarrollo en educación infantil**

### **O sentido de número: uma experiênciã de aprendizagem e desenvolvimento no pré- escolar**

Tesis doctoral para aspirar al grado de doctor  
presentada por la Lda. Marina Vitória Valdez Faria Rodrigues  
y dirigida por el Dr. José Luís Ramos Sánchez

**2010**





**Universidad de Extremadura**

Departamento de Ciencias de la Educación  
Campus Universitario, Badajoz (España)  
Teléfono 924 28 95 01  
Fax: 924 27 02 14

## INFORME DEL DIRECTOR

**José Luis Ramos Sánchez**, profesor del área de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación de la Universidad de Extremadura, como director de la Tesis Doctoral titulada “O sentido de número: Uma experiênciã de aprendizagem e desenvolvimento no pré-escolar”, que ha realizado la licenciada D<sup>a</sup> Marina Vitória Valdez Faria Rodrigues , con D.N.I. 4322095

### **HACE CONSTAR:**

Que el trabajo de investigación mencionado, realizado bajo mi dirección en el Departamento de Ciencias de la Educación de la Universidad de Extremadura, cumple con los requisitos exigidos en la elaboración de una Tesis Doctoral, por lo que autorizo su presentación para proceder a la tramitación y poder optar al grado de Doctor.

Para que conste a los efectos oportunos, firmo la presente en Badajoz a 19 de Enero de 2010

Fdo. Dr. José Luis Ramos Sánchez

*“O sentido de número é um horizonte difícil para as crianças*

*...*

*São necessários passos e mudanças na forma de pensar durante o caminho. Mesmo quando o horizonte parece ter sido atingido, ele torna-se nebuloso com o surgimento de novos marcos”*

Fosnot e Dolk (2001)



## **Agradecimentos**

- Ao meu orientador, Professor Doutor José Luís Ramos Sanchez pela sua disponibilidade, encorajamento e apoio em todos os momentos.
- Ao Instituto Politécnico de Leiria, nas pessoas dos seus anterior e actual presidentes, Professor Doutor Luciano Almeida e Professor Doutor Nuno Mangas pelo apoio e facilidades concedidas sem as quais este trabalho não seria possível.
- Aos meus colegas do curso de doutoramento cujo apoio e companheirismo ajudaram a concretização deste trabalho.
- Aos meus colegas da secção de matemática da ESECS pela amizade e ajuda em todos os momentos. Um agradecimento especial à Isabel Rocha e ao Hugo Menino, pelas discussões enriquecedoras que ajudaram a consolidar ideias.
- À direcção da ESECS e a todos os seus docentes por todo o apoio em mais de vinte anos e pelas amizades criadas.
- À Joana Castro, pelo que com ela aprendi e por estar sempre disponível para me ajudar.
- À Carla, à Lígia e à Manuela por me abrirem as portas das suas salas.
- Ao Nuno e à Sónia, meus irmãos, pela ajuda fundamental.
- Aos meus pais, sempre o meu pilar, aos quais dedico este trabalho.
- Aos meus filhos, João e Joana, a razão da minha vida.





# Índice



<b>I – Introdução</b>	<b>13</b>
1.1 – Objecto de estudo e problemática de investigação	17
1.2 – Perspectivas actuais sobre a aprendizagem da matemática que enformam o estudo	22
1.3 – A criança em idade pré-escolar e a matemática	37
1.4 – A matemática nas orientações curriculares em alguns países da EU e USA	45
1.5 – A pertinência do estudo	51
<b>II – Fundamentação Teórica</b>	<b>55</b>
1 – O Sentido de Número	59
1.1 - O que se entende por sentido de número	59
1.2 – Como se desenvolve o sentido de número	70
2 – Do conceito de número ao sentido de número	80
2.1– Piaget e seus seguidores	81
2.2– Uma visão crítica do pensamento de Piaget	85
2.3– O desenvolvimento das competências numéricas	93
2.3.1– A contagem	94
2.3.2– As relações numéricas e a emergência das operações	100
<b>III – Metodologia</b>	<b>111</b>
1 – Opções Metodológicas	115
2 – Procedimentos	123
3 – Participantes	126
4 - As tarefas	136
5 – Procedimentos de recolha de dados	146

<b>6 – Análise de dados</b>	<b>149</b>
<b>IV – Resultados</b>	<b>153</b>
<b>1 – Introdução</b>	<b>155</b>
<b>2 – 1ª Tarefa: O Fruto de que gostamos mais</b>	<b>158</b>
<b>3 – 2ª Tarefa: Contar e descobrir</b>	<b>177</b>
<b>4 – 3ª Tarefa: Tampas de garrafas</b>	<b>193</b>
<b>5 – 4ª Tarefa: Jogar com cartões de pintas</b>	<b>203</b>
<b>6 – 5ª Tarefa: Tiro ao alvo</b>	<b>226</b>
<b>7 – 6ª Tarefa: O número do mês</b>	<b>240</b>
<b>8 – 7ª Tarefa: Colares com contas</b>	<b>252</b>
<b>9 – 8ª Tarefa: Os dominós</b>	<b>270</b>
<b>10 – 9ª Tarefa: O País dos números</b>	<b>285</b>
<b>11 – Discussão Global das Tarefas</b>	<b>304</b>
<b>V – Conclusões</b>	<b>309</b>
<b>1 – Conclusões</b>	<b>311</b>
<b>2 – Implicações e Recomendações</b>	<b>323</b>
<b>VI – Bibliografia</b>	<b>327</b>
<b>VII – Anexos</b>	<b>339</b>
<b>VIII – Resumo</b>	<b>355</b>

## **Síntese do Estudo**

Com este estudo pretende-se contribuir para a análise do desenvolvimento do sentido de número em crianças em idade pré-escolar, estudando e reflectindo sobre o corpo teórico que o enforma e procurando analisar, empiricamente, os aspectos desse desenvolvimento relacionados com a contagem de objectos e com o estabelecimento de relações numéricas de modo informal.

Os objectivos definidos são os seguintes:

- Compreender como as crianças em idade pré-escolar desenvolvem o sentido de número e que estratégias utilizam quando resolvem problemas numéricos em contextos do seu dia-a-dia;
- Proporcionar experiências de aprendizagem que facilitem, promovam e estimulem o desenvolvimento das competências numéricas nas crianças.

Sentido de número é aqui entendido como o conhecimento global e flexível dos números e das operações com o objectivo de desenvolver estratégias úteis e eficazes na resolução de problemas com os quais somos confrontados enquanto cidadãos activos.

A investigação segue uma metodologia qualitativa, realizando-se um trabalho de natureza etnográfica considerada uma opção metodológica particularmente adequada para o estudo desta faixa etária uma vez que dá à criança uma participação activa, uma voz directa, não conseguida através de outras metodologias. A observação naturalista e participante foi julgada primordial uma vez que se deseja a obtenção de um conjunto de dados suficientemente vasto para permitir dar conta da trajectória de aprendizagem percorrida pelas crianças (Yin, 1989).

Pretende-se a criação de um cenário pedagógico em que se manifestem as formas de pensamento, as decisões, as dificuldades e as opções das crianças no confronto com as situações apresentadas.

No contexto desta investigação houve um grande envolvimento da investigadora que foi a principal interveniente quer na planificação, quer na implementação e na reflexão sobre as tarefas.

Os resultados da investigação incluem uma grande componente descritiva, na medida em que procuram tornar clara a trajectória de aprendizagem percorrida pelas crianças ao longo de cada tarefa, e no decurso de toda a cadeia de tarefas, incluindo a forma como foram aperfeiçoando e ampliando os seus modelos das situações tratadas, o tipo de procedimentos que adoptaram e as estratégias e raciocínios que efectuaram.

Os dados analisados e as sínteses daí resultantes reportam-se a um conjunto de crianças que, no ano lectivo de 2007/2008 frequentavam três salas de três Jardins-de-Infância situados em diferentes contextos geográficos e socioculturais.

Os resultados obtidos mostram que, embora se tivesse constatado que as crianças possuíam algum desenvolvimento numérico realizado anteriormente à implementação desta cadeia de tarefas, nomeadamente algumas capacidades aliadas à contagem oral e à contagem de objectos, a sua implementação contribuiu para o desenvolvimento das competências inicialmente definidas (dar significado aos números; compreender a importância dos números no quotidiano; desenvolver competências de contagem; desenvolver a capacidade de estabelecer relações numéricas).

As crianças evoluíram, desenvolvendo estratégias de contagem complexas e estabelecendo relações numéricas progressivamente mais elaboradas. Foi claro que muitas crianças conseguiram realizar raciocínios numéricos complexos, situados já não ao nível da concretização, mas utilizando representações (dedos das mãos) ou mesmo procedimentos puramente mentais.

O trabalho realizado permitiu-nos, também, complementar e reforçar, de forma empírica, indicações que a investigação neste domínio sugere. Nomeadamente, reforçámos a ideia de que (Baroody, 2002, Fosnot e Dolk, 2002, Fuson, 1988) é a partir do conhecimento da sequência numérica e das competências de contagem que as crianças vão desenvolvendo outras competências numéricas. No mesmo sentido, esta investigação veio contrariar algumas ideias piagetianas, ao apresentar evidências de que as crianças, mesmo que ainda não tenham adquirido determinadas estruturas lógicas, nomeadamente as de conservação e de relação assimétrica, conseguem desenvolver as suas competências numéricas. Na realidade, mostrámos como ambientes e situações de aprendizagem apropriados, valorizando a interação social, propiciam o desenvolvimento numérico das crianças, independentemente do seu desenvolvimento lógico (no sentido que lhe é dado por Piaget).

Assim, surgem reforçadas as teses de Fosnot e Dolk (2001) de acordo com os quais as crianças não constroem ideias matemáticas de forma organizada e sequencial mas sim como resultado de experiências diversificadas e em contextos significativos onde ideias eventualmente menos adequadas se vão confrontando com outras mais apropriadas e o conhecimento matemático se vai construindo num ambiente de interação social.





# I

# Introdução



Neste capítulo apresentamos os objectivos e a problemática orientadores deste trabalho. Para além disso, procuramos enquadrar o trabalho realizado nas actuais concepções sobre a aprendizagem da matemática que defendemos e que enformaram o estudo realizado. Com o mesmo objectivo, abordamos, ainda, o modo como as crianças em idade pré-escolar desenvolvem o seu conhecimento matemático.

Consideramos fundamental, para a compreensão do modo como se realizou este trabalho, referir que adoptámos, conscientemente, uma perspectiva construtivista da aprendizagem onde a interacção social foi privilegiada. Saliemos, ainda, o papel do adulto como facilitador dessa aprendizagem ao utilizar o questionamento como meio de promover a explicitação de raciocínios e criar conflitos cognitivos que conduzam ao progresso da aprendizagem.

Tentamos apresentar as orientações curriculares de diferentes países relativamente à educação pré-escolar e compará-las com as portuguesas com o intuito de percebermos se existe ou não uma linha orientadora comum relativamente a este nível de ensino.

Finalmente, apresentamos os argumentos que consideramos justificarem a pertinência da realização deste trabalho.



## **1 - O Objecto de estudo e o problema de investigação**

Este estudo pretende contribuir para a análise e compreensão do desenvolvimento do sentido de número em crianças em idade pré-escolar, estudando e reflectindo sobre o corpo teórico que o enforma e procurando analisar, empiricamente, os aspectos desse desenvolvimento relacionados com a contagem de objectos e com o estabelecimento de relações numéricas de modo informal.

Sentido de número é aqui entendido, de acordo com estudos vários (Greeno, 1991, Reys, 1994), como um processo relacionado com o conhecimento global e flexível dos números e das operações com o objectivo de desenvolver estratégias úteis e eficazes na resolução de problemas com os quais somos confrontados enquanto cidadãos activos. É, pois, uma construção pessoal, distinta de indivíduo para indivíduo e realizada em interacção social. Distingue-se, portanto, de conceito de número que está intrinsecamente ligado ao desenvolvimento lógico-matemático e cujo percurso é semelhante para todos os indivíduos e independente do meio envolvente.

É igualmente objectivo deste trabalho propiciar, às crianças envolvidas, experiências de aprendizagem que, para além de possibilitarem a análise da emergência do sentido de número, promovam o seu desenvolvimento (nas suas múltiplas facetas), em interacção com pares e com adultos, numa perspectiva não escolarizante.

O trabalho realizado torna-se inédito em Portugal, uma vez que são poucos os estudos dedicados aos primeiros anos no que diz respeito à educação matemática. O Projecto de investigação “Desenvolvendo o Sentido de Número: perspectivas e exigências curriculares”, desenvolvido por investigadores das Escolas Superiores de Educação dos Institutos Politécnicos de Leiria, Lisboa e Setúbal, com o apoio da FCT entre 2004 e 2007, ao estudar o desenvolvimento do sentido de número em crianças do pré-escolar ao 6º ano

de escolaridade, foi, em Portugal, pioneiro na investigação matemática pré-escolar neste domínio. Porém, há necessidade de mais investigação nesta área, procurando evidências que reforcem as ideias emergentes deste projecto.

Na realidade, os estudos nacionais no âmbito do pré-escolar, relacionados com o domínio da matemática, têm sido estudos com um forte cariz da psicologia do desenvolvimento e, apesar do extraordinário desenvolvimento da investigação em educação matemática nos últimos vinte anos em Portugal, raros têm sido os estudos em educação matemática que se têm dedicado (no todo ou em parte) ao pré-escolar. No entanto, trata-se de uma etapa do desenvolvimento humano inigualável e marcante, durante a qual as atitudes (e ousamos dizer que também as competências) que as crianças desenvolvem relativamente a esta área do saber, podem tornar-se vitais para o seu futuro sucesso. Aborda-se, pois, um período de desenvolvimento onde as capacidades das crianças devem ser potencializadas, respeitando sempre os ritmos de aprendizagem individuais, procurando fazer emergir capacidades fundamentais como as capacidades de resolução de problemas, raciocínio e comunicação.

Encontramos, ainda, muitos profissionais deste nível de educação que, por deficiências de formação e, principalmente, pelas atitudes que eles próprios foram construindo relativamente à matemática, entendem que a matemática a trabalhar com crianças destas idades se limita a um mero aproveitamento, com pouca intencionalidade matemática, de situações ocasionais, ou a uma errada exploração deste domínio, através de fichas pré-concebidas cuja utilização contribui para a construção de uma visão da matemática com um carácter formal e completamente desligada do quotidiano das crianças. Reconhecendo o esforço que, nos últimos anos, as instâncias oficiais têm feito com o objectivo de modificar esta situação, consideramos, no entanto, que tem sido insuficiente. É necessário um grande investimento na formação contínua dos profissionais de educação de infância, no sentido de que a matemática, em cada Jardim-de-Infância, se veja, se goste e se sinta, sempre de modo integrado e de acordo com as características de cada elemento dessa comunidade que é a sala de um Jardim-de-Infância.

Se, como refere Serrazina (1999) é difícil distinguir o conhecimento matemático dos professores do 1º ciclo do conhecimento da matemática que ensinam aos seus alunos, no que respeita ao educador de infância, estas ideias são reforçadas pelo facto de não haver um currículo para a Educação Pré-escolar e de esta não ter um carácter obrigatório. Não que se defenda um currículo, no sentido programático, para a educação de infância. Programas rígidos e iguais para todos, não parecem adequados á grande heterogeneidade (nos mais variados domínios) das crianças em idade pré-escolar, onde a individualidade de cada um se deve sobrepor ao grupo. No entanto, parece-nos urgente uma maior operacionalização das orientações curriculares para o pré-escolar, o que, aliás, tem vindo a acontecer.

A nossa experiência e a investigação neste campo, mostram-nos que o domínio da matemática é dos menos privilegiados na sala de actividades. Os argumentos por parte dos profissionais são muitos, mas têm subjacente uma realidade a que não devemos ser alheios: a formação matemática inicial dos educadores de infância tem sido insuficiente. Para além disso, rara tem sido, no nosso país, a formação contínua, em matemática, para estes profissionais. Finalmente, e como já foi referido, são de considerar as concepções e as atitudes dos educadores de infância relativamente à matemática que, normalmente, no mínimo, não se sentem confortáveis perante esta ciência e o seu ensino.

As crianças pequenas devem (e merecem) ter oportunidade de desenvolver a sua visão sobre a matemática, entendendo-a como instrumento de compreensão, interpretação e intervenção no mundo.

A problemática do insucesso em matemática leva à procura das causas deste facto e de estratégias de intervenção que possibilitem alterar esta situação.

Acreditando que um dos factores que estão na sua origem é a má relação que as crianças têm, desde cedo, com a matemática e a visão que socialmente lhes é transmitida da matemática como um corpo de saber já feito,

estático e de difícil acesso, este trabalho pretende desenvolver a autoconfiança das crianças relativamente às suas capacidades matemáticas (em particular no que respeita às relacionadas com competências numéricas) e apresentar-lhes esta ciência, para cada uma delas, como um corpo em construção, através de interacções sociais, que pretende dar resposta a questões do mundo real, e na construção do qual elas devem participar.

Parece, portanto, importante compreender quais os factores (escolares, familiares, etc.) que influenciam a construção de identidades sociais que motivem as crianças para a aprendizagem da matemática, e compreender se no pré-escolar esses factores serão particularmente críticos, ou se, pelo contrário, essa influência se realiza apenas aquando da entrada no ensino formal.

Neste sentido, a partir do contexto teórico que sustenta esta problemática, serão analisados os desempenhos de crianças em idade pré-escolar (3 a 5 anos) na realização de uma cadeia de tarefas construídas com esse propósito e que tem subjacente a ideia de percurso de aprendizagem (Gravenmeijer, 1998).

O objectivo deste estudo será identificar as características mais significativas do desenvolvimento do sentido de número nas crianças envolvidas, verificando se será possível enquadrá-las em algum dos paradigmas que serão apresentados, e tentando incentivar esse desenvolvimento. O raciocínio, a comunicação e a resolução de problemas, serão as competências matemáticas que enformarão o trabalho realizado com as crianças envolvidas no estudo.

A visão das crianças sobre a matemática e as atitudes que vão desenvolvendo relativamente a esta ciência, serão, também, objecto de análise, a partir do modo como se envolvem nas tarefas, o prazer, a persistência, o interesse e a motivação que revelam durante a sua realização. De facto, entende-se que se se consegue proporcionar à criança experiências de aprendizagem adequadas ao seu desenvolvimento e suficientemente



desafiadoras em que, ao vivenciá-las, ela demonstra segurança, conforto, interesse e motivação, então estamos a contribuir para o desenvolvimento de atitudes favoráveis relativamente à matemática.

Pelo que foi referido, e de acordo com o trabalho a realizar, opta-se por uma metodologia de investigação de tipo qualitativo, mais propriamente, por uma investigação de cariz etnográfico uma vez que se trata de um estudo descritivo, exploratório e interpretativo, onde a investigadora é um elemento fundamental no desenvolvimento do trabalho realizado.

A **problemática** em estudo poderá, então, definir-se do seguinte modo:  
*Como se desenvolve o sentido de número na idade pré-escolar e até que ponto esse desenvolvimento pode ser estimulado através de experiências de aprendizagem significativas, contribuindo para a emergência de atitudes favoráveis face à matemática?*

Em consequência, definem-se os seguintes **objectivos de estudo**:

- *Compreender como as crianças em idade pré-escolar desenvolvem o sentido de número e que estratégias utilizam quando resolvem problemas numéricos em contextos do seu dia-a-dia;*
- *Proporcionar experiências de aprendizagem que facilitem, promovam e estimulem o desenvolvimento das competências numéricas nas crianças;*

## **2 – Perspectivas actuais sobre a aprendizagem da matemática que enformam o estudo**

Neste item abordam-se as linhas que orientam este estudo baseadas em algumas perspectivas actuais da aprendizagem da matemática que se centram nas teorias cognitivas da aprendizagem com particular ênfase para o construtivismo.

Apresenta-se o conhecimento como algo estruturado, fruto de interacções entre informações que se relacionam formando um todo organizado e com significado. Assim, o conhecimento matemático é visto como uma combinação social entre a interpretação e a construção mental.

O conhecimento matemático das crianças, de acordo com alguns investigadores (Piaget, 1964, Baroody, 1987, Simon, 1995), pode ser entendido de modo semelhante ao processo de resolução de problemas usado pelos matemáticos, ao longo do desenvolvimento histórico desta ciência. A história da matemática mostra que, no seu trabalho, os matemáticos procuram compreender o mundo estabelecendo relações, procurando padrões de modo criativo, utilizando variados processos, muitas vezes partindo da intuição para só depois tentarem generalizar. O objectivo último é comunicar, de modo compreensível, as suas descobertas ao mundo. De igual modo, o conhecimento impreciso e concreto das crianças vai-se, gradualmente, tornando mais preciso e abstracto numa relação de paralelismo com a evolução histórica de muitos ramos da matemática.

O modo como os alunos aprendem matemática tem sido objecto de investigação desde há muito. Tradicionalmente, a matemática era vista como uma disciplina em que o professor se devia limitar a transmitir os seus conhecimentos sobre os temas trabalhados, de modo claro e objectivo. A partir da estrutura da matemática, desenhava-se um modelo de ensino/aprendizagem linear. Esperava-se que todos os alunos aprendessem o mesmo, e do mesmo modo (Dolk e Fosnot, 2001).

Assim, a relação entre a matemática aprendida na escola e a matemática necessária à vida quotidiana sempre suscitou grandes discussões. Até recentemente aceitava-se que aquilo que se aprendia na escola podia ser aplicado em outros contextos. No entanto, a investigação recente tem demonstrado que se tratava de um pressuposto errado. De igual modo, também se compreendeu que crianças competentes ao usar matemática em práticas quotidianas podem revelar dificuldades quando confrontadas com a matemática escolar (Carraher, 1988).

A psicologia do desenvolvimento baseada em Piaget não permitia compreender este fenómeno mas, nas últimas décadas, o esforço conjunto de psicólogos, educadores e antropólogos permitiu uma discussão alargada entre as abordagens piagetianas e vygotskiana, as abordagens individualistas e as socioculturais no que respeita à importância dos modos de pensar da criança quando aprende matemática.

Para além disso têm-se também estudado um conjunto de princípios que permitem o desenvolvimento de métodos adequados de ensino da matemática que devem ser analisados contemplando diferentes vertentes fundamentais que permitem verificar até que ponto um determinado método resulta ou não adequado quando posto em prática (Hernández, 2007):

- Idoneidade matemática (concepção do que é e como se aprende matemática),
- Idoneidade cognitiva (grau de adequação da dificuldade das tarefas);
- Idoneidade inter-relacional (valorização ou não da importância da interação social);
- Idoneidade mediacional (gestão adequada de meios);
- Idoneidade emocional (envolvimento dos alunos nas propostas apresentadas);
- Idoneidade ecológica (adequação do método ao contexto em que pretende ser implementado).

Em consequência, desde os finais do século passado (anos 80) verificou-se uma mudança epistemológica na investigação em educação, e a

aprendizagem matemática passou a ser concebida como a construção de relações matemáticas, a negociação de significados matemáticos com os outros e a reflexão sobre a própria actividade matemática.

A construção do conhecimento matemático é agora encarada de uma forma dialéctica uma vez que se, por um lado, o desenvolvimento individual não pode ser compreendido fora do contexto em que se insere, por outro lado, os contextos só podem ser entendidos conhecendo as características dos indivíduos que neles agem e como essas características influenciam esse desenvolvimento.

As primeiras experiências matemáticas das crianças são muito importantes nas atitudes e concepções que formam relativamente a esta ciência. Se estas experiências forem significativas, então as crianças desenvolvem atitudes, valores e concepções favoráveis e tornam-se confiantes, autónomas e flexíveis na sua aprendizagem matemática. Pelo contrário, experiências que não sejam matematicamente significativas, facilitam a concepção de que a aprendizagem da matemática consiste em actividades de memorização sem significado, tornando-se as crianças incapazes de aplicar o seu conhecimento quando se confrontam com situações novas.

Torna-se, portanto, importante abordar a temática da aprendizagem interpretando-a não só como um processo individual, mas sim como um processo de construção de identidades sociais oferecendo uma visão que se distancia da cognição situada.

*Uma perspectiva construtivista da aprendizagem: construtivismo individual ou construtivismo social?*

Estamos dentro da perspectiva construtivista da aprendizagem, indiscutível quando, actualmente, se analisa a investigação empírica e teórica em educação matemática. A base do construtivismo assenta na auto-construção da aprendizagem que pode ser entendida segundo diferentes perspectivas epistemológicas, sendo as mais divulgadas o construtivismo

radical (o conhecimento é construído isoladamente pelo indivíduo) e o construtivismo social (aprendizagem é vista como um processo mental de reorganização a partir de interações sociais). Actualmente procura-se a coordenação destas duas perspectivas.

Assim, aceitando-se como fundamental a aprendizagem individual que cada indivíduo faz da matemática, valoriza-se a existência de uma comunidade matemática em cada sala de aula, onde determinados aspectos do conhecimento são partilhados e onde as normas sociais da sala de aula originam um “dar e receber” conhecimento. Os alunos têm oportunidade de construir o seu conhecimento activamente trabalhando colaborativamente, negociando e discutindo o significado das ideias matemáticas. Esta perspectiva do que é a aprendizagem da matemática, assenta, segundo Fernandes (2000), no desenvolvimento individual num contexto de interacção social. É por esta razão que Vygotsky contemporâneo de Piaget e um social construtivista da teoria cognitiva do desenvolvimento, apresenta profundas diferenças relativamente às ideias de Piaget, fundamentalmente ao valorizar a importância da cultura (em detrimento da herança biológica) no desenvolvimento cognitivo (Vygotsky, 1978). Para este autor, a cultura e a interacção social seriam dois elementos essenciais na aprendizagem. Neste sentido, Vygotsky refere que a aprendizagem será mais efectiva se adultos ou crianças mais velhas mediarem as experiências de aprendizagem das crianças. Emerge a ideia de “alicerce”, profundamente apoiada no papel da interacção social e como algo que é construído quando a criança interage com o professor (ou com alguém mais experiente) nas tarefas que realiza e sobre as situações problemáticas que tenta resolver.

De acordo com as ideias de Vygotsky (citado por Baker, Schirner e Hoffman, 2006) a criança deve interagir com os outros em experiências de aprendizagem que se situem para além do seu actual nível de desenvolvimento uma vez que existe uma diferença entre a capacidade da criança para resolver um determinado problema e o seu potencial para levar a cabo esse objectivo com o apoio de alguém mais experiente.

Trata-se de uma área que Vygotsky define como “Zona de Desenvolvimento Próximo” referindo-se ao caminho individual que se percorre para desenvolver algo que está em construção numa relação constante com o meio sócio cultural (Vygotsky, 1978).

Neste sentido, crianças sujeitas a uma grande variedade de experiências cognitivas e sociais, trabalhando em interação, são mais capazes de estabelecer os referidos alicerces que suportarão novas experiências, progressivamente mais complexas. Ainda de acordo com as ideias de Vygotsky (Baker, Schirner e Hoffman, 2006), surge reforçada a importância do professor como alguém que deve proporcionar as bases necessárias para a realização deste tipo de experiências, mediando quer a aprendizagem individual, quer a aprendizagem colectiva, facilitando a conexão entre novas e antigas ideias e a mudança para níveis de pensamento mais elevados.

Apesar de posteriormente apresentarmos as características fundamentais das teorias de Piaget relativamente ao desenvolvimento numérico, consideramos pertinente distinguir, neste momento, os pontos de vista deste autor relativamente a Vygotsky em relação ao desenvolvimento e à aprendizagem uma vez que a nossa posição relativamente a esta temática tem os seus fundamentos no construtivismo social de Vygotsky.

	<b>PIAGET</b>	<b>VYGOTSKY</b>
<b>Desenvolvimento</b>	O nível mental atingido determina o que o sujeito pode fazer. Não contempla ajudas externas ao desenvolvimento que considera perturbadoras para a análise da evolução mental do sujeito	O nível mental atingido é concluído através da ajuda oferecida ao sujeito na realização de uma tarefa. Aceitas estas ajudas externas que considera fundamentais para o processo evolutivo
<b>Aprendizagem</b>	Os factores internos do desenvolvimento superam os externos (valorização da maturação biológica). O desenvolvimento humano segue uma sequência fixa e universal de estádios. A construção do conhecimento realiza-se do individual para o social. A aprendizagem depende do desenvolvimento	Os factores internos e externos do desenvolvimento variam conforme o ambiente (valorização do ambiente social). A construção do conhecimento realiza-se do social para o individual. A aprendizagem e o desenvolvimento são processos interdependentes

Quadro 1 – Desenvolvimento e Aprendizagem: Algumas divergências entre Piaget e Vygotsky

Mas a interacção social implica, necessariamente, a valorização da linguagem e da comunicação na aprendizagem da matemática. A linguagem permite, de acordo com Kirova e Bhargava (2002), a apropriação de ideias e processos de pensamento complexos. Assim, as capacidades cognitivas passam a estar em paralelo com outras capacidades: ser capaz de negociar, de comunicar, de trabalhar em equipa. O trabalho cooperativo assume, assim, um papel primordial nesta dimensão social da aprendizagem. Os alunos aprendem comunicando, ouvindo, expondo e pensando com os outros, o que torna a interacção social uma componente fundamental da aprendizagem da matemática. Investigações realizadas nos últimos 20 anos sublinham este papel de relevo que as interacções sociais desempenham na apreensão de conhecimentos (César, Torres, Caçador, Candeias, 1999).

No entanto, esta interacção só será verdadeiramente produtiva se cada indivíduo estiver activamente envolvido em processos que sejam pessoalmente significativos.

A aprendizagem só é verdadeira se surge através da estimulação da criança no confronto com as exigências das situações sociais nas quais ela se vai envolvendo. Assim, há que criar situações em que a criança possa falar dos seus modos de pensar sobre a matemática sentindo-se livre para construir os seus próprios significados sobre esta ciência e querendo comunicá-los aos outros pois, de acordo com Wood e Gracean (1996), as crianças aprendem exprimindo e clarificando o seu pensamento, ouvindo e tendo em conta as ideias matemáticas dos outros.

O cenário ideal para a construção de uma matemática baseada na descoberta e na exploração de situações matematicamente, na identificação e exploração de relações propondo explicações e conjecturas, enfim, uma matemática assente na interacção, é aquilo que Fosnot e Dolk (2001) denominam por *comunidade matemática*. Como referem os autores (Fosnot e Dolk, 2002) “...*não temos que planear lições específicas para cada criança, nem poderíamos! Em vez disso podemos centrar-nos na comunidade, pensar nos contextos e situações que são susceptíveis de levar a comunidade como um todo a aproximar-se do horizonte (meta do movimento da comunidade). Nesse sentido, as nossas lições deverão ser suficientemente abertas e ricas para que cada membro da comunidade possa participar e sentir-se desafiado*” (pp 32).

Trata-se de uma visão de matemática como algo construído por cada indivíduo com o intuito de compreender e modificar o mundo por si vivido.

De acordo com César (1996) as primeiras aprendizagens são fundamentais. Por um lado, do ponto de vista cognitivo, contribuem para desenvolver as suas potencialidades, por outro, do ponto de vista afectivo, vão fazer com que a criança tenha, ou não, uma boa relação com a escola e com os saberes e competências que ela pretende transmitir.

Um cenário onde esta perspectiva tem boas condições de ser implementada é aquilo a que Wood e Frid (2005) apresentam como uma sala de aula heterogénea. Trata-se de uma sala onde alunos de diferentes idades e



níveis de ensino são colocados juntos intencionalmente, valorizando a variedade de conhecimento inerente ao grupo. As crianças não são comparadas entre si, uma vez que o fundamental é o progresso individual de cada criança. Privilegia-se o trabalho entre pares, criando experiências de aprendizagem que conduzam à construção pessoal e significativa de conhecimento. Fomentam-se discussões orientadas pelo professor que deve utilizar meios diversificados para incentivar as interações, reconhecendo-se o papel da linguagem e da comunicação como conectores entre professor, alunos, objecto e pensamento.

As autoras (Wood e Frid, 2005), defensoras da teoria social da educação, consideram que este cenário de heterogeneidade é favorável à aprendizagem, quer de acordo com as perspectivas piagetianas, quer com as vygotskianas. De facto, a interação que se promove, permitindo o confronto de diferentes pontos de vista, entre crianças em diferentes níveis de desenvolvimento, é favorável à criação de conflitos cognitivos. Para além disso, a existência destes grupos distintos pode ser vista como o suporte e o apoio apresentados por Vygotsky relativamente às suas ideias sobre a zona de desenvolvimento próximo.

No entanto, os grupos heterogéneos, por si só, não são catalizadores de um maior sucesso. Na realidade, Wood e Frid (2005) apontam a importância do papel do professor no sentido de implementar estratégias específicas de ensino que promovam condições de partilha conducentes à aprendizagem. Os mais novos aprendem construindo conhecimento em conjunto com os mais velhos observando-os a fazerem e a explicarem. Os mais velhos tornam-se mais confiantes nas suas capacidades e desenvolvem e ampliam os seus conhecimentos, por estarem constantemente a revê-los e a reflectirem sobre eles, quando ajudam os mais novos. Para as autoras (Wood e Frid, 2005) um ambiente de aprendizagem com estas características:

(a) fornece oportunidade para participar em discussões profundas e fomenta as relações e as representações como mediadoras do saber;

(b) facilita novas aprendizagens apoiadas na interação e colaboração entre pares;

(c) permite o acesso a uma aprendizagem social através de variados contextos, favorecendo o desenvolvimento de acordo com os diferentes níveis dos alunos;

(d) capacita as crianças para se responsabilizarem pela sua aprendizagem.

Em síntese, podemos dizer que a aprendizagem é um processo activo de construção de conhecimento em que as crianças constroem, modificam e integram ideias interagindo com o mundo físico. A aprendizagem realiza-se gradualmente através da compreensão e aperfeiçoamento de relações entre aquilo que as crianças já sabem e aquilo que estão a aprender. A familiarização com uma prática compreensiva de procedimentos, raciocínio e resolução de problemas, quando realizam actividades matemáticas, promove a aprendizagem e evita as dificuldades que muitos alunos demonstram na realização de procedimentos simples, para além de contribuir para que os alunos se tornem aprendizes activos, procurando compreender os assuntos e desenvolvendo a capacidade para transferir o que aprenderam, para novos problemas e novas situações.

Porém, as ideias que temos vindo a apresentar, centradas no modo como se processa a aprendizagem (o construtivismo é uma teoria de aprendizagem e não uma teoria de ensino) levaram ao desenvolvimento de modelos de ensino que facilitem e promovam a aprendizagem.

Simon (1995), desenvolveu, a partir da visão construtivista da aprendizagem, um modelo de ensino que denominou por *Trajectória Hipotética de Aprendizagem* que consiste no desenvolvimento, pelo professor, de um hipotético rumo (porque a realidade não pode ser conhecida antecipadamente) que pensa que a aprendizagem vai seguir, baseado no seu conhecimento sobre a matemática envolvida e no conhecimento que tem sobre os seus alunos. Esta trajectória engloba três componentes fundamentais:

(a) o objectivo da aprendizagem que irá orientar a direcção da trajectória;

(b) as experiências de aprendizagem;

(c) o hipotético processo de aprendizagem (uma antecipação do modo como os alunos pensam e compreendem, de acordo com o contexto de aprendizagem).

Como trajectória hipotética que é, ao ser implementada, está em constante modificação, provocada pela interacção social criada durante a realização das actividades e pela consequente alteração das ideias do professor e do conhecimento que ele supôs que seria desenvolvido na aula, e o que realmente aconteceu. O professor, está, portanto, continuamente envolvido no ajuste e na adaptação da trajectória que idealizou ao que realmente aconteceu, para que ela melhor reflecta e realce o conhecimento que vai sendo construído. O percurso dos alunos não é linear e contém muitas alternativas, não apenas uma, daí a dificuldade adicional do professor em simultaneamente conseguir ajudar cada aluno e toda a turma a percorrer o seu caminho. Esta dificuldade pode ser minorada se a trajectória de aprendizagem for construída assente na resolução de problemas que facilitem e promovam a construção de conhecimento e que estejam alicerçados em contextos significativos, tão característicos da Matemática Realista.

Considerando as características tão específicas do trabalho que vamos realizar com crianças em idade pré-escolar parece-nos que as ideias veiculadas pelos precursores quer da matemática realista, quer da etnomatemática, merecem algum destaque.

## *A Matemática Realista*

As ideias e os princípios veiculados pela teoria construtivista da aprendizagem sentem-se com grande ênfase na perspectiva teórica da Matemática Realista.

A Matemática Realista é uma abordagem através da qual a educação matemática é concebida como uma actividade humana. Esta teoria, desenvolvida por Freudenthal, centra-se na reinvenção através da matematização que ocorre quando os alunos resolvem problemas em contextos reais e utilizam interpretações, estratégias e soluções informais (Figueiredo, 2000). Aprender matemática significa, pois, fazer matemática, num processo de resolução de problemas reais (problemas de contexto). Envolve quer actividade individual, quer actividade colectiva, na qual as discussões englobam fazer conjecturas, explicitar raciocínios e justificar conclusões conduzindo a uma progressiva matematização a partir de situações realistas.

O trabalho do professor, na construção de Hipotéticas Trajectórias de aprendizagem, já anteriormente explicitadas (e bem características da Matemática Realista) tem em conta, por um lado a história da matemática que funciona como que fonte de inspiração e, por outro lado, as estratégias informais dos alunos quando resolvem problemas reais e desconhecem os procedimentos standards para a sua resolução. É nesta passagem do conhecimento informal para o conhecimento formal que, de acordo com os princípios da Matemática Realista, emergem os modelos que, neste contexto, têm um sentido mais amplo que tradicionalmente (em que são associados a modelos físicos). São utilizados, fundamentalmente, para evidenciar determinadas relações matemáticas que surgem no decurso da actividade matemática.

Assim, os alunos, numa primeira fase, desenvolvem um **Modelo de** uma situação específica e, posteriormente, começam a compreender que este modelo pode ser utilizado noutras situações, generalizando-o e tornando-o,

num **Modelo para** raciocínios matemáticos mais sofisticados (Figueiredo, 2000).

De acordo com Trefers (1987) podemos salientar cinco princípios orientadores que caracterizam a Matemática Realista:

- a aprendizagem é um processo construído (e não absorvido por transmissão) num contexto de resolução de problemas;

- a aprendizagem parte de modelos e vai, progressivamente, conduzindo a níveis superiores de abstracção;

- a aprendizagem implica reflexão, em particular a reflexão que o sujeito faz sobre a sua própria aprendizagem;

- a aprendizagem é um produto de interacções sociais, valorizando-se um ensino interactivo;

- a aprendizagem deve resultar de um percurso apoiado num ensino que percorre um fio condutor e que facilita o caminho entre os diferentes níveis da aprendizagem ( de um nível mais inferior até um nível superior).

Alguns defensores da Matemática Realista têm dedicado os seus estudos aos primeiros anos. Fosnot e Dolk (2001) defendem que o fundamental, no processo de aprendizagem (que não desligam do processo de ensino) é explorar as ideias de cada criança. Considerando a existência de diferentes níveis de desenvolvimento numa mesma sala de aula, apontam a necessidade da criação de contextos suficientemente abertos que permitam explorações individuais, eventualmente até divergentes, em que cada criança explora ideias relacionadas com o seu nível de desenvolvimento matemático. À medida que as crianças aprendem a reconhecer e explorar padrões, realizam e interpretam experiências, contextos e fenómenos, elas estão a construir e a compreender a essência da matemática e o que realmente significa fazer matemática – organizar e interpretar o seu mundo através de uma lente matemática. Os autores utilizam Trajectórias Hipotéticas de Aprendizagem que constroem estudando por um lado o desenvolvimento histórico das ideias matemáticas e, simultaneamente, o progresso do desenvolvimento das ideias das crianças sobre diferentes tópicos matemáticos.

Criam cuidadosamente contextos que pensam que podem apoiar o desenvolvimento natural das crianças, muitas vezes modelando problemas que facilitam o aparecimento de desequilíbrios e dão pistas para o futuro desenvolvimento. Construíram uma visão sobre a aprendizagem que realça a importância de saber como as crianças iniciam a aprendizagem de diferentes ideias matemáticas.

### *A Etnomatemática*

Parece-nos, também, importante fazer referência a um conceito que tem vindo a surgir com algum destaque na literatura de educação matemática e designado por Etnomatemática.

D'Ambrosio (citado por Gerdes, 1996) chama "*Etnomatemática à matemática que é praticada em grupos culturais identificáveis tais como as sociedades nacionais-tribais, grupos de trabalho, crianças de uma determinada idade, classes profissionais, etc*". Na verdade, a etnomatemática diz respeito à matemática praticada por estes grupos específicos e distancia-se da matemática escolar no seu sentido mais formal. No fundo, trata-se de encarar a matemática como um elemento cultural.

Neste sentido, emerge a necessidade de a escola facilitar a aprendizagem e a incorporação das práticas quotidianas, das estratégias alternativas de "fazer matemática", dos modos de a aplicar no dia-a-dia.

A matemática escolar tende a eliminar esta matemática dita "espontânea". As competências matemáticas construídas deste modo não são valorizadas e as que estão em processo de construção ainda não estão assimiladas, originando uma ruptura que terá como consequência bloqueios na aprendizagem ou mesmo (como infelizmente ainda acontece) um abandono precoce da matemática ou mesmo da própria escola.

Gerdes (1996) defende, como forma de contrariar esta realidade, que a matemática escolar deve facilitar a incorporação de práticas conhecidas e

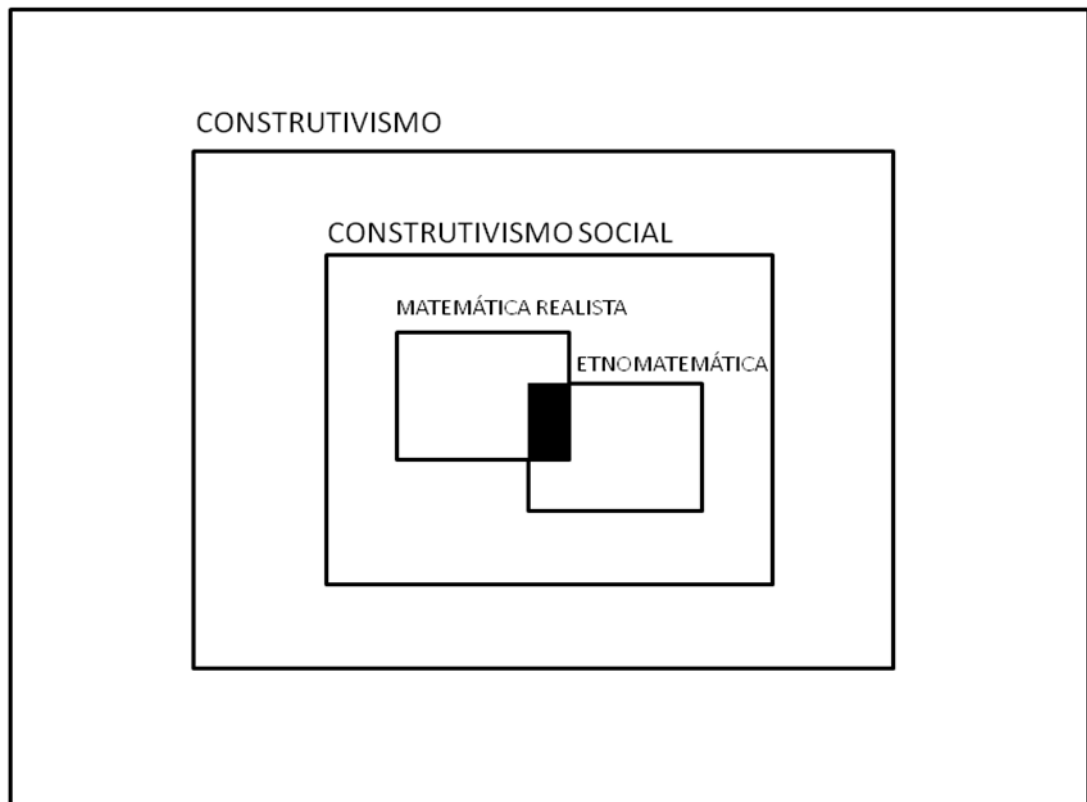
correntes no currículo. Na mesma linha, Gay e Cole (citados por Borba, 1987) referem que é necessário “estabelecer ligações ou vínculos entre os conhecimentos intuitivos ou espontâneos que a criança tem sobre a matemática adquiridos com base na sua experiência diária...”

De facto, de acordo com D’Ambrósio (1993), a matemática é uma componente cultural importante do desenvolvimento humano. Na tentativa de ajudar a criança no seu desenvolvimento, devemos partir do seu saber-fazer.

Para além disso, a escola está inserida fisicamente num contexto social mas, na maioria das vezes, (D’Ambrósio,1996) não faz parte desse contexto, não participando no ambiente social de onde provêm os alunos. Assim, a escola é vista, pelas crianças, como totalmente alheia às suas realidades. De acordo com a filosofia subjacente à etnomatemática, deverá fomentar-se uma troca recíproca de saberes (os alunos devem procurar integrar-se na realidade escolar e a escola deve procurar conhecer o ambiente, os anseios e as representações culturais mais importantes da sociedade envolvente) levando a que ambos, escola e contexto, cresçam culturalmente.

No trabalho que desenvolvemos baseámo-nos nas perspectivas sobre aprendizagem matemática que abordámos. Considerando que as crianças envolvidas são muito pequenas, tentámos combinar as ideias e os princípios que melhor se adaptam a este nível etário. O esquema que a seguir se apresenta, procura enquadrar a nossa perspectiva sobre aprendizagem seguida neste trabalho.

## APRENDIZAGEM



Quadro 2 – Visão sobre a aprendizagem veiculada por este trabalho



## 2 - A criança em idade pré-escolar e a matemática

Nesta secção referem-se os aspectos considerados fundamentais relativamente à aprendizagem matemática nos primeiros anos, de acordo com a teoria construtivista da aprendizagem.

É durante a infância que ocorre o maior desenvolvimento do indivíduo. É também nesse período, fundamentalmente nos primeiros anos, que são lançadas as bases desse desenvolvimento, nos seus diversos aspectos. As perspectivas actuais da psicologia do desenvolvimento e da aprendizagem, enfatizam a natureza holística da aprendizagem e do desenvolvimento da criança, reforçando a importância da vivência de experiências de aprendizagem activas e significativas, que levem à construção de linguagens e representações progressivamente mais simbólicas. Neste processo, o papel da interacção social, quer com adultos, quer com outras crianças, é fundamental. O contexto social e cultural de cada criança influencia o seu pensamento e a sua compreensão, uma vez que, para os psicólogos sociais, a aprendizagem decorre da interacção com o outro em actividades quotidianas e familiares. No entanto, para além do amor e do conforto familiar, as crianças necessitam de estímulos intelectuais. Assim, para além dos chamados processos ocasionais, os processos intencionais de aprendizagem contribuem para o desenvolvimento dos níveis de pensamento, compreensão, percepção, colocação e resolução de problemas.

Numa época considerada por Dahlberg, Moss e Pence (2003) como pós-moderna, o conhecimento não é mais universal, imutável e absoluto uma vez que cada indivíduo deve assumir a responsabilidade pela sua aprendizagem e pela construção de significados próprios. O desafio que se coloca a quem trabalha com crianças pequenas é proporcionar processos de individualização colocando, igualmente, em primeiro plano, os relacionamentos. Segundo os autores (Dahlberg, Moss e Pence, 2003) *colocar os relacionamentos e a comunicação em primeiro lugar produz uma pedagogia do “ouvir” que significa ouvir as ideias, as perguntas e as respostas das crianças, lutando para dar*

*significado ao que é dito, sem ideias preconcebidas do que é correcto ou válido.*

Importa, portanto, que o Jardim de Infância seja um espaço que, respeitando o contexto cultural e familiar de cada criança e os seus saberes prévios, estimule a construção de conhecimento significativo, criando contextos de aprendizagem estimulantes, fornecendo oportunidades de expressão e de representação e explorando-as individual e/ou colectivamente.

Quando pensamos em matemática nos primeiros anos, a primeira ideia que devemos considerar é a de que esta ciência nos ajuda a ver o mundo e a organizar as nossas ideias acerca dele. Se queremos que as nossas crianças se tornem utilizadores competentes e confiantes da matemática, elas têm que aprender a reconhecer a matemática como um poderoso instrumento de comunicação. Neste sentido, as crianças devem ser incentivadas a envolverem-se nos processos matemáticos a elas adequados (procurar padrões, raciocinar sobre dados, resolver problemas, comunicar ideias e resultados através de diferentes formas de expressão), desenvolvendo o seu espírito crítico bem como competências fundamentais para a compreensão e intervenção no mundo actual. Por outro lado, esta visão sobre o conhecimento matemático contribui para o desenvolvimento de atitudes favoráveis relativamente a esta ciência, valorizando o facto de que todos somos capazes de desenvolver uma competência matemática significativa. Na realidade, em pleno século XXI, infelizmente, ainda são muitos, aqueles que entendem a matemática como um corpo de saber estático ao alcance apenas de alguns geneticamente favorecidos.

Apesar da Educação Matemática pré-escolar ser um domínio de investigação recente, beneficia dos contributos da psicologia para uma nova visão do modo como as crianças aprendem matemática (Fuson, 1988; Gelman e Gallistel, 1978; Ginsburg, 1983, Kamii, 1985, Yackel, 1990).

Assim, sabemos hoje, que as crianças aprendem matemática de forma activa, interagindo com o meio, reflectindo sobre as situações vividas, descobrindo e estabelecendo relações.

Até há bem pouco tempo, a questão do desenvolvimento das competências matemáticas (e em especial das competências numéricas) das crianças assentava numa base eminentemente psicológica (piagetiana especialmente) centrando-se mais nas estruturas objectivas do mundo social (analisadas globalmente e de um modo idêntico para todos os indivíduos) do que na realidade prática desses mesmos indivíduos<sup>1</sup>. A análise centrava-se, portanto, no desenvolvimento conceptual, tendendo a seguir um modelo mais ou menos linear. Porém, os estudos mais recentes (Baroody, 2002) inverteram, de algum modo, o foco de atenção, compreendendo-se a importância de, para além de se estudar a acção do indivíduo, aprofundar “aquele” indivíduo em particular, inserindo-o no seu contexto e na sua realidade social.

Neste sentido, a investigação em educação matemática, começou a interessar-se, não só pelo desenvolvimento conceptual do número, mas também por determinados aspectos a ele ligados, nomeadamente aqueles que o ligam à realidade de cada um e o capacitam para compreender e intervir no mundo que o rodeia. Compreendeu-se que essa tomada de consciência deve acontecer tão cedo quanto possível (Baroody, 2002), logo no momento em que a criança começa a dar os seus primeiros passos no universo numérico. Trata-se, assim, de uma abordagem eminentemente social defendendo que é através da interacção social que a criança estabelece com os outros e com o mundo que a rodeia, que ela se vai apercebendo da presença constante do número no seu quotidiano, dos diferentes significados dos números, enfim, que a criança começa a desenvolver o seu sentido de número.

De facto, o papel da interacção social é hoje reconhecido como elemento promotor da aprendizagem. De acordo com Yackel et al. (1991) uma vez que a matemática deve ser considerada uma actividade humana criativa, a interacção social desempenha um papel crucial dando origem a excelentes oportunidades de aprendizagem e deve ser estimulada desde muito cedo.

---

<sup>1</sup> As ideias fundamentais da teoria desenvolvida por Piaget serão apresentadas mais à frente

Uma construção assente nestas bases, e que se prolongará ao longo da vida, contribuirá, também, para o desenvolvimento do conceito de número na criança. Lidando com os números em contextos diversificados, contando objectos, relacionando os números entre si, interagindo com os outros e como meio, a criança vai desenvolvendo as suas estruturas cognitivas e construindo as bases do desenvolvimento do conceito de número, no sentido que lhe deu Piaget.

A investigação mostra que o desenvolvimento do conhecimento matemático das crianças se inicia antes do ensino formal (Baroody, 2002, Fuson, 1988, Ginsburg, 1989). Trata-se daquilo que denominamos por conhecimento informal e que assenta, fundamentalmente, nas vivências ligadas a experiências de contagem. Este conhecimento, por ser significativo e alicerçado em experiências de aprendizagem vividas em contextos quotidianos, pode ser surpreendente. No Jardim-de-Infância, e mesmo nos primeiros anos do ensino básico, as crianças resolvem problemas aritméticos usando estratégias de contagem informais para os modelarem e resolverem, em detrimento dos conhecimentos mais formais entretanto adquiridos. Assim, apesar de se tratar de um tipo de conhecimento pouco consistente, pouco lógico e, muitas vezes, incompleto, este conhecimento informal deve ser valorizado no pré-escolar, pois é a partir dele que se alicerçam as aprendizagens formais. Por outro lado, incentivar e valorizar este tipo de conhecimento através da resolução de problemas, favorece a interacção e a comunicação (verbal e não verbal, escrita, iconográfica ou mesmo simbólica), desenvolvendo o pensamento crítico e estabelecendo pontes seguras entre os conhecimentos já possuídos e os novos conhecimentos.

Estudos, de acordo com as mais variadas perspectivas (desde Thordike, numa perspectiva behaviorista a Piaget, numa perspectiva construtivista), sobre o modo como se desenvolve o pensamento numérico das crianças e, de uma maneira mais global, o seu pensamento matemático, têm contribuído, em grande escala, para o avanço da investigação no que respeita ao desenvolvimento mental.

As investigações da psicologia do raciocínio matemático têm-se multiplicado. Um estudo realizado por Tang e Gainsburg (1999), tentando caracterizar o raciocínio matemático de crianças em idade pré-escolar utilizando uma metodologia centrada em entrevistas clínicas, investigou crianças latino-americanas e afro-americanas, provenientes de meios socioeconómicos desfavorecidos. Os resultados encontrados contrariam a ideia de que as crianças oriundas de meios desfavorecidos têm dificuldades em realizar raciocínios matemáticos complexos. Pelo contrário, os autores (Tang e Gainsburg, 1999) defendem que estas crianças, tal como todas as crianças, chegam à escola com uma considerável capacidade de pensamento abstracto e com um bom potencial para a aprendizagem da matemática. O inferior desempenho que, posteriormente, as crianças desfavorecidas evidenciam na matemática e na escola em geral, deve ser atribuído à escola e à educação em geral, e nunca à falta de capacidades iniciais destas crianças.

No seu trabalho, Tang e Gainsburg (1999) centram-se na análise de alguns aspectos que consideram importantes no desenvolvimento do raciocínio matemático. Um desses aspectos é a interpretação individual que as crianças fazem dos problemas com que são confrontadas. De facto, as crianças, ao possuírem uma imensa bagagem, fruto das suas experiências individuais, utilizam-na quando constroem significados para uma determinada tarefa, significados esses, muitas vezes diferentes dos do adulto. Assim, só é possível analisar o raciocínio das crianças se primeiramente compreendermos sobre o que ela raciocina. Os autores, de acordo com o pensamento de Vygotsky, enfatizam a ideia de que a aprendizagem das crianças se inicia muito antes da entrada na escola pelo que são capazes de usar aquilo a que os autores chamam *estratégias do dia-a-dia* (estratégias informais) como resposta a problemas variados.

Assim, defendem que os educadores matemáticos devem ter em conta estas estratégias uma vez que, como as crianças se sentem confortáveis ao utilizá-las, devem ser aproveitadas como bases para a futura aprendizagem matemática. Igualmente realçado é o papel das representações. Tang e Gainsburg (1999) assumem que o professor não deve valorizar as

representações standards e simbólicas para representar as ideias matemáticas, pensando que elas são compreensíveis para as crianças. Mesmo a mais simples ideia matemática deve ser explorada utilizando variados modos de representação, devendo-se valorizar os que são iniciativa da própria criança.

No seu estudo, Tang e Gainsburg (1999) dão particular importância ao que denominam por *instabilidade de pensamento*. De acordo com autores, na visão de Piaget, o pensamento encontra-se estritamente ligado a estruturas lógicas estáveis, sendo que a criança, num determinado estágio de desenvolvimento, tende a utilizar as operações lógicas que lhe correspondem.

Ao invés, Tang e Gainsburg (1999) referem que, contrastando com Piaget, investigações recentes enfatizam a instabilidade do pensamento, afirmando que o pensamento da criança deve ser visto como algo em desenvolvimento sucessivo e não como uma unidade que pode estar presente ou ausente. Por exemplo, relativamente às crianças envolvidas, no seu estudo, os autores afirmam que muitas crianças em determinadas tarefas evidenciaram ser conservadoras, enquanto, noutras tarefas, as mesmas crianças eram claramente não conservadoras.

Assim, Tang e Gainsburg (1999) defendem que devemos utilizar métodos sensíveis de avaliação da estabilidade ou instabilidade do pensamento das crianças, uma vez que os procedimentos das crianças mudam e sofrem desvios, apresentando uma grande variedade, de acordo com os contextos específicas com que se confrontam. Afirmam que para compreender a capacidade de raciocínio das crianças no seu todo é necessário ter em consideração a natureza dinâmica do seu pensamento, em simultâneo com um grande número de factores individuais, tais como a motivação, o estilo cognitivo e a influência social e cultural.

Finalmente, e apesar de reflectir sobre o próprio pensamento ser uma capacidade complexa, Tang e Gainsburg (1999), referem a metacognição como uma componente fundamental do processo de raciocínio da criança. Ajudar as crianças a compreenderem o seu pensamento e a expressá-lo claramente aos

outros deve ser, para os autores, um aspecto básico do currículo de matemática.

Numa outra perspectiva, podemos afirmar que, actualmente, é grande o peso das razões exteriores à matemática que justificam a sua aprendizagem, principalmente aquelas que, de alguma maneira, contribuem para a construção de atitudes favoráveis relativamente a esta ciência e de uma concepção da matemática ligada ao seu papel interventivo na sociedade do século XXI .

As normas do NCTM (2000) definem como objectivos para a aprendizagem da matemática, em todos os níveis de ensino, desde o pré-escolar ao ensino secundário:

- Aprender a dar valor à matemática;
- Adquirir confiança na sua própria capacidade de fazer matemática;
- Tornar-se apto a resolver problemas de matemática;
- Aprender a comunicar matematicamente;
- Aprender a raciocinar matematicamente.

Estas finalidades apontam para um desenvolvimento cognitivo ligado ao desenvolvimento afectivo, valorizando a importância da confiança pessoal e da motivação como motores de processos de pensamento facilitadores da aprendizagem. Este documento recomenda veementemente que a prática pedagógica se centre na compreensão e resolução de problemas e não na memorização de factos e regras. Valorizando a criação de oportunidades de interacção onde se comuniquem ideias e raciocínios, reforça-se a importância de se estabelecerem relações entre as experiências e as vivências de cada criança e a matemática presente no ensino obrigatório, proporcionando contextos reais e do interesse da criança (por exemplo, jogos) onde crianças e adultos possam interagir.

Com o objectivo de desenvolver uma educação matemática de qualidade entre os 3 e os 6 anos, o NCTM propõe que professores e outros adultos envolvidos no desenvolvimento matemático das crianças pequenas:

- Valorizem o interesse natural das crianças pela matemática e a sua disposição para dar significado ao seu mundo físico e social,
- Partam da experiência e do conhecimento das crianças, incluindo a família, a língua, a cultura e dos seus conhecimentos informais;
- Propiciem às crianças uma forte interacção com as ideias matemáticas chave; Introduzir de modo activo as ideias matemáticas, os seus métodos e linguagem através de experiências e estratégias diversificadas;
- Disponibilizem tempo, materiais e experiências que permitam, ludicamente, manipular as ideias matemáticas

Em síntese, podemos dizer que a aprendizagem matemática no pré-escolar é uma realidade, e que deve ser encarada como uma construção realizada por cada criança, sempre em interacção social. Para que essa aprendizagem seja significativa e contribua para o desenvolvimento de uma visão actualizada da matemática, cabe ao adulto promover essa interacção proporcionando contextos de aprendizagem estimulantes que desafiem cada criança e que lhe permitam, de acordo com as suas capacidades, ir avançando nessa caminhada interminável que é a aprendizagem.



#### **4 – A matemática nas Orientações Curriculares para a educação Pré-Escolar em Portugal e em outros países**

A inclusão de orientações curriculares para a matemática nos currículos oficiais, relativamente à educação pré-escolar, é relativamente recente, internacionalmente.

Com o objectivo de contextualizar a realidade portuguesa, apresentamos, a título de exemplo, o panorama que se vive em alguns países europeus e nos EUA.

Bélgica: Neste país o ensino pré-escolar oficial abrange a faixa etária compreendida entre os dois anos e meio e os seis anos, divididos por três níveis. Tem subjacente um ambiente de aprendizagem holístico, informal e valorizando o lúdico.

O desenvolvimento de competências matemáticas surge de modo implícito e informal, enquadrado nas rotinas diárias e nas brincadeiras, não existindo um currículo oficial de matemática para esta faixa.

Grécia: Na Grécia a educação pré-escolar é opcional e inicia-se aos três anos e meio. Segue as teorias piagetianas da educação. Assim, o currículo de matemática, para esta faixa etária, centra-se, de modo hierárquico, nos processos de comparação, classificação, seriação, correspondência, conservação e contagem até 10.

Alemanha: Abrange a faixa etária entre os quatro e os seis anos e não existem orientações curriculares para a matemática.

Holanda. O ensino pré-escolar insere-se no sistema oficial de ensino desde há 20 anos. Engloba a faixa etária entre os três e os seis anos. Nos dois primeiros anos não existe um currículo pré-definido. No terceiro ano é introduzida uma filosofia de ensino mais formal. A matemática desenvolvida neste período insere-se na Educação Matemática Realista (RME), valorizando-se a construção do conhecimento matemático realizada pela própria criança.

Esta é orientada e estimulada a desenvolver estratégias informais de resolução de problemas que são comunicadas e discutidas em grupo, com o objectivo de se identificarem as mais eficazes.

Esta metodologia facilita a evolução da criança para níveis de conhecimento progressivamente mais complexos.

Inglaterra: Oficialmente, a partir dos 4 anos as crianças entram no sistema educativo. O currículo, desde 2002, inclui seis áreas de aprendizagem, uma das quais a matemática. Se bem que com ênfase nos aspectos lúdicos e informais, a partir da implementação do National Numeracy Strategy (1999), definiram-se objectivos educativos, relativamente à matemática, que incluem o desenvolvimento das capacidades de contagem, de ordenação, o trabalho conducente à emergência das operações de adição e subtracção e o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental.

Espanha: Em Espanha a educação pré-escolar não é obrigatória e divide-se em dois níveis, o primeiro até aos três anos e o segundo entre os três e os seis anos. Este segundo nível é gratuito. Cada comunidade Autónoma possui o seu currículo, mas todos eles partem de uma filosofia comum. Analisámos em mais detalhe o currículo da Comunidade Autónoma da Extremadura. No que respeita à educação pré-escolar, o currículo valoriza o carácter global das experiências e situações de aprendizagem definindo-se áreas de conhecimento e sugerindo-se objectivos e conteúdos para cada uma delas. São três as áreas de conhecimento: conhecimento de si próprio e autonomia pessoal, conhecimento do meio envolvente e linguagem (comunicação e representação). A matemática insere-se na área do conhecimento do meio e engloba conteúdos diversos como é o caso da lógica, do número, da resolução de problemas, medida e geometria.

Estados Unidos da América: Neste país, o ensino pré-escolar inicia-se aos 4 anos. Relativamente à matemática, o currículo está definido e apresenta uma abrangência que vai desde competências transversais (resolução de problemas, raciocínio e comunicação) a competências mais específicas (números e operações, geometria e medida, análise de dados, etc.).

Em Portugal, não existe uma tradição no que respeita a orientações nacionais para a Educação Pré-escolar. No entanto, a partir da publicação da Lei-quadro da Educação Pré-escolar, a necessidade de documentos orientadores do trabalho a realizar neste âmbito, levou à publicação, em 1989, das Orientações Curriculares para a Educação Pré-escolar (OCEPE).

Trata-se de um documento que não pode ser entendido como um currículo (nem foi essa a sua filosofia de construção) uma vez que não é nem prescritivo nem normativo, pretendendo, sim, assumir-se como “*um conjunto de princípios gerais e organizados do que na previsão de aprendizagens a realizar pelas crianças. Diferenciam-se, também, de algumas concepções de currículo por serem mais gerais e abrangentes, isto é, por incluírem a possibilidade de fundamentar diversas opções educativas e, portanto, vários currículos* (pp. 13). Neste sentido, as OCEPE estão abertas a diferentes opções educativas, orientando-se mais para o currículo em si do que para a aprendizagem, uma vez que pretendem constituir-se como um instrumento de apoio ao trabalho, à reflexão e à investigação do educador de infância, tendo como objectivo último a melhoria da prática pedagógica.

As suas funções são:

- Constituírem um quadro de referência para todos os educadores;
- Tornarem visível a educação pré-escolar;
- Facilitarem a continuidade educativa;
- Contribuírem para melhorar a qualidade da educação pré-escolar
- Proporcionarem uma dinâmica de inovação.

Encontram-se organizadas em 4 grandes blocos: (1) Objectivos Gerais, (2) Organização do ambiente educativo, (3) Áreas de conteúdo, (4) Situar as aprendizagens na educação pré-escolar

No que se refere aos objectivos gerais salientamos apenas aqueles que mais directamente têm a ver com os propósitos deste trabalho, a saber: (a) promover o desenvolvimento pessoal e social da criança, (c) contribuir para a igualdade de oportunidades no acesso à escola e para o sucesso na aprendizagem, (d) estimular o desenvolvimento global da criança no respeito

pelas suas características individuais, inculcando comportamentos que favoreçam aprendizagens significativas e diferenciadas,

(f) despertar a curiosidade e o espírito crítico. Com estes objectivos, procura-se orientar o processo educativo no sentido de promover situações onde as crianças possam desenvolver competências que as ajudem a aprender a aprender num processo de educação ao longo da vida. Pretende-se que as crianças usufruam de experiências de aprendizagem diversificadas e de interações sociais com as outras crianças e com os adultos.

As OCEPE consideram que os diferentes sistemas em que as crianças se desenvolvem e as relações que estabelecem entre si e com os sistemas mais vastos que os englobam desempenham um papel no processo educativo. Assim, procuraram ter em conta (a) uma abordagem sistémica e ecológica do ambiente educativo, (b) a organização do grupo, do tempo e do espaço, (c) a organização do meio institucional, (d) a relação com os pais e outros parceiros educativos, e (e) a organização do ambiente educativo e o papel do/a educador/a.

As áreas de conteúdo definidas têm subjacente a ideia da continuidade educativa correspondendo a uma chamada de atenção para aspectos a contemplar, mas que devem ser vistos de forma articulada, ou seja, numa perspectiva globalizante, através da importância dada a conteúdos transversais e à abordagem transdisciplinar do ensino e da aprendizagem. Com esta abordagem, as diferentes áreas de conteúdo deverão ser vistas como meios de facilitar a planificação, a acção e a avaliação do/a educador/a e não como compartimentos estanques a serem abordados sucessivamente.

São as seguintes as áreas de conteúdo:

- Formação Pessoal e Social;
- Expressão e Comunicação
- Conhecimento do Mundo.

A área da Expressão e Comunicação engloba os Domínios das Expressões (expressão motora, expressão dramática, expressão plástica e expressão musical), o Domínio da Linguagem Oral e Abordagem à Escrita e o Domínio da Matemática.

No que respeita ao Domínio da Matemática defende-se que “ *o papel da matemática na estruturação do pensamento, as suas funções na vida corrente e a sua importância para aprendizagens futuras, determina a atenção que lhe deve ser dada na educação pré-escolar, cujo quotidiano oferece múltiplas possibilidades de aprendizagens matemáticas. Cabe ao educador partir das situações do quotidiano para apoiar o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático, intencionalizando momentos de consolidação e sistematização de noções matemáticas*” (pp73). É valorizada a manipulação de objectos como meio de ajudar o desenvolvimento de conhecimentos e capacidades matemáticas no domínio dos números, da geometria e da medida. Apela-se à utilização de jogos (simbólicos ou não) e de materiais manipuláveis estruturados e/ou não estruturados.

Embora não o explicitando como, afirmam que “ *a matemática, como forma de pensar sobre o mundo e de organizar a nossa experiência, implica procurar padrões, raciocinar sobre dados, resolver problemas e comunicar resultados.*” (pp. 78)

Esta falta de explicitação tem conduzido, ao longo do tempo, a interpretações muito diversas e cientificamente pouco correctas quanto ao que se entende, hoje, dever ser a matemática no pré-escolar. A experiência de trabalho nesta área, permite-nos dizer que, de facto, a matemática que se vive nas salas de Jardim-de-Infância resulta, a maior parte das vezes, do mero aproveitamento de situações ocasionais vividas no quotidiano, com pouca intencionalidade matemática. Exemplo disso são muitas das rotinas diárias (como por exemplo o preenchimento do quadro de presenças ou o acto de pôr a mesa para o almoço) que, normalmente, são actividades realizadas pelas crianças sem que estas compreendam por que o fazem de determinado modo, e sem que seja feita a necessária exploração das ideias matemáticas envolvidas e dos procedimentos utilizados.

Assim, passados quase vinte anos da sua publicação e analisados os resultados de estudos realizados sobre a sua aplicação, a Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC) decidiu ser oportuna a

elaboração de documentos que explicitem e orientem a concretização das OCEPE, proporcionando uma maior compreensão das mesmas, de modo a torná-las mais operacionais.

De entre estes documentos, duas brochuras pertencem ao domínio da Matemática (Sentido de Número e Organização de Dados e Geometria) e procuram articular teoria e prática, no sentido de proporcionar ao educador um instrumento útil ao seu desempenho profissional. Têm sido implementadas algumas acções de formação dirigidas aos profissionais de educação de infância com o objectivo da sua divulgação e apropriação das ideias apresentadas.

A breve análise que realizámos, permite-nos dizer que, na maioria dos países latinos analisados as orientações relativamente à matemática no pré-escolar são muito vagas. Esta indefinição levanta alguns problemas uma vez que pode proporcionar situações onde simultaneamente subsistam práticas curriculares onde a matemática surge sem qualquer intencionalidade, ou tendo subjacente teorias piagetianas que condicionam as propostas a apresentar ignorando as capacidades das crianças, ou, ainda, práticas demasiado escolarizadas (centradas em trabalho com lápis e papel a partir de fichas pré-concebidas).

Por outro lado, verificamos que em quase todos os países anglo-saxónicos analisados a educação pré-escolar é obrigatória e existe um currículo de matemática. O conhecimento que temos do trabalho realizado nestes países leva-nos a considerar que, em qualquer deles, a filosofia subjacente se aproxima da orientação que é defendida nesta investigação (com particular ênfase para o que sucede na Holanda).

## 5 - A pertinência do estudo

Num momento em que o insucesso em matemática é uma realidade em Portugal (Relatório PISA 2003, Provas Aferidas relativas ao 1º ciclo do ensino básico) e em alguns outros países, torna-se pertinente a análise das razões desta situação, bem como a definição de estratégias que conduzam, a médio prazo, à inversão dos resultados com que nos deparamos.

Considerando que é necessário investir nas primeiras experiências matemáticas das crianças no sentido de, desde cedo, desenvolverem atitudes favoráveis face a esta disciplina e confiança nas suas capacidades matemáticas, parece pertinente um trabalho de investigação que analise como se processa o desenvolvimento do sentido de número e o estabelecimento de relações numéricas em crianças em idade pré-escolar, assim como promova esse mesmo desenvolvimento.

O reconhecimento precoce da matemática como um poderoso instrumento de comunicação e de interpretação do real, feito de modo lúdico e criativo, em contextos familiares, ajuda as crianças a terem confiança nos seus cálculos e estimativas e a desenvolverem um apurado sentido de curiosidade sobre os caminhos da matemática e sobre o modo como ela está presente e se envolve no nosso quotidiano.

Paralelamente à aquisição de conhecimentos matemáticos e ao desenvolvimento de competências matemáticas, é fundamental desenvolver o gosto e o prazer em aprender matemática. Ousamos dizer que o sucesso matemático das crianças, a longo prazo, será tanto mais significativo, quanto maior for a qualidade das experiências matemáticas realizadas no pré-escolar.

Assim, tendo como cenário a emergência da matemática, torna-se importante questionarmo-nos sobre como criar condições que permitam o desenvolvimento de pensamento divergente e criativo, como criar condições que promovam o confronto de ideias com os outros, como criar condições que facilitem uma aprendizagem significativa

Numa outra análise, este estudo poderá, também, contribuir para contrariar determinados mitos consensuais em alguns espectros não bem definidos da sociedade portuguesa (e não só) que aceitam com naturalidade o insucesso a matemática de crianças e jovens, atribuindo-o a “falta de capacidades inatas”, a questões de hereditariedade, a algo inalterável. Na sociedade actual, é fundamental que, desde muito cedo, as crianças desenvolvam o seu poder matemático em crescimento, enfrentando com confiança as situações problemáticas com que são confrontados no seu dia-a-dia, compreendendo que a matemática as ajuda a dar sentido, a compreender e a intervir nessas situações, acreditando que conseguem sempre ir mais além. Trata-se de, desde muito cedo, fomentar uma cultura positiva sobre a matemática, a sua utilidade e importância, conceptualizando-a como um instrumento acessível a todos e a que todos têm direito.

Nesta faixa etária, os vários níveis de conhecimento matemático reflectem, não falta de capacidades, mas sim falta de oportunidades de aprendizagem. Assim sendo, é fundamental que o educador esteja atento à construção que a criança vai fazendo do universo matemático.

Para que este processo de acompanhamento se revele adequado vários são os aspectos relativos à sua concepção sobre a matemática e o seu ensino sobre os quais o educador de infância deve reflectir:

- Em primeiro lugar, a concepção que o educador tem sobre a matemática e sobre o seu ensino. Considerando que para estes profissionais não é fácil distinguir entre o conhecimento matemático e o conhecimento da matemática escolar, as tarefas matemáticas que o educador propõe às crianças são, normalmente, reflexo do que pensam sobre a matemática e como sentem a matemática e o seu ensino;

- Em segundo lugar, a sua atitude em relação à matemática, o que envolve a análise da sua relação com esta ciência que, muitas vezes, tem por detrás um passado escolar de insucesso, originando uma falta de motivação para experiências de aprendizagem com intencionalidade matemática;

- Em terceiro lugar, o modo como encara a matemática no Jardim de Infância (que matemática, e de que modo). Muitos educadores vêm a



matemática como algo abstracto, difícil e complexo, desligado da realidade e do quotidiano das crianças pelo que as situações de aprendizagem se limitam ao conhecimento de algumas formas geométricas e de alguns termos da sequência numérica;

- Finalmente, qual o seu papel no processo de aprendizagem das crianças. Há que não destruir a espontaneidade da criança, há que lhe criar condições para que desenvolva auto-confiança nas suas capacidades matemáticas, há que a ajudar a tornar-se progressivamente mais autónoma e responsável em relação às suas aprendizagens matemáticas.

Ponte et al. (1998) referem a falta de investigação em educação matemática nos primeiros anos. Os autores afirmam que, em Portugal *“Faltam, em primeiro lugar, estudos decorrentes das teorias de Piaget que relacionem os aspectos cognitivos com os sociais (...). Faltam também trabalhos estudando detalhadamente os processos de construção do conceito de número, e investigações que procurem caracterizar o sentido de número, por exemplo.”* (pp. 133).

Assim, na tentativa de contribuir para o conhecimento neste domínio, este estudo procura compreender como se desenvolvem as competências numéricas das crianças em idade pré-escolar e evidenciar, como, em contextos significativos, se pode promover o desenvolvimento de cada criança respeitando a individualidade de cada uma delas.

Trata-se de um estudo exploratório, descritivo e compreensivo, onde, a partir de uma cadeia de tarefas construída tendo por base um hipotético percurso de aprendizagem, se procura desenvolver o sentido de número e desenvolver atitudes favoráveis face à matemática. São valorizadas as interações entre as crianças e entre estas e os adultos, no sentido de estimular a comunicação de raciocínios, ideias e procedimentos em situações de resolução de problemas.

Estamos, porém, conscientes das dificuldades inerentes ao trabalho com crianças tão pequenas, onde a consistência das aprendizagens realizadas não

é nunca muito sustentável e, principalmente, tudo o que respeita ao desenvolvimento de atitudes é altamente subjectivo e não possível de ser avaliado. Para além disso, acresce a questão da clareza e veracidade das interpretações que damos às ideias e aos procedimentos das crianças que, no entanto, tentámos que traduzisse a verdade dos acontecimentos.

## **II**

# **Fundamentação Teórica**



Neste capítulo apresentamos os contributos dos diferentes autores que fundamentaram esta investigação.

Iniciamos com a complexa tentativa de clarificar o que se entende por sentido de número, referindo, em seguida, o modo como se desenvolve o sentido de número.

Considerando a relação próxima que se pode estabelecer entre sentido de número e conceito de número, abordamos os fundamentos do conceito de número (perspectiva piagetiana), apresentando, de seguida, uma visão crítica do pensamento deste investigador, segundo as perspectivas de diferentes autores e que levam ao estabelecimento de relações entre estas duas ideias .

Descrevemos, finalmente, como se desenvolvem as competências numéricas das crianças, apoiando-nos em investigações recentes.



# I

## O sentido de número

### 1 - O que se entende por sentido de número

O sentido de número é uma expressão que surge na literatura há cerca de 20/25 anos. Embora os pontos de intersecção que possui em relação ao conceito de número sejam bastantes, trata-se de duas ideias distintas. O conceito de número, indissociavelmente ligado a Piaget, diz respeito a uma construção bem definida ligada às estruturas cognitivas de cada indivíduo e que se vai desenvolvendo ao longo dos estádios do seu desenvolvimento. Assim, uma vez que a ordem hierárquica do desenvolvimento psicogenético dos conceitos (e em particular do conceito de número), independentemente de qualquer tipo de estimulação, não pode ser invertida, ela deve ser respeitada. Este é precisamente um dos aspectos que distingue conceito de número de sentido de número.

Entende-se, neste estudo, que sentido de número não é sinónimo de conceito de número. Podemos mesmo dizer que um bom desenvolvimento do sentido de número tem subjacente um bom conceito de número, mas que o recíproco não é verdadeiro. Muitas vezes somos confrontados com adultos com alguma formação matemática e um bom conceito de número, mas que revelam uma grande falta de sentido de número.

Sentido de Número é aqui entendido, de acordo com Castro e Rodrigues (2008) como *“dizendo respeito à compreensão global e flexível dos números e das operações, com o intuito de compreender os números e as suas relações e desenvolver estratégias úteis e eficazes para cada um utilizar no seu dia-a-dia, na sua vida profissional ou enquanto cidadão activo. É, pois, uma construção entre números e operações, de reconhecimentos numéricos e modelos construídos com números ao longo da vida e não apenas na escola. Inclui ainda a capacidade de compreender o facto de que os números podem ter*

*diferentes significados e podem ser usados em contextos muito diversificados”* (pp. 11).

Vários autores têm caracterizado o que se entende por sentido de número. O termo, de difícil definição, refere-se, de acordo com Greeno (1991), a várias e importantes capacidades que incluem o cálculo mental flexível, a estimativa de quantidades numéricas e os julgamentos quantitativos. Segundo o autor, reconhecemos exemplos de sentido de número, mas não temos definições satisfatórias que distingam as suas características. Este investigador afirma que o conhecimento aliado ao sentido de número é um conhecimento especializado, resultante de uma ampla actividade em interacção com vários recursos deste domínio de conhecimento, de modo a utilizá-los em variadas actividades (observação e compreensão de padrões, resolução de problemas, generalização de resultados). Greeno (1991) reforça a importância do ambiente de aprendizagem, entendendo-o como uma construção social feita pelos próprios alunos quando interagem entre si e com o professor relativamente a quantidades e números. Neste ambiente, todos os actores participam em discussões onde desenvolvem e discutem o sentido dos termos, compreendendo o significado dos números e das quantidades envolvidas em situações problemáticas nas quais se envolvem.

No mesmo sentido, Hope (1993) afirma que, apesar de não poder ser definido com precisão, conseguimos facilmente reconhecer situações onde se sente a falta de sentido de número. Este, tem a ver com algumas capacidades relacionadas, de um modo não muito bem definido, com determinados procedimentos, tal como acontece com o “senso comum” ou o “savoir faire”, que também não se definem com objectividade. Segundo o autor, se queremos que as crianças desenvolvam um bom sentido de número, precisamos de trabalhar com informação quantitativa quotidiana garantindo o envolvimento das crianças em trabalho numérico para elas significativo, gastando menos tempo no ensino da aritmética rotineira e irrelevante. Os problemas rotineiros, que prevalecem nas escolas nos primeiros anos de ensino formal, contribuem pouco para o desenvolvimento do sentido de número. Assim, há que enfatizar os processos de pensamento sobre os procedimentos utilizados quando os



alunos resolvem problemas e quando interpretam as respostas obtidas através desse procedimentos (Hope, 1993).

Reforçando estas ideias, Markovits e Sowder (1994), afirmam que grande parte das características de sentido de número se foca na sua natureza intuitiva, no seu desenvolvimento gradual e nos processos através dos quais se manifesta. Salientam, no entanto, que devemos considerar o desenvolvimento do sentido de número como um dos maiores objectivos do ensino elementar da matemática.

Para Novakowski (2007), sentido de número vai para além da capacidade de contar objectos, escrever numerais ou, mesmo, realizar subitizing. Envolve, também, a capacidade de, por exemplo, identificar o que é cinco numa grande variedade de contextos e representações, compreender o que indica o símbolo “5” e interiorizar como o cinco pode ser representado e visualizado de diferentes modos. Tem a ver com aquilo que Howden (1989) descreve como uma boa intuição sobre os números e as suas relações. O autor (Howden, 1989) salienta a importância da visualização dessas relações entre números numa grande variedade de contextos, pois afirma que o sentido de número se desenvolve gradualmente, fruto dessas múltiplas explorações numéricas. Pondo em causa a qualidade da maioria dos manuais escolares, que se limitam, muitas vezes, a uma orientação para tarefas de lápis e papel ligadas aos algoritmos tradicionais, reforça as ideias de Hope (1993) e salienta o papel do professor na criação de um ambiente de aprendizagem que motive a curiosidade e a exploração, levando os alunos a “fazerem matemática”.

McIntosh et al. (1992) confirmam a falta de clareza da origem da expressão, ressaltando, no entanto, que a sua origem se deve à necessidade de substituir o termo “numeracia” por outro, mais de acordo com uma visão actualizada e dinâmica da matemática, integrado naquilo a que a investigação actual refere como literacia matemática.

Na realidade, segundo Askew (1999), “*numeracy is the ability to process, communicate and interpret numerical information in a variety of contexts*”, definição segundo a qual é valorizada a vertente mais escolarizante do termo

em detrimento da questão da atitude do sujeito perante estes variados contextos numéricos, omitindo, portanto, a importância do grau de afectividade que estes (fundamentalmente as crianças) devem estabelecer com os números e as situações que os envolvem. Também Liedtke (1997) parece desvalorizar esta vertente afectiva do sentido de número ao considerá-lo apenas como uma componente chave da literacia matemática, na medida em que contribui para o desenvolvimento de pensamento flexível, elemento base da capacidade de resolver problemas.

Em qualquer dos pontos de vista apresentados, parece sobressair a ideia de que ter sentido de número é muito mais do que um simples acumular de factos isolados. Em termos conceptuais, sentido de número inclui o reconhecimento da magnitude relativa dos números, o efeito das operações sobre os números e o desenvolvimento de referenciais relativamente a quantidades discretas e contínuas. Em termos operacionais, envolve a capacidade para utilizar os números de modo flexível em cálculos e estimativas, avaliar a razoabilidade de resultados, a facilidade em lidar com as diferentes representações numéricas e o relacionar números, símbolos e operações. Deve, ainda, acrescentar-se uma terceira dimensão, precisamente aquela que diz respeito aos aspectos afectivos e que pode ser determinante na atitude dos sujeitos perante os números em particular e a matemática em geral e que se reflectirá na concepção que vão formando relativamente a esta ciência.

O Programme for International Student Assessment (PISA, 2000), na definição que apresenta de Literacia Matemática, inclui aspectos directamente relacionados com o sentido de número. Define a Literacia Matemática como a *“capacidade de um indivíduo para identificar e compreender o papel que a matemática desempenha no mundo, para formar juízos de valor convenientes e matematicamente fundamentados e para fazer uso da matemática por formas que vão de encontro às suas necessidades presentes e futuras, enquanto cidadão preocupado, responsável e produtivo”*. Embora não utilizando a expressão “Sentido de Número”, nesta definição espelham-se as suas três dimensões acima referidas.

É neste sentido, e também contemplando a expressão em todas as suas vertentes, que McIntohs e al. (1992) consideram que, na sua visão mais simples, o sentido de número diz respeito a todos os indivíduos, afirmando que deverá ser um objectivo obrigatório da educação de todos os cidadãos, independentemente da sua profissão. Defendem que o nível de aquisição do sentido de número é, para adultos e crianças de hoje, superior ao de ontem uma vez que, na era da tecnologia, possuir sentido de número é um dos atributos que mais distingue o Homem do computador. Para estes autores, sentido de número refere-se à compreensão geral dos números e operações (dimensão conceptual) e à destreza e predisposição para usar essa compreensão de modo flexível (dimensão operacional). Reflecte uma tendência e habilidade para usar os números e os métodos quantitativos como meio de comunicação, processamento e interpretação da informação. É algo altamente pessoalizado e relaciona-se com as ideias que desenvolvemos sobre os números e com o modo como essas ideias se relacionam entre si e com outras ideias (dimensão afectiva). De acordo com os autores, é algo que parece ser maior do que a soma das suas partes.

Ao contrário de muitas ideias matemáticas, o sentido de número não se desenvolve paralelamente á idade de um indivíduo. De facto, se entendermos sentido de número como um complexo conjunto de conceitos que se inter-relacionam, compreendemos que o seu desenvolvimento não ocorre, na maior parte dos alunos, de forma natural. Surgem muitas vezes bloqueios de ordem diversa, sendo o mais poderoso de todos a pressão que a escola ainda exerce para que os alunos utilizem os algoritmos standarts quando efectuam operações numéricas. A ênfase neste tipo de algoritmos leva a que os alunos neles se centrem e por eles optem em qualquer situação, uma vez que permitem uma utilização mecanizada, sem qualquer tipo de compreensão.

Reys (1994) apresenta-nos algumas ideias sobre a sua concepção de um aluno com sentido de número:

- Olha holisticamente para um problema, antes de se deter nos detalhes;

- Olha para as relações entre os números e operações e tem em conta o contexto no qual o problema se coloca;
- Escolhe ou inventa um método que seja adequado à compreensão e interpretação que fez da situação;
- Reflecte sobre os resultados encontrados, analisando a sua plausibilidade relativamente ao contexto em que se insere.

Mas, de acordo com a autora (Reys, 1994) o sentido de número é algo que não se impõe. É construído por cada indivíduo de acordo com as suas capacidades, as suas vivência, o ambiente envolvente e a interacção que com ele estabelece. Apesar de se poderem proporcionar experiências de aprendizagem que potenciem o seu desenvolvimento, tem que ser o próprio indivíduo a estar emocionalmente envolvido nessas experiências (dimensão afectiva). Não se trata de um conhecimento que os alunos possuem ou não possuem mas sim um processo que se desenvolve gradualmente, ao longo da vida, fruto das conexões que se estabelecem entre novas experiências e conhecimentos anteriormente construídos. Inclui a capacidade de as crianças usarem, confortavelmente e com segurança os números, para expressarem relações matemáticas surgidas quotidianamente.

Uma investigação realizada por Aunio (2005) na qual participaram cerca de 2000 crianças finlandesas e chinesas entre os 4 e os 8 anos, evidencia, de algum modo, como o desenvolvimento do sentido de número está relacionado com o envolvimento que os indivíduos colocam nas experiências numéricas. O trabalho implementado teve como objectivos:

- Desenvolver instrumentos para avaliar o sentido de número nos primeiros anos (a base para essa construção foi o instrumento holandês “Early Numeracy Test” adaptado ao contexto finlandês);
- Comparar o desenvolvimento do sentido de número em contextos diversos (diferentes países, diferentes sexos, diferentes linguagens);
- Investigar a possibilidade de promover o desenvolvimento do sentido de número através de programas de instrução estruturados.

Das conclusões obtidas sobressaem as seguintes:

- Não foram encontradas diferenças significativas entre as variáveis sexo;

- As crianças chinesas evidenciaram um maior desenvolvimento do sentido de número. As justificações apresentadas centram-se no facto de as crianças chinesas iniciarem o ensino formal um ano antes das finlandesas, na constatação de que o ensino pré-escolar chinês é bastante mais estruturado que o finlandês, na valorização que culturalmente a China dá à aprendizagem em geral e à aprendizagem matemática em particular e, ainda, em questões de linguagem uma vez que a sequência numérica chinesa é completamente padronizada segundo a base dez (o que facilita a sua aprendizagem) enquanto a finlandesa (tal como na maioria dos países europeus) apresenta irregularidades até 15 ou até 20;

- A utilização de programas de instrução, apesar de evidenciar, a curto prazo, melhores resultados no grupo experimental, não parece significativa uma vez que essas diferenças quase se anulam quando o teste é repetido após seis meses.

Estes resultados mostram que, apesar de ser importante a promoção do desenvolvimento do sentido de número das crianças, ela não deve ser feita através de programas descontextualizados e forçados em que a importância do envolvimento das crianças nas experiências de aprendizagem não é tido em conta, uma vez que proporciona um tipo de aprendizagem que não é significativa e que se dilui ao longo do tempo.

Um outro estudo desenvolvido por Yang (2003), salienta as ideias até aqui apresentadas apontando cinco componentes do sentido de número:

- (1) Compreender o significado básico dos números;
- (2) Reconhecer a magnitude dos números;
- (3) Utilizar números de referência e factos numéricos básicos em diversas situações;
- (4) Compreender o efeito relativo das operações sobre os números
- (5) Desenvolver estratégias diversificadas e apropriadas de resolução de problemas numéricos e avaliar a razoabilidade dos resultados

Nos documentos curriculares mais recentes, podemos encontrar referências incisivas relativamente ao desenvolvimento do sentido de número. Assim, e de acordo com Cebola (2000), o NCTM (1989) aponta para a importância:

- *Do desenvolvimento dos conceitos elementares de número;*
- *Da exploração das relações entre números através de materiais manipulativos;*
- *Da compreensão do valor relativo dos números;*
- *Do desenvolvimento da intuição do efeito das operações sobre os números;*
- *Do desenvolvimento de referenciais para medir objectos comuns e situações do mundo que nos rodeia,*

E refere quatro componentes importantes do sentido de número.

- *Compreender o sentido da operação;*
- *Conhecer modelos e as propriedades das operações;*
- *Identificar relações entre as operações*
- *Tomar consciência dos efeitos de uma operação sobre um par de números.*

Mais recentemente a reformulação dos Standarts (2000) reflecte a mesma linha orientadora, considerando como finalidades do ensino da matemática específicas dos números e operações:

- A compreensão dos números e formas de representação, relações e sistemas numéricos,
- A compreensão dos significados das operações e o modo como se relacionam entre si;
- O cálculo com fluência e a realização de estimativas plausíveis.

Refere-se especificamente que, no seu trabalho com os números, os alunos vão progressivamente desenvolvendo flexibilidade de pensamento com os números (o que constitui uma característica inerente ao sentido de número), apresentando um leque alargado de sugestões metodológicas orientadas com essa intenção. Em particular, afirma-se que, nos graus pré-k-2, os professores devem ajudar os alunos a:

- Desenvolverem o sentido de número (números inteiros), representarem-nos e utilizarem-nos de modo flexível, relacionando, comparando e decompondo os números;

- Relacionarem os termos numéricos e os numerais com as quantidades que representam, usando variados modelos físicos e representações.

Também em Portugal, nos últimos anos, têm surgido, em documentos oficiais, diversas referências ao desenvolvimento do sentido do número.

Abrantes et al, (1999, p.46) afirmam que os alunos devem desenvolver determinadas competências intimamente ligadas ao sentido de número, consonantes com as ideias que temos vindo a apresentar, nomeadamente:

- O reconhecimento da diversidade de representações dos números bem como a sua adequação a determinadas situações;
- A compreensão do sentido das operações;
- A capacidade para decidir, perante um problema, que tipo de cálculo é mais adequado, que estratégia utilizar e a razoabilidade do resultado encontrado.

Na mesma perspectiva, o *Currículo Nacional do Ensino Básico* (2000) define, entre outras competências essenciais a desenvolver ao longo da escolaridade básica, “a aptidão para decidir sobre a razoabilidade de um resultado e de usar, consoante os casos, o cálculo mental, os algoritmos de papel e lápis ou os instrumentos tecnológicos (p.57).

No que respeita aos números e ao cálculo apontam para:

- *A compreensão global dos números e operações e a sua utilização de maneira flexível para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis de manipulação dos números e das operações,*
- *O reconhecimento e a utilização de diferentes formas de representação dos elementos dos conjuntos numéricos, assim como das propriedades das operações nesses conjuntos;*
- *A aptidão para efectuar cálculos mentalmente, com os algoritmos de papel e lápis ou usando a calculadora, bem como para decidir qual dos métodos é apropriado à situação;*

- *A sensibilidade para a ordem de grandeza dos números, assim como a aptidão para estimar valores aproximados de resultados de operações e decidir da razoabilidade dos resultados obtidos por qualquer processo de cálculo ou por estimação;*
- *A predisposição para procurar padrões e regularidades numéricas em situações matemáticas e não matemáticas e o gosto por investigar relações numéricas, nomeadamente em problemas envolvendo divisores e múltiplos de números ou implicando processos organizados de contagem;*
- *A aptidão para dar sentido a problemas numéricos e para reconhecer as operações que são necessárias à sua resolução, assim como para explicar os métodos e o raciocínio que foram usados.*

Os novos programas de Matemática para os três ciclos do ensino básico reforçam claramente estas ideias surgindo a expressão “sentido de número” recorrentemente.

O tema Números e Operações, comum a todos os ciclos, tem por base três ideias fundamentais, uma das quais é *desenvolver o sentido de número*, considerado como um dos propósitos principais de ensino.

Ao nível dos primeiros anos, as indicações metodológicas valorizam as explorações que permitam evidenciar relações numéricas consideradas pilares para o desenvolvimento do sentido de número nos seus múltiplos aspectos.

Com a mesma intenção aponta-se a representação horizontal do cálculo numérico, a importância de proporcionar situações diversificadas conducentes ao desenvolvimento do cálculo mental, intimamente relacionado com o desenvolvimento do sentido de número, assim como se reforça a necessidade da criação de contextos do dia-a-dia que sejam significativos para os alunos.

Esta perspectiva é continuada à medida que se vai avançando na escolaridade e que se vai alargando o universo numérico dos alunos,



reconhecendo-se, ao longo de todo o documento, referências bastante explícitas ao desenvolvimento do sentido de número perspectivando-o de acordo com o que temos vindo a apresentar.

Podemos assim, sintetizar, dizendo que ter sentido de número implica necessariamente um bom conceito de número mas que o recíproco não é verdadeiro. Sendo duas ideias que se vão desenvolvendo, não paralelamente, mas com inúmeros pontos de intersecção há necessidade de não as confundir mas sim de ter consciência das suas diferenças e procurar desenvolvê-las de um modo integrado e abrangente.

Sentido de Número, é, pois, uma construção de relações e de modelos numéricos realizada ao longo da vida e não apenas na escola, englobada naquilo a que Steen (2002) refere como a literacia quantitativa e que envolve uma matemática activamente relacionada com o mundo que nos rodeia.

## 2 - Como se desenvolve o sentido de número

A aquisição do sentido de número é um processo gradual e evolutivo que se inicia muito antes do ensino formal. Evidencia-se muito cedo, quando as crianças pensam sobre números e tentam que eles façam sentido (McIntosh e al., 1992), embora não haja um paralelismo entre a idade das crianças e a evolução do sentido de número (mesmo nas suas acções mais básicas). Na realidade, embora muitas crianças exibam estratégias criativas e eficientes quando operam informalmente com números, por vezes, a entrada no ensino formal, ao desvalorizar esses métodos informais, fragiliza os alicerces das aprendizagens consequentes que deixam de se poder suportar nesses mesmos métodos informais, fundamentalmente se, como refere Kamii (1985), o ensino é orientado para o conhecimento puramente técnico da matemática, em particular para a aritmética de lápis e papel, enfatizando os algoritmos formais.

De facto, se calcular com sentido de número significa que cada indivíduo deve, em primeiro lugar, olhar para os números e só depois decidir que estratégia de cálculo se coaduna e é eficiente para dar resposta ao problema em discussão, então os algoritmos formais, apesar de servirem para todos os números, não correspondem ao modo como as pessoas tendem a pensar nos números e desencorajam os alunos a reflectirem sobre eles quando efectuam cálculos (Sowder, 1988).

Greeno (1991) apresenta-nos duas visões contraditórias relativamente ao desenvolvimento do sentido de número. Aponta, por um lado, vários estudos que concordam que desenvolver o sentido de número é um desígnio fora da educação matemática, considerando as suas várias manifestações como reflexos de uma condição básica e geral do conhecimento no domínio conceptual dos números que se vai adquirindo progressivamente ao longo da vida. Complementarmente, refere uma visão alternativa, mais consensual, que considera o cálculo mental flexível, o cálculo por estimativa, os julgamentos quantitativos, as inferências e outros indicadores de sentido de número como destrezas a incluir em programas educativos nos quais os alunos as possam

adquirir. É talvez motivado por estas duas perspectivas, que o autor (Greeno, 1991) defende que o sentido de número é um termo que requer uma análise teórica, mais do que uma definição, afirmando que é necessária uma teoria que identifique as propriedades importantes que permitem o seu reconhecimento e a maneira como essas propriedades interagem de modo a produzir o fenómeno.

Exemplos clarificadores da ideia da importância do reconhecimento de sentido de número podem ser encontrados com facilidade. Por exemplo, um estudo realizado por Zanzali e Ghazali (1999) analisou o desempenho de crianças do 4º ano de escolaridade quando confrontadas com um teste envolvendo questões relacionadas com o sentido de número. As questões foram apresentadas em dois formatos distintos. Um abordava o sentido de número numa perspectiva mais compreensiva (por exemplo, pedia-se aos alunos que estimassem o resultado de  $5/6+8/9$  oferecendo três hipóteses de resposta); outras, numa abordagem mais mecanicista (relativamente aos mesmos números, pedia-se que realizassem a operação  $5/6+8/9$ ). O estudo desenvolvido pelas autoras organizou a análise do sentido de número em cinco categorias: (a) conceito de número; (b) múltiplas representações; (c) efeito das operações; (d) equivalência de expressões e (e) estratégias de contagem e de cálculo. Os resultados obtidos permitiram concluir que os alunos envolvidos evidenciaram maiores dificuldades relativamente às três primeiras categorias em ambas as abordagens. No entanto, essas dificuldades foram significativamente menores nos itens envolvendo cálculos escritos, do que naqueles envolvendo aspectos relacionados com a vertente mais compreensiva do sentido de número.

Também McIntosh e al. (1992) referem duas situações onde claramente reconhecemos a existência de sentido de número e a sua ausência. O autor relata um episódio em que uma criança, quando confrontada com a operação  $37+25$ , utilizando estratégias de cálculo mental facilmente encontra o resultado (dá saltos de 10 em 10 e depois junta 5) em oposição com outro episódio em que uma empregada de uma loja (um adulto), ao ter que indicar o preço de duas agendas (sujeitas a um desconto para metade) efectuou o cálculo com

lápiz e papel para determinar o preço de uma agenda (que inicialmente era de 2.50 €), repetiu o procedimento para a outra agenda e finalmente adicionou os valores obtidos, revelando, como se constata, uma total ausência de sentido de número.

### *O sentido de número no ensino formal*

Apesar da importância do desenvolvimento do sentido de número ser unanimemente reconhecida na teoria, o termo é relativamente recente nos currículos e, principalmente, nas práticas pedagógicas.

Markovits e Sowder (1994) afirmam que os alunos sujeitos a um ensino tradicional (mesmo tendo, formalmente, desenvolvido um correcto conceito de número) não conseguem, em muitas situações, evidenciar um bom sentido de número. De acordo com as autoras, falta a estes alunos a riqueza conceptual que lhes permite descobrir regras e inventar algoritmos, actividades que consideram fundamentais para desenvolver flexibilidade no uso dos números. Foram estas ideias que procuraram evidenciar num estudo desenvolvido com alunos de 13 anos numa escola dos EUA. Os alunos, depois de sujeitos a um processo de aprendizagem significativa e contextualizada que valorizou a utilização de estratégias de cálculo mental na resolução de problemas envolvendo números fraccionários, evidenciaram mudanças significativas na utilização que passaram a fazer dos números e das operações, privilegiando estratégias flexíveis e consistentes, visíveis, mesmo seis meses após a realização do estudo.

Na mesma linha de pensamento, Howden (citado por Greeno, 1991) defende a importância do papel do professor na criação de um ambiente que motive a curiosidade e a exploração, levando os alunos a “fazerem matemática”. Um tal ambiente, deverá ser uma construção social em que todos os intervenientes (professor e alunos) interagem sobre quantidades e números, envolvendo-se em discussões no seio das quais desenvolvem e negociam o

significado dos termos e compreendem os números e as quantidades emergentes de situações significativas.

Reforçando estas ideias, Reys (1994), afirma que o sentido do número é um processo que se desenvolve e amadurece com o conhecimento e a experiência, que é um modo de pensar que atravessa todos os aspectos do ensino e da aprendizagem da matemática, e não um tópico que os alunos dominam ou não dominam. A autora (Reys, 1994) defende a criação de um ambiente de aprendizagem que encoraje a exploração, o pensamento e a discussão, onde o professor, no decorrer das experiências matemáticas, facilita o desenvolvimento do sentido de número, seleccionando tarefas adequadas. Tais tarefas, de acordo com esta investigadora, são identificáveis pelas suas características comuns:

- Encorajam os alunos a pensarem no que fazem e a partilhá-lo com os outros;
- Promovem a criatividade e a investigação, permitindo múltiplas soluções e/ou estratégias de resolução;
- Ajudam os alunos a perceberem quando é suficiente uma estimativa ou quando necessitam de um resultado exacto; quando devem usar o cálculo mental, o cálculo com lápis e papel ou a calculadora;
- Ajudam os alunos a descobrirem e a compreenderem as regularidades na matemática e a perceberem as ligações entre a matemática e o mundo real;
- Mostram a matemática como uma excitante e dinâmica descoberta de ideias e relações.

Também no que diz respeito à educação matemática, McIntosh et al. (1992), apesar das suas considerações acerca do sentido de número irem para além de uma mera perspectiva curricular, apresentam um conjunto de ideias claramente adaptáveis ao currículo, assentes em três grandes blocos:

- *Conhecimento e destreza com os números* - englobando o sentido da regularidade dos números, as múltiplas representações dos números, o

sentido das grandezas absoluta e relativa dos números e os sistemas de referência;

- *Conhecimento e destreza com as operações* – incluindo a compreensão do efeito das operações, a compreensão das propriedades matemáticas e a compreensão da relação entre as operações;
- *Aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situação de cálculo* – contemplando a compreensão da relação entre o contexto do problema e os cálculos necessários, a consciencialização da existência de múltiplas estratégias, a apetência para usar uma representação ou um método eficiente e a sensibilidade para rever os cálculos e o resultado.

Na mesma linha de pensamento, Sowder (citado por Beswick, 2006) lista várias componentes que indicam (embora não o provem) e existência de sentido de número:

- a) Compreensão flexível dos números e das suas representações,
- b) Capacidade para lidar com números apropriadamente,
- c) Utilização compreensiva da relatividade da magnitude dos números,
- d) Conexões significativas entre símbolos e operações,
- e) Utilizar factos numéricos e estratégias flexíveis em situações de cálculo mental e de estimação,
- f) Sensibilidade para compreender que os números fazem sentido.

Podemos, portanto, considerar que o desenvolvimento do sentido de número está intimamente relacionado com o desenvolvimento da fluência de cálculo, na medida em que um não pode existir sem o outro. Um estudo realizado por Griffin (2006) procurou que, numa primeira fase, as crianças utilizassem o seu sentido de número para resolverem problemas, antes de qualquer tentativa para utilizar cálculos. Assim, e de acordo com a autora, as

crianças utilizaram a contagem para a resolução de problemas. Esta prática da utilização da contagem na resolução de problemas contribui para o desenvolvimento do sentido de número e de estratégias de cálculo progressivamente mais sofisticadas levando à emergência do conhecimento de factos numéricos básicos.

Diremos, de acordo com Griffin (2006), que o desenvolvimento do sentido de número é consequência do resultado de um processo complexo que se prolonga ao longo dos anos em que cálculos numéricos e sentido de número se entrecruzam numa relação dialéctica.

### *Investigações sobre o desenvolvimento do sentido de número*

Nos últimos anos têm sido desenvolvidos variados estudos relacionados com o modo como se desenvolve o sentido de número.

Entre 1999 e 2001, um projecto envolvendo várias universidades australianas, cerca de 70 escolas de ensino básico e mais de 11000 crianças entre os 5 e os 8 anos de idade analisou os progressos dos alunos no desenvolvimento matemático após a participação neste projecto de ensino. As crianças foram entrevistadas uma a uma pelos respectivos professores no início do projecto realizando um teste de cerca de 30-40 minutos sobre conceitos numéricos, após o que foram sujeitas a um programa de ensino visando o desenvolvimento das suas competências numéricas. O programa de ensino assentava basicamente em dois tipos de estratégias a utilizar na sala de aula: pedir aos alunos que explicassem os seus raciocínios e utilizar as questões colocadas pelos alunos e as suas explicações para ajudar outros alunos. No final do programa, as crianças realizaram novamente um teste. Os resultados obtidos foram considerados impressionantes, devido ao grande desenvolvimento observado relativamente ao modo como os alunos passaram a lidar com os números e com as operações.

Um interessante estudo assente numa perspectiva vygotskiana da aprendizagem, desenvolvido por Wood e Frid (2005), acentuando a importância de contribuir para que as crianças se tornem cidadãos numericamente literados, investigou a natureza do ensino/aprendizagem da numeracia numa turma heterogénea em termos etários. Foram enfatizadas as práticas dos professores e os ambientes de aprendizagem com o objectivo de obter informação relevante para as práticas curriculares.

O estudo envolveu uma turma de 44 crianças distribuídas entre os 5 e os 8 anos de idade, acompanhadas em permanência, e simultaneamente, por três professores. O papel dos professores, embora em determinadas situações tivesse algum directivismo, centrou-se, essencialmente, na orientação e acompanhamento, no sentido de favorecer a explicitação de ideias e procedimentos entre as crianças levando-as a apropriarem-se das suas próprias acções. O fulcro foi o desenvolvimento e o progresso de cada criança e não o estabelecimento de comparações entre elas. As experiências de aprendizagem realizadas na sala de aula centraram-se no trabalho cooperativo, proporcionando experiências de aprendizagem centradas no dia-a-dia dos alunos de modo a que cada criança fosse construindo o seu conhecimento de modo pessoal e significativo. Foram valorizados o raciocínio e comunicação, a capacidade de estabelecer conexões com o mundo real e de identificar, nos problemas propostos, características que os relacionassem com outros já familiares.

Os resultados obtidos evidenciam a importância da heterogeneidade da turma especificando que as crianças mais velhas desenvolveram os seus saberes uma vez que as interacções estabelecidas com as mais novas as ajudaram a consolidar o seu conhecimento conceptual, a sua auto-confiança e auto-estima. Por seu lado, as mais novas, também beneficiaram desta construção de conhecimento em colaboração com os colegas mais velhos. Concluem que todas as crianças desenvolveram o seu conhecimento matemático em sentido global pois este projecto incentivou-as a clarificarem as suas ideias, as suas dúvidas ajudando-as a compreenderem e reflectirem nos seus próprios processos de pensamento.



Um outro estudo longitudinal, ainda em curso, desenvolvido por Jordan, Kaplan, Oláh e Locuniak (2006), procura analisar os reflexos que o desenvolvimento do sentido de número no pré-escolar tem na aprendizagem matemática das crianças à entrada no ensino formal. O trabalho, ainda em campo, considera seis componentes fundamentais do sentido de número que iniciam o seu desenvolvimento no pré-escolar:

- Contagem (contagem oral e contagem de objectos);
- Conhecimento dos números (construção e decomposição de quantidades, comparação de magnitudes numéricas),
- Transformações numéricas (transformações de conjuntos através de adições e subtrações, cálculos em contexto e sem contexto);
- Estimação (estimação da magnitude de conjuntos, utilização de referencias);
- Padrões numéricos (copiar e continuar padrões numéricos, identificar relações numéricas).

### *O desenvolvimento do sentido de número em futuros professores*

Particularmente interessantes e importantes, são estudos recentes que têm alertado para a importância de incluir nos currículos de formação de futuros professores de matemática projectos que promovam o desenvolvimento do seu sentido de número considerando-o como uma componente fundamental da educação matemática.

Um estudo realizado por Kaminski (2002), assente numa perspectiva social construtivista da aprendizagem, teve a duração de 12 semanas durante as quais os alunos (futuros professores) tiveram oportunidade de construir e desenvolver ideias e procedimentos facilitadores do desenvolvimento de inter-relações dentro do seu conhecimento matemático, com particular ênfase para os aspectos relacionados com o sentido de número. Este processo de

aprendizagem colaborativa ajudou-os, também, a elevarem os seus níveis de interesse e confiança na matemática, facilitando-lhes um novo olhar sobre esta ciência e sobre o modo como irão trabalhar este tema com os seus futuros alunos.

Também Whitacre e Nickerson (2006) consideram essencial que professores e futuros professores possuam, eles próprios, um bom sentido de número pois só deste modo poderão proporcionar contextos que facilitem e promovam o desenvolvimento do sentido de número nos seus alunos. Whitacre, numa unidade curricular centrada nos números e operações, realizou uma experiência de aprendizagem com os seus alunos (futuros professores do ensino elementar), com o objectivo de desenvolver competências de cálculo mental e de estimativa. Criou uma trajectória hipotética de aprendizagem que implementou ao longo de um semestre lectivo, centrando-se numa perspectiva sociocultural da aprendizagem. A análise dos resultados feita pelos autores (Whitacre e Nickerson, 2006) sugere que os alunos desenvolveram o seu sentido de número, como resultado da sua participação e envolvimento nas actividades propostas a toda a turma. Defendem a importância dos resultados do seu estudo e os seus reflexos, quer no ensino, como na organização curricular e na formação de professores.

Um outro estudo australiano, desta vez realizado com educadores de infância em exercício (Perry e Dockett (2007), procurou ajudar estes profissionais no seu desenvolvimento profissional, através de um projecto (Southern Numeracy Initiative) cujo objectivo principal era colaborar com os professores no desenvolvimento das aprendizagens matemáticas dos seus alunos. O impacto da participação dos professores no projecto foi muito positivo relativamente às crenças, atitudes e conhecimentos sobre a educação matemática no pré-escolar e em particular no que respeita ao domínio numérico.

Concluindo, diremos que o desenvolvimento do sentido de número envolve uma forte dinâmica entre vivências, conceitos e procedimentos. Trata-se de um processo gradual, variável e individual, intrinsecamente ligado aos contextos onde ocorre. Reconhecendo a importância de um bom sentido de número por parte dos docentes, devemos valorizar a criação de contextos de aprendizagem que, em ambiente de interação social, valorizem as experiências individuais das crianças, promovam a explicitação das suas ideias e fomentem a experimentação das suas hipóteses.

Afirmamos, de acordo com Howden (1989), que, se no desenvolvimento do seu sentido de número, os alunos são orientados a partir da sua compreensão intuitiva dos números, então acreditam que a matemática faz sentido e tornam-se capazes de avaliar e reflectir sobre as suas ideias e procedimentos, desenvolvendo uma confiança duradoura nas suas capacidades matemáticas. Estas são premissas fundamentais para esse desenvolvimento que terá, certamente, reflexos nas suas futuras aprendizagens.

## II

### **Do conceito de número ao sentido de número**

Neste subcapítulo apresentam-se os estudos de diversos autores que fundamentam a nossa opção epistemológica no que respeita ao desenvolvimento numérico nos primeiros anos. Cruzando as ideias veiculadas por diferentes autores e apoiadas em variadas investigações procura-se evidenciar como a construção do sentido de número e do conceito de número se entrecruzam e se complementam no desenvolvimento das competências numéricas das crianças.

As primeiras aprendizagens matemáticas das crianças são hoje reconhecidas como fundamentais nas suas futuras atitudes e concepções relativamente a esta ciência. A problemática do desenvolvimento das primeiras noções matemáticas tem sido alvo de profunda investigação, quer no âmbito da matemática, quer no âmbito da psicologia.

A contagem é uma das primeiras expressões matemáticas da criança. Talvez por este motivo a investigação fundamental centra-se no desenvolvimento do conceito de número, apresentando-o sob diferentes paradigmas epistemológicos.

## 1 - Piaget e os seus seguidores

O trabalho de Piaget sobre o desenvolvimento cognitivo da criança, especialmente sobre conceitos quantitativos, tem merecido a maior atenção no domínio da educação, tendo sido unanimemente utilizado como modelo de aprendizagem e pilar orientador de metodologias de ensino.

Para este investigador o desenvolvimento da criança processa-se através de uma contínua transformação dos seus processos de pensamento.

Na perspectiva do autor, são 4 os estádios de desenvolvimento da criança:

- O período sensório-motor (até aos 2 anos);
- O período pré-operatório (dos 2 aos 7 anos);
- O período das operações concretas (entre os 7 e os 11/12 anos);
- O período das operações formais (nível adulto de pensamento).

Para Piaget (1964) a aprendizagem nos diferentes estádios é resultante da construção de esquemas cognitivos. Cada esquema cognitivo segue o mesmo padrão: a assimilação (transformação das percepções tornando-as compatíveis com os esquemas anteriores) é seguida pela acomodação (reajustamento dos esquemas anteriores em função das transformações sofridas), originando um equilíbrio adequado ao esquema cognitivo associado ao estágio de desenvolvimento em que o indivíduo se encontra. Posteriormente, novos acontecimentos virão a perturbar o equilíbrio encontrado e o esquema cognitivo requer um novo ajustamento tornando-se mais estável e mais adequado ao ambiente

De acordo com o autor, crianças em diferentes estádios de desenvolvimento não podem aprender os mesmos assuntos. Por exemplo, o desenvolvimento numérico da criança começa apenas no período das operações concretas, quando se inicia também o seu pensamento lógico e a criança se torna conservadora. Uma vez que Piaget considera que o número não é um conhecimento sensório-motor inato apreendido por observação, nem um conhecimento social resultante da acção de outros (explicação do

professor), defende que se trata de um conceito que se desenvolve por abstracção e reflexão, de um conhecimento lógico-matemático construído através de um processo mental e que só é consistente quando se torna significativo para a criança, ou seja, no período das operações concretas.

A investigação piagetiana tenta mostrar que antes do período das operações concretas a criança não raciocina logicamente. Por exemplo, ao pedir-se-lhe que forme dois conjuntos com 4 elementos, a criança, no período pré-operatório, ou não compreende o que se pretende, ou forma dois conjuntos que visualmente parecem iguais ou consegue responder ao solicitado apenas estabelecendo uma correspondência um a um (um para aqui, outro para ali). Somente no período das operações concretas é que a criança realiza a contagem para resolver o problema, evidenciando que, finalmente, a contagem se torna um instrumento de confiança. Antes disso, de acordo com Piaget, contar objectos pode ser até prejudicial, na medida em que, ao tocar ou apontar um objecto, a criança pode associar o número dito ao objecto, evidenciando não compreender, ainda, o processo de incrementação associado á contagem. Assim, Piaget afirma que a melhor maneira de contribuir para o desenvolvimento do número será, apenas, pedir à criança que compare dois conjuntos.

Na perspectiva de Piaget (1964), a construção do conceito de número faz-se paralelamente ao desenvolvimento do seu sentido lógico, ou seja, o período pré-lógico da criança (5/6 anos) corresponde ao seu período pré-numérico. O autor afirma que crianças desta idade não conservam a quantidade (perante disposições diferentes do mesmo número de objectos, não conseguem identificar que correspondem à mesma quantidade), apesar de, muitas vezes, realizarem contagens. Por outro lado, considerando que também não conseguem estabelecer correspondências termo a termo, nem compreendem o princípio da inclusão hierárquica (compreender que uma determinada quantidade inclui todas as que lhe são menores), conclui que será prematura e condenada ao insucesso, a tentativa de procurar desenvolver o estabelecimento de relações numéricas. Para os Piagetianos a aprendizagem não acontece se os esquemas cognitivos que lhe estão subjacentes não

estiverem ainda construídos. No caso do conceito de número, por exemplo, a noção de correspondência funciona como pré-requisito para o princípio da conservação do número. Ou seja, é fundamental conhecer e respeitar a ordem hierárquica do desenvolvimento psicogenético dos conceitos aritméticos, uma vez que, independentemente de qualquer tipo de estimulação, essa ordem não pode ser invertida, poderá, quando muito, ser acelerada. Neste ponto de vista, o número advém da interligação entre as noções lógicas de classificação e de relação assimétrica: os números são simultaneamente similares enquanto elementos de um mesmo conjunto e distintos uns dos outros numa relação de ordenação.

A investigação piagetiana sobre o desenvolvimento numérico na criança aparece, portanto, enquadrada no seu desenvolvimento lógico, defendendo que a aprendizagem de conceitos numéricos só poderá realizar-se após a aquisição de determinadas estruturas lógicas, nomeadamente as de classificação e de relação assimétrica, anteriormente referidas. De salientar ainda, que, de acordo com Piaget, o conhecimento da sequência numérica é um procedimento meramente social (tal como saber de cor uma cantiga) considerando-o secundário na construção dos conceitos numéricos.

Para este investigador, existiria um único conceito de número, acessível à criança apenas aquando da sua entrada no período das operações concretas, o momento em que a criança se torna capaz de, ao mesmo tempo, hierarquizar, ordenar e enumerar.

No entanto, e de acordo com Morgado (1988), os trabalhos realizados por Piaget e seus seguidores, mostram que *“a criança parece ter uma noção de número, ainda que incipiente, antes de ter construído as noções de seriação e inclusão de classes, o que levanta desde logo o problema de como podem aquelas noções servir de fundamento a algo que já está em construção.”*

Ainda de acordo com esta autora (Morgado, 1988), o problema de Piaget parece ter sido o facto de construir uma teoria com características rígidas o que o levou a desvalorizar evidências empíricas que apontavam no sentido da importância de condutas pré-numéricas na construção do conceito de número

quando comparadas com o desenvolvimento das noções lógicas de classificação e de ordenação.

Porém, de acordo com Nunes e Bryant (1998), trata-se de questões diferentes. Uma coisa é o desenvolvimento lógico da criança, outra, distinta, são as competências pré-numéricas que as crianças possuem e podem ser socialmente estimuladas para, face a situações problemáticas desafiadoras, desenvolverem informalmente estratégias numéricas que conduzam às soluções desses problemas.

Estamos, assim, perante uma outra posição epistemológica que considera o conhecimento da sequência numérica e a capacidade de contagem o ponto de partida para o desenvolvimento de conceitos numéricos.

Em síntese, Piaget considera que o conhecimento da sequência numérica não contribui para o desenvolvimento do conceito de número na criança, uma vez que esse conhecimento não está associado nem contribui para a uma compreensão da estrutura da sequência numérica que só poderá ser compreendida a partir do momento em que se inicia o desenvolvimento lógico da criança e esta passa a compreender o princípio da conservação e o princípio da inclusão hierárquica.



## 2 – Uma visão crítica ao pensamento de Piaget

Contrariando a posição piagetiana que afirma, como referimos, que só a partir do momento em que compreende o princípio da conservação e o princípio da inclusão hierárquica é que a criança começa a utilizar a contagem significativamente, Gelmann e Gallistel (1978), apontam os processos de quantificação e a contagem, como os alicerces da aprendizagem informal ou formal da sequência numérica de contagem, que, para estes investigadores, se afigura como um instrumento socioculturalmente construído (também aqui se opondo a Piaget).

Os autores reforçam esta ideia, defendendo que os primeiros conceitos numéricos e aritméticos são construídos a partir da capacidade de contagem. Esta funciona, então, como base para o desenvolvimento do princípio da inclusão hierárquica (a ideia de que os números aumentam exactamente um a um de cada vez e que “encaixam “ uns nos outros) e de todo o raciocínio aritmético informal (igualmente em contradição com Piaget). Para estes investigadores, é a partir da capacidade de contar que a criança adquire competências que lhe permitem comparar quantidades e, em consequência, resolver problemas aritméticos utilizando estratégias de contagem que modelem o conteúdo dos problemas.

No entanto, para Gelman e Gallistel (1978), a construção da sequência numérica e a sua utilização na contagem de objectos são feitas segundo um conjunto de princípios (de certo modo também hierarquizados) orientados por um conhecimento inato, cuja utilização se vai, progressivamente, tornando mais eficiente:

- Da correspondência termo a termo (correspondência entre o objecto a contar e a palavra dita);
- Da ordem estável (a ordem pela qual são ditos os termos da sequência é sempre a mesma e é fixa);
- Da cardinalidade (o último termo dito indica o total de objectos contados);

- Da abstracção (em distintas situações, com distintos objectos, são aplicados os mesmos numerais);
- Da irrelevância da ordem (a ordem pela qual se contam os objectos é irrelevante).

Para Gelman e Gallistel (1978) à medida que a criança vai construindo estes princípios, vai-se tornando capaz de os generalizar a conjuntos progressivamente mais numerosos, acentuando, contudo, que as estratégias de contagem continuam sempre a ser aquelas que se mostram mais eficientes em cada situação numérica.

No fundo, podemos dizer que apesar de em contradição com o desenvolvimento rígido das estruturas cognitivas apresentado por Piaget, Gelman e Gallistel aproximam-se das suas ideias na medida em que apontam alguma linearidade inata e hierárquica no desenvolvimento das competências numéricas da criança.

Numa outra perspectiva, Fuson (1988) apresenta-nos, sobre este assunto, uma posição vygoskiana referindo que o desenvolvimento dos princípios de contagem é realizado a partir da utilização das palavras numéricas em diferentes e variados contextos de uso, o que conduzirá a uma mudança e desenvolvimento da compreensão que a criança tem acerca do número. Ou seja, o uso da contagem em contextos significativos pode ser visto como a base para o desenvolvimento de conceitos numéricos.

O número não é, portanto, visto como um “tudo ou nada” mas como um conceito que se desenvolve no tempo, como resultado directo de experiências de contagem.

Neste sentido, as crianças pequenas começam por usar o número de uma forma mecânica e, gradualmente, descobrem e constroem significados progressivamente mais complexos, para o número e para a contagem que, por sua vez, funcionam como motores para um constante enriquecimento. Trata-se de um desenvolvimento em espiral, realizado, muitas vezes, de um modo não linear, em que a criança constrói, modifica e integra ideias, interagindo com o

meio envolvente e que se aproxima bastante do sentido de número, de acordo com o entendimento que anteriormente lhe demos.

Fuson (1988) apresenta-nos, numa linha posteriormente abordada por Baroody (2002), a ideia de que os números começam a fazer sentido para as crianças através do seu uso em diferentes contextos que se vão pouco a pouco relacionando e levando à maturação do significado do termo.

Os diferentes contextos de utilização dos números definidos pela autora, são os seguintes (Fuson e Hall, 1983):

- O contexto da contagem oral, que se refere à mera enumeração dos termos da sequência sem o propósito de efectuar qualquer contagem. Os termos numéricos, são, assim, desprovidos de qualquer significado e não pretendem produzir qualquer efeito, embora esta fase constitua uma importante e imprescindível etapa no desenvolvimento do sentido de número. Curiosamente, as crianças aprendem desde muito cedo a distinção entre termos que são e termos que não são da sequência numérica, não utilizando os segundos em contextos de contagem. Estudos realizados pela autora (Fuson e outros, 1982) mostram que os poucos erros que surgem se devem à utilização de letras do alfabeto, devido ao facto de serem apreendidas por um processo semelhante (sequencial).
- O contexto da contagem de objectos em que surge já alguma intenção. A criança utiliza já determinados procedimentos para associar os termos da sequência numérica aos elementos a contar: há que corresponder o tempo do “dizer” ao tempo do “apontar”; há que corresponder o espaço do “dizer” ao espaço do “apontar”; há que criar uma unidade entre estes espaços e estes tempos. Inicialmente, nesta fase ocorrem algumas falhas muitas vezes devidas a dificuldades de coordenação visual-motora.
- O contexto da cardinalidade, em que os termos numéricos se referem à numerosidade de um conjunto discreto de objectos ou de situações bem definidas (em que se pretende já dar resposta a questões do tipo “quantos tem” ou “quantos há”).

- O contexto de medida, em que são utilizados os termos da sequência numérica para descrever a numerosidade em situações relativas a uma dimensão contínua.
- O contexto ordinal em que os termos se referem a uma posição relativamente a um ponto inicial específico.
- O contexto não numérico, em que os termos da sequência numérica são utilizados para diferenciar ou identificar elementos particulares ou ainda como códigos não numéricos (números de porta, números de telefone, números de salas de aula).

De um modo global, esta autora (Fuson e outros, 1982) considera a sequência numérica um dos mais importantes instrumentos das primeiras aprendizagens matemáticas. A sua aquisição é um processo social e estruturado em que as crianças vão construindo padrões consistentes relativamente a determinados segmentos da sequência numérica, vão desenvolvendo capacidades que lhes permitem estabelecer relações entre os termos dos diferentes segmentos para, finalmente, essas relações se estabilizarem e a sequência começar a ser compreendida no seu todo. É neste momento que passa a ser usada de modo flexível como um instrumento para a resolução de problemas verificando-se, em muitas crianças, o desenvolvimento de procedimentos de contagem sofisticados no acto de contar objectos.

Posição aproximada é apresentada por Wynn (1999) que sugere que a contagem é, inicialmente, um procedimento aprendido socialmente e desprovido de significado numérico. No entanto, esta autora defende que um conceito só se desenvolve se for precedido e sustentado por mecanismos cognitivos de representações mentais, que considera inatos. Assim, aponta para uma relação directa entre conceitos e procedimentos em que a contagem surge não como uma mera repetição de procedimentos aprendidos com os outros, mas sim como uma construção interiorizando em simultâneo conceitos e procedimentos social e culturalmente transmitidos, numa relação dinâmica.

Baroody (2002) apresenta um modelo de desenvolvimento numérico no qual competências básicas (como a contagem um a um) se vão combinando e coordenando, originando competências progressivamente mais complexas.

De acordo com o autor, é a partir do desenvolvimento das competências de contagem oral (conhecimento da sequência dos números com um só dígito, compreensão de que o nove indica transição, os termos de transição para uma nova série e as regras para gerar uma nova série) que se vão construindo as competências relacionadas com a contagem de objectos (a cada objecto corresponde uma só palavra de contagem, não perder nenhum objecto nem o repetir, o conceito de cardinalidade) em simultâneo com a capacidade de estabelecer relações numéricas. Refere, ainda, que todas estas competências se vão desenvolvendo em espiral, mesmo a partir de um reduzido universo numérico (por exemplo, se considerarmos um universo numérico inferior a 10, as crianças serão capazes de compreender, eventualmente sem necessidade de concretização, que se têm 3 rebuçados e lhes dão mais 2 ficarão com 5 e que se depois comerem 1 restarão 4).

Sintetizando, parece que, segundo as perspectivas unânimes de vários autores (Gelman e Gallistel, Fuson, Baroody,) é a partir da contagem oral que as crianças vão construindo significado para o acto de contar objectos, desenvolvendo a sua compreensão acerca importância da contagem nas primeiras situações problemáticas envolvendo números, com que, pouco a pouco, se vão confrontando.

Estas experiências, vividas em situação de interacção social, parecem, pois, ser determinantes no desenvolvimento futuro das suas competências numéricas. Assim, a interacção social e a comunicação podem ser considerados aspectos fundamentais no desenvolvimento das crianças (e em particular no que diz respeito às competências numéricas). Apesar desta dimensão da aprendizagem numérica não ter sido desvalorizada por Piaget uma vez que o autor afirmava que *“as palavras são, provavelmente um atalho para a compreensão; o nível de compreensão parece modificar a linguagem que é usada e vice-versa”* (Piaget, citado por Copeland, 1970), ao longo de

toda a sua vasta obra, a interacção social não ocupa o lugar de destaque que hoje em dia tem, quando falamos de aprendizagem, nomeadamente relativamente à literacia numérica, como é defendido pelos autores atrás referidos.

Numa abordagem recente e com menos ligações à psicologia, surgem os trabalhos de Fosnot e Dolk (2001) que, consideram que as crianças vão ultrapassando “marcos” na sua aquisição inicial do sentido de número, construindo ideias fundamentais em situação de conflito cognitivo. Apresentam a sua visão sobre o assunto segundo uma linha de acordo com os princípios da Matemática Realista. Na perspectiva dos autores (Fosnot e Dolk, 2001), mais importante do que o modo como as crianças adquirem as suas competências numéricas e a identificação de linhas hierárquicas orientadoras desse desenvolvimento, interessa proporcionar contextos de aprendizagem onde cada uma as possa desenvolver. Afirmam que as crianças não constroem ideias matemáticas numa sequência ordenada. Elas vão em muitas direcções enquanto exploram ideias, se esforçam para as compreenderem e para que elas façam sentido no seu pequeno mundo matemático. Não valorizam a adequação das estratégias ao que se pretende. Para os autores, o importante é o modo como as crianças funcionam em ambientes matemáticos, o modo como as crianças iniciam a aprendizagem das ideias matemáticas. O papel do professor é apoiá-las colocando questões e proporcionando contextos ricos para matematizar.

Assim, as crianças devem ter acesso a experiências de aprendizagem em contextos significativos que facilitem uma caminhada ascendente em direcção ao “*horizonte do sentido de número*”. Realçam a importância dos materiais aos quais as crianças devem ter acesso, bem como das interacções que estabelecem com as outras crianças e com os adultos.

Para os autores (Fosnot e Dolk, 2001), o importante é proporcionar situações onde, de um modo informal, as competências numéricas das crianças se vão desenvolvendo. Por exemplo, se uma criança, no decorrer de uma tarefa, volta a iniciar a contagem em vez de contar a partir de certa ordem

(que seria o objectivo) o professor deve proporcionar situações que facilitem e favoreçam essa contagem a partir de certa ordem.

Podemos sintetizar as diferentes fases da investigação do conhecimento numérico das crianças atrás apresentadas no quadro que se segue. Este refere apenas os autores cujo pensamento mais tem marcado a investigação neste domínio. Salientam-se os aspectos que os distinguem, apesar de entre todos se poderem estabelecer linhas de convergência:

<b>Principais defensores</b>	<b>Piaget</b>	<b>Gelman e Gallistel</b>	<b>Fuson e Baroody</b>	<b>Fosnot e Dolk</b>
<b>Características</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Desenvolvimento numérico apoiado nas operações lógicas;</li> <li>- Irrelevância da contagem oral;</li> <li>- Focalização no princípio da conservação do número.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Desenvolvimento numérico hierarquizado e orientado por conhecimentos inatos;</li> <li>- Competências numéricas e aritméticas importantes desenvolvidas antes do estágio das operações concretas de Piaget.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Desenvolvimento das competências numéricas em espiral, em interacção social e a partir da utilização da contagem em contextos diversificados;</li> <li>- Conhecimento quantitativo e numérico desenvolvido anteriormente ao período das operações concretas de Piaget.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Desvalorização do modo como se desenvolvem as competências numéricas;</li> <li>- Valorização da importância dos contextos de aprendizagem</li> </ul>

QUADRO 3 – TEORIAS RELATIVAS AO DESENVOLVIMENTO NUMÉRICO DAS CRIANÇAS

Diremos, de acordo com Ginsburg, Lee & Boyd (2008) que, na realidade, o pensamento das crianças não é simples. Por um lado, mesmo muito novas parecem compreender ideias básicas sobre adição e subtração. Desenvolvem espontaneamente métodos variados de cálculo enquanto, ao mesmo tempo, têm dificuldade em compreender que o número de objectos se mantém mesmo se os deslocarmos (princípio da conservação). O seu pensamento é simultaneamente concreto (compreendem que este conjunto é maior que

aquele, conseguem juntar 3 peluches com 4 e determinar a sua soma) e abstracto (compreendem adicionar aumenta sempre e que retirar diminui).

Mais do que procurar compreender as razões da instabilidade do pensamento numérico das crianças há que lhes proporcionar contextos de aprendizagem que levem a uma progressiva estruturação deste pensamento contribuindo para o desenvolvimento do seu sentido de número.



### **3 – O desenvolvimento das competências numéricas**

Embora longe de se poderem considerar equivalentes, é muito forte a ligação entre o desenvolvimento do sentido de número e o desenvolvimento das competências numéricas. Parece-nos, portanto, pertinente, analisar o modo como a literatura aborda o desenvolvimento das competências numéricas das crianças.

Uma vez que as primeiras experiências numéricas das crianças se relacionam com episódios de contagem, estas, antes da entrada para o ensino básico, são frequentemente confrontadas com situações problemáticas envolvendo números, que são capazes de solucionar apesar de não compreenderem as respectivas expressões formais. Analisam e resolvem mentalmente adições e subtracções utilizando os seus conhecimentos informais de aritmética, desenvolvidos a partir das suas capacidades de contagem. Embora cada situação seja considerada individualmente (não estabelecem analogias entre os diferentes problemas), utilizando materiais ou representações pictóricas, conseguem encontrar resultados, totais ou diferenças, mesmo sem qualquer ajuda do adulto. É, portanto, através das suas experiências de contagem que as crianças descobrem como os números mudam e se relacionam.

## a) A contagem

A contagem é uma das primeiras experiências matemáticas vivenciadas pelas crianças. Recitar os termos que já conhecem da sequência de contagem, é um desafio para as crianças pequenas e é um conhecimento que se desenvolve em interação com adultos e outras crianças. São inúmeras as situações do cotidiano que facilitam essa aprendizagem (histórias, canções, lengalengas, jogos,). O significado que as crianças atribuem aos termos numéricos, está intimamente ligado ao contexto em que em que cada termo numérico é utilizado (Fuson e Hall, 1983). À medida que as suas experiências com os termos numéricos são vividas em contextos diversificados, as crianças começam a compreender os diferentes significados dos números.

Baroody (1987) aponta como elementos da construção da sequência numérica:

- O conhecimento da sequência dos números com um só dígito;
- O conhecimento das irregularidades entre 10 e 16;
- A compreensão de que o nove indica transição;
- O conhecimento dos termos de transição para uma nova série;
- O conhecimento das regras para gerar uma nova série.

Num profundo estudo realizado por Fuson (1988) sobre o desenvolvimento da contagem, a autora identifica cinco níveis na elaboração da sequência numérica, abrangendo um período que vai dos 4 aos 7/8 anos:

- (i) Os termos que a criança domina são recitados como um todo, em que cada um deles não detém qualquer individualidade, não tendo significado isoladamente;
- (ii) Os termos numéricos são entendidos individualmente mas a sequência numérica continua a ser recitada como um todo, apenas de forma ascendente e sempre partindo da unidade;
- (iii) São utilizadas apenas partes da sequência numérica, e a sua enumeração pode iniciar-se em qualquer número do conhecimento da criança;

- (iv) Os termos numéricos são abstraídos e entendidos como unidades da sequência numérica que são utilizadas para representar situações numéricas, podendo ser contados e/ou comparados;
- (v) Os termos podem ser utilizados de modo flexível, em variadas situações, quer de forma ascendente, quer de forma descendente.

No sistema de numeração decimal, as irregularidades constituem uma dificuldade difícil de ultrapassar por muitas crianças. Os resultados apresentados por diversos estudos (Aunio, 2005, e Beswick, 2006) confirmam os melhores desempenhos de crianças asiáticas relativamente às europeias uma vez que os nomes dos números são completamente regulares e dão-nos informação sobre a estrutura aditiva dos mesmos. A base do sistema de numeração é a base 10 (tal como nos países ocidentais) mas, na maioria dos países asiáticos, todos os números a seguir ao 10 são gerados a partir dos dez nomes iniciais, reflectindo claramente a estrutura decimal, enquanto nos países ocidentais, essa padronização só começa a sentir-se a partir do 20.

Os estudos referidos mostram, ainda, que é com facilidade que as crianças asiáticas e também as ocidentais, apreendem que o nove indica transição e as regras para gerar uma nova série. No entanto, o conhecimento dos termos de transição para essas novas séries constitui igualmente uma dificuldade, que só será ultrapassada com o tempo e as inúmeras experiências de contagem, aliadas à vontade das crianças em saber sempre mais.

No entanto, as competências de contagem oral, por si sós, embora sejam a base de todo o desenvolvimento numérico, pouco contribuem para o desenvolvimento do sentido de número. De facto, só quando confrontadas com situações em que se torne fundamental a contagem de objectos é que a criança vai sentindo a necessidade de conhecer mais termos da contagem oral e de os relacionar entre si, desenvolvendo o seu sentido de número.

Schwerdtfeger e Chan (2007) acreditam que criar oportunidades para que as crianças desenvolvam as suas capacidades de contagem oral contribui para o desenvolvimento de estratégias de contagem de objectos. De acordo com os autores, as crianças necessitam de muitas experiências de contagem, através das quais vão compreendendo qual o número que vem a seguir, como os termos da sequência numérica se relacionam com os objectos que pretendem contar e como distinguir os objectos já contados dos que falta contar. Estas experiências de contagem constituem a base para outras que, posteriormente (e também em simultâneo) vivenciarão relativamente às operações aritméticas.

A capacidade de contar objectos é, assim, um passo importante na construção das competências numéricas das crianças.

De acordo com Baroody (1987), a contagem de objectos implica o domínio de determinadas capacidades que se vão desenvolvendo, experimentando e observando em interacção social. São elas:

- Que a cada objecto corresponde um e um só termo da contagem;
- Como não perder nem repetir nenhum objecto;
- O conceito de cardinalidade;
- Que a contagem não depende da ordem pela qual os objectos são contados.

Na realidade, a nossa experiência permite-nos dizer que são muito vulgares as dificuldades de coordenação visual motora das crianças quando contam objectos. Muitas pronunciam os termos mais rapidamente do que os apontam, originando erros na contagem de objectos. Por outro lado, as crianças mais novas ou com menos experiências neste campo, evidenciam dificuldades em não repetir nem perder objectos durante a sua contagem uma vez que não desenvolveram ainda estratégias que lhes permitam superar estes erros. De facto, ultrapassar este problema (comum a quase todas as crianças) implica muitas experiências de contagem de objectos, muita observação dos procedimentos de outros, muita interacção com pares.

O estudo de Fuson (1988) acima referido, identifica este mesmo tipo de dificuldades na contagem de objectos como sendo os mais frequentes:

- (i) Não contar determinados objectos (não são contados nem sequer apontados);
- (ii) Contar duas vezes o mesmo objecto;
- (iii) Apontar um objecto mas não o incluir na contagem

Compreender o princípio da cardinalidade é complexo para as crianças mais pequenas e vai-se desenvolvendo progressivamente, mais uma vez recorrendo a inúmeras situações de contagem (Castro e Rodrigues, 2008). O princípio da cardinalidade diz respeito à compreensão de que o último termo dito corresponde ao número total de objectos contados. Para que uma criança compreenda o sentido de cardinal ela deve ser capaz não só de contar oralmente mas também necessita de compreender a relação directa entre a posição de um termo numa lista ordenada e a quantidade a que se refere.

Existe, assim, uma diferença de desenvolvimento entre a capacidade de contar oralmente e o posterior conhecimento da numerosidade a que esses termos se referem. Gelman e Gallistel (1987) apontam 4 aspectos que permitem verificar se as crianças dominam, ou não, o princípio da cardinalidade:

- a) capacidade de responder imediatamente e de modo correcto à questão “quantos são”,
- b) a maior ênfase no pronunciamento do último termo dito quando contam objectos,
- c) repetição desse último termo,
- d) indicar o total, num momento posterior, sem voltar a contar.

No contexto da contagem salienta-se, ainda a capacidade de contar a partir de certa ordem (crescente ou decrescente).

Beswick e al. (2006) implementaram um estudo envolvendo crianças australianas e malasianas frequentando os 1º e 2º anos de escolaridade, que, entre outros objectivos, pretendeu analisar que sentido de número revelavam as crianças envolvidas, incidindo o estudo nas competências de contagem. Para os autores estas competências incluem aspectos elucidativos de um

domínio claro e flexível dos números e são inerentes às várias caracterizações de sentido de número. Incluem a capacidade de trabalhar:

- sequências ascendentes e descendentes de números,
- contagens ascendentes e descendentes contando de 2 em 2 e/ou de 5 em 5 por mais de uma década;
- contagem de objectos fixos e moveis;
- compreender a ordenação dos números e a sua localização face a números tomados como referência;

Os resultados obtidos corresponderam às expectativas das autoras. A maioria das crianças revelou estratégias de contagem de objectos consistentes, embora algumas revelassem dificuldades na contagem de imagens de objectos quando dispostos aleatoriamente, uma vez que não podiam ser arrastados. Apesar de tudo, muitos conseguiram desenvolver estratégias sistematizadas de contagem com o objectivo de não perder nem repetir nenhum objecto. Por outro lado, embora as crianças revelassem alguma fluência na contagem oral de 2 em 2 ou de 5 em 5, tiveram dificuldade em contar objectos utilizando estas estratégias. A contagem decrescente foi também, difícil para as crianças envolvidas no estudo.

De facto, estas estratégias de contagem, bastante mais sofisticadas, exigem competências numéricas que nem todas as crianças em idade pré-escolar desenvolvem. O desenvolvimento das capacidades que envolvem quer a contagem decrescente quer a contagem através de saltos (dois em dois ou cinco em cinco) exige uma participação intencional por parte do adulto. As crianças, por si sós, apenas através da interacção com outras crianças ou com adultos dificilmente as desenvolvem. São capacidades que exigem muita experiência, alguma repetição e não são muito comuns as experiências quotidianas das crianças que o facilitam.

Em conclusão, diremos que, de acordo com Clements e Sarama (2007) o desenvolvimento das competências de contagem das crianças em idade pré-escolar inclui quatro fases inter-relacionadas:

- reconhecer e identificar pequenas quantidades através de subitizing,
- conhecer os termos da sequência de contagem até dez;

- utilizar esse conhecimento na contagem de objectos;
- compreender que, na contagem, o último termo dito nos indica quantos objectos foram contados.

Apesar de considerarmos que nem todas as crianças em idade pré-escolar desenvolvem estas competências, defendemos que, em ambientes de aprendizagem favoráveis todas o conseguirão e muitas irão mais além.

## **b) As relações numéricas e a emergência das operações**

À medida que a contagem se vai tornando mais eficaz, a criança torna-se capaz de reconhecer importantes relações numéricas e vai construindo as bases da aritmética. Mesmo crianças não conservadoras têm alguma compreensão aritmética podendo raciocinar logicamente sobre relações numéricas. O conhecimento da sequência numérica, pode dizer-se que funciona como um instrumento que as crianças utilizam para realizar operações.

Uma investigação recente, levada a cabo por Hernández et al. (2009) procurou estudar como se inicia a aprendizagem das “*matemáticas de las cantidades*” tendo concluído que, na sua maioria, as crianças se implicam em tarefas genuinamente matemáticas de modelação de problemas. De acordo com os autores, as maiores dificuldades são do tipo afectivo (interesse, motivação) e não do tipo cognitivo uma vez que todos os alunos que tentavam resolver os problemas propostos o conseguiram fazer. Salientam a importância do facto de os problemas emergirem da leitura de histórias infantis, reforçando a importância dos contextos nos quais se desenvolvem as tarefas.

No desenvolvimento numérico das crianças determinados números são muito importantes. O número cinco é um desses números e pode ser considerado como uma referência para as crianças. Uma forte compreensão da estrutura numérica que envolve o número cinco, contribui, também, para a compreensão do número dez, outro número de referência no nosso sistema de numeração. Novakowski (2007) verificou que o trabalho que ia realizando com as crianças com as quais lidava, envolvendo quantidades até cinco, contribuiu para o desenvolvimento da sua capacidade de realizar subitizing de 2 ou de 3, uma vez que, perante cinco objectos ou imagens, as crianças não os contavam, identificando imediatamente a quantidade, fazendo emergir a ideia de que eram capazes de, através de imagens mentais, manipular essa quantidade através de composições e decomposições. O trabalho realizado pela autora, utilizando contextos ricos ou histórias e canções, permitiu que as crianças transferissem os conhecimentos adquiridos através destas



experiências para outras situações. Assim, e à medida que iam trabalhando com números superiores, os seus conhecimentos anteriores foram funcionando como alicerce para essas tarefas posteriores.

O papel dos padrões numéricos é muito importante nesta primeira fase do estabelecimento de relações numéricas. A capacidade de “subitizing” é o reconhecimento automático de padrões numéricos (sem proceder à contagem). Alguns estudos (Beckmann, citado por Fuson, 1983) sugerem que a contagem precede o subitizing, outros (Baroody, 1984, Gelman, 1977) defendem que a capacidade de subitizing só se desenvolve após muitas experiências de contagem de objectos. Mais investigações são, portanto, necessárias para que se possa aprofundar a análise sobre este aspecto do desenvolvimento numérico. Um estudo levado a cabo por Eggleston e Scott (citado por Fuson, 1983) observou que a maioria das crianças envolvidas fazia subitizing embora não fossem capazes de contar o número de objectos de pequenos conjuntos (até 4 elementos). Por outro lado, Silverman e Rose (citados por Fuson, 1983) defendem, a partir de estudos que realizaram, que, se os conjuntos possuem até 3 elementos (inclusive), os níveis de contagem ou de subitizing são muito semelhantes. No entanto, quando o número de elementos já é 4 (ou mais) prevalece, claramente, a contagem.

Parece, portanto, que não existe um desenvolvimento análogo para todas as crianças relativamente ao facto se capacidade de subitizing se desenvolver primeiro que a capacidade de contagem de objectos ou se acontece precisamente o contrário.

De acordo com Fuson (1983), os inúmeros estudos que têm sido desenvolvidos neste âmbito, sugerem que é uma questão controversa cujos resultados são muito influenciados pelo tipo de experiências vividas pelas crianças

No entanto, ambas as posições são unânimes, ao considerar a capacidade de subitizing fundamental na compreensão do número pela criança. Por exemplo, o reconhecimento de um padrão numérico pelas crianças contribui para o desenvolvimento da compreensão do princípio da conservação e do princípio da cardinalidade pois, perante diferentes arranjos de um mesmo

número, as crianças vão-se apercebendo de que ambos têm o mesmo número de elementos (cardinalidade) e que a disposição desses elementos não interfere com esse número (conservação).

Salientamos, ainda, que quando falamos de capacidade de subitizing devemos distinguir a percepção visual simples, que tem a ver com o reconhecimento da mancha gráfica sem necessidade de contagem, e (desenvolvendo-se posteriormente), a percepção visual composta, que consiste no reconhecimento de quantidades superiores a seis, por composição de percepções simples.

Várias investigações (Ginsburg, 1983, Fuson, 1983, Baroody, 2001) têm mostrado que as crianças em idade pré-escolar conseguem utilizar os seus conhecimentos aritméticos informais para resolverem mentalmente problemas de adição e de subtração em contextos significativos. O conhecimento da sequência numérica funciona como o background necessário para o estabelecimento de relações numéricas. É a partir da sua capacidade de contagem que a criança desenvolve as competências necessárias à resolução deste tipo de problemas. Numa primeira fase as crianças confiam nas suas estratégias de contagem para calcularem somas e diferenças e, à medida que vão desenvolvendo estratégias de contagem mais complexas e mais eficientes (por exemplo a contagem a partir de certa ordem, crescente ou decrescente, a contagem de dois em dois ou de cinco em cinco), alarga-se o leque de relações numéricas que conseguem estabelecer e tornam-se capazes de as usar para raciocinar e estabelecer novas relações. Por exemplo, contar  $y$ , a partir de  $x$  é um procedimento utilizado para realizar adições, enquanto contar, a partir de  $x$ , por ordem decrescente,  $y$  ou até  $y$ , é utilizado para realizar subtrações. É a utilização sistemática deste tipo de procedimentos que facilita a compreensão de que a adição e a subtração são operações inversas (Fuson, 1983)

Neste sentido, um conhecimento estruturado da sequência numérica permite, de acordo com Fuson (1983), o desenvolvimento de destrezas na contagem a partir de certa ordem (crescente e decrescente) que promovem a capacidade de resolução de problemas. Na realidade, estas destrezas, contribuem para o desenvolvimento de estratégias flexíveis que facilitam a

selecção de procedimentos eficientes e inteligentes que se sobrepõem ao simples modelar de algum significado básico, sobre um problema dado. No entanto, a investigação evidencia a importância da resolução de problemas, em contextos significativos e reais, no desenvolvimento da compreensão do sentido das operações numéricas.

Os precursores da Educação Matemática Realista (Gravemeijer, 1998) enfatizam esta metodologia, apontando a necessidade de as crianças serem confrontadas com uma vasta variedade de situações problemáticas envolvendo adições e subtrações.

Baroody (1987), afirma que a proficiência na contagem capacita as crianças para, desde muito cedo, resolverem mentalmente problemas. Os problemas a que chamou do tipo  $N+1$  e  $N-1$ , são resolvidos rapidamente a partir das relações “número a seguir” e “número anterior” que se definem simplesmente através dessa proficiência. Já os problemas do tipo  $1+N$  são considerados bastante mais difíceis uma vez que, como as crianças vêm, tendencialmente, a adição como um processo de incrementação, entendem que se trata de problemas diferentes e não equivalentes. Quando compreendem esta equivalência, está dado um passo importante para procedimentos gerais mais flexíveis, como por exemplo, na resolução de problemas do tipo  $M+N$ , em que a contagem a partir de certa ordem é uma estratégia adequada (Baroody, 1987). Simultaneamente a adição começa a ser vista não como “aumentar qualquer coisa” mas como a junção de dois conjuntos, situação na qual, a comutatividade parece emergir naturalmente.

É através da modelação com objectos concretos que as crianças realizam as primeiras adições. Os dedos da mão, pela sua disponibilidade, são, por excelência, o instrumento utilizado na modelação de situações aditivas envolvendo números até 10. Primeiramente, a criança representa com uns dedos uma das parcelas, com outros dedos a outra parcela e conta todos os dedos utilizados. Porém, rapidamente (Baroody, 1987) inventam estratégias mais rápidas. Uma delas é a representação de uma das parcelas com os dedos necessários e a contagem da 2ª parcela, um a um, a partir da anterior.

Algumas crianças conseguem ainda identificar padrões numéricos nos dedos. Assim, representam o padrão correspondente a uma parcela, o padrão correspondente à outra parcela e, finalmente, conseguem identificar o padrão correspondente ao total. Os estudos empíricos levados a cabo por Baroody (1987) identificam, ainda, crianças que utilizam estratégias em tudo muito semelhantes às atrás descritas mas mentalmente, sem evidenciarem qualquer tipo de concretização ou representação.

A subtração exige, por parte das crianças, competências mais complexas. O primeiro entendimento que é feito desta operação tem a ver com a acção de retirar (as crianças representam, de modo concreto, o total, retiram o subtrativo e contam o que resta). À medida que as suas estratégias de contagem se vão alargando, este processo vai sendo abandonado e substituído por um outro, mais elaborado, que consiste em retirar o subtrativo mas contando por ordem decrescente (processo cognitivamente mais complexo), a maior parte das vezes com o apoio dos dedos (abrindo um dedo por cada unidade retirada ao mesmo tempo que vão contando de modo decrescente) (Baroody, 1987).

Os problemas de comparar ou de completar são formalmente entendidos como problemas de subtração. No entanto, quando os conseguem compreender, as crianças mais pequenas entendem-nos como problemas aditivos e utilizam, na sua resolução, estratégias aditivas (a partir de  $x$ , as crianças contam ascendentemente até  $y$ ). Estas estratégias assentam, normalmente, na contagem um a um, apesar de se mostrarem bastante complexas, principalmente se o subtrativo não estiver próximo do total. Este tipo de problemas, pela sua complexidade, exige, aquando da sua apresentação, o uso de uma linguagem bastante clara e acessível às crianças. No entanto, muitas crianças compreendem melhor este tipo de problemas (de comparar ou de completar) do que aqueles que envolvem a subtração como retirar, precisamente porque os resolvem utilizando estratégias aditivas.

Talvez por este motivo, alguns autores (Carpenter, Fennema, Franke, Levi e Empson, 1989) não distinguem os problemas de adição dos de

subtracção. Definem um esquema de classificação para este conjunto de problemas que apresenta uma estrutura que facilita a interpretação do modo como as crianças os resolvem. Identificam quatro classes de problemas em que, cada uma delas, independentemente do contexto no qual o problema surge, envolve o mesmo tipo de acções e relações. São os seguintes os tipos de problemas.

- Problemas de juntar: envolvem uma acção directa ou implícita em que um conjunto de objectos é aumentado numa determinada quantidade;
- Problemas de separar: semelhantes aos problemas anteriores mas, em vez de se aumentar, retira-se uma determinada quantidade ao conjunto inicial;
- Problemas parte-parte-todo: envolvem uma relação entre um conjunto e dois seus subconjuntos complementares um do outro. Pretende-se encontrar o todo ou uma das suas partes;
- Problemas de comparação: envolvem a comparação entre dois conjuntos disjuntos.

Independentemente do tipo de problema com que sejam confrontadas, as crianças utilizam, de acordo com o seu desenvolvimento, dois tipos de estratégias chave na sua resolução (Carpenter, Fennema, Franke, Levi e Empson, 1989). Numa primeira fase, as crianças modelam directamente os problemas e procedem às contagens necessárias para resolverem o problema. Posteriormente, começam a utilizar estratégias de contagem em que, embora não utilizem objectos físicos, se apoiam nos dedos das mãos ou em representações pictóricas. A modelação directa distingue-se pela representação física que a criança faz das quantidades envolvidas num problema e da acção ou relação estabelecida entre essas quantidades antes de contar os elementos do conjunto resultante. Quando utiliza estratégias de contagem, a criança já reconhece que não é necessário construir e contar os conjuntos, uma vez que a resposta pode ser encontrada apenas através da contagem. As estratégias de contagem envolvem uma espécie de dupla contagem e os objectos físicos que a criança pode usar (dedos, fichas, traços), são utilizados apenas como apoio à contagem e não para representar os elementos do problema.

Apesar dos dedos da mão serem, neste tipo de estratégia, muito usados, não é a sua utilização que identifica as estratégias de contagem uma vez que, mesmo usando estratégias de modelação directa, a criança pode usar os dedos (representa uma quantidade com uma mão, a outra quantidade com a outra mão, relaciona os dados e conta os dedos resultantes desse relacionamento). Outros autores anteriormente referidos (Baroody, 1987) também distinguem esta diferente utilização dos dedos da mão.

Não existe uma idade a partir da qual se possa dizer que as crianças abandonam as estratégias de modelação directa para se centrarem nas estratégias de contagem. No entanto, Carpenter, Fennema, Franke, Levi e Empson, (1989) afirmam que, durante o período pré-escolar, sem estarem sujeitas a qualquer processo de ensino formal, a maioria das crianças consegue resolver problemas através de modelação directa. Ainda de acordo com os autores, por volta dos 5 anos, e de acordo com as experiências de aprendizagem vivenciadas, são capazes de utilizar estratégias de contagem e mesmo aquilo que denominam por factos numéricos básicos, quando resolvem problemas. Factos numéricos básicos são considerados certas combinações numéricas que as crianças aprendem relativamente cedo com é o caso mais vulgar de alguns dobros ( $2+2$ ,  $4+4$ ,  $5+5$ ,...).

Na mesma linha de pensamento, os autores do Projecto TAL (2001) consideram que os primeiros cálculos que as crianças efectuam são *Cálculos por Contagem*. Estes cálculos, surgem, necessariamente, associados a problemas cujo contexto faça parte do mundo experimentado pela criança e são apoiados em materiais que permitam a contagem. São realizados pelas crianças a partir da modelação dos problemas, efectuando contagens um a um a partir da unidade ou a partir de certa ordem. À medida que vão alargando o seu universo numérico, as competências de contagem das crianças vão-se desenvolvendo e elas vão utilizando estratégias de contagem progressivamente mais complexas. Deste modo, os seus cálculos, por vezes, vão-se realizando com recurso a modelos adequados (padrões, enfiamentos, dedos das mãos) que facilitam a utilização de estratégias de contagem mais complexas (contagens dois a dois ou cinco a cinco) ou, ainda, recorrendo ao

reconhecimento de alguns factos numéricos básicos ( $2+2$  são 4,  $4+4$  são 8,  $5+5$  são 10). Trata-se de um tipo de cálculo distinto do cálculo por contagem, aquilo que os mesmos autores (TAL, 2001) denominam por *Cálculo por Estruturação*.

Posteriormente, já na etapa formal do ensino, as crianças começam a utilizar os números como objectos puramente mentais, realizando aquilo a que os autores (TAL, 2001) denominam por *Cálculo Formal*, um cálculo inteligente e flexível, sem necessidade de recorrer a materiais estruturados (utilizam a notação convencional recorrendo, por exemplo ao uso da recta numérica ou à realização de algoritmos). No entanto, os autores (TAL, 2001), ao considerarem que estes três distintos níveis de cálculo coexistem ao longo de toda a escolaridade (por exemplo, quando pensamos no cálculo com números até 100, podemos também distinguir estes três níveis de cálculo) identificam, mesmo no pré-escolar, este terceiro nível, denominando-o por *Cálculo e Contagem abstractos através de símbolos*. Neste nível, a actividade de contar deixa de estar associada a objectos e é transferida para representações físicas (desenhos, representações iconográficas ou mesmo simbólicas) ou mentais de objectos, assemelhando-se ao que Carpenter, Fennema, Franke, Levi e Empson, (1989) denominam por estratégias de contagem.

No entanto, os autores do Projecto TAL (2001), consideram que tarefas deste tipo não são fundamentais no pré-escolar. Apesar de tudo, existem crianças capazes de lidar com este tipo de raciocínio mais abstracto e formal e devem ser encorajadas a verbalizarem as suas ideias e procedimentos. Deste modo, caberá ao adulto proporcionar situações em que as crianças tenham possibilidade de trabalhar a diferentes níveis, de acordo com o seu desenvolvimento.

Uma posição com algumas semelhanças com as que vimos descrevendo, é apresentada por Nunes, Campos, Magina e Bryant (2001). Os autores, que também não separam o processo de compreensão das operações de adição e subtracção, defendem que a compreensão inicial destas operações pelas crianças, é anterior à aquisição do conceito de conservação e se processa em simultâneo com o desenvolvimento da contagem oral. De acordo com Piaget, os autores (2001) referem que a compreensão das operações

aritméticas tem origem nos esquemas de acção da criança. Esquemas de acção são entendidos aqui, no sentido que lhes foi dado por Piaget, como representações das acções (por exemplo, a utilização dos dedos da mão para representar objectos). Assim, as crianças desenvolvem esquemas de acção (em coordenação com o conhecimento que possuem do sistema de numeração) que lhes permitem resolver problemas simples do seu dia-a-dia.

São três os tipos (níveis) de esquemas que os autores preconizam para a compreensão destas operações aritméticas. Num primeiro nível, as crianças desenvolvem esquemas aditivos e subtrativos, independentes um do outro, e que têm a ver com as acções de juntar e separar. No segundo nível, as operações são compreendidas como inversas uma da outra, verificando-se a coordenação entre os dois esquemas de acção do primeiro nível. Finalmente, no terceiro nível, é compreendida a comparação entre dois conjuntos de objectos através da correspondência termo a termo. Pretende-se, não o juntar ou separar quantidades, mas sim a sua comparação, o que envolve um tipo de raciocínio mais complexo.

De acordo com os autores (Nunes, Campos, Magina, Bryant, 2001), devemos promover a coordenação entre os diferentes esquemas de acção, enfatizando as relações entre estes e as operações de adição e subtracção.

Assim, propondo a resolução de problemas envolvendo estes três tipos de níveis de compreensão, e não nos centrando apenas em cada um por sua vez, evitamos que as crianças deixem de raciocinar sobre cada problema e simplesmente imitem procedimentos repetidos sistematicamente.

À medida que as crianças vão desenvolvendo o seu conhecimento sobre as operações aritméticas, vão, simultaneamente, dominando aquilo que alguns autores denominam por Factos Numéricos Básicos (Basic Number Combinations) e que acima referimos.

A investigação recente tem permitido compreender melhor como as crianças adquirem o domínio de factos numéricos básicos e, conseqüentemente, como é que os professores podem auxiliar as crianças nesse processo.



De acordo com Baroody (2006), podemos considerar três fases na progressão deste domínio:

Fase 1 - Estratégias de contagem (usando objectos ou a contagem oral para responder aos problemas propostos)

Fase 2 – Estratégias de raciocínio (usando informação conhecida para determinar, por dedução lógica, a resposta a problemas propostos)

Fase 3 – Domínio (produção rápida e exacta de respostas).

As fases 1 e 2 são, segundo o autor (Baroody, 2002), indispensáveis para atingir a fase 3 que pode ser vista como uma consequência natural do desenvolvimento do sentido de número das crianças. No entanto, o domínio de factos numéricos básicos é algo bastante mais complexo do que um simples processo de aquisição por transmissão. É fundamental que as crianças dominem com alguma segurança os números, os padrões numéricos e as suas relações.

As crianças procuram dar sentido ao seu mundo envolvente, pelo que as explorações e as descobertas no campo dos números, são algo altamente motivador, facilitando a construção de uma rede de interligações entre ideias relacionadas entre si.

As dificuldades de aprendizagem das crianças, neste campo, são motivadas por duas razões:

- (a) Falhas nos seus conhecimentos informais, os quais são fundamentais para o desenvolvimento de estratégias de raciocínio e, globalmente, para o sucesso na aprendizagem formal da matemática;
- (b) Um ensino tradicional que, ao focalizar-se na memorização de combinações isoladas, retira proficiência matemática às crianças e é um factor de criação de ansiedade. Ao não valorizar a identificação de padrões e o estabelecimento de relações numéricas de modo informal, este tipo de ensino conduz ao desenvolvimento de atitudes pouco favoráveis em relação à matemática e à falta de confiança das crianças nas suas capacidades matemáticas.

Baroody (2002), apresenta uma proposta para ultrapassar estas dificuldades, assente nas seguintes sugestões:

- Ajudar, pacientemente, a criança a construir o seu sentido de número, encorajando-a a inventar, partilhar e desenvolver as suas estratégias informais de cálculo;

- Promover o domínio de factos numéricos básicos encorajando a criança a focalizar-se na observação de padrões e relações que funcionam como motor na construção de estratégias de raciocínio que deverão partilhar, justificar e discutir com os seus pares e o professor;

- Centrar o ensino em factos familiares à criança, não os apresentando isoladamente mas, sim, enfatizando o modo como se relacionam entre si. Valorizar a prática de procedimentos é importante mas, sempre, associada a um determinado propósito e nunca como um mero treino repetitivo.

Em termos gerais, o autor (Baroody, 2002) afirma que o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental é mais motivador se o professor orientar o trabalho para a compreensão, colocando questões e promovendo discussões. Deste modo, as crianças vão desenvolver a sua capacidade para usar esses conhecimentos de modo eficaz e flexível, quer em situações familiares, quer em novas situações, valorizando o conhecimento conceptual, o desenvolvimento de estratégias de pensamento matemático e a predisposição para aprender e utilizar a matemática.

Em síntese, tal como no que se refere à contagem, a emergência das operações acontece com números pequenos, alargando-se, posteriormente a números maiores. De acordo com Clements e Sarama (2007), o cálculo exacto é precedido por um período de aproximações que não devem confundir-se com o cálculo aleatório. Posteriormente, a criança começa a utilizar outros métodos (subitizing, contagem), apoiando-se em objectos concretos. Numa fase posterior, podemos mesmo encontrar crianças que resolvem tarefas aritméticas sem, explicitamente, utilizarem materiais.

# III

# Metodologia



Neste capítulo abordamos e justificamos as opções metodológicas tomadas bem como procuramos descrever pormenorizadamente os procedimentos adoptados.

Ao realizar uma investigação com crianças em idade pré-escolar tornou-se particularmente sensível a escolha do método de investigação uma vez que se pretendia dar “voz” às crianças, procurando compreender as suas ideias e os seus procedimentos. Houve, assim, um trabalho cuidado na selecção dos métodos e das técnicas a utilizar.

Apresentamos as nossas opções metodológicas, os procedimentos utilizados na realização da investigação, bem como as técnicas de recolha e análise de dados.



## 1 - Opções metodológicas

Este estudo tem como objectivo fundamental compreender como se processa o desenvolvimento do sentido de número em crianças em idade pré-escolar (de 3 a 5 anos de idade) e que competências numéricas vão adquirindo informalmente, à medida que ocorre esse desenvolvimento. A preocupação central é, portanto, compreender como é que, através da implementação de uma cadeia de tarefas intencionalmente construídas, conseguimos interpretar o percurso de desenvolvimento do sentido de número das crianças participantes.

Embora se pretenda descrever a situação observada, tenta-se ir mais além procurando-se mostrar como as crianças conseguem potenciar e desenvolver as suas capacidades numéricas, em contextos do seu dia-a-dia significativos e facilitadores da interacção social.

Assim, o trabalho a realizar envolve um plano de investigação com o objectivo de estudar intensiva e detalhadamente o desenvolvimento do sentido de número no pré-escolar, a partir da implementação de uma cadeia de tarefas construída com o objectivo de analisar, estimular e potenciar esse mesmo desenvolvimento. Em ambiente natural, procura-se examinar esse desenvolvimento recorrendo a estratégias diversificadas, de modo a compreender os “comos” e os “porquês” dos procedimentos, ideias e raciocínios das crianças, no seu todo e na sua unicidade.

Trata-se de uma investigação única uma vez que é realizada com “aquelas” crianças específicas procurando evidenciar o que nelas há de essencial e característico relativamente ao desenvolvimento das suas competências numéricas.

## *A Metodologia*

Na investigação em educação, a escolha de uma metodologia de investigação deve estar de acordo com os objectivos do estudo, em particular com as questões a que se quer dar resposta.

A natureza do problema a investigar, uma vez que não se pretende responder a questões prévias nem proceder a generalizações, sugere a adopção de uma metodologia centrada no paradigma qualitativo.

De acordo com Taylor e Bogdan (1986) a investigação qualitativa:

- entende o contexto e os indivíduos segundo uma perspectiva holística, estudando as pessoas no seu contexto e perante situações concretas;

- é sensível aos efeitos que o investigador causa às pessoas que são objecto de estudo, interagindo com os informantes de um modo natural. O investigador, embora não possa eliminar a sua influência nas pessoas que estuda, procura controlar essa influência e reduzi-la ao mínimo;

- tenta identificar-se com os indivíduos que estuda, para compreender como experimentam a realidade. Procura apreender o processo interpretativo, permanecendo distanciado como um observador objectivo.

Na realidade, os métodos com os quais estudamos as pessoas influenciam o modo como as vemos. Reduzir as palavras e as acções a dados estatísticos minimiza o aspecto humano. A metodologia qualitativa adequa-se ao conhecimento dos aspectos pessoais, da vida interior, das perspectivas, crenças, concepções, êxitos e fracassos. Por outro lado, assegura uma estreita ligação entre os dados e o que, realmente, as pessoas disseram e fizeram. Observando os indivíduos no seu quotidiano, escutando-as a falar sobre o que têm em mente, o investigador qualitativo obtém um conhecimento directo, não filtrado por conceitos, definições operacionais e escalas classificatórias. Tem a possibilidade de descrever sistematicamente as características das variáveis e fenómenos, com o intuito de modificar, gerar ou aperfeiçoar categorias conceptuais, descobrir e validar associações entre fenómenos e comparar



constructos e postulados gerados a partir situações observadas em contextos diversificados. Mais especificamente, centra-se nos significados, descrições e definições situando-as num contexto, uma vez que se procuram conhecer processos subjectivos acedendo ao significado das acções desde a perspectiva do actor

A opção pelo Método que mais se adequa ao trabalho a realizar foi problemática e um aspecto central, uma vez que ao realizarmos um estudo exploratório sobre o desenvolvimento do sentido de número em crianças em idade pré-escolar, em que as crianças são os sujeitos em análise, se tornava necessário a adopção de uma postura que permitisse penetrar no mundo das crianças, mantendo a necessária objectividade. Pretendia-se um trabalho que integrasse e privilegiasse os modos como as crianças interpretam os problemas propostos, a análise das suas acções e os sentidos que atribuem a essas mesmas acções. Havia, portanto, necessidade de uma grande envolvência da investigadora, que permitisse observar e escutar o modo como as crianças agem e interagem, o modo como explicam e justificam os seus procedimentos. Privilegiou-se a observação das interacções entre as crianças e entre estas e os adultos (educadora e investigadora) durante a implementação das tarefas, descrevendo-se pormenorizadamente os aspectos fundamentais dessas interacções, tentando não esquecer a subjectividade dos diferentes actores.

Não nos interessava apenas saber se as crianças com as quais se realizou esta investigação possuíam ou não determinadas competências em estudo ou se, no final do trabalho as tinham ou não desenvolvido. A nossa motivação levava-nos mais longe. Pretendíamos investigar os procedimentos, as ideias e os raciocínios das crianças na realização das tarefas, como modo de compreender como se realiza a sua aprendizagem num ambiente de interacção social. Assim, pareceu-nos que a metodologia que mais se adequava aos objectivos do trabalho a realizar seria uma metodologia qualitativa interpretativa centrada na observação participante.

Adoptou-se, assim, uma perspectiva de análise em que são realçadas as formas de entendimento das crianças, considerando-as como actores sociais, com voz e acção, participando na investigação em parceria com os adultos.

## *O Método*

Tendo em conta os aspectos atrás referidos, considerámos a etnografia como o método de investigação que mais se adequava ao trabalho a realizar. De acordo com diversos autores que se têm debruçado sobre este método, nomeadamente segundo Pinto (2000), a etnografia é uma opção metodológica particularmente adequada para o estudo desta faixa etária uma vez que dá à criança uma participação activa, uma voz directa, não conseguida através de outras metodologias.

Na base do conceito de etnografia encontra-se a observação participante, técnica que mais se adequa quando se pretende (como é o caso) observar e captar, de forma natural, as acções manifestadas e o discurso dos intervenientes. A observação participante, ao estabelecer relações estreitas com os sujeitos em estudo, facilita uma descrição minuciosa e detalhada da realidade a estudar, de modo a compreender os significados que esses sujeitos dão às acções que realizam. O investigador, ao assumir-se como principal instrumento de investigação, observando, interrogando e interpretando, partilha e co-produz os significados dos observados acedendo a um conhecimento dos seus pontos de vista que, de outro modo, dificilmente seria conseguido

Utilizou-se uma metodologia de trabalho intensivo e detalhado em torno de uma entidade bem definida (as tarefas) que seria estudada em detalhe e profundidade, utilizando, devido à sua complexidade, processos diversificados e considerados apropriados, com a particularidade de recorrer, no contexto da investigação, a múltiplas fontes de informação.

Assim, no âmbito do método etnográfico, um estudo de cariz descritivo e interpretativo será o mais apropriado para abarcar a complexidade das situações a investigar, uma vez que se pretende descrever e compreender os comportamentos, as ideias e os procedimentos das crianças, bem como os processos cognitivos desenvolvidos quando confrontadas com situações do mundo real. Não se trata, assim, de verificar, explicar ou transferir as ideias e os procedimentos das crianças, mas, sim, compreender, interpretar e dar inteligibilidade (narrar) essa mesma realidade, que é uma realidade social.

Interessam-nos os pontos de vista e os significados produzidos nas interacções sociais. Como afirma Merriam (1988), “(...) a investigação descritiva é utilizada quando a descrição e a explicação (em vez da predição com base na causa e no efeito) são pretendidas, quando não é possível ou viável manipular as causas potenciais do comportamento, e quando as variáveis não são facilmente identificadas ou estão demasiado inseridas no fenómeno para poderem ser isoladas e tratadas.” (pp.7). Também Ponte (1994) refere que a perspectiva interpretativa se apoia, em parte, no interaccionismo simbólico, que pressupõe a interpretação de significados para as situações ou acontecimentos em função das interacções sociais que se jogam numa pluralidade de contextos.

Pretende-se a criação de um cenário pedagógico em que se manifestassem as formas de pensamento, as decisões, as dificuldades e as opções das crianças no confronto com as situações apresentadas.

Trata-se de uma investigação empírica baseada na descrição e compreensão interpretativa, tendo como marco de referência a produção de significados no contexto das interacções sociais.

A finalidade é, portanto, verificar como é que o problema do estudo se manifesta em ambientes de aprendizagem informal, em actividades que não interfiram com as rotinas diárias. Assim, a observação naturalista e participante foi julgada primordial uma vez que se deseja a obtenção de um conjunto de dados suficientemente vasto para permitir dar conta da trajectória de aprendizagem percorrida pelas crianças (Yin, 1989). A observação realizada teve como intenção obter registos das interacções das crianças (com as outras crianças e com os adultos – educadora e investigadora) em ambiente de cooperação, confronto de ideias e explicitação de raciocínios. Os resultados da investigação incluem uma grande componente descritiva, na medida em que procuram tornar clara a trajectória de aprendizagem percorrida pelas crianças ao longo de cada tarefa, incluindo a forma como foram aperfeiçoando e ampliando os seus modelos das situações tratadas, o tipo de procedimentos que adoptaram e as estratégias e raciocínios que efectuaram. No contexto desta investigação houve um grande envolvimento da investigadora que foi a

principal interveniente quer na planificação, quer na implementação e na reflexão sobre as tarefas.

A análise dos dados tenderá a seguir um processo indutivo partindo de questões gerais e procurando focalizá-las em interesses mais directos e específicos que se irão precisando à medida que o estudo decorre.

### *Validade e Fidelidade*

As questões dos critérios de cientificidade, pela natureza qualitativa deste estudo, merecem ser abordados com cuidado. Preocupa-nos, fundamentalmente, o juízo que possa ser feito do conhecimento obtido através desta investigação. Trata-se, portanto, de evidenciar a pertinência e o rigor desta investigação.

Assim, no que diz respeito à objectividade do estudo, foi assumido, desde o início, uma opção epistemológica no que concerne ao desenvolvimento do sentido de número e das competências numéricas das crianças, que não coincide com as posições defendidas por Piaget e seus seguidores mas que se apoia nas perspectivas de investigações recentes realizadas, entre outros, por Baroody (2002), Fuson(1983) e Fosnot e Dolk (2001). Por este motivo, corremos, conscientemente, o risco de a nossa análise poder vir a ser refutada por alguns, embora saibamos, também, que será aceite e consensual por aqueles que defendem a nossa visão da problemática em causa.

Por este motivo, a validade e fidelidade do trabalho de campo que realizámos mereceu particular atenção.

De acordo com Goetz (1988) a validade de um estudo remete para uma correcta interpretação dos resultados obtidos, enquanto que a fidelidade diz respeito à independência dos resultados relativamente aos contextos em que são obtidos.

Relativamente ao primeiro aspecto (validade), procurou-se, através da transcrição integral de inúmeros episódios, que os dados representassem estritamente aquilo que aconteceu de um modo verdadeiro e autêntico. A análise realizada procurou fazer uma interpretação tão objectiva e imparcial quanto possível, tentando-se adequar ao objectivo da investigação aquilo que se observou (e não aquilo que se desejava observar). Foi estabelecida uma relação consistente entre os objectivos da investigação e a recolha de dados, tentando-se (a) obter um número suficientemente abrangente de dados, (b) diversificar as fontes, trabalhando em três realidades distintas, cada uma com a sua especificidade, (c) questionar as crianças no sentido de não cometer erros na compreensão dos aspectos-chave das acções realizadas ou dos significados que as crianças atribuíam às suas acções, (d) confrontar as crianças com significados distintos dos por elas veiculados com o objectivo de validar (ou não) as concepções teóricas da investigadora (procura de casos divergentes).

Para além disso, o prolongamento no tempo (seis meses de trabalho de campo) contribuiu, para, de algum modo, confirmar a validação do estudo através da consistência dos dados recolhidos. Também o grau de afectividade e proximidade que se conseguiu estabelecer com as crianças, desde o início, contribuiu para essa validação, e foi apoiado no amplo conhecimento da investigadora do contexto do pré-escolar complementado pela sua experiência em trabalhos desta natureza, em Jardim-de-Infância. Para assegurar a validade desta investigação devemos, ainda, considerar a presença das educadoras que viveram a situação de muito perto (também elas foram observadoras participantes) e cujas análises, realizadas em conjunto com a investigadora, relativamente a todas as tarefas corroboraram as realizadas pela investigadora. Finalmente, a documentação de todo o processo (realizada através de registo áudio e escrito) possibilita a confirmação dos resultados e a integração do estudo em outros incidindo sobre o mesmo objecto de análise.

Tratando-se de um estudo com a participação de crianças como actores sociais, procurámos desenvolver o trabalho realizado observando os seguintes princípios (Soares, 2006):

- equidade e adequabilidade dos objectivos e métodos utilizados,
- respeito total pela liberdade e vontade de participação de cada uma das crianças na investigação;
- redução e prevenção de danos e aumento da possibilidade de as crianças usufruírem de benefícios a partir da investigação.

De referir, ainda, que houve o maior respeito pela privacidade e confidencialidade das crianças envolvidas, nomeadamente porque a grande maioria dos dados resulta da voz das crianças. Foi-lhes dada informação sobre os objectivos da investigação para que a pudessem compreender, salientando-se a participação voluntária de cada uma e a liberdade para a recusarem, sempre que o desejassem. Os encarregados de educação foram também informados sobre a investigação.

No que respeita à fidelidade, foi grande a preocupação com as técnicas e instrumentos de recolha de dados. Por uma questão ética (preservar a identidade das crianças) e também técnica, optou-se por não recorrer a gravações vídeo (que iriam comprometer e prejudicar a autenticidade dos comportamentos das crianças) e optar por gravações áudio. Estas permitiram um registo inequivocamente verdadeiro das situações vividas.

O contexto da investigação (três Jardins-de-Infância distintos e observados ao longo de seis meses) permitiu verificar a consistência e a invariância dos dados, quer internamente, quer relativamente aos aspectos teóricos que enformam a investigação.

Assim, consideramos que as conclusões obtidas, resultado de consensos gerados neste processo de intersubjectividade entre crianças e investigadora, poderão produzir inteligibilidade no quadro da compreensão e interpretação de contextos afins. Para além disso, parece-nos que os resultados obtidos contribuirão para uma maior compreensão sobre o modo como as crianças em idade pré-escolar desenvolvem o seu sentido de número.

## 2 - Procedimentos

A preparação do trabalho de campo iniciou-se com a selecção das educadoras que iriam colaborar no estudo. Para tal, contou-se com o apoio de duas educadoras de infância que haviam participado com a investigadora no Projecto “Desenvolvendo o Sentido de Número: Perspectivas e Exigências Curriculares”. Estas, elementos dos Conselhos Executivos de dois agrupamentos de escolas, auscultaram as educadoras das suas escolas no sentido de seleccionarem, de entre as interessadas em participar no estudo, três que, nas suas opiniões, reunissem os requisitos necessários para o trabalho que se pretendia realizar. Esta liberdade na selecção das educadoras foi intencional, uma vez que o conhecimento que tinham do trabalho a realizar, bem como a experiência e o conhecimento adquiridos através da sua participação no projecto atrás referido, lhes dava a competência necessária para o fazer.

Assim, foram escolhidas três educadoras de Infância com perfis pessoais e profissionais diferenciados, e cujos Jardins-de-Infância onde se encontravam a trabalhar, se enquadravam em realidades geográficas e sócio culturais distintas.

Aos Conselhos Executivos dos agrupamentos aos quais pertenciam cada um dos Jardins-de-Infância foi pedida autorização para a realização do trabalho e os encarregados de educação das crianças foram informados sobre o mesmo.

A primeira reunião entre a investigadora e as educadoras de infância participantes realizou-se em Novembro de 2007 e teve como principal objectivo as apresentações pessoais e uma primeira abordagem ao trabalho que se pretendia realizar. As três educadoras já se conheciam entre si, e a investigadora apenas conhecia uma delas. Após a apresentação das linhas gerais do projecto de investigação, de uma primeira calendarização das idas a cada um dos Jardins-de-Infância e das tarefas a implementar, discutiram-se os

aspectos fundamentais do desenvolvimento do sentido de número no pré-escolar, bem como os fundamentos teóricos que norteariam o trabalho a desenvolver. Foram disponibilizados documentos de aprofundamento teórico e prático<sup>2</sup>, esclarecedores dos temas a abordar. As educadoras foram sensibilizadas para o tipo de trabalho a realizar, nomeadamente para o clima que se pretendia criar, tentando-se o estabelecimento de uma relação tão próxima quanto possível entre as crianças e a investigadora. Foi também abordada a questão da implementação das tarefas, sendo aceite que seria a investigadora a principal dinamizadora das mesmas, que a participação das educadoras seria sempre bem vinda e que teriam total liberdade para o fazer.

No início de Janeiro de 2008 iniciaram-se as idas aos Jardins-de-Infância.

Em cada semana a investigadora deslocou-se a um dos Jardins-de-Infância, num total de 9 presenças em cada um dos Jardins-de-Infância

Após cada tarefa a educadora e a investigadora trocaram impressões sobre o modo como tinha decorrido a implementação da mesma, procurando-se identificar os aspectos fundamentais da actividade das crianças.

No final da implementação de todo o trabalho, a investigadora e cada uma das educadoras, fizeram um balanço de todo o trabalho, procurando identificar os aspectos mais bem conseguidos e as maiores dificuldades.

Numa primeira fase, pensou-se que seria adequada a descrição da implementação das tarefas no seu conjunto, independentemente do Jardim-de-Infância envolvido. No entanto, e à medida que as tarefas iam sendo implementadas, fomos nos apercebendo do interesse em particularizar a implementação em cada um dos Jardins-de-Infância de modo a podermos salientar os reais contextos em cada um deles realçando semelhanças e diferenças entre os procedimentos das crianças.

---

2 – Castro e Rodrigues (2008). Sentido de Número e Análise de Dados . Lisboa: DGIDC, Ministério da Educação



O facto de, em dois dos Jardins de Infância, as crianças se distribuírem entre os 3 e os 5 anos e no terceiro, todas (à excepção de duas crianças) terem 5 anos, originou diferenças entre os seus desempenhos, entre as interações que se foram estabelecendo entre as crianças e entre estas e a investigadora. Justificava-se e tornava-se mesmo necessária, portanto, a separação das descrições do trabalho realizado em cada um dos Jardins-de-Infância. Assim, à posteriori, optou-se por descrever a implementação de cada uma das tarefas em cada um dos Jardins-de-Infância, procedendo-se no final, a uma síntese global dos resultados obtidos.

O trabalho desenvolvido envolveu cerca de 55 crianças com idades compreendidas entre os 3 e os 5 anos de idade, distribuídas pelos três Jardins-de-Infância seguidamente caracterizados.

A investigadora teve um papel muito participativo neste trabalho. A importância dada à explicitação dos raciocínios das crianças, em particular a aspectos muito específicos do desenvolvimento do sentido de número, levou a que se considerasse fundamental que a investigadora estivesse em constante interação com as crianças pois seria mais natural para elas o constante questionamento e a reorientação das questões colocadas, no sentido de procurar compreender os seus raciocínios. A sua experiência quer no trabalho com crianças em Jardim-de-Infância, quer como formadora de Educadores de Infância, facilitou uma boa integração no quotidiano do Jardim-de-Infância e um bom envolvimento com as crianças. Um mero observador não conseguiria o envolvimento necessário e a afectividade que se estabeleceu com as crianças. Na realidade, podemos dizer que a investigadora foi quem implementou a grande maioria das tarefas. Apesar disso, o trabalho realizado pelas educadoras, quer durante a implementação das tarefas, quer na tentativa de aproveitar situações do quotidiano no sentido de contribuir para a consolidação do desenvolvimento das competências em causa, foi fundamental neste trabalho. Os próprios encarregados de educação se mostraram interessados em conhecer o trabalho que estava a ser realizado, participando sempre que foi solicitado.

### **3 – Os Participantes**

Os participantes foram as crianças (cerca de 55) que, no ano lectivo de 2007/2008 frequentavam três Jardins-de-Infância da zona sul do distrito de Leiria.

#### **Jardim-de-Infância A**

O Jardim-de-Infância A situa-se num meio rural e serve alguns pequenos aglomerados populacionais de uma freguesia de uma cidade de província, embora, devido à progressiva diminuição do número de crianças, nos últimos anos, o seu raio de influência se tenha alargado a outras freguesias do concelho. Trata-se de uma zona de características rurais, cujas principais actividades económicas são a agricultura, vacarias e a exploração de brita e calcário. No entanto, a população activa mais jovem (na qual se incluem os encarregados de educação das crianças que frequentam o Jardim-de-Infância) centra a sua actividade profissional na sede de concelho e, nomeadamente, na área dos serviços.

A localização deste Jardim-de-Infância é um privilégio. Situado numa encosta com uma excelente vista e banhado pelo Sol, o edifício foi adaptado, em 2002, de uma escola do 1º ciclo (entretanto desactivada) e possui instalações adequadas. A sala de actividades é ampla e bem apetrechada e complementada por uma sala polivalente de maiores dimensões, onde as crianças podem realizar múltiplas actividades e que serve, igualmente, de sala de refeições. Existe, ainda, um gabinete, uma cozinha e instalações sanitárias para adultos e para crianças.

O espaço exterior tem dimensões adequadas e algum equipamento lúdico adequado ao espaço e ao número de crianças. A educadora de infância é apoiada por duas assistentes de acção educativa uma vez que o grupo de crianças inclui uma criança com múltiplas e profundas deficiências.

Este Jardim-de-Infância inclui a componente de apoio à família (serviço de refeições) dando resposta a uma necessidade dos pais. O serviço é da responsabilidade da Câmara Municipal, sendo pago pelos encarregados de educação. Como já foi referido, as crianças residem em diferentes freguesias circundantes, sendo transportadas por uma carrinha da Junta de Freguesia à qual pertence o Jardim-de-Infância. Os encarregados de educação trabalham na área dos serviços, possuem como habilitações literárias, maioritariamente, a escolaridade obrigatória e inserem-se no nível socioeconómico médio- baixo.

O grupo de crianças é constituído por 12 crianças (8 do sexo masculino e 4 do sexo feminino) com idades compreendidas entre os 3 e os 5 anos (metade das crianças tem 5 anos) e todas frequentam o Jardim-de-Infância desde os 3 anos. Frequenta, também, este Jardim-de-Infância, uma criança com múltiplas e profundas deficiências cuja participação nas actividades proporcionadas é praticamente nula e à qual uma assistente de acção educativa presta apoio permanente. Esta criança beneficia de apoio através de inúmeras actividades e, também por esta razão, a sua presença no Jardim-de-Infância não é muito frequente. Nunca esteve presente nas actividades desenvolvidas ao longo da investigação. A maioria dos alunos tem um irmão (7).

No que respeita ao seu desenvolvimento, pode-se considerar adequado às suas idades notando-se, no entanto, alguma heterogeneidade. O grupo, de acordo com a educadora, parece incluir-se, ainda, no estágio emocional egocêntrico, surgindo, por vezes, situações de conflito que necessitam de ser mediadas pelo adulto.

Trata-se de um grupo bastante activo, curioso e comunicativo, observando-se que realizam as suas brincadeiras em pequenos grupos. Segundo a opinião da educadora, apresentam algumas dificuldades ao nível da concentração e do respeito pelas regras, bem como no que concerne às relações pessoais e sociais. Necessitam, igualmente, de desenvolver a motricidade fina e a autonomia.

Maria, a educadora da turma, exerce a sua profissão há cerca de 30 anos. Possui um bacharelato em educação de infância e pertence ao quadro da escola. Considera a matemática no pré-escolar como actividade pré-científica e valoriza bastante o trabalho neste domínio, não só porque gosta muito de matemática, mas também porque pensa que contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico da criança, bem como para a organização espaço-temporal e ainda para o desenvolvimento do sentido estético. Apesar de valorizar situações ocasionais para trabalhar a matemática, refere que já há algum tempo tem vindo a planificar intencionalmente pequenas tarefas matemáticas, procurando que as crianças utilizem estratégias diversificadas e significativas, contribuindo, assim, para uma correcta estruturação do seu pensamento e um equilibrado desenvolvimento global. Afirma que privilegia a integração da matemática com outras áreas de conteúdo, propondo tarefas múltiplas e variadas relacionadas com a linguagem, as expressões e a formação pessoal e social, acentuando a convicção de ver a matemática como mais uma componente de uma aprendizagem global. No seu trabalho com as crianças não recorre à utilização de fichas pré-construídas, mas sim a materiais da sala ou materiais construídos por si ou em conjunto com as crianças. Maria valoriza as capacidades das crianças relativamente à matemática, realçando a importância do papel do educador no desenvolvimento dessas capacidades. Normalmente trabalha a matemática em pequenos grupos ou individualmente, procurando, perante eventuais dificuldades das crianças colocar questões que ajudem os raciocínios, relembrar situações já vividas que possam ajudar, tentando nunca ensinar ou dizer como se faz. Considera importante valorizar as crianças que revelam competências matemáticas superiores ao esperado (embora sempre individualmente) e procura que essas crianças comuniquem as suas descobertas aos outros colegas e os ajudem quando estes evidenciam dificuldades. Por outro lado, considera que a realização de actividades significativas (aproveitando situações reais), dando oportunidade à criança de observar o que a rodeia (contando, comparando, medindo) fomenta o interesse pela matemática no decorrer da sua vida. Aliás, considera que as atitudes que as crianças desenvolvem relativamente à matemática no pré-escolar têm reflexos no 1º ciclo, embora aí sejam fortemente aprofundadas.

Maria revela-se uma pessoa muito preocupada com a qualidade do seu trabalho, investindo no seu desenvolvimento profissional numa procura de se actualizar e melhorar a sua prática. Por vezes sente falta de mais momentos de partilha com os colegas, quer a nível científico, quer no que respeita à planificação e reflexão sobre o trabalho em sala de aula. Parece, portanto, valorizar o trabalho colaborativo entre docentes, lamentando a sua inexistência.

## **Jardim-de-Infância B**

O Jardim-de-Infância B localiza-se numa pequena freguesia de características essencialmente rurais onde a maioria da população, tradicionalmente, se dedicava à fruticultura. Presentemente, e devido à crise que se vive neste sector de actividade, a população mais jovem (na qual se incluem os pais e encarregados de educação das crianças envolvidas) trabalha, na sua maioria, no sector secundário.

Situa-se num local alto, com um vista privilegiada para a zona envolvente, com um horizonte a perder de vista. Trata-se de um edifício de construção relativamente recente, com muito boas condições, constituído por uma sala ampla e com boa luz natural onde se realiza a maioria das actividades. Possui uma sala de menores dimensões, especialmente utilizada para actividades no domínio das expressões, uma cozinha onde as crianças tomam as refeições confeccionadas por uma empresa de serviços, embora possua todas as condições para que se possa cozinhar e onde os alunos podem realizar actividades relacionadas. As instalações sanitárias são adequadas (quer para adultos quer para crianças). A zona exterior tem características pouco habituais. Para além do vulgar espaço de lazer, apetrechado com equipamento lúdico, existe uma horta de razoáveis dimensões, cuja responsabilidade de manutenção é partilhada por crianças e adultos. Existe ainda um curioso espaço dedicado à criação de animais (uma cabra, galinhas, pombos e coelhos) onde a responsabilidade de alimentação e cuidados é, também, partilhada entre crianças e adultos (incluindo-se neste último grupo, alguns familiares das crianças, principalmente em tempos não lectivos).

A autarquia local desenvolve um interessante trabalho ao nível educativo, sendo múltiplas as actividades de sua iniciativa envolvendo todos os Jardins-de-Infância e escolas do 1º ciclo do ensino básico do Concelho.

O grupo de crianças é constituído por 23 crianças com idades compreendidas entre os 3 e os 5 anos de idade.

Como foi referido os pais e encarregados de educação exercem a sua actividade profissional fundamentalmente no sector secundário inserindo-se num nível socioeconómico considerado médio.

A maioria das crianças tem um irmão e, muitas delas, apesar de já terem 4 ou 5 anos, frequenta o Jardim-de-Infância pela primeira vez. Apesar de, ao longo do ano lectivo, terem modificado a sua percepção e conhecimento sobre o trabalho realizado num Jardim-de-Infância, muitos dos pais consideravam, no início do ano lectivo, a educação de infância e o trabalho realizado num Jardim de Infância como um mero espaço de brincadeira no qual as crianças estavam seguras e acompanhadas ao longo do dia. O trabalho realizado pela educadora de infância no sentido de envolver os pais nas actividades realizadas, de lhes explicar e mostrar todo o trabalho realizado, evidenciando o processo de desenvolvimento e aprendizagem feito pelas crianças, levou a que essa concepção (infelizmente ainda muito vulgarizada) se tenha modificado bastante ao longo do ano lectivo. Por outro lado, e uma vez que algumas crianças evidenciavam vivências pobres e pouco estímulo familiar ao seu desenvolvimento (visível, por exemplo, na pobreza da linguagem utilizada, na dificuldade em comunicar ideias oralmente, nas dificuldades no que respeita à motricidade fina, no desconhecimento das cores), foi também conversado com os pais a importância de as crianças terem também em casa à sua disposição livros, papel e lápis de cor, de serem incentivadas a participarem nas conversas familiares, a observarem e conversarem sobre o seu dia a dia, o meio envolvente, a não faltarem ao Jardim-de-Infância, etc.

Na sua globalidade, e tendo em conta as especificidades atrás referidas, as crianças apresentam um desenvolvimento afectivo, motor e cognitivo de acordo com o esperado para a sua idade e contexto familiar. São crianças que já estabeleceram relações de amizade entre elas, tendo quase todas, o seu melhor amigo entre os colegas. Gostam de realizar as suas actividades a pares (com o amigo), centrando-se as suas preferências no jogo simbólico, gostando de brincar no cantinho da casinha (as meninas) ou na garagem (os rapazes). Têm claramente preferência por actividades dirigidas,

talvez devido à sua ainda pouca autonomia relativamente à tomada de decisões.

O Jardim-de-Infância possui uma auxiliar de acção educativa bastante experiente e competente e que exerce as funções neste local há já bastantes anos, beneficiando, em muito, o trabalho realizado. Uma vez que habita na localidade, conhece muito bem as famílias e o ambiente familiar de cada uma delas.

A educadora da turma, Luísa, tem cerca de 20 anos de experiência, possui o bacharelato em educação de infância e uma licenciatura em direcção e gestão pedagógica. Pertence ao quadro de zona pedagógica.

Luísa exerce a sua profissão com um prazer evidente, centrando muito a sua atenção no desenvolvimento das crianças. Sempre se preocupou com o desenvolvimento das competências matemáticas das crianças, procurando, com frequência, intencionalizar matematicamente algumas rotinas diárias (as crianças todos os dias efectuem contagens e resolvem pequenos problemas propostos pela educadora sugeridos pelo desenrolar das actividades diárias).

Devido a serem crianças com poucas experiências a este nível, a estratégia de resolução é, algumas vezes, induzida pela própria educadora.

Considera que, embora em pequeno ou grande grupo, o pouco desenvolvimento matemático de algumas crianças apareça esbatido, quando o trabalho é individual, essas dificuldades são evidenciadas (por exemplo, algumas crianças de cinco anos não conhecem a sequência de contagem até 5, nem conseguem dizer quantos anos têm, apenas mostrando os correspondentes dedos da mão, não conseguindo dizer que número indicam).



## **Jardim-de-Infância C**

O Jardim-de-Infância C localiza-se numa cidade de província, com características essencialmente comerciais. Situa-se numa zona residencial associada à classe média, média-alta, embora sirva uma população mais abrangente em termos socioeconómicos

O Jardim-de-Infância insere-se num complexo educativo que inclui, também, uma escola do 1º ciclo. Possui 4 salas, algumas de dimensões um pouco pequenas para o número de crianças de cada turma (como é o caso da sala onde trabalhámos). Inclui, ainda, uma sala polivalente, de grandes dimensões que serve de sala de refeições, para além de ser um espaço dedicado às actividades de complemento curricular e a actividades comuns a todas as salas (festa de Natal, festa de fim de ano, actividades comuns relativas ao Projecto Educativo do Jardim-de-Infância). O espaço exterior, embora comum aos dois estabelecimentos de ensino, encontra-se implicitamente separado (as crianças de cada uma das escolas limitam-se a utilizar o espaço que lhes é indicado como seu). Possui equipamento lúdico adequado e um pátio coberto de pequenas dimensões.

O grupo é constituído por 24 crianças todas com 5 anos (à excepção de duas crianças de 3 anos) e em que apenas quatro crianças frequentam a instituição pela primeira vez.

Os agregados familiares inserem-se no nível socioeconómico entre o médio e o médio-alto, exercendo os encarregados de educação a sua actividade profissional fundamentalmente no sector terciário. A maioria possui uma licenciatura. São pessoas bastantes interessadas com o quotidiano dos seus filhos no Jardim-de-Infância, acompanhando com assiduidade o trabalho desenvolvido e participando sempre que solicitados.

As crianças são muito participativas em todas as tarefas, revelando, no entanto, algumas dificuldades no cumprimento de regras e, por vezes, pouca capacidade de concentração. Recorrem quase sempre ao adulto para

que as ajude a resolver os conflitos entre elas surgidos. Possuem o esperado desenvolvimento motor (quer no que respeita à motricidade fina quer à motricidade grossa) e cognitivo. Utilizam uma linguagem rica e diversificada e a matemática desperta-lhes interesse e curiosidade. Gostam de realizar contagens e de resolver problemas, partilhando com os outros as suas soluções. As dificuldades de alguns surgem quando são desafiadas a explicitarem as estratégias de resolução utilizadas.

A educadora da turma, Clara, possui uma licenciatura em educação de Infância, tem 15 anos de experiência profissional, e pertence ao quadro de zona pedagógica da região.

Gosta de trabalhar matemática com as crianças, mas de forma integrada, relacionando-a com outras áreas de conteúdo, uma vez que defende que a construção do saber se processa de forma integrada.

Valoriza a importância da matemática, procurando inseri-la no quotidiano do Jardim-de-Infância, quer utilizando situações ocasionais, quer planificando tarefas que procura que estejam ligadas ao quotidiano das crianças. Esta sua preocupação prende-se com o facto de considerar fundamental que as crianças compreendam que a matemática está presente no dia-a-dia e é necessária, procurando contribuir para a concepção da matemática como algo acessível a todas as crianças, útil e presente no seu quotidiano.

Clara considera que as crianças gostam de matemática mostrando grande interesse por actividades matemáticas e revelando boas capacidades neste domínio. Neste sentido, tenta que as crianças desenvolvam atitudes favoráveis face à matemática pois pensa que isso será importante aquando da sua entrada no ensino formal, apesar de afirmar que, o carácter rígido, pouco integrador e, muitas vezes, descontextualizado com que se desenrola a aprendizagem da matemática no 1º ciclo leva, por vezes, à alteração dessas atitudes.

Clara afirma que a sua formação ao nível da matemática foi importante, valorizando o trabalho realizado no curso de Complemento de Formação, embora afirme a necessidade de constantemente se procurar actualizar.

## **4 – As tarefas**

### ***A cadeia de tarefas***

A cadeia de tarefas foi construída tendo como princípio orientador aquilo que Simon (1995) designa por *trajectória hipotética de aprendizagem*. Para isso foi pensado o objectivo do trabalho a desenvolver com as crianças (analisar e propiciar o desenvolvimento do sentido de número e as competências numéricas das crianças), foi estruturado um plano de actividades para as experiências de aprendizagem e, finalmente, foram definidas hipóteses sobre o modo como os alunos iriam pensar, interagir e aprender nas condições definidas. Como suporte a este trabalho esteve a concepção da investigadora sobre o que deve ser a educação matemática no pré-escolar, o seu conhecimento sobre os conteúdos a trabalhar, sobre o modo como o número tem sido trabalhado no pré-escolar, e investigação que neste campo se tem realizado, o seu conhecimento (baseado na experiência do Projecto DSN) das competências que as crianças, teoricamente já desenvolveram e o modo como constroem novos conhecimentos

Cada tarefa foi seleccionada e planificada pensando que a sua implementação deveria permitir compreender os processos matemáticos utilizados pelas crianças, as ideias, procedimentos e modelos utilizados ao matematizar, facilitando a comunicação oral dessas ideias e procedimentos.

A cadeia de tarefas construída tinha por finalidade analisar e contribuir para o desenvolvimento do sentido de número das crianças pretendendo-se facilitar e propiciar a construção de um sentido de número assente na interacção social, evidenciando, de modo significativo, a presença do número e das suas relações no dia-a-dia, mesmo de crianças muito pequenas.

Paralelamente foi assumido que essa construção seria tão mais enriquecedora quanto mais se fossem desenvolvendo as competências numéricas das crianças.

A cadeia de tarefas foi planificada perspectivando um desenvolvimento progressivo e em forma de espiral e encontra-se estruturada no sentido de facilitar o alargamento das competências envolvidas à medida que vamos caminhando nas tarefas, de acordo com os pressupostos da construção de uma Trajectória Hipotética de aprendizagem (Simon, 1995). No entanto, tendo em consideração que o desenvolvimento numérico das crianças, muitas vezes, se realiza através de recuos e avanços, em que a importância dos contextos é fundamental, algumas tarefas realizadas posteriormente envolvem competências menos elaboradas do que outras realizadas anteriormente. Por outro lado procura promover a compreensão flexível dos números com o intuito de ajudar as crianças a compreenderem a importância dos números e das suas relações e desenvolver estratégias úteis e eficazes para utilizarem no seu dia-a-dia.

Assim, e globalmente, as ideias e procedimentos a desenvolver com esta cadeia de tarefas foram os seguintes:

- Dar significado aos números;
- Compreender a importância dos números no quotidiano;
- Desenvolver competências de contagem;
- Desenvolver a capacidade de estabelecer relações numéricas

Foram implementadas as seguintes nove tarefas, algumas construídas pela investigadora, a maioria retiradas de Castro e Rodrigues (2008):

## **1ª tarefa: “O fruto de que mais gostamos”**

Data de implementação: Janeiro de 2008

### Ideias e procedimentos a analisar:

- contar sincronizadamente até 10;
- Estabelecer relações numéricas utilizando números até 5 ou até 10
- Analisar e interpretar resultados;
- Extrair conclusões
- Comunicar oralmente raciocínios.

### Material

- Rectângulos A6 de cartolina branca;
- Material de desenho e pintura;
- Folha grande de cartolina;

### Problema a organizar e a explorar:

- Importância de uma alimentação saudável;
- Importância de comermos fruta;
- Questionar sobre:
  - Se comem muita fruta e quando;
  - Qual o fruto preferido;
  - Como descobrir qual o fruto preferido dos meninos da sala
- Exploração das respostas;
- Sugestão de desenho do fruto preferido;
- Como é que os desenhos nos podem ajudar a descobrir qual o fruto que mais meninos escolheram
- Exploração das respostas;
- Apresentação da base do gráfico e colagem dos desenhos pelas crianças;
- O que podemos descobrir com o gráfico;

- Colocação de questões: Qual o fruto preferido? Por quantos meninos? Qual o fruto menos escolhido? Por quantos meninos? Há frutos escolhidos pelo mesmo número de meninos? Mais peras ou morangos? Quantos mais? Se juntarmos ... com ... quantos ..? Quantos frutos estão ao todo (sem contar)? Nome de um fruto que nenhum menino tenha escolhido. Nome deste tipo de registo. Meninos de outra escola, resultados iguais? Qual o fruto que ficou em 1º lugar? E 2º, ...

## **2ª Tarefa: “Contar e descobrir”**

Data de implementação: Fevereiro de 2008

### Ideias e procedimentos a desenvolver:

- Contagem oral

### Material:

- Um conjunto de seis objectos;
- Tabela feita em cartolina

### Problema a organizar e a explorar:

- Colocar 6 objectos seleccionados pelas crianças à sua frente, em local amplo;
- Formam-se duas equipas e cada equipa joga à vez;
- Uma criança de uma equipa fecha os olhos e conta sincronizadamente enquanto as outras a auxiliam, se necessário;
- A um sinal do adulto a criança pára a contagem, abre os olhos e tem que identificar qual o objecto que entretanto foi escondido pelo adulto.
- Por cada vez que uma equipa acerta marca 2 pontos que se registam numa tabela (são as crianças que registam os seus pontos na tabela, do modo que acharem mais adequado).
- no final, poderá tentar verificar-se qual a equipa com maior total de pontos (equipa vencedora).

### **3ª Tarefa: “Tampas de Garrafas”**

Data de implementação: Ao longo do tempo

#### Ideias e procedimentos a desenvolver

- Contagem de objectos

#### Material:

- Cartões plastificados com representações de números até 20 (numerais e pintas);
- Caixas com envelopes transparentes colados na frente;
- Tampas de garrafas plásticas (ou peças de lego, ou qualquer objecto que exista em número suficientemente grande.

#### Problema a organizar e a explorar:

- Esta será uma tarefa a incluir nas rotinas diárias
- Todos os dias uma criança selecciona um cartão que coloca no envelope da caixa e introduz na caixa o número de tampas correspondente
- Posteriormente outra criança confere se o número de tampas coincide com o número indicado no cartão.

### **4ª tarefa: Jogar com cartões de pintas**

Data de implementação: Março de 2008

#### Ideias e procedimentos a desenvolver:

- contagem de objectos;
- Capacidade de realizar subitizing;
- Contar a partir de certa ordem;
- Construir relações numéricas.



### Material

- Um baralho de 24 cartas (Baralho 1) exibindo até ao máximo 6 pintas, dispostas de modo padronizado (como as pintas de um dado);
- Um baralho de 24 cartas (Baralho 2) exibindo até ao máximo 6 pintas, dispostas de modo não padronizado (algumas em filas outras não) ;
- Um baralho de 24 cartas (Baralho 3) exibindo entre 7 e 12 pintas, dispostas de modo não padronizado (algumas em filas outras não);
- Dois dados de pintas;

### Problema a organizar e a explorar

O jogo deverá ser realizado em pequenos grupos (4 crianças).

As crianças, de acordo com as capacidades que forem exibindo, jogam o 1º, e/ou o 2º e/ou o 3º jogos:

- no 1º jogo são espalhadas as cartas do baralho 1. À vez, cada criança lança um dado de pintas e todas as crianças deverão recolher uma carta com tantas pintas quantas as indicadas pelo dado;
- no 2º jogo são acrescentadas as cartas do baralho 2 e retiradas algumas do baralho 1 e o jogo é igual ao anterior;
- no 3º jogo são espalhadas cartas dos 3 baralhos e cada criança, na sua vez, lança dois dados de pintas e terá que recolher uma carta com número de pintas igual à soma do número de pintas dos dois dados

### **5ª Tarefa:** “Tiro ao alvo”

Data de implementação: Abril de 2008

### Ideias e procedimentos a desenvolver:

- construção de relações numéricas
- emergência das operações

Material:

- Um alvo construído em papel cenário;
- Tabelas feitas em cartolina para registo das pontuações;
- Tampas metálicas

Problema a organizar e a explorar:

- O alvo construído terá 3 coroas circulares às quais são atribuídas pontuações (um, dois e três pontos) tendo em conta a dificuldade em acertar em cada uma das coroas;
- Cada criança joga à vez e pode lançar 3 tampas. A sua pontuação é o total dos pontos;
- Cada criança regista cada jogada que faz e o total de pontos que obteve (a forma de registo é livre).
- No final do jogo comparam-se os valores obtidos.

**6ª tarefa:** “O número do mês”

Data de implementação: Ao longo dos meses de Abril, Maio e Junho de 2008

Ideias a desenvolver:

- A compreensão do papel dos números no quotidiano

Problema a organizar e a explorar:

- Aquando da ida da investigadora ao Jardim-de-Infância, selecciona-se o “Dia do Mês” (para o mês de Abril o nº4, Maio o nº5 e Junho o nº6);
- As crianças, em conjunto com a educadora, identificam situações em que o número seleccionado é utilizado e registam-no;
- Em casa, com as famílias, procedem do mesmo modo.

- Na visita seguinte da investigadora apresentam e discutem os resultados da sua pesquisa.

**7ª Tarefa:** “A pulseira da sorte”

Data de implementação: Maio de 2008

Ideias e procedimentos a desenvolver:

- Contagem de objectos (princípio da cardinalidade, princípio da conservação);
- Construção de relações numéricas;
- Emergência das operações (adição informal, subtracção informal, sentidos das operações)

Material:

- Contas de enfiamento em número suficiente para que cada criança faça um colar com 10 peças;
- Fio de enfiamento

Problema e organizar e explorar:

- Cada grupo de 4 crianças irá construir uma pulseira de contas com o objectivo de se eleger, de entre todas as pulseiras, “a pulseira da sorte”. Para isso, cada criança selecciona 10 contas, ao seu gosto, para construir uma pulseira .
- Serão colocadas questões relativamente ao número de contas que as crianças vão manuseando;
- Após todas as crianças terem feito a sua pulseira, são seleccionadas 4 e dessas, as crianças elegem “a pulseira da sorte” construindo um gráfico humano.

## **8ª Tarefa:** “Jogo do Dominó”

Data de implementação: Maio de 2008

### Ideias e Procedimentos a desenvolver:

- Construção de relações numéricas;
- Emergência das operações

### Material:

- Um jogo do dominó;

### Problema a organizar e explorar:

As crianças brincam livremente com o dominó.

Posteriormente são convidadas a participar num jogo de adivinhar.

As crianças seleccionam peças com o mesmo número total de pintas (5,6,ou7)

Cada criança escolhe duas dessas peças, conta o total de pintas de cada uma delas (que é igual) e seguidamente tapa-se uma parte de uma das peças. A criança deve adivinhar o número de pintas da parte da peça que foi tapada.

No final as crianças jogam, duas a duas, utilizando as regras tradicionais

## **9ª Tarefa:** A história: “O País dos números”

Data de implementação: Junho de 2008

### Ideias e procedimentos a desenvolver:

- Construção de relações numéricas;
- Emergência das operações
- Decomposições numéricas.

Material:

- História em suporte de papel;
- Símbolos numéricos de 1 a 5 e de 1 a 9 em papel (um de cada conjunto para cada criança);

Problema a organizar e explorar:

A história vai sendo lida e é proposto às crianças que vão realizando as diferentes tarefas que surgem na história.

No final pede-se às crianças que desenhem um dos episódios relatados na história.

Como se pode observar, as tarefas estão construídas no sentido de cada uma delas reforçar as ideias e procedimentos das anteriores e, para além disso, permitir a construção de novo conhecimento, alicerçado no anterior.

Todo este processo de desenvolvimento foi complementado com o trabalho diário realizado por cada uma das educadoras, tentando consolidar as ideias em construção através da intencionalização matemática de situações do quotidiano.

No decorrer do trabalho, sentiu-se a pertinência de solicitar às crianças o registo da sua actividade durante a implementação das tarefas. Assim, apresentam-se, apenas a título exemplificativo, alguns dos registos realizados pelas crianças (em forma de desenho) sem, contudo, se proceder a uma análise rigorosa do seu conteúdo.

## 5 – Procedimentos de recolha de dados

Os dados a analisar dizem respeito à actividade matemática desenvolvida pelas crianças na realização das tarefas.

Uma vez que estamos perante um estudo de natureza descritiva e naturalista, o trabalho de campo foi uma forte componente do mesmo. Assim, a recolha de dados por parte da investigadora foi primordial, no sentido de que esses dados fossem variados e numerosos. Com esse objectivo, a implementação de todas as tarefas foi feita pela investigadora com a colaboração da educadora de cada um dos Jardins-de-Infância, em ambiente de sala de actividades.

A implementação das tarefas foi audio-gravada. Teve-se o cuidado de apenas não gravar as situações em que os procedimentos das crianças se repetiam amiudamente. Assim, o início da actividade de cada criança foi gravada, parando-se essa gravação quando, sistematicamente, se verificava a repetição dos procedimentos relativamente aos dos colegas. As crianças depressa se habituaram á presença do pequeno gravador. Foi-lhes explicado, logo no início da implementação da 1ª tarefa qual o objectivo da gravação e, algumas vezes, as crianças tiveram oportunidade de ouvir as suas vozes, tornando-se um verdadeiro desafio, a tentativa de reconhecer as vozes.

Ambos os adultos (educadora e investigadora) foram tirando notas de campo de aspectos considerados pertinentes. Também nesta situação a investigadora foi, inúmeras vezes, questionada pelas crianças sobre o que escrevia. Foi-lhes sempre explicado e, algumas vezes, foi-lhes lido o que estava escrito.

As gravações foram integralmente transcritas, lidas sucessivas vezes e complementadas com as notas de campo. Estas, permitiram complementar as gravações e tentar descobrir a dinâmica dos processos envolvidos nos acontecimentos, complementando a mera descrição que as gravações permitiram fazer. A troca de ideias entre a investigadora e cada uma das

educadoras realizada no final de cada tarefa, permitiu, de igual modo, aferir e confrontar opiniões no sentido de tornar mais verdadeira e real a interpretação da actividade das crianças. A transcrição das gravações foi realizada imediatamente após a implementação de cada tarefa, de modo a que todo o ambiente vivido estivesse bem presente, tentando tornar o mais real e emotivo possível a descrição do que efectivamente acontecera.

Realizou-se uma análise horizontal de cada uma das tarefas comparando os desempenhos das crianças e uma análise vertical para análise do desenvolvimento e da aprendizagem da globalidade das crianças.

Foi igualmente analisada, posteriormente, a coerência da sequencialidade das tarefas, tendo em conta que a sua planificação foi realizada pressupondo um desenvolvimento encadeado e em espiral.

Durante o período de implementação das tarefas as educadoras utilizaram as situações de rotina do dia-a-dia do Jardim-de-Infância para reforçarem e complementarem o trabalho que vinha sendo desenvolvido.

O conjunto de registos (em forma de desenho) realizados por algumas crianças, na sequência de algumas tarefas, foi utilizado apenas como objecto de análise complementar sendo, eventualmente, mais um contributo para fundamentar algumas das ideias defendidas. De acordo com Derdyk (2004) as crianças destas idades estão a entrar no estágio pré-esquemático e os seus desenhos registam, acima de tudo, o que foi mais significativo para elas durante a realização da tarefa. É a fase da relação entre desenho, pensamento e realidade. No entanto, algumas das crianças (particularmente as mais novas) situam-se, ainda, no estágio das garatujas. No final deste período enquanto a criança desenha, ela conta histórias, explicando os seus rabiscos de diversas maneiras

As educadoras foram entrevistadas no início e no final do trabalho como objectivo de identificar as suas concepções relativamente à aprendizagem matemática nos primeiros anos e ao tipo de trabalho que, neste âmbito,

realizam normalmente com as crianças, bem como a importância que consideraram que o trabalho realizado teve no desenvolvimento e na aprendizagem das crianças. Interessava-nos, sobretudo, procurar compreender a importância que as educadoras conferem ao desenvolvimento numérico das crianças com as quais trabalhavam.



## 6 – Análise de dados

Com este trabalho pretendeu-se analisar as competências de contagem e o desenvolvimento aritmético informal de três turmas de crianças em idade pré-escolar.

A partir das transcrições dos registos áudio da implementação de um conjunto de tarefas elaboradas pela investigadora, pretendeu-se analisar as capacidades das crianças relativamente às competências atrás referidas bem como procurar compreender o modo como essas competências se desenvolvem no sentido de tentar verificar se seria possível enquadrar esse desenvolvimento num dos paradigmas teóricos referenciados.

Os dados foram interpretados no contexto em que foram recolhidos, estudando-se a forma como os processos se desenvolveram nesses mesmos contextos e tentando-se relacionar o objecto de estudo com os contextos que o influenciaram enquanto fenómeno.

A interpretação realizada partiu de uma pré-concepção relativamente ao tema em análise que inclui aquilo que já se conhece e reconhece nos factos analisados. No entanto, esse conhecimento prévio, não funcionou como barreira inflexível, mas sim como um conjunto de componentes cognitivas e de experiências que se vão eventualmente alterando com base na interacção entre o novo conhecimento e aquele que já se detinha.

Para isso, e de acordo com o estudo teórico apresentado, foram definidas as seguintes **categorias de análise**:

a) *contagem de objectos*:

- princípio da conservação;
- contagem oral (diz respeito aos aspectos definidos por Baroody (2002));

- estratégias de contagem (estratégias utilizadas pelas crianças para não perder nem repetir nenhum objecto);
- correspondência termo a termo (correspondência biunívoca entre cada termo dito e o objecto a contar) ;
- princípio da cardinalidade (associação entre o último termo da contagem e o total de objectos);
- princípio da inclusão hierárquica (compreensão de que, se um conjunto tem  $n$  elementos, então é possível, a partir dele, formar subconjuntos em que o cardinal seja qualquer número inferior a  $n$ ).

*b) aritmética informal:*

- factos aritméticos básicos;
- procedimentos mentais;
- adição informal;
- subtracção informal

A análise de dados compreende a parte orgânica de transcrição das gravações, a organização das notas de campo, a posterior reorganização desses dados complementada, por vezes, com a análise dos registos das crianças, de modo a salientar os aspectos fundamentais que facilitam a compreensão do processo em estudo.

O desempenho das crianças será estudado a partir da transcrição de episódios considerados significativos para as ideias e procedimentos em estudo dando-se particular atenção à descrição e análise dos procedimentos, ideias e argumentos das crianças na implementação de cada uma das tarefas.

Os registos, sob a forma de desenho, realizados pelas crianças poderão contribuir para reforçar a análise do significado que as crianças atribuíram a cada uma das tarefas. Procurar-se-á verificar até que ponto o registo da criança é ou não o espelho da apropriação que fez da tarefa.

Os diversos episódios que serão relatados procurarão ilustrar os diferentes desempenhos das crianças, evidenciando diferentes níveis de desenvolvimento.

Para cada tarefa são identificadas as categorias de análise a estudar procurando-se verificar se as crianças vão, ou não, desenvolvendo as competências associadas a cada categoria.

Finalmente ir-se-á analisar a adequação das tarefas aos objectivos do estudo, em particular se a articulação entre as tarefas permitiu e/ou ajudou a promover o desenvolvimento das competências numéricas das crianças.

Esta análise desenvolveu-se começando com visões gerais da situação e seus contextos, passando-se, seguidamente, a aspectos concretos e relevantes tendo em conta o contexto teórico e os objectivos da investigação. Finalmente, retomam-se as dimensões gerais do estudo que serão contrastadas com as análises geradas nos níveis mais sectoriais.



# **IV**

# **Resultados**



## 1 - INTRODUÇÃO

Os resultados agora apresentados resultam da implementação de uma cadeia de tarefas construída com o objectivo de analisar o desenvolvimento das competências numéricas das crianças envolvidas e promover (eventualmente) esse mesmo desenvolvimento através da interacção entre as crianças e entre estas e os adultos. As competências numéricas são aqui entendidas a partir das ideias de Baroody (1987), Fuson (1989) e Fosnot e Dolk (2001) e envolvem a contagem oral, a contagem de objectos, o estabelecimento de relações numéricas e a emergência das operações. Pretende-se, ainda, o desenvolvimento do sentido de número, de acordo com o entendimento de Castro e Rodrigues (2008).

A construção da cadeia de tarefas teve subjacente um percurso de aprendizagem entendido como uma Trajectória Hipotética de Aprendizagem no sentido que lhe é dado pelos precursores da Matemática Realista (Gravemeijer, 1998). Assim, à medida que fomos caminhando na implementação das tarefas, algumas sofreram pequenas alterações com o objectivo de se irem adaptando ao percurso de aprendizagem que as crianças iam percorrendo.

A cadeia de tarefas pressupõe um desenvolvimento em espiral em que as crianças vão construindo o seu conhecimento, gradualmente, alicerçando-o nos conhecimentos anteriores. A intencionalidade de cada tarefa tem implícita a intenção de estimular as crianças a transformarem as suas ideias e procedimentos num processo conducente a um nível superior de compreensão.

Assim:

- A 1ª tarefa pretende perceber quais os conhecimentos que as crianças já possuem e, pensando num hipotético conhecimento construíram-se as tarefas seguintes.

- A 2ª tarefa procura contribuir para o desenvolvimento do conhecimento da sequência de contagem oral (base do desenvolvimento das competências numéricas)

- A 3ª tarefa (desenvolvida ao longo de todo o processo de implementação do trabalho) cujo objectivo é a contagem de objectos,

procurando-se, assim, continuar a estimular a contagem oral, dando-lhe significado.

- A 4ª tarefa continua este percurso alargando-o ao estabelecimento de relações numéricas passíveis de serem concretizadas através da contagem de pintas, tornando esta experiência de aprendizagem concretizável. Pretende-se, igualmente, analisar a capacidade de subitizing das crianças.

- A 5ª tarefa tem o mesmo objectivo. No entanto, esta tarefa tem já um determinado grau de abstracção uma vez que os números não estão associados a objectos concretos mas sim à pontuação que as crianças obtêm (enquanto que na tarefa anterior os números estavam associados a pintas, directamente observáveis e contáveis). A emergência das operações está, de igual modo, presente nesta tarefa.

- A 6ª tarefa, continuada até ao fim do trabalho, pretendeu ajudar as crianças a darem significado aos números, a consciencializarem-se das suas diversas utilizações e significados, contribuindo para o desenvolvimento do seu sentido de número.

- A 7ª tarefa volta a insistir nas relações numéricas e na emergência das operações (adição e subtracção), procurando estabelecer uma ponte entre a concretização (as contas de enfiamento estão lá e as crianças poderão, se necessário, concretizar as acções) e a abstracção (pretende-se que as crianças tentem que os seus primeiros raciocínios não sejam concretizados).

- A 8ª tarefa, que continua a insistir na emergência das operações e no estabelecimento de relações numéricas e, embora os objectos estejam aparentemente visíveis (pintas do dominó) envolve questões que deverão ser respondidas sem qualquer tipo de manipulação, recorrendo as crianças, apenas ao seu raciocínio “*abstracto*” (esconde-se uma das partes de peças do dominó)

- A 9ª tarefa, a última, faz um balanço do trabalho realizado, procurando observar, através da dramatização de partes de uma história, se, na realidade, as crianças desenvolveram as suas competências numéricas e o seu sentido de número.

Procurou-se, ao longo do período de implementação das tarefas (6 meses), que as crianças fossem construindo o seu conhecimento (por si



próprias e em interação com outras crianças e com adultos) alicerçando-o nos seus conhecimentos prévios, numa perspectiva construtivista da aprendizagem (Simon, 1995).

A apresentação dos resultados obtidos segue uma metodologia descritiva e exploratória, procurando enfatizar os aspectos mais importantes do percurso de aprendizagem das crianças. Dá-se particular destaque à explicitação das ideias e dos procedimentos das crianças, procurando-se evidenciar a preocupação, que sempre esteve presente, de valorizar e desenvolver as suas capacidades de raciocínio, comunicação e resolução de problemas.

Assim, em cada tarefa, apresentam-se os episódios considerados reveladores dos diferentes modos como elas foram entendidas pelas crianças e das diferentes estratégias utilizadas pelas crianças na resolução das situações problemáticas propostas. Apenas não se apresentam episódios repetitivos em que as crianças explicitam ideias, raciocínios e procedimentos já anteriormente descritos.

Para cada uma das tarefas, apresentam-se os resultados obtidos em cada um dos Jardins-de-Infância separadamente, permitindo uma análise das especificidades inerentes a cada um deles, bem como comparar os desempenhos das crianças dos diferentes Jardins-de-Infância. Por um processo aleatório de escolha, todas as tarefas se iniciam com a descrição no Jardim-de-Infância A. Assim, a descrição do modo como decorreu a implementação da tarefa neste Jardim-de-Infância é mais pormenorizada, fundamentalmente no que respeita à explicação dos procedimentos utilizados para a sua realização.

Cada tarefa é, posteriormente, sintetizada procurando-se enfatizar os aspectos mais relevantes da implementação de cada uma e comparando-se a sua implementação em cada um dos Jardins-de-Infância.

No final realiza-se uma síntese global das tarefas.

## **2 - 1ª Tarefa: “O fruto de que gostamos mais”**

A tarefa “ O fruto de que gostamos mais” teve duas grandes finalidades. Por um lado, pretendia-se estabelecer um primeiro contacto com as crianças e explicar-lhes, claramente, que a presença da investigadora na sala iria ser habitual nos próximos meses, qual o objectivo dessa presença, tentar compreender a reacção das crianças ao cenário que se propunha e perceber que tipo de relação se poderia estabelecer entre as crianças e a investigadora. Por outro lado, considerou-se que esta tarefa permitiria analisar, através de uma observação participante, quais as competências as crianças tinham já desenvolvido relativamente ao sentido de número, nomeadamente as relacionadas com a contagem oral e com a contagem de objectos. Para além destas, através das respostas que as crianças dariam às questões colocadas, poder-se-ia analisar, ainda, que tipo de relações numéricas as crianças conseguiam estabelecer.

A tarefa consistia em descobrirmos qual o fruto preferido pelos meninos de cada uma das salas. O processo utilizado foi a construção e análise de um gráfico de barras cuja estrutura foi previamente construída pela investigadora. A escolha deste tema foi intencional, pois que tinha sido discutido com as educadoras, tendo-se chegado à conclusão que falar sobre fruta e a sua importância numa alimentação saudável seria pertinente uma vez que, em dois dos Jardins-de-Infância, se estava a tentar sensibilizar as crianças e as famílias para a necessidade de introduzir hábitos alimentares saudáveis nas crianças, em particular no que dizia respeito às refeições ligeiras (lanche da manhã e da tarde) que as crianças traziam de casa.

## **Descrição da implementação da tarefa**

### **Jardim-de-Infância A**

A chegada da investigadora à sala ocorreu após o lanche da manhã. A educadora apresentou a investigadora como professora de matemática referindo que a sua presença iria ser uma constante nos próximos tempos. As crianças apresentaram-se uma a uma referindo o seu nome e a idade.

A primeira impressão que ficou das crianças, sugere um grupo heterogéneo não só a nível etário mas também em termos de comportamento. Assim, algumas crianças como que tentaram centrar em si as atenções, enquanto que outras só participaram na conversa se solicitadas. Distinguiram-se crianças que pareceram já ter compreendido algumas regras de vivência em sociedade, nomeadamente o respeito pelos outros, o esperar pela sua vez para falar pondo o dedo no ar, enquanto outras interrompiam constantemente os colegas sem o solicitarem, empurravam e chegaram mesmo a desenvolver alguma agressividade em relação aos colegas. Curiosamente, estas dificuldades em relação ao saber estar com os outros, manifestavam-se, especialmente em algumas crianças mais velhas e apenas entre elas. Ao longo do tempo fomos observando que essas mesmas crianças que manifestavam alguns comportamentos agressivos relativamente aos colegas da mesma idade, em relação às crianças mais novas evidenciavam sempre muita compreensão e preocupação em as ajudarem em qualquer tarefa em que estes mostrassem alguma dificuldade.

O diálogo que então se iniciou foi encaminhado para o que é a matemática e em que é ela nos pode ajudar no dia-a-dia. As crianças pronunciaram-se, evidenciando atitudes positivas face à matemática, entendendo-a como sinónimo de números, pelo que a sua utilidade apareceu sempre associada à contagem de objectos:

“É saber contar”

“A matemática é para contar as coisas”

“Eu gosto de matemática, é fácil e eu já sei contar muito”

No decurso da conversa, na qual as crianças foram referindo diversas situações em que a contagem estava presente (contagem de objectos), foi então referido pela investigadora que as crianças mostravam saber já muitas coisas sobre matemática e que, durante uns tempos, a sua presença periódica na sala iria tentar ajudar as crianças a aprenderem mais coisas, muitas sobre matemática mas, sobretudo, tentar que elas percebessem que a matemática aparece em quase tudo o que fazemos diariamente, nos ajuda a resolver muitos dos problemas que nos surgem ao longo do dia e que, até por esse motivo, é para todos, e todos são capazes de a utilizar muitas vezes, mesmo sem disso terem consciência.

A conversa foi, pouco a pouco, sendo dirigida para aspectos relacionados com uma alimentação saudável e para a importância da fruta na nossa alimentação, até porque as crianças tinham acabado de tomar o lanche da manhã que consistira em maçãs.

Estava, assim, criado o contexto para a realização da tarefa: Sendo tão importante a fruta na alimentação de todos, e das crianças em particular, foi então colocada a questão “Afinal, qual é o fruto preferido dos meninos da sala?”

A primeira reacção das crianças foi responderem todas ao mesmo tempo. A intervenção da educadora no sentido de se respeitarem e falarem uma de cada vez, acalmou-as e levou-as a levantarem a mão quando se queriam pronunciar. Foram dando respostas variadas, referindo sempre o “seu” fruto preferido e indo, cada uma, buscar, a pedido da educadora, o pequeno cartão onde, no dia anterior, tinham desenhado o seu fruto preferido.

Após mais algum diálogo onde se procurou que as crianças compreendessem que o que queríamos descobrir não era o fruto que cada um preferia, mas sim o fruto que mais meninos escolhiam, a investigadora referiu que, como já lhes tinha dito, a matemática, para além de outras coisas, nos ajudava a resolver alguns problemas e a responder a algumas questões do dia-a-dia e que, nesse sentido, nos podia ajudar a descobrir qual era, afinal, o fruto

preferido pelos meninos da sala. Mostrou às crianças a estrutura do gráfico de barras, explicou-lhes que o que iam fazer era construir e depois observar, um gráfico de barras, que nos ia mostrar como através da matemática se ia conseguir descobrir qual era o fruto preferido pelos meninos.

As crianças mostraram-se entusiasmadas com a estrutura apresentada, referindo que os frutos que tinham desenhado apareciam todos na base do gráfico. Foi a primeira vez que as crianças tiveram contacto com um gráfico de barras. Para além de no Jardim-de-Infância nunca terem construído nenhum, ficou a ideia de que também nunca tinham observado e analisado algum (nenhuma criança se pronunciou sobre se em casa ou noutra local tinha tido contacto com este tipo de gráfico). A investigadora solicitou, então, que, uma de cada vez, as crianças fossem colar o seu cartão (os cartões tinham um pequeno velcro por trás), no lugar no gráfico que considerassem adequado.

Curiosamente, e apesar de as crianças não estarem familiarizadas com este tipo de trabalho, não evidenciaram qualquer dificuldade na colocação do seu cartão no local correcto (por cima da imagem do seu fruto preferido). As crianças estavam sentadas em semi-círculo e deslocavam-se à vez. Mesmo as crianças mais novas não revelaram dificuldades (as que eventualmente não compreenderam o que estava a ser feito e porque é que estava a ser feito imitaram o procedimento dos colegas com correcção).

À medida que os desenhos iam sendo colados, as crianças manifestavam-se:

- “a banana está a ganhar!”
- “a maçã está quase a apanhá-la”
- “a laranja e a pêra estão empatadas”

No final da construção do gráfico, as crianças imediatamente identificaram o fruto preferido.

As questões colocadas de seguida, em grande grupo, para análise dos resultados obtidos, evidenciaram os diferentes níveis de desenvolvimento das crianças.

: Então qual foi o fruto preferido pelos meninos?  
L: A pêra  
I: Como é que sabem?  
T: É o que está maior  
R: Tem 5 desenhos  
M: É o que tem mais desenhos  
I: E porque é que tem mais desenhos? O que é que ter mais desenhos quer dizer?  
D: Porque é o que ganhou  
As crianças evidenciavam dificuldade em distinguir a causa do efeito, pelo que as questões seguintes foram orientadas no sentido de distinguir os dois conceitos  
I: E a laranja, quantos desenhos tem?  
L: Tem só dois  
I: Porquê?  
T: Porque só dois meninos é que gostam mais de laranja  
I: E então a pêra ganhou porquê? (consequência)  
R: Porque são 5 meninos que gostam mais de pêra (causa)  
I: Muito bem, e qual foi o fruto que ficou em 2º lugar?  
L: Foi a banana, tem 4 desenhos  
I: Houve alguns frutos que ficaram empatados?  
L: Sim, a laranja e a maçã  
I: Quantos foram os meninos que os escolheram?  
M: 2 a laranja e 2 a maçã  
I: E se juntarmos os meninos que escolheram laranja com os meninos que escolheram maçã, todos juntos quantos são?  
P (apontando e contando): 1,2,3,4  
L: Ele está a contar e não é preciso. 2 mais 2 são 4 já fiz muitas vezes  
T: E 5 mais 5 são 10, olha é como os dedos (abre os dedos das duas mãos)  
I: Muito bem. Agora digam-me lá, a pêra foi o fruto que ganhou. Quantos desenhos tem a mais que a laranja?  
M: 5  
D: Pois é, a pêra tem 5  
As crianças não compreendem o significado de “a mais”, confundindo uma parte (o que falta) com o todo.  
I: Mas eu não perguntei quantos meninos é que escolheram a pêra, isso já nós sabíamos. Como a pêra tem mais desenhos que a laranja, o que eu quero saber é que, quantos tem a mais. A laranja tem 2 desenhos. A pêra, tem só mais 1 desenho que a laranja?  
Crianças (em coro): Não!  
I: Pois não. Tem mais quantos?  
...  
T: São 3  
I: Explica lá aos meninos porque é que dizes que são 3  
T (aproximando-se do gráfico): A pêra vai até aqui (indica com a mão) e a laranja só vai até aqui. A pêra tem mais este, este e este, tem mais três desenhos.  
I: Pois é, a pêra tem três desenhos a mais que a laranja. Muito bem, vocês respondem muito bem às minhas perguntas, mas agora eu gostava de saber quantos desenhos estão ali no nosso gráfico  
A maioria das crianças começou a contar. Algumas porém, não o fizeram e deram valores ao acaso tentando acertar  
S: São 13 desenhos  
I: Muito bem, são 13 meninos na sala, cada um fez o seu desenho, é um desenho por cada menino, são 13 meninos e são 13 desenhos  
C: É porque nós somos 13  
I: Pois é, se vocês fossem só 10 meninos, acham que tínhamos 13 desenhos?  
Crianças (em coro): Não!

I: Então quantos desenhos é que acham que estariam no gráfico de barras?  
L: 10  
I: 10? Porquê?  
T: 10 meninos 10 desenhos  
I: Muito bem!

A maioria das crianças não se manifestou, sugerindo que a correspondência biunívoca entre o número de crianças e o número de desenhos é algo que ainda não compreendem. As duas crianças que se manifestaram tinham 5 anos.

A observação, quer da investigadora quer da educadora, da participação das crianças, permitiu compreender que algumas (maioritariamente as mais novas ou as que, de acordo com a educadora, revelavam um menor desenvolvimento numérico) pouco se tinham manifestado, parecendo que muito do diálogo estabelecido não tinha sido por elas compreendido. Com estas crianças foi, então, feito um trabalho mais específico (visível nas questões colocadas), procurando diagnosticar e explorar alguns aspectos relativos ao número, nomeadamente o seu sentido ordinal e cardinal. As crianças mais velhas, ao serem alertadas que iríamos tentar ajudar as mais novas a compreenderem melhor as conclusões a que tínhamos chegado, mantiveram-se atentas, em silêncio e sem perturbar:

I: Qual foi o fruto que ganhou?  
J: Foi a pêra  
I: Como é que sabes?  
M: É a mais alta  
I: Pois é, é a fruta onde mais meninos colaram os seus desenhos. Quantos foram os desenhos? Vamos contar?  
Crianças: 1, 2, 3, 4, 5  
Apesar de um ou outra criança não ser ainda muito fluente na contagem, o facto de esta contagem se ter efectuado em grupo, ajudou-as.  
I: Quantos são os desenhos?  
M: 1,2,3,4,5  
P: São 5  
I: Muito bem. E a seguir, qual foi o fruto que ficou em segundo lugar?  
M: Foi a banana  
I: Como é que sabes  
M: É a mais alta a seguir à pêra  
I: E quantos foram os meninos que escolheram a banana?  
C: 1, 2, 3, 4, foram 4  
I: Pois foi. Então qual é o número maior, é o 4 ou o 5?  
R: É o 5, tem mais um que o 4, olha (indica o 5º desenho da coluna correspondente à pêra)  
I: Muito bem. Por isso é que quando nós contamos, 1,2,3,4,5 (vai apontando no gráfico) vem primeiro o 4 e só depois o 5

Esta análise, realizada com as crianças mais novas pretendeu compreender e ajudá-las no seu processo de construção do sentido ordinal e cardinal do número facilitando-lhes a compreensão da estrutura sequencial do sistema de numeração bem como da ordem estável pela qual os números se sucedem.

Finalizada a tarefa, foi realizada uma pequena conversa com as crianças onde estas foram questionadas sobre o que tínhamos estado a fazer, se tinham gostado e se tinham percebido que tínhamos utilizado a matemática para nos ajudar a resolver o nosso problema:

I: Gostaram do que estivemos a fazer?

Crianças: (em coro): Sim!

I: O que é que descobrimos?

D: O fruto de que mais meninos gostam

I: E qual é?

L: É a pêra

I: Como é que descobriram?

R: É onde estão mais desenhos, são 5

I: E vocês acham que a matemática nos ajudou a descobrir qual é o fruto preferido?

M: Sim!

I: E como é que nos ajudou?

T: Nós contámos para ver quantos eram

I: Muito bem, juntámos os frutos iguais (mostra as diferentes colunas do gráfico) e depois contámos. Agora já têm um registo que mostra qual é o fruto preferido dos meninos. Como é que se chamam os registos feitos assim desta maneira? Eu antes já disse, alguém se lembra?

T: Sim! É um gráfico de barras.

I: E podemos fazer gráficos de barras sobre muitas coisas, para descobrirmos coisas novas sobre todos. Por exemplo, podíamos fazer um gráfico de barras para descobrir qual é o desenho animado preferido dos meninos, para saber em que mês mais meninos fazem anos, e sobre muitas mais coisas. A matemática depois ajudava-nos a tirar conclusões

T: Contávamos e víamos qual é que tinha mais

I: Era isso mesmo. Qualquer dia fazemos outro, está bem?

Crianças (em coro): Sim!...

A investigadora e as crianças despediram-se, combinando que, na próxima visita iríamos fazer um jogo.



## Jardim-de-Infância B

A chegada da investigadora a este Jardim-de-Infância coincidiu com o momento em que as crianças tomavam o lanche da manhã, que consistia em pêra rocha (característica da zona), sentadas à mesa na sala de refeições. As crianças, simpaticamente e com o á-vontade comum a estas idades, ofereceram pedaços de pêra à investigadora e foram-se apresentando, explicando que a pêra rocha que comiam ao lanche era uma oferta da Câmara Municipal do concelho a todas as crianças, e que gostavam muito deste tipo de pêra, que consideravam a melhor de todas as peras. A Educadora de Infância explicou que o fornecimento de peras a todos os Jardins-de-Infância e escolas do 1º ciclo do concelho tinha sido uma acção concertada entre o agrupamento de escolas e a vereação de educação da Câmara Municipal, no sentido de incentivar uma alimentação mais saudável, procurando evitar os lanches pouco adequados que a maioria das crianças, até aí, trazia de casa. Após o regresso à sala de actividades, as crianças mostraram à investigadora os diferentes espaços da sala e do exterior, demonstrando particular entusiasmo pela pequena quinta (com patos, coelhos e pintos) e pela horta (onde tinham semeado os mais variados produtos hortícolas).

Em seguida a continuação da conversa realizou-se no cantinho da manta e as crianças foram questionadas sobre se, apesar de todas gostarem de pêra rocha, esta era, de facto, a sua fruta preferida. A educadora de infância lembrou às crianças os desenhos que tinham feito no dia anterior relativos ao seu fruto preferido, distribuindo a cada uma o seu desenho.

As crianças foram-se manifestando sobre o seu fruto preferido, tendo-se, então colocado a questão: “Qual é o fruto preferido pelos meninos da sala?”.

Mais uma vez, e tal como acontecera no Jardim A, as crianças foram referindo o seu fruto preferido.

I: Pois é, já estou a ver que temos aqui gostos diferentes. Era engraçado descobrirmos qual é que é o fruto de que mais meninos gostam. Eu noutra dia estive com os meninos de outro Jardim-de-Infância e sabem qual é que foi o fruto que mais meninos gostavam? Foi a pêra. Será que com vocês também vai ser a pêra a ganhar? Vamos descobrir?

Crianças (em coro): Sim!

I: Como vocês sabem eu sou professora de matemática e a matemática é muito importante na nossa vida, porque nos ajuda a responder a muitos

problemas. Por exemplo, hoje vocês vão ver como é que a matemática nos vai ajudar a descobrir qual é o fruto de que mais meninos gostam porque nós assim, com cada um a dizer qual o seu fruto preferido, não conseguimos ver qual é o fruto que ganha, qual é o fruto preferido dos meninos. Eu trouxe aqui isto (mostra a estrutura do gráfico) que nos vai ajudar. Vamos aqui arrumar os vossos desenhos, construindo uma coisa que se chama um gráfico de barras e que nos vai servir para descobrirmos o fruto preferido.

J: Já estão lá imagens de frutas

I: Sim, já aqui tem umas imagens de frutos. E vocês agora, um de cada vez, vão colar aqui os desenhos que fizeram. Qual é o teu desenho?

J: É o morango, eu gosto muito de morangos.

I: Então vamos começar por ti, vem cá, onde é que tu achas que deves colar o teu desenho?

J: Aqui (indica a coluna que, na base, tinha a imagem do morango)

I: Muito bem, vamos lá colar com muito cuidado para ficar muito direitinho

Uma a uma, todas as crianças (mesmo as mais novas ou as que, já com 4 ou 5 anos, frequentavam o Jardim de Infância pelo primeiro ano) foram colando correctamente os seus desenhos no local adequado, sem manifestarem qualquer hesitação ou dúvida. À medida que o gráfico ia “crescendo” as crianças iam-se pronunciando:

R: O morango vai ganhar

In: Mas a maçã também tem muitos!

S: Tem que ganhar a maçã que é o que eu gosto mais

Também neste Jardim-de-Infância as crianças, no final da construção do gráfico, identificaram imediatamente o fruto preferido. A análise do gráfico fez-se em grande grupo

P: O morango ganhou!

M: E a pêra ficou em segundo (sentido ordinal do número)

I: Porque é que vocês dizem que o morango ganhou?

M: Porque é o que tem mais desenhos

R: Tem 8

I: E vocês sabem o que é que quer dizer que tem 8 desenhos?

P: Quer dizer que ganhou

I: Quantos são os meninos que escolheram o morango?

J: São 8

I: Como é que sabes?

J: Porque são 8 desenhos

I: Pois é, se são oito desenhos, quer dizer que são oito meninos que gostam mais de morango. Então qual é o fruto preferido pelos meninos da sala?

Crianças: O morango

I: Vocês já disseram qual foi o fruto que ficou em 2º lugar, qual foi?

M: A pêra

I: Quantos são os meninos que escolheram a pêra?

F: 6, são 6 desenhos

I: Muito bem, se são 6 desenhos, quer dizer que são 6 meninos que preferem o morango. Houve alguns frutos que ficaram empatados?  
R: Não  
I: Como é que sabes?  
R: Não há nenhuns iguais  
I: Explica lá melhor que eu não estou a perceber bem  
R (dirigindo-se ao gráfico e apontando): Não há nenhum igual, este acaba aqui e não há mais a acabar aqui e com os outros é a mesma coisa  
I: Os meninos acham que o R tem razão?  
P: Sim, se empatassem tinham que estar do mesmo tamanho e não há dois com o mesmo tamanho.  
I: Muito bem, e qual foi o fruto que menos meninos escolheram?  
T: Foi o melão, não tem nenhum desenho  
I: Vocês conseguem descobrir quantos desenhos é que colámos no gráfico?  
As crianças (as mais fluentes na contagem) contam correctamente. Algumas, porém, quando mudam de uma coluna para outra voltam a iniciar a contagem a partir da unidade  
In: São 23  
I: Sim senhor, são 23 desenhos porque vocês são 23 meninos. Se vocês só fossem 12 meninos, acham que tínhamos à mesma 23 desenhos?  
Crianças (em coro): Não!  
I: Quantos desenhos é que teríamos?  
In: 12  
I: E porquê?  
In: Eram 12 meninos, faziam 12 desenhos, cada um fazia um.  
I: Pois é, como cada menino faz um desenho, temos sempre tantos desenhos quantos meninos. Se tivéssemos 15 desenhos queria dizer que tínhamos quantos meninos na sala?  
J: 15  
I: Muito bem

Seguidamente, procurou-se orientar a conversa no sentido de as crianças compreenderem como a matemática tinha estado presente na tarefa

I: Vamos lá recordar o que é que este gráfico nos ajudou a descobrir  
P: Qual é o fruto que os meninos gostam mais  
I: E qual é?  
Crianças (em coro): O morango!  
I: Pois foi, e eu vou-vos dizer uma coisa, foi a matemática que nos ajudou a fazer esta descoberta  
R: Nós contámos!  
I: Foi isso mesmo, vocês contaram.  
I: Sabem, nós podemos fazer gráficos de barras sobre muitas coisas. Por exemplo, podíamos fazer um para descobrirmos qual é a brincadeira preferida dos meninos  
L: Dos meninos é brincar com os carros e das meninas é na casinha  
I: Isso é o que tu pensas, mas podes estar enganado. Fazendo um gráfico de barras sobre a brincadeira preferida dos meninos ficávamos mesmo com a certeza de qual ganhava.  
T: Também dava para ver qual é o clube de futebol que ganha.  
I: Pois dava, qualquer dia fazemos um para descobrirmos qual é o clube que tem mais adeptos aqui na vossa sala. Mas sabem, a matemática não é só contar, pode ajudar-nos a resolver muitos problemas. Nós às vezes, estamos a fazer matemática e nem notamos. Vocês conseguem dizer-me quando é que usam a matemática?

M: É quando contamos

R: Quando temos que pagar as coisas nas lojas

P: A minha mãe já me ensinou a contar muito.

I: Muito bem. Agora, sempre que eu cá vier, vamos descobrir mais coisas sobre a matemática, está bem?

Crianças (em coro): Sim!

I: A próxima vez que eu vier cá, vamos fazer um jogo, pode ser?

Crianças (em coro): Sim!

I: E vocês vão ver como é que a jogar também podemos fazer matemática.

## Jardim-de-Infância C

Neste Jardim-de-infância a tarefa desenvolveu-se após o almoço. Aquando da chegada da investigadora, as crianças estavam a terminar, a pedido da educadora, o desenho do fruto preferido.

Após as respectivas apresentações em que as crianças se apresentaram individualmente e o estabelecimento de um diálogo semelhante ao que fora realizado quer no Jardim A, quer no Jardim B, foi visível que o facto de estas crianças serem mais velhas as torna mais autónomas e com opiniões mais formadas sobre temas que lhes interessam, parecendo menos dependentes do adulto que nos outros Jardins-de-Infância. Ao contrário das crianças dos outros Jardins-de-Infância, estas questionaram a investigadora sobre o porquê de ser professora de matemática, sobre a idade dos seus alunos, umas afirmavam que gostavam de matemática, outras que não gostavam, outras, ainda, informavam de como eram “boas” a matemática, até quanto já sabiam contar, revelavam com orgulho o seu conhecimento sobre factos numéricos simples ( $2+2=4$ ,  $5+5=10$ ).

Seguidamente, a conversa foi orientada para o que tinha sido o almoço nesse dia, particularizando a sobremesa que nesse dia tinha sido gelatina:

I: Ainda bem que eu não almocei com vocês porque como não gosto de gelatina tinha ficado sem sobremesa

J: Eu gosto muito de gelatina

I: Eu gosto muito é de fruta, e isso é muito bom porque a fruta é muito importante numa alimentação saudável. Vocês gostam de fruta?

Crianças (em coro): Sim!

I: E qual é o fruto de que mais gostam?

As crianças foram referindo o fruto de que mais gostavam

I: Estou a ver que vocês gostam de frutos muito diferentes. E se nós fossemos tentar descobrir qual o fruto de que mais meninos gostam?

R: Boa! Vamos descobrir qual é a fruta que ganha!

I: É isso mesmo. Eu trago aqui isto (mostra a estrutura do gráfico) e, com a ajuda dos desenhos que vocês estiveram a fazer nos cartõezinhos, vamos descobrir o fruto preferido dos meninos. Vão lá buscar os vossos cartões.

As crianças foram buscar os seus cartões e sentaram-se em círculo na zona das almofadas.

I: Como vocês estão a ver, aqui em baixo estão imagens de vários frutos e agora vocês, um de cada vez, vão colar o vosso cartão por cima do fruto igual

In: E se não estiver aí o fruto do meu desenho?

I: Põem aqui à frente (indica a continuação do eixo das abcissas). Começa tu, In, vem colar o teu cartão

As crianças colaram sucessivamente os seus cartões. À medida que a colagem prosseguia, iam-se pronunciando sobre a ordem de classificação dos diferentes frutos. No final, seguiu-se a análise dos resultados obtidos.

I: Então qual foi o fruto preferido pelos meninos?

Crianças (em coro): O morango!

I: Porquê?

J: É o que tem mais desenhos

M: Tem 8 desenhos

B: É o mais alto

I: E porque é que tem mais desenhos?

R: Porque é o que mais meninos gostam

Ao contrário do que acontecera nos dois outros jardins, as crianças conseguiram distinguir a causa da consequência

I: Muito bem, e qual foi o fruto que ficou em 2º lugar?

R: Foi a banana, tem 5 desenhos

P: E a pêra também, ficaram empatadas

I: Quantos meninos é que preferem a banana?

R: 5

I: E quantos meninos é que preferem a pêra?

R: Também são 5

I: E se juntarmos os meninos que escolheram banana com os meninos que escolheram pêra, todos juntos quantos são?

M (apontando e contando): 10

P: Eu sabia, 5 e 5 são 10, já fiz muitas vezes no jogo com contas. Nós temos um jogo com contas, sabias?

B: Pois é, 5 mais 5 são 10, olha é como os dedos (abre os dedos das duas mãos)

I: Muito bem. Estou a ver que com esse jogo vocês aprendem muitas coisas sobre os números! Agora digam-me lá, o morango foi o fruto que ganhou. Quantos desenhos tem a mais que o pêssego ?

P: 8

I: 8 foram os meninos que escolheram o morango. Foram mais os meninos que escolheram o morango do que os que escolheram o pêssego (vai apontando, no gráfico, as respectivas colunas). Quantos mais?

R: 3

I: Explica lá como é que descobriste

R (aproximando-se do gráfico): O pêssego só vai até aqui, o morango é mais um, dois, três

I: Pois é, o morango tem mais três desenhos que o pêssego.

I: Ao todo, quantos desenhos é que temos no gráfico?

As crianças começam a contar um a um os desenhos, continuando a contagem quando mudam de coluna, mas R responde prontamente:

R: São 24 desenhos

I: Como é que sabes? Nem contaste!

C: É porque nós somos 24

I: Muito bem, quantos são os meninos na sala?

Crianças (em coro): 24!

I: Pois é, como são 24 meninos e cada menino fez um desenho, são os mesmos desenhos que meninos, 24 meninos, 24 desenhos. Se os meninos da sala fossem só 20, quantos desenhos é que íamos ter?

Crianças (em coro): 20!

I: Vou-vos dizer uma coisa. Como vocês sabem eu agora vou passar a visitar-vos muitas vezes e como sou professora de matemática, uma coisa que eu gostava de fazer com vocês era percebermos todos que usamos a matemática muitas vezes, e que ela nos ajuda a resolvermos muitos problemas. Por exemplo, hoje a matemática ajudou-nos a descobrir qual era o fruto preferido dos meninos.

In: Pois foi, nós contámos para ver qual era

R: Não era preciso contar, a gente olha e vê logo que é o morango, não é preciso contar

I: E se quiseres saber quantos foram os meninos que escolheram o morango?

R: Temos que contar

I: Pois é. Nós usámos a matemática para descobrir qual o fruto preferido dos meninos e quantos eram os meninos que escolhiam esse fruto. Também podíamos fazer gráficos de barras para descobrirmos outras coisas sobre os vossos gostos, as coisas que vocês preferem. Alguém me consegue dizer, outros assuntos que nós podíamos escolher para ver as preferências dos meninos?

R: Pode ser a guloseima preferida

I: Pois pode, muito bem. Alguém consegue dar uma ideia que não seja sobre alguma coisa de comer?

B: O que gostamos de ver na televisão.

I: Que boa ideia. Podíamos descobrir qual é o programa de televisão que os meninos preferem.

As crianças começam a pronunciar-se sobre o seu programa preferido

I: Muito bem, mas agora eu preciso que me prestem só mais um bocadinho de atenção porque me quero despedir de todos. Como vimos, quando fazemos um gráfico de barras, estamos a usar a matemática, mas a matemática é usada em muitas outras coisas.

R: Para fazer as contas. Olha, eu já sei que 3 e 3 são 6.

I: Muito bem. Vamos combinar uma coisa. Sempre que eu vier cá, nós vamos descobrir como a matemática está em muitas coisas, alguma que nós, às vezes, nem estamos à espera. Combinado?

Crianças (em coro): sim!

Em seguida, a investigadora despediu-se das crianças, combinando que, na próxima visita iríamos fazer um jogo e que as crianças iriam ver como é que através de um jogo divertido também fazemos matemática.

## **Síntese da Tarefa:**

A escolha de uma tarefa envolvendo análise de dados para iniciar esta trajetória de aprendizagem, foi intencional. De facto, a análise de dados é uma área da Matemática que, no mundo actual, tem grande importância, uma vez que tem uma forte ligação ao quotidiano quer de adultos quer de crianças, proporcionando ocasiões muito ricas de desenvolvimento numérico.

Desta tarefa emergiu a ideia de que estas crianças possuem uma atitude positiva relativamente à matemática, associando-a a situações concretas do seu quotidiano onde esta se torna necessária. Esta conexão entre a matemática e o dia-a-dia das crianças surge quase exclusivamente associada a situações numéricas sugerindo que as crianças associam matemática a número. Este aspecto, torna-se relevante pois pressupõe que há já algum desenvolvimento significativo no que respeita ao sentido de número o que se revela vantajoso para o trabalho que se pretende realizar.

As ideias e os procedimentos a analisar com esta tarefa diziam respeito a competências relacionadas com a contagem de objectos.

Neste sentido, a tarefa mostra que as crianças possuem, na sua maioria, algum domínio da sequência numérica e desenvolveram já algumas estratégias de contagem de objectos, notando-se maiores dificuldades nas crianças mais novas e nas que frequentam o Jardim-de-Infância pela primeira vez.

Algumas crianças dominam com segurança a contagem oral, conhecendo a sequência numérica até 20 ou mais, enquanto outras se ficam por números inferiores a 10 e outras, ainda, conhecem apenas alguns termos e dizem-nos de modo um pouco aleatório ou criando sequências próprias. Reforçando as indicações que a literatura nos dá, não encontramos nenhuma criança utilizando termos não numéricos quando procedia à contagem. Para além disso, verificou-se que, mesmo em algumas das crianças mais fluentes na contagem oral, houve determinadas dificuldades na contagem de objectos (contagem dos cartões) fundamentalmente devido a dificuldades de coordenação entre o objecto contado e o termo dito.



Esta tarefa permitiu, também, compreender que algumas crianças (mais uma vez as mais novas e/ou as que frequentam o Jardim de Infância pela 1ª vez) não dominam, ainda, o princípio da cardinalidade (não associando o último termo da contagem ao total de objectos contados) embora, nessas mesmas crianças, pareça estar a emergir o sentido ordinal do número (sabem que depois do 1º vem o 2º).

Um aspecto importante e que se relaciona directamente com tarefas deste tipo (análise de dados) é que a construção e a simples observação do gráfico, são procedimentos que, por si sós, ajudam no desenvolvimento das competências numéricas das crianças. Se o facto de as crianças conseguirem contar, não revela a compreensão dos termos ditos e das relações entre eles existentes, a observação do gráfico, ajuda-as a compreenderem o sentido ordinal do número (5 é mais do que 4 porque a coluna é mais alta e é mais um porque só tem mais um desenho) e também o seu sentido cardinal (sabem quantos meninos escolheram um determinado fruto) evidenciando que as competências numéricas não se desenvolvem linearmente nem hierarquicamente, mas sim em espiral e que, como foi evidente, as crianças conseguem interpretar um gráfico de barras, mesmo que, algumas, inicialmente não tivessem compreendido o processo de construção do mesmo

Interessante foi também verificar que algumas crianças realizam subitizing. Por exemplo, no momento em que as crianças de uma das salas verificavam que eram 4 as crianças que tinham escolhido a banana como fruto preferido, uma delas disse: “eu não contei, olhei e vi que eram 4”.

De destacar, também que algumas crianças (as mais velhas) revelaram já o conhecimento de determinados factos numéricos simples:

- 2 mais 2 são quatro”
- 5 mais 5 são 10, olha, é como os dedos (mostra as duas mãos com os dedos esticados)”
- 4 mais 4 são 8, eu sei porque já fiz muitas vezes”

Apesar das quantidades envolvidas serem elevadas (12, 23, 24) houve algumas crianças (novamente as mais velhas) que, perante a questão de quantos eram os desenhos que tinham sido colados no gráfico, responderam correctamente, estabelecendo uma correspondência biunívoca entre o número de desenhos e o número de meninos da turma (que conheciam bem). A

maioria das crianças, porém, não estabeleceu essa correspondência e procedeu à contagem dos desenhos. Será interessante verificar se esta dificuldade tem a ver com o facto das quantidades envolvidas serem elevadas ou se a razão se deve ao facto de as crianças não conseguirem, ainda, estabelecer correspondências biunívocas entre números (se são  $n$  meninos, então, necessariamente, serão  $n$  desenhos).

Assim, tendo em conta os objectivos do estudo, diremos que este primeiro contacto com as crianças reforçou a ideia de desenvolvimento não linear das competências numéricas das crianças e, na linha de Fosnot e Dolk (2002) e Fuson (1989), que esse desenvolvimento se realiza a partir do conhecimento da sequência de contagem. As transcrições apresentadas evidenciam um desenvolvimento não linear em que, a partir do conhecimento (mais alargado ou mais restrito) da sequência de contagem, diferentes competências numéricas parecem não depender umas das outras mas desenvolverem-se integradas numa complexa rede que, pouco a pouco, se vai estruturando e consolidando.

Uma outra análise relaciona-se o facto de as crianças se terem interessado pela proposta de tarefa, que sentiram integrada na sua realidade e motivadora, revelando que o envolvimento das crianças nas tarefas é um factor determinante no êxito do seu desenvolvimento do sentido de número. Na realidade, o entusiasmo demonstrado pelas crianças na descoberta do fruto preferido e nas relações existentes entre as quantidades dos diferentes frutos presentes, levou-as a realizarem contagens e a estabelecerem comparações e relações numéricas, muitas vezes por iniciativa própria, o que cremos não teria acontecido se não tivesse sido criado um contexto familiar e do seu agrado.

Para além disto, analisando os episódios transcritos, confirma-se como é importante o questionamento feito pelo adulto e o modo como o faz. De facto, a reorientação das questões colocadas, a colocação de novas questões em vez de dar as respostas, ajuda a criança a raciocinar, a estruturar o seu pensamento e a comunicar as suas ideias com a clareza que o seu vocabulário permite. É importante salientar que, intencionalmente, algumas das questões colocadas não se dirigiam a todas as crianças. Estamos conscientes que

determinadas questões nem sequer terão sido compreendidas por algumas. No entanto, num grupo heterogéneo, onde coexistem crianças com níveis de desenvolvimento muito diferentes, é importante dar atenção a todas, e se há que ter cuidado especial com as que revelam menos desenvolvimento, há, também, que proporcionar situações onde aquelas que conseguem ir mais além se sintam estimuladas e valorizadas. Ademais, de acordo com Wood & Frid (2005), estamos perante um cenário que facilita a aprendizagem mútua entre as crianças mais novas e as mais velhas.

De um modo global, a realização desta 1<sup>o</sup> tarefa mostrou como as crianças se envolveram na tarefa e se interessaram por ela, uma vez que se teve o cuidado de criar um contexto que lhes fosse significativo. Com crianças destas idades é fundamental a criação de contextos familiares e estimulantes, onde, de modo concreto e recorrendo a materiais manipuláveis, consigam organizar raciocínios e comunicar resultados.

Através desta tarefa, confirmámos, também, que a diversidade de desempenhos é uma realidade que desafia o adulto a propor experiências de aprendizagem que permitam que todos prossigam o seu percurso de desenvolvimento, potencializando as capacidades de cada um, mas respeitando, sempre, os diferentes ritmos de aprendizagem.

Por outro lado, as crianças parecem evidenciar já uma concepção acerca da matemática como algo importante, e em que só os “bons” conseguem ter êxito. Querem mostrar que são bons (e são-no uma vez que o insucesso em matemática no Jardim-de-Infância é algo que não faz sentido). No entanto esta ciência deve ser vista desde muito cedo não como algo especial e dissociado do quotidiano mas sim como algo que está sempre presente, que os ajuda a compreender e a intervir na realidade. Esta concepção elitista da matemática que se pode estar a gerar é um primeiro passo para provocar, ao chegarem ao ensino formal, atitudes pouco favoráveis aquando do seu primeiro confronto com algum tipo de insucesso. Se não conseguem superar alguma dificuldade, isso poderá ser entendido como um “não sou bom, não sou daqueles que são capazes” e despoletar um afastamento progressivo e o desenvolvimento de atitudes pouco favoráveis. Assim, no pré-escolar é fundamental que a matemática não represente algo de

especial e que tenha o mesmo estatuto que qualquer outro domínio e, fundamentalmente, que as crianças a encarem como uma ferramenta que as ajuda a lidar melhor com o seu quotidiano e à qual podem recorrer, mesmo sem disso se aperceberem. Deve ser algo tão natural como pintar um desenho ou contar uma história.

A análise dos episódios transcritos permite considerar que não existem grandes diferenças entre as ideias e os procedimentos das crianças, nos diferentes Jardins-de-Infância para além das que são inerentes às diferenças de idade e de desenvolvimento entre as crianças, não parecendo que este último aspecto tenha alguma relação com o contexto das diferentes salas.

Surge realçada nesta primeira tarefa que a convicção da importância do ensino pré-escolar no desenvolvimento global das crianças. Na realidade, em relação ao Jardim-de-Infância B o facto de muitas crianças de 5 anos frequentarem pela primeira vez este nível de ensino, aliado ao contexto sócio cultural das crianças resulta, em muitas delas, num inferior desenvolvimento global quando comparado com outras crianças provenientes de ambientes familiares em tudo semelhantes, mas que desde os três anos frequentam o ensino pré-escolar.

Consideramos também importante, realçar que, em qualquer das salas, há crianças que se fazem notar. Há que analisar, na continuação do trabalho, se a razão se prende com aspectos de personalidade ou se é revelador de competências matemáticas que se destacam das dos colegas.

A realização desta tarefa levou-nos a considerar que, nesta fase inicial não se iria proceder a alterações na cadeia de tarefas pois pensamos que se adequa ao desenvolvimento das crianças, pelo que, neste momento, não se sentiu necessidade de realizar qualquer alteração na trajectória de aprendizagem planificada. O decorrer do trabalho mostrará se será necessário proceder a posteriores modificações.

### **3 - 2ª tarefa: O jogo “Contar e descobrir”**

As crianças pequenas gostam de decorar coisas simples. Este processo funciona como um desafio e, algumas, vão criando sequências de contagem próprias até conhecerem a correcta. Os termos utilizados na contagem oral são aprendidos pelas crianças em interacção com outras crianças e com os adultos.

Considerando que defendemos que é a partir do conhecimento da sequência de contagem oral que as crianças desenvolvem as suas competências numéricas, a tarefa “Contar e descobrir” tinha como objectivo fundamental analisar e ajudar a desenvolver as competências de contagem oral das crianças. Por outro lado, ao solicitar que as crianças efectuassem um registo escrito da pontuação obtida, permitiria também fazer uma primeira abordagem ao significado e à importância que as crianças davam ao registo escrito

Assim, foi criada uma situação de jogo onde as crianças deveriam contar de olhos fechados, enquanto a investigadora escondia um de seis objectos previamente seleccionados para o jogo. As crianças deveriam, quando fosse indicado, parar de contar, abrir os olhos e identificar o objecto que fora escondido. Sempre que acertassem, deveriam ir colocar o seu nome na coluna correspondente à sua equipa, numa tabela, previamente construída e representar, como quisessem, os dois pontos obtidos (pontuação atribuída a cada criança que acertasse no objecto escondido). Esta opção pelo registo dos pontos obtidos, embora não tivesse uma relação directa com o objectivo da tarefa (contagem oral), foi pensada uma vez que permitia uma primeira análise do relacionamento que as crianças estabeleciam com o registo numérico escrito.

Inicialmente, as crianças dividiam-se em duas equipas com o mesmo número de elementos e, no final do jogo, tentar-se-ia ver qual a equipa vencedora, qual a equipa que totalizara maior número de pontos. Para as crianças o desafio do jogo era identificarem correctamente o objecto escondido,

apesar de, com esta tarefa, se pretendesse, fundamentalmente, analisar as capacidades de contagem oral das crianças.

A tarefa iniciou-se com uma conversa com as crianças onde lhes foi explicado que iríamos jogar um jogo, lhes foram explicadas as regras do mesmo e mostrada a tabela onde cada criança iria marcar os pontos que obtivesse (2 pontos se acertasse e 1 ponto caso se enganasse). Seguidamente foi solicitado às crianças que formassem duas equipas com o mesmo número de elementos. Foi uma sugestão complexa e que sabíamos que não seria compreendida por todas as crianças. Foi como que um desafio na esperança de que fosse compreendido por algumas crianças

O processo de formação das equipas foi difícil pois apelava à definição de estratégias que permitissem que as equipas tivessem o mesmo número de crianças. Tentou-se que o processo fosse da responsabilidade exclusiva das crianças que, inicialmente se dividiram em dois grupos sem grande dificuldade.

Quando questionadas sobre se as equipas tinham o mesmo número de elementos, constataram que essa não tinha sido uma preocupação. Contaram os elementos de cada equipa e, liderados pelos mais velhos (em qualquer das salas), num processo que nos pareceu ter sido compreendido por algumas crianças, tentaram igualar o número de elementos por tentativa e erro. Uma vez que as equipas inicialmente formadas não eram muito desequilibradas, transferindo um a um os elementos de uma equipa para a outra, não foi muito difícil torná-las equitativas. Finalmente, escolheram seis objectos da sala para serem utilizados no desenrolar do jogo. Foi-lhes mostrado um objecto previamente seleccionado, referindo-se que deveriam escolher objectos de dimensões parecidas, para que fossem facilmente visíveis e simultaneamente passíveis de serem rapidamente escondidos. Em cada uma das salas, após alguns minutos de discussão sobre os objectos que as crianças iam seleccionando, estes foram escolhidos, e iniciou-se o jogo.

Para as crianças, o facto de terem que proceder à contagem oral foi, como já referimos, completamente acessório. Algumas contavam demasiado rápido, ou demasiado baixo pois, para elas, o objectivo único do jogo era identificar correctamente o objecto escondido. Este aspecto foi intencional pois

pretendia-se que as crianças não estivessem preocupadas e centradas na contagem o que poderia condicionar a espontaneidade das suas contagens, não permitindo analisar, de forma natural os seus reais conhecimentos.

## Descrição da implementação da tarefa:

### Jardim-de-Infância A

O jogo realizou-se no início do dia, logo após a chegada das crianças, e o desenrolar das rotinas habituais do início do dia. Assim, enquanto se esperava que todas chegassem, as crianças brincaram livremente e marcaram a sua presença no quadro das presenças. A investigadora foi participando na recepção às crianças, na ajuda a vestir os bibes e participando nas brincadeiras que iam realizando. Após a chegada de todas as crianças, cantou-se, no cantinho das almofadas, a canção dos bons dias e, em seguida, a investigadora passou a explicar o jogo com o qual se iniciariam as actividades do dia. Depois de se terem escolhido os seis objectos a esconder, as crianças voltaram a sentar-se nas almofadas e pediu-se-lhes que se dividissem em duas equipas com o mesmo número de elementos. O processo foi mais ou menos aleatório por parte das crianças.

I: Já formaram as equipas? Têm o mesmo número de meninos?

As crianças contaram o número de elementos de cada uma das equipas, tendo-se verificado que uma equipa tinha 6 elementos e a outra 8.

I: Como é que vamos fazer isto? Uma equipa tem 6 meninos e a outra tem 8, não pode ser. As duas equipas têm que ter o mesmo número de meninos. De imediato duas crianças saíram da equipa que tinha mais elementos e juntaram-se à outra equipa.

I: Vou contar (procedendo à contagem em voz alta). Agora está ao contrário. Esta equipa agora tem 8 meninos e esta só tem 6. Ainda não está bem. Temos que pensar bem como é que vamos fazer isto. Se sair um menino desta equipa (a que tem 8 elementos), quantos meninos é que ficam (retira uma criança da equipa)?

D (contando): Ficam 7

I: E se agora ela for para esta equipa, que tinha só 6 meninos, com quantos meninos fica esta equipa?

T: 7, 6 mais 1 é 7

I: Muito bem, então agora quantos meninos estão em cada equipa?

T: 7 nesta e 7 nesta, já está igual.

I: Pois é, agora já podemos começar o jogo

Deu-se então início ao jogo.

À sua vez, cada criança (alternando-se as equipas) fechou os olhos e começou a contar. Quando começaram a aparecer algumas hesitações ou erros na contagem, os colegas, em coro, e por iniciativa própria, ajudaram



acompanhando a contagem. Uma vez que, como já foi referido, a preocupação da criança que jogava era a descoberta de qual o objecto escondido, a ajuda dos colegas foi, muitas vezes, ignorada. No momento em que as dificuldades de contagem se tornavam mais evidentes, a investigadora escondia um objecto atrás de si e pedia para a criança parar a contagem (dizendo “stop” ou pedindo a outra criança que o fizesse). A criança que estava em jogo abria os olhos e tentava identificar o objecto que tinha sido escondido. Todas as crianças acertaram no objecto escondido.

Seguidamente, escreveram o seu nome na tabela (quando não o sabiam fazer, copiavam o nome dos seus cartões de identificação, ou então era a educadora que escrevia o nome) e marcaram à frente os dois pontos. É interessante reparar na diversidade de registos. Apesar de várias crianças terem já completado os cinco anos de idade, apenas uma delas registou os seus pontos escrevendo o número dois simbolicamente (embora em espelho). De entre as outras crianças, algumas (4) realizaram o registo de modo iconográfico (representando dois traços), outras (5), utilizaram uma representação simbólica mas utilizando dois símbolos, parecendo querer mostrar que se de facto eram dois pontos, tinham que utilizar dois símbolos (1,2 ou 2,2)

BENJAMIN	5	DAVID	12
LEONOR	1	AFONSO	12
JOÃO	11	LEONARDO	22
FRANCISCO	11	TOMÁS	12
DEJA	11	MARILENA	12

Figura 1 – TABELA DE REGISTOS DA TAREFA 2 (JI A)

Esta tarefa veio confirmar a ideia de que a maioria das crianças possui algum conhecimento da sequência de contagem, mas que esse conhecimento é bastante diversificado, como ilustram os episódios seguintes.

I: Estás pronta B? Quando dermos o sinal de partida, podes começar a contar  
I (e crianças em coro): 3...2...1 partida!  
B: 1, 2, 3, ...14, 15, ...,16,...14, 15,...16, ..., 14, 15,...  
I: Stop! O que é que eu escondi?  
B: A banana  
I: Muito bem, a B acertou! Agora vais escrever o teu nome e marcar os teus 2 pontos

I: Atenção L! 3..2..1..partida!  
L: 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4,  
A: Não é assim. É 1,2,3,4,5,6  
L tenta acompanhar os colegas  
L: 1,2,3,4,5,6  
I: Stop! O que é que está escondido?  
L: O leão  
I: Acertaste! Ganhaste 2 pontos!

I: Vamos lá T, 3...2...1...partida!  
T: 1, 2, 3, ...29, 30, 31, ...39, 40, 41 ...  
I: Stop  
R: Escondeste o urso grande!  
I: Certo, vai marcar os teus pontos

O jogo desenrolou-se com alguma rapidez e as crianças, após todas terem jogado, pediram para jogar novamente. Satisfazendo o seu desejo, propôs-se-lhes que continuássemos o jogo, mas agora com uma modificação, em vez de se efectuar a contagem por ordem crescente, fazia-se por ordem decrescente, começando no número que cada uma das crianças seleccionasse.

As crianças ficaram entusiasmadas com o novo desafio e começaram a indicar os números em que queriam começar, tentando cada uma, indicar um número maior que o dos colegas. No entanto, quando primeira criança iniciou a sua contagem (com um número elevado) ela própria, e todos os colegas, se aperceberam das novas dificuldades, pois nem a criança em jogo conseguia prosseguir a contagem por ordem decrescente, nem as outras crianças a conseguiam ajudar. Questionada sobre se queria alterar o número de partida, fê-lo, começando a sua contagem em 5.

I: Queres começar a partir de que número?  
D: Do 20  
I: Então vamos começar  
B: 20, ... (silêncio)  
I: Quando estamos a contar, antes do 20 vem o ...  
Silêncio  
I: Alguém quer ajudar? (Silêncio) ... Pois é, parece-me que escolheste um número muito difícil para começar. Vê lá que nenhum menino te conseguiu ajudar! Queres começar noutra número?  
D: Sim, no 5 ... 5...4...3...2...1  
I: Boa! O que é que eu escondi?

Todas as outras crianças, aquando da sua vez, iniciaram as suas contagens em números não superiores a 10. Revelaram alguma capacidade de reflexão pois nenhuma apontou um número que fosse superior às suas capacidades. Mesmo de entre as crianças mais novas, as que compreenderam o que se pretendia, indicaram um número que lhes permitisse não cometer erros (escolheram todas o 3).

I: Começamos em que número?  
M: No 3  
I: Então força  
M: 3...2...1

Houve, porém, algumas crianças, maioritariamente as de três anos, que não compreenderam o que se pretendia e contaram novamente por ordem crescente, a partir da unidade.

I: Por que número é que queres começar?  
I: 3  
I: Então podes começar  
L: 1,2,3  
I: Contaste muito bem, mas agora vais tentar contar ao contrário, começa no 3 e andas para trás como nas corridas em que fazemos "3, 2, 1 partida"  
L: 1,2,3

Para terminar o jogo, jogou a investigadora, contando por ordem decrescente a partir do 10 e em coro com as crianças.

Desta nova rodada do jogo não foram realizados registos da pontuação.

Finalmente, foi solicitado às crianças que realizassem um desenho que representasse o jogo. No entanto estas, talvez porque a tarefa as tinha ocupado durante mais de uma hora, não se mostraram disponíveis para tal,

preferindo dirigir-se ao pátio para brincarem. A sua vontade foi aceite, até porque não era hábito as crianças registarem, na forma de desenho, as actividades que realizavam.

## **Jardim-de-Infância B**

Neste Jardim-de-Infância, a tarefa foi também realizada no início da manhã. As crianças encontravam-se na zona das almofadas, contando as novidades. Depois de todas terem relatado aquilo que lhes interessava, a investigadora referiu que íamos fazer um jogo e explicou como este se processaria. As crianças formaram as duas equipas mas tiveram alguma ajuda para conseguirem que as equipas fossem equitativas

I: Já formaram as duas equipas? Não se esqueceram que as equipas têm que ter o mesmo número de meninos? Vejam lá se as equipas estão iguais!

Uma criança de cada equipa contou os elementos

R: Nós somos 12

L: Nós somos 8

I: Então as equipas estão iguais?

Crianças (em coro): Não!

I: Então têm que fazer mudanças. As duas equipas têm que ter o mesmo número de meninos. Vocês (aproxima-se de uma das equipas) são 12 e eles (aponta a outra equipa) são 8. Como é que vamos fazer, vamos trazer mais meninos para esta equipa ou vamos tirar alguns meninos?

Crianças (em coro): Tirar!

I. Muito bem, vamos lá experimentar

Curiosamente, saem duas crianças da equipa pelo que a distribuição ficou imediatamente correcta.

I: Já está? Agora as equipas estão iguais?

As crianças contam o número de elementos de cada um das equipas e verificam que cada uma das equipas tem 10 elementos

P: Já está bem

Seguidamente foram seleccionar os objectos. Os rapazes dominaram a escolha, seleccionando um conjunto de 6 carros de cores e tamanhos distintos

Deu-se, então, início ao jogo, que se desenrolou de um modo em tudo semelhante ao que se passara no Jardim-de-Infância A. Mais uma vez foram evidentes as diferenças entre as crianças relativamente às suas competências de contagem.

I: Podes começar B  
B: 1,2,3,4,...28,29,...  
I: 30  
B: 31,32,33  
I: Stop  
B: Escondeste o jipe  
I: Muito bem, vai marcar os teus pontos

I: 3, ,2, 1, começa J  
J: 1,2,3,6,3,7,9  
L: Ela está a contar tudo mal!  
I: Vamos começar outra vez  
J: 1,2,3,4,7,5,2  
I: Stop  
J: Escondeste o carro vermelho  
I: Acertaste, vai marcar os teus pontos

I: Podes começar L  
L: 1,2,3,4...11,12,13,14,8,9,10  
I: Stop  
L: Escondeste o camião  
I: Muito bem

O jogo continuou com a contagem por ordem decrescente. Apenas as crianças de 5 anos e uma de 4 anos o conseguiram fazer mas apenas iniciando a contagem em números não superiores a 5. Com as restantes crianças optou-se por efectuar a contagem sempre a partir do 5 e com a ajuda de todos os colegas que, com elas, contaram em coro. Finalmente jogou a investigadora, contando a partir de 10 em simultâneo com as crianças. Os registos dos pontos obtidos mostravam que as crianças optaram todas por registar os seus pontos representando dois traços, talvez por imitação do procedimento do primeiro registo. Nem mesmo as crianças mais velhas utilizaram a representação simbólica. Infelizmente o registo foi destruído.

## Jardim-de-Infância C

Neste jardim-de-infância a tarefa realizou-se após o almoço. Trata-se da sala onde todas as crianças têm 5 anos (à excepção de duas). Assim, após a explicação de como se processava o jogo, as crianças dividiram-se em duas equipas mas foram elas, por iniciativa própria que, no final da formação das equipas, foram verificar se ambas as equipas tinham o mesmo número de elementos, realizando os acertos por tentativa e erro mas com relativa facilidade.

Durante o desenrolar do jogo verificou-se que todas as crianças de 5 anos conheciam a sequência de contagem pelo menos até 29. Vejamos como jogaram as crianças de 3 anos

I: M és tu. 3,2,1 partida  
M: 1,2,3,4,5,3,4,5,7,4,5  
I: Stop. O que é que eu escondi?  
M: A banana  
I: Muito bem, vai marcar os teus pontos

Seguidamente jogou R, a criança que não fala no Jardim-de-Infância

I: 3,2,1 partida  
R fecha os olhos  
I: Stop. Estiveste sempre a contar, R?  
R abana a cabeça afirmativamente  
I: O que é que eu escondi?  
R nada diz mas fixa a investigadora com olhar vivo  
I (mostrando o objecto que escondera): Sabias que era a laranja?  
R abana a cabeça afirmativamente sorrindo  
I: Vai marcar os teus dois pontos R

O jogo utilizando a contagem decrescente foi compreendido pelas crianças de 5 anos e, com mais ou menos facilidade, todas conseguiram contar a partir de valores entre 5 e 10

Os registos dos pontos obtidos foram todos iguais e realizados utilizando duas representações, simbólica e iconográfica em simultâneo.. Assim, todas as crianças utilizaram dois traços seguidos do número 2. Apenas uma das crianças de três anos se limitou ao registo iconográfico bem como a

investigadora, que incitada pelas crianças a jogar, optou por fazer o seu registo apenas iconograficamente .

Tabela de Registo da Tarefa 2 (JI C)	
Nome	Resposta
...	...
...	...
...	...
...	...
...	...
...	...
...	...
...	...
...	...

Figura 2 – TABELA DE REGISTO DA TAREFA 2 (JI C)

Algumas crianças, aquando do seu registo verbalizaram estranheza pelo tipo de registo feito pelos colegas:

R: É a mesma coisa assim (aponta um tipo de registo) ou assim (aponta o outro)

Ed: Tu registas como quiseres, não tens que fazer como os outros meninos

R: Mas é melhor, assim percebe-se melhor que são dois pontos

## **Síntese da tarefa:**

Esta tarefa tinha como objectivo fundamental analisar as competências de contagem oral das crianças e tentar alargar o seu conhecimento da sequência de contagem. Procurava-se que, num ambiente de grande grupo, as crianças interagissem umas com as outras, ajudando as que revelavam mais dificuldades, contribuindo, assim, para o alargamento dos seus universos numéricos uma vez que a aquisição do domínio da contagem oral é um procedimento eminentemente social.

A proposta inicial consistiu em pedir às crianças que se dividissem em dois grupos equitativos. Tratou-se de uma proposta não directamente ligada aos propósitos da tarefa mas desafiante, e considerámos importante serem as crianças a fazê-lo e não os adultos a corrigirem a sua distribuição, que foi mais ou menos aleatória. Assim, foi através da colocação de questões que se procurou que as crianças compreendessem o que fora solicitado e tentassem corrigir a distribuição efectuada. Cremos, no entanto, que a maioria das crianças não compreendeu o que se estava a fazer. Apesar disso, para as crianças que compreenderam e realizaram o desafio, foi uma actividade significativa e foi importante realizá-la pois, como temos vindo a defender, as experiências de aprendizagem não têm que ser significativas para todas as crianças. Mesmo que apenas tenha contribuído para o desenvolvimento de uma única criança, já terá sido suficiente.

As crianças revelaram algum conhecimento da sequência de contagem. Apesar das crianças mais novas (3 anos), na sua maioria, se limitarem à contagem até 5, algumas contavam até 10 embora com ligeiras hesitações. Notou-se, ainda, que existiam crianças que criavam sequência de contagem próprias mas, não aleatoriamente, pois identificavam já algum padrão na contagem repetindo-o sempre (1,2,3,4,1,2,3,4,1,2,3,4,...). Por outro lado, e como já foi referido, nenhuma criança utilizou, na contagem oral, qualquer termo que não fosse um termo numérico. O facto de, nestas circunstâncias, os colegas mais velhos e/ou com mais conhecimento as ajudarem, corrigindo-as, contribuiu para que os seus universos numéricos, progressivamente, se fossem alargando. Na realidade, como já referimos, o conhecimento da sequência numérica, fundamentalmente enquanto se verificam as irregularidades (até 15



no nosso sistema de numeração), é um processo eminentemente social, pelo que são as múltiplas experiências de contagem, a par com a interacção social (com adultos e, principalmente, com outras crianças) que ajudam a promover esse conhecimento.

As crianças de 4 e 5 anos revelaram maior domínio na contagem. Quase todas contavam até 20, notando-se que dominavam, com facilidade, as irregularidades da contagem. Muitas compreendiam já a padronização na contagem, apenas desconhecendo os termos de transição para as novas séries, parando a contagem nessas alturas, à espera de ajuda. Quando a ajuda surgia, continuavam a contagem até nova mudança. Em qualquer dos Jardins-de-Infância, porém, encontrámos crianças que, sem hesitação contam até 40 ou 50 (sempre crianças de 5 anos). Trata-se, no entanto, de acordo com as informações das respectivas educadoras, de crianças em que, para além do seu interesse natural pelo universo numérico, o seu ambiente familiar propicia este conhecimento. Irmãos mais velhos, pais ou avós proporcionam contextos (mesmo que não intencionalmente) em que a contagem oral é uma presença, facilitando a aprendizagem das crianças. Assim, parece-nos que não existem diferenças significativas entre os conhecimentos das crianças envolvidas neste estudo para além das que podem ser atribuídas aos diferentes níveis etários. De facto, a maior experiência de vida (mais um ano, nestas idades significa uma imensidade de vivências a mais) aliada ao maior desenvolvimento em termos de linguagem, são aspectos que justificam as diferenças de conhecimento, mais do que qualquer outra razão. No entanto, devemos salientar que, de acordo com as educadoras, algumas crianças inserem-se em ambientes familiares com pouca predisposição para proporcionarem experiências envolvendo números, para além de estas mesmas crianças estarem (por opção familiar) pela primeira vez a frequentar o ensino pré-escolar, apesar de muitas terem já completado os cinco anos de idade.

As tabelas onde as crianças registaram o seu nome e os pontos obtidos merecem uma análise atenta. De facto, estes registos evidenciam e explicitam o modo como as crianças compreendem os números e qual o significado que dão às representações simbólicas.

Assim, apesar das crianças mais velhas reconhecerem a existência de um símbolo para representar o número dois, sentem, ainda, a necessidade de

explicitar que, apesar de ser apenas um símbolo, representa a quantidade dois, pelo que os seus registos ao apresentarem, em primeiro lugar, dois tracinhos, parecem sugerir-lhes (a elas e a todos os que observarem o seu registo) que, apesar de ser apenas **um** símbolo, ele representa, de facto **dois** pontos. Estas crianças têm, ainda, alguma dificuldade em compreender a correspondência não unívoca entre um único símbolo e uma qualquer quantidade superior a um, apesar de saberem que ela existe (utilizam o símbolo, que sabem que é suficiente, mas reforçam-no com a representação iconográfica, desenhando dois traços).

Num nível inferior de compreensão do significado da representação simbólica, surgem as crianças que, apesar de utilizarem os símbolos numéricos, têm necessidade de utilizar dois símbolos na representação dos seus dois pontos (se são dois pontos, devem aparecer dois símbolos). Assim utilizam os símbolos 1 e 2 (como se estivessem a fazer a contagem), ou utilizam duas vezes o símbolo 2 (pois são dois pontos, logo têm que ser dois símbolos), evidenciando que para elas, a dita correspondência não unívoca ultrapassa as suas capacidades.

Finalmente encontramos as crianças para as quais a representação simbólica ainda não faz parte do seu universo. Para representarem dois pontos, utilizam, sem qualquer constrangimento, os dois tracinhos. Nem sequer as representações mais ou menos simbólicas dos colegas as confundem. Nenhuma destas crianças questionou colegas ou adultos sobre os outros tipos de representações presentes na tabela. Nos seus pequenos mundos, convivem, sem problemas, mesmo com aquilo que não compreendem. Estes diferentes níveis de representação estão associados às idades das crianças. Quanto mais velhas, mais as suas representações se aproximam da representação simbólica

Quando, durante o jogo, se passou para a contagem decrescente, foi evidente que se tratava de um procedimento bastante mais complexo, onde a mera repetição mecânica de uma sequência não é suficiente para a sua realização. Contar por ordem decrescente exige uma capacidade de reflexão na acção que, normalmente, ultrapassa as capacidades das crianças destas idades. Para o fazerem, elas necessitam de evocar mentalmente a sequência crescente e, simultaneamente, realizarem o processo inverso ao que fazem

quando contam de forma ascendente. Nesta tarefa apenas o conseguiram fazer as crianças de cinco anos (e poucas de 4) e, somente, a partir do número até ao qual conseguem mentalmente visualizar toda a sequência numérica (5). Para além disso, contar por ordem decrescente não faz parte do quotidiano das crianças. Se contar ascendentemente é uma necessidade com que quotidianamente se confrontam, já contar por ordem decrescente é uma tarefa com que dificilmente se deparam no seu quotidiano. Assim, se queremos que as crianças desenvolvam esta capacidade há que intencionalmente proporcionar situações onde este tipo de contagem se justifique.

Em síntese, esta tarefa mostrou que a contagem oral ascendente é um procedimento a que as crianças estão habituadas, fazendo-o sem dificuldade e exibindo conhecimentos diversos. No entanto, a contagem decrescente provoca alguns constrangimentos, salientando a necessidade de muitas e variadas experiências neste sentido, utilizando contextos diversificados.

De igual modo, os registos das crianças espelham, também, com clareza, os seus diferentes desenvolvimentos. Enquanto que para algumas crianças a representação simbólica começa a fazer algum sentido, embora em paralelo com a necessidade de alguma representação iconográfica, para outras (quase sempre as mais novas) a representação simbólica ainda está para além dos seus horizontes.

A partir da realização desta tarefa, investigadora e educadoras reflectiram sobre as competências das crianças relativamente à contagem oral, tendo-se compreendido a importância de, quotidianamente, se procurar proporcionar às crianças experiências de contagem oral (crescente e decrescente), o que as ajudará no desenvolvimento dessas mesmas competências.

No mesmo sentido, foi reconhecido que, apesar de as crianças estarem habituadas a realizarem registos, normalmente esses registos não eram realizados aquando da implementação de tarefas com intencionalidade matemática, pelo que seria importante passar a fazê-lo. Para isso, teria que se diminuir o tempo das tarefas, para que não se sentissem cansadas ou, preferivelmente, fazê-lo noutra momento.

Da análise da implementação desta tarefa concluiu-se que não será adequado modificar a Trajectória Hipotética de Aprendizagem uma vez que a tarefa seguinte proporcionará situações de contagem de objectos, contribuindo, assim, para o desenvolvimento das competências de contagem oral.

Finalmente é de reforçar que os diferentes desempenhos observados nos parece estarem directamente relacionados mais com a idade das crianças do que com os diferentes contextos dos três Jardins-de-Infância.

#### **4 - 3ª tarefa: “Tampas de Garrafas”**

Apesar de a descrição de todas as tarefas ter sido feita individualizando cada um dos Jardins-de-Infância, nesta tarefa optou-se por não se fazer essa distinção, por nos parecer que as situações mais significativas foram em tudo semelhantes em qualquer deles e por ter sido uma tarefa que se prolongou ao longo dos seis meses de duração deste trabalho.

#### **Descrição da tarefa:**

Na perspectiva deste estudo, a contagem oral e a contagem de objectos, são o ponto de partida para o desenvolvimento das competências numéricas das crianças. No entanto, a contagem oral, por si só, embora seja considerada a base fundamental do desenvolvimento numérico das crianças, pode ser vista apenas como uma actividade social, como uma ladainha que as crianças decoram, como decoram a letra de uma canção ou uma lengalenga. Assim, a importância de um contexto é fundamental e, embora esta primeira fase do decorar puro e simples seja importante, torna-se necessário que, progressivamente, a contagem surja associada a situações significativas onde sobressaia a importância do acto de contar, ou seja, a contagem de objectos. De facto é realmente através da criação de situações onde se torne fundamental a contagem de objectos que a criança sente a necessidade de conhecer os termos da contagem oral e de os relacionar entre si.

Assim, e uma vez que, aquando da implementação da 1ª tarefa (O fruto de que gostamos mais) e da 2ª tarefa (Adivinha quem fugiu) se verificou que algumas crianças tinham dificuldades na contagem oral e na contagem de objectos, e tendo em conta que este processo de aprendizagem da contagem é um processo continuado e não acabado, considerou-se pertinente proporcionar situações onde, ao longo do tempo, se procurasse contribuir para o desenvolvimento destas competências.

Deste modo, com o objectivo de estimular e desenvolver a capacidade de contagem de objectos (e conseqüentemente a contagem oral), foi desenvolvida esta tarefa que se prolongou ao longo dos seis meses em que se desenrolou este trabalho e que estava, desde início, incluída na cadeia de tarefas planificada.

Foram construídas três caixas (uma para cada Jardim-de-Infância) contendo uma bolsa exterior transparente, na qual as crianças introduziam um cartão representativo de um número entre 4 e 30. Em cada cartão estava representado um número diferente, através do numeral representativo e através de pintas (para valores inferiores a 15). Foram utilizadas as tampas de garrafas plásticas existentes em grande quantidade em cada um dos Jardins-de-Infância.

A tarefa consistia em, em cada dia, uma criança extrair, do envelope dos cartões, um cartão, colocá-lo na bolsa da caixa e seleccionar o mesmo número de tampas de garrafas que o número indicado no cartão, colocando-as no interior da caixa. A correcção do seu procedimento seria sempre acompanhada por um colega e pela educadora. Os cartões postos à disposição de cada criança, pela educadora, tinham em consideração o seu universo numérico.

Em cada um dos Jardins-de-Infância a tarefa foi apresentada às crianças pela investigadora. De um modo muito simples foi-lhes explicado o objectivo da mesma o qual entusiasmou as crianças uma vez que “saber contar muito” era algo que desejavam:

I: Esta caixinha e estes cartões que eu aqui trago vão ficar aqui na sala para todos os dias vocês fazerem um jogo dois a dois.

Crianças: Como é que se joga?

I: Os cartões (mostra alguns) têm pintas e números (aponta). Este tem quatro pintas e tem o número 4, este tem duas pintas e o número dois, este, quantas pintas tem In?

In: Tem 8

I: Como é que sabes?

In: Está aí o número 8

I: Pois é, está aqui o número 8 e se contarmos a pintas vemos que também são oito. Conta lá M, para vermos se são oito

M: 1,2,3,4,5,6,7,8 . São

I: Então o que vai acontecer é que todos os dias dois meninos vão jogar. Um menino tira um cartão, vê que número é que lá está e vai meter dentro da caixa o mesmo número de tampas, daquelas que estão no garrafão. O outro menino vai estar com muita atenção para

ver se ele conta bem ou se precisa de alguma ajuda. No dia seguinte, jogam outros dois meninos. Sempre que eu vier, vocês contam-me o que tem acontecido, está bem?

Durante um longo período de tempo as crianças, diariamente, lembravam a educadora da necessidade de realizarem a tarefa. Com o continuar do tempo, esse interesse foi diminuindo. No entanto, considerando que, na maioria das vezes as crianças realizaram a tarefa acompanhadas por outros colegas, verificando-se uma entreaajuda mútua, podemos afirmar que foi um tarefa onde, para além do alargamento do conhecimento da sequência numérica, as crianças desenvolveram estratégias eficazes de contagem de objectos, tendo-se notado, por exemplo, uma melhoria na coordenação entre o objecto contado e o termo dito. Neste sentido, muitas crianças passaram a contar cada tampa apenas no momento em que a introduziam na caixa, ao invés do procedimento mais utilizado no início, que consistia em retirar um monte de tampas do recipiente em que estavam guardadas, contá-las sobre a mesa (o que levava a repetirem ou esquecerem tampas) e, depois de seleccionarem a quantidade pretendida, agarravam em todas as tampas e introduziam-nas, em simultâneo, na caixa.

Um outro aspecto relacionado com a contagem de objectos e que é importante assinalar nesta tarefa, relaciona-se com o princípio da cardinalidade. De facto, apesar de muitas vezes as crianças até conseguirem contar objectos com facilidade, não conseguiam identificar o último termo dito com o total da contagem. Este aspecto é particularmente visível com as crianças cujo universo numérico é, ainda, reduzido. Assim, esta tarefa, ao ter em conta os diferentes universos numéricos das diferentes crianças, contribuiu, igualmente, para a construção do princípio da cardinalidade.

Vejamos o exemplo de M, uma criança do Jardim-de-Infância C, com três anos

I: Tira um cartão M (3 anos)  
M: Este (mostra um cartão com o número 4)  
I: Quantas pintas tem o teu cartão?  
M: 1,2,3,4  
I: Quantas são?  
M: 1,2,3,4

I: Agora vais pôr tampas na caixa, sabes quantas é que tens que pôr?  
M: Sim  
I: Quantas são?  
M não responde. Selecciona 4 tampas de entre as que estavam espalhadas na mesa  
M: São estas  
I: Muito bem, é como se estas pintas fossem tampas, cada pinta é uma tampa que tens que pôr na caixa. Quantas são as pintas?  
M: 1,2,3,4  
I: Se puseres estas tampas (mostra duas tampas) está bem?  
M abana a cabeça negativamente  
I: Tu contaste as pintas, contaste até dois?  
M: Não  
I: Pois não, por isso é que não são duas tampas. Contaste até quanto?  
M: 1,2,3, 4  
I: Contaste até 4, acabaste no quatro, então tens que ir buscar quantas tampas?  
M 4.  
I: Muito bem, e quantas é que tu tinhas ido buscar, quantas é que puseste aqui ao pé de ti?  
M: 1,2,3,4, são 4 (agarra-as todas juntas e introdu-las na caixa)

Não foi, evidentemente, apenas este episódio que terá contribuído para que M compreendesse o princípio da cardinalidade mas foi, concerteza, um dos muitos momentos que contribuiu para isso. Ao longo deste trabalho teremos oportunidade de acompanhar os procedimentos desta criança em outras tarefas e de verificar como as múltiplas experiências vivenciadas foram contribuindo para o seu desenvolvimento do número, em particular em relação ao princípio da cardinalidade.

Mesmo as crianças mais fluentes na contagem oral apresentavam, como já foi referido, algumas dificuldades na contagem de objectos devido a não coordenarem o movimento da mão com o termo dito (apontavam mais rapidamente do que diziam o termo, ou vice-versa), ou devido a repetirem ou esquecerem alguns objectos. Tendo em conta que quando contam objectos sozinhas, as crianças não se apercebem dos seus erros, é muito importante que existam momentos em que esta actividade seja acompanhada por um adulto ou por um colega mais expedito na contagem de objectos. Esta tarefa, ao ser supervisionada pelo adulto (educadora) e acompanhada por um colega contribuiu para que as crianças tomassem consciência do tipo de erros que cometiam e, progressivamente, os fossem ultrapassando, como mostra o episódio seguinte:



Ed: Quantas tampas tens que meter na caixa?  
R: 15  
O Ruben retira um monte de tampas e começa a contá-las  
R: 1,2,3,4...14,15  
Ed: Não te enganaste? Acho que contaste muito depressa, vê lá outra vez  
R (contando mais devagar): 1,2,3,4,...13. Tinha contado mal  
Ed: Pois foi, contaste depressa demais. O que é que vais fazer?  
R: Vou contar outra vez. 1,2,3,4,...14,15. São estas todas

O Ruben contou pausadamente e arrastando cada uma das tampas mas iniciou esta sua nova contagem novamente a partir da unidade, revelando que a contagem a partir de certa ordem não é um procedimento com o qual se sinta confortável. Embora lhe bastasse acrescentar dois à contagem inicial (14, 15) ele preferiu iniciar a sua nova contagem a partir da unidade. Por outro lado, a interacção com a educadora permitiu-lhe dar conta do erro e da sua causa (dificuldades na coordenação visual motora).

Verificaram-se outras situações em que, apesar de bastar continuar a contagem a partir das tampas já contadas e da orientação da educadora ou da investigadora no sentido de levar as crianças a contar a partir de certa ordem, as crianças não o fizeram, preferindo, novamente, voltar a iniciar a contagem a partir da unidade, como no exemplo que se segue:

I: Tenho a impressão que te enganaste, ainda não tens as 10 tampas, conta lá outra vez  
D: 1,2,3,4,5,6,7,8 pois foi, enganei-me  
D recomeça a contagem a partir da unidade  
I: Vamos fazer de outra maneira, já tens aqui 8, mais esta ficam ...  
D (contando a partir da unidade): Eu gosto mais assim 1,2,3,...9,10

O problema da dupla contagem de alguns objectos ou o esquecimento de contar alguns deles foi, no início, frequente. No entanto, foi sendo superado com o apoio da educadora. Vejamos um exemplo:

Ed: Qual é o cartão que escolhes?  
A: Este (mostra um cartão com o número 12)  
Ed: Está aqui o garrafão com as tampas  
A tira um monte de tampas com as duas mãos e começa a contar  
A: 1,2,3,4,...10,11  
Ed: Já tinhas contado essa tampa, estás a contá-la duas vezes, tens que ter cuidado para não fazeres isso. Tens que arranjar uma maneira de saberes quais foram as tampas que já contaste e quais é que te falta contar, para não misturares tudo e não te enganares.  
A inicia novamente a contagem e vai arrastando as tampas contadas  
A: 1,2,3,4,...11,12. Já está, são estas (agarra-as e introdu-las na caixa).

Mais uma vez foi importante o diálogo com a educadora que ajudou a criança a compreender que se tinha enganado e porquê.

Também os colegas ajudaram neste processo de desenvolvimento da contagem de objectos, como se compreende no exemplo que se segue:

S: Qual é que escolheste?  
P: Este, o 15  
P retira tampas do garrafão com as mãos e começa contar muito depressa  
P: 1,2,3,4,5,6,7  
S: Tás a contar à pressa, nem se percebe nada, está tudo mal  
P: Não está, vou contar mais devagar para tu veres 1,2,3,4,...14,15  
S. Acho que agora está bem, vou contar também 1,2,3,...14,15, está bem

Neste episódio foi um colega, um par, que ajudou na compreensão do erro e na tomada de consciência da sua origem.

Algumas vezes, a intervenção da educadora nas discussões entre as crianças ajudou no desenvolvimento de algumas capacidades inerentes à contagem de objectos. Eis um exemplo:

Duas crianças tinham feito uma fila com tampas e discutiam porque uma dizia que já tinha as nove tampas e a outra afirmava que estavam dez. A educadora aproximou-se procurando saber a razão do desentendimento:

Ed: O que se passa?

F: O R diz que estão 10 tampas mas estão 9.

R: Ele começou a contar por este lado por isso é que tem 9 mas eu contei por aqui e são 10

Ed: Então se um contar por este lado e o outro por aquele não vai dar o mesmo número de tampas, é isso?

R: Sim

F: Não é não, são as mesmas tampas

Ed: Então vamos contar baixinho e devagar, o F começa por aqui e o P por aqui (troca a ordem pela qual as crianças inicialmente tinham contado)

As crianças contam lentamente e em voz baixa

R: Afinal são 9

F: Pois são, eu já tinha contado

Ed: R, achas que contando por um lado podia dar 9 e pelo outro dar 10?

R: Não podia não, não se mexeu nas tampas.

Ed: Pois é!

Esta descrição evidencia o facto de, apesar de se tratar de duas crianças de cinco anos, ainda subsistirem algumas dúvidas relativamente à irrelevância da ordem, mostrando que são situações exploradas do modo como aqui foi descrito, que vão contribuindo para a sua superação.

Episódios como os atrás descritos foram habituais ao longo do tempo em quaisquer dos Jardins-de-Infância e, progressivamente, mais crianças foram aperfeiçoando as suas estratégias de contagem diminuindo os erros que cometiam. Por exemplo, algumas crianças que, inicialmente, repetiam e/ou esqueciam a contagem de alguns objectos, com o repetir da experiência e a observação dos procedimentos de colegas, passaram a conseguir definir estratégias de superação destas dificuldades, alinhando as tampas, arrastando-as ou contando-as apenas no momento em que as introduziam na caixa.

## Síntese da Tarefa

A tarefa “Tampas de Garrafas” pretendia ajudar o desenvolvimento de competências de contagem de objectos. Em particular, para além do alargamento do conhecimento da sequência de contagem, tinha como objectivo o desenvolvimento de outras capacidades inerentes à contagem de objectos, nomeadamente:

- que a cada objecto corresponde um e um só termo da contagem;
- como não perder nem repetir nenhum objecto;
- o conceito de cardinalidade;
- que a contagem de objectos não depende da ordem pela qual estes são contados (irrelevância da ordem).

Como capacidades que são, exigem tempo para o seu desenvolvimento pelo que se decidiu que a tarefa se prolongaria ao longo de seis meses.

A tarefa, aquando do seu início, entusiasmou bastante as crianças que, em cada dia, alertavam as respectivas educadoras para a sua realização. Com o passar do tempo esse entusiasmo inicial foi diminuindo mas a tarefa continuou a realizar-se (embora nem sempre diariamente) e cremos que, em conjunto com o aproveitamento de situações ocasionais propícias à contagem de objectos (e que foram exploradas pelas educadoras), permitiu, em muitas crianças, o desenvolvimento de estratégias de contagem de objectos progressivamente mais eficazes.

A observação continuada que fomos fazendo das crianças, parece permitir afirmar que, nomeadamente no que respeita à definição de estratégias que facilitem o não perder nem repetir nenhum objecto, bem como coordenar o termo dito com o objecto contado, os progressos foram visíveis. Principalmente as crianças mais velhas compreenderam que não importava contar depressa, não importava contar até um número muito grande, não havia ganhadores nem

perdedores pois não se tratava de uma competição. Interiorizaram que a contagem tinha que ser realizada calmamente para não se enganarem, e que o acto de deslocar os objectos já contados permitia que determinassem com exactidão quais as tampas a introduzir na caixa. Também as interacções estabelecidas entre as educadoras e as crianças mais novas (como foi exemplificado no caso de M) contribuíram para a compreensão de que o último termo dito correspondia ao total de tampas (princípio da cardinalidade). Finalmente, convém referir que a contagem a partir de certa ordem não é um procedimento habitual, mesmo nas crianças mais velhas. Apesar de o desenvolvimento da capacidade de contagem a partir de certa ordem não ter sido um objectivo desta tarefa, a análise dos procedimentos das crianças permite dizer que se trata de um processo complexo envolvendo alguma abstracção e que, nesta situação, como em muitas outras, uma vez que as crianças conseguem resolver o problema com o qual são confrontadas recorrendo apenas à contagem um a um a partir da unidade (com a qual se sentem seguras), não sentem necessidade de utilizar outro tipo de estratégias de contagem. De facto, a contagem a partir de certa ordem, apenas se torna uma necessidade quando as crianças necessitam de contar objectos não visíveis, o que não acontecia nesta tarefa. Poderia, no entanto, ter sido uma boa oportunidade de desenvolver esse tipo de contagem, bastando para isso que uma das crianças iniciasse a contagem e outra a continuasse.

Globalmente, podemos dizer, que as capacidades inerentes ao desenvolvimento da contagem de objectos se foram desenvolvendo e, portanto, os objectivos desta tarefa foram atingidos. No final deste trabalho eram muito poucas as crianças que não tinham desenvolvido estratégias de contagem de objectos eficazes, visíveis em inúmeras situações quer intencionais, quer ocasionais.

Assim, esta tarefa, ao ter-se prolongado por um período alargado de tempo, contribuiu para o desenvolvimento das competências de contagem de objectos das crianças e permitiu, como se pretendia, uma interacção entre pares, que se revelou frutuosa. Na realidade, a confirmação da correcção da contagem, ao ser feita pela criança que a tinha realizado, em colaboração com

um colega, permitiu que as crianças estivessem atentas à contagem, aos procedimentos e às estratégias utilizadas pelo outro, favorecendo a reflexão sobre a acção realizada e a aprendizagem com o outro, reforçando a ideia de que nestas idades a aprendizagem é um processo com uma grande componente social.

Este tipo de tarefas, simples e utilizando material a todos acessível, prolongadas ao longo do tempo e consideradas, por exemplo, como mais uma tarefa de rotina diária, são uma boa evidência de que, tarefas rotineiras realizadas com intencionalidade matemática e com uma vertente lúdica, são muito importantes no desenvolvimento das competências numéricas das crianças.

## 5 - 4ª tarefa: “Jogo das cartas com pintas”



Figura 3 – REGISTO DA TAREFA 4

O jogo com cartas de pintas pretendia analisar e contribuir para o desenvolvimento da capacidade de contagem de objectos (objectos não manipuláveis) e da capacidade de estabelecer relações numéricas. De acordo com a construção da trajectória hipotética de aprendizagem, a contagem de objectos associada a esta tarefa, envolvia um grau de complexidade superior ao da tarefa anterior, uma vez que os objectos a contar não eram passíveis de ser manuseados (pintas desenhadas em cartas). Na realidade, o facto de as pintas das cartas serem amovíveis, impedia que as crianças utilizassem as estratégias de contagem de objectos que habitualmente utilizavam, visíveis, por exemplo, na tarefa “Tampas de Garrafas”. Neste contexto das cartas com pintas, as crianças não tinham a possibilidade de arrastar os objectos já contados, fazendo, deste modo, a separação entre os objectos contados e os ainda não contados. Esta dificuldade foi intencional, uma vez que um dos objectivos desta tarefa era proceder à contagem das pintas, recorrendo, tanto quanto possível, à capacidade de subitizing das crianças.

Por outro lado, uma vez que num dos jogos (aquele em que foi utilizado o baralho 3) eram utilizados dois dados de pintas, a contagem do número de pintas saído, poderia propiciar a contagem a partir de certa ordem, pretendendo-se, assim, verificar se as crianças utilizavam este tipo de estratégia de contagem. Este mesmo jogo favorecia, ainda, a utilização do conhecimento de factos numéricos básicos, precisamente na mesma situação (determinação do total de pintas dos dois dados).

Este jogo tinha já sido utilizado pela investigadora em diversas situações e, em todas elas, as crianças evidenciaram um grande envolvimento e interesse pelo que, e uma vez que se adequava muito bem aos objectivos pretendidos, foi seleccionado sem hesitação

A tarefa implicava um trabalho em pequenos grupos, de modo a que se pudesse observar o desempenho das crianças e fosse significativo, para cada uma delas, o questionamento e a interacção com o adulto, no sentido de reflectir sobre os procedimentos utilizados e definir novos procedimentos sem procurar, irreflectidamente, seguir as sugestões dos colegas.

Assim, as crianças jogaram duas a duas ou quatro a quatro, de modo a que pudessem, calmamente e concentradas, analisar e reflectir sobre os seus próprios procedimentos e sobre os procedimentos dos colegas. A formação dos grupos teve em conta, de acordo com a opinião da educadora, os diferentes desenvolvimentos das crianças. Assim, em cada grupo, procurou-se que as crianças se encontrassem num nível de desenvolvimento semelhante. Apesar de estarem planificados três variantes do jogo, cada uma utilizando um baralho de cartas diferentes, nem todas as crianças jogaram com todos os baralhos. Todos os grupos iniciaram o jogo com o baralho 1 (cartas com pintas até 6 e dispostas de modo semelhante ás dos dados de pintas) e, de acordo com as estratégias seguidas pelas crianças, assim se passou (ou não) para o jogo seguinte, acrescentando o baralho 2 (cartas com pintas até 6, dispostas de modo não padronizado) e, posteriormente, para o último jogo, acrescentando o baralho 3 (cartas com pintas até 12, dispostas de modo aleatório ou obedecendo a um padrão composto). De modo a que o número de cartas dispostas sobre a mesa não fosse demasiado numeroso, quando se acrescentava um baralho optou-se por não introduzir todas as cartas retirando-se, simultaneamente, algumas cartas do baralho até ai em jogo.



O jogo, independentemente do tipo de baralho utilizado, consistia no lançamento de um dado de pintas (dois, no caso do baralho 3), seguido da procura de uma carta com o mesmo número de pintas, permitindo, assim, a observação dos procedimentos e das estratégias utilizadas pelas crianças, quer na identificação das pintas do(s) dado(s), quer na contagem das pintas das cartas a seleccionar (por subitizing ou segundo alguma estratégia de contagem).

No final do jogo (ou no dia seguinte) foi solicitado às crianças que realizassem um desenho relativo ao mesmo.



Figura 4 : REGISTO DA TAREFA 4

## Descrição da implementação da tarefa

### Jardim-de-Infância A

A tarefa realizou-se no início da manhã, logo após as habituais rotinas de início do dia. Uma vez que foi realizada em pequenos grupos, optou-se pela sua realização na sala polivalente, de modo a que cada grupo de crianças conseguisse a concentração necessária para a sua actividade.

As primeiras crianças a jogar foram as crianças de 3 anos, seguindo-se as de 4 e 5 anos. A razão desta opção limita-se apenas ao facto de que algumas crianças de 3 anos apenas jogarem com o baralho 1 (cartas de 1 a 6 com as pintas dispostas de modo semelhante às pintas de um dado), pelo que não houve necessidade de retirar cartas da mesa, apenas acrescentar, à medida que a idade (ou o nível de desenvolvimento numérico) dos participantes aumentava.

Assim, no 1º jogo, as cartas utilizadas tinham entre uma e seis pintas, dispostas de modo padronizado (como num dado vulgar).

À vez, cada criança lançava o dado e ia buscar uma carta com o mesmo número de pintas.

Nos casos em que o número de pintas saídas era inferior ou igual a três, todas as crianças identificaram a mancha gráfica do dado sem necessidade de proceder à contagem (realizaram subitizing), utilizando o mesmo processo quando procuravam a carta correspondente. Quando o número de pintas do dado era superior a três, as crianças de três anos contaram o número de pintas do dado correctamente (não esqueceram nem repetiram nenhuma pinta, talvez porque a disposição das pintas era ordenada) e procuraram as cartas correspondentes utilizando o mesmo procedimento (contagem do número de pintas). Vejamos o exemplo de L (3 anos):

Tinham saído 3 pintas no dado do L que imediatamente se pôs a procurar uma carta no baralho, extraíndo uma com 3 pintas

I: Escolheste bem a carta?

L: Sim

I: Como é que sabes?

L: As pintas são iguais

I: Quantas são?  
L: 1,2,3  
I: Quantas?  
L: 1,2,3  
I: 3 pintas, são 3 pintas.

Como se percebe, não foi utilizando ao princípio da cardinalidade que L resolveu a situação, mas sim recorrendo à correspondência termo a termo que, mental e visualmente conseguiu estabelecer entre o número de pintas da carta que escolheu e o número de pintas que lhe tinha saído no dado.

O jogo continuou até cada uma das crianças possuir uma carta de cada espécie (1,2,3,4,5 e 6 pintas). Foram, então solicitadas a comporem uma fila com as cartas, ordenando-as por ordem crescente do número de pintas (sentido ordinal do número).

Surgiram algumas dificuldades uma vez que as crianças formaram uma fila, mas dispondo as cartas aleatoriamente, mostrando que não tinham compreendido a proposta da investigadora.

Esta interveio tentando ajudar as crianças a compreenderem o que se pretendia:

I: Fizeste uma fila muito bem, mas o que nós queremos é uma fila em que a 1ª carta é a que tem menos pintas, depois a seguir vem a carta que tem mais uma pinta,.... Qual é a carta que tem menos pintas?

M: Esta (mostra a carta com uma pinta)

I: Então vamos pô-la aqui, é a primeira da fila. E agora, destas que sobram, qual é a que tem menos pintas?

M: Esta

I: Muito bem, então fica aqui a seguir à outra. Estás a ver? Primeiro a carta que tem uma pinta, depois a carta que tem duas pintas, agora a seguir vai ser a carta que tem quantas pintas?

M: 3

I: Isso mesmo, então forma lá a tua fila.

M coloca a carta com 3 pintas, depois a carta com 4 pintas, depois a carta com 6 pintas e finalmente a com 5 pintas

I: Vamos contar as pintas das tuas cartas para vermos se estão todas seguidas

M conta as pintas de cada uma das cartas. Depois de contar a carta com 4 pintas a investigadora intervém

I: Então e a seguir, quantas pintas achas que deve ter a próxima carta? Esta tinha 4, a que vem a seguir vai ter ...

M: 1,2,3,4,5 (vai abrindo um dedo de cada vez). 5

I: Vamos lá ver se está assim

M conta as pintas da carta seguinte e vê que tem 6 pintas. Sorri, conta as pintas da carta que está a seguir e troca-as. Finalmente, volta a contar as pintas da carta que tem seis.

M: já está

I: Muito bem, Uma pinta, duas pintas, três pintas... (apontando as respectivas cartas).

Quando se passou para o jogo 2 (semelhante ao anterior mas utilizando cartas com as pintas dispostas de modo não padronizado) surgiram mais dificuldades nestas crianças de 3 anos. Jogando com mais este novo baralho as crianças continuaram a identificar, por subitizing, as pintas do dado (e, como anteriormente, apenas se o número de pintas não era superior a três) mas o mesmo não se verificou relativamente ao número de pintas das cartas. Quando foram procurar a carta correspondente, independentemente do número de pintas que procuravam, contaram as pintas da carta (excepto quando era apenas uma pinta) mesmo quando a disposição era padronizada (e quando não o tinham feito no jogo anterior).

O facto de agora, em algumas cartas, as pintas não estarem dispostas de modo padronizado (como num dado) dificultou a tarefa das crianças. Às manchas gráficas que anteriormente identificavam juntaram-se outras manchas (desconhecidas) confundindo-as e obrigando-as à utilização de uma estratégia diferente. Assim, procederam, sempre à contagem das pintas, para identificarem a carta procurada.

Uma vez que, neste conjunto de cartas, algumas pintas estavam dispostas de modo desordenado (não formando filas) surgiu, ainda, uma dificuldade adicional. As crianças, que até ai não tinham revelado problemas na contagem de objectos (pintas), nestas novas cartas, repetiam ou esqueciam alguma pinta aquando da contagem:

I: D, tens que procurar uma carta com quantas pintas?

D: 1,2,3,4,5 (conta as pintas) . 5

I: Então vamos lá

D: 1,2,3,4,5 (conta as pintas de uma carta com 6 pintas). Já está

I: Tens a certeza? Conta lá outra vez

D: (contando mais pausadamente) 1,2,3,4,5,6. Não é esta

Continua a procurar, contando cuidadosamente as pintas de diferentes cartas. Quando agarra uma carta com 5 pintas, conta-as cuidadosamente apontando cada pinta e diz

D: Esta tem 5



Figura 5 – REGISTO DA TAREFA 4

Seguidamente jogaram as crianças de 4 e 5 anos. Vejamos como jogaram o R e o T, exemplos elucidativos das estratégias utilizadas por quase todas as crianças de 4 e 5 anos:

O 1º jogo foi jogado entusiasticamente por ambos. Também nestas duas crianças notámos algumas diferenças de procedimentos.

T fez subitizing de todas as faces do dado, nunca procedendo à contagem das pintas. R, pelo contrário, quando as faces do dado mostravam 5 ou 6 pintas teve necessidade de contar, fazendo-o, no entanto, sempre com correcção. Na procura da carta correspondente os procedimentos foram semelhantes: T procurou as cartas e seleccionou-as novamente sem proceder à contagem das pintas, enquanto que R, mais uma vez, quando teve que procurar cartas com 5 ou 6 pintas sentiu necessidade de contar as pintas. Foi sem dificuldade que ambas as crianças ordenaram as cartas por ordem crescente de pintas.

Ao serem introduzidas no jogo as cartas com pintas distribuídas de modo não padronizado (jogo 2), não se verificaram alterações nos procedimentos das duas crianças. R continuou a sentir necessidade de contar quando o número de pintas era superior a 4 e T continuou a conseguir identificar o número de pintas recorrendo apenas à percepção da mancha gráfica, apesar da disposição aleatória das pintas em algumas cartas:

T: É esta, esta é 6  
I: Não contaste, como é que sabes?  
T: Olhei e vi que eram 6

I: Consegues explicar como fizeste?

T: Não sei, vi que são 6 (as pintas estavam todas juntas a um dos cantos da carta, ou seja, de modo não padronizado, nem em filas)

Finalmente, às cartas que estavam na mesa foram acrescentadas as do baralho 3, cartas com mais que 6 pintas, algumas dispostas de modo desordenado. As regras do jogo mudaram (jogo 3). Agora as crianças lançavam dois dados e tinham que procurar a carta correspondente à soma das pintas dos dois dados.

Também desta vez as diferenças de procedimentos entre as duas crianças foram, novamente, evidentes no que respeita à determinação do total de pintas dos dois dados. Enquanto que R contou uma a uma as pintas de um dado, continuando a contagem ao passar para o outro dado, T identificou, por subitizing, o total de pintas de um dos dados (sempre o que tinha mais pintas) e prosseguiu, a partir daí, a contagem das pintas do outro dado (contagem um a um a partir de certa ordem)

I: Quantas pintas são (5+4)?

T: 5, ..., 6,7,8,9

Na procura da carta correspondente ao total de pintas dos dois dados, as duas crianças também utilizaram procedimentos diferentes. R, para valores inferiores a 5 identificou a carta correspondente através de subitizing (embora quando a disposição era não padronizada revelasse algumas hesitações e, por vezes, chegasse mesmo a contar as pintas), para valores superiores ou iguais a 5, procedeu sempre à contagem das pintas. T também utilizou subitizing para valores não superiores a 6 e conseguiu, para alguns valores superiores (aqueles em que as pintas das cartas estavam dispostas em filas), realizar subitizing composto, ou seja, identificou na mancha gráfica um determinado subtotal e acrescentou os restantes pontos:

T: (ao seleccionar uma carta com 8 pontos) 6,...7,8

(Identifica a mancha padronizada de 6 pintas e, a partir daí, conta as restantes)

Os procedimentos utilizados por R foram comuns à quase totalidade das crianças de 4 e 5 anos. Neste Jardim-de-Infância mais nenhuma criança revelou possuir um domínio dos números e das suas relações como o demonstrado por T.

Ao longo do desenrolar dos diferentes jogos, as crianças mais velhas foram verbalizando algumas descobertas inerentes ao desenvolvimento do sentido de número e ao conceito de número, nomeadamente no que diz respeito à conservação do número e à irrelevância da ordem de contagem:

M: Eu já encontrei uma carta com 5  
P: Eu também  
M: A tua não tem 5 pintas, não é igual à minha  
P: Tem, tem, olha, 1,2,3,4,5  
M: Pois é, mas não é igual  
P: Vamos ver se há outras diferentes também com 5

Esta situação, originada pela disposição não padronizada das pintas de algumas cartas, levou a que algumas crianças, ao procurarem a carta de que necessitavam, não dessem atenção às cartas com este tipo de disposição das pintas. Nesse sentido, ao procurarem, por exemplo, uma carta com 4 pintas, apenas procuravam cartas em que a disposição das pintas fosse padronizada uma vez que eram aquelas que imediatamente conseguiam identificar, sem proceder à contagem:

R (5 anos) procurava uma carta com 5 pintas. À medida que o fazia, a investigadora apercebeu-se de que rejeitava algumas cartas com 5 pintas sem as contar.  
I: Esta carta não serve?  
R: Não, não tem 5 pintas  
I: Como é que sabes? Não te vi a contar  
R: Eu já sei como é que são as cartas com 5 pintas, são assim como está no dado.  
I: Tens a certeza? Olha aqui para esta carta. Tem 4 pintas mas as pintas não estão como no dado  
R: 1,2,3,4. Pois é!  
I: Tu viste quando eu acrescentei mais cartas, não viste? É que as cartas que eu pus agora não têm as pintas como estão no dado, é preciso ter mais cuidado  
R: Ah! Por isso é que eu não estava a encontrar com 5

A partir deste momento, R passa a contar cuidadosamente as pintas das cartas, não parecendo fazer subitizing desde que o número de pintas da carta fosse superior a 3



Figura 6 – REGISTO DA TAREFA 4



## Jardim-de- Infância B

Neste Jardim-de-Infância a tarefa também se realizou ao início da manhã. As crianças brincavam livremente, aguardando que todos estivessem presentes. Como habitualmente, a investigadora integrou-se no grupo, estabelecendo diálogos informais com algumas crianças, de modo a consolidar a sua integração no grupo.

Depois de todos estarem presentes, a educadora chamou as crianças para o cantinho das almofadas onde cada um teve oportunidade de se pronunciar sobre o que desejou. Nesta sala as crianças habitualmente tinham sempre muito que contar sobre as suas vivências fora do espaço escolar, o que também neste dia aconteceu. Porém, mostravam-se ansiosas por descobrir qual a tarefa matemática que iria ser proposta, pelo que se iniciou o jogo.

Os procedimentos foram semelhantes aos adoptados no Jardim-de-Infância A e, como tal, o jogo realizou-se em pequenos grupos, iniciando-se, igualmente, com as crianças de três e quatro anos. As crianças, no que respeita ao primeiro jogo (cartas com pintas dispostas como num dado de pintas) conseguiram identificar por subitizing quer o número de pintas do dado, quer o número de pintas das cartas, sempre que estas não eram superiores a quatro.

I: Quantas pintas te saíram no dado?

J: 4

I: Não te vi a contar, como é que sabes que são 4?

J: Sei (J vai mexendo nas cartas, procurando uma que responda ao pretendido). É esta

I: De certeza? Quantas pintas tem essa carta?

J: 4

I: Não estás enganado? Não te vi contar!

J: 1,2,3,4. Vês? Eu sabia que era esta

Quando as pintas do dado eram superiores a 4 as crianças contaram as pintas e, uma vez que nesta situação já não conseguiam identificar a carta apenas pela mancha gráfica, ao procurarem-na, procederam à contagem das pintas. Curiosamente, nesta situação, mesmo quando o número de pintas da carta que agarravam era inferior a 4, as crianças, que anteriormente tinham identificado esse número sem proceder à contagem, agora contaram sempre as pintas das cartas que seleccionavam, independentemente do seu número.

Vejam os exemplos:

I: Estás à procura de uma carta com quantas pintas, F?  
F: 5 (contando as pintas de uma carta com 3)  
I: E achas que essa carta tem 5 pintas?  
F: Não, já contei são 3  
I: Precisaste de contar para saberes quantas eram?  
F: Sim

Ao ser solicitado às crianças que formassem uma fila com as pintas das cartas dispostas por ordem crescente, foram observadas as mesmas dificuldades que no Jardim-de-Infância A. As crianças mais novas (e também, de entre as de 4 e 5 anos aquelas que frequentavam a o Jardim-de-Infância pela primeira vez) formaram uma fila sem qualquer preocupação de ordenação das pintas. Quando foi explicado mais detalhadamente o que se pretendia, conseguiram fazê-lo, embora as crianças que não dominavam ainda a contagem oral demonstrassem grandes dificuldades e ficasse a sensação de que continuaram sem compreender os procedimentos.

No entanto, houve algumas crianças que nem sequer compreenderam o que se pretendia com o jogo (situação que não acontecera no Jardim-de-Infância A). Outras, por não conhecerem mais que os três primeiros termos da sequência de contagem, apenas conseguiram jogar quando lhes saía uma face do dado com um número inferior a quatro. Nessas situações, nunca fizeram subitizing e contaram as pintas, quer do dado, quer da carta que procuravam, com muita dificuldade.

A pedido da Investigadora, Y lança o dado e saem-lhe 4 pintas  
I: Vamos contar quantas pintas te saíram?  
Y conta sem coordenar o movimento do dedo que aponta as pintas com o termo dito  
Y: 1,2,4,1,2  
I: Vou-te ajudar para não te esqueceres de contar nenhuma pinta  
I (agarra o dedo de Y e aponta cada uma das pintas ao mesmo tempo que vai dizendo os termos): 1,...2,...3,...4. Quatro pintas, saíram-te quatro pintas. Agora vamos procurar uma carta que tenha também quatro pintas.  
I procura uma carta com duas pintas e entrega-a a Y  
I: Conta lá as pintas desta carta  
Y: 1,..2  
I: Muito bem, essa carta tem duas pintas, não nos serve porque nós queremos uma carta com quatro pintas.  
I (entregando a Y uma carta com 4 pintas): Conta as pintas desta carta

Y: 1,2,4,1

I: Conta comigo. 1,...2...3...4 quatro pintas. Esta carta serve-nos, tem quatro pintas, conta agora tu

Y (ajudado pela investigadora): 1,...2,...3,...4

I: Muito bem!

O jogo 2 apenas foi jogado pelas crianças mais velhas (não todas) e só depois de se familiarizarem com as cartas através do jogo 1. Os procedimentos aqui utilizados foram semelhantes aos utilizados pelas crianças do Jardim A. Uma vez que em algumas cartas a disposição das pintas não era a habitual, quando iam procurar a carta correspondente ao número de pintas que saíra no dado, mesmo quando a disposição era padronizada, contaram as pintas da carta (excepto quando saía apenas uma ou duas pintas) mesmo não o tendo feito no jogo anterior

Tinham saído 6 pintas no dado

I: Que carta é que procuras?

J: Com 6 pintas (contando uma carta com 4 pintas)

I: E precisas de contar as pintas dessa carta para saberes que não são 6?

J (olhando para a carta e sorrindo): Não, são 4

Quando se passou ao jogo 3, não se verificou nenhuma situação semelhante à vivida no Jardim A em que uma das crianças conseguiu realizar subitizing composto. Neste Jardim-de-Infância, as crianças procederam como tinham feito no jogo 2, contaram sempre as pintas das cartas. Para além disso, na determinação do total de pintas dos dois dados, procederam à contagem sempre a partir da unidade (nenhuma utilizou a contagem a partir de certa ordem).

Eis um exemplo elucidativo:

Saíram 8 (5+3) pintas no lançamento dos dados.

I: Sem contares, sabes quantas pintas são ?

P: Não, tenho que contar.

I: E se fosse assim, também contavas? (mostra dois outros dados um com três pintas e outro com uma)

P: Assim não, três e um são quatro.

I: Muito bem, mas vamos lá voltar aos teus dados. Quantas pintas tem este dados?

P: 5

I: E este?

P: 3

I: Então os dois dados quantas pintas têm?  
P conta as pintas uma a uma  
P: 1,2,3,4,5,6,7,8  
I: Sabes como é que eu costumo fazer? Aqui estão 5, (aponta para o dado) por isso são 6,7,8 (conta as pintas do outro dado). É mais fácil não é?  
P: Não, gosto mais como eu fiz.  
I: Está bem. Então procura lá a carta  
P procura uma carta com 8 pintas. Depois de várias tentativas, selecciona uma carta em que seis pintas estão dispostas de modo padronizado e as outras duas numa fila ao lado e começa a contar as pintas  
I: Espera aí, P. Vamos olhar para a carta. Sabes quantas pintas estão aqui (tapa duas pintas deixando à vista apenas as 6 pintas dispostas regularmente)?  
P: Sei, são 6.  
I: Então aqui estão 6, mais estas duas ...(destapa as outras duas pintas)  
Silêncio  
I: Estão aqui 6, mais esta são ...  
P: 7  
I: Mais esta...  
P: 8  
I: Pois é, são 8, esta carta serve

Apesar de, através deste diálogo, nos ter parecido que a criança compreendeu o procedimento sugerido pela investigadora, ele não terá sido significativo, uma vez que posteriormente não foi utilizado, tendo a criança optado por iniciar quer a contagem das pintas dos dois dados, quer a contagem das pintas das cartas sempre a partir da unidade.

Situações semelhantes aconteceram com outras crianças reforçando a ideia de que, na realidade, a contagem a partir de certa ordem só é significativa e utilizada quando a contagem um a um não dá resposta ao problema

Foram muito poucas as crianças que jogaram o jogo 3 uma vez que, como já anteriormente assinalámos, muitas, mesmo com cinco anos, frequentavam pela primeira vez o Jardim-de-Infância, evidenciando competências numéricas pouco desenvolvidas.

## Jardim-de-Infância C

A tarefa realizou-se após o almoço. As crianças aguardavam a chegada da investigadora, entusiasmadas sobre o que iriam fazer. De uma das janelas da sala avistavam o portão de entrada e manifestaram-se acenando efusivamente aquando da entrada da investigadora.

A tarefa realizou-se em grupos de 4 mas as duas crianças de 3 anos jogaram apenas uma com outra e foram as primeiras. Depois de explicado como se realizava o jogo, as duas crianças, à vez, lançavam o dado, e iam buscar a carta correspondente.

R, nunca falando, realizou a tarefa correctamente. Pareceu fazer subitizing qualquer que fosse o número de pintas do dado, o mesmo acontecendo ao procurar as cartas, sempre que o número de pintas era inferior a 4.

M, muito sorridente (como sempre) também não evidenciou dificuldades. No entanto só realizou subitizing quando o número de pintas (quer do dado, quer das cartas) era inferior a 4.

Na organização das cartas fazendo uma fila com o número de pintas por ordem crescente M começou por fazer uma fila aleatória.

I: Vamos arrumar as tuas cartas de outra maneira, M. Primeiro vamos pôr a carta que tem menos pintas. Qual é?

M: Esta (ergue a carta com uma pinta)

I: Fica aqui. Agora, a seguir, vamos pôr a carta que tem o número de pintas que vem a seguir. Quando nós contamos, primeiro dizemos 1, depois dizemos ...

M: 1,2. É 2

I: É o dois. Então vamos pôr aqui a carta com duas pintas. Dá cá.

M entrega a carta correspondente

I: E agora, quantas pintas vamos pôr a seguir?

R, que até ali tinha estado muito atento, puxa o braço da investigadora e mostra 3 dedos.

I: Muito bem R, parece-me que já estás a perceber. Vê lá se consegues fazer a tua fila. M, percebes porque é que a seguir é a carta com 3 pintas?

M abana a cabeça afirmativamente

I: Então agora vê lá se descobres qual é a carta que vem a seguir. Esta tem 3 pintas, a próxima vai ter ...

M: 1,2,3,4. É 4

I: Muito bem. Continua

Entretanto R chama novamente a atenção da investigadora, agarrando-lhe o braço. Tinha completado a sua fila de cartas correctamente.

I: Muito bem R, é isso mesmo

M: Já fiz

I: E também fizeste muito bem. Estes meninos percebem muito disto, se calhar os meninos mais velhos não vão fazer tão bem como vocês.

As duas crianças sorriem.

Seguidamente é introduzido o baralho 2

As crianças continuam o jogo sem revelarem dificuldade, mas, agora, embora continuassem a fazer subitizing do número de pintas do dado (M até 4 e R para qualquer valor), quando vão procurar a carta correspondente, contam sempre o número de pintas (excepto apenas quando se trata de uma ou duas pintas). Mais uma vez, e à semelhança do que acontecera nos outros Jardins-de-Infância, a introdução de cartas dispostas de modo não padronizado, constrange as crianças, impedindo-as de utilizar procedimentos mais elaborados que até ai tinham realizado.

A tarefa destas duas crianças ficou por aqui. Assim, seguidamente jogaram as crianças mais velhas, em grupos de quatro. Todas as crianças realizaram o jogo com o baralho 1 sem qualquer dificuldade. Realizaram subitizing do número de pintas do dado, qualquer que ele fosse e, muitas, realizaram-no também quando procuravam a carta correspondente, independentemente do seu número. Algumas, porém, procederam à contagem das pintas das cartas, quando o número de pintas a procurar era 5 ou 6.

Quando é introduzido no jogo o baralho 2, os procedimentos das crianças não se alteraram muito. Perante as cartas com pintas dispostas de modo aleatório continuaram a realizar subitizing independentemente do número procurado, embora, por vezes, cometessem alguns erros confundindo o 5 com o 6. Este erro aconteceu porque as crianças identificavam um maior número de pintas com um qualquer destes valores. Quando, por iniciativa própria, ou a pedido da investigadora, foram confirmar o número de pintas, se este estava errado, prosseguiram a escolha da carta pretendida, mas agora contando as pintas.

Por vezes, sobressaiu o conhecimento de factos numéricos básicos:

Tinham saído 6 pintas quando MI lançou o dado.

Enquanto procurava a carta correspondente, MI ia pondo de lado todas as cartas padronizadas que não correspondiam ao valor procurado e, também, as que tinham disposição não padronizada não superior a 4.

Quando a carta apresentava 5 ou 6 pintas não padronizadas, MI procedia à contagem das pintas

Enquanto MI contava as pintas de uma carta (5 pintas), J.A. interveio

J.A.: Não vêes que não são 6? São 2 aqui e 3 aqui, não é 6. 6 é 3 mais 3.

M.I. não reage à observação do colega, termina a contagem, abandona a carta e continua a procurar a carta de que necessita.

A investigadora recolhe uma carta em que das 6 pintas, 4 se encontravam dispostas junto a um vértice e as outras duas junto ao vértice oposto.

I: Quantas pintas tem esta carta, J.A.?

J.A. olha a carta e hesita. Demora um instante e responde

J.A.: São 6

I: Como é que descobriste?

J.A.: Aqui são duas, 3,4,5,6.

Este episódio mostra que J.A., em determinadas situações consegue fazer subitizing composto, aliando-o ao conhecimento, que já possui, de determinados factos numéricos. De facto, ao identificar duas manchas gráficas (2 e 3) consegue imediatamente compreender que a sua adição não corresponde a 6 que identifica como 3 mais 3 (decomposição do número 6). Apesar de tudo, quando lhe é apresentada uma outra decomposição (4 e 2), talvez por não conseguir identificar a mancha gráfica correspondente ao 4, J.A. procede à contagem a partir do 2.

No momento em que é introduzido o baralho 3 (cartas com um número de pintas superior a 6, algumas com as pintas dispostas em filas, outras com as pintas dispostas aleatoriamente), os procedimentos das crianças alteraram-se. A introdução de novas regras (jogar com dois dados e adicionar os pontos obtidos) obrigou, por vezes, à procura de cartas com um elevado número de pintas, o que tornou impossível fazer subitizing. As crianças adicionavam os pontos dos dados (quase todas contando a partir do número de pintas do dado com maior valor) e, ao procurarem a carta correspondente, se o número de pintas não era superior a 6, utilizaram os procedimentos anteriormente descritos; caso contrário, fizeram-no contando as pintas uma a uma. Não encontramos nenhuma criança que fizesse subitizing composto, como tinha sido o caso de T, no Jardim-de-Infância A.

Tinham saído 3 e 5 nos dados lançados por R

R: 5, 6,7,8 (contando a partir do 5)

R começa a procurar uma carta com 8 pintas. Rejeita sucessivamente as cartas que têm menos que 6 pintas, mesmo que dispostas de modo não padronizado, mas conta todas as cartas com valor superior

independentemente de o número de pintas evidenciar claramente um valor muito superior a 8. Finalmente encontra uma carta com 8 pintas, dispostas aleatoriamente. A investigadora mostra-lhe outra carta em que as 8 pintas estão dispostas em filas (3, 3, 2)

I: Quantas pintas tem esta carta, R?

R: Já não é preciso, já encontrei.

I: Mas conta na mesma, está bem?

R inicia a contagem um a um

R: 1,2,3...

I: Já reparaste bem nas pintas desta carta?

R pára a contagem

I (tapando duas pintas e deixando à vista duas filas de 3 cartas): Quantas pintas estão aqui?

R (fazendo subitizing): 6

I: E mais estas duas, quantas são (destapa as outras duas pintas)?

R: 6, 7,8. São 8

I: Pois é. É mais fácil assim, não é?

R: Sim

Seguidamente a investigadora mostra a R uma carta com 9 pintas dispostas em 3 filas de 3 pintas cada.

I: E esta carta, quantas pintas tem?

R: 1,2,3...9. Tem 9

I: Muito bem!

Ocorreram vários episódios como este, mostrando que estas crianças ainda não utilizam subitizing composto. Apesar de R ter compreendido o procedimento sugerido pela investigadora, quando, imediatamente a seguir, tem oportunidade de o utilizar, opta pela contagem um a um, mostrando que a nova estratégia de contagem não lhe dá a necessária confiança para que a utilize.

Finalizada a tarefa, as crianças sugerem que as cartas fiquem na sala para que seja mais um jogo que elas possam utilizar, uma vez que tinham gostado de jogar. A necessidade de utilizar o jogo em outros Jardins-de-Infância, não o permitiu.



## Síntese da Tarefa

Esta tarefa tinha como objectivo o desenvolvimento de competências de contagem de objectos mas agora utilizando estratégias de contagem mais elaboradas (os objectos a contar não eram manuseáveis e o jogo 3 favorecia a contagem a partir de certa ordem) e o estabelecimento de relações numéricas, nomeadamente a capacidade de realizar subitizing. A capacidade de realizar subitizing, ou seja, a identificação do número de pintas sem proceder à contagem, apenas pelo reconhecimento da mancha gráfica, é um aspecto importante do desenvolvimento do sentido de número, uma vez que permite a construção de relações mentais entre os números. Também a capacidade de contar a partir de certa ordem é importante pois torna-se fundamental quando os objectos a contar não estão visíveis e apenas conhecemos quantos são (quantos faltam para...).

A utilização de um jogo de cartas, sempre muito do agrado das crianças, parece ter sido uma estratégia adequada ao desenvolvimento das competências desejadas uma vez que, ao longo do desenrolar dos diferentes jogos, foi possível observar como as crianças evocavam situações anteriormente vividas durante o jogo ou mesmo no seu quotidiano diário (outros jogos utilizando dados de pintas).

Não houve crianças que não compreendessem o que se pretendia. Mesmo as crianças de três anos (embora algumas com ajuda) compreenderam a correspondência biunívoca que tinham que estabelecer entre o número de pintas do dado e o número de pintas da carta que deveriam seleccionar.

Por outro lado, apesar de tarefas anteriores terem revelado que algumas crianças não compreendiam ainda o princípio da cardinalidade, nesta situação de jogo com um dado (objecto muito familiar), as crianças pareceram compreendê-lo, uma vez que não se tratava de uma situação abstracta de contagem, mas sim de um contexto familiar e significativo facilitador do desenvolvimento das competências desejadas. Na realidade parece poder inferir-se que a correspondência termo a termo ajudou ao desenvolvimento do princípio da cardinalidade. Por exemplo, num dos episódios relatados no Jardim-de-Infância A, a exploração que a educadora fez do procedimento de L ajuda-a a compreender que, para saber o número de pintas da carta a

procurar, não há a necessidade de estabelecer a correspondência biunívoca entre o número de pintas do dado e o número de pintas da carta, basta contar quantas pintas tem o dado e procurar o mesmo total de pintas na carta.

As crianças revelaram, também, alguma capacidade de subitizing. Praticamente todas realizaram subitizing quando as quantidades envolvidas não eram superiores a três, independentemente do modo de disposição das pintas e, algumas (de quatro e cinco anos), realizaram-no até seis, desde que a disposição das pintas fosse a tradicional. Houve ainda uma criança que nos surpreendeu, ao conseguir estabelecer subitizing composto. Conseguiu identificar numericamente uma mancha gráfica já conhecida e, contando a partir daí, determinou o total de pintas. Ao fazê-lo, esta criança evidenciou competências numéricas bastante complexas ao nível do estabelecimento de relações numéricas.

Na realidade, a capacidade de realizar subitizing composto é um grande passo em frente no desenvolvimento numérico das crianças, uma vez que demonstra e potencia o desenvolvimento do conhecimento de factos numéricos básicos, nomeadamente aqueles que se relacionam com a composição e decomposição de números. As crianças, pouco a pouco, vão compreendendo que, por exemplo, 6 pode ser entendido como  $5+1$  ou  $4+2$  ou  $3+3$ .

Esta tarefa mostrou, também, como o conhecimento de factos numéricos básicos contribui para a realização de subitizing composto, como aconteceu com J, no Jardim-de-Infância C. Por outro lado, foi igualmente visível como a orientação do adulto só poderá influenciar os procedimentos das crianças, quando as acções em causa são para elas significativas. Na realidade, apesar de R (uma criança do Jardim-de-Infância C) ter compreendido o seu procedimento, quando a investigadora o levou a realizar subitizing composto, este facto não foi suficientemente significativo para ela, uma vez que não o voltou a utilizar. Apesar de tudo, foi um procedimento que a criança compreendeu e que, possivelmente, mais tarde se tornará significativo levando-a a utilizá-lo, especialmente se o tornar a observar por parte de outrem.

É igualmente importante referir o facto de esta tarefa, através dos procedimentos das crianças, não nos ter permitido compreender se, nestas crianças, a contagem precedeu a capacidade de subitizing (como afirma Fuson) ou se aconteceu precisamente o contrário (o que defende Baroody).

De igual modo fica a dúvida sobre se é a capacidade de subitizing que facilita o estabelecimento deste tipo de relações numéricas ou se, pelo contrário, é a capacidade de estabelecer, já, determinadas relações numéricas, que facilita a capacidade de realizar subitizing (encontrámos os dois tipos de situações).

Consideramos, ainda, que esta tarefa contribuiu, como acima foi exemplificado (caso de M e P no Jardim-de-Infância A), para o desenvolvimento da capacidade de conservação do número, reafirmando o ponto de vista de que (contrariamente ao preconizado por Piaget), o facto de as crianças serem não conservadoras não impede o desenvolvimento das suas competências numéricas. Salientamos ainda o facto de, entre as crianças mais novas, as duas crianças de três anos dos Jardim-de-Infância C mostrarem melhor desempenho do que colegas da mesma idade nos outros Jardins-de-Infância. Somos tentados a afirmar que, de acordo com Wood e Frid (2005), estas duas crianças beneficiam, em termos de aprendizagem e desenvolvimento, da interacção com os seus colegas de sala (todos com cinco anos). São estimuladas por eles, têm oportunidade de ouvir as suas ideias, de observar os seus procedimentos, de aprender com eles.

Por outro lado, esta tarefa evidenciou o conhecimento de factos numéricos básicos por parte de algumas crianças bem como a capacidade de contar a partir de certa ordem. No entanto, este último procedimento, foi iniciativa da muito poucas crianças (sempre as mais velhas). Outras, fizeram-no apenas seguindo a sugestão da investigadora e não por iniciativa própria, não o voltando a fazer em situações similares.

Os registos realizados pelas crianças não traduzem de modo claro as competências por elas demonstradas durante a realização da tarefa.

As crianças destas idades encontram-se, ao nível das representações escritas, no período pré-esquemático (Derdyk, 2004), pelo que as suas representações evidenciam mais aquilo que sentiram, o que foi mais significativo para elas em termos emocionais do que aquilo que efectivamente fizeram, demonstrando, na realidade, o que mais valorizaram na tarefa. Assim, é natural que os seus desenhos se limitem a uma tentativa de reprodução da acção realizada, sem grandes preocupações em procurar ilustrar, por exemplo, as diferentes disposições das pintas nos diversos baralhos. A grande maioria

desenha as cartas dispoendo as pintas de modo aleatório sem evidenciar a importância que as diferentes disposições das pintas produziram na realização da tarefa. No entanto, nalguns registos, surge um certo cuidado procurando-se uma disposição padronizada das pintas, como se pode observar no primeiro dos registos que se seguem.



Figura 7 – REGISTO DA TAREFA 4



Figura 8 – REGISTO DA TAREFA 4

De um modo global, esta tarefa foi das que mais motivou as crianças e parece-nos que os seus objectivos foram atingidos. Para além de permitir compreender as competências em desenvolvimento, facilitou o alargamento

dessas mesmas competências a mais crianças (nomeadamente no que diz respeito ao desenvolvimento de estratégias de contagem de objectos não manuseáveis e à capacidade de subitizing).

A análise da sua implementação levou, mais uma vez, à decisão de não alterar a trajectória de aprendizagem planificada.

## 6 - 5ª Tarefa: “Tiro ao alvo”



Figura 9 – REGISTO DA TAREFA 5

Esta tarefa pretendia ajudar as crianças a desenvolverem o estabelecimento de relações numéricas e tinha subjacente a emergência da operação adição (adição informal).

Pretendia-se que as crianças lançassem uma tampa ao alvo (por duas ou três vezes), registassem o número de pontos de cada jogada e, finalmente, indicassem o número total de pontos obtidos.

Nesta situação o número surge, pela primeira vez nesta cadeia de tarefas, de uma forma abstracta, uma vez que o número de pontos de cada lançamento não é algo concreto, é um simples número atribuído de acordo com a cor do local onde cai a tampa. Não surge associado a algo contável, por exemplo, os três pontos atribuídos à cor verde não são objectos que lá estejam e que as crianças possam contar. Foi, portanto, uma tarefa que exigiu alguma abstracção, pelo que as crianças mais novas (as de 3 anos e mesmo algumas de 4 anos) tiveram dificuldade em a compreender.

## Descrição da tarefa

### Jardim-de-Infância A

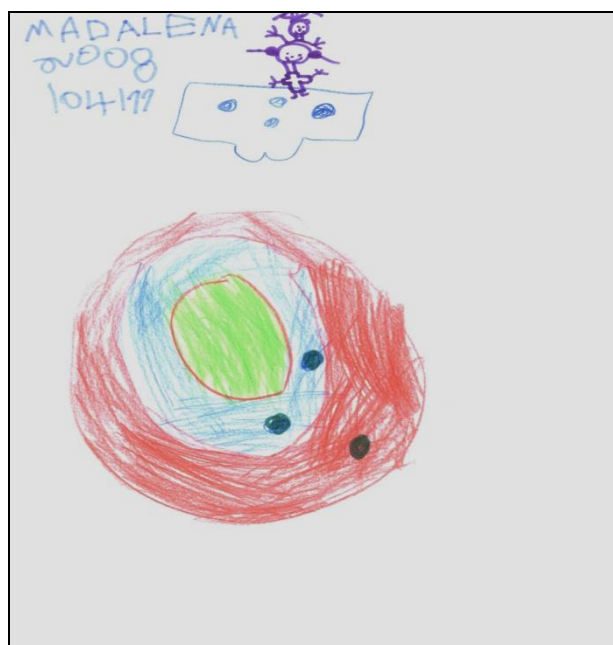


Figura 10 – REGISTO DA TAREFA 5

Como habitualmente, a tarefa foi implementada ao início da manhã. As crianças ficaram curiosas com a grande cartolina onde o alvo estava desenhado, solicitando que lhes disséssemos o que iríamos fazer.

Foi explicado às crianças que íamos jogar ao tiro ao alvo que era algo semelhante ao jogo de setas que se atiravam a um alvo colocada na parede, que a maioria conhecia. Mostrou-se o alvo, que se colocou no chão num local amplo, e as tampas de frascos (metálicas) que as crianças iriam atirar ao alvo com o intuito de lhe acertar, conseguindo o maior número de pontos possíveis. Explicou-se que as cores das diferentes coroas circulares serviam para as distinguir e que indicavam a pontuação correspondente: um ponto para a coroa mais exterior, dois pontos para a seguinte e três pontos para a mais interior. Cada criança, à vez, lançaria as três tampas, registando numa tabela os pontos conseguidos, bem como o total obtido.

O jogo iniciou-se com as crianças curiosas a verem as jogadas dos colegas.

Apesar de, em cada jogada, as crianças quererem registar o número de pontos obtidos (e o fazerem, maioritariamente, utilizando numerais), quando foram solicitadas a indicarem o total de pontos obtidos ao fim das três jogadas, não o conseguiram fazer. Quando olhavam a folha de registos, as crianças relacionaram cada registo com um ponto (independentemente do numeral representado) pelo que, se tinham três registos, tinham três pontos.

Foi o que aconteceu com a D (4 anos):

D tinha feito 3 jogadas, obtendo respectivamente 1, 2, 2 pontos que registou, à vez, utilizando numerais, na tabela de registos. Quando solicitada a dizer quantos pontos tinha conseguido fazer no total das três jogadas, disse:

D: 1,2,3 (apontando para cada um dos seus registos)

I: Então vamos lá ver. Como é que tu viste que são 3 pontos?

D: É 1,2,3 (apontando novamente para cada um dos numerais).

I: Aqui tu marcaste os pontos da 1ª jogada. Sabes que número é que escreveste aqui?

D: É 1

I: Muito bem, vamos abrir um dedo para não nos esquecermos que foi um ponto que tu ganhaste (ajuda a criança que abre um dedo de uma das mãos). E da 2ª vez que jogaste, quantos pontos fizeste? Que número é que escreveste?

L: 2

I: São 2 pontos, quantos dedos vamos abrir?

L: 2

I: Pois é, vá lá (ajuda a criança a abrir mais dois dedos da mesma mão). Da última vez que jogaste foram quantos pontos? (aponta para o 3º registo)

L: 2

I: Então vamos abrir mais quantos dedos?

L: Mais dois

I: Muito bem, vamos lá (ajuda a criança a abrir mais dois dedos, agora da outra mão). Repara tens aqui todos os pontos das tuas jogadas, 1 ponto da 1ª jogada (aponta um dedo), 2 pontos da 2ª jogada (aponta outros 2 dedos) e mais dois pontos da 3ª jogada (aponta os outros dois dedos). Quantos dedos é que estão abertos?

L: 1,2,3,4,5

I: Pois foi, 5 dedos. Então quantos pontos fizeste?

L: 5

I: Muito bem, 5 dedos, 5 pontos. Sabes como se faz o 5 para o escreveres aqui?

L: Sim

Outras crianças (mesmo mais velhas) também mostraram dificuldade em acompanhar este processo de correspondência entre o número de pontos e o número de dedos esticados embora revelassem outro tipo de competências,



nomeadamente o reconhecimento de padrões numéricos utilizando os dedos da mão:

A (4 anos), em cada uma das suas 3 jogadas tinha feito 2 pontos. Perante a dificuldade em determinar o total de pontos, a investigadora sugere, mais uma vez, a utilização dos dedos das mãos.

I: Vamos usar os teus dedos ou os meus?

A: Os teus

I: Vamos lá ver, na 1ª jogada, está aqui que fizeste 2 pontos, quantos dedos queres que eu abra?

A: 3

I: Fizeste 2 pontos e queres que eu abra 3 dedos, é isso?

A: Sim

I: E porquê 3 dedos?

A: Porque eu escrevi 2,2,2, é 3 vezes

I: Mas aqui, este primeiro 2 quer dizer que quando tu jogaste a primeira vez, conseguiste logo dois pontos, lembras-te, a tampa caiu no vermelho, que vale dois pontos, não é?

A: Sim

I: Então vê lá os meus dedos, abro dois dedos porque fizeste dois pontos, está bem? E na 2ª jogada, fizeste outra vez 2 pontos, abro quantos dedos para marcar estes 2 pontos?

A: 2

I: Muito bem, abro mais um dedo e mais outro dedo (realiza a acção), dois pontos dois dedos (mostra os 2 dedos e aponta para o registo dos 2 pontos). E agora para a última jogada, abro quantos dedos?

A: 2

I (abre mais 2 dedos): Então os meus dedos são os pontos que tu conseguiste, quantos são?

A: 6 (sem contar)

I: Como é que sabes, nem contaste!

A: Esta mão são 5 mais um são 6.

Situações como as atrás descritas foram uma constante ao longo da tarefa levando a educadora e a investigadora a questionarem-se sobre a adequação da tarefa às crianças.

Os registos das crianças reflectem alguma dificuldade em lidar com o registo simbólico principalmente, e como é natural, nas crianças mais novas. Algumas recorrem a registos iconográficos (traços)

TIRO AO ALVO

NOME	1ª JOGADA	2ª JOGADA	3ª JOGADA	TOTAL
FABRIC	5	5	5	9
LEONARDO	2	1	1	4
ALEXANDRE	11	11	11	11111
TOMÁS	2	2	1	5
MADALEIA	5	5	3	7
FRANCISCO	1	1	2	114
RUBEVA	2	2	3	1
SOLIA	01	1111		6
BEAIS	1	8	5	0
DAVID	1	2	2	5
AFONSO	5	2	5	8

Figura 11 – TABELA DE RESULTADOS DA TAREFA 5 NO JI A

Após a realização da tarefa, concluiu-se que deveríamos ter optado apenas por duas jogadas o que teria facilitado a compreensão das crianças uma vez que os raciocínios que teriam que fazer se aproximavam mais do que estão habituadas a fazer quando trabalham com objectos concretos. Problemas semelhantes aos apresentados, envolvendo adições com três parcelas num contexto abstracto, são, claramente, um desafio que ultrapassa as capacidades destas crianças.

## Jardim-de-Infância B

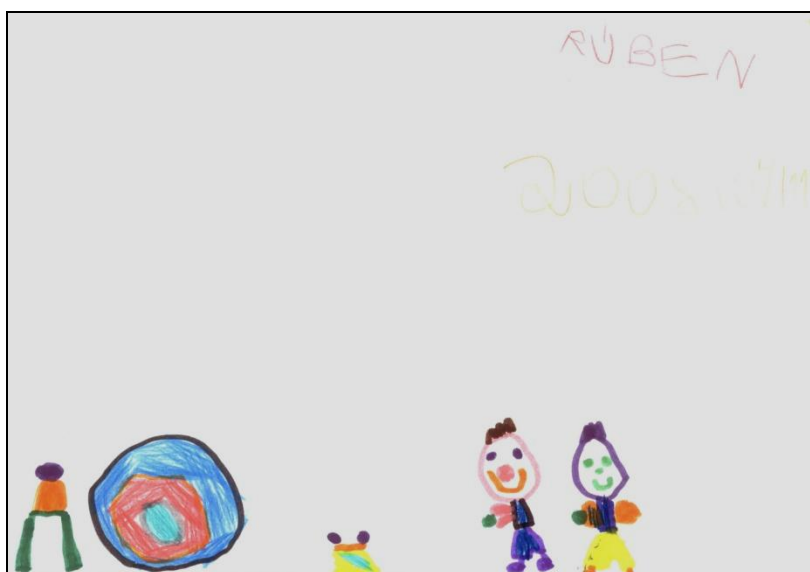


Figura 12 – REGISTO DA TAREFA 5

Também neste Jardim de Infância a tarefa foi implementada, como habitualmente, ao início da manhã.

Tendo em conta a realidade vivida no Jardim A, e após diálogo com a educadora, optou-se por limitar o jogo a dois lançamentos, uma vez que as crianças, na sua maioria tinham entre 3 e 4 anos e muitas de 5 anos, frequentavam o Jardim de Infância pela primeira vez. Para além disso, as experiências numéricas da generalidade das crianças, limitavam-se, na maioria dos casos, às vivenciadas no Jardim de Infância.

As crianças entusiasmaram-se com a proposta, mas houve crianças, como A (3 anos), para as quais a tarefa não foi sequer compreendida uma vez que não dominam, ainda, a contagem oral. No entanto, como demonstrou vontade de participar, fê-lo:

I: M, lança a tampa

I: Muito bem, caiu no verde, fizeste dois pontos. Vou marcar os teus pontos com os meus dedos, um (abre um dedo), dois (abre outro dedo da mesma mão). Um, dois, já tens dois pontos M. Agora lança a outra tampa, está bem?

A 2ª tampa cai na faixa vermelha

I: A tampa agora caiu na cor vermelha, fizeste mais um ponto. Vou marcar este ponto com este dedo (abre um dedo da outra mão). Olha M, estão aqui os pontos que tu fizeste, dois na 1ª vez, que são estes dedos, e um na 2ª vez, que é este dedo. Vamos contar os pontos todos que conseguiste?

M (apontando os dedos abertos): 1, 3, 8.

Situações análogas foram vividas por quase todas as crianças de três anos.

Verificou-se, também, que mesmo limitando o jogo a dois lançamentos, ainda houve algumas crianças de 4 e 5 anos que tiveram dificuldade na determinação do número total de pontos:

I: Na primeira vez fizeste 1 ponto, que está aqui marcado (aponta o 1º registo na tabela) e agora fizeste 2 pontos. Ao todo quantos pontos fizeste, A?

A: 1,2 (apontando cada um dos registos).

I: Sabes que número é este, A?

A: 2

I: Pois é, são os pontos que tu fizeste agora, dois pontos, vou marcá-los com os meus dedos, estás a ver? Dois dedos porque foram 2 pontos. E antes, na 1ª vez, tinhas feito quantos pontos, vê lá na tabela (aponta)

A: 1

I: Um ponto, pois foi. Vou esticar um dedo porque foi um ponto. Então tínhamos dois pontos (mostra os dois dedos) e agora mais 1 (mostra o outro dedo), quantos pontos são todos juntos?

A: 1,2,3 são 3

I: Muito bem. Sabes como se faz um 3?

A: Sim

I: Então regista na tabela

Outras crianças, maioritariamente as de 5 anos, compreenderam o que deviam fazer e realizaram-no mentalmente ou com o apoio dos dedos da mão

I: Quantos pontos fizeste C?

G: 4

I: Como é que sabes?

G: A minha mão ensinou-me que 2 mais 2 são 4 e também sei que 5 e 5 são 10

I: Quantos pontos fizeste S?

MR: 4

I: Como é que sabes?

MR: 3 mais 1 são 4

I: Quantos pontos fizeste MI?

MI: 3 mais 2 são... (abre 3 dedos de uma mão, depois abre 2 dedos da outra mão e conta-os um a um) 5.

I: Muito bem

Cerca de metade das crianças registou com facilidade o número de pontos obtido em cada jogada utilizando numerais. Quando sabiam escrever o seu nome, faziam-no, caso contrário o registo foi feito pela educadora. Todas as crianças que registaram as suas jogadas, fizeram-no utilizando numerais

TIRO AO ALVO

NOME	1ª JOGADA	2ª JOGADA	3ª JOGADA	TOTAL
ANA RITA	1	2		3
Catarina	1	3		4
LEONORA	2	2		4
CAROLINA	1	3		4
MARTA	2	1		3
Mª RITA	3	1		4
BEATRIZ ENA	3	2		5
AYRTON	3	2		5

TIRO AO ALVO

NOME	1ª JOGADA	2ª JOGADA	3ª JOGADA	TOTAL
ÉÉ AGOSTINHO	1	3		
POSEIA	3	2		5
FRANCISCA	3	1		4
SAMUEL	3	1		4
ISMAEL	2	2		4
MIGUEL	1	2		3
ANDREIA	1	2		3
CATARINA V.	2	2		4
MARIA JÚLIA	3	2		5
JOANA	2	1		3
ANA BEATRIZ	3	2		5
SONO PAL	2	2		4

Figura 13 – TABELA DE RESULTADOS DA TAREFA 5 NO JI B

## Jardim-de-Infância C



Figura 14 – REGISTO DA TAREFA 5

Neste Jardim-de-Infância, considerando a idade das crianças (5 anos) bem como o contexto sócio cultural onde quer crianças, quer Jardim-de-Infância estão inseridos, decidiu-se que voltaríamos aos três lançamentos uma vez que era esperado que as crianças conseguissem compreender e dar resposta às solicitações da tarefa. Para as duas crianças de 3 anos, pensou-se que seria preferível fazerem também três lançamentos pois não compreenderiam, nem aceitariam, não fazerem o mesmo que os colegas. Estas duas crianças compreenderam bem o que se pretendia e, ao contrário da maioria dos colegas da mesma idade dos outros Jardins-de-Infância, conseguiram definir estratégias de determinação do total de pontos obtidos.

Vejamos o caso de R, que, como habitualmente, realizou a tarefa sem pronunciar uma única palavra:

R lança as tampas e obtém 3, 2, 3 pontos. Após a 1ª jogada, é-lhe solicitado que registe os seus pontos. R dirige-se à tabela e com o apoio da educadora, regista no local correcto os seus 3 pontos, utilizando numerais. Utiliza o mesmo procedimento para as outras duas jogadas.

I: Muito bem R agora temos que descobrir quantos pontos conseguiste fazer.

R tinha estado muito atento observando as estratégias dos colegas que tinham jogado anteriormente. Sempre calado, estica três dedos de uma mão e depois dois dedos da outra mão. Olha-os durante momentos, fecha-os e olha para a investigadora abrindo todos os dedos de uma das mãos

I: Muito bem R, cinco pontos. Mas vamos olhar melhor para a tabela. Tu contaste estes pontos (aponta para as duas colunas correspondentes) 3 mais 2, são 5 pontos, mas ainda te falta contar estes 3 pontos (aponta a 3ª coluna). São 5 pontos (mostra todos os dedos de uma mão) e mais estes 3 (mostra 3 dedos da outra mão). Sabes com quantos pontos ficas?

R conta em silêncio apontando, um a um, todos os dedos abertos e dirige-se à tabela onde escreve, no local adequado, um oito.

À medida que o jogo se ia desenrolando, foi-se confirmando que, de facto, as crianças tinham compreendido o que se pretendia e conseguiam definir estratégias que lhes permitiam determinar o total de pontos:

J tinha feito respectivamente 3, 2 e 1 pontos

I: Quantos pontos é que tens ao todo, J?

J (pensando em voz alta): 3 pontos ... depois 2 pontos e depois 1 ponto, são,... são...

I: Se quiseres ajuda com os dedos

J: 3 (abre 3 dedos), 2 (abre os restantes dedos da mão) e 1 (abre um dedo da outra mão), 1,2,3,4,5,6, são 6 pontos (registar na tabela)

As crianças iam observando e compreendendo os procedimentos dos colegas (recurso aos dedos das mãos) e passaram, por iniciativa própria, a imitá-los. Algumas foram determinando subtotais:

B obteve 2, 2 e 3 pontos

I: Quantos pontos fizeste?

B: 2 (abre 2 dedos) mais 2 (abre outros 2 dedos). 1,2,3,4 são 4 (fecha os dedos). Agora 4 (abre 4 dedos de uma mão) e 3 (completa a mão e abre 2 dedos da outra mão) 1,2,3,4,5,6,7. São 7 pontos, estou a ganhar!

Nota-se que esta criança compreende bem o sentido da adição, apesar de realizar as contagens um a um e não a partir de certa ordem. No entanto, tem dificuldade em efectuar a adição de três parcelas em simultâneo. Apesar de tudo consegue desenvolver uma estratégia (adicionar as parcelas duas a duas) que lhe permite resolver o problema.

Finalmente, é de referir que, apesar de algumas crianças não necessitarem de concretizar procedimentos para determinar o total das duas primeiras jogadas, fizeram-no para determinar a pontuação final (conseguiram mentalmente adicionar as duas primeiras parcelas mas tornou-se demasiado complexo fazê-lo com 3 parcelas, talvez porque, a maior parte das vezes, o subtotal era superior a 5. Estas crianças compreenderam que adicionar mentalmente 3 parcelas em simultâneo era demasiado complexo para elas. Conseguiram fazê-lo para as duas primeiras parcelas, mas, quando tentavam adicionar, ao total obtido, a 3ª parcela, já não utilizaram um procedimento mental, recorrendo à concretização através dos dedos das mãos:

I: Quantos pontos fizeste R (3,3,2)?

R: 6 mais 2. 6, 7, 8 (abre dois dedos, um de cada vez), 8 pontos

I: 6? Não fizeste nenhuma vez 6 pontos!

R: 3 mais 3 é 6

I: Quantos pontos tens, S (2,2,2)?

S: 2 mais 2 são 4. 4 mais 2 ...5,6 (abre um dedo de cada vez), são 6

I: São quantos pontos, JA (3,2,3)?

JA: 5,... 8 (parece contar mentalmente a partir de 5)

TIRO AO ALVO

NOME	1ª JOGADA	2ª JOGADA	3ª JOGADA	TOTAL
MARIA MADALENA				
MARIANA	3	2	3	8
TONÁS				
BEATRIZ P.	3	1	1	5
FRANCISCO GIL	2	3	1	6
BEATRIZ C.	2	2	3	7
INÊS	3	1	2	6
RODRIGO	3	2	3	8
MARGARIDA	1	1	2	4

TIRO AO ALVO

NOME	1ª JOGADA	2ª JOGADA	3ª JOGADA	TOTAL
BEATRIZ	1	1	2	4
ERISTELE	2	3	2	7
JOÃO ALEXANDRE	3	2	3	8
EATARINA	2	2	1	5
RUBEN	2	2	2	6
DANIELA	1	3	3	7
LOURENÇO	1	2	2	5
JOANA FELIX	2	3	2	7
MADALENA	2	2	1	5
JOÃO F.	3	2	1	6
RODRIGO C.	3	3	2	8
MARIA	1	2	2	5

Figura 15 – TABELA DE RESULTADOS DA TAREFA 5 JI C





Figura 16 – REGISTO DA TAREFA

### **Síntese da tarefa:**

A tarefa “Tiro ao alvo” tinha como objectivo fundamental contribuir para a emergência/desenvolvimento do sentido da adição.

Mais uma vez, o facto de a tarefa ser apresentada no formato de jogo entusiasmou as crianças motivando-as e envolvendo-as na tarefa. Ver quem ganharia, tornou-se o foco das suas atenções.

Como foi salientado, a tarefa envolvia uma abordagem do número com um carácter algo abstracto uma vez que os números surgiam associados a pontos e não a objectos concretos. Este aspecto originou dificuldades nas crianças mais novas e/ou com menos experiências de aprendizagem neste domínio não tendo, algumas, sequer compreendido o que se pretendia. Sabiam apenas que jogavam e que lhes eram atribuídos pontos. O como e o porquê dessa atribuição, embora tenha sido objecto de algum diálogo com essas crianças, cremos não ter sido compreendido, na sua totalidade, por todas. As crianças mais velhas, porém, revelaram competências mais elaboradas e que, fruto da discussão, da interacção e da observação se foram

consolidando e desenvolvendo. Os primeiros cálculos das crianças são realizados por contagem e apoiados em materiais (Baroody, 1989). Nesta tarefa, uma vez que os pontos a adicionar não eram objectos manipuláveis, as crianças recorreram a representações dos mesmos utilizando os dedos das mãos. As estratégias utilizadas foram desde as mais elementares (representação através dos dedos de cada uma das parcelas e contagem de todos os dedos utilizados), até às mais elaboradas (identificação da parcela maior, representação da outra e contagem um a um a partir da primeira parcela). Algumas crianças conseguem já identificar padrões numéricos nos dedos (a mão representando 5 dedos). Encontrámos, ainda, crianças dominando já alguns factos numéricos básicos. Na realidade, aquando da adição das três parcelas correspondentes às três jogadas, algumas crianças identificaram mentalmente o total de duas das parcelas ( $3+3$ ,  $2+2$ ,...) adicionando, de seguida, a terceira parcela por contagem um a um a partir do subtotal encontrado e agora já com o apoio dos dedos da mão.

Mais uma vez, tal como na tarefa “Cartas com pintas”, as representações das crianças mostram que, para elas, o fundamental da tarefa foi a situação de jogo e não os processos matemáticos envolvidos. No entanto, como foi através do registo na tabela que se determinou e registou o total de pontos e o conseqüente vencedor do jogo, a tabela de registos é um elemento presente na grande maioria das representações.

Por outro lado, o facto de todas as crianças terem registado numericamente as suas pontuações, com muito menos hesitações que em tarefas anteriores e quase sem recorrer a representações pictóricas dos numerais, é revelador de um progressivo á vontade com os números e as suas representações simbólicas, fruto do trabalho realizado nas tarefas já implementadas.

Finalmente, é de referir que consideramos que as modificações introduzidas no Jardim B foram adequadas. Ao reduzir as jogadas para duas, as crianças tinham que adicionar apenas duas parcelas o que, para estas crianças em particular, onde para muitas terá sido, eventualmente a primeira experiência intencional de adição foi, sem dúvida, uma boa opção.

A discussão realizada com as educadoras levou a considerar que a experiência com esta tarefa terá sido um desafio demasiado complexo para

algumas crianças pelo que se considerou que seria importante a próxima tarefa envolver materiais manipuláveis. Uma vez que a tarefa planificada para a continuação desta trajectória de aprendizagem, se inseria nestes propósitos, não foram realizadas alterações à cadeia de tarefas.

## **7 - Tarefa 6: “O número do mês”**

Uma vez que esta foi uma tarefa que, tal como a terceira tarefa, se prolongou ao longo do tempo, optámos também por não fazer a distinção entre os três Jardins-de-Infância

### **Descrição da tarefa:**

Esta tarefa pretendia contribuir para a génese de uma visão da matemática intimamente ligada ao quotidiano das crianças, onde os números são uma constante com que se deparam nas suas vivências mais simples.

A Matemática (e em particular o número) deve ser encarada e sentida, desde o pré-escolar, como algo familiar, presente no dia-a-dia. As crianças devem ter consciência dessa presença e sentir-se confortáveis perante as situações diárias em que com ela lidam. A primeira relação que se estabelece com a matemática deve ser proporcionada cedo e é importante que, nessas situações, as crianças tenham consciência da natureza matemática das tarefas que realizam. Não se gosta daquilo que se desconhece e a matemática, em particular devido à concepção habitual que a associa a algo difícil e pouco acessível, deve ser identificada quando as crianças com ela lidam, de modo a compreenderem a sua importância quotidiana e a associarem a algo com que lidam com facilidade, com sucesso e com prazer. Daí a importância de proporcionar situações, em contextos familiares, que possibilitem explorações matemáticas intimamente ligadas a esses mesmos contextos. Nas vivências de crianças em idade pré-escolar, contextos ligados ao número são aqueles que, do ponto de vista matemático, são para elas mais significativos pois, para as crianças, a matemática é, quase sempre, associada ao número

Assim, após a realização da 5ª tarefa, na conversa final com as crianças, a investigadora interpelou-as relativamente ao facto de os números serem uma constante nas nossas vidas, que usamos, que vemos e que nos são úteis diariamente. Para exemplificar esta situação, questionou-as sobre situações, factos e locais onde os números estejam presentes, no caso concreto o número 2.

As respostas foram surgindo:

“É os anos do meu irmão”

”Está ali no calendário”

“Eu tenho duas bolas”

“Nós temos duas mãos”

“Um mais um são dois”

...

No seguimento destas ideias das crianças foi referido que os meses do ano também têm um número que eles conhecem pois usam-no quando escrevem a data nos seus registos. O mês de Janeiro tem o número 1 (pois é o primeiro mês do ano), o de Fevereiro o número 2 (porque é o mês que vem a seguir, é o segundo mês), o mês de Março (mês em que estávamos na altura) o número 3. Para que compreendessem melhor o que se estava a dizer, fomos observar alguns desenhos feitos pelas crianças nos dias anteriores onde estava registada a data e observámos o calendário onde distinguimos o número três do mês de Março do número três do dia 3 de cada mês (e que associámos ao facto de fazermos anos num determinado dia de um mês). Foi referido às crianças que a próxima vez que a investigadora os iria visitar seria já no mês de Abril (mês que se seguia a Março) que, como todos os outros meses também tinha um número. Foi com facilidade que as crianças deduziram que esse número seria o 4:

“É 4 porque estou a ver no calendário”

“É 4 porque é o número que vem depois do 3”

“Janeiro 1, Fevereiro 2, Março 3, Abril 4”

Assim, propôs-se que até esse dia elas procurassem, com a colaboração das famílias, e registassem (se quisessem, e para não se esquecerem), situações onde o número 4 aparecesse. Foi igualmente referido que iríamos continuar com esta actividade até às férias e que quando passássemos para outro mês, mudávamos de número.

Dada a especificidade desta tarefa, optámos por não fazer a descrição em cada um dos Jardins-de-Infância, por nos parecer que as situações descritas e representadas pelas crianças são, em tudo, semelhantes.

Na visita seguinte a cada uma das salas foram recebidos e analisados os registos feitos pelas crianças. As poucas que os tinham esquecido em casa, também quiseram partilhar, de memória, as suas descobertas.

Os registos feitos pelas crianças incidiram sobre um conjunto de situações e objectos comuns a muitos. Centraram-se à volta do calendário, de relógios, comando da televisão, matriculas de carros, ...

As crianças mais novas foram ajudadas nos seus registos pelos familiares

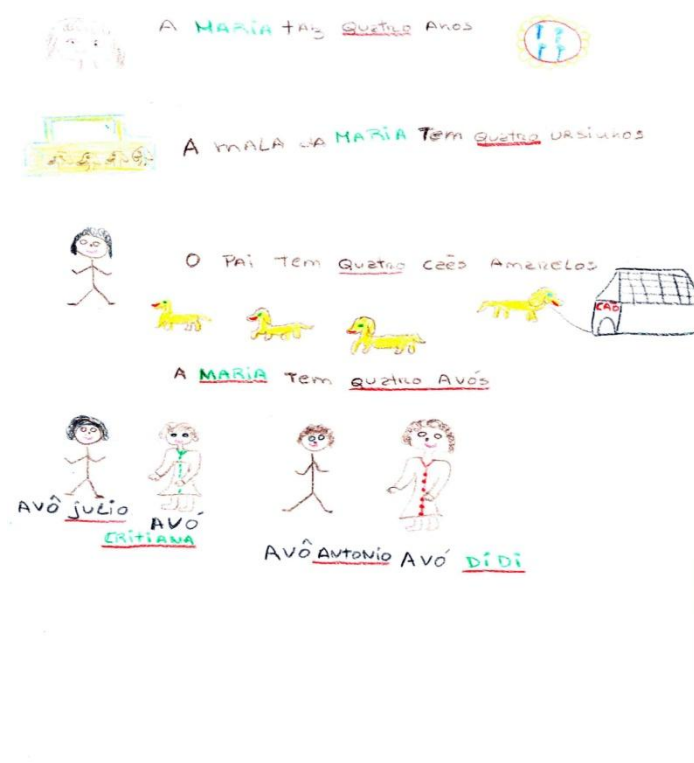


Figura 17 – REGISTO DA TAREFA 6

# A MARTA E O NÚMERO

# 4



EM 2008 A MARTA FAZ 4 ANOS



LÁ EM CASA VIVEM 4 PESSOAS



E 4 GATOS!



CADA GATO TEM 4 PATAS



A MARTA VAI DE CARRO PARA A ESCOLA E O CARRO TEM 4 RODAS

Figura 18 – REGISTO DA TAREFA 6

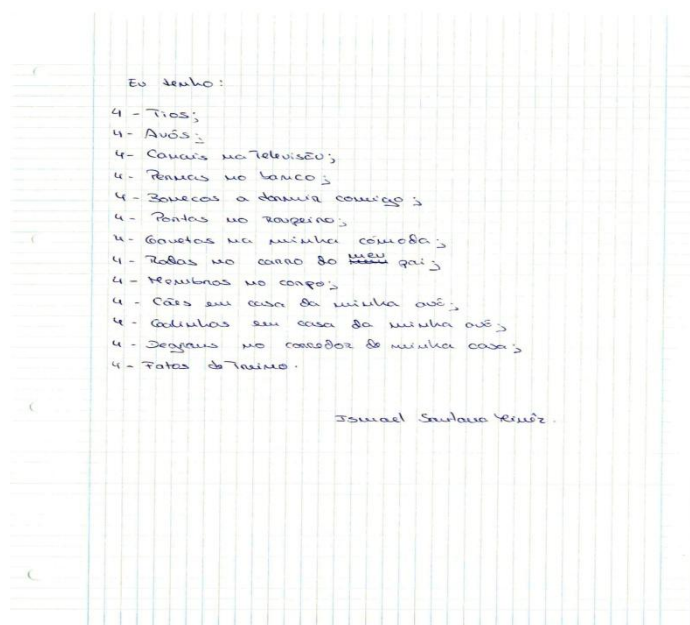


Figura 19 – REGISTO DA TAREFA 6

Gonçalo José Vicente de Azevedo = USSEIRA

**4** - TRABALHO DE ATENÇÃO

- 4 - MEDIDAS DE FARINHA Leva o Bolo de Iogurte
- 4 - permas tem um cadeira
- 4 - Carlos tem uma mesa
- 4 - cenouras
- 4 - tem uma embalagem de iogurtes
- 4 - CABEÇAS DE NABO
- 4 - CANAL DE TELEVISÃO
- 4 - ~~tem~~ patas tem um cão
- 4 - patas tem um gato
- 4 - ~~patas tem~~ o carro do meu pai
- 4 - tenho em BANANAS
- 4 - MARCA o veículo
- 4 - tenho 4 BERLINDES
- 4 - tenho 4 Bolas

GONÇALO

Figura 20 – REGISTO DA TAREFA 6

LOV RENGÓ

A

Matrículas	casa do Arrenal
61-DA-64	4
VJ-46-79	Rua Bernardo
06-A1-14	casa número 4
20-49-1C	
44-38-Q0	
82-46-BP	
73-44-LH	
XD-62-43	
Residência M. Leandra número 14	
Residência Estrela número 4	

Figura 21 – REGISTO DA TAREFA 6





Figura 22 – REGISTO DA TAREFA 6

A observação dos registos das crianças permite dizer que alguns, os que tiveram mais ajuda dos familiares, terão tido pouca participação das crianças.

Difícilmente uma criança de três ou quatro anos se lembraria de que são precisas 4 chávenas de farinha para fazer bolo de iogurte ou que tem quatro membros no corpo. No entanto consideramos da maior importância a envolvimento que se conseguiu por parte dos pais e encarregados de educação e é possível que algumas destas referências ao número 4 venham posteriormente a ser transferidas para outros contextos. Apesar de tudo, alguns registos, embora realizados pelos adultos, parecem traduzir aquilo que foi dito pelas crianças.

Assim, parece-nos que os desenhos mais representativos do que as crianças pensam sobre os números são os que foram feitos sem intervenção directa do adulto (familiar) pois são aqueles em que as crianças representam, na realidade, a sua visão dos números e das suas utilizações.

Os desenhos que a seguir se apresentam mostram isso mesmo.

Neles, as crianças representaram, ao seu modo, comandos de televisão, datas, idades, números de telefone.



Figura 23 – REGISTO DA TAREFA 6

RODRIGO C.

4

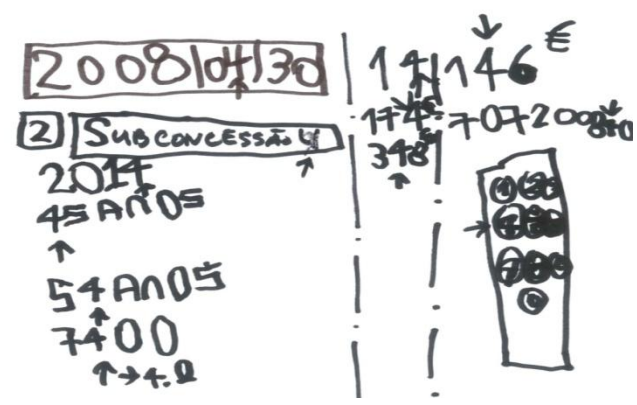


Figura 24 – REGISTO DA TAREFA 6

Posteriormente, foi combinado com as crianças que tentariam fazer o mesmo sempre que se iniciasse um novo mês. Assim, no início do mês de Maio registariam situações, objectos, locais onde estivesse presente o número

5 e no mês de Junho, reportar-se-iam ao número 6. A partir daí, em cada mês, a maioria dos registos foram feitos pelas próprias crianças, muitas vezes na sala do Jardim de Infância, pois a novidade da primeira vez parece ter deixado de ter o impacto anterior nas famílias.

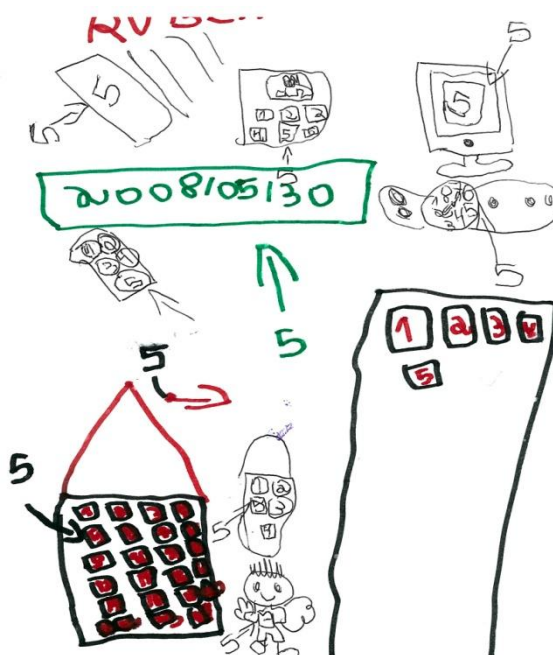


Figura 25 – REGISTO DA TAREFA 6

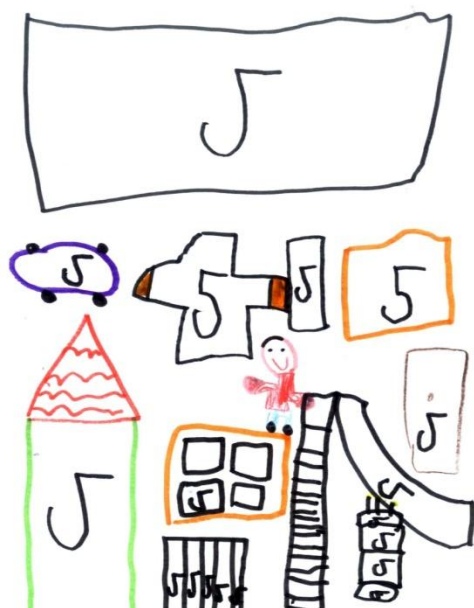


Figura 26 – REGISTO DA TAREFA 6

O mês de Junho, foi esquecido pela maioria das crianças, mas no Jardim de Infância C, aquele em que todas (excepto duas) tinham 5 anos (algumas, nessa altura, já tinham seis anos) as crianças, considerando que o número seis era já “muito pequeno” para elas, decidiram fazê-lo relativamente ao número dez. Curiosamente, nestas representações, o número (10) aparece muitas vezes associado a situações pré-formais de cálculo, aparecendo registos de representações de operações numéricas utilizando numerais e encontrando-se menos representações de situações quotidianas



Figura 27 – REGISTO DA TAREFA 6



Figura 28 – REGISTO DA TAREFA 6

Merecem, também, referência, representações como a que se segue (figura 29) em que o número 10 aparece seguido de um brinco (par) de cerejas, querendo representar que tinham sido 10 os pares de cerejas comidos por aquela criança, evidenciando a compreensão de que os símbolos utilizados representam uma quantidade, não havendo já a necessidade de estabelecer uma correspondência unívoca entre o número de vezes que os símbolos são escritos e a quantidade envolvida. Esta mesma criança, na 2ª tarefa (o jogo “Contar e descobrir”) não tinha conseguido esta mesma correspondência não unívoca uma vez que registara os dois pontos obtidos usando dois tracinhos em simultâneo com o numeral.

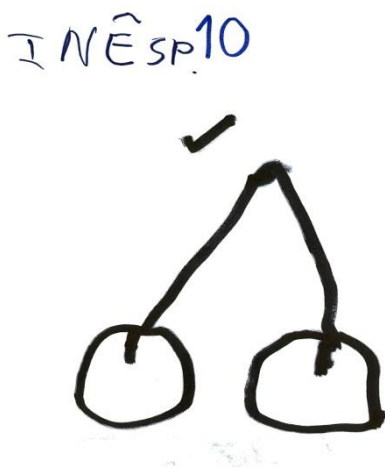


Figura 29 – REGISTO DA TAREFA 6

## Síntese da tarefa

Esta tarefa tinha como propósito ajudar as crianças na sua familiarização com o papel e a presença dos números no seu quotidiano. Por este motivo, não foi uma tarefa onde fosse directamente observável o desenvolvimento de procedimentos associados a competências numéricas. Não era, porém, esse o objectivo desta tarefa.

Pretendia-se, sim, ajudar as crianças a compreenderem que, de facto, os números são uma realidade no seu quotidiano, presentes em inúmeras situações familiares e contribuindo para a compreensão de muitas dessas situações. Para além disso, pretendia-se que as crianças se fossem familiarizando com tarefas matemáticas deste tipo, tão importantes nestes níveis etários, uma vez que contribuem para a construção de uma imagem e de atitudes favoráveis perante a matemática, entendendo-a como uma ciência presente no seu quotidiano, que as ajuda a compreenderem e a intervirem na realidade, longe da visão da matemática como um corpo de conhecimento externo e rígido, cheio de regras que devem ser “aprendidas”.

Será sempre uma incógnita saber se esta tarefa terá ajudado nesse sentido.

Os registos realizados pelas crianças evidenciam alguma capacidade de análise relativamente a contextos onde os números estejam presentes, revelando alguma capacidade de compreender os diversos significados e utilizações do número.



Figura 30 REGISTO DA TAREFA 6

Sobressai desta tarefa o facto de, aquando da realização (no Jardim-de-Infância C) das representações relativas ao número 10 (no final de Junho) algumas crianças mostrarem um clara evolução nas suas capacidades numéricas.

De facto se nos lembrarmos da 2ª tarefa (realizada em Fevereiro), e dos registos das pontuações obtidas na altura, constatamos, como foi referido anteriormente que, apesar das crianças representarem o numeral respeitante ao número de pontos obtidos (2), acompanharam-no do desenho de dois tracinhos, no sentido de reforçar a ideia de que, apesar de representarem apenas um símbolo, ele representar a quantidade 2. No entanto, nesta tarefa, realizada cerca de 3 meses mais tarde, uma das crianças que o fizera, agora representa o numeral 10 e apenas um par de cerejas para representar que tinha comido 10 pares de cerejas, não necessitando, já, de representar os referidos 10 pares de cerejas. Esta criança evidencia a sua evolução tendo já compreendido a correspondência não unívoca entre a representação numérica e a quantidade que essa mesma representação simboliza (neste caso, 2 símbolos representando 10 pares de cerejas).

Esta constatação é mais um contributo para validar a ideia de que o trabalho realizado ajudou as crianças no desenvolvimento do seu sentido de número.

A tarefa, apesar de ter sido realizada ao longo de três meses, parece-nos que foi, no entanto, pouco para aquilo que gostaríamos. De facto, o desenvolvimento de concepções positivas relativamente à matemática, nestas idades muito ligado às experiências numéricas, é um processo contínuo e longo, não compatível com a dimensão temporal deste trabalho. No entanto, dadas as contingências inerentes a um trabalho com estas características, consideramos que esta tarefa terá contribuído para a sensibilização das crianças relativamente à presença e importância dos números no seu quotidiano.

## 8 - 7ª tarefa: “A pulseira da sorte”



Figura 31 – REGISTO DA TAREFA 7

Esta tarefa tinha como principal objectivo desenvolver o estabelecimento de relações numéricas e a emergência das operações através de um contexto concreto e muito motivador para as crianças. Uma vez que se esperava que as crianças recorressem à contagem para responder às questões propostas e não à utilização de factos numéricos básicos (pois apenas uma minoria tinha conhecimento de alguns), esta tarefa, ao propor às crianças que tentassem, em primeiro lugar, responder às questões colocadas sem concretizarem, tinha implícita a utilização da contagem a partir de certa ordem (crescente ou decrescente).

Apesar de ter sido pensada aquando da construção da cadeia de tarefas, o momento em que se implementou foi pertinente uma vez que se sucedeu à tarefa “Tiro ao alvo” que, tendo por base os mesmos objectivos, se revelou demasiado complexa uma vez que exigia um elevado grau de



abstracção visto que os procedimentos matemáticos envolvidos não eram passíveis de serem concretizados. Assim, adequava-se uma tarefa desta natureza, em que as crianças pudessem, se houvesse necessidade disso, manipular o material utilizado para a resolução dos problemas, de modo a facilitar e apoiar as suas estratégias e raciocínios.

A tarefa foi apresentada, em cada um dos Jardins-de-Infância, sugerindo às crianças a criação de pulseirinhas feitas de contas. Cada criança fazia, ao seu gosto, a sua pulseira, seleccionando 10 contas de entre uma grande variedade disponível. No final, seriam escolhidas, pela educadora, 4 dessas pulseiras e, de entre elas, a mais votada pelas crianças seria eleita a “pulseira da sorte”, que estaria disponível para ser usada quando alguma criança sentisse que precisava de muita sorte para que um seu desejo se realizasse (poder ver o jogo de futebol que dá à noite, poder pintar as unhas com o verniz da mãe, foram algumas das sugestões das crianças).

Tal como já tinha acontecido com a tarefa “Cartas com pintas”, esta nova tarefa realizou-se em pequenos grupos (4 crianças) de modo a, uma vez mais, se incentivar a interacção entre as crianças e entre estas e a investigadora e permitir, em ambiente calmo, compreender os raciocínios e procedimentos das crianças.

Em cima de uma mesa colocou-se a caixa com as contas separadas por cores, e pediu-se a cada criança que retirasse 10 ao seu gosto, pensando no aspecto que gostaria que a sua pulseira tivesse. A selecção das contas e a construção das pulseiras foi muito diversificada. A maioria das crianças foi escolhendo as contas de que mais gostava, sem pensar no efeito que gostaria que a pulseira tivesse. Escolhiam cada uma da sua cor, escolhiam as suas cores preferidas, imitavam os colegas. Algumas, porém, foram mais selectivas e escolheram todas as contas com a mesma cor, ou apenas duas cores, alternando-as na construção da pulseira, fazendo como que um padrão.

## **Descrição da Tarefa**

### **Jardim-de-Infância A**

A tarefa realizou-se ao início da manhã. Depois de explicado às crianças o que iríamos fazer e que, no final, elas iriam eleger a “Pulseira da sorte”, as crianças, em grupos de 4, e à vez, dirigiram-se à sala polivalente para, aí, construírem, cada uma, a sua pulseira.

As contas estavam arrumadas em duas caixas com várias divisórias em que cada divisória continha contas iguais. As cores e as decorações das contas eram muito variadas, sendo os seus tamanhos aproximados.

As crianças foram informadas que deveriam escolher dez contas ao seu gosto, para com elas construírem uma pulseira. A selecção das contas foi cuidada, tendo as crianças alterado as suas escolhas iniciais diversas vezes.

Após a escolha das contas, e antes do seu enfiamento, pediu-se às crianças que confirmassem que todas tinham 10 contas. Esta confirmação, permitiu observar que ainda havia crianças, fundamentalmente as mais novas, com dificuldade em coordenarem o apontar com o termo da contagem que pronunciavam. Notou-se igualmente o esquecimento de algumas contas ou a sua contagem repetida, uma vez que ainda nem todas as crianças definiram estratégias intuitivas que evitassem este erro (colocar as contas em fila antes de iniciarem a contagem ou arrastar as já contadas). No entanto, bastava uma chamada de atenção, para que confirmassem a contagem e que, com uma atitude mais reflexiva, utilizassem uma das estratégias atrás referidas, para corrigir a sua contagem. Este tipo de estratégias foi, aliás, bastante trabalhado com a realização, ao longo do tempo, da tarefa “Tampas de garrafas”.

Uma vez que muitas crianças, à medida que contavam as suas contas, as iam arrumando, utilizando diversos processos (formavam filas, torres, círculos, montinhos, etc.), foram questionadas sobre qual seria a que tinha mais contas com o intuito de verificar se as crianças conservavam a quantidade.

Muitas crianças mostraram não serem conservadoras. Apesar de ouvirem os colegas dizerem que todos tinham 10 contas, a aparência de alguns

conjuntos (por exemplo os dispostos em fila) levou-os a dizer que esses conjuntos tinham mais contas.

I: Qual dos meninos é que tem mais contas?  
R: É o L  
B: Não é não, todos temos 10  
I: Quantas contas tens L?  
C: 10  
I: E tu R?  
R: 10.  
I: E a B?  
B: Tenho 10, todos temos 10  
R: Mas, o L tem mais, ele fez uma fila comprida  
I: E quantas contas tem ele na fila?  
R: 1,2,3,...10, tem 10  
I: Então não tem mais que vocês, pois não?  
R: São 10 mas ela tem mais

Tal como outras crianças deste Jardim-de-Infância, R não conserva a quantidade. Este facto, porém, não o impedirá de, posteriormente, dar respostas correctas às questões colocadas, como se verá adiante.

Seguidamente foi pedido às crianças que separassem 5 contas, pusessem as outras de lado, e foram-se colocando questões individualmente, no sentido de procurar que as crianças estabelecessem relações numéricas entre números até 5.

I: C, se juntássemos mais uma conta a estas, com quantas ficavas?  
C: 6  
I: E se depois eu te tirasse duas, ficavam quantas?  
C tenta concretizar a acção.  
I: Vamos ver se consegues descobrir sem mexer nas contas, está bem?  
C: 4 (responde depois de pensar por momentos, observando-se que raciocinou mentalmente, não sendo visível o apoio dos dedos, apenas um abanar da cabeça enquanto pensava)  
I: Como é que pensaste?  
C: Tenho 6, tiras uma ficam ...5, tiras mais uma ficam 4  
I: Muito bem! Concordas B?  
B: Sim, eu fiz com as minhas e ficam 4  
I: Eu tenho 2 contas brancas. Quem tem mais, eu ou tu?  
C: Eu  
I: Quantas tens a mais?  
C (abre dois dedos, depois abre mais um e depois mais outro, olha, pensa e responde): 2  
I: Quantas te faltam para teres as mesmas que a B?  
C (olha para as suas, conta as da colega uma a uma e responde): 1

Esta criança (C), como muitas outras, não teve dificuldades em estabelecer relações numéricas e operar mentalmente com números até 5. Porém, enquanto que no relacionado com a adição e com o sentido de retirar da subtração as respostas foram praticamente imediatas, parecendo que recorreu a factos numéricos seus conhecidos e à contagem por ordem decrescente, não tendo necessidade de concretizar o seu raciocínio, no que respeita aos outros sentidos da subtração (comparar e completar), as suas respostas foram mais pensadas e necessitou de um suporte concreto (dedos da mão ou as próprias contas) para dar as suas respostas

Vejam os outros exemplos, passada com duas crianças de 5 anos

I: Formem um monte com 5 continhas  
I: T, se eu tirar duas contas, quantas ficam?  
T: Ficam 3 (responde rapidamente)  
I: E se juntar mais uma, quantas ficam D?  
D: 1,2,3,...4  
T: Ele conta e não é preciso! Não vês que são 4?  
I: Quem tem mais contas amarelas D?  
D: Sou eu  
I: Quantas tens a mais?  
D: 3  
I: 3 são as contas amarelas que tu tens. O T tem quantas?  
D: 1  
I: Tu tens mais contas amarelas que o T. Tens mais uma que o T?  
Silêncio  
T. Eu sei!  
I: Está bem mas agora é o D que está a responder. Olha D, esta é a conta amarela do T, se lhe dermos mais uma ele fica com as mesmas que tu?  
D: Não  
I: Pois não, ele tem uma, se nós lhe dermos mais uma ele fica com quantas?  
D: Com 2  
I: Então o que é que temos que fazer para ele ficar com as mesmas que tu?  
D: Temos que lhe dar mais uma  
I: Muito bem!. Então quantas contas é que nós temos que dar ao T para ele ficar com as mesmas que tu? Uma não chega!  
D: 2  
T: Eu vi logo que eram duas!

Este excerto, passado com duas crianças de 5 anos, exemplifica como não é a idade que é decisiva no desenvolvimento das competências numéricas das crianças. Mais do que a idade, são as experiências de aprendizagem que as crianças vão vivenciando, a sua variedade e qualidade

que condicionam o seu desenvolvimento. A confirmar esta ideia, vejamos como M (4 anos) interagiu com A (5 anos):

I: M, sem mexermos nas contas, vamos ver se consegues descobrir com quantas contas ficas se eu te tirar 2?

Silêncio

I: Podes ajudar com os dedos da mão!

M: 3 (abre os dedos de uma mão, fecha um, depois outro, olha os que restam e responde)

A acção é concretizada para que as crianças compreendam a resposta

I: Temos aqui 3 contas, se eu juntar mais uma, quantas ficam A?

A: Hum ....

M: Faz com os dedos

A: Hum...

M: Eu ajudo-te (estica 3 dedos da colega, contando-os, depois estica mais um e diz 4. De seguida conta todos os dedos como para explicar melhor) 1,2,3,4

A não reage, parecendo que não compreendeu o procedimento da colega

I: Olha A, a M fez como se os dedos fossem as contas, queres ver?

Tens 1,2,3, contas (aponta as contas) e cada dedo é como se fosse uma conta (coloca os 3 dedos de A em cima de cada uma das contas e retira-os). Agora eu dou-te mais uma conta, é como se fosse este dedo (abre mais um dedo). Com quantas contas ficaste?

A conta os dedos

A: 1,2,3,4. São 4

I: Muito bem!

Houve ainda algumas crianças que mostraram necessidade de concretização no caso da subtracção (mesmo no sentido de retirar), embora não o tivessem feito em situações aditivas:

I: S, se eu te desse mais duas contas, com quantas ficavas?

S: 7 (responde rapidamente sem evidências de concretização)

I: Mas eu não te vou dar 2. Tu tens 5 e eu vou-te tirar duas. Com quantas vais ficar?

Silêncio

S: (tapa duas contas com a mão, olha para as que restam e responde) 3

I: E se eu te tirasse mais uma, quantas ficavam? Vamos ver se consegues descobrir sem mexeres nas contas

S olha fixa e demoradamente para as 3 contas parecendo estar a realizar uma acção mental

S: 2

I: Boa!

Seguidamente as crianças voltaram a juntar as suas 10 contas e procedeu-se a uma série de questões, em tudo semelhantes às anteriores mas agora com o universo numérico alargado até 10. Embora os raciocínios e

procedimentos das crianças fossem semelhantes aos que tiveram quando trabalharam com 5 contas, as dificuldades surgiram num grande número de crianças apesar de as que mais dificuldades tinham evidenciado na proposta anterior não tivessem agora sido questionadas.

Vejamos o que se passou com R, a criança não conservadora atrás referida

I: Já juntaste as tuas contas R? Quantas tens?  
R: 10 (sem contar)  
I: Se eu te tirasse duas para mim, com quantas ficavas?  
R tenta realizar a acção  
I: Vamos ver se consegues responder sem mexeres nas contas  
R: (fecha os olhos com força e pensa) 8  
I: Muito bem, mas eu sou boazinha, não te tiro nenhuma conta. Tu tens 10 e eu ainda te vou dar mais 3. Com quantas vais ficar?  
R:10...11, 12, 13 (vai contando à medida que abre uma dedo de cada vez) 13  
I: Boa!

Como se compreende, R, apesar de não conservar a quantidade, consegue estabelecer relações numéricas com facilidade e desenvolveu já algum sentido das operações.

Outras crianças, que tinham conseguido responder às questões na fase anterior, revelaram agora algumas dificuldades:

I: Já tens as 10 contas? Queres contá-las?  
M: Sim, 1,2,3..9,10  
I: Se a pulseira assim ficasse pequenina e eu te desse mais 3 contas para ela ficar maior com quantas contas ficavas?  
M tenta concretizar a acção indo buscar mais 3 contas  
I: Vamos ver se conseguimos descobrir com quantas contas ficávamos sem as ir buscar. Vê lá se consegues descobrir  
M parece pensar e diz  
M: 15, não, não 20  
I: Parece-me que te enganaste, pensa melhor  
M: 5 ....12  
M vai dizendo números ao acaso na esperança de acertar aleatoriamente. Assim, sugere-se-lhe que utilize os dedos das mãos  
M: 10 (M abre todos os dedos das duas mãos). Não tenho mais dedos  
I: Queres usar os meus?  
M: Sim, 10. Agora mais 3. 1,2,3 (abre 3 dedos da investigadora) .  
1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13. São 13  
I: Muito bem

M apenas consegue responder utilizando uma estratégia (que lhe foi sugerida) de modelação da acção substituindo, assim, a sua concretização.

Porém, utiliza a contagem um a um a partir da unidade e não a contagem a partir de certa ordem (10).

Vejamos outra situação, agora referente à subtracção:

I: B, vou-te tirar 2 contas porque me parece que a pulseira te vai ficar grande. Consegues dizer-me com quantas contas vais ficar?

B tenta concretizar a acção

I: Não quero que as tires, quero só que penses e vejas se consegues descobrir com quantas ficas

B: ...

I: Tu tens 10. Se eu te tirasse uma ficavas com quantas?

B: ...

I: 10 é como se fossem os dedos das duas mãos (mostra as duas mãos com os dedos abertos). Se tirássemos uma (esconde um dedo) com quantas ficávamos?

B: 1,2,3...9

I: Muito bem, e se ainda tirasse mais uma, quantas ficavam?

B esconde mais um dedo de I

B: 1,2,3...8

I: Oito, muito bem, queres experimentar com as contas para veres que são mesmo oito?

B: Sim

B retira duas contas do seu conjunto e conta as restantes

B: 1,2,3,4,5,6,7,8. São oito, estava bem

Como se procurou ilustrar, o alargamento do número de contas de 5 para 10 provoca alguns constrangimentos relativamente ao cálculo mental, notando-se a necessidade de concretização por parte de muitas crianças. Em alguns casos, nem mesmo a utilização dos dedos das mãos ajudou à resolução dos problemas propostos, continuando a verificar-se a necessidade de contagem (contagem um a um).

Após cada criança ter feito a sua pulseira, a educadora e a investigadora seleccionaram quatro (mais ou menos aleatoriamente) para que em seguida, das quatro seleccionadas, as crianças elegessem “A pulseira da sorte”.

Para tal, as 4 pulseiras escolhidas foram dispostas no meio de cada um dos lados de uma das mesas de trabalho. Cada criança escolhia a sua preferida colocando-se atrás da mesa, em frente à pulseira escolhida, organizando-se filas e formando-se um gráfico humano. Foi com facilidade que as crianças identificaram a pulseira vencedora:

E: Agora que todos os meninos já estão em fila, à frente da pulseira que escolheram, são capazes de dizer qual é que ganhou e foi eleita "A pulseira da sorte"?  
Crianças (em coro): Foi esta!...  
E: Como é que sabem?  
Criança: É a que tem mais meninos  
Criança: Pois é, tem 7 meninos, já contei

RODRIGO C.  
2002/10/10/05



Figura 32 – REGISTO DA TAREFA 7



## Jardim-de-Infância B

Como habitualmente, a tarefa realizou-se de manhã.

As crianças realizaram a tarefa em grupos de 4 elementos. Durante o seu desenrolar, os procedimentos e as ideias expressas pelas crianças foram, em tudo, semelhantes ao que se passou no Jardim A.

Assim, algumas crianças, a maior parte das vezes devido a precipitações e em quererem ser muito rápidas, revelaram alguma dificuldade na contagem das contas, fundamentalmente devido à falta de coordenação entre o termo dito e a conta apontada:

C: 1,2,3,...10, 11,12

I: Parece-me que te enganaste, contaste depressa demais

C (contando mais devagar e afastando as contas já contadas):

1,2,3...10 afinal estava bem

I: Pois é, temos que contar sempre com muita calma para não nos enganarmos

A conservação do número foi também aqui analisada, pedindo às crianças que arrumassem as suas contas de diferente forma. Algumas revelaram-se não conservadoras:

I: Ca, quantas contas é que tens?

Ca: 1,2,3...,10

I: Se eu fizer assim uma fila com as tuas contas (executa a acção), quantas estão agora?

Ca: 1,2,3,...10

I: E se fizermos agora um montinho, quantas ficam?

Ca: 1,2,3...10

M: não precisas de contar, são sempre 10!

Seguidamente pediu-se às crianças que separassem 5 contas, colocando-se questões com a intenção de se verificar que tipo de relações numéricas conseguiam estabelecer. A maioria das crianças não revelou dificuldades em estabelecer essas relações mentalmente ou com o apoio dos dedos da mão. Porém, algumas (as mais novas e/ou as que frequentavam o Jardim de Infância pela primeira vez), tiveram necessidade de concretizar as acções e do apoio da investigadora:

I: B, se eu te desse mais uma conta, com quantas ficavas?  
B faz intenção de ir buscar mais uma conta  
I: Vamos ver se consegues dizer sem ires buscar, só a pensar  
Silêncio  
I: Mostra com os teus dedos as 5 contas  
B abre os dedos um a um contando  
B: São estas (mostra uma mão com os dedos todos abertos)  
I: Pois são. Se eu te desse mais uma conta com quantas ficavas?  
Silêncio  
I: Mais uma conta...tens que abrir mais quantos dedos? Mais dois dedos? (mostra dois dedos)  
B: Não, é só um  
I: Então abre um dedo da outra mão. Tens 5 dedos que são as tuas 5 contas e mais um, que é a conta que eu te dou. Quantas são todas juntas?  
B: 1,2,3,4,5,6  
I: Quantas são?  
B: 1,2,3,4,5,6  
I: Muito bem

I: Se me desses uma conta, ficavas com quantas A?  
A (tentando adivinhar): 8  
I: 8 é mais que 5, Se me desses uma, ficavas com menos contas  
Silêncio  
I: Olha, estas são as contas que tu tens (abre 5 dedos, um de cada vez, contando), davas-me uma (fecha um dedo), quantas ficam?  
A: 5  
I: Vamos ver com as tuas contas. Tens 5 contas, agora dá-me uma (a criança executa a acção), com quantas ficaste? Conta lá  
A: 1,2,3,4  
I: Pois é, ficas com 4

A passagem para as 10 contas originou mais constrangimentos.

Apenas as crianças que anteriormente não tinham revelado dificuldades foram questionadas. Para algumas (poucas) este alargamento do universo numérico não as impediu de darem resposta às questões formuladas, verificando-se, no entanto, que os raciocínios até aí pareceram puramente mentais, deram lugar a raciocínios apoiados em algum suporte material (os dedos):

I: Se juntares duas contas às que já tens, com quantas vais ficar  
J.A. pensa abanando a cabeça como que a apoiar uma contagem  
J.A.: 12

I: Muito bem. Agora imagina que com as 10 contas a tua pulseira te ficava muito grande e tínhamos que tirar 2 para ela te servir. Ficavas com quantas contas na tua pulseira?  
J.A. abre os dedos de uma mão e continua abrindo os dedos da outra mão um a um a contando em voz alta  
J.A.: 5, 6,7,8,9,10  
Pára, evidenciando estar concentrado, fecha um dedo e depois outro. Conta os que ficam abertos  
J.A.: 1,2,3,...8. Ficava com 8  
Muito bem. Agora toma lá este fio e enfia as contas para fazeres a tua pulseira. Eu depois ajudo-te a dar um nó

No entanto, muitas crianças deixaram de conseguir responder correctamente, fundamentalmente nas situações envolvendo subtracções, sendo necessário o apoio da investigadora:

I: Se eu te desse mais uma conta, ficavas com quantas?  
M.I. tenta ir buscar mais uma conta  
I: Vamos ver se consegues responder sem ires buscar mais contas. Já tens 10, se eu te desse mais uma, com quantas ficavas?  
M.I.: ...11  
I: Vês como és capaz? E se eu, às tuas 10 contas tirasse duas?  
Silêncio  
I: Experimenta ajudar com os teus dedos  
M.I. abre 10 dedos um a um e fica a olhar  
I: Se eu te tirasse duas contas, em vez de teres os dedos todos abertos tinhas que fechar alguns, não era?  
M.I. fecha uma mão e olha para a investigadora  
Perante a reacção e a atitude de M.I. a investigadora considera que será preferível a concretização da acção  
I: Vamos ver se descobrimos usando as tuas contas. Tens aqui as 10 contas, dá-me duas, com quantas ficas?  
M.I. retira para o lado duas contas e conta as restantes.  
M.I.: Com oito  
I: Muito bem!

Terminada a construção das pulseiras, educadora e investigadora seleccionaram (mais uma vez, aleatoriamente) 4 para serem as candidatas a pulseira da sorte.

Dispostas as 4 pulseiras em cada um dos lados de uma das mesas da sala, as crianças observaram-nas e colocaram-se em fila atrás da pulseira que preferiram.

Foi igualmente com facilidade que identificaram a pulseira vencedora.

## Jardim-de-Infância C

O contexto deste Jardim de Infância, uma vez que todas as crianças tinham 5 anos, conduziu a que toda a problemática definida à volta das 5 contas tivesse sido resolvida sem quaisquer dificuldades por parte das crianças. Algumas recorrendo ao apoio dos dedos, a maioria sem evidenciar esse apoio, todas responderam correctamente às questões formuladas.

O trabalho realizado com 10 contas, embora tenha sido compreendido por todas as crianças, levantou, em algumas, certas dificuldades. Se com 5 contas, muitas crianças resolveram os problemas mentalmente, ao passarmos para as 10 contas, algumas não o conseguiram fazer do mesmo modo e tiveram dificuldade em, sem ajuda, encontrarem estratégias que lhes permitissem resolver os problemas.

I: M, se eu te desse mais duas contas, com quantas ficavas?

M: Posso ir buscar, para ver?

I: Não, vamos tentar sem ir buscar as contas.

M: Tenho 10 mais duas... mais uma onze ...mais uma doze. São doze.

I: Muito bem. E tu B, se me desses uma das tuas contas, com quantas ficavas?

B: Com...9

I: Sim senhor. Então a B tinha 9 e a M tinha 12, tinha mais. Tinha mais quantas? Quantas contas é que eu tinha que dar a B para ela ficar com as mesmas que M?

Silêncio

B: Vamos contar

M: Mas tenho que ir buscar mais duas para mim

I: Eu gostava de ver se conseguíamos descobrir sem ir buscar contas. Vejam lá se conseguem.

B: É difícil!

I: Quem é que tem mais, a B ou a M?

M: Sou eu, tenho 12 e a B tem 9

I: Se eu der uma à B já ficam iguais?

B: Não, eu fico com 10 e ela tem 12

I: E se lhe der ainda mais uma?

B: 10, 11, ainda não

M: Mais uma, tens que lhe dar mais uma

I: Então ao todo quantas é que eu tenho que dar?

B: 3, são 3

I: Muito bem, tenho que dar mais 3 contas à B porque M tem 3 contas a mais

As duas crianças de três anos tiveram, como seria de esperar, desempenhos distintos dos colegas:

M separou as dez contas realizando a contagem à medida que ia tirando as contas das caixas. R, continuando sem falar, pareceu fazer o mesmo embora no final tenha feito uma fila com as contas e as tenha apontado uma a uma para confirmar o total.

I: contaste as tuas contas, R? Tens 10?

R acena afirmativamente com a cabeça

I: E tu M, também tens 10 contas?

M: Sim

I: Estou a reparar que M fez um montinho com as contas e R fez uma fila. Quem é que tem mais contas?

M: É o R

I: Mas o R diz que tem 10 contas e tu também tens 10 contas, contaste-as agora!

M conta as contas do colega

M: São 10 mas ele tem mais

I: Também achas que tens mais, R?

R encolhe os ombros.

M mostra que não conserva a quantidade. R, embora habitualmente procure dar a sua opinião, manteve-se impávido.

A colocação de questões envolvendo cinco contas não pareceu problemática para estas duas crianças. Algumas vezes mentalmente (situações aditivas), outras utilizando os dedos das mãos, por sugestão da investigadora (situações subtractivas) responderam a todas as questões colocadas.

Vejamos alguns exemplos:

I: R, se eu te desse mais duas contas, com quantas ficavas?

R estica as mãos, abre todos os dedos de uma mão, um dedo da outra mão, parece contar mentalmente, abre mais um dedo e mostra sorridente os sete dedos esticados.

I: Muito bem, R. Ficavas com sete contas. E tu, M, se me desse uma das tuas contas, com quantas ficavas?

M abre todos os dedos de uma das mão, olha-os, fecha um dedos e responde

M: Com 4.

I: Muito bem. E se M te desse a ti, R, mais duas contas, sabes com quantas é que ela ficava? Ela agora só tem 4, porque me deu uma a mim (realiza a acção), dava-te duas a ti, com quantas ficava?

R tenta realizar a acção, retirando duas contas.

I: Vamos ver se tu és capaz de responder sem mexeres nas contas. Tenta fazer com os dedos, como fizeste há bocado. Ela tem 4 contas, abre lá os teus dedos.

R abre 4 dedos, olha-os, fecha um e depois outros. Estica a mão com os dois dedos abertos.

I: Duas, muito bem R, M ficava com duas contas.

Com estas crianças não se trabalhou com o conjunto das dez contas. M não dominava a contagem oral até 10 (ver desempenho na tarefa 2) e R também não (de acordo com a opinião da educadora) mas, mesmo que conseguisse, dificilmente poderia responder apenas utilizando os dedos das mãos, uma vez que algumas respostas ultrapassariam o dez.

Finalizada a construção das pulseiras, procedeu-se do mesmo modo que nos outros jardins e elegeu-se a pulseira da sorte.

## **Síntese da tarefa:**

Através desta tarefa pretendia-se, por um lado, analisar e promover a capacidade das crianças estabelecerem relações numéricas e, por outro lado, analisar a emergência do sentido das operações de adição e subtração (retirar).

As coloridas contas de enfiamento encantaram as crianças que, com entusiasmo aderiram à proposta apresentada.

Os seus desempenhos revelaram que (contrariando as teorias piagetianas), mesmo as crianças não conservadoras, na sua grande maioria, entendem o sentido destas operações.

Enquanto o trabalho realizado se limitou a quantidades inferiores a cinco, quase todas as crianças responderam correctamente às questões colocadas, muitas delas evidenciando um bom conhecimento da estrutura numérica e das relações existentes entre os números que a constituem (conseguiram mesmo responder a questões do tipo  $n+2$  e  $n-2$ ). Os cálculos por elas evidenciados aproximam-se já do cálculo por estruturação, uma vez que os realizam sem recorrer à contagem um a um, apoiando-se em modelos (quase sempre os dedos das mãos). Não pareceu que existissem diferenças entre os desempenhos das crianças da mesma idade, dentro de um mesmo Jardim de Infância ou entre eles.

No entanto, quando o universo numérico considerado é alargado para 10, surgiram algumas dificuldades relacionadas com o cálculo mental, embora algumas crianças as tenham conseguido ultrapassar, recorrendo às mesmas estratégias anteriormente utilizadas (representação das situações apresentadas utilizando os dedos das mãos). Também neste caso, os desempenhos das crianças nos diferentes Jardins de Infância foi análogo, dentro da mesma faixa etária. No entanto, apenas as crianças de 5 anos conseguiram resolver os problemas colocados, embora, na maioria das vezes, com alguma orientação por parte da investigadora

As representações das crianças, mais uma vez reflectem as características dos desenhos nesta faixa etária, representando, acima de tudo a afectividade que estabeleceram com a tarefa, o que foi mais significativo.

Assim, para elas a elaboração de uma pulseira foi, por si só, o aspecto mais significativo:



Figura 33 – REGISTO DA TAREFA 7



Figura 34 – REGISTO DA TAREFA 7

No entanto, algumas crianças (as mais velhas) conseguem mostrar como o número de contas foi importante, desenhando exactamente 10 contas,



ou chegando mesmo a numerá-las, para melhor compreensão de que, de facto, só se podiam utilizar 10 contas.

As representações seguintes (de duas crianças de cinco anos) são elucidativas:



Figura 35 – REGISTO DA TAREFA 7



Figura 36 – REGISTO DA TAREFA 7

## 9 - 8ª tarefa: “Os dominós”

CATARINA 6008106103  
ESTABELECIMENTO DE REGRAS - JOGO DO DOMINÓ



Figura 37 – REGISTO DA TAREFA 8

Subjacente a esta tarefa estava a construção de relações numéricas, bem como a emergência das operações (adição e subtração). A tarefa pode considerar-se a um nível que exige mais que a tarefa anterior (de acordo com a definição de trajectória de aprendizagem), uma vez que embora as pintas das peças de dominó sejam visíveis (e concretas) não podem manusear-se (como acontecia com as contas, na tarefa anterior). Ao trabalharem com as peças do dominó, as crianças, se bem que tenham que raciocinar sem as manusear, têm-nas ali presentes, as pintas estão visíveis, facilitando os raciocínios. Por outro lado, e apesar de semelhanças entre o material utilizado nesta tarefa e as cartas usadas na 4ª tarefa, os problemas propostos com esta nova tarefa exigem capacidades de um nível superior aos anteriores relacionando-se com a utilização, por vezes de modo abstracto, do sentido que as crianças desenvolveram relativamente às operações de adição e subtração.

Como habitualmente as crianças reagiram com entusiasmo à proposta apresentada.

A grande maioria das crianças, em qualquer dos três Jardins-de-infância, estava habituada a jogar ao dominó no jardim (dominós com animais, dominós de figuras geométricas, etc), mas não com um dominó de pintas. No entanto, não foi novidade para a maioria, pois conheciam-no de ver, em casa, pais, irmãos ou avós jogando. Curiosamente, nenhuma criança disse já o ter jogado.

As crianças realizaram a tarefa em grupos de 4, embora algumas das propostas fossem realizadas a pares ou individualmente .

Numa primeira abordagem as crianças jogaram livremente. Conheciam as regras gerais do dominó a que estavam habituadas a jogar e, facilmente, deduziram qual seria o processo de encadeamento das peças. As crianças que não o conseguiram foram ajudadas pelos colegas que lhes indicavam que tinham seleccionado uma peça errada e lhes explicavam os procedimentos a adoptar para jogar correctamente. A observação que foi feita das crianças nesta situação de jogo livre, permitiu verificar que poucas procediam à contagem das pintas dos lados das peças de dominó disponíveis para serem acrescentadas. Tal como acontecera quando, na tarefa 4, lançavam o dado, a maioria das crianças identificou, por subitizing, o total de pintas (para valores superiores a quatro, muitas procederam à contagem) de cada um dos lados das peças.

Após este primeiro contacto com o jogo e as respectivas peças, as crianças passaram a jogar a pares, tendo sido disponibilizado um jogo para cada par de crianças.

## Descrição da tarefa

### Jardim-de-Infância A



Figura 38 – REGISTO DA TAREFA 8

Como habitualmente a tarefa realizou-se ao início da manhã. Neste Jardim-de-infância, inserido num meio rural, as crianças estavam muito habituadas a verem pais e avós a jogarem o dominó de pintas. No entanto, nenhuma, ainda, experimentara jogar.

As crianças iniciaram a tarefa jogando livremente, numa mistura das regras tradicionais e de outras, por elas criadas.

Algumas crianças de três anos apenas se limitaram a este jogo livre uma vez que não se mostraram interessadas nem disponíveis para realizarem as actividades propostas pela investigadora.

As mais velhas (e mesmo algumas com três anos) responderam ao proposto e após o jogo livre, foi pedido a cada par de crianças que uma seleccionasse as peças cujo total de pintas perfazia 6 e a outra, as peças de total de pintas 7 (ou 5).

As crianças fizeram-no animadamente mas, curiosamente, seleccionavam aleatoriamente e sem qualquer critério uma peça, e contavam todas as pintas.

Uma vez que estas mesmas crianças tinham evidenciado, em tarefas anteriores (tarefa das cartas com pintas), reconhecer o total de pintas de um dado apenas observando a sua mancha gráfica e sem necessidade de proceder à contagem (fazendo subitizing), esperava-se que, nesta situação, em que as pintas de cada um dos lados das peças de um dominó obedecem à mesma mancha gráfica, fizessem o mesmo, aliás, porque o tinham feito quando inicialmente jogaram livremente.

Porém, não foi o que aconteceu. As crianças seleccionaram sem qualquer critério uma peça e contaram todas as pintas sem identificarem, por subitizing, o total de pintas de um dos lados da peça.

D procurava uma peça com 5 pintas. Agarrou na peça (3,6) e começou a contar as pintas, iniciando a contagem pelo lado da peça que tinha 3 pintas

D: 1,2

I: Precisavas de contar as pintas desse lado? Não sabes quantas são?

D: São três mas eu quero contar assim. 1,2,3,4,5,6,7,8,9, não serve

Como se percebe, esta criança, apesar de conseguir fazer subitizing de três, nesta situação em que são utilizadas as peças do dominó, não o faz, optando por contar todas as pintas uma a uma. De facto, a presença simultânea de duas manchas gráficas e a necessidade de trabalhar com ambas, em simultâneo, parece impedi-la de visualizar apenas uma delas levando-a a utilizar um procedimento que, em outras situações (cartas com pintas) já ultrapassara. Apenas uma criança procedeu de modo diferente, fazendo sempre subitizing das pintas de um dos lados da peça, e prosseguindo a contagem a partir daí:

T procurava as peças cujo total era 6

Seleccionou um peça ao acaso e, depois de a observar, rejeitou-a sem que fosse visível que tivesse contado as pintas

I: Porque é que largaste aquela peça?

T: Não servia

I: Como é que sabes? Não te vi a contar as pintas!

T: Não é preciso, não vês que são só 3?

Seguidamente agarra numa peça com mais pintas (5,4). Conta as 4 pintas apontando-as com o dedo e rejeita a peça

I: Essa também não serve?  
T: Não  
I: Contaste bem?  
T: Não é preciso contar. Aqui são 5, para dar 6 daqui (apontando o outro lado) só podia estar uma e estão mais  
I: Ah! Já percebi

Curiosamente, com outras crianças, quando o total pedido era igualmente de 6 pintas, esta situação não obsteu a que as crianças seleccionassem peças em que de um dos lados estivessem 6 pintas e do outro as mesmas 6 ou 5 e contassem uma a uma todas as pintas mostrando, claramente, que a mancha gráfica não exercia qualquer influência nos seus procedimentos.

L procurava uma peça com 6 pintas. Agarra na peça (6,3) e conta as pintas começando pelo lado que tinha 6 pintas  
L: 1,2,3...  
I: Não sabes quantas pintas estão desse lado?  
L: Sei, são 6, mas tenho que contar todas  
I: Mas quantas pintas é que têm que ter as peças que estás a procurar?  
L: 6  
I: Então e essa peça que tem 6 pintas de um lado e também tem pintas do outro lado, pode servir?  
L. Não sei, estou a contar

Nesta situação, L, apesar de ter conseguido identificar a mancha gráfica de um dos lados da peça (embora apenas quando solicitado), não teve em conta este aspecto e contou todas as pintas. Ficou a sensação de que a existência de dois conjuntos de pintas fez com que, para L, a identificação da mancha gráfica se tornasse irrelevante.

No mesmo sentido, esperava-se que as crianças, ao identificarem a mancha gráfica de um dos lados do dominó, continuassem, a partir daí, a contagem das pintas do outro lado, desenvolvendo, assim, as suas capacidades de contagem a partir de certa ordem. Uma vez que não fizeram subitizing, consequentemente não contaram a partir de certa ordem. Assim, e como não conseguiram definir critérios para seleccionar as peças, as crianças (principalmente as mais novas) tiveram alguma ajuda para proceder a essa selecção (disfarçadamente, a investigadora aproximava da criança as peças

procuradas), de modo a não se sentirem desmotivadas, uma vez que o processo se tornou bastante moroso.

A proposta seguinte consistia em, a partir das peças que totalizavam o mesmo número de pintas, tentar descobrir o número de pintas de um dos lados de uma das peças, quando apenas estava visível a outra parte. Para facilitar, começou-se por esconder apenas uma pinta (por exemplo, quando o total era 6, na peça (5,1) escondia-se o lado que tinha uma pinta e mostrava-se o lado que tinha 5 pintas). Após se perguntar às crianças qual o total de pintas de todas as peças que tinham sido seleccionadas, era-lhes pedido que descobrissem qual o número de pintas que existia do lado não visível

Dadas as dificuldades até aí evidenciadas, apenas as mais velhas (cinco anos) jogaram. No entanto, as dificuldades em dar resposta mantiveram-se. Embora tivessem parecido ter compreendido a exemplificação que fora feita, a grande maioria das crianças precisou de alguma ajuda para responder e algumas nem mesmo assim conseguiram responder.

I: Temos aqui todas as peças do dominó que têm 7 pintas. Deste lado desta peça estão 6 pintas e do outro lado 1 pinta. 6 pintas mais uma pinta são 7 pintas. Agora se escondermos esta peça e só ficar esta parte à mostra que tem 5 pintas, do outro lado quantas pintas estão?

L: (silêncio)...1

I: Se estivesse uma pinta, as 5 que estão escondidas, mais 1 pinta, quantas dava? 5 pintas mais uma pinta, quantas são?

L: 6

I: Pois é, mas nós não queremos 6, queremos 7, quantas faltam?

L: Uma

I: Então do lado que está escondido não está só uma pinta, estão quantas?

L: Duas

I: Muito bem!

A partir deste momento, mesmo estas crianças mais velhas começaram a evidenciar alguma impaciência e desinteresse pelo jogo, pelo que se optou por terminar a tarefa propondo que, duas a duas jogassem de acordo com as regras tradicionais. Todas responderam positivamente e jogaram sem que se verificassem erros nas jogadas, demonstrando bom conhecimento das regras do jogo. Curiosamente, agora, e uma vez que, para jogarem correctamente, as crianças apenas tinham que ter em conta uma das partes das peças (aquela que, estando nos extremos, não estava ligada a nenhuma outra) não

procederam à contagem das pintas, realizando subitizing com a mesma facilidade com que o tinham feito quando, no início da tarefa também tinham jogado livremente.

As mais novas, fundamentalmente as de três anos, foram ajudadas pelo seu par de jogo, tendo sido pedido que quando fossem ajudadas, o colega teria que explicar o porquê da selecção de determinada peça.



Figura 39 – REGISTO DA TAREFA 8



## Jardim-de-Infância B

Também neste Jardim-de-Infância a tarefa se realizou de manhã. O desenvolvimento da tarefa foi muito semelhante ao que acontecera no jardim A, o que não é de estranhar uma vez que os contextos se aproximam (ambos os jardins de infância se inserem em meios rurais e o grupo de crianças é heterogéneo em termos etários).

As crianças conheciam o jogo, por verem familiares mais velhos jogá-lo, e sabiam as regras pois tinham na sala dominós, embora não fossem dominós de pintas. Assim, ao iniciarem a tarefa jogando livremente, de acordo com as regras habituais, fizeram-no sem dificuldade, embora fosse visível que não foi de imediato que identificaram o número de pintas de que necessitavam, demonstrando mais dificuldade em realizar subitizing do que acontecera no Jardim-de-Infância A

Quando, seguidamente, as crianças mais velhas (apenas estas) se juntaram a pares e foi pedido a cada par que identificasse as peças cujo total perfazia 5, 6 ou 7, a situação vivida foi novamente equivalente ao que se passara no Jardim A. Assim, nenhuma criança fez subitizing do número de pintas de um dos lados do dado, optando, todas, por contar as pintas uma a uma. Também aqui se deu o mesmo tipo de ajuda (sem que as crianças se apercebessem), para que a tarefa não se tornasse demasiado morosa. Ao verificarmos, mais uma vez, esta situação de total ausência de subitizing, procurou-se analisar melhor o que se passava.

A.R. (uma criança que no jogo das cartas com pintas fizera subitizing quando o total era inferior a 5) seleccionou uma peça com 7 pintas e contou-as um a um

I: Precisas de contar estas pintas (mostra apenas o lado com 3 pintas) para saberes quantas são?

A.R. : Sim

I: De certeza? Só a olhar não consegues dizer quantas são?

A.R. : São 3 mas eu gosto mais de contar

Parece poder dizer-se que a alteração de apenas uma imagem (face de um dado) para duas (dois lados de uma peça de dominó) origina dificuldades provocadas pela incapacidade de as crianças visualizarem cada um dos lados da peça de dominó individualmente. Olham para a peça como um todo, não

sendo capazes de a ver como que dividida em duas partes que podem ser analisadas individualmente.

A proposta seguinte (a partir do conjunto de peças que totalizavam o mesmo número de pintas, questionar sobre o número de pintas de um dos lados, apenas estando visível o outro lado), também foi difícil. Muitas crianças foram dando respostas ao acaso, na tentativa de alguma ser a correcta. Poucas foram as crianças em que foi visível um esforço no sentido de definir estratégias que permitissem dar resposta ao solicitado, como foi o caso de M.I.

M.I. tinha seleccionado as peças cujo total de pintas era 8  
Na peça (6,2) escondeu-se o lado com duas peças  
I: As tuas peças têm todas quantas pintas?  
M.I.: 8  
I: 8 pintas, então vê lá se consegues descobrir quantas são as pintas que estão do lado que está escondido. Aqui, estão quantas pintas?  
M.I.: 1,2,3,4,5,6. Estão 6  
I: Como ao todo são 8, quantas estão tapadas?  
M.I.: 6  
I vai buscar a peça (6,6)  
I: Se do outro lado estivessem 6 pintas, a peça era igual a esta, 6 de um lado e 6 do outro lado. Ao todo tínhamos 8 pintas?  
M.I.: Não, são mais  
I: Pois são, esta peça tem 12 pintas. Então vamos lá ver se consegues descobrir quantas pintas estão tapadas. Já sabemos que não podem ser 6!  
M.I. É uma  
I: Vamos ver (selecciona a peça (6,1)). Se fosse uma era uma peça como esta, seis de um lado e uma do outro. São 8 pintas?  
M.I. Não, são 7  
I: Então quantas pintas estão escondidas?  
Silêncio  
I: Se fosse uma, tínhamos 7 pintas, como queremos 8 pintas, têm que ser mais quantas?  
M.I.: mais 2  
I: Muito bem. 6 pintas de um lado, mais 2 pintas do outro são 8 pintas. Vamos destapar a peça toda para ver se temos razão  
M.I. (retirando a peça): São 2

Seguidamente as crianças jogaram o dominó com as regras habituais referindo-se que deveriam ajudar o parceiro sempre que este tivesse dificuldade e que essa ajuda deveria ser dada explicando porque é que se podia jogar uma peça e não se podia jogar outra, em vez de simplesmente se lhe indicar uma peça passível de ser jogada.

Mais uma vez, tal como no Jardim-de-Infância A, as crianças voltaram a fazer subitizing do número de pintas dos lados das peças de dominó que deviam ter em conta para jogar, reforçando a ideia da incapacidade das crianças em visualizarem apenas um dos lados das peças, quando têm que trabalhar com o total de pintas das peças.



Figura 40 – REGISTO DA TAREFA 8

## Jardim-de-Infância C

Uma vez que neste Jardim-de-Infância a quase totalidade das crianças tinha 5 anos, esperava-se um comportamento diferente na realização desta tarefa. Fundamentalmente, esperava-se que as crianças voltassem a realizar subitizing, tal como o tinham feito na tarefa “Cartas com pintas”, permitindo verificar se competências como “contar a partir de certa ordem” eram utilizadas.

Os procedimentos utilizados para a introdução da tarefa foram semelhantes aos utilizados nos outros dois Jardins-de-Infância. Também aqui, havia crianças que não conheciam o dominó de pintas, apesar de conhecerem o jogo e estarem habituadas a jogar com os que havia na sala ou em suas casas (dominós de animais, de cores, etc).

Ao jogarem inicialmente de forma livre, as crianças realizaram, sem qualquer tipo de dificuldade, subitizing da metade das peças a utilizar em cada jogada, independentemente do número de pintas, verificando-se que com facilidade transferiram as regras que habitualmente usavam para este novo contexto.

Seguidamente, as crianças formaram pares e cada uma seleccionou, de entre as peças do dominó, as que totalizavam 5,6 ou 7.

Curiosamente, e apesar de, na generalidade, as crianças deste Jardim-de-Infância serem mais velhas que as dos outros, as dificuldades foram semelhantes. Também aqui, crianças que anteriormente tinham evidenciado uma boa capacidade de subitizing, neste novo contexto não o fizeram, devido, pressupõe-se, aos motivos referidos anteriormente. No entanto, apesar de a maioria das crianças contar uma a uma as pintas de cada peça, houve crianças que não o fizeram:

R procurava peças com 7 pintas. Agarrou na peça (5,4) e contou apenas a partir de 5

R: 5,...6,7,8,9. Não serve

I: Não percebi como é que contaste!

R: Aqui são 5. É 5, 6,7,8,9

I: Como é que sabes que são 5 deste lado?

R: Olhei e vi

Foram, também, muito poucas as crianças que conseguiram determinar o número de pintas escondidas. A grande maioria procedeu de modo análogo

ao descrito nos outros dois Jardins-de-Infância. Vejamos o procedimento de uma das crianças que conseguiu responder à questão

De entre as peças com total de pintas 7, na peça (5,2) tapara-se o lado com 2 pintas

I: Sabes quantas pintas estão escondidas nesta peça, J?

J: Não vi, qual é a peça!

I: Está bem, não viste, mas sabes que todas as tuas peças têm 7 pintas. Se estão 5 aqui à mostra, quantas estão escondidas?

J: Ah! Já percebi. Deixa ver...5...5...5 (olha para as mãos e vai abrindo os dedos), 6, 7. Duas, duas pintas

I: Muito bem

Tentou-se, então, que J resolvesse ao problema, agora utilizando a peça (6,1) e tapando o lado com 6 pintas

I: E nesta peça, J, quantas pintas estão escondidas?

J utiliza um procedimento análogo.

J: Uma. Agora 2,3,4,5,6,7 (vai abrindo um dedo por cada palavra dita).

J olha os dedos abertos

J: 6

I: Boa!

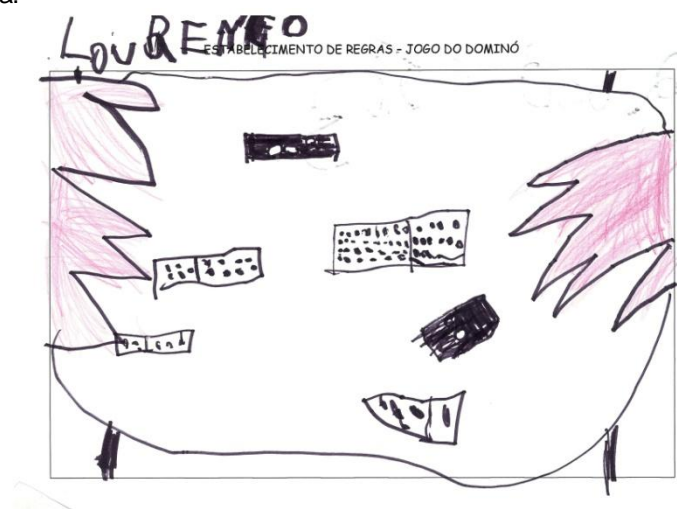


Figura 41 – REGISTO DA TAREFA 8

Tal como nos outros Jardins-de-Infância, as crianças terminaram a tarefa jogando, a pares, de forma tradicional e voltando, todas, a realizar subitizing do total de pintas de um dos lados das peças.

As duas crianças de três anos, apenas jogaram livremente.

## **Síntese da tarefa:**

Esta terá sido a tarefa que menos entusiasmou as crianças.

De facto, embora inicialmente tivessem mostrado alguma curiosidade com o jogo, rapidamente começaram a mostrar-se desmotivados, desatentos e pouco interessados em responder às propostas apresentadas. Uma vez que esta situação se verificou em todos os Jardins-de-infância, parece poder dizer-se que o problema não foram as crianças, ou qualquer situação acontecida nas diferentes salas, mas a tarefa em si.

Reflectindo sobre o que aconteceu, podemos dizer que a tarefa, embora apelando a capacidades e conhecimentos que, à partida, as crianças dominavam (contagem de objectos, capacidade de subitizing e outras relações numéricas, emergência das operações) e estar apoiada num material que se pensava ser familiar às crianças (peças de dominó com evidentes semelhanças a um dado de pontos), não permitiu a exploração desejada. Na realidade, as atitudes das crianças perante esta tarefa, realçam bem a importância do contexto no qual surgem os problemas e como esse mesmo contexto pode facilitar (ou dificultar) o desenvolvimento das competências numéricas das crianças. De facto, depois de as crianças terem respondido tão positivamente a todas as propostas da tarefa “Cartas com pintas” onde lidaram com representações muito próximas das peças do dominó (dados e cartas com pintas dispostas como nas peças de dominó) era de esperar que as capacidades e conhecimentos revelados nessa tarefa fossem mobilizados e transferidos para estas propostas. Não foi o que aconteceu, uma vez que crianças que através de subitizing tinham conseguido identificar o total de pintas de cartas e de dados, aqui, numa situação com muitas afinidades, não o fizeram. O facto de na peça de dominó as pintas aparecerem duplamente foi constrangedor para as crianças que agora sentiram a necessidade de as contar para determinarem o total (ao invés do que anteriormente tinha acontecido). Nesta tarefa, praticamente todas as crianças contaram as pintas uma a uma sempre a partir da unidade, sem mostrarem realizar subitizing e, conseqüentemente, sem contarem a partir de certa ordem (total de pintas de uma parte da peça de dominó). No entanto, quando o objecto de análise era apenas um dos lados da peça (e não a peça no seu todo), as crianças voltaram

a fazer subitizing, evidenciando a dificuldade que é introduzida quando, em vez de apenas uma mancha gráfica, as crianças têm que analisar duas manchas em simultâneo.

O que aconteceu durante a implementação desta tarefa vem reforçar a ideia de que o desenvolvimento das competências numéricas das crianças se processam em espiral, que não podemos definir qualquer linearidade nesse desenvolvimento, mostrando que competências que parecem estar adquiridas num determinado contexto, num outro parecem não o estar o que nos permite dizer quão ténue e frágil é este processo de desenvolvimento e como é importante a criação de muitos e variados contextos que facilitem o desenvolvimento das mesmas competências. Na realidade, é interessante notar como a mudança (que nos parecia inconsequente) de um dado de pintas ou de apenas um dos lados de uma peça de dominó para toda uma peça de dominó provoca alterações tão visíveis em tão elevado número de crianças. Crianças que no jogo das cartas com pintas, perante dois dados de pintas, ao serem solicitadas a contarem o total de pintas, o fizeram identificando por subitizing o número de pintas de um dado e contando, a partir desse subtotal, as pintas do outro dado, aqui, em que a única diferença era como se os dois dados estivessem colados um ao outro, não conseguem utilizar o mesmo procedimento, contando uma a uma todas as pintas da peça do dominó.

No entanto, apesar de tudo, esta tarefa permitiu verificar que algumas competências parecem estar consistentemente alicerçadas, nomeadamente aquelas que dizem respeito à contagem de objectos.

Por outro lado, as questões formuladas a partir do esconder de um dos lados de um peça, foram, igualmente, difíceis para a maioria das crianças. Parece-nos, no entanto que, nesta situação, o problema principal tem a ver com o facto de a operação subjacente às questões ser a subtracção (mais complexa que a adição) no seu sentido de completar (também um dos mais complexos sentidos da subtracção).

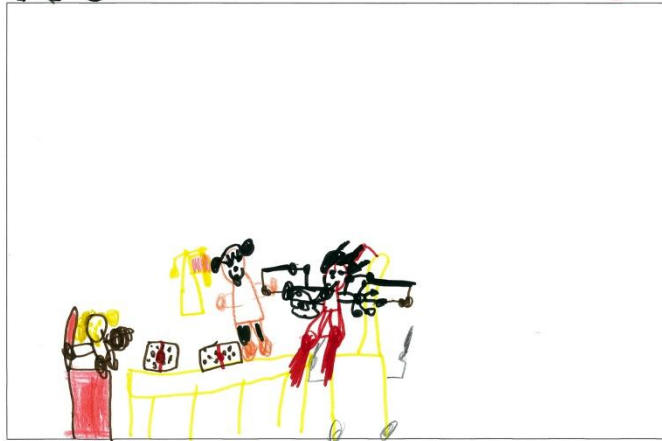


Figura 42 – REGISTO DA TAREFA 8

Os desenhos representativos desta tarefa revelam, mais uma vez, a afectividade que as crianças estabeleceram com a mesma. Assim, na maioria, as suas representações mostram as peças do dominó, a situação de jogo e, em algumas, a proposta de adivinhar a peça escondida.

Globalmente, podemos dizer que as diferenças entre os procedimentos utilizados pelas crianças no conjunto dos três Jardins-de-Infância, não foram relevantes. Na realidade, as diferenças encontradas justificam-se não tanto pela idade, mas mais pelo nível de desenvolvimento das crianças motivado, cremos, pelo contexto sócio-cultural em que se inserem as únicas duas crianças que responderam correctamente a todas as propostas apresentadas.



## 10 - 9ª tarefa: “O País dos números”



Figura 43 – REGISTO DA TAREFA 9

Através desta história (anexo ...) e das propostas de problemas nela apresentados, pretendeu-se analisar até que ponto as crianças conseguiam mobilizar e transferir conhecimentos desenvolvidos em contextos específicos (algumas das outras tarefas) e, também, analisar até que ponto a experiência e o tipo de interações proporcionadas ao longo de cinco meses teria promovido o desenvolvimento de competências numéricas. Por outro lado, pretendia-se confirmar se a análise que, ao longo do tempo, se tinha realizado relativamente às competências numéricas das crianças, tinha consistência e se comprovava.

Assim, foi pensada uma tarefa a propor em grande grupo que consistia em, ao longo da leitura de uma história propositadamente criada para o efeito, proporcionar situações problemáticas que as crianças teriam que resolver, apelando aos seus conhecimentos numéricos.

## Descrição da tarefa

### Jardim-de-Infância A

A tarefa, ao ser apresentada como uma história construída pela investigadora, entusiasmou as crianças que, como habitualmente faziam quando ouviam histórias, se dirigiram à manta e se sentaram nas respectivas almofadas.

A primeira proposta abordava o conceito de par (brincar e/ou trabalhar a pares), tendo-se questionado as crianças sobre o seu significado. Estas não se manifestaram, parecendo não estarem muito seguras do significado. Foi M, uma criança de 4 anos quem primeiro se pronunciou:

M: É brincar dois a dois, eu com outro menino

Os colegas mais velhos, que até aí se tinham mantido calados, manifestaram-se:

- Pois é, é um com o outro

De modo a verificar se todos tinham compreendido, foi colocada a questão:

I: Então vamos lá explicar a todos o que é um par

D: São dois, (mostrando os dedos)

T: É ele e ele (apontando e juntando duas crianças)

Seguidamente, à semelhança do que acontecia com os meninos da história, a cada menino foi atribuído um número (apenas entre 1 e 5) sendo-lhe entregue um pequeno cartão com o respectivo número representado através do seu numeral. Às crianças foi então solicitado que dissessem o seu novo nome (número atribuído seguido do apelido) o que originou algumas risadas.

A proposta seguinte pedia às crianças que se juntassem a pares e, em seguida, determinassem o total resultante da adição do número de cada

elemento de cada par. Algumas crianças (as mais velhas) facilmente identificaram o total do par que formavam, realizando a operação mentalmente:

R: A nós dá 6  
I: Como é que sabem?  
R: 3 mais 3 é 6  
T: Nós é 4, é 2 mais 2

No entanto, a maioria das crianças demorou mais tempo a dar a resposta. Perante as dificuldades sentidas, a investigadora sugeriu que, se quisessem, podiam utilizar os dedos das mãos para ajudar. As crianças aceitaram a sugestão conseguindo, então, identificar o total que tinha sido solicitado. A maioria representou o seu número através dos dedos, contando, um a um, os dedos esticados pelas duas crianças.

I: J e L quanto é que deu?  
J: 8  
I: Digam-me lá como é que fizeram para descobrir  
L: Olha (abre 3 dedos) agora tu (J abre uma mão) é 1,2,3,4,5,6,7,8 (conta um os dedos esticados por ele e pelo colega)  
I: Boa!

Houve ainda algumas crianças que utilizaram uma mão para representar um dos números e, depois, contar, a partir daí, o outro número

I: E vocês como é que descobriram?  
L: Eu tenho 4 e o A 3. É 4, ...5,6,7 (vai abrindo um dedo de cada vez que diz um número). É 7  
I: Muito bem

Algumas crianças mais novas juntaram-se a mais velhas as quais lideraram os procedimentos realizados para dar resposta ao pedido. A atenção da educadora levou-os a compreenderem a necessidade de explicarem aos colegas esse procedimento:

E: T tens que explicar à M para ela perceber  
T (dirigindo-se a M): O teu número é o 2 (abre dois dedos) e o meu é o 3 (abre 3 dedos da outra mão). Agora conta os dedos todos  
M: 1,2,3,4,5  
T: São 5 estás a ver?

A proposta seguinte pedia que as crianças se juntassem aos pares, de forma a que o total dos números que tinham nos respectivos cartões (a cada criança tinha sido distribuído um cartão numerado de 1 a 5) fosse 6.

Uma vez que esta situação era mais complexa que a anterior pois apelava à subtração (completar) enquanto que a anterior dizia respeito à adição, sentiu-se a necessidade de explicitar bem o que se pretendia:

I: Os meninos juntaram-se aos pares como quiseram e já todos os pares sabem quanto é o seu total, mas os meninos da história tinham-se juntado aos pares de maneira diferente, tinham-se juntado de modo a que cada par junto fizesse 6, lembram-se?

Crianças (em coro): Sim!

I: Então agora os meninos vão-se juntar outra vez aos pares mas agora vão ser pares diferentes, quando se juntarem, o número de um menino mais o número do outro menino, tem que dar 6. Ora vamos lá ver, o Tomás tem um 5, o Ruben tem um 2, quando juntamos os dois, que número é que dá?

T: 5,...6,7 (utiliza os dedos das mãos)

I: Os outros meninos concordam?

Crianças: Sim.

I: Mas não é 7 que nós agora queremos, pois não? É 6. O Tomás tem 5, quantos faltam para dar 6, que é o que se quer?

R: 1

I: Então tem que vir para o pé do Tomás um menino com que número?

Crianças (em coro): 1

I: Há algum menino com o número 1?

P: Eu

I: Muito bem, já está formado um par, Vamos ver se está bem?

T: Está bem porque 5 mais 1 é 6 que era o que queríamos

I: Então agora todos os meninos vão encontrar o seu par e já sabem que juntando os números dos dois meninos temos que ter 6

As crianças foram tentando encontrar o seu par mas, todos ao mesmo tempo, foi demasiado confuso verificando-se que as crianças mais novas ficaram paradas uma vez que, sem algum apoio, não conseguiam resolver o problema. Assim, uma a uma, as crianças foram sendo seleccionadas e, depois de identificarem, em grande grupo, o número que faltava a cada uma delas, uma criança que possuísse esse número juntava-se à primeira, formando um par com o total solicitado (6).

Convém notar que a distribuição dos cartões com os números tinha sido feita de modo a que não ficasse nenhuma criança sem par

E: Agora é a A, qual é o teu número?  
A: 4  
E: Então quanto é que te falta para teres 6?  
A estica 4 dedos de uma mão, e vai abrindo mais dedos à medida que conta a partir de 4  
A: 4 ... 5,6 ... faltam 2 (olhando para os dedos)  
E: Muito bem. Quem é que tem um número 2?  
R: Eu tenho (mostra o seu cartão ao mesmo tempo que se junta a A)  
E: E tu, S, que número tens?  
S: O 2  
E: Então que número tem que ter o menino que se vai juntar a ti?  
S estica dois dedos, estica mais um, olha e pensa  
S: Não sei  
E: Alguém consegue ajudar a S?  
B: É o 4 que é o meu número?  
E: Como é que descobriste B?  
B: Eu já sabia que me faltavam 2. Tinha 4 , 5,6, são dois. S tem 2, serve para eu fazer o par  
E: Muito bem pensado. Os meninos estão a perceber que se juntarmos o B com a S vai dar 6?  
Crianças: Sim !...

Todavia, B é uma das crianças mais velhas e a sua explicação pareceu-nos demasiado complexa para que os mais novos compreendessem. Assim, procurou-se ajudar essas crianças, clarificando a explicação de B

I: Vamos lá ver se conseguimos todos perceber porque é que S se pode juntar a B. Que número és tu, S?  
S: 2  
I: Ora nós queremos que quando a S se juntar com outro menino, os dois juntos formem que número?  
Crianças (em coro): 6!...  
I: 6, muito bem. S, mostra lá 6 com os teus dedos, consegues?  
S: Sim.  
S vai abrindo os dedos um a um à medida que conta até 6.  
I: Temos aqui os 6 dedos da S, estão a ver? 6 é o que nós queremos, não é? A S é o número dois, são estes dois dedos, está bem (mostra dois dedos de S)? Então se S é como se fosse estes dois dedos, o menino que se vai juntar a ela tem que ter que número?  
Crianças (algumas): 4  
I: Porquê?  
D: Porque são 4 dedos que sobram  
I: Isso mesmo, muito bem!

Apesar desta intervenção ter facilitado a compreensão da estratégia seguida, por parte de muitas crianças, houve crianças (maioritariamente as mais novas) que tiveram que ser ajudadas e não ficou a certeza de que, na realidade, tenham compreendido bem os procedimentos utilizados.

Para a implementação da proposta seguinte (ver história) levou-se uma balança de pratos que procurava simular o balancé. Foram, também construídos cartões com os números de 1 a 6 em dimensões grandes para que todas as crianças vissem quais os números que estavam em cada um dos pratos da balança. Primeiramente, aquando da leitura do correspondente trecho da história, a investigadora tentou clarificar às crianças como é que os meninos do País dos Números andavam no balancé:

I: Por exemplo, imaginem que o menino 4 se sentava deste lado do balancé e do outro lado se sentava um menino 3. Assim o balancé não subia e descia, tinha que estar também 4 do outro lado. Já lá estava o menino 3, tinha que ir para o pé dele um menino com que número?

R: Com o número 1

I: Porquê R?

R: Porque 3 mais 1 dá 4 e assim já fica igual

A acção é realizada pela investigadora, colocando o número 1 no prato devido e mostrando os números de cada um dos pratos, para que as crianças visualisassem bem

I: Mas se do outro lado estivesse um menino 2, que menino é que tinha que ir para o pé dele (exemplifica com os cartões)?

C: 2, 2 mais 2 é 4

I: Muito bem, e se estivesse um menino com o número 1?

As crianças demoram mais tempo a responder

P: Era um menino com o 3

I: Diz lá aos meninos porquê

P: 3 (mostra 3 dedos) mais 1 (mostra mais 1 dedo) dá 4.

I: Muito bem. Encontrámos muitas maneiras de juntar os meninos para dar 4. Pode ser 3 mais 1, pode ser 2 mais 2.

Então agora vamos nós andar no balancé.

Seguidamente cada criança coloca o seu número de um dos lados do balancé e, em conjunto, o grupo indica possibilidades de números para o outro prato, até todas as crianças terem participado.

I: Agora és tu L, que número tens?

L: O 5

I: Então vamos pôr-te deste lado da balança (coloca um cartão com o número 5 de um dos lados da balança). Que meninos é que têm que ir para o outro lado do balancé para poderem subir e descer?

S: Pode ser outro 5

I: Pois pode, 5 de um lado e 5 do outro, fica igual, pode ser. Quem me diz outra maneira?

T: O 4 e o 1

I. Vamos ver (coloca os números na balança). Está igual dos dois lados?  
T: Sim. 4 mais um é 5.  
I: Concordam?  
Crianças (em coro): Sim!  
I: Quem diz outra maneira?  
D: 3 e 3  
I (colocando os cartões na balança): todos concordam?  
R: Sim!  
T: Não  
I: Explica lá porque é que não concordas, T.  
T: 3 mais 3 são 6.  
I: Pois, mas tens que explicar aos meninos, para todos perceberem  
T: 3 (estica 3 dedos de uma mão) mais 3 (estica três dedos da outra mão) são 6  
I: Vamos ver se todos concordam, vamos contar os dedos todos  
Crianças (em coro): 1,2,3,4,5,6  
I: Pois é, são 6 e nós queríamos 5. 3 mais 3 não serve. Têm que arranjar outra maneira  
R: 3 e 2. É 3, 4,5 (conta a partir de 3)  
I: Faz com os teus dedos para todos os meninos perceberem bem  
R (abre 3 dedos e depois mais dois contando um a um): 3, 4, 5 (mostra a mão com os dedos todos abertos)

As crianças evidenciaram uma boa capacidade de estabelecer relações numéricas, conhecendo bem a estrutura da sequência numérica. O apoio dos dedos das mãos revelou-se um bom apoio para a explicitação e compreensão dos raciocínios.

Na continuação da leitura da história, surge o momento de comer a sopa introduzindo duas colheres de cada vez e contando quantas colheres de sopa se iam comendo (contagem dois a dois). A contagem dois a dois não foi objecto de trabalho ao longo desta cadeia de tarefas. Porém, as competências reveladas por muitas das crianças, levaram a pensar-se que teriam capacidade de o fazer.

Assim, utilizando pequenas colheres, simulou-se a situação de comer 12 colheres de sopa, duas a duas. Com as crianças sentadas em círculo, uma a uma todas foram contando de dois em dois. Apenas as crianças de três anos tiveram dificuldade sendo, então, ajudadas pelos colegas.

A última proposta foi, a priori, considerada, quer pela investigadora, quer pela educadora, um grande desafio para as crianças, uma vez que envolvia uma situação de divisão, entendida como medida (distribuir as crianças por mesas em que, em cada uma, se podiam sentar apenas 5 crianças). As

crianças não conseguiram resolver o problema, tendo sido ajudadas pela educadora:

I: Nas mesas em que os meninos comiam no Jardim-de-Infância “Os números sabichões” cabiam 5 meninos em cada mesa. Se fossem vocês e comer em mesas dessas, quantas mesas é que eram precisas para todos se sentarem?

As crianças começaram a dar respostas aleatórias, sem terem por trás qualquer reflexão, tentando acertar ao acaso. Foi então que a educadora interveio

E: Vamos fazer grupos com 5 meninos, fingir que estão sentados nas mesas e ver quantos grupos é que fazemos.

A educadora ajuda então as crianças a formarem grupos de cinco, solicitando a cada grupo que confirmasse que estavam realmente cinco crianças em cada grupo

E: Já temos os meninos a formar grupos de 5 e é como se cada grupo estivesse numa mesa. De quantas mesas é que precisamos?

A maioria das crianças tinha compreendido os procedimentos realizados e foram muitas as crianças que responderam acertadamente

Crianças: 3 mesas mas nesta só ficam 3 meninos



Figura 44 – REGISTO DA TAREFA 9

A tarefa estava terminada. Foi então solicitado às crianças que fizessem um desenho representando a parte da história de que mais tinham gostado



## Jardim-de-Infância B

A tarefa foi realizada no início da manhã. As crianças encontravam-se sentadas na manta contando as novidades do dia. Como sempre se fazia aquando da chegada da investigadora, esta informou as crianças da tarefa que se iria realizar. As crianças ficaram entusiasmadas, pois tratava-se de uma tarefa diferente das já realizadas.

A investigadora iniciou a leitura da história e as crianças iam-se manifestando alegremente perante a novidade do contexto da mesma.

Aquando do conceito de par, a reacção das crianças sobre o que é trabalhar a pares foi semelhante ao que sucedera no Jardim-de-Infância A, embora mais crianças se lembrassem do termo, uma vez que era habitual, nas visitas ao exterior, irem a pares:

M.I.: É irem dois

J: Pois, é dois meninos juntos. É como nós vamos quando vamos sair

I: Estão a perceber ou é melhor eles explicarem melhor? Vamos todos fazer uma fila com os meninos aos pares?

Crianças (em coro): Sim!

As crianças levantaram-se e, rapidamente se juntaram dois a dois e formaram uma fila

J: Parece que vamos sair!

E: Pois é, mas não vamos

I: Vamos ficar assim em fila um bocadinho, só para ouvirem o que vai acontecer agora na história, está bem?

Seguidamente, e na continuação da história, a cada criança foi entregue um cartão com um número de 1 a 5, pedindo-se que cada par indicasse o total da soma dos números que lhes foram atribuídos

Tal como no Jardim A, algumas crianças deram a resposta rapidamente, parecendo usar procedimentos puramente mentais e recorrendo a factos numéricos conhecidos

J.A.: A nós dá 4

I: Como é que descobriram tão depressa?

J.A.: 2 e 2 são 4

In: E a nós dá 10

I: Porquê?

In: 5 mais 5 são 10

C: Nós é 6, 5 mais 1 são 6, olha (mostra uma mão com os dedos todos abertos e mais um dedo da outra mão)

Houve crianças que se sentiram confusas, sem conseguir responder. As intervenções quer da investigadora, quer da educadora, foram, também aqui, no sentido de utilizarem os dedos das mãos.

E: Está a ser difícil? Podem tentar ajudar com os dedos

A: Eu sou o 3 (mostra 3 dedos). Agora tu A.B.

A.B. estica 4 dedos

E: Então quantos dedos é que as duas meninas esticaram?

A.B. 1,2,3,4,5,6,7. São 7

Seguidamente foi explicado que os meninos da história se tinham juntado aos pares mas de modo diferente, de modo a totalizarem 6.

Tendo em conta o que se passara no Jardim A, a estratégia seguida foi a de, logo inicialmente, se seleccionarem as crianças uma a uma

I: F, que número és tu?

F: O 4

I: Então vamos ver se consegues descobrir qual tem que ser o número do menino que vai ser teu par para, juntando os números dos dois, dar 6. Tu já tens o 4, quantos é que faltam para teres 6?

F (pensando em voz alta): 4, ... (abre 4 dedos), 5 (abre mais 1), 6 (abre um dedo da outra mão)

F fica a olhar para os 6 dedos abertos parecendo não saber o que fazer

I: Estes 4 dedos (junta-os) são o teu número, o 4, quantos é que faltam para teres 6?

F: 2

I: Muito bem, todos os meninos estão a ver? O F. queria ter 6, são estes dedos todos, já tem 4, (junta novamente os 4 dedos de F) quantos faltam?

Crianças (em coro): 2!

I: Pois é. Então tem que vir fazer par com o F um menino com que número?

Crianças (em coro): 2!

As questões propostas relativamente ao balancé foram introduzidas do mesmo modo que no Jardim-de-Infância A e as soluções encontradas em

grande grupo, dando-se particular atenção às crianças que menos se manifestavam.

Procurou-se, tal como se fizera no Jardim-de-Infância A, que os números a introduzir no primeiro prato da balança fossem o quatro, o cinco ou o seis, de modo a propiciar várias combinações. No mesmo sentido, tentou-se que no outro prato da balança ficassem sempre números inferiores.

Num dos pratos, G tinha introduzido o seu número, o cinco

I: Então faz de conta que o G se tinha sentado num dos lados do balancé. A seguir vinha a C que se sentava do outro lado. Qual é o teu número C?

C: O 3

I: Então de um lado estava um menino 5 e do outro um menino 3, o balancé não balançava. Temos que pôr mais um menino ao lado da C. Tem que ser um menino com que número?

C: Com o 2

I: Como é que sabes?

C: 3,...4,5, (abrindo dois dedos, um de cada vez)

I: É isso mesmo. G é o número 5 (abre os dedos de uma mão) e a C o número 3 (abre 3 dedos da outra mão). Para ficarem iguais quantos dedos tenho que abrir?

F: Todos

I: Mas já estão 3 abertos, quantos faltam?

F: 2

I: Muito bem. E se agora, fosse à mesma o G deste lado, mas agora viesse o A, que tem o número 4, tinha ou não tinha que vir mais alguém para o lado dele?

L: Sim, um menino com o 1

F: Pois é. 4 mais um é 5

Apesar dos procedimentos destas crianças evidenciarem uma boa compreensão do que se pretendia, houve crianças, particularmente as de 3 anos, que não compreenderam estas propostas e, portanto, não participaram nestas discussões, tendo-se limitado a colocar o seu cartão no balancé por indicação dos colegas.

No seguimento da história, surge a contagem de dois em dois até 12.

As crianças, na sua generalidade conseguiram fazer este tipo de contagem. Novamente, as mais novas, que mostraram mais dificuldade, foram ajudados pelos colegas que foram contando em coro enquanto que elas se limitavam a imitar o abrir da boca para comer a sopa.

A divisão das crianças em grupos de 5, levantou muitas dificuldades e, também neste Jardim-de-Infância, a educadora ajudou as crianças.

E: Vamos fazer de conta que as nossas mesas são as mesas de almoço e para cada mesa vão 5 meninos  
As crianças deslocam-se para as diferentes mesas  
E: Não se esqueçam de ver se estão 5 meninos em cada mesa. Já está? Então quantas mesas são precisas?  
F: 1,2,3,4,5. São 5 mas aquela só tem 2  
E: Mas também temos que contar com ela, não é? O I e a M precisam de um lugar para comer

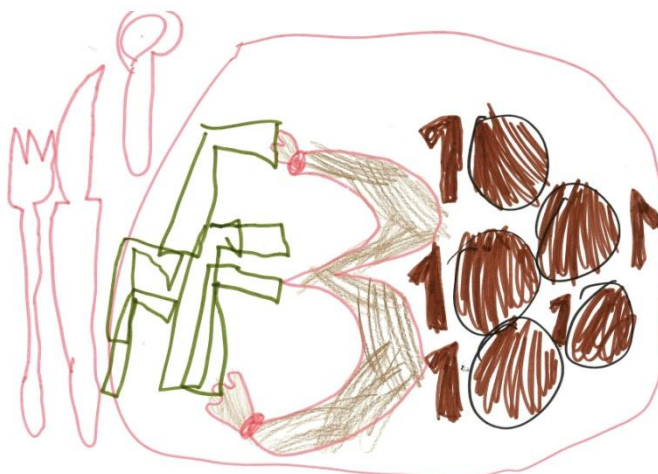


Figura 45 – REGISTO DA TAREFA 9

## Jardim-de-Infância C

Neste Jardim-de-Infância, a situação inicial de dificuldade relativamente ao que é um par apenas se verificou nas duas crianças de 3 anos. Assim, pediu-se às crianças mais velhas que tentassem explicar aos colegas o que é um par

R: É dois a dois

In: São duas coisas

M: Quando vamos sair vamos aos pares

I: S, forma um par com outro menino

S levanta-se e puxa J. Dão a mão uma à outra

S: Eu e a J somos um par

I: E se eu me juntasse a vocês (junta-se às crianças, dando a mão a uma delas) continuávamos a ser um par?

R: Não, assim são 3 e um par são só 2

I: Muito bem. Agora a M e o R vão-se levantar e formar um par como fez a S

R e M levantam-se, dirigem-se cada um a um colega, puxam-no e dão-lhe a mão

I: Muito bem, já todos percebemos o que é um par

Na continuação da história, a cada criança é entregue um cartão com um número, pedindo-se às crianças que se juntassem aos pares e indicassem o total de pontos obtidos somando os números de cada elemento do par.

Todas as crianças deram resposta com facilidade, muitas delas apenas mentalmente, não sendo visível qualquer apoio concreto. No entanto, algumas recorreram, por iniciativa própria, aos dedos das mãos. As duas crianças de 3 anos limitaram-se a aceitar as respostas dos respectivos pares.

A proposta seguinte (formar pares de total 6) foi compreendida pelas crianças. No entanto, embora quase todas soubessem qual o número da criança com quem teriam que se juntar, tiveram dificuldade em seleccionar um processo que lhes permitisse encontrar uma criança com o número que pretendiam. Algumas em voz alta, chamavam pelo número que precisavam, outras tentavam olhar para os cartões dos colegas, outras, ainda, não faziam qualquer tentativa. Ao gerar-se, assim, alguma confusão, decidiu-se utilizar o procedimento adoptado nos outros Jardins-de-Infância, tendo cada criança, à vez, chamado pelo número de que necessitava. As crianças de 3 anos limitaram-se a responder quando foi solicitado o seu número.

O episódio relacionado com o balancé, também não levantou problemas. No entanto, as duas crianças de três anos tiveram dificuldade, optando-se por chamá-las a colocarem os seus números num dos pratos da balança e deixando-as apenas a observar os procedimentos dos colegas e as explicações que davam para esses mesmos procedimentos.

Esta proposta relacionada com o balancé, permitia outras abordagens, que não tinham sido exploradas nos outros Jardins-de-Infância por nos parecer que não seria significativa para a grande maioria das crianças. No entanto, tendo em conta as capacidades que as crianças estavam a revelar, a investigadora propõe que duas crianças coloquem o seu número no mesmo prato da balança e que o grupo determine qual (ou quais) será o(s) número(s) que terá que se colocar no outro prato. Esta proposta apresentava uma maior complexidade, uma vez que havia a possibilidade de o total ultrapassar 6, pelo que teriam que se colocar duas cartas no outro prato. Nesta situação as crianças teriam que efectuar duas operações. Por um lado tinham que efectuar a composição (adição) de dois números para determinar o total e por outro lado a decomposição desse total segundo diferentes possibilidades.

Nem sempre as crianças o conseguiram fazer. Quando o total do primeiro prato era superior a 6, as crianças revelaram dificuldades. Na realidade, quando as quantidades eram inferiores a 6, para estas crianças, a decomposição de números foi acessível, mostrando que o conhecimento que possuíam das relações entre números pequenos, lhes possibilitava uma visualização mental desta parte da sequência numérica e a consequente decomposição dos números aí incluídos sem o apoio de qualquer suporte. Ao alargar-se o universo numérico surgiram constrangimentos uma vez que o mesmo processo mental se tornou demasiado complexo para as suas capacidades. Nesta situação, o apoio do adulto foi fundamental :

O total num dos pratos da balança era 11.

I: Está a ser difícil, não é? São números muito grandes. Porque é que não ajudam com os dedos ?

...

R: Já sei como é que se faz. B mostra 10 dedos, são as duas mãos, mais este dedo são 11

I: Muito bem, já temos o 11. Agora temos que encontrar dois números que juntos dêem 11

B: Pode ser o 10 e o 1

I: Pois pode, mas nós só temos números até 6, não temos o 10

B: Pois não  
I: Qual é o maior número que nós temos?  
B: É o 6  
I: Então vamos pô-lo na balança. Mas não chega, temos que ter 11, que número é que temos que juntar? Olhem lá para os vossos dedos. Já pusemos 6, vamos fechar esses dedos porque o 6 já está. Quanto é que falta?  
R: 5, é esta mão (mostra a mão do colega)  
I: Muito bem. Quem é que tem um 5 para pôr na balança junto ao 6?

Apesar de poucas crianças terem compreendido os procedimentos realizados, pareceu-nos importante fazê-lo uma vez que, para algumas, eles foram significativos como se verificou quando voltámos a insistir numa situação semelhante e algumas crianças conseguiram resolvê-la utilizando uma estratégia semelhante.

A leitura da história continuou e foi sem dificuldade que as crianças contaram de dois em dois, quando imitavam que comiam a sopa. No que diz respeito às duas crianças de 3 anos, foram auxiliadas pelos colegas que contaram em coro com elas (a criança que não fala quis participar e, embora não se pronunciasse, quando questionada sobre se estava a contar de 2 em 2, acenou a cabeça afirmativamente)

A questão relativa ao número de mesas necessárias para o almoço foi colocada do mesmo modo mas, aqui, houve uma criança (apenas uma) que resolveu o problema:

As crianças encontravam-se sentadas na manta, em círculo.  
R: Eu acho que sei como é que descubro.  
I: Então explica-nos  
R levanta-se e começa a contar os colegas  
R: 1,2,3,4,5 uma mesa, 1,2,3,4,5 outra mesa, 1,2,3,4,5 outra mesa, 1,2,3,4,5 outra mesa, 1,2  
I: Quantas mesas são precisas?  
R: Ai, esqueci-me de contar  
R repete o procedimento e a educadora ajuda-o a contar, em simultâneo, o número de mesas.  
R: São 4 mesas e ficam eles de fora (2 crianças)  
I: Mas eles também têm que almoçar! E parece-me que não contaste contigo, pois não?  
R: Pois foi, esqueci-me. Então é mais uma mesa, são 5 mesas  
Em seguida, a educadora explica às outras crianças a estratégia utilizada por R, ficando a sensação de que ao simular, com as próprias crianças, a acção, estas terão compreendido o processo.

A tarefa tinha-se prolongado no tempo, pelo que se terminou aqui, não sem antes se solicitar às crianças que, posteriormente registassem através de um desenho, um episódio da história “O País dos Números”.



Figura 46 – REGISTO DA TAREFA 9



## Síntese da tarefa

Esta tarefa pretendia proporcionar às crianças momentos em que estas evidenciassem (através da resolução de situações problemáticas) se as suas competências numéricas se tinham desenvolvido ao longo do período de tempo em que as tarefas se desenrolaram.

As competências subjacentes a esta tarefa relacionavam-se, fundamentalmente, com o estabelecimento de relações numéricas e com a emergência das operações. No entanto, competências envolvendo a contagem oral (contagem dois a dois) estiveram, também, presentes.

A história criada para esta tarefa apelava a um conhecimento bastante abstracto do número. Cada criança tinha um número, mas apenas um número que não representava qualquer quantidade concreta. Ora com crianças desta faixa etária (3 a 6 anos) o número tem que fazer sentido, tem que estar associado a algo concreto. Quando surge fora de um contexto, o número não tem significado para elas. Entregar às crianças cartões com um símbolo numérico é, apesar de todas as crianças identificarem o seu cartão, demasiado abstracto e difícil de compreender o seu significado. Por exemplo, o símbolo “4” é identificado mas nada lhes diz. Para crianças destas idades é fundamental serem 4 berlindes, 4 bolos, 4 dedos, que devem estar visíveis, quanto mais não seja, através de desenhos. Neste sentido, foi notório como as crianças revelaram uma maior compreensão das propostas apresentadas quando lhes foi indicado que o número que surgia no cartão correspondia ao número de dedos que deviam esticar. O número passou a ser associado aos dedos, e as propostas passaram a ser melhor entendidas.

Através desta tarefa, confirmou-se que a composição entre dois números (a sua soma) é mais acessível às crianças do que a decomposição de um número em duas parcelas. São duas situações inversas uma da outra mas em que na primeira se verifica uma correspondência unívoca enquanto que na segunda tal não acontece (por exemplo, ao número 6 podem corresponder quer o par (4,2) quer o par (5,1) ou o par (3,3)). Além disso, não podemos esquecer que a composição de números tem associada a si a operação de adição, bastante mais acessível às crianças do que a subtracção (completar), operação associada à decomposição de números

Aquando da 1ª implementação da tarefa (Jardim-de-Infância A) uma das tarefas iniciais propunha que as crianças se juntassem aos pares, de modo que o total dos símbolos dos seus cartões perfizesse 6 (decomposição de um número). A proposta, para além de ter sido de difícil compreensão quanto ao que se pretendia, revelou-se demasiado complicada na sua execução. Assim, houve a preocupação de iniciar a proposta solicitando às crianças que formassem pares ao seu critério, indicando, seguidamente, quantos dedos estavam, no total, esticados (composição de números). Esta introdução de uma nova situação na proposta foi o suficiente para quando, posteriormente, se pediu às crianças que se juntassem de modo a formarem pares em que o total de dedos esticados fosse 6, não se observassem, na maioria dos casos, grandes dificuldades.

A reforçar a ideia da maior dificuldade da decomposição de números relativamente à sua composição, surge a proposta do balancé na qual, mesmo as crianças mais novas, conseguiram indicar qual o número da criança que conseguia equilibrar o balancé quando de um dos lados estavam duas crianças. Ao invés, quando se indicava o número de uma criança e se questionava quais deveriam ser os números das duas crianças que estavam do outro lado, as dificuldades foram bastante maiores.

Esta tarefa permitiu verificar que as crianças, na sua maioria (e principalmente as mais velhas), efectuam contagens dois a dois com alguma facilidade. Apesar deste tipo de contagem não ter sido alvo de trabalho ao longo da implementação das tarefas, parece-nos que o conhecimento que as crianças tinham relativamente à contagem um a um, bem como no que respeita às relações numéricas e destrezas com os números até 10, lhes permitiriam responder ao solicitado. De facto assim aconteceu e as crianças, em todos os Jardins-de-Infância, evidenciaram alguma fluência neste tipo de contagem.

A última proposta foi feita com a convicção de que era um desafio ao qual as crianças não conseguiriam responder. Na realidade assim aconteceu, mas, em cada um dos Jardins-de-Infância, com a ajuda das respectivas educadoras, cremos que as crianças compreenderam os procedimentos que foram levadas a realizar. É importante referir que as crianças não conseguiram responder ao solicitado, nem tentaram definir qualquer estratégia que pudesse conduzir à resolução do problema, evidenciando que a proposta não foi

desafiante nem significativa, pelo que se limitaram a dar respostas aleatórias, como se de uma adivinha se tratasse.

De facto, compreender o sentido da divisão não deve ser uma finalidade do trabalho com crianças em idade pré-escolar. No entanto, em contextos significativos e utilizando materiais concretos, as crianças conseguem modelar a situação e encontrar estratégias que resolvam a situação. Foi o que aconteceu com R, a única criança que, sem qualquer ajuda, conseguiu definir uma estratégia de resolução do problema e aplicá-la eficazmente. O aparecimento desta proposta foi intencional. Ao longo de todo o período de implementação das tarefas, R sobressaiu sempre pelas competências que demonstrou possuir. Assim, esta proposta foi importante pois foi um modo de respeitar o ritmo de aprendizagem de R, mantê-lo motivado e desafiá-lo.

Os registos das crianças, tal como aconteceu em todas as tarefas, revelam aquilo que para elas foi mais significativo: um país de números, a comida em forma de números, um balancé...



Figura 47 – REGISTO DA TAREFA 9

## 11 - Discussão Global das Tarefas

A cadeia de tarefas implementada pretendia analisar o modo como se desenvolvem o sentido de número e as competências numéricas das crianças envolvidas, e foi construída de acordo com a ideia de trajectória hipotética de aprendizagem (Simon, 1995).

Os dados analisados e as sínteses daí resultantes reportam-se a um conjunto de crianças que, no ano lectivo de 2007/2008, frequentavam três salas de três Jardins-de-Infância situados em diferentes contextos geográficos e sócio culturais.

Os resultados atrás apresentados, mostram que, embora se tivesse constatado que as crianças possuíam algum desenvolvimento numérico realizado anteriormente à implementação desta cadeia de tarefas, nomeadamente algumas capacidades aliadas à contagem oral e à contagem de objectos, a sua implementação contribuiu para o desenvolvimento das competências inicialmente definidas (dar significado aos números; compreender a importância dos números no quotidiano; desenvolver competências de contagem; desenvolver a capacidade de estabelecer relações numéricas).

Assim, em particular através das tarefas “Adivinha quem fugiu” e “Tampas de Garrafas”, as crianças tiveram oportunidade de realizar várias experiências de contagem oral e de contagem de objectos. Apresentámos evidências de que a maioria das crianças alargou o seu universo numérico e se o conhecimento de algumas (maioritariamente as mais novas) não ultrapassou a primeira dezena, grande parte das crianças alargou o seu conhecimento até 20, ultrapassando as dificuldades inerentes às irregularidades na contagem e um número razoável de crianças (principalmente as de cinco anos) compreendeu a padronização da contagem, manifestando, apenas, dificuldades na transição entre décadas. Também no que concerne à contagem de objectos, os progressos foram visíveis. Todas as crianças conseguiram

desenvolver estratégias que lhes permitem não perder nem repetir objectos manuseáveis (arrastando-os) apesar de quando os objectos são fixos (desenhos) se notarem, ainda, algumas dificuldades para muitas crianças (por exemplo a contagem de um número elevado de pintas de cartas na tarefa “Cartas com pintas”, provocou algumas repetições e/ou esquecimentos).

O desenvolvimento do estabelecimento e relações numéricas foi outro dos objectivos deste trabalho. Foram variadas as tarefas que procuraram, para além de compreender como as crianças raciocinam ao estabelecerem relações numéricas, promover o seu desenvolvimento. A tarefa “Cartas com Pintas” evidenciou como as crianças desenvolvem a sua capacidade de subitizing, como é através de inúmeras experiências que vão reconhecendo determinadas manchas gráficas sem necessidade de reconhecer à contagem. De facto, a utilização de cartas cujas pintas se encontravam dispostas de modo padronizado, mostrou que as crianças conseguem indicar o número de pintas das cartas sem procederem à contagem, identificando-as com a disposição familiar das pintas de um dado. Também a emergência das operações foi observável nesta tarefa. Fundamentalmente nas crianças mais velhas e que jogaram o jogo três (em que tinham que adicionar o número de pintas de dois dados), em alguns casos, em vez de contarem uma a uma todas as pintas, adicionaram as pintas dos dois dados chegando a revelar o conhecimento de determinados factos numéricos básicos. De igual modo, durante a implementação da tarefa “Colares com Contas”, as crianças tiveram oportunidade de desenvolver as suas capacidades aditivas e subtractivas efectuando os cálculos solicitados, quer através da contagem das contas, quer recorrendo a procedimentos mentais, por vezes apoiados nos dedos das mãos. No entanto, verificámos a necessidade de as crianças associarem os números com que lidavam a algo de concreto e familiar. Assim, aquando da tarefa “Tiro ao alvo”, as dificuldades foram muito evidentes uma vez que os números apareciam associados a pontos obtidos em jogadas não podendo, portanto, ser associados a objectos concretos ou a algo contável. Diremos mesmo que, ao analisarmos a trajectória de aprendizagem construída, apenas esta tarefa terá sido menos adequada em termos da sequência da apresentação das tarefas. Embora continuemos a considerar a sua pertinência e adequação aos

objectivos do trabalho, ela deveria ter sido a penúltima tarefa a ser apresentada, dado o grau de abstracção que pressupunha.

Reconhecendo a dificuldade de operacionalizar os dois primeiros objectivos do estudo (dar sentido aos números e compreender a sua importância no quotidiano) diremos, porém que não era a sua operacionalização que pretendemos. A nossa intenção foi, de facto, proporcionar às crianças vivências e ambientes de aprendizagem onde fosse muito evidente a presença dos números e a necessidade da sua utilização para dar resposta a situações problemáticas. Com este propósito foram implementadas as tarefas atrás descritas que, em nossa opinião, contribuíram nesse sentido. Em particular a tarefa “O Número do Mês” proporcionou às crianças uma boa ocasião para se familiarizarem e consciencializarem com a presença dos números em variadas situações quotidianas (telefones, comandos, portas, calendários, idades, etc.).

Uma vertente do número na qual não investimos o nosso trabalho diz respeito à sua representação simbólica. De facto, consideramos que nesta faixa etária não é muito importante a representação simbólica dos números. Pelo contrário, parece-nos que poderá até ser contraproducente uma vez que ela é entendida por muitos (inclusivamente pelas crianças) como o primeiro passo para aquilo que entendem como sendo a matemática: algo formal e rígido, apenas trabalhado de modo simbólico. Ao entendermos a matemática, neste nível etário, como um instrumento para compreender, interpretar e intervir na sua realidade, não consideramos necessária qualquer representação mais formal. No entanto, sempre que o pretenderam, as crianças representaram as ideias numéricas. Para isso, utilizaram, como quiseram, as mais variadas representações, nas quais se incluem, obviamente, os algarismos.

Finalmente, parece-nos que as aprendizagens realizadas foram significativas. Se ao longo das tarefas fomos tendo a sensação que as crianças transferiam conhecimentos adquiridos em tarefas anteriores para os contextos de novas tarefas (estratégias de contagem de objectos, estabelecimento de determinadas relações numéricas, utilização de factos numéricos simples),

essa sensação teve a sua confirmação aquando da implementação da tarefa “O País dos Números”. Nesta tarefa as crianças (fundamentalmente para as mais velhas) mostraram que compreenderam e sabem utilizar relações numéricas para resolverem problemas em contextos muito concretos.

Fundamentalmente, e este era um dos aspectos que mais dificilmente poderia ser analisado, cremos que as crianças aprenderam a dar significado aos números compreendendo como eles são parte indissociável do seu quotidiano e gostaram de trabalhar com números, enfim, desenvolveram o seu sentido de número.





# **V**

# **Conclusões**



## 1 - CONCLUSÕES

Este estudo, teve como propósito analisar as competências numéricas das crianças envolvidas, no sentido de compreender como se desenvolvem essas competências e que raciocínios e procedimentos as crianças utilizam quando realizam tarefas no âmbito do desenvolvimento do sentido de número.

Pretendia-se, igualmente, através da criação de contextos significativos, valorizando a comunicação (entre pares e com adultos), dos raciocínios e procedimentos utilizados na realização das tarefas, possibilitar e promover o desenvolvimento dessas competências, tendo particular atenção em não nos aproximarmos de ambientes escolarizantes (no seu sentido mais formal).

Em última análise, com esta investigação pretendia-se contribuir para o desenvolvimento do sentido de número das crianças envolvidas

O trabalho seguiu uma metodologia qualitativa, uma vez que envolveu, em grande escala, uma produção de saber envolta em valores (quer das crianças, quer da investigadora). Por outro lado, e de acordo com Bogdan e Biklen (1991), os dados (descritivos) foram recolhidos pela investigadora, em ambiente natural, interessando-nos os processos e não os produtos, procurando-se interpretar o significado que os observados davam às acções que realizavam. Realizou-se um trabalho baseado no método etnográfico assumindo-se a investigadora como principal instrumento de investigação, observando, interrogando, interpretando, partilhando e co-produzindo os significados dos observados, acedendo, portanto, a um conhecimento dos seus pontos de vista que, de outro modo, dificilmente seria conseguido.

Em análise, esteve, fundamentalmente, a actividade matemática das crianças.

Com este propósito, foi criada uma cadeia de tarefas tendo subjacente um percurso de aprendizagem construindo-se, para isso, uma trajectória hipotética da aprendizagem, no sentido que lhe dá Simon (1995). Pretendeu-se

que as crianças fossem desenvolvendo as suas competências numéricas à medida que íamos caminhando nas tarefas alicerçando as novas aprendizagens nas anteriormente construídas valorizando uma construção sociocultural do conhecimento, de acordo com as ideias de Vygotsky. Assim, a construção da cadeia de tarefas pressupôs um desenvolvimento em espiral, em que cada uma das tarefas tinha subjacente determinadas competências, muitas das quais, presentes, igualmente, nas tarefas anteriores. Pretendia-se verificar se, durante a sua actividade, em cada tarefa, as crianças mobilizavam as capacidades já desenvolvidas e, a partir de situações de conflito cognitivo criadas pela própria tarefa, transferiam e alargavam os conhecimentos adquiridos nas tarefas anteriores num processo de resolução de problemas .

Deu-se particular importância à criação de contextos onde tarefas implementadas procurassem integrar-se no interesse e nas vivências das crianças tentando-se que, sendo desafiantes, estivessem adaptadas às suas capacidades, sem perder de vista a perspectiva de desenvolver as suas competências.

Os resultados apresentados parecem evidenciar que, globalmente, a cadeia de tarefas planificada foi adequada às crianças em questão, pelo que, na sua implementação, poucas foram as alterações introduzidas ao que tinha sido planeado.

### *a) As crianças*

As crianças evoluíram, desenvolvendo estratégias de contagem complexas e estabelecendo relações numéricas progressivamente mais elaboradas. Foi claro que muitas crianças conseguiram realizar raciocínios numéricos complexos, situados já não ao nível da concretização, mas utilizando representações (dedos das mãos) ou mesmo procedimentos puramente mentais. Parece-nos, também, fundamental referir que esta cadeia de tarefas foi complementada, pelas educadoras, com uma exploração mais ou menos continuada das ideias que a orientaram recorrendo ao quotidiano e às rotinas das crianças. Aliás, nesta faixa etária, em que os períodos de concentração das crianças são ainda muito reduzidos, limitarmo-nos aos momentos de implementação das tarefas era claramente insuficiente para uma construção significativa de ideias e procedimentos. Poderemos talvez dizer que as tarefas (cada uma por si) constituíram o motor de arranque e a motivação para um trabalho que foi sendo realizado pelas respectivas educadoras de infância e continuado ao longo de todo este período.

O trabalho realizado permitiu confirmar, de acordo com as ideias de Fuson (1988) e Baroody (2002), que a aprendizagem das crianças se desenvolve em espiral, num movimento contínuo, onde as novas aprendizagens se tornam uma realidade ancoradas nos seus conhecimentos anteriores. Salientamos, também, a importância dos contextos nos quais se desenvolveram as experiências de aprendizagem. Quando estes não foram suficientemente significativos ou suficientemente familiares para as crianças, a aprendizagem não se realizou do modo desejado (jogo do dominó) e as crianças não conseguiram estabelecer relações entre o que se pretendia e o trabalho anteriormente realizado (subitizing das pintas de um dado). Este aspecto, reforça a ideia apresentada por Tang e Gainsburg (1999) quando referem e enfatizam a instabilidade do pensamento, característica deste nível etário, afirmando que o pensamento da criança deve ser visto como algo em desenvolvimento sucessivo e não como uma unidade que pode estar presente ou ausente.

É fundamental salientar que o trabalho desenvolvido com as crianças não foi um trabalho escolarizado. Partiu sempre dos interesses das crianças e participaram apenas as crianças que nisso mostraram interesse, procurando-se criar um ambiente que facilitasse a auto-construção do conhecimento a partir da interacção entre pares, acompanhada pela colocação, pelos adultos, de questões orientadoras, fundamentalmente com o objectivo de salientar a intencionalidade matemática das tarefas, promovendo a explicitação das ideias e dos procedimentos das crianças.

As crianças mostraram ser flexíveis nos raciocínios e nas estratégias de resolução de problemas, mobilizaram e transferiram conhecimentos de um contexto para outro, sempre que estes, para elas, fossem significativos. Envolveram-se e participaram com entusiasmo em cada uma das tarefas, mostrando, a maior parte das vezes, compreender o que lhes era pedido e tentando, com empenho, dar resposta ao solicitado.

#### *b) As tarefas*

A importância da construção de uma cadeia de tarefas, tendo implícita uma hipotética trajectória de aprendizagem, parece-nos ter sido fundamental. Na realidade, o percurso da aprendizagem feito pelas crianças, onde aprendizagens novas se foram construindo alicerçadas nas anteriores, leva-nos a considerar que, de facto, tarefas isoladas e realizadas esporadicamente, não são a melhor proposta para facilitar a aprendizagem das crianças, fundamentalmente, aprendizagem significativa que, conseqüentemente, não se dilua ao longo do tempo. Apesar de tudo, ao longo da implementação da cadeia de tarefas, verificámos que, em determinados momentos, as crianças não foram capazes de transferir conhecimentos evidenciados em momentos anteriores. De facto, a capacidade de passar de “modelos de” para “modelos para”, no sentido que lhes é dado por ... é uma capacidade complexa do ponto de vista cognitivo que a maioria das crianças envolvidas no estudo não revelou. Por exemplo, as crianças não foram capazes de transferir para a tarefa “Os Dominós” capacidades que tinham evidenciado na tarefa “Cartas com Pintas”.

Assim, podemos concluir que a implementação desta cadeia de tarefas veio reforçar a ideia de que o desenvolvimento numérico das crianças em idade pré-escolar não é linear e que competências que parecem ter sido adquiridas num determinado contexto afinal, em outro contexto, mostram estar ainda muito instáveis. Deste modo, aparece reforçada a ideia de que este desenvolvimento numérico se realiza em forma de espiral com avanços e recuos constantes, pelo que importa ir reforçando ideias e procedimentos propondo tarefas com os mesmos objectivos variando contextos e situações.

### *c) A relação com a matemática*

Embora considerando que a relação que desde cedo as crianças estabelecem com a matemática é determinante no futuro desenvolvimento das suas atitudes e concepções acerca desta ciência, não podemos dizer que a intencionalidade deste trabalho de investigação estivesse centrada no desenvolvimento de atitudes favoráveis relativamente à matemática.

De facto, a intencionalidade das propostas apresentadas não tinha esse propósito explícito. No entanto, verificámos e explicitámos que a maioria das crianças revelava, desde início, uma atitude bastante positiva relativamente à matemática, que se foi mantendo e mesmo desenvolvendo, ao longo da realização deste trabalho, como é visível em algumas descrições de tarefas pelo entusiasmo com que sempre aderiram a todas as propostas apresentadas.

Para além disso, consideramos fundamental o facto de qualquer dos adultos envolvidos neste trabalho (investigadora e educadoras) possuírem atitudes muito favoráveis face a esta ciência e uma concepção acerca da matemática e do seu ensino ( já anteriormente descritas) que promoveu e facilitou a construção, pelas crianças, de uma concepção sobre a matemática a que estão aliados o lúdico, o prazer, a utilidade a ligação ao quotidiano, mas também a organização reflectida das ideias e raciocínios e a sua comunicação através de diferentes processos.

#### *d) O raciocínio e a comunicação*

Parece-nos que poderemos dizer que, ao longo do desenrolar da cadeia de tarefas, as discussões entre adulto e crianças foram orientadas de modo a que fossem as crianças a tirar todas as conclusões. Esteve presente a preocupação de que as questões colocadas fossem facilitando a compreensão e permitissem que as crianças, por si só, dessem as respostas. No fundo, tratou-se de mostrar como fazer emergir as competências numéricas das crianças apenas através do diálogo e do questionamento, numa perspectiva de auto-construção do conhecimento através de interações sociais, e de uma forma bem planeada pelo adulto, indo ao encontro dos princípios defendidos por Vygotsky (zona de desenvolvimento próximo).

Por outro lado, e na mesma orientação do construtivismo social, as diferentes abordagens das crianças na realização das tarefas e o confronto dessas diferentes abordagens, levou à criação de ambientes de aprendizagem em que as crianças aprenderam umas com as outras. As mais novas aprenderam interagindo com as mais velhas, observando os seus procedimentos e escutando as suas explicações. As mais velhas, ao tentarem explicar às mais novas as suas ideias e procedimentos foram desenvolvendo as suas capacidades de organizar e estruturar o seu pensamento com o objectivo de o comunicarem aos outros (emergência da argumentação matemática). Foram evidenciados os diferentes níveis de desenvolvimento, os diferentes ritmos de aprendizagem e foram sempre respeitados. Aliás, a filosofia de trabalho num Jardim-de-Infância sugerida pela Orientações Curriculares para a Educação Pré-escolar permite e incentiva este tipo de trabalho a diferentes níveis, que pode ser realizado sem provocar nas crianças ansiedades, angústias e frustrações. As aprendizagens nunca foram forçadas. As crianças aprenderam aquilo para que estavam preparadas. Ao longo da apresentação dos resultados procurou evidenciar-se como nunca se forçaram aprendizagens, como nunca se procurou “ensinar a “ ou “ensinar como” e como foram sempre respeitados os ritmos e os níveis de aprendizagem de cada criança.



As crianças foram, progressivamente, tomando consciência da importância da organização das suas ideias e procedimentos com o objectivo de reflectidamente darem resposta às propostas apresentadas, comunicando aos outros os seus raciocínios, as suas ideias e procedimentos (por exemplo, as crianças tomaram consciência de que como resposta a questões do tipo “porquê?”, não era suficiente responder “porque sim”).

*e) O sentido de número e as competências numéricas*

As ideias e procedimentos em desenvolvimento e a desenvolver com esta cadeia de tarefas foram os seguintes:

- dar significado aos números;
- compreender a importância dos números no quotidiano;
- desenvolver competências de contagem;
- desenvolver a capacidade de estabelecer relações numéricas

As duas primeiras ideias dificilmente podem ser avaliadas. Relacionam-se com o sentido de número, e têm a ver com, de acordo com McIntosh e al (1992), algo altamente pessoalizado e relacionado com as ideias sobre os números que as crianças (no caso presente) desenvolvem e com o modo como essas ideias se relacionam entre si e com outras ideias. Envolvem uma matemática muito relacionada com o mundo e incluem a capacidade de as crianças compreenderem que os números podem ter diferentes significados e podem ser usados em contextos muito distintos.

Apesar disso, parece-nos que, ao longo deste trabalho, foram diversas as situações em que constatámos a emergência da compreensão da importância dos números no nosso (seu) dia-a-dia e, conseqüentemente, como essa compreensão tornava os números significativos para as crianças, muitas vezes mesmo em situações não directamente no âmbito das tarefas desenvolvidas.

As crianças mostraram sentir-se confortáveis com os números, usando-os adequadamente em situações do seu quotidiano, dialogando com os colegas, utilizando-os na resolução de situações problemáticas com as quais inesperadamente se confrontavam.

No entanto, fundamentalmente, este trabalho pretendeu analisar e, se possível, contribuir para o desenvolvimento das competências numéricas das crianças, um outro aspecto inerente ao desenvolvimento do seu sentido de número.

A priori foram definidas as seguintes categorias de análise que agora se discutem:

i) a contagem de objectos:

No que se refere à contagem de objectos, ao longo do trabalho, foi visível que as crianças desenvolveram e alargaram o seu universo numérico, tornando-se mais competentes na contagem de objectos (e consequentemente na contagem oral) e na compreensão das relações existentes entre os números. No final do trabalho, foram muito poucas as crianças que não conheciam a sequência de contagem até 10, o que não acontecia quando iniciámos a investigação. De igual modo, podemos dizer que muitas das dificuldades das crianças relativamente à contagem de objectos observadas no início do trabalho foram sendo ultrapassadas à medida que este foi avançando.

As descrições das tarefas permitem observar como as crianças se tornaram progressivamente mais competentes na contagem de objectos, compreendendo como não perder nem repetir nenhum objecto, compreendendo o princípio da cardinalidade, a ordenação da sequência numérica e a consequente inclusão hierárquica.

A tarefa “Tampas de garrafas”, realizada ao longo de seis meses, foi uma tarefa que permitiu, de forma mais ou menos sistemática, o desenvolvimento das competências associadas à contagem de objectos.

O episódio já atrás transcrito e que apresentamos novamente, exemplifica como as crianças foram definindo estratégias para não perder nem repetir objectos:

Ed:... Tens que arranjar uma maneira de saberes quais foram as tampas que já contaste e quais é que te falta contar, para não misturares tudo e não te enganares.

A inicia novamente a contagem e vai arrastando as tampas contadas

Também as interacções com os colegas facilitaram este desenvolvimento. O episódio que se segue mostra como as crianças, com a ajuda dos colegas, se foram apercebendo da necessidade de coordenar o termo dito com o objecto apontado:

S: Qual é que escolheste?

P: Este, o 15

P retira tampas do garrafão com as mãos e começa contar muito depressa

P: 1,2,3,4,5,6,7

S: Tás a contar à pressa, nem se percebe nada, está tudo mal

P: Não está, vou contar mais devagar para tu veres 1,2,3,4,...14,15

S. Acho que agora está bem, vou contar também 1,2,3,...14,15, está bem

A conservação da quantidade, terá sido por ventura, uma das competências que foi trabalhada com menos intencionalidade uma vez que as nossas opções teóricas não a consideraram fundamental para o desenvolvimento numérico das crianças em idade pré-escolar. No entanto, esteve presente em algumas situações, por exemplo na tarefa “A pulseira da sorte”:

I: Qual dos meninos é que tem mais contas?

R: É o L

B: Não é não, todos temos 10

I: Quantas contas tens L?

L: 10

I: E tu R?

R: 10.

I: E a B?

B: Tenho 10, todos temos 10

R: Não, o L tem mais, ele fez uma fila comprida

I: E quantas contas tem ele na fila?

R: 1,2,3,...10, tem 10

I: Então não tem mais que vocês, pois não?

R: São 10 mas ela tem mais

Como se pode observar, enquanto algumas crianças (B) conservam a quantidade, outras (como R) ainda consideram que a disposição dos objectos influencia a quantidade. Para R, a imagem visual, sobrepõe-se ao peso da contagem. Muitas crianças, principalmente as de três e quatro anos, continuaram não conservadoras no final desta investigação, apesar deste aspecto não impedir que muitas (como foi o caso de R) revelassem capacidades numéricas que contrariam as teorias de Piaget..

Estamos conscientes de que muitas das capacidades relacionadas com a contagem de objectos sofreram um grande desenvolvimento ao longo desta investigação, e foi realizado um trabalho intencional nesse sentido, favorecendo, conscientemente, algumas dessas capacidades. No final deste trabalho fica a ideia (da qual fomos apresentando, ao longo do trabalho, inúmeras evidências) de que a maioria das crianças com as quais trabalhamos utiliza estratégias de contagens adequadas (arrastam e/ou apontam os objectos a contar), estabelece correspondências biunívocas entre os termos ditos e os objectos contados, domina (quando os números se inserem dentro do seu universo numérico) o princípio da cardinalidade, bem como o princípio da inclusão hierárquica.

ii) A aritmética informal:

A interacção estabelecida entre as crianças e entre estas e a investigadora, permitiu a apreensão de factos numéricos simples, (visível, por exemplo na implementação da tarefa “Tiro ao alvo”), como sugere o exemplo que se segue:

I: Quantos pontos fizeste C?

C: 4

I: Como é que sabes?

C: A minha mão ensinou-me que 2 mais 2 são 4 e também sei que 5 e 5 são 10

Também a capacidade de subitizing se foi desenvolvendo como foi relatado relativamente à tarefa “Cartas com pintas”:

T: É esta, esta tem 6  
I: Não contaste, como é que sabes?  
T: Olhei e vi que eram 6

I: Quantas pintas te saíram no dado?  
J: 4  
I: Não te vi a contar, como é que sabes que são 4?  
J: Sei

O estabelecimento de relações numéricas foi incentivado e desenvolvido, por exemplo, através da tarefa “A pulseira da sorte”.

I: Já juntaste as tuas contas R? Quantas tens?  
R: 10 (sem contar)  
I: Se eu te tirasse duas para mim, com quantas ficavas?  
R tenta realizar a acção  
I: Vamos ver se consegues responder sem mexeres nas contas  
R: (fecha os olhos com força e pensa) 8  
I: Muito bem, mas eu sou boazinha, não te tiro nenhuma conta. Tu tens 10 e eu ainda te vou dar mais 3. Com quantas vais ficar?  
R:10...11, 12, 13 (vai contando à medida que abre uma dedo de cada vez) 13  
I: Boa!

Globalmente, poderemos dizer que, em relação à aritmética informal, a maioria das crianças evidenciou competências no que respeita ao cálculo mental, quer em relação à adição quer em relação à subtracção informais, fundamentalmente se o universo numérico era inferior a cinco. O alargamento do universo numérico até dez originou dificuldades relacionadas com o cálculo mental, mas que, algumas crianças, recorrendo ao incentivo do adulto, conseguiram ultrapassar, encontrando estratégias de representação das situações apresentadas (utilização dos dedos das mãos). De salientar que, relativamente à subtracção, as crianças revelaram maiores dificuldades no que concerne à subtracção entendida como comparação. De facto, se a maioria das crianças não mostrou ter dificuldade em compreender o que se pretendia quando estava perante uma situação envolvendo a subtracção como retirar, o mesmo não se passou (principalmente com as crianças mais novas ou com

menos experiência) em situações em que tinham necessidade de realizar comparações (*quantos mais?*).

O trabalho realizado permitiu-nos, também, complementar e reforçar, de forma empírica, indicações que a investigação neste domínio sugere. Nomeadamente, reforçámos a ideia de que (de acordo com Baroody (2002), Dolk e Fosnot (2002) e Fuson (1988)) é a partir do conhecimento da sequência numérica e das competências de contagem que as crianças vão desenvolvendo outras competências numéricas. No mesmo sentido, esta investigação veio contrariar algumas ideias piagetianas, ao apresentar evidências de que as crianças, mesmo que ainda não tenham adquirido determinadas estruturas lógicas, nomeadamente as de conservação e de relação assimétrica, conseguem desenvolver as suas competências numéricas. Na realidade, mostrámos como ambientes e situações de aprendizagem apropriados, valorizando a interacção social, propiciam o desenvolvimento numérico das crianças, independentemente do seu desenvolvimento lógico (no sentido que lhe é dado por Piaget).

Assim, com esta investigação surgem reforçadas as teses de Fosnot e Dolk (2001) de acordo com os quais as crianças não constroem ideias matemática de forma organizada e sequencial mas sim como resultado de experiências diversificadas e em contextos significativos onde ideias eventualmente menos adequadas se vão confrontando com outras mais apropriadas e o conhecimento matemático se vai construindo num ambiente de interacção social.

## 2 - IMPLICAÇÕES E RECOMENDAÇÕES

Este trabalho foi realizado com a profunda convicção da importância das primeiras aprendizagens matemáticas na formação da concepção e da atitude que os indivíduos formam relativamente a esta ciência (matemática). Assim sendo, ao terminarmos este trabalho fica a ideia de que muito deve ser feito nesse sentido.

Uma primeira ideia diz respeito à necessidade de investir na formação contínua dos educadores de infância.

De facto, por um lado, a formação inicial destes docentes, na maioria dos casos, não contemplou devidamente a formação matemática necessária para trabalhar com a consistência e o conhecimento necessários a uma prática docente que permita potenciar o desenvolvimento das competências matemáticas das crianças. Por outro lado, nos últimos anos tem sido muito o desenvolvimento científico sobre o que deve ser a matemática nos primeiros anos e sobre a sua didáctica. A tradicional concepção de que a matemática, nestes anos iniciais “está em toda a parte” limita muito o trabalho que deve ser realizado, uma vez que não impulsiona a intencionalização matemática das tarefas a propor às crianças. A investigação em geral, e este trabalho em particular, mostram como é fundamental essa intencionalização. Também o papel do adulto que interage com a criança é fundamental no seu desenvolvimento, apresentando-o como um facilitador da aprendizagem, um orientador, alguém que direcciona essas interacções com o objectivo de facilitar o auto-aprendizagem, muitas vezes mesmo só por observação e por imitação das outras crianças. De facto a imitação tem sempre muito de criativo, nunca é uma mera repetição. Está envolta na compreensão e na interpretação que a criança faz da realidade que observa.

Assim, é desejável um investimento substancial na formação contínua dos profissionais de educação de infância relativamente a esta temática. Particularmente, é importante uma profunda actualização no que concerne ao

sentido de número, ao que se entende por sentido de número e ao modo como as crianças desenvolvem o seu sentido de número. Muitos destes profissionais realizaram a sua formação inicial numa época em que, em Portugal, o termo Sentido de Número era desconhecido e em que o desenvolvimento matemático das crianças se orientava, apenas, pelas teorias de Piaget. Por outro lado, para além desta actualização relativamente ao conhecimento matemático, é também, fundamental, facilitar o desenvolvimento de estratégias e metodologias de trabalho com as crianças, com vista a contribuir para o desenvolvimento do seu sentido de número, de acordo com as ideias veiculadas ao longo deste trabalho. No entanto, este é um processo que necessita de tempo e que necessita de acompanhamento no terreno permitindo e incentivando a reflexão na acção e sobre a acção. Todos teríamos a ganhar: os profissionais, ao investirem no seu desenvolvimento profissional assente numa metodologia que já provou ser adequada (Programa de Formação Contínua em Matemática para professores do 1º ciclo); a investigação, ao abrir-se-lhe um campo até aqui pouco estudado e muito rico, quer em termos teóricos, quer em termos empíricos; as crianças, ao serem-lhes dadas possibilidades de, de uma forma consistente e sustentável, desenvolverem as suas competências matemáticas e atitudes favoráveis perante esta ciência.

De igual modo, se recomenda a inclusão, nos currículos da formação inicial de professores dos primeiros níveis de ensino, de um trabalho consistente à volta do sentido de número proporcionando o seu desenvolvimento nos futuros professores uma vez que este se afigura como fundamental na compreensão do modo como se desenvolve o sentido de número dos seus futuros alunos e no papel que devem ter na contribuição para esse desenvolvimento. É já variada a investigação sobre a importância do trabalho com futuros professores no âmbito do desenvolvimento do seu sentido de número e dos seus reflexos no futuro trabalho com as crianças (Kaminski, 2002, Whitacre and Nickerson, 2006, Perry, Dockett and Harley, 2007).

Outro aspecto que é pertinente referir é que, cada vez mais, o professor do 1º ciclo deve ter conhecimento minucioso do trabalho e das aprendizagens construídas pelas crianças no Jardim-de-Infância. A nossa experiência em



salas do 1º ciclo do ensino básico mostra-nos que, muitas vezes, o professor do 1º ciclo parte do currículo oficial (quando não dos manuais escolares) ao invés de partir dos conhecimentos que as crianças já possuem. Na sua ânsia de aprender, as crianças, muitas vezes, sentem-se desmotivadas ao constatarem que o trabalho que vão realizando ou não é diferente do que faziam no Jardim-de-Infância ou é demasiado complexo ao não ser alicerçado nas suas aprendizagens anteriores. Torna-se, assim, necessário que o professor do 1º ciclo compreenda a importância de investir no diagnóstico das competências matemáticas que as crianças trazem à chegada ao 1º ciclo, valorize essas aprendizagens e reorienta a sua actividade com base nesse diagnóstico, partindo dos conhecimentos que as crianças já possuem.

Este trabalho permite concluir que, no período pré-escolar as crianças, na sua maioria, se houver, por parte do adulto, essa intencionalidade, desenvolvem atitudes favoráveis relativamente à matemática e compreendem a sua relação com o quotidiano. Sentem-na como parte integrante do seu dia-a-dia e compreendem como ela lhes pode ser útil na resolução de problemas reais. Assim, recomendam-se estudos longitudinais que permitam analisar como se vão desenvolvendo essas atitudes e quais são os factores que levam ao seu reforço ou ao seu desaparecimento, tentando compreender as implicações que as primeiras aprendizagens têm no futuro matemático das crianças. Um interessante estudo longitudinal desenvolvido por Jordan, Kaplan, Oláh e Locuniak (2006) e que se estende ao longo de 2009, pretende, precisamente, analisar o percurso da aprendizagem matemática realizado por crianças desde o pré-escolar até ao 3º ano de escolaridade. Um dos objectivos do estudo é verificar até que ponto o sentido de número que as crianças desenvolvem no pré-escolar condiciona o seu futuro desempenho matemático tendo em conta as variáveis sexo, idade e meio sociocultural. Recomenda-se a realização de investigações neste domínio em Portugal.

Analisando o que tem sido a investigação em educação matemática em Portugal, nos últimos anos, constatamos que tem vindo a verificar-se maior interesse da investigação ao nível do 1º ciclo tanto no que diz respeito à aprendizagem como no que respeita ao ensino. Parece-nos que é chegado o

momento de alargar esse interesse ao pré-escolar porque, de facto, as competências que as crianças desenvolvem (ou podem desenvolver) durante o pré-escolar, o modo como esse desenvolvimento pode ser potenciado, e a concepção que as crianças desenvolvem, nesse período, relativamente à matemática e às suas capacidades matemáticas, devem merecer um cuidado especial da investigação uma vez que cremos que podem condicionar decisivamente o futuro matemático das crianças.

# **VI**

## **Bibliografia**



- Abrantes, P. (1994). *O Trabalho de Projecto e a relação dos alunos com a Matemática*. Lisboa: APM
- Abrantes, P., Oliveira, I, Serrazina, L (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Min. Edu. - DEB
- Abreu, G. (1996). Contextos sócio-culturais e aprendizagem matemática pelas crianças. In *Quadrante* vol5, nº2 (483-502) 7-21)
- Anghileri, J (Ed) (2001) *Principles and Practices in Arithmetic Teaching*. Philadelphia: Open University Press
- Askew, M. (1999). It ain't just what to do: effective teachers of numeracy. In I. Thompson (Ed.) *Issues in teaching numeracy in primary schools*. Buckingham: The Open University Press
- Aunio, P. (2006). Young Children's Number Sense in China and Finland. *Scandinavia Journal of Educational Research* vol 50, nº5
- Barker, A., Schimer, K , Hoffman, J. (2006). Multiage Mathematics: Scaffolding Young Children's Mathematical Learning. *Teaching Children Mathematics*, August 2006
- Baroody, A (1987). *Children's Mathematical Thinking*, New York: Teachers College Columbia University
- Baroody, A. (1993). The Relationship Between The Order-Irrelevance Principle And Counting Skill. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol 24, nº 5, 415-427
- Baroody, A. (2002). Incentivar a aprendizagem matemática das crianças, em B Spodek (org), *Manual de Investigação em Educação de Infância* (tradução portuguesa), Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian
- Baroody, A. (2006). Why Children Have Difficulties Mastering the Basic Number Combinations and how to help them, *Teaching children Mathematics* August, 2006
- Benavente, A. (1990) *Escola, Professores e Processos de Mudança*. Lisboa: Livros Horizonte
- Berch, D. (2005). Making Sense of Number Sense: Implications for Children with Mathematical Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*. voll 36, nº 4 (333-339)

- Beswick, K. (2006). Changes in preservice teachers' attitude and beliefs: the net impact of two mathematics education units an intervening experience. *School Science and Mathematics*, 106(1) 36-47
- Bogdan, R & Biklen, S. (1982). *Qualitative research for education: an introduction to theory and methods*. Boston. Allyn and Bacon
- Brainerd, C (1978). Learning Research and Piagetian Theory. In L. Siegel; C Brainerd (Eds), *Alternatives to Piaget*. New York: Academic Press
- Brocardo, J. e al (2005). *Desenvolvendo o sentido do número*, Lisboa: APM
- Boule, F. (1995). *Manipular, organizar, representar –Inición a las matemáticas*. Madrid: Narcea, S.A. Ediciones
- Burton, L. (1994 Ma). *Childrens Learning thematics: Pattern and Relationships*. Hemel Hempstead: Simon and Schister Education
- Carpenter, T., Fennema, E., Levi, L. , Empson, S. (1999). *Children's mathematics: cognitively guided instrution*. Reston: NCTM
- Carraher, T. (1988). Street mathematics and school mathematics. *Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Conference on Psychology of Mathematics Education. Veszprem*, 1-23, 1988.
- Castro, J. e Rodrigues, M. (2008). O sentido de número no início da aprendizagem. In J. Brocardo, L. Serrazina e I. Rocha (Org) *O sentido de Número – reflexões que entrecruzam teoria e prática*. Lisboa: Escolar Editora
- Castro, J. e Rodrigues, M. (2008). *Sentido de número e organização de dados. Textos de apoio para Educadores de Infância*. Lisboa: DGIDC
- César, M. (1996) Primeiras aprendizagens: alguns aspectos relevantes. *Educação e Matemática nº 40* (pp 18-19)
- César, M., Torres, M., Caçador, F., Candeias, N. (1999). E se eu aprender contigo? A Interacção entre pares e a apreensão de conhecimentos matemáticos. In Vara Pires, M e al (org) *Caminhos para a investigação em educação matemática em Portugal* .(73-87). Lisboa: SPCE
- Clements, H. e Sarama, J. (2007). Early Childhood Mathematics Learning. In F.Lester (ed) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*". Reston: NCTM

- Clemson, D and Clemson,W. (1994). *Mathematics in the early years*. London: Routledge
- Coob, P (1987). An analysis of the models of early number development. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 163-179.
- Coob, P, Yackel, E, Wood, T. (1992). A construtivis alternative to the representational view of mind in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol 23, nº1 (2-33)
- Copeland (1970). *How Children Learn Mathematics. Teaching implications of Piaget's research*. Macmillan
- D' Ambrosio, U. (1993). Etnomatemática: Um programa. *A Educação Matemática em Revista*, nº1 (5-12)
- D'Ambrosio., U. (1996). *Educação Matemática: Da Teoria à Prática*. Campinas: Papirus
- Dahlberg, Moss e Pence (2003). *Qualidade na Educação da primeira Infância: perspectivas pós modernas*. Porto Alegre: Artmed
- Dobbs, J., Greta, L., Fisher, P. (2003). The “Math is Everywhwre” Preschool Mathematics Curriculum. *Teaching Children Mathematics*, Set
- Derdyk, E. (2004). *Formas de pensar o desenho. Desenvolvimento do grafismo infantil*. São Paulo: Scipione
- Equipa do Projecto Desenvolvendo o Sentido de Número: perspectivas e Exigências curriculares (2005). *Desenvolvendo o sentido de número, Materiais para o educador e para o professor do 1º ciclo*. Lisboa: APM
- Equipa do Projecto Desenvolvendo o Sentido de Número: perspectivas e Exigências curriculares (2007). *Desenvolvendo o sentido de número, Materiais para o educador e para o professor do 1º ciclo*, volume II. Lisboa: APM
- Fernandes, E. (2000). Fazer matemática compreendendo e compreender matemática fazendo: a apropriação de artefactos da matemática escolar. *Quadrante*, vol 9, nº1 (pp 49-86)
- Figueiredo, N. (2000). Realistic Mathematics Education – A different approach to learning and instruction. *Quadrante* , vol IX, nº 1, 87-116
- Fosnot, C.T. e Dolk, M (2001). *Young mathematics at work: constructing number sense, addition and subtraction*. Portsmouth NH: Heinemann

- Fosnot, C.T. e Dolk, M (2002). *Young mathematics at work: constructing fractions, decimals, and percents*. Portsmouth NH: Heinemann
- Fuson, C , Hall, J (1983). The Acquisition of Early Number Word Meanings: A Conceptual Analysis and Review. In H. Ginsburg (Ed) *The Development of Mathematical Thinking*. New York: Academic Press
- Fuson, C. (1986). Teaching children to subtract by counting up. *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol 17, nº3, 172-189
- Fuson, C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer-Verlag
- Gaspar, M. (2004). *Projecto Mais-Pais. Factores socioculturais e interpessoais do desenvolvimento numérico de crianças em idade pré-escolar: o nome dos números e o envolvimento dos pais*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, Fundação para a Ciência e a Tecnologia, Textos Universitários de Ciências Sociais e Humanas
- Ghazali, M. e Zanzali, N. (1999). Assessment of school children's number sense. *Proceedings of the International Conference on Mathematics Education into the 21 century*. Cairo: Societal Challenges: Issues and Approaches.
- Gardner, H. (1993). *The Unschooled Mind*. London: Fontana
- Gellman, R e Gallistel, C R (1978). *The child's understanding of number*, Cambridge: Harvard University Press
- Gellman, R e Meck, E (1983). Preschoolers counting. Principles before skill. *Cognition*, 13: 343-359.
- Gerdes, P. (1996). Etnomatemática e Educação Matemática: Uma panorâmica geral. In *Quadrante*, vol5 nº2 , 105-138
- Gifford, S. (1995). Number in early childhood. *Early Childhood Development and Care*, 109: 95-119
- Ginsburg, H., Lee, J., Boyd, J. (2008). Mathematics Education for Young Children: What It is and how to Promote It. *Social Policy Report*, vol. XXII, nº1 (3-22)
- Ginsburg, H. (Ed.) (1983). *The development of mathematical thinking*. New York: Academic Press
- Goetz, J.P. e Le Compte, M. D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Ed. Morata



- Gonçalves, J. A. (1992). A Carreira das Professoras do Ensino Primário. In A Nóvoa (org), *Vidas de Professores*. Porto: Porto Editora.
- Gray, E. e Tall, D. (1994). Duality, Ambiguity and Flexibility: A Proceptual View of Simple Arithmetic. *Journal for the Research in Mathematics Education* , vol 26 (2). 115-141
- Gravemeijer , K.(1998). Developmental research: research for the sake of educational change . In G. Cebola e M. Pinheiro (org). *Desenvolvimento Curricular em Matemática*. Lisboa: SPCE
- Gravemeijer, k (2005). What makes mathematics so difficult, and what can we do about it? In L. Santos, A.P. Canavarro, J. Brocardo (org) *Educação Matemática: caminhos e encruzilhadas*. Lisboa: APM
- Greeno, J. (1991) Number sense as situated in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol 22 nº 3 170-217
- Griffin, S (2003). Laying the Foundation for Computational Fluency in Early Childhood. *Teaching Children Mathematics*. Vol 9 Iss.6 p.306
- Haylock, D. and Cockburn, A. (1989) *Understanding Early Years Mathematics*. London: Paul Chapman
- Haylock, D. e Cockburn, A. (1997) *Understanding Mathematics in the Lower Primary Years*. London: Paul Chapman.
- Headington, R. (1999). *Supporting Numeracy*. London: David Fulton Publishers
- Hernández, C. (2007). La evaluación de métodos para la enseñanza e la aprendizaje de las matemáticas en la educación infantil. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. Nº 11 (59-77)
- Hernández, C., Llamas, C., Plaza, L., Diez, M., González, B. (2009). Iniciación al estudio de las matemáticas de las cantidades en la Educación Infantil. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. Nº 18 (105-128)
- Hope, J. (1988). Promoting Number Sense in School. *Arithmetic Teacher* February 1988
- Howden, H. (1989). Teaching Number Sense. *Arithmetic Teacher* 36(6) , 6-11
- Hughes, M. (1986). *Children and Number*. Oxford: Basil Blackwell
- Hughes, M., Desforges, C., Mitchell, C. (2000). *Numeracy and beyond: applying mathematics in the primary school*. London: Open University Press

- Jesus, A., Serrazina, L. (2005). Actividades de natureza investigativa nos primeiros anos de escolaridade. *Quadrante* vol XIV, nº 1 (pp 3-35)
- Jordan, N., Kaplan, D., Oláh, L., Locuniak, M (2006). Number Sense in Kindergarten: A longitudinal Investigation of Children at Risk for Mathematics Difficulties. *Child Development*. Vol 77, nº 1, 153-175
- Kamii, C (1984). *A criança e o número*. Campinas: Ed. Papirus
- Kaminski, E. (2002). Promoting Mathematical Understanding: number Sense in Action. *Mathematics Educational Research Journal*. Vol 14, nº 2, 133-149
- Kirova, A., Bhargava, A. (2002). Learning to guide Preschool Children's Mathematical Understanding: A Teacher's Professional Growth. *Early Childhood Research and Practice*, vol 4, nº 1
- Kraemer, J.M. (2008). Desenvolvendo o sentido de número: cinco princípios para planificar. In J. Brocardo, L. Serrazina e I. Rocha (org) *O sentido do número: reflexões que entrecruzam teoria e prática*. Lisboa: Escolar Editora
- Lahire, B. (2001). *O Homem plural. As molas da acção*. Lisboa: Instituto Piaget
- Lewis, A. (1996). *Discovering Mathematics with 4 to 7 year-olds*. London: Hodder and Stoughton
- Liebeck, P (1984). *How Children Learn Mathematics*. London: Pinguim Book.
- Liedtke, W. (1997). Fostering the Development of Conceptual Knowledge: the basics addition facts. *Prime Areas*, 39 (1), 42-51
- Malofeeva, E, Day, J , Saco, X, Ciancio, D. (2004). Construction and evaluation of a number sense test with head short children. *Journal of Educational Psychology*. Vol 96, nº 4, 648-659
- Markovits, Z e Sowder, J. (1994). Developing Number Sense: An Intervention Study In Grade 7. *Journal for research in Mathematics Education*, vol. 25 nº 1, 4-29
- Matos, J.F. e Carreira, S. (1994). Estudos de caso em educação Matemática – Problemas actuais. *Quadrante* vol 3 nº 1, 19-54
- McIntosh, A, Reys, B. Reys, R (1992). A Proposed Framework for examining basic number sense . *For the Learning of Mathematics*, vol 12, 3 pp. 2-8

- Menmuir, J. and Adanis, K. (1997). Young Children's inquiry learning in Mathematics. *Early Years* 17(2): 3-9
- Merriam, S. (1988). *Case Study Research in Education: A qualitative approach*. S. Francisco e Londres: Jossey-Bass Publishers
- Metz, M (1987) The Development of Mathematical understanding in G. Blenkin and A. V. Kelly (Eds) *Early Childhood Education: A Developmental Curriculum*. London: Paul Chapman
- Morgado, L. (1988). *Aprendizagem operatória da conservação das quantidades numéricas*. Lisboa: INIC
- Morgado, L (1993). *O Ensino da Aritmética. Perspectiva construtivista*, Coimbra: Liv. Almedina
- Munn, P and Schaffer, H. (1993). Literacy and Numeracy events in social interactive contexts. *International Journal of Early Years Education*. 1(3): 61-80
- NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE
- NCTM (2001). *The roles of representation in school mathematics*, Reston: NCTM
- NCTM (2007). *Princípios e normas para a Matemática Escolar*, Lisboa: APM
- Novakowski, J. (2007). Developing "Five-ness" in Kindergarten. *Teaching Children Mathematics*. November 2007 (226-231)
- Nunes, T, Campos, T, Magina, S., Bryant, P (2001). *Introdução à educação Matemática – Os números e as operações*. São Paulo: Proem Ed.
- Ojose, B. (2008). Applying Piaget's Theory of Cognitive Development to Mathematics Instruction. *The mathematics Educator*, vol 18 nº 1: 26-30
- Perry B. , Dockett, S., Harley, E. (2007). Preschool Educators' Sustained Professional Development in Young Children's Mathematics Learning. *Mathematics Teacher Education and Development*. Vol 8, 117-134
- Piaget, J e Szeminska, A (1964) . *A gênese do número na criança*, Rio de Janeiro: Zohar Editores

- Pinto, M (1997). A infância como construção social. In M. Pinto e J. Sarmiento (org) *As crianças. Contextos e identidades*. Braga: CEC – U. Minho, 31-73
- Ponte, J.P. (1994). O estudo de caso na investigação em Educação Matemática. *Quadrante*, vol 3, nº1 (3-18)
- Ponte, J.P, Matos,J., Abrantes, P. (1998). *Investigação em Educação Matemática*. Lisboa: IIE
- Ponte, J.P. (2002). Literacia matemática. In M.N. Trindade (org), *Actas do Encontro Internacional Literacia e cidadania: convergências e interfaces*. Universidade de Évora: Centro de Investigação em Educação Paulo Freire
- Pound, L. (1999). *Supporting Mathematical Development in the Early Years*. Philadelphia: Open University Press
- Raposo, N (1980). Implicações pedagógicas da teoria de Jean Piaget. *Revista Portuguesa de Pedagogia*, 14, 117-158
- Reys, B. (1994). Promoting Number Sense. *Mathematics teaching in the middle school*. Vol 1, nº 2, 114-120
- Schwerdtfeger, K e Chan, A. (2007). Counting Collections. *Teaching Children Mathematics*, March, 2007
- Serrazina, L. (1999). Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em matemática num contexto de reforma curricular no 1º ciclo. *Quadrante*, vol 8, 139-168
- Simon, M (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145
- Soares, N. (2006). A investigação participativa no grupo social da infância. *Currículo sem fronteiras*, vol 6, nº 1 (25-40)
- Sowder, J. (1988). Mental computation and number comparison: their roles in the development of number sense and computational estimation. In J. Hielbert & M. Behr (Ed.), *Number concepts and operations in the middle grades (182-197)*. Reston: NCTM
- Stiff, L. e Curcio, F. (1999). *Developing Mathematical Reasoning in grades K-12*. Reston: NCTM

- Tang, E. e Ginsburg, H. (1999). Young Children's Mathematical Reasoning: A Psychological View. In L. Stiff e F. Curcio (Ed) *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*. Reston: NCTM
- Treffers, A e Beishuizen, M. (2000). Realistic Mathematics Education in the Netherlands. In Ian Thompson (Ed) *Issues in teaching numeracy in primary schools*. Maidenhead: Open University Press
- Van de Rijt, B e outros (2003). The development of early numeracy in Europe. *Journal of Early Childhood Research*, vol I (2) (pp 155-180)
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001) Children Learn Mathematics. Utrecht: Freudenthal Institute
- Vygotsky, L. (1962). *Thought and language*. Cambridge, MA: The MIT Press.
- Vygotsky, L. (1978). *Mind in society*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Whitacre, I and Nickerson, S. (2006). Pedagogy that makes (number) sense: A classroom teaching experiment around mental math. *PME-NA* , vol 2, 736-743
- Wood, K. & Frid, S. (2005). Early Childhood Numeracy in a Multiage Setting. *Mathematics Education Research Journal*, vol 16, nº3 (80-99)
- Wood, T., Merkel, G., Verkwitz, J. (1996). Criar um ambiente na aula para falar sobre a matemática. *Educação e Matemática* nº 40 (pp 39-43)
- Wynn, K (1999). Children's understanding of counting. *Cognition*, 36, 155-193
- Yackel, E. e al (1990). A importância da interação social na construção do conhecimento matemático das crianças. *Educação e Matemática* nº 18 (pp 17-21)
- Yang, D. (2003). Teaching and Learning number sense – an intervention of fifth grade students in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education*, nº1 (115-134)
- Yin, R. ( 1989). *Case Study Research: Design and Methods*. London: Sage Publications
- Zanzali , N. e Ghazali, M. (1999) Assessment of school childrens' number sense. *Proceeding of the International Conference of Mathematics Education in the 21<sup>st</sup> century*. Cairo



# Anexos





**ANEXO 1** – Carta de pedido de autorização aos presidentes dos Agrupamentos de Escolas para a realização do trabalho empírico nos Jardins-de-Infância



Exmo Srº Presidente do Conselho Executivo do Agrupamento de Escolas Josefa de Óbidos

Eu, Marina Vitória Valdez Faria Rodrigues, docente da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Leiria, venho, por este meio, solicitar a V. Exª autorização para realizar, no Jardim de Infância da Usseira, uma investigação no âmbito do meu trabalho de doutoramento.

Este trabalho, de título provisório “O Desenvolvimento do Sentido de Número no Pré-escolar”, tem como objectivo principal analisar como se desenvolve o sentido de número em crianças de 5 anos.

O trabalho a realizar preservará a identidade das crianças, e os dados recolhidos destinar-se-ão exclusivamente à realização do trabalho mencionado.

Caso me seja dada permissão para a realização do trabalho, informarei os encarregados de educação das crianças do trabalho a levar a cabo.

Informo igualmente que a educadora do referido Jardim, já por mim contactada, se encontra disponível para participar neste trabalho.

Agradeço antecipadamente a vossa colaboração.

Os meus melhores cumprimentos

Marina Rodrigues



Exmo Srº Presidente do Conselho Executivo do  
Agrupamento de Escolas D. João II

Eu, Marina Vitória Valdez Faria Rodrigues, docente da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Leiria, venho, por este meio, solicitar a V. Exª autorização para realizar, nos Jardins de Infância do Avenal e de Casal Celão, uma investigação no âmbito do meu trabalho de doutoramento.

Este trabalho, de título provisório “O Desenvolvimento do Sentido de Número no Pré-escolar”, tem como objectivo principal analisar como se desenvolve o sentido de número em crianças de 5 anos.

O trabalho a realizar preservará a identidade das crianças, e os dados recolhidos destinar-se-ão exclusivamente à realização do trabalho mencionado.

Caso me seja dada permissão para a realização do trabalho, informarei os encarregados de educação das crianças do trabalho a levar a cabo.

Informo igualmente que as educadoras dos respectivos Jardins de Infância, já por mim contactadas, se encontram disponíveis para participar neste trabalho.

Agradeço antecipadamente a vossa colaboração.

Os meus melhores cumprimentos

Marina Rodrigues

**Anexo 2:** Carta pedindo a colaboração dos encarregados de educação na realização da tarefa 6



Caros encarregados de educação:

No âmbito da investigação que estou a realizar na sala do Jardim-de-Infância que o seu educando frequenta, hoje recebemos uma carta (fictícia) dos meninos de outro Jardim de Infância que nos contaram que gostam muito de coisas sobre números e têm estado a descobrir muitas coisas.

Uma das coisas que eles fazem é “o número do mês”. Todos os meses escolhem um número e durante uma semana vão descobrindo como se pode utilizar esse número. Para além do que pesquisam com a Educadora deles, contam com a ajuda dos pais, irmãos, avós e amigos. No fim do mês todos comunicam à turma o que descobriram.

Nós, na nossa sala também gostamos de números porque sabemos que eles fazem parte da nossa vida e ajudam-nos a dar resposta a muitos problemas. Como queremos aprender muitas coisas sobre números, pensámos fazer como os meninos que nos escreveram, e descobrir coisas sobre números.

O número que escolhemos para começar é o 4.

Pedimos a vossa ajuda para nos ajudarem a descobrir coisas sobre o número 4 (para que serve, onde aparece, quando o usamos, etc).

Para perceberem melhor o que queremos, escrevemos a seguir algumas coisas que os outros meninos descobriram sobre o número 3:

*“ Eu tenho 3 anos”                      “o número de minha porta tem um 3 (23)”*

*“Na minha casa moram 3 pessoas”                      “a minha gata teve 3 gatinhos”*

*“ eu moro no 3º andar”                      “O meu número de telefone tem dois 3”*

*“A mãe disse que às 3 da manhã estamos todos a dormir”*

*“eu já sei escrever o número 3”*

Depois nós vamos contar em casa tudo o que aprendermos sobre o número 4.

Agradeço desde já a vossa ajuda

Marina Rodrigues



### **ANEXO 3: A história “O País dos números”**



## “ O PAÍS DOS NÚMEROS ”

Era uma vez o país dos números.

Neste país quase tudo era em números. As árvores tinham a forma de números, as casas tinham a forma de números, a fruta aparecia descascada com a forma de números, os bifos e as salsichas tinham a forma de números.

As pessoas eram como nós, mas todas tinham um número. Como os números nunca acabam, todas as pessoas podiam ter números diferentes, mas não era isso que acontecia, havia muitas pessoas com o mesmo número.

Os meninos, por exemplo, tinham todos números até 9. Para não haver confusão, tinham o seu número e o apelido de família.

No Jardim de Infância “Números Sabichões”, havia:

- O menino 2 Silva;
- A menina 3 Correia;
- A Menina 7 Pires;
- O menino 8 Antunes ....
- A Educadora Dona 74 Ferreira.

Neste jardim de infância, os meninos brincavam e trabalhavam, muitas vezes aos pares.

### **Sabem o que é isso significa?**

Em cada dia a Dona 74 Ferreira dizia aos meninos como é que se formavam os pares:

“hoje os pares têm que formar 6”

A menina 4 juntou-se com o menino 2, a menina 3 juntou-se com outra menina 3, o menino 5 juntou-se com o menino 1.

### **Vamos ver como é que foi?**

*A cada criança é entregue um cartão com um número de 1 a 5 referindo-se que o número que receberam indica o número de dedos que devem esticar. As crianças devem juntar-se aos pares como quiserem. Nesta altura pede-se a cada par que indique qual o total da soma dos dois números.*

*Seguidamente selecciona-se um par e questiona-se sobre qual o total de dedos esticados e refere-se que na história o total tinha que ser 6, pedindo-se a um dos elementos do par que estique o número de dedos correspondente ao seu número e indique qual será o número de dedos que lhe falta para termos seis dedos esticados. Após a resposta, a criança escolhe um*

*amigo que tenha esse número. Todas as crianças, terão, então, que escolher uma outra criança, de modo a que, em conjunto, totalizem seis (tenham 6 dedos esticados).*

Uma coisa que os meninos desse jardim gostavam muito, era do balancé que havia no pátio. Era uma espécie de balança gigante, os meninos punham-se lá dentro e andavam para cima e para baixo. Os meninos que estavam num dos pratos da balança tinham que se equilibrar com os do outro prato. Por exemplo, se os meninos de um dos pratos formavam 5, do outro lado também tinham que formar 5.

*Exemplificar com uma balança de pratos. Distribuir números até (5) 10 pelas crianças (um a cada criança). Duas crianças são seleccionadas para colocarem os seus números num dos pratos da balança e em conjunto, determina-se qual o número que deve surgir no outro prato da balança para a equilibrar. Em seguida, as crianças à vez colocam o seu número num dos pratos da balança e determinam quais os números que devem ir para o outro prato (insistir em todas as combinações possíveis).*

*As crianças que colocam os seus números vão saindo do jogo.*

Os meninos deste país gostavam de ser fortes e de ter muita saúde. Para isso comiam muito bem. Poucas guloseimas, muita fruta, leite e legumes. Gostavam muito de sopa e sabiam que era importante comer sopa a todas as refeições. Um dia fizeram uma brincadeira. Arranjaram uma colheres pequenas (colheres de chá) e comiam duas colheres de sopa de cada vez. Todos tinham que comer 12 colheres de sopa.

**Vamos ver como é que eles contavam as colheres de sopa que metiam na boca?** *(usar colheres de chá de plástico e as crianças vão contando de 2 em 2)*

Nas mesas em que almoçavam, só cabiam 5 meninos em cada mesa.

**Quantas mesas como as deles (onde cabem cinco meninos) é que acham que eram precisas para todos vocês comerem ?**





# RESUMO





# **DESARROLLO DEL SENTIDO DEL NÚMERO EN EL ALUMNADO DE EDUCACIÓN INFANTIL**

## **INTRODUCCIÓN**

Los estudios nacionales en el ámbito de la educación infantil relacionados con las matemáticas han tenido un marcado carácter psicológico-evolutivo. A pesar del extraordinario desarrollo de las matemáticas, la investigación educativa de los últimos veinte años en Portugal ha dedicado pocos estudios a la educación matemática en la escuela infantil.

Sin embargo, esta es una etapa muy importante para el desarrollo humano durante la cual las actitudes y las habilidades que los niños se desarrollan en esta área del conocimiento, puede llegar a ser vital para su éxito futuro.

Este estudio se centra, por tanto, en un período de desarrollo donde las capacidades de los niños debe ser aprovechado, respetando los ritmos de aprendizaje individual, tratando de extraer del alumno las habilidades fundamentales para resolver problemas, el razonamiento y la comunicación.

Es importante comprender que la escuela, la familia, etc. influyen en la construcción de las identidades sociales que motivan a los niños a aprender matemáticas y entender que en el preescolar estos factores serán muy relevantes.

Así, este estudio se propone examinar el desarrollo del sentido del número en niños de edad pre-escolar, estudiar y reflexionar sobre el marco teórico que informa y tratan de evaluar empíricamente los aspectos de desarrollo relacionados con el conteo de objetos y el establecimiento de relaciones numéricas de una manera informal.

El “sentido de los números” es una expresión que aparece en la literatura durante unos veinte o veinticinco años. Aunque tiene elementos comunes con el “concepto de número” se trata de dos ideas distintas.

El concepto de los números, que están indisolublemente ligadas a Piaget, se refiere a una construcción bien definida relacionada con las estructuras cognitivas de cada individuo y se desarrolla a través de las etapas de su

desarrollo. Así, según Piaget, el orden jerárquico del desarrollo psicogenético de los conceptos (y, en particular el concepto de número), con independencia de cualquier tipo de estimulación no se puede invertir. Esto es sólo un aspecto que distingue el concepto de número del sentido del número.

En este estudio el sentido del número no es sinónimo con el concepto de número. Incluso podemos decir que un buen desarrollo del sentido del número es la base para adquirir el concepto de número, pero no al revés. A menudo nos enfrentamos a adultos con algún tipo de formación matemática y un buen concepto de los números, pero muestran una gran falta de sentido de número.

Por "sentido de los números" entendemos de acuerdo con Castro y Rodríguez (2008) como *"la preocupación de la comprensión global y flexible de números y operaciones, con el fin de entender los números y sus relaciones y desarrollar estrategias útiles y eficaces para ser utilizadas en el día a día como ciudadano activo. Por tanto, es una construcción entre números y operaciones, de reconocimiento y modelos numéricos construidos con los números a lo largo de toda la vida y no sólo en la escuela. También incluye la capacidad de entender el hecho de que los números pueden tener diferentes significados y puede ser usado en contextos muy diversos"* (p. 11).

Varios autores han destacado la idea de que el sentido de los números es mucho más que una mera acumulación de datos aislados. Conceptualmente, el sentido del número incluye el reconocimiento de la magnitud relativa de los números, el efecto de las operaciones en los números y el desarrollo de puntos de referencia para las cantidades discretas y continuas. En términos operativos, implica la capacidad de uso de números con flexibilidad en los cálculos y estimaciones, evaluar la razonabilidad de los resultados, la facilidad en el trato con diferentes representaciones numéricas y relacionar los números, los símbolos y las operaciones. También debería añadir una tercera dimensión; es precisamente la que se refiere a los aspectos afectivos que puede ser decisivo en la actitud de los sujetos antes de los números y las matemáticas.

La adquisición del sentido del número es un proceso gradual y evolutivo que se inicia mucho antes de la educación formal. Desde edades tempranas los niños piensan acerca de los números y tratan de darle sentido (McKintosh et al.,

1992), aunque existe un paralelismo entre la edad de los niños y el desarrollo del sentido del número (incluso en sus acciones más básicas). Muchos niños exhiben estrategias creativas y eficientes cuando operan de manera informal con los números, y a veces estas estrategias se introducen en la educación formal. Sin embargo, según Kamii (1985), la enseñanza formal se orienta al conocimiento puramente técnico de las matemáticas, en particular para lápiz y papel aritmética, haciendo hincapié en los algoritmos formales.

El problema de este estudio se puede definir de la siguiente manera:

*¿Cómo se desarrolla un sentido de número en la edad preescolar y en qué medida este desarrollo se puede fomentar a través de experiencias significativas de aprendizaje, contribuyendo a la aparición de actitudes positivas hacia las matemáticas?*

En función de este problema, hemos definido los siguientes objetivos de aprendizaje:

- Comprender cómo los niños en edad preescolar desarrollan el sentido numérico y las estrategias de uso en la resolución de problemas numéricos en los contextos de su vida cotidiana.
- Promover y fomentar el desarrollo de habilidades numéricas de los niños.

Desde hace tiempo se investiga sobre la manera en que los estudiantes aprenden las matemáticas. Tradicionalmente, las matemáticas se han visto como una disciplina en la que el maestro transmite sus conocimientos sobre los temas de manera clara y objetiva. A partir de un modelo lineal de aprendizaje, se espera que todos los estudiantes aprenden lo mismo, y del mismo modo (y Fosnot Dolk 2001).

Si embargo, la relación entre las matemáticas aprendidas en la escuela y las matemáticas necesarias para la vida cotidiana ha llevado a grandes discusiones. Hasta hace poco tiempo se aceptaba que lo que se aprende en la escuela se podría aplicar en otros contextos. Sin embargo, investigaciones recientes han demostrado que es un supuesto erróneo. Del mismo modo, también se entiende que los niños competentes para utilizar las matemáticas en las prácticas cotidianas pueden revelar dificultades cuando se enfrentan a las matemáticas de la escuela (Carragher, 1988).

La psicología del desarrollo sobre la base de Piaget no permiten entender este fenómeno, pero en las últimas décadas, el esfuerzo conjunto de los psicólogos, educadores y antropólogos permitió un debate que van más allá de los enfoques de Piaget (individualista) y Vygotsky (sociocultural), sobre los modos de pensar cuando el niño aprenden matemáticas.

Las primeras experiencias de matemática de los niños son muy importantes en las actitudes y concepciones que se forman en esta ciencia. Si estas experiencias son significativas, entonces los niños desarrollarán actitudes, valores y conceptos positivos para llegar con confianza y de manera autónoma y flexible en su aprendizaje matemático. Por el contrario, experiencias que no son matemáticamente significativas, percibir que aprendizaje de las matemáticas es memorizar actividades sin sentido, convirtiéndose en niños incapaces de aplicar sus conocimientos cuando se enfrentan a nuevas situaciones, genera frustración y una actitud negativa hacia el aprendizaje de esta disciplina. Por tanto, es importante abordar la cuestión del aprendizaje mediante la interpretación no sólo como un proceso individual, sino como un proceso de construcción de identidades sociales.

La “matemática realista” es un enfoque por el cual se concibe la educación matemática como actividad humana. Esta teoría, desarrollada por Freudenthal, se centra en la reinención a través de la aplicación matemática que se produce cuando los estudiantes resuelven problemas en contextos reales, interpretan y usan estrategias y soluciones informales (Figueiredo, 2000). Aprender matemáticas significa hacer las tareas, un proceso de resolución de problemas reales y contextualizados. Esta actividad se refiere tanto a actividades individuales como colectivas, en la que las discusiones incluyen hacer conjeturas, explicar el razonamiento y justificar conclusiones que conducen a una progresiva aplicación matemática de situaciones reales.

Algunos defensores de las matemáticas realistas han dedicado sus estudios a los primeros años en la vida de los niños. Fosnot y Dolk (2001) argumentan que el proceso fundamental de aprendizaje (que no se aparta del proceso de enseñanza formal) es explorar las ideas de cada niño. Teniendo en cuenta los diferentes niveles de desarrollo en la misma clase, muestran la necesidad de crear contextos lo suficientemente abiertos como para permitir exploraciones

individuales, incluso divergentes, en el que cada niño explora ideas relacionadas con su nivel de desarrollo matemático.

Estos autores utilizan lo que denominan “trayectorias hipotéticas de aprendizaje”. Este tipo de aprendizaje se basa en el estudio de la evolución histórica de las ideas matemáticas y, simultáneamente, en el progreso del desarrollo de las ideas de los niños sobre diferentes temas de matemáticas. Se crean contextos que pueden apoyar el desarrollo natural de los niños, y a menudo modelan problemas que facilitan la aparición de desequilibrios y dan pistas sobre el desarrollo y solución de los mismos en similares situaciones futuras. Se trata de construir una visión del aprendizaje que hace hincapié en la importancia de cómo los niños comienzan a aprender diferentes ideas matemáticas.

La investigación muestra que el desarrollo del conocimiento matemático de los niños comienza antes de la educación formal (Baroody, 2002, Fuson, 1988, Ginsburg, 1989). Es un conocimiento estructurado y basado fundamentalmente en las experiencias relacionadas con las experiencias de contar. Este conocimiento, para que tenga sentido y conectado a tierra en las vivencias de aprendizaje en situaciones cotidianas, puede ser sorprendente. En el aula de educación infantil, e incluso en los primeros años de educación primaria, los niños resuelven problemas aritméticos usando estrategias informales para contar utilizando modelos más eficaces que los adquiridos según el conocimiento formal de la escuela. Así, aunque se trata de un tipo de conocimiento bastante inconsistente, ilógico e incompleto a menudo, este conocimiento informal tiene un gran valor en la enseñanza en preescolar, porque constituye la base del aprendizaje formal.

De este modo podemos decir que el aprendizaje de matemáticas en la educación preescolar es una realidad, y que debe ser visto como una construcción hecha por cada niño, siempre en interacción social. Para que este aprendizaje sea significativo y contribuya al desarrollo matemático del niño, el adulto debe fomentar la interacción, proporcionando entornos de aprendizaje estimulantes que desafían a cada niño y que le permite, según sus posibilidades, para avanzar en ese camino interminable que es el aprendizaje.

Consideramos la necesidad de investigar en las primeras experiencias de los niños en el sentido matemático. Puesto que en estas primeras experiencias se

ponen las bases para desarrollar actitudes positivas hacia esta disciplina así como la confianza en sus propias habilidades matemáticas.

Ponte et al. (1998) refieren la falta de investigación en educación matemática en los primeros años. Estos autores afirman que en Portugal *"... faltan, en primer lugar, estudios derivados de las teorías de Piaget que relacionen los aspectos cognitivos con los sociales (...). Faltan también trabajos que estudien detalladamente los procesos de construcción del concepto del número, e investigaciones intenten caracterizar el sentido del número, por ejemplo."* (p.133)

La intención de este estudio es precisamente contribuir al conocimiento en este campo, al tratar de comprender cómo desarrollar las habilidades numéricas de los niños en edad preescolar y cómo se pueden promover en contextos significativos respetando la individualidad de cada niño.

## **METODOLOGÍA**

La elección del método de investigación debe ser coherente con los objetivos del estudio y muy especialmente con el tema que se quiere abordar. Teniendo en cuenta la naturaleza del problema a investigar, sugiere la adopción de una metodología centrada en el paradigma cualitativo y el uso de la observación como técnica fundamental para recoger la información. No obstante, consideramos que el enfoque etnográfico es el que más se adecua a la finalidad del estudio.

De acuerdo con varios autores, sobre todo de acuerdo a Pinto (2000), la etnografía es una metodología especialmente adecuada para el estudio de este grupo de edad, ya que le da al niño un papel activo, una voz directa, no alcanzados a través de otras metodologías. Se utilizó una metodología de trabajo en torno a una entidad bien definida (las tareas) que se ha estudiado en detalle y profundidad, utilizando debido a su complejidad, diversos procesos y varias fuentes de información.

No se trató de verificar, explicar o transmitir ideas y procedimientos en relación a cómo aprendían los niños, sino más bien, a entender, interpretar y dar inteligibilidad mediante la narración de la realidad social y de interacción personal vivida en el aula.

A partir de este estudio, se creó un entorno educativo en el que se manifiestan formas de pensamiento, decisiones, limitaciones y se aprecian las posibilidades de los niños cuando se enfrentan con las situaciones presentadas.

Los resultados de investigación incluyen un gran componente descriptivo, en la medida en que tratan de dejar claro la trayectoria por la que pasan los niños en su aprendizaje a través de cada tarea, e incluye la forma en que fueron mejorando y ampliando sus conocimientos en los modelos que fueron aprendiendo en las distintas situaciones.

Durante esta investigación hubo una gran participación del investigador, que fue el actor principal, tanto en la planificación, en la ejecución y en la reflexión sobre las tareas.

El análisis de la información siguió un proceso inductivo a partir de preguntas generales que progresivamente fueron centrándose en intereses más directos y concretos que van precisando la investigación a lo largo de su transcurso.

El trabajo de campo se llevó a cabo entre los meses de enero y junio de 2008 y se centró en tres aulas de educación infantil del distrito de Leiria, situada en diferentes ambientes. En total han participado 55 alumnos y alumnas de entre tres y cinco años de edad.

## **RESULTADOS**

Los resultados que se presentan derivan de la implementación de una serie de tareas construidas con el fin de analizar el desarrollo de habilidades numéricas de los niños que participan, promoviendo su desarrollo a través de las mismas y mediante la interacción entre los niños y con los adultos en el contexto natural de su aula.

La disposición de este conjunto de tareas que fueron elaboradas se implementan teniendo como base teórica la Trayectoria Hipotética de Aprendizaje en el sentido otorgado por los precursores de la Matemática Realista (Gravemeijer, 1998). No obstante, el diseño de las tareas no fue algo rígido, sino que a medida que se fueron implementando, sufrieron algunas modificaciones con la intención de ir adaptándolas a las características de los alumnos del aula.

El conjunto de tareas permite un desarrollo de competencias numéricas en espiral, puesto que los niños van construyendo su conocimiento poco a poco y fuertemente asentado en sus conocimientos previos.

La intención de cada tarea es animar a los niños para transformar sus ideas y procedimientos en un proceso que conduzca a un mayor nivel de comprensión. Durante todo el periodo de ejecución de las tareas, cuya duración fue de seis meses, los niños fueron construyendo su conocimiento, por sí mismos, en interacción con otros (niños y adultos) y fuertemente enraizados en los conocimientos adquiridos con anterioridad. Asumimos así una perspectiva constructivista del aprendizaje (Simon, 1995).

### **Primera tarea: «El fruto que más nos gusta»**

Esta tarea nos permitió analizar las habilidades que los niños habían desarrollado anteriormente para el sentido del número, incluyendo los relacionados con el conteo oral de objetos. E incluso fueron capaces de establecer relaciones numéricas.

La tarea era descubrir donde la fruta preferida por los alumnos. El proceso utilizado fue la construcción y el análisis de un gráfico de barras, cuya estructura fue construida con anterioridad por el investigador.

La elección de una tarea que implica el análisis de datos para comenzar el aprendizaje fue intencional. De hecho, el análisis de los datos es un área de las matemáticas que, en el mundo actual, tiene gran importancia, ya que tiene una fuerte conexión con la vida cotidiana de niños y adultos.

A partir de esta tarea se demostró que los niños tienen conocimiento de la secuencia numérica e incluso habían desarrollado algunas estrategias para contar objetos. Sin embargo, las mayores dificultades se dan aquellos que asistían a la escuela por primera vez en ese año.

Algunos chicos dominaban con seguridad el conteo oral, demuestran conocer la secuencia de números hasta el 20 o más, mientras que otros se quedaron por debajo de conteo de objetos inferiores a diez, conocían algunas términos y expresaban secuencias de números de manera aleatoria.

Además, se comprobó que incluso en algunos de los niños con fluidez en el conteo oral tenían algunas dificultades para contar objetos, principalmente



debido a la falta de coordinación entre el objeto y el número de palabras expresadas.

Esta tarea también nos ha permitido comprender que algunos niños, de nuevo los más jóvenes y/o que asisten por vez primera a la educación infantil, no comprenden el valor del cardinal. Es decir no hay una relación entre el último número expresado y el número de objetos contados. No obstante, parece que en este momento comienza a surgir algo importante en el desarrollo del sentido numérico ordinal: saben que después del primero va el segundo.

Interesante también se constató que algunos niños realizan “subitizing”. Por ejemplo, cuando los niños de una de las habitaciones que se revisaron cuatro niños que habían elegido el plátano como una opción de fruta, uno de ellos dijo: “yo no conté”, “vi que eran cuatro”. La traducción del término “subitizing” al español es “repentización” que significa según el diccionario de la Real Academia Española de la Lengua “acción o efecto de repentizar”; que entendemos como una acción que se realiza de repente, en una primera impresión o apreciación, y se utiliza en el contexto musical como “ejecución de una canción o pieza musical a la primera lectura”.

Cabe destacar también que algunos niños mayores revelaron un conocimiento de ciertos hechos numéricos simples:  $2 + 2$  es igual a cuatro,  $5 + 5$  es 10 (“mira, es como si los dedos”),  $4 + 4$  es 8, lo sé porque he hecho muchas veces.

Incluso cuando las cantidades eran altas (12, 23, 24) había algunos niños (de nuevo los mayores) que, ante la pregunta de cuántos eran los dibujos que se habían pegado en la tabla, respondían correctamente estableciendo una correspondencia biunívoca entre el número de dibujos y el número de niños en la clase. La mayoría de los niños, sin embargo, no habían podido establecer esta correspondencia y procedían a contar los dibujos.

En términos generales, la realización de esta primera tarea mostró cómo los niños se involucran en la tarea y están interesados por ella ya que se creó un contexto en el que fue significativa. Con los niños de estas edades es fundamental crear emocionantes contextos familiares en el que de manera concreta se usen materiales manipulativos, capaz de organizar el razonamiento y la comunicación de los resultados.

A través de esta tarea, se confirmó también que la diversidad de resultados es una realidad que desafía a los adultos para ofrecer experiencias de aprendizaje que permita a todos continuar su desarrollo y aprovechar las capacidades de cada uno, pero respetando en las diferentes ritmos de aprendizaje.

### **Segunda tarea: El juego "Contar y descubrir"**

Este proceso funciona como un desearía y algunos niños van creando secuencias de conteo propias hasta que adquieren una forma correcta de contar. Los términos utilizados para contar oralmente son aprendidos por los niños en interacción con otros niños o con los adultos.

Considerando que defendemos que a partir del conocimiento de la secuencia de contar oralmente los niños desarrollan sus competencias numéricas, las tareas de "Contar y describir" tiene como objetivo precisamente este: analizar y ayudar a desarrollar sus competencias de contar oralmente.

Así, fue creada una situación de juego donde los chicos deberían contar con los ojos cerrados, mientras que la investigadora escondía uno de los seis objetos seleccionados en el juego.

Así, fue creada una situación de juego donde los chicos deberían contar con los ojos cerrados, mientras que la investigadora escondía uno de los seis objetos seleccionados en el juego.

Los niños mostraron su conocimiento de la secuencia de conteo. A pesar de que la mayoría de los niños de 3 años se limitaron a contar hasta 5, algunas contaban hasta 10 con ligeras vacilaciones. También se observó que había niños que estaban creando su propia secuencia al contar, pero no de manera azarosa, sino utilizando un patrón que se repetía siempre (1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, ...).

Por otro lado, ningún niño utilizó en el conteo oral términos no numéricos. De hecho, en estas circunstancias los alumnos mayores y con más conocimientos ayudaron y corrigieron al resto, contribuyendo a ampliar el universo numérico de aquellos que lo tenían más limitado. En realidad, el conocimiento de la secuencia numérica hasta 15 es, en nuestro sistema de numeración, un

proceso eminentemente social, de tal forma que es a partir de la experiencia y de la interacción social donde se promueve y desarrolla este conocimiento.

Los niños de cuatro y cinco años revelaron mejor dominio de contar. Casi todos contaban hasta 20, y se notaba que dominaban con facilidad las irregularidades del conteo. Muchos comprendían ya el patrón de conteo, sólo desconocen los términos de la transición para la nueva serie, parándose a contar en ese momento en el que esperan ayuda. En cualquiera de las aulas de educación infantil encontramos niños que con cierta vacilación pueden contar hasta 40 ó 50, aunque son siempre niños de 5 años.

Finalmente, es de destacar que las diferencias observadas en el desempeño de los niños están directamente relacionada con la edad de éstos y no con los diferentes contextos en los que se desarrolla este estudio.

### **Tercera tarea: "Tapón de botella"**

Desde la perspectiva de este estudio, contar oralmente objetos constituye un punto de partida para desarrollar las competencias numéricas de los niños. De este modo, con el objetivo de estimular su desarrollo se elaboró esta tarea que se prolongó a lo largo de los seis meses del trabajo de campo. Desde el inicio se implementó esta tarea.

Se construyeron tres cajas, una cada aula de educación infantil conteniendo una bolsa transparente, en la cual los niños introducen una carta representando a números entre 4 y 30. En cada carta estaban representados números diferentes a través de su numeral y a través de pintas o dibujos cuando los valores eran inferiores a 15. Fueron utilizadas los tapones de botellas de plástico muy frecuentes en las escuelas de educación infantil.

La tarea consistió en que cada día un niño extrae una carta de la bolsa y colocar dentro de la caja el mismo número de tapas de botella que indica en la carta. Esta labor es supervisada por su educadora y por otro niño. La caja está a disposición de cada niño, mientras que la educadora tenía en consideración el universo numérico de cada niño.

La observación continua que hicimos nos permite afirmar que en relación con la definición de estrategias que faciliten no perder ni repetir ningún objeto, los progresos fueron notables.

Principalmente los mayores, comprendieron que no importaba contar deprisa, ni contar hasta un número muy grande, no había ganadores ni perdedores porque no se trataba de una competición. Interiorizaban que se tenía que contar con calma para no confundirse, y además el hecho de que los objetos se movieran exigía ir con cuidado a la hora de introducir los tapones en la caja. También las interacciones establecidas entre las educadoras y los niños más pequeños contribuyen en la comprensión de que el último término dicho correspondía al total de tapones (comprensión del cardinal).

En general, podemos decir que las capacidades inherentes al desarrollo del recuento de los objetos que se ha desarrollado y, por lo tanto, los objetivos de esta tarea se han logrado. Al final de este trabajo fueron muy pocos niños los que no habían desarrollado estrategias para contar objetos de manera eficaz, y esto ha sido se ha hecho visible en muchas situaciones ya sean intencionales o accidentales.

Por lo tanto, esta tarea que se han extendido por un período prolongado de tiempo, contribuyó al desarrollo de las habilidades de contar objetos y permitió una interacción entre los niños que resulto exitosa, tal y como se pretendía.

De hecho, la confirmación de la exactitud del recuento, que se hizo por el niño que había efectuado inicialmente la tarea en colaboración con otro niño, permitió que todos los participantes estuvieran atentos a la puntuación, a los procedimientos y a las estrategias utilizadas por los otros niños. Los resultados de la aplicación de esta tarea nos refuerza la idea de que en estas edades el aprendizaje es un proceso con un gran componente social.

#### **Cuarta tarea: "juego de cartas"**

El juego de cartas pretendía analizar y contribuir en el desarrollo de la capacidad de contar objetos no manipulables, así como de la capacidad de establecer relaciones numéricas. De acuerdo con la construcción de la trayectoria hipotética de aprendizaje, contar objetos es una tarea más compleja que en la tarea precedente, ya que los objetos no pueden ser manipulados sino que son objetos dibujados en las cartas. En realidad, el hecho de que los dibujos de cartas sean inmóviles impide que los niños utilicen estrategias similares a las que utilizan con objetos móviles, visibles por ejemplo en el juego del "tapón de botella".

La actividad de los niños consistía en lanzar un dado clásico con seis caras. Se identifica el número que sale y se busca una carta con el mismo número de objetos que ha salido en el dado. Las cartas forman tres grupos distintos (un grupo de hasta seis dibujos dispuestos ordenadamente, otro grupo con cartas con el mismo número hasta seis pero dispuestas desordenadamente y un tercer grupo de cartas dibujos entre seis y doce regular e irregularmente dispuestas).

Esta tarea tiene como objetivo desarrollar competencias de contar objetos utilizando estrategias más elaboradas. La capacidad de realizar “subitizing”; o sea, la capacidad de identificar el número de dibujos sólo por el reconocimiento inmediato del número de dibujos. Esto es un aspecto importante en el desarrollo del sentido del número, puesto que permite contar a partir de cierto número ya que los objetos a contar no están visibles y es necesario averiguar cuántos faltan para conseguir un número determinado.

El juego de cartas es siempre del agrado de los niños, parece ser una estrategia adecuada para el desarrollo de las competencias deseadas. Se comprobó que, a lo largo del desarrollo de los diferentes juegos, fue posible observar cómo los alumnos evocaban experiencias vividas anteriormente durante otros juegos o acciones de su vida diaria.

Los niños demostraron cierta capacidad de “subitizing”, puesto que casi todos los alumnos realizaban un rápido reconocimiento cuando las cantidades involucradas no eran más de tres, independientemente del modo de disposición de los dibujos, e incluso los alumnos de cinco o seis años realizaron “subitizing” de hasta seis objetos si la disposición de los mismos era la habitual.

Por otra parte, esta tarea demostró un conocimiento de hechos numéricos básicos por algunos niños, así como la capacidad de decir de un cierto orden. Sin embargo, este último procedimiento fue iniciativa sólo de los niños más mayores. Y otros lo hicieron por sugerencia del investigador y no por iniciativa propia.

En términos generales, esta tarea fue la más motivadora de las realizadas, y la que permitió que los objetivos fueran conseguidos. Además de proporcionar conocimientos para comprender el desarrollo, facilitó la extensión de estas mismas habilidades a más niños (en particular en lo que respecta a la

elaboración de estrategias para el recuento de los objetos no manejables y la capacidad de “subitizing”).

### **Quinta tarea: "Disparos"**

La intención de esta tarea es la de ayudar a los niños a desarrollar el establecimiento de relaciones numéricas a partir de tareas relacionadas con la adición. Se pretendía que los niños realizaran “disparos” hacia un objetivo en dos o tres ocasiones. Se trataba de registrar el número de puntos de cada juego, y, finalmente, indicar el número total de puntos.

En esta situación, el número surge por primera vez de una forma abstracta, puesto que los puntos de cada lanzamiento no son algo intuitivamente contable, sino un simple número atribuido de acuerdo a un criterio (donde caiga el objeto disparado). Por tanto, no surge el número a partir de algo contable: por ejemplo, los tres puntos atribuidos al color verde no son objetos que los niños tengan que contar.

Esta nueva experiencia originó dificultades en los niños más pequeños o con menos experiencia de aprendizaje, algunos incluso no entendió lo que se quería expresar. Sólo sabían que jugaban y se asignaban puntos, mientras que algunos mayores lo comprendieron a partir de la discusión, la interacción y la observación del juego.

Los primeros cálculos de los niños son realizados a partir de contar con materiales de apoyo (Baroody, 1989). En esta tarea los puntos se suman aunque no son manipulados, y estos casos los niños obtienen representaciones numéricas utilizando los dedos de las manos.

Algunos chicos consiguieron identificar patrones numéricos (una mano representa cinco dedos). Comprobamos que estos niños dominan ya algunos elementos numéricos básicos.

### **Tarea 6: El número de meses**

Esta tarea tuvo como objetivo contribuir a generar una visión de las matemáticas íntimamente relacionadas con la vida cotidiana de los niños, y con sus experiencias más directas y constantes.

La tarea consistió en atribuir un número a cada mes, para ello se contó con colaboración de las familias. Precisamente por este motivo, no sabemos hasta

qué punto se ha ayudado a los alumnos por parte del entorno familiar. Así, los meses de abril, mayo y junio se corresponden con los números 4, 5 y 6 aparecieron. Los registros realizados por los niños muestran una cierta capacidad para analizar los números en su contexto diario.

Aunque esta tarea se llevó a cabo durante tres meses, no sabemos a ciencia cierta qué influencia pudo producir la misma en la adquisición del sentido del número. Lo que no cabe duda es que sí pudo contribuir a sensibilizar a los niños sobre la presencia e importancia de los números en su vida cotidiana.

### **Séptimo Tarea: La pulsera de la suerte**

Esta tarea tuvo como objetivo principal de desarrollar el establecimiento de relaciones numéricas y la aparición de operaciones a través de un contexto concreto y muy motivador para los niños. Como era de esperar, los niños recurren a contar para responder a problemas numéricos planteados que requieren el manejo de órdenes numéricos ascendentes y descendentes.

Desde el primer momento en que se diseñó este conjunto de tareas, se pensó que podría ser demasiado compleja para la mayoría de los alumnos por su alto grado de abstracción. Es una tarea que sucedió a la tarea de “disparos”. Y en algunos casos, para facilitar la realización de la misma se utilizó material manipulable como apoyo a sus estrategias de razonamiento. La tarea se presentó a los niños pidiéndoles que hagan pulseras con abalorios a modo de cuentas. Cada niño la hizo a su gusto: seleccionaban 10 cuentas de entre una gran variedad disponible. Al final serían seleccionadas por la educadora 4 de esas pulseras y, de entre ellas, las más votadas por los alumnos sería la elegida “pulsera de la suerte”, que estaría disponible para ser usada cuando algún niño necesitara mucha suerte ante algún deseo.

Sus actuaciones mostraron, en contradicción con las teorías piagetianas, los mismos niños que no dominan el principio de conservación, en su gran mayoría, entienden el sentido de estas operaciones. Mientras que el trabajo se limitaba a cantidades inferiores a cinco, casi todos los niños responden correctamente a todas las cuestiones realizadas, muchas de ellas evidencian un buen conocimiento de la estructura numérica de las relaciones existentes entre los números, de tal forma que consiguen responder correctamente a cuestiones del tipo  $2 \text{ más } 2$  y  $2 \text{ menos } 2$ . Los cálculos son eficaces utilizando

para ello la ayuda de los dedos de la mano, sin necesidad de ir contando uno a uno. El procedimiento fue idéntico en todas las aulas de educación infantil, no se aprecian diferencias en alumnos de la misma edad.

Sin embargo, cuando número de elementos se amplió a 10 se aprecian dificultades notables en el cálculo mental en bastantes niños, aunque algunos de ellos han logrado, utilizando para ello las mismas estrategias que las utilizadas con un número inferior. Los dedos son también en este caso la mejor ayuda utilizada por los niños. También en este caso, el desempeño de los niños en los distintos centros fue similar según su edad; y tan sólo los alumnos de 5 años, en su mayoría, podían resolver los sencillos problemas que se les presentaba, aunque con un poco de ayuda de la investigadora.

### **Octavo tarea: Las piezas del dominó**

Detrás de esta tarea está la construcción de relaciones numéricas a partir del inicio de las operaciones de suma y resta. Esta tarea puede considerarse un nivel más exigente que la tarea anterior, de acuerdo con la definición de la trayectoria del aprendizaje, puesto que aunque los puntos de las piezas son visibles y concretos, no pueden manipularse como ocurría con las cuentas de la “pulsera de la suerte”. Sin embargo, el hecho de tenerlas presente facilita el razonamiento, aunque se exige un nivel superior de razonamiento para el cálculo de suma y resta.

La gran mayoría de los niños en cualquiera de las tres escuelas, estaba acostumbrado a jugar dominó (con fichas de dominó de animales, juegos de dominó de figuras geométricas, etc.), pero no con puntos dominó. Sin embargo, no era una novedad para la mayoría, porque habían visto en casa a sus padres, hermanos y abuelos jugando. Los niños realizaron la tarea en grupos de cuatro, aunque algunos hicieron parejas o trabajaron individualmente.

En un primer acercamiento, los niños jugaron libremente. Conocían las normas generales del juego del dominó y dedujeron fácilmente el proceso de encadenamiento de las piezas. Los niños que no conseguían encadenar las piezas correctamente fueron ayudados por algún compañero quien le indicaba la pieza correcta y le explicaban el procedimiento del juego.

En esta situación de juego libre se comprobó que pocos niños contaban los puntos de las fichas para colocarlas correctamente. La mayoría resolvía la



tarea con eficacia utilizando su capacidad de reconocimiento rápido (“subitizing”) cuando el número de puntos era igual o inferior a cuatro. Cuando el número era mayor, habitualmente procedieron a contar los puntos en cada uno de los lados.

La propuesta presentada consistía en seleccionar todas las piezas cuya suma de puntos correspondiesen a un determinado total y, seguidamente, intentasen descubrir el mismo número de puntos de uno de los lados de una pieza tapando los puntos del otro lado.

A pesar de que inicialmente los niños habían mostrado cierta curiosidad con el juego, rápidamente comenzaron a estar desmotivados, desatentos y con poco interés en responder a las propuestas del juego. Dado que esta situación se produjo en las tres escuelas, podemos pensar que el problema no era de los niños sino de la tarea en sí misma.

Reflexionando sobre lo que sucedió, podemos decir que la tarea exigía capacidades y conocimientos que, de partida, los niños dominaban (contaban objetos, “subitizing”, relaciones numéricas, inicio de operaciones) y está apoyada por un material familiar, pero no permitió la operación deseada.

De hecho, después de que los niños respondieran tan positivamente a todas las propuestas de la tarea "Cartas de puntos", se esperaba una transferencia de las habilidades y el conocimiento a esta nueva propuesta. Eso no sucedió así, cuando se pidió a los niños seleccionar las piezas con un determinado total de puntos, al contrario de cómo se esperaba, hicieron “subitizing” en uno de los lados de las piezas y contaron de uno en uno a partir de la unidad, con lo cual se evidenciaba la dificultad.

Lo que ocurrió durante la implementación de esta tarea viene a reforzar la idea de que el desarrollo de las competencias numéricas de los niños se desarrollan en espiral, y no podemos definir cualquier linealidad en este desarrollo, mostrando que las competencias se adquieren en un determinado contexto, lo que permite advertir un frágil proceso de desarrollo. Por este motivo es necesaria la creación de variados contextos que faciliten el desarrollo de las mismas competencias en los diferentes contextos.

Las cuestiones formuladas a partir de esconder uno de los lados de la pieza fueron difíciles para la mayoría de los niños. Por tanto, nos parece que antes estas situaciones el problema principal tiene que ver con la operación

subyacente, puesto que se trata de realizar una sustracción en el sentido de completar los puntos que faltan, y por tanto la dificultad es mucho mayor. A pesar de todo, esta tarea permitió verificar que algunas competencias están muy relacionadas, en particular las relacionadas con contar objetos.

### **Novena tarea: La historia "El País de los números"**

A través de esta tarea se presentan problemas que intentan comprobar si los niños pueden transferir los conocimientos desarrollados en contextos específicos y, al mismo tiempo, examinar en qué medida la experiencia y la interacción durante más de cinco meses han promovido el desarrollo de habilidades numéricas.

En esta tarea en gran grupo se lee a los niños un cuento preparado especialmente para esta investigación, a partir del cual se proponen situaciones problemas que los niños deberían resolver apelando a sus conocimientos numéricos. Las competencias que se ponen en juego a partir de esta tarea son relaciones numéricas, el inicio de operaciones y contar oralmente (de dos en dos).

La historia creada para esta tarea requiere un conocimiento más bien abstracto del número. Cada uno tenía un número, pero sólo la representación gráfica del número sin una cantidad asociada al mismo. No obstante, con los niños de este grupo de edad (3-6 años) el número tiene que tener sentido, debe estar asociado con algo concreto. Cuando surge de un contexto, la grafía del número no tiene ningún significado para ellos. Entregar las tarjetas de los niños con una grafía del número es demasiado abstracto y difícil. Por ejemplo, el símbolo "4" se nombra, pero la comprensión se ve dificultada si no se acompaña de la cantidad correspondiente. Para los niños de estas edades es fundamental tener cuatro canicas, cuatro pasteles, cuatro dedos, que deben ser visibles, por lo menos, a través de dibujos. En este sentido, fue notorio cómo los niños mostraron una mayor comprensión de las propuestas al indicar que el número que aparecía en la tarjeta es igual al número de dedos que se extiende. El número se ha asociado con los dedos, y las propuestas se han convertido en una mejor comprensión.

A través de esta tarea, se confirmó que la composición entre dos números (la suma) es más comprensible para los niños que la descomposición de un número en dos cantidades. Por ejemplo el número seis es igual a la suma  $4+2$  y al par  $5+1$ , o el par  $3+3$ . Sin embargo la operación de sustraer o completar una cantidad es mucho más difícil puesto que va asociada a la descomposición de números. Por ejemplo: *“si tenemos 2 globos y queremos tener 5, ¿cuántos me faltan?”*

## **CONCLUSIONES**

El trabajo ha confirmado, según las ideas de Fuson (en 1988) y Baroody (2002) que el aprendizaje de los niños se desarrolla en una espiral: un movimiento continuo, donde el nuevo aprendizaje se convierte en una realidad enraizada en su conocimiento previo.

Destacamos también la importancia de los contextos en los cuales se desarrollaron experiencias de aprendizaje. Cuando estos no eran lo suficientemente importantes o lo suficientemente familiar para los niños, el aprendizaje no se realiza de la manera deseada (por ejemplo, en el juego de dominó) y los niños eran incapaces de establecer relaciones entre lo que se pretendía y el trabajo realizado anteriormente (“subitizing” de puntos en un dado). Esto refuerza la idea presentada por Tang y Gainsburg (1999) al referirse a la inestabilidad del pensamiento, característico en estas edades, y afirmando que el pensamiento del niño debe ser visto como algo en continuo desarrollo, y no como una unidad que puede estar presente o ausente.

Los niños evolucionan mediante el desarrollo de estrategias y el establecimiento de relaciones numéricas progresivamente más elaboradas y complejas. Era evidente que muchos niños eran capaces de realizar complejas razonamiento numérico, ya sea mediante la ayuda de representaciones concretas (los dedos de las manos) o por procedimientos puramente mentales. Es fundamental tener en cuenta que el conjunto de tareas implementadas en el aula se completó con una exploración más o menos continua de las ideas que tienen los alumnos en sus rutinas diarias. Por tanto, no sólo fue un trabajo estrictamente escolar, puesto que partió siempre de los intereses de los alumnos, procurando crear un ambiente de trabajo que facilitase la

autoconstrucción del conocimiento a partir de la interacción entre pares, animado por las preguntas de las educadoras, promoviendo la clarificación de ideas y resaltando la intencionalidad de las tareas matemáticas en la resolución de los problemas.

Los niños fueron sensibles en sus razonamientos y en las estrategias en la resolución de problemas, movilizaban y transferían sus conocimientos de un contexto a otro siempre que éstos fueran significativos. Participaban con entusiasmo en cada una de las tareas mostrando, la mayoría de las veces, una comprensión de la situación y tratando, con gran empeño, de dar la respuesta correcta a lo solicitado.

La importancia de la construcción de un conjunto de tareas, teniendo en cuenta una hipotética trayectoria de aprendizaje nos ha parecido fundamental. En realidad, en el transcurso del aprendizaje, en el que los aprendizajes nuevos están basados en los antiguos, nos lleva a considerar que las tareas aisladas o realizadas esporádicamente no son la mejor propuesta para facilitar el aprendizaje de los niños, sino que el verdadero aprendizaje significativo permanece a lo largo del tiempo y se transfiere a otros contextos.

No obstante, también encontramos que durante la ejecución del conjunto de tareas encontramos que, en determinados momentos, los niños no fueron capaces de transferir los conocimientos. De hecho, la capacidad de pasar de "modelos" para "modelos para" en el sentido dado por Figueiredo (2000), es una habilidad compleja desde el punto de vista cognitivo que la mayoría de los niños que participan en el estudio no pudieron mostrar. Por ejemplo, los niños no fueron capaces de transferir a la tarea de "las piezas de dominó" las capacidades que habían demostrado en la tarea "juego de cartas".

En definitiva, la aplicación de este conjunto de tareas refuerza la idea de que el desarrollo numérico de los niños de educación infantil no es lineal, y que habilidades que parecen haber sido adquiridas y establecidas, no lo son tanto cuando cambia el contexto. Así, parece confirmarse que el aprendizaje en espiral permite constantes avances y retrocesos, y por tanto debemos promover múltiples situaciones y diferentes contextos.

La implementación de este conjunto de tareas nos permitió comprobar que las conversaciones entre adultos y niños estaban dirigidas a que éstos sacaran sus propias conclusiones. Las preguntas del adulto tenían como objetivo hacer

pensar a los alumnos para que respondieran correctamente, facilitar la comprensión y revelarnos a través del diálogo cómo el niño autoconstruye su conocimiento a través de las interacciones sociales.

Nuestra idea a partir de la realización de las tareas tuvieron los siguientes objetivos:

- Dar sentido a los números
- Comprender la importancia de los números en la vida cotidiana
- Desarrollar las capacidades de contar
- Desarrollar la capacidad de establecer relaciones numéricas

Los dos primeros objetivos difícilmente pueden ser evaluados. Se relaciona con el sentido del número que según McIntosh et al. (1992) es algo altamente personalizado y muy vinculado con el mundo y el contexto en el viven los niños. A través de este trabajo de que los niños comprendía y necesitaban comprender el sentido del número puesto que lo demostraron al sentirse cómodos con los números, usándolos de manera apropiada en sus situaciones cotidianas, hablando con los colegas, usándolos para resolver situaciones problemáticas con las que se enfrentan.

Sin embargo, lo fundamental es que en este trabajo se contribuye a comprender el desarrollo de las habilidades numéricas inherentes al desarrollo de su sentido del número.

Así, en cuanto al recuento de objetos, fue evidente que los niños desarrollaron y extendieron su universo numérico, Comprendiendo que no se puede repetir ningún objeto en el conteo, así como el principio de ordenación de la secuencia numérica y consecuentemente de la inclusión jerárquica.

Somos conscientes de que muchas de las capacidades relacionadas con el recuento de objetos ha ocupado una parte importante de esta investigación. Este hecho ha sido intencional, y hemos promovido intencionalmente esta capacidad. Una vez concluido este trabajo, la mayoría de los niños utilizan estrategias adecuadas para establecer correctamente la correspondencia biunívoca entre los conceptos numéricos expresados y los objetos contados. Es decir, dominan tanto el principio de cardinalidad como el de inclusión jerárquica.

La interacción que se establece entre los niños y entre ellos y el investigador, condujo a la comprensión hechos numéricos simples. En general, en relación a la aritmética informal, la mayoría de los niños manifestó su competencia en relación con la aritmética mental, tanto en relación con la suma o resta como si el universo de número era de menos de cinco objetos.

No obstante, cuando aumentaba el universo de números de hasta diez objetos, las dificultades aumentaron, pero algunos alumnos pudieron lo resolvieron con la utilización de dibujos y con el uso de los dedos. Además, se comprobó que la operación de resta resultó más difícil de comprender y resolver cuando se pretendía la comparación de cantidades y se preguntaba “¿cuántos faltan?”. Sin embargo no existían dificultades cuando la tarea de restar implicaba la eliminación de objetos.

Finalmente, este trabajo de investigación nos permitió complementar y reforzar la idea de que, como afirma Baroody (2002), Fosnot Dolk (2002) y Fuson (1988), a partir del conocimiento de la secuencia numérica y de la habilidad para contar, los niños desarrollan otras habilidades numéricas. Del mismo modo, esta investigación muestra algunas ideas en contradicción con Piaget, presentando evidencia de que los niños, a pesar de que no hayan adquirido ciertas estructuras lógicas, incluyendo la conservación y la relación asimétrica pueden desarrollar sus habilidades numéricas. De hecho, se mostró cómo en los ambientes y en las situaciones de aprendizaje adecuadas se puede desarrollar el sentido del número independientemente de su desarrollo lógico, en el sentido expresado por Piaget.

Así, con esta investigación sale fortalecida la tesis de Fosnot y Dolk (2001), según la cual los niños no construyen sus ideas matemáticas en forma ordenada y secuencial, sino como resultado de diversas experiencias en contextos significativos y en interacción social con otros niños y adultos.

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Baroody, A. (2002). Incentivar a aprendizagem matemática das crianças, em B Spodek (org), *Manual de Investigação em Educação de Infância* (tradução portuguesa), Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian

- Carraher, T. (1988). Street mathematics and school mathematics. *Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Conference on Psychology of Mathematics Education. Veszprem*, 1-23, 1988.
- Castro, J. e Rodrigues, M. (2008). O sentido de número no início da aprendizagem. In J. Brocardo, L. Serrazina e I. Rocha (Org) *O sentido de Número – reflexões que entrecruzam teoria e prática*. Lisboa: Escolar Editora
- Castro, J. e Rodrigues, M. (2008). *Sentido de número e organização de dados. Textos de apoio para Educadores de Infância*. Lisboa: DGIDC
- Figueiredo, N. (2000). Realistic Mathematics Education – A different approach to learning and instruction. *Quadrante* , vol IX, nº 1, 87-116
- Fosnot, C.T. e Dolk, M (2001). *Young mathematics at work: constructing number sense, addition and subtraction*. Portsmouth NH: Heinemann
- Fuson, C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer-Verlag
- Ginsburg, H. (Ed.) (1983). *The development of mathematical thinking*. New York: Academic Press
- Gravemeijer, K.(1998). Developmental research: research for the sake of educational change. In G. Cebola e M. Pinheiro (org). *Desenvolvimento Curricular em Matemática*. Lisboa: SPCE
- Kamii, C (1984). *A criança e o número*. Campinas: Ed. Papirus
- Mcintosh, A., Reys, B. Reys, R (1992). A Proposed Framework for examining basic number sense . *For the Learning of Mathematics*, vol 12, 3 pp. 2-8
- Piaget, J e Szeminska, A. (1964). *A génese do número na criança*, Rio de Janeiro: Zohar Editores
- Pinto, M (1997). A infância como construção social. In M. Pinto e J. Sarmiento (org) *As crianças. Contextos e identidades*. Braga: CEC – U. Minho, 31-73
- Ponte, J.P, Matos,J., Abrantes, P. (1998). *Investigação em Educação Matemática*. Lisboa: IIE

- Simon, M (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145
- Tang, E. e Ginsburg, H. (1999). Young Children's Mathematical Reasoning: A Psychological View. In L. Stiff e F. Curcio (Ed) *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*. Reston: NCTM
- Vygotsky, L. (1962). *Thought and*