



Dinâmica de Veículos Elétricos e Veículos a Combustão: Análise, Comparação e Validação de Resultados

Mestrado em Engenharia Automóvel

Rodrigo Novo de Oliveira Pereira

Leiria, abril de 2026



Dinâmica de Veículos Elétricos e Veículos a Combustão: Análise, Comparação e Validação de Resultados

Mestrado em Engenharia Automóvel

Rodrigo Novo de Oliveira Pereira

Dissertação realizada sob a orientação do Professor Sérgio Pereira dos Santos e do
Professor Doutor Carlos Daniel Henriques Ferreira

Leiria, abril de 2026

Originalidade e Direitos de Autor

Declaro que o presente trabalho é de minha autoria e resulta de investigação e estudo próprios. Todas as fontes de informação utilizadas foram devidamente citadas e referenciadas, em conformidade com as normas académicas.

Declaro ainda que este trabalho não foi anteriormente apresentado, no todo ou em parte, para obtenção de qualquer grau académico ou outra qualificação.

Comprometo-me a respeitar os direitos de autor e de propriedade intelectual de terceiros, assumindo total responsabilidade por eventuais infrações legais decorrentes da utilização indevida de conteúdos protegidos.

Autorizo a reprodução parcial deste documento para fins académicos e científicos, desde que feita sem fins comerciais e que a fonte seja devidamente citada, com menção do nome do autor.

Esta página foi intencionalmente deixada em branco

Dedicatória

Este projeto é dedicado principalmente aos meus pais por me terem permitido e incentivado a seguir o caminho académico até aqui.

A todos os professores com quem me cruzei durante o meu percurso académico e que contribuíram para o meu desenvolvimento académico e pessoal.

Para os meus avós maternos, Luís e Benilde, que partiram antes de ver este momento, mas estiveram sempre presentes em mim.

À memória do meu avô paterno, Manuel, que contribuiu fortemente para o início da minha paixão pelo automóvel.

Esta página foi intencionalmente deixada em branco

Agradecimentos

Ao meu orientador, Professor Sérgio Santos, pela orientação contínua ao longo do desenvolvimento deste trabalho. Para além de ter sido essencial durante a pesquisa e desenvolvimento do modelo dinâmico crucial para este trabalho, foi responsável por lecionar as cadeiras da licenciatura e mestrado cujos ensinamentos culminaram na realização deste trabalho.

Ao coorientador, Professor Doutor Carlos Ferreira, pelo apoio na modificação do sistema de aquisição de dados. A sua ajuda e objetividade foi crucial para conseguir atingir os objetivos propostos.

Agradeço a ambos pela orientação ao longo desta tese, pelo conhecimento partilhado e pelo contributo para o meu enriquecimento pessoal e académico.

Ao Grupo NOV Automóveis e ao seu CEO Paulo Conceição por terem fornecido os veículos utilizados nos ensaios experimentais. A sua utilização foi fundamental para os objetivos desta tese.

Aos responsáveis pelo laboratório automóvel do Instituto Politécnico de Leiria, Engenheiro Diogo Duro por ter ajudado na realização dos testes experimentais e nos procedimentos das medições efetuadas nos veículos e ao Engenheiro Nuno Pires por ter fornecido as balanças para automóveis utilizadas.

À minha família pelo apoio incansável e constante ao longo do desenvolvimento deste trabalho e por sempre acreditarem em mim.

À minha namorada pelo amor, paciência e apoio constante em todos os momentos deste percurso.

Aos meus amigos, pela amizade, presença e incentivo.

Esta página foi intencionalmente deixada em branco

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo analisar e comparar o comportamento dinâmico de um veículo elétrico e de um veículo com motor de combustão interna, procurando compreender de que forma a arquitetura do sistema de propulsão influencia a sua dinâmica, analisando variáveis como aceleração lateral, velocidade angular, forças laterais e cargas verticais. Para esse efeito, foi desenvolvido um modelo computacional em Python, inicialmente baseado no modelo de bicicleta e posteriormente evoluído para um modelo de quatro rodas, integrando a Fórmula Mágica de Pacejka, um algoritmo de controlo *Pure Pursuit* e uma representação tridimensional do ensaio. Paralelamente, foi concebido, testado e adaptado um sistema de aquisição de dados, utilizado na realização de ensaios experimentais com os veículos em estudo. Adicionalmente, foram analisados os ensaios dinâmicos normalizados e efetuados na indústria automóvel e selecionada o teste prático a realizar com os veículos e a implementar no modelo computacional. Por fim, foram feitos os ensaios experimentais e numéricos dos veículos e analisados os seus resultados.

A comparação numérica e experimental inicial do modelo computacional, realizada com dados experimentais da equipa de Fórmula Student do Instituto Politécnico de Leiria (LART), demonstrou uma boa aproximação aos resultados reais. No modelo de quatro rodas, o ensaio de aceleração 0–75 m apresentou um tempo calculado de 4,73 s face a um valor experimental de cerca de 4,8 s, enquanto no ensaio de *Skidpad* o desvio face ao valor real foi de aproximadamente 2,03%. Estes resultados permitiram considerar o modelo adequado para a análise comparativa proposta.

Os ensaios numéricos e experimentais evidenciaram diferenças entre os dois veículos, mas de magnitude reduzida. Embora o veículo elétrico tenha apresentado valores ligeiramente superiores de aceleração lateral e velocidade angular em torno do eixo vertical no ensaio experimental, os desvios globais observados situaram-se aproximadamente entre 1% e 2,5%, que seriam 3% considerando uma hipótese de igualdade rigorosa de raio entre ensaios. Assim, não foi possível concluir que exista uma diferença dinâmica marcadamente expressiva entre os veículos testados nas condições consideradas. A comparação entre os resultados numéricos e experimentais mostrou ainda que o modelo desenvolvido reproduziu de forma coerente a tendência das principais variáveis analisadas, apesar de algumas diferenças nos valores máximos absolutos, associadas às simplificações do modelo e às limitações da aquisição de dados.

Conclui-se que os objetivos definidos foram globalmente cumpridos, tendo sido desenvolvido e validado um modelo computacional capaz de caracterizar o movimento de um veículo, implementado um sistema funcional de aquisição de dados e realizada uma comparação coerente entre veículos elétricos e veículos a combustão, tanto em ambiente numérico como experimental. Os resultados obtidos indicam que o comportamento dinâmico não depende apenas do tipo de propulsão, mas também de fatores como a massa

total e a sua distribuição, as características dos pneus e as condições de ensaio como a aceleração longitudinal do veículo e trajetória descrita.

Palavras-chave: dinâmica automóvel, veículo elétrico, veículo a combustão, modelo computacional, ensaios experimentais, comparação dinâmica.

Abstract

This work aims to analyse and compare the dynamic behaviour of an electric vehicle and a vehicle with an internal combustion engine, seeking to understand how the architecture of the propulsion system influences vehicle dynamics by analysing variables such as lateral acceleration, yaw rate, lateral forces and vertical loads. To this end, a computational model was developed in Python, initially based on the bicycle model and later extended to a four-wheel model, integrating Pacejka's Magic Formula, a Pure Pursuit control algorithm and a three-dimensional representation of the test. In parallel, a data acquisition system was designed, tested and adapted, and subsequently used to carry out experimental tests with the vehicles under study. Additionally, standardised dynamic tests used in the automotive industry were analysed, and the practical test to be performed with the vehicles and implemented in the computational model was selected. Finally, experimental and numerical tests were carried out on the vehicles, and their results were analysed.

The initial validation of the computational model, carried out using experimental data from the LART team, showed good agreement with the real results. In the four-wheel model, the 0–75 m acceleration test produced a calculated time of 4,73 s compared with an experimental value of approximately 4,8 s, while in the *Skidpad* test the deviation from the real value was approximately 2,03%. These results made it possible to consider the model suitable for the proposed comparative analysis.

The numerical and experimental tests revealed differences between the two vehicles, although of limited magnitude. Although the electric vehicle showed slightly higher values of lateral acceleration and yaw rate in the experimental test, the overall deviations observed were approximately between 1% and 2,5%, or 3% when considering a strict assumption of equal radius between tests. Therefore, it was not possible to conclude that there was a markedly significant dynamic difference between the vehicles tested under the conditions considered. The comparison between numerical and experimental results also showed that the developed model consistently reproduced the trend of the main variables analysed, despite some differences in the absolute maximum values, associated with the simplifications of the model and the limitations of the data acquisition system.

It is concluded that the defined objectives were broadly achieved, with the development and validation of a computational model capable of characterising vehicle motion, the implementation of a functional data acquisition system, and a coherent comparison between electric and combustion vehicles, both in numerical and experimental environments. The results obtained indicate that dynamic behaviour does not depend solely on the type of propulsion, but also on factors such as total mass and its distribution, tyre characteristics, the trajectory followed and test conditions, such as the vehicle's longitudinal acceleration and the trajectory described.

Keywords: vehicle dynamics, electric vehicle, combustion vehicle, computational model, experimental tests, dynamic comparison.

Esta página foi intencionalmente deixada em branco

Índice

Originalidade e Direitos de Autor	i
Dedicatória	iii
Agradecimentos	v
Resumo	vii
Abstract	ix
Lista de Figuras	xv
Lista de Gráficos	xvii
Lista de Tabelas	xxi
Lista de Abreviações e Acrónimos	xxiii
Glossário	xxv
1. Introdução	1
1.1 Objetivos e Plano de Trabalho	2
2. Revisão Bibliográfica	3
2.1 Modelos Dinâmicos do Movimento de um Veículo	3
2.1.1 Modelo Bicicleta Tradicional	4
2.1.2 Modelo de Quatro Rodas	5
2.1.3 Modelo de Veículo Completo	7
2.2 Modelos de Pneus	9
2.2.1 <i>Brush Model</i>	9
2.2.2 Fórmula Mágica de Pacejka	11
2.3 Distribuição de Massas num Veículo	13
2.3.1 Distribuição de massas num Veículo Elétrico	13
2.3.2 Distribuição de Massas num Veículo a Motor de Combustão Interna	15
2.3.3 Comparação Teórica da Distribuição dos Dois Tipos de Veículos	17
2.4 Percursos de testes dinâmicos	18
2.4.1 SAE J266	18
2.4.2 ISO 4138	19
2.4.3 ISO 7401	20
2.4.4 ISO 13674-1	20
2.4.5 Teste de trajetória em 8	20
3. Modelo Computacional	22

3.1	Modelo Geral	23
3.2	Comparação Numérica e Experimental do Modelo de Bicicleta Simples.....	25
3.2.1	Teste 0-75m.....	26
3.2.2	Teste de <i>Skidpad</i>	26
3.2.3	Resultados da Comparação Numérica e Experimental do Modelo de Bicicleta	
	27	
3.3	Modelo de Quatro Rodas	28
3.4	Comparação Numérica e Experimental do Modelo de Quatro Rodas.....	30
3.4.1	Teste 0-75 m.....	30
3.4.2	Teste de <i>Skidpad</i>	30
3.4.3	Resultados da Comparação Numérica e Experimental do Modelo de Quatro	
Rodas	31	
3.5	Atualizações do Modelo Computacional.....	32
3.5.1	Fórmula Mágica de Pacejka	32
3.5.2	Algoritmo de Controlo <i>Pure Pursuit</i>	33
3.5.3	Mapeamento 3D do Ensaio	34
3.6	Avaliação Ponderada de Cada Parâmetro.....	34
3.6.1	Parâmetros a Considerar.....	35
3.6.2	Análise de Resultados	36
4	Sistema de Aquisição de Dados	50
4.1	Composição do Sistema	50
4.2	Teste Inicial do Sistema	52
4.3	Teste Real do Sistema	53
4.3.1	Análise de Resultados	54
4.4	Modificação do Sistema de Aquisição de Dados.....	61
4.4.1	Ângulo de Direção	61
4.4.2	Velocidade do Veículo	63
4.4.3	Posição GPS	64
5	Definição do Percurso de Teste	65
6	Medições Adicionais.....	67
6.1	Altura do Centro de Gravidade	67
6.2	Distância do Centro Gravítico aos Eixos.....	72
6.3	Relação da Caixa de Direção.....	73

7	Resultados Finais	75
7.1	Testes Numéricos	75
7.1.1	Veículo Elétrico	76
7.1.2	Veículo a Combustão	82
7.1.3	Análise dos Resultados Numéricos	89
7.1.4	Análise Monte Carlo do Ensaio	96
7.2	Testes Experimentais	98
7.2.1	Teste Experimental do Veículo Elétrico	98
7.2.2	Teste Experimental do Veículo a Combustão	104
7.2.3	Análise dos Resultados Experimentais	108
7.3	Comparação dos Ensaios Numéricos com os Ensaios Experimentais	114
7.3.1	Veículo Elétrico	115
7.3.2	Veículo a Combustão	117
7.3.3	Análise dos Resultados Obtidos	120
8	Conclusões e Trabalho Futuro	122
8.1	Conclusões	122
8.2	Trabalhos Futuros	124
	Bibliografia	125

Esta página foi intencionalmente deixada em branco

Lista de Figuras

Figura 2-1 - Esquemático do modelo de bicicleta [10].....	4
Figura 2-2 - Diagrama do ângulo de escorregamento [11]	5
Figura 2-3 - Diagrama do modelo de 4 rodas [12]	5
Figura 2-4 - Modelo de Veículo Completo [12].....	7
Figura 2-5 - Diagrama do <i>Brush Model</i> [13].....	10
Figura 2-6 - Curva típica do <i>Brush Model</i> [13].....	11
Figura 2-7 - Curva típica do modelo Fórmula Mágica [15].....	12
Figura 2-8 - Distribuição dos principais elementos de um veículo elétrico.....	14
Figura 2-9 - Distribuição dos principais elementos de um veículo a motor de combustão	16
Figura 2-10 - Modelo 3D do teste de trajetória em 8.....	21
Figura 3-1 - Diagrama de forças e dimensões do veículo [33] (editado).....	23
Figura 3-2 – Dimensões oficiais do <i>Skidpad</i> segundo o regulamento atual de Fórmula Student [24]	27
Figura 3-3 - Simulação 3D criada pelo modelo computacional	34
Figura 4-1 – Núcleo do Sistema de Aquisição	51
Figura 4-2 - Power Box do sistema de aquisição de dados	51
Figura 4-3 - Comando do sistema de aquisição de dados.....	52
Figura 4-4 – Sistema completo e montado	52
Figura 4-5 - Ecrã durante a inicialização do sistema	Erro! Marcador não definido.
Figura 4-6 - Várias configurações do ecrã durante funcionamento	54
Figura 4-7 - Instrumentação utilizada para decodificar o ângulo de direção	62
Figura 4-8 - Fluxo de mensagens CAN	63
Figura 6-1 - Nivelamento do veículo para cálculo do ângulo de inclinação.....	68
Figura 6-2 - Veículo inclinado com ângulo $\emptyset$	68
Figura 6-3 - Triângulo retângulo formado pelo veículo inclinado.....	69
Figura 6-4 - Medição da massa total do veículo.....	70
Figura 6-5 - Arquitetura do Peugeot e-2008 [29]	71
Figura 6-6 - Bateria dividida em módulos [30]	71

Figura 6-7 - Diagramas dos veículos a ensaiar.....	73
Figura 7-1 - Tipologia da trajetória a ser descrita no ensaio experimental	98

Lista de Gráficos

Gráfico 1 - Ângulo de direção ao longo do tempo	24
Gráfico 2 - Trajetória descrita pelo veículo	25
Gráfico 3 - Distribuição temporal de cada iteração	39
Gráfico 4 - Distribuição do desvio de trajetória máximo de cada iteração	40
Gráfico 5 - Tempo de ensaio em função do coeficiente de atrito pneu/superfície	41
Gráfico 6 - Tempo de volta à trajetória em 8 em função da rigidez lateral dos pneus dianteiros	41
Gráfico 7 - Tempo de volta à trajetória em 8 em função da rigidez lateral dos pneus traseiros	42
Gráfico 8 - Tempo de volta à trajetória em 8 em função da massa do veículo	43
Gráfico 9 - Tempo de volta à trajetória em 8 em função do fator C da fórmula de Pacejka	44
Gráfico 10 - Desvio máximo em função da rigidez lateral dos pneus dianteiros	45
Gráfico 11 - Desvio máximo em função da rigidez lateral dos pneus traseiros	46
Gráfico 12 - Desvio máximo em função do momento de inércia no eixo vertical [Z]	47
Gráfico 13 - Desvio máximo em função da distância do CG até ao eixo frontal	48
Gráfico 14 - Desvio máximo em função do fator C da fórmula de Pacejka	49
Gráfico 15 - Gráfico da aceleração no eixo X em função do tempo	55
Gráfico 16 - Gráfico da velocidade em função do tempo	55
Gráfico 17 - Gráfico da aceleração no eixo Y em função do tempo	56
Gráfico 18 - Gráfico da aceleração no eixo Z em função do tempo	56
Gráfico 19 - Velocidade angular no eixo X em função do tempo	57
Gráfico 20 - Velocidade angular no eixo Y em função do tempo	57
Gráfico 21 - Velocidade angular no eixo Z em função do tempo	58
Gráfico 22 - Velocidade angular filtrada no eixo X em função do tempo	58
Gráfico 23 - Velocidade angular filtrada no eixo Y em função do tempo	59
Gráfico 24 - Velocidade angular filtrada no eixo Z em função do tempo	59
Gráfico 25 - Comparação dos sinais antes e pós filtragem	60
Gráfico 26 - Sobreposição dos gráficos da aceleração lateral com a velocidade angular em Z	61
Gráfico 27 - Trajetória percorrida pelo veículo elétrico durante o ensaio	76
Gráfico 28 - Aceleração lateral do veículo elétrico durante o ensaio	77

Gráfico 29 - Raio da curva descrita pelo veículo elétrico durante o ensaio	77
Gráfico 30 - Velocidade do veículo elétrico ao longo do ensaio.....	78
Gráfico 31 - Forças laterais geradas em cada pneu do veículo elétrico durante o ensaio.....	78
Gráfico 32 - Cargas verticais em cada roda do veículo elétrico ao longo do ensaio	79
Gráfico 33 - Ângulo de escorregamento de cada roda do veículo elétrico durante o ensaio.....	79
Gráfico 34 - Velocidade angular do veículo elétrico no eixo Z ao longo do ensaio	80
Gráfico 35 - Ângulo beta do veículo elétrico ao longo do ensaio	80
Gráfico 36 - Aceleração longitudinal do veículo elétrico ao longo do ensaio.....	81
Gráfico 37 - Trajetória do veículo a combustão durante o ensaio	83
Gráfico 38 - Aceleração lateral do veículo a combustão durante o ensaio.....	84
Gráfico 39 - Raio da curva descrita pelo veículo a combustão durante o ensaio	84
Gráfico 40 - Velocidade do veículo a combustão durante o ensaio	85
Gráfico 41 - Forças laterais em cada roda do veículo a combustão ao longo do ensaio	85
Gráfico 42 - Cargas verticais em cada roda do veículo a combustão ao longo do ensaio	86
Gráfico 43 - Ângulos de escorregamento de cada roda do veículo a combustão ao longo do ensaio	86
Gráfico 44 - Velocidade angular do veículo a combustão no eixo Z durante o ensaio	87
Gráfico 45 - Ângulo beta do veículo a combustão ao longo do ensaio	88
Gráfico 46 - Aceleração longitudinal do veículo a combustão ao longo do ensaio.....	88
Gráfico 47 - Comparação das acelerações laterais de cada veículo	90
Gráfico 48 - Gráficos das forças laterais geradas nos pneus de cada veículo	91
Gráfico 49 - Diferença percentual da força lateral total gerada pelos veículos.....	92
Gráfico 50 - Cargas verticais por roda em cada veículo	92
Gráfico 51 - Ângulos de escorregamento por roda para cada veículo.....	93
Gráfico 52 - Raio de trajetória de ambos os veículos.....	94
Gráfico 53 - Evolução da velocidade angular em Z dos dois veículos.....	94
Gráfico 54 - Aceleração longitudinal de ambos os veículos durante o ensaio numérico	95
Gráfico 55 - Efeito do filtro passa-baixo.....	99
Gráfico 56 - Ângulo de direção do veículo elétrico ao longo do ensaio	100
Gráfico 57 - Aceleração lateral do veículo elétrico ao longo do ensaio	101
Gráfico 58 - Velocidade angular em Z do veículo elétrico ao longo do ensaio	102

Gráfico 59 - Aceleração em X do veículo elétrico ao longo do ensaio	103
Gráfico 60 - Cargas verticais em cada roda do veículo elétrico ao longo do ensaio	104
Gráfico 61 - Ângulo de direção do veículo a combustão ao longo do ensaio.....	105
Gráfico 62 - Aceleração lateral do veículo a combustão durante o ensaio	106
Gráfico 63 - Velocidade angular em Z do veículo a combustão durante o ensaio.....	106
Gráfico 64 - Aceleração em X do veículo a combustão durante o ensaio	107
Gráfico 65 - Velocidade do veículo a combustão retirada pela porta OBD-II ao longo de ensaio	107
Gráfico 66 - Cargas verticais por roda do veículo a combustão ao longo do ensaio	108
Gráfico 67 - Ângulo de direção de cada veículo ao longo dos respectivos ensaios	109
Gráfico 68 - Aceleração lateral de ambos os veículos ao longo do ensaio	110
Gráfico 69 - Velocidade Angular em Z dos dois veículos ao longo do ensaio.....	111
Gráfico 70 - Aceleração longitudinal experimental de ambos os veículos.....	113
Gráfico 71 - Cargas verticais em cada roda de ambos os veículos	113
Gráfico 72 - Aceleração lateral experimental e numérica do veículo elétrico	115
Gráfico 73 - Velocidade angular experimental e numérica do veículo elétrico.....	116
Gráfico 74 - Carga vertical experimental e numérica por roda do veículo elétrico	116
Gráfico 75 - Aceleração longitudinal experimental e numérica do veículo elétrico.....	117
Gráfico 76 - Aceleração lateral experimental e numérica do veículo a combustão.....	118
Gráfico 77 - Velocidade angular experimental e numérica do veículo a combustão.....	118
Gráfico 78 - Carga vertical experimental e numérica por roda do veículo a combustão	119
Gráfico 79 - Aceleração longitudinal experimental e numérica do veículo a combustão.....	120

Esta página foi intencionalmente deixada em branco

Lista de Tabelas

Tabela 1 - Diferentes configurações de veículos a motor de combustão interna.....	16
Tabela 2 - Denominação das variáveis	22
Tabela 3 - Parâmetros a analisar e correspondentes oscilações	35
Tabela 4 - Resultados numéricos da análise de Monte Carlo	37
Tabela 5 - 5 parâmetros mais influentes em cada teste.....	38
Tabela 6 - Peso no eixo traseiro de cada veículo.....	69
Tabela 7 - Cálculo do raio da roda	70
Tabela 8 - Cálculo da distância do CG a cada eixo	72
Tabela 9 - Propriedades dos veículos	75
Tabela 10 - Resultados da análise de Monte Carlo.....	96
Tabela 11 - Propriedades variáveis influentes na aceleração lateral.....	97

Esta página foi intencionalmente deixada em branco

Lista de Abreviações e Acrónimos

CAN — Controller Area Network

CG — Centro de Gravidade

ECU – Engine Control Unit

FF — Front-engine, Front-wheel drive

FR — Front-engine, Rear-wheel drive

F4 — Front-engine, 4/All-wheel drive

GPS — Global Positioning System

ISO — International Organization for Standardization

LART — Equipa de Fórmula Student do Instituto Politécnico de Leiria

LED – Light-Emitting Diode

MR — Mid-engine, Rear-wheel drive

M4 — Mid-engine, 4/All-wheel drive

OBC — On-Board Charger

OBD — On-Board Diagnostics

PDM — Power Distribution Module

PID — Parameter ID

RR — Rear-engine, Rear-wheel drive

R4 — Rear-engine, 4/All-wheel drive

SAE — Society of Automotive Engineers

USB – Universal Serial Bus

Esta página foi intencionalmente deixada em branco

Glossário

Fórmula Student – é a competição europeia de engenharia mais prestigiada no âmbito académico, onde equipas são desafiadas a projetar, construir e competir com um veículo monolugar de competição.

Massa suspensa – é toda a massa do veículo que é suportada pelas molas da suspensão.

Massa não suspensa – massa não assente nas molas da suspensão como as rodas, discos e pinças de travão, entre outros.

Powertrain – considera-se *powertrain* o sistema de propulsão e transmissão do veículo.

Pure Pursuit – método de seguimento de trajetória que divide o percurso em *waypoints* e automaticamente seleciona o próximo ponto, calculando a curvatura necessária para o alcançar.

Skidpad – é uma prova dinâmica utilizada em competições como a Fórmula Student para avaliar a capacidade de um veículo manter desempenho em curva constante. O teste consiste em percorrer dois círculos consecutivos em forma de “8”.

Waypoint – num algoritmo *Pure Pursuit*, a trajetória é dividida em vários pontos de referência. Cada ponto é considerado um *waypoint*.

Yaw – é a rotação do veículo em torno do seu eixo vertical (eixo Z do referencial do veículo).

Yaw Rate – é a velocidade, ou seja, a taxa a que o veículo roda em torno do eixo vertical.

1. Introdução

A dinâmica de veículos é uma área de estudo complexa que permite a análise do movimento de qualquer veículo. Conhecendo este movimento, é possível compreender de forma mais profunda como o veículo se comporta em situações de elevada exigência. Assim, a dinâmica de veículos constitui uma ferramenta fundamental para a sua análise e desenvolvimento, não só no ponto de vista da segurança, mas também da performance.

Nos últimos anos, a indústria automóvel tem atravessado uma transformação significativa, impulsionada pela crescente eletrificação dos sistemas de propulsão. Segundo a *International Energy Agency*, as vendas globais de automóveis elétricos ultrapassaram as 17 milhões de unidades em 2024, representando mais de 20% das vendas mundiais de automóveis novos. Este crescimento correspondeu a um aumento superior a 25% face ao ano anterior, evidenciando a rápida expansão desta tecnologia no mercado automóvel. [1] No contexto europeu, os veículos elétricos a bateria representaram 13,6% das novas matrículas na União Europeia em 2024, ultrapassando os veículos Diesel, cuja quota desceu para 11,9%. [2] Mais recentemente, no primeiro trimestre de 2026, os veículos elétricos atingiram 19,4% de quota de mercado na União Europeia, face a 15,2% no período homólogo. [3]

Este estudo incide sobre as diferenças dinâmicas entre um veículo de motor de combustão interna e um veículo elétrico. Estudos recentes indicam que os veículos elétricos apresentam, em geral, valores de massa superiores aos veículos de combustão interna, embora possam possuir centros de gravidade (CG) mais baixos e propriedades de inércia proporcionalmente distintas [4]. Para possibilitar a comparação, foram selecionados dois veículos cuja única diferença será o sistema de propulsão, ou seja, foi escolhido um mesmo modelo que se encontra disponível, por parte do fabricante, tanto com motorização de combustão interna como numa versão totalmente elétrica. Diferentes veículos possuem diferentes características, pelo que é importante o estudo da influência de determinadas propriedades no desempenho dinâmico de um veículo, especialmente quando se compara um veículo elétrico com um veículo a motor de combustão.

A avaliação do comportamento dinâmico dos veículos é suportada por ensaios normalizados que permitem caracterizar a estabilidade direcional, a resposta lateral e o comportamento em curva. A norma ISO 4138 [5] define métodos de ensaio em trajetória circular para a análise do comportamento em regime estacionário, enquanto a norma ISO 7401 [6] estabelece procedimentos para avaliar a resposta lateral transitória do veículo. A norma ISO 13674-1 [7] centra-se na quantificação do comportamento em torno da posição central da direção, através do *weave test*, sendo relevante para a análise da precisão e estabilidade em pequenas entradas de direção. De forma complementar, a prática recomendada pela norma SAE J266 [8] apresenta procedimentos para a determinação das propriedades de controlo direcional em

regime estacionário, permitindo relacionar parâmetros como ângulo de volante, ângulo de deriva, rolamento e binário de direção com a aceleração lateral.

Neste contexto, torna-se relevante estudar de que forma a alteração do sistema de propulsão influencia o comportamento dinâmico de um veículo. Embora os veículos elétricos e os veículos de combustão interna possam partilhar a mesma plataforma ou o mesmo modelo comercial, as diferenças associadas à massa, localização dos componentes, CG e distribuição de carga entre eixos podem conduzir a respostas dinâmicas distintas. Assim, a comparação entre duas versões do mesmo modelo, diferenciadas essencialmente pelo sistema de propulsão, permite isolar de forma mais clara o impacto da arquitetura propulsiva no comportamento do veículo.

1.1 Objetivos e Plano de Trabalho

Este trabalho teve como principais objetivos o desenvolvimento e a validação de um algoritmo computacional que, utilizando as equações de um modelo de dinâmica de veículos, conseguiu calcular e caracterizar o movimento de um veículo, permitindo analisar as variáveis físicas como forças, acelerações e ângulos. Adicionalmente, foi estabelecido o objetivo de fazer ensaios reais que permitiram fazer a mesma comparação, mas com resultados experimentais obtidos utilizando um sistema de aquisição de dados.

Este relatório começa pela exposição de uma revisão bibliográfica dedicada aos principais temas em análise, nomeadamente os modelos dinâmicos e os modelos de pneus existentes, assim como a distribuição de massas nos veículos e os ensaios dinâmicos padronizados utilizados na indústria automóvel. De seguida, é apresentada a construção do algoritmo computacional e todas as suas fases de construção assim como a sua validação com resultados experimentais obtidos pela equipa de Fórmula Student do Instituto Politécnico de Leiria, a *Leiria Academic Racing Team* (LART). Posteriormente, é introduzido, testado e modificado o sistema de aquisição de dados que será utilizado durante os ensaios reais dos veículos para obter os dados que servirão para fazer a análise e comparação. A seguir, está exposto o processo de seleção do percurso a ser efetuado durante os testes com os veículos reais. Em seguida, são apresentadas as medições adicionais que se tiveram de efetuar presencialmente nos veículos a ensaiar. Após a conclusão da preparação do modelo e dos ensaios, foram realizados os testes numéricos e experimentais, seguindo-se a apresentação dos respetivos resultados e a comparação entre ambos. Por fim, são apresentadas as conclusões do trabalho e propostas direções para trabalho futuro.

2. Revisão Bibliográfica

De modo a melhor enquadrar no tema a tratar e para compreender o trabalho que é feito no âmbito da modelação do comportamento dinâmico de um veículo, é importante analisar e entender o procedimento e os métodos utilizados na indústria e por outros trabalhos neste tópico.

De modo a melhor enquadrar no tema a tratar e para compreender o trabalho que é feito nesta área e em todos os diferentes tópicos abordados durante a realização deste trabalho, é importante analisar e compreender os procedimentos e métodos utilizados na indústria, por outros trabalhos e documentos enquadrados nos temas abordados ao longo da realização deste trabalho.

2.1 Modelos Dinâmicos do Movimento de um Veículo

Para representar e caracterizar o movimento de um veículo, foram construídos modelos matemáticos capazes de descrever a dinâmica de um deslocamento. Dependendo da complexidade exigida pelo ensaio a realizar, o modelo escolhido pode diferir. Portanto, para escolher o que mais se adequa ao trabalho a realizar, torna-se necessário compreender os principais modelos utilizados.

No processo de criar um modelo representativo de um veículo, existem vários submodelos que devem ser implementados para no final termos todos os elementos que impactam o movimento do veículo aplicados ao sistema. Estes modelos costumam ser divididos baseado nos subsistemas presentes no veículo, como por exemplo suspensão, *powertrain*, aerodinâmica, travagem e pneus. [9]

Atentando ao ensaio e focando no trabalho a desenvolver, podem ser excluídos alguns dos submodelos referidos, pois não são fatores diferenciativos para os efeitos do teste. Visto ser um ensaio puramente de análise dinâmica, não há necessidade de modelar o sistema de *powertrain*, visto que não é relevante para o objeto de estudo como a potência chega às rodas. Para além disso, o modelo de travagem pode também ser desprezado visto não ter impacto suficiente para diferenciar entre os dois veículos a testar. Pode ser também eliminado o fator da aerodinâmica de cada veículo, pois os veículos a utilizar serão citadinos, onde o desempenho aerodinâmico não varia muito dentro da classe, e, adicionalmente, as velocidades atingidas durante o ensaio não serão grandes o suficiente para existir arrasto aerodinâmico significativo.

2.1.1 Modelo Bicicleta Tradicional

Neste modelo, ambas as rodas dianteiras são representadas por uma única roda e o mesmo acontece para as rodas traseiras. Para corretamente replicar o veículo a ser modelado, devem ser tidas em conta diversas variáveis que caracterizam o mesmo. Estas variáveis são:

- Massa do veículo [m]
- Momento de inércia em torno do CG “C” [Wz]
- Distância entre o eixo da frente e o CG “C” [l_f]
- Distância entre o eixo de trás e o CG “C” [l_r]
- Distância entre eixos [L] onde $L = l_f + l_r$

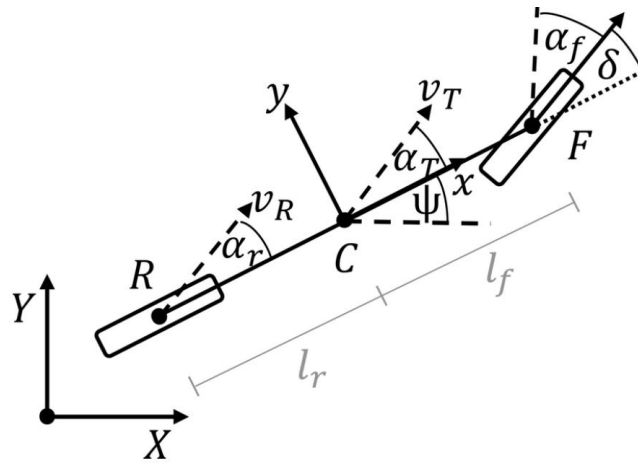


Figura 2-1 - Esquemático do modelo de bicicleta [10]

Durante o ensaio, a posição do veículo pode ser definida por 3 coordenadas posicionadas no seu CG. Estas são a sua posição ao longo do eixo dos XX (x_G), a posição ao longo do eixo dos YY (y_G) e a sua orientação angular (ângulo *yaw*, representado por ψ na Figura 2-1).

Para caracterizar a velocidade do veículo, recorre-se habitualmente às componentes da velocidade do centro de massa (V_{x_G} , V_{y_G}) e à sua velocidade angular (ω). Visto que o veículo se move num referencial, é possível dividir o vetor velocidade nas suas componentes X e Y. Para calcular a velocidade X e Y do veículo (representada no CG), é necessário fazer uma mudança de referencial transformando a velocidade longitudinal (v) e lateral (σ) nas componentes X e Y respetivamente. Na Figura 2-1, estão identificados os dois referenciais existentes (referencial local e referencial global). Com esse propósito, servem as seguintes equações:

$$V_{x_G} = v \cdot \cos \psi - \sigma \cdot \sin \psi \quad (2.1)$$

$$V_{y_G} = v \cdot \sin \psi + \sigma \cdot \cos \psi \quad (2.2)$$

Devido às propriedades elásticas dos pneus, estes deformam em curva, o que terá grandes implicações não só nas forças laterais como também na geometria do modelo. Isto porque, ao ocorrer deformação lateral no pneu, o vetor velocidade colocado no centro da roda irá estar desalinhado com o plano que atravessa essa mesma roda. Este desfaseamento cria um ângulo de escorregamento, que será replicado à frente e atrás.



Figura 2-2 - Diagrama do ângulo de escorregamento [11]

A deformação que ocorre na zona de contacto do pneu com a superfície resulta no surgimento de forças laterais. Existem vários modelos que calculam a força lateral em função do ângulo de escorregamento, sendo os mais comuns o *Brush Model* e a Fórmula Mágica, que serão abordados mais à frente.

2.1.2 Modelo de Quatro Rodas

Este modelo aplica um conceito semelhante ao modelo de bicicleta, mas representa cada roda individualmente, como pode ser observado na Figura 2-3.

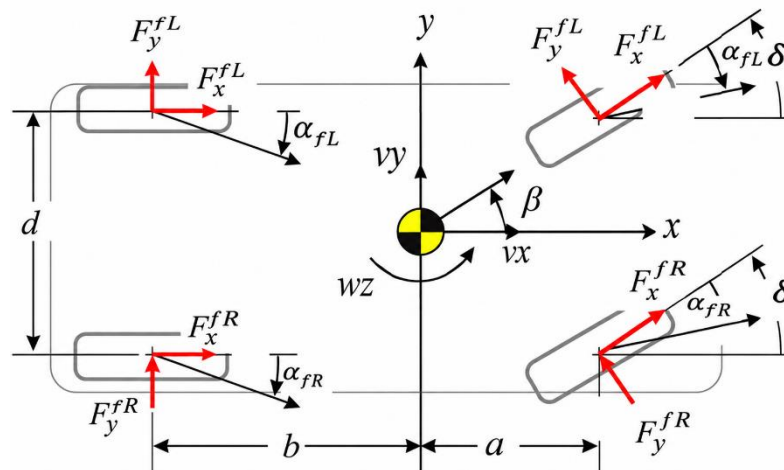


Figura 2-3 - Diagrama do modelo de 4 rodas [12]

Acrescentando duas rodas à geometria do veículo, adicionam-se mais variáveis e constantes à complexidade do modelo. Características adicionais do veículo são necessárias como a largura de via de cada eixo. Representar as quatro rodas terá muito impacto nos resultados de ensaios feitos com este modelo, pois estarão incluídas neste modelo as transferências de peso ocorridas durante processos de aceleração e curva. O processo de transferência de carga terá implicações na reação dos pneus e na sua capacidade de aderir ou escorregar, o que significa que este modelo será mais fiel à realidade que o modelo de bicicleta.

À semelhança do modelo anterior, o movimento do veículo é caracterizado por três equações principais. Cada uma das equações é responsável por uma direção de movimento, sendo elas o movimento longitudinal, o movimento lateral e o momento *Yaw*.

As equações são as seguintes:

Equilíbrio dos Momentos no eixo vertical Z

$$I_Z \dot{w}_z = \left[a \cdot (F_x^{FR} + F_x^{FL}) \sin \delta + a \cdot (F_y^{FR} + F_y^{FL}) \cos \delta - b \cdot (F_y^{RL} + F_y^{RR}) + \frac{d}{2} \cdot (F_x^{FR} - F_x^{FL}) \cos \delta + \frac{d}{2} \cdot (F_x^{RR} - F_x^{RL}) + \frac{d}{2} \cdot (F_y^{FL} - F_y^{FR}) \sin \delta \right] \quad (2.3)$$

Movimento Longitudinal

$$\dot{v}_x - v_y \cdot w_z = \frac{1}{m} \cdot [(F_x^{FR} + F_x^{FL}) \cos \delta - (F_y^{FR} + F_y^{FL}) \sin \delta + F_x^{RR} + F_x^{RL}] \quad (2.4)$$

Movimento Lateral

$$\dot{v}_y + v_x \cdot w_z = \frac{1}{m} \cdot [(F_y^{FR} + F_y^{FL}) \cos \delta + (F_x^{FR} + F_x^{FL}) \sin \delta + F_y^{RR} + F_y^{RL}] \quad (2.5)$$

Onde F_x^{FR} e F_y^{FR} , F_x^{FL} e F_y^{FL} , F_x^{RR} e F_y^{RR} , F_x^{RL} e F_y^{RL} representam, respetivamente, as forças longitudinais e laterais na roda direita do eixo frontal, na roda esquerda do eixo da frente, na roda direita do eixo traseiro e na roda esquerda do eixo traseiro. O ângulo de direção das rodas direcionais presentes no eixo dianteiro é representado pela letra δ . As distâncias do eixo frontal e traseiro até ao CG são representadas pelas letras a e b , respetivamente, enquanto a largura de via do veículo é traduzida pela letra d . A Equação 2.3 traduz o equilíbrio de momentos em torno do eixo vertical, v_x e v_y representam a velocidade longitudinal e lateral e w_z equivale à velocidade angular. [12]

Com a velocidade de cada roda caracterizada, ou seja, sabendo os valores da velocidade longitudinal e lateral, é possível obter o valor do ângulo de escorregamento α através das seguintes razões geométricas:

$$\alpha_{FL} = \delta_{FL} - \tan^{-1} \left(\frac{v_y + a \cdot w}{v_x - \frac{d}{2} \cdot w} \right) \quad (2.6)$$

$$\alpha_{FR} = \delta_{FR} - \tan^{-1} \left(\frac{v_y + a \cdot w}{v_x + \frac{d}{2} \cdot w} \right) \quad (2.7)$$

$$\alpha_{RL} = -\tan^{-1} \left(\frac{v_y - a \cdot w}{v_x - \frac{d}{2} \cdot w} \right) \quad (2.8)$$

$$\alpha_{RR} = -\tan^{-1} \left(\frac{v_y - a \cdot w}{v_x + \frac{d}{2} \cdot w} \right) \quad (2.9)$$

2.1.3 Modelo de Veículo Completo

O modelo de veículo completo tem como base o modelo de quatro rodas, mas eleva a complexidade introduzindo mais graus de liberdade. Adicionar o sistema de suspensão no modelo irá permitir que surjam três novos movimentos (graus de liberdade) conhecidos do automóvel: *Roll*, *Pitch* e *Heave*. O movimento *Roll*, como o nome indica, é o momento que gira em torno do eixo dos XX, algo comumente denominado de capotamento. O movimento *Pitch* refere-se à rotação em torno do eixo dos YY, algo que acontece principalmente sob aceleração longitudinal (por exemplo em travagem ou arranque). Por fim, o movimento *Heave* refere-se a uma deslocação no eixo dos ZZ, que ocorre, por exemplo, numa lomba onde o sistema de suspensão fique a oscilar o veículo.

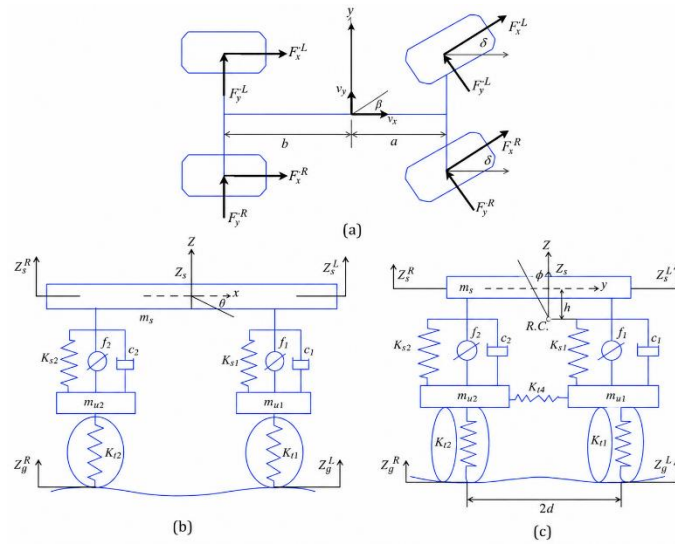


Figura 2-4 - Modelo de Veículo Completo [12]

Na figura acima estão representados os três movimentos descritos anteriormente, assim como o sistema de suspensão aplicado no modelo.

Focando na suspensão, esta é representada por uma resistência e um condensador. A resistência será equivalente a uma mola presente no veículo, enquanto que o condensador representa o amortecedor. Estes elementos devem ter propriedades equivalentes às do veículo a ensaiar para garantir a maior veracidade possível.

Para descrever o movimento do veículo neste modelo são utilizadas as seguintes equações:

Momento de Inércia no eixo vertical Z

$$I_z = m \cdot a \cdot b + 0.25 \cdot m_{frente} \cdot d_{frente}^2 + 0.25 \cdot m_{trás} \cdot d_{trás}^2 \quad (2.10)$$

Equilíbrio dos Momentos no eixo vertical Z

$$\dot{\omega}_z \cdot I_z - \ddot{\phi} \cdot I_{xz} = a \cdot (F_x^{FR} \cdot \sin \delta + F_y^{FR} \cdot \cos \delta + F_x^{FL} \cdot \sin \delta + F_y^{FL} \cdot \cos \delta) - b \cdot (F_y^{RR} - F_y^{RL}) \quad (2.11)$$

Nesta equação, ϕ representa o ângulo de *Roll* da massa suspensa e I_z o momento de inércia *Yaw* da mesma massa suspensa.

Movimento Longitudinal

$$m \cdot (\dot{v}_x + v_y \cdot w_z) - m_s \cdot h \cdot \dot{w}_z \cdot \phi = [F_x^{FR} \cdot \cos \delta - F_y^{FR} \cdot \sin \delta + F_x^{FL} \cdot \cos \delta - F_y^{FL} \cdot \sin \delta + F_x^{RR} + F_x^{RL}] - f_r \cdot m \cdot g \quad (2.12)$$

Onde m representa a massa total do veículo, v_x e v_y representam a velocidade longitudinal e lateral, m_s a massa suspensa, h a diferença de altura entre o CG da massa suspensa e o centro de rotação e f_r o coeficiente de atrito de rolamento.

Movimento Lateral

$$m \cdot (\dot{v}_y + v_x w_z) - m_s \cdot h \cdot \dot{w}_z \cdot \phi = [F_x^{FR} \cdot \sin \delta - F_y^{FR} \cdot \cos \delta + F_x^{FL} \cdot \sin \delta - F_y^{FL} \cdot \cos \delta + F_y^{RR} + F_y^{RL}] \quad (2.13)$$

Movimento Pitch

$$I_y \cdot \ddot{\theta} = b \cdot (F_{z3} + F_{z4}) - a \cdot (F_{z1} + F_{z2}) \quad (2.14)$$

Nesta equação, F_{z1} , F_{z2} , F_{z3} e F_{z4} representam as forças que a suspensão aplica na massa suspensa em cada roda. I_y equivale ao momento de inércia *Pitch* e θ ao ângulo *Pitch* da massa suspensa.

Movimento Roll

$$I_x \cdot \ddot{\phi} + m_s \cdot (\dot{v}_y + \dot{v}_x \cdot w_z) \cdot h - I_{xz} \cdot \dot{w}_z = m_s \cdot g \cdot h \cdot \phi + d \cdot (F_{z2} + F_{z3} - F_{z1} - F_{z4}) \quad (2.15)$$

I_x equivale ao momento de inércia *Roll* e I_{xz} ao produto de inércia em torno dos eixos XX (*Roll*) e ZZ (*Yaw*).

Movimento Heave (vertical)

$$m_s \cdot \ddot{Z}_s = F_{z1} + F_{z2} + F_{z3} + F_{z4} \quad (2.16)$$

Onde Z_s é o deslocamento vertical resultante na massa suspensa do veículo.

Pela Segunda Lei de Newton, temos então a seguinte equação:

$$m_{u1} \cdot \ddot{Z}_{u1} = k_{t1} \cdot (Z_{g1} - Z_{u1}) - F_{z1} \quad (2.17)$$

$$m_{u2} \cdot \ddot{Z}_{u2} = k_{t2} \cdot (Z_{g2} - Z_{u2}) - F_{z2} \quad (2.18)$$

$$m_{u3} \cdot \ddot{Z}_{u3} = k_{t3} \cdot (Z_{g3} - Z_{u3}) - F_{z3} \quad (2.19)$$

$$m_{u4} \cdot \ddot{Z}_{u4} = k_{t4} \cdot (Z_{g4} - Z_{u4}) - F_{z4} \quad (2.20)$$

Nas equações acima, m_u representa a massa não suspensa em cada pneu do carro, k_t equivale à rigidez do pneu e Z_g é qualquer oscilação na altura do solo sob o pneu do carro, sendo $Z_g - Z_u$ equivalente à compressão da mola.

Para calcular as forças F_z que atuam na massa suspensa em cada elemento da suspensão, utilizam-se as seguintes equações que permitem obter o valor em cada roda:

$$F_{z1} = k_{s1} \cdot (Z_{u1} - Z_{s1}) + c_1 \cdot (\dot{Z}_{u1} - \dot{Z}_{s1}) - \frac{k_{af}}{2d} \cdot \left[\phi - \frac{(Z_{u2} - Z_{u1})}{2d} \right] + f_1 \quad (2.21)$$

$$F_{z2} = k_{s2} \cdot (Z_{u2} - Z_{s2}) + c_2 \cdot (\dot{Z}_{u2} - \dot{Z}_{s2}) - \frac{k_{af}}{2d} \cdot \left[\phi - \frac{(Z_{u2} - Z_{u1})}{2d} \right] + f_2 \quad (2.22)$$

$$F_{z3} = k_{s3} \cdot (Z_{u3} - Z_{s3}) + c_3 \cdot (\dot{Z}_{u3} - \dot{Z}_{s3}) - \frac{k_{ar}}{2d} \cdot \left[\phi - \frac{(Z_{u3} - Z_{u4})}{2d} \right] + f_3 \quad (2.23)$$

$$F_{z4} = k_{s4} \cdot (Z_{u4} - Z_{s4}) + c_4 \cdot (\dot{Z}_{u4} - \dot{Z}_{s4}) - \frac{k_{ar}}{2d} \cdot \left[\phi - \frac{(Z_{u3} - Z_{u4})}{2d} \right] + f_4 \quad (2.24)$$

Onde k_s representa a rigidez das molas do sistema de suspensão em cada roda, c equivale ao coeficiente de amortecimento dos amortecedores, k_{af} e k_{ar} são a rigidez das barras estabilizadoras frontal e traseira, respetivamente, e f simboliza a força aplicada por um sistema de suspensão ativa, caso este esteja presente no veículo.

Assumindo que os valores do ângulo de *Pitch* θ e *Roll* ϕ são valores pequenos, a seguinte aproximação para calcular o deslocamento vertical em cada roda pode ser feita sem introduzir um erro quantitativo no modelo:

$$Z_{s1} = Z_s - a\theta - d\phi \quad (2.27)$$

$$Z_{s3} = Z_s - b\theta + d\phi \quad (2.25)$$

$$Z_{s2} = Z_s - a\theta + d\phi \quad (2.28)$$

$$Z_{s4} = Z_s + b\theta - d\phi \quad (2.26)$$

2.2 Modelos de Pneus

Para compreender o que acontece na zona de contacto entre o pneu e a superfície, foram formulados modelos matemáticos que permitem simplificar e representar o comportamento na zona de contacto de um pneu com a superfície. O modelo permite aferir sobre a estabilidade do veículo durante um determinado ensaio através do cálculo da aderência nos pneus. Para atingir este objetivo, relacionam-se o ângulo de escorregamento, carga vertical, escorregamento longitudinal e as forças de contacto. Existem diversos modelos para representar a interação entre o pneu e a superfície de contacto. No entanto, destacam-se dois pela sua ampla utilização: o *Brush Model* e a *Fórmula Mágica*.

2.2.1 Brush Model

O *Brush Model* é um dos modelos físicos mais simples que permite compreender o comportamento do pneu, focando em métodos analíticos. Este modelo divide a zona de contacto em segmentos individuais e independentes.

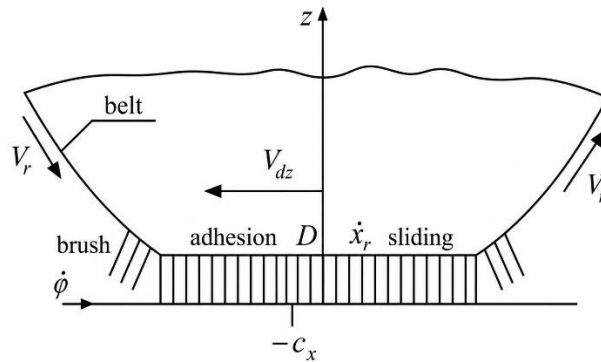


Figura 2-5 - Diagrama do *Brush Model* [13]

Analisando a Figura 2-5, quando um novo segmento entra na zona de contacto e toca no chão, ele sofre uma deflexão e começa a criar-se uma tensão tangencial no mesmo. Os valores desta tensão, em conjunto com as propriedades do pneu, irão determinar se aquele segmento se encontra em aderência ou escorregamento. Esta é a principal desvantagem deste modelo, visto ser um modelo de dois estados, ou seja, ou está em escorregamento ou aderência. Não existe transição entre estados, o que incute um erro no modelo. Por esta razão, o *Brush Model* é tipicamente referido como um modelo qualitativo e não quantitativo, ou seja, consegue prever se existe escorregamento ou não, mas não consegue quantificar o escorregamento existente. [13]

Como qualquer outro modelo matemático, o *Brush Model* depende de uma série de suposições. A mais simples será o facto de este modelo assumir uma estrada perfeitamente plana. Para além disso, a jante é considerada um objeto rígido imóvel sendo o pneu simulado por uma banda rolante com infinitos segmentos igualmente espaçados, como representa a Figura 2-5. Outro fator a ter em conta neste modelo é a forma da superfície de contacto. Existem 3 possíveis formatos geralmente aplicados, sendo estes a forma quadrada, oval e retangular de vértices arredondados. A forma quadrada estará mais correta se aplicada a pneus de carros enquanto que a forma oval será mais indicada para pneus de moto. Para simplicidade do modelo, também se assume que a forma da zona de contacto não é afetada pelo ângulo de camber e também pelas condições de operação do pneu, o que não se verifica.

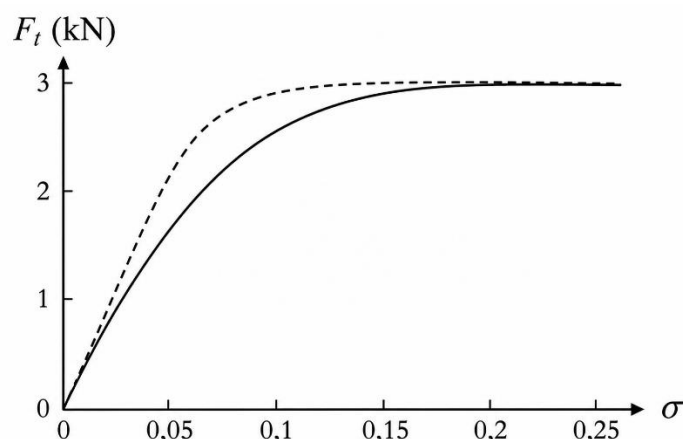


Figura 2-6 - Curva típica do *Brush Model* [13]

Na Figura 2-6, está exposta a curva da força em função do ângulo de escorregamento típica do *Brush Model*. A tracejada, está representada a mesma função, mas com o modelo da Fórmula Mágica.

2.2.2 Fórmula Mágica de Pacejka

A Fórmula Mágica de Pacejka é um modelo empírico amplamente utilizado devido à sua elevada capacidade de reproduzir o comportamento real dos pneus, servindo de base para muitos outros modelos mais complexos e recentes, até modelos criados por construtores automóveis. Este modelo de pneu é capaz de fornecer valores para as forças laterais e longitudinais em função do ângulo de escorregamento ou coeficiente de escorregamento.

O modelo é baseado em dados empíricos de testes de pneus, onde foram tratados esses mesmos dados e criada uma regressão. Os coeficientes utilizados na fórmula têm um significado físico, o que permite a que a fórmula reproduza um pneu com as características reais e comportamento reproduzido com precisão. [14]

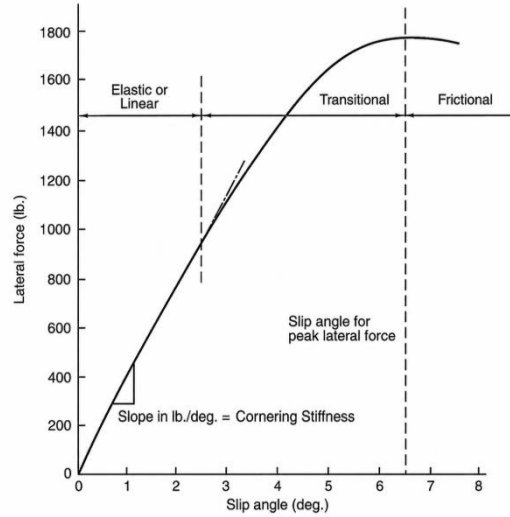


Figura 2-7 - Curva típica do modelo Fórmula Mágica [15]

A Figura 2-7 representa a curva típica da Fórmula Mágica. Esta é traduzida pela seguinte equação:

$$y = D \sin(C \tan^{-1}(Bx - E * (Bx - \tan^{-1}(Bx)))) \quad (2.29)$$

Com y a representar a força longitudinal F_x ou lateral F_y , D o valor máximo da força gerada no pneu, C a forma da curva (*shape factor*), B coeficiente de rigidez do pneu, E o formato da curva no ponto de saturação (*curvature factor*) e x o input da equação, que pode ser o ângulo de escorregamento ou o fator de escorregamento [16].

Caso o objetivo seja calcular a força lateral gerada na zona de contacto, deve ser utilizado o ângulo de escorregamento α e os valores de B , C , D e E devem ser para o eixo dos YY. Se o propósito for obter a força longitudinal utiliza-se o fator de escorregamento κ e valores de B , C , D e E correspondentes ao eixo dos XX. [17]

Sendo assim temos:

$$F_y = D_y \sin \left(C_y \tan^{-1} \left(B_y \alpha - E_y (B_y \alpha - \tan^{-1}(B_y \alpha)) \right) \right) \quad (2.30)$$

$$F_x = D_x \sin \left(C_x \tan^{-1} \left(B_x \kappa - E_x (B_x \kappa - \tan^{-1}(B_x \kappa)) \right) \right) \quad (2.31)$$

Também é possível utilizar a Fórmula Mágica para obter o momento de autoalinhamento da roda. Este momento é responsável por retornar o pneu à sua posição natural (plano do pneu aproximadamente paralelo ao plano do carro). [14]

$$M_z = D_m \sin \left(C_m \tan^{-1} \left(B_m \alpha - E_m (B_m \alpha - \tan^{-1}(B_m \alpha)) \right) \right) \quad (2.32)$$

2.3 Distribuição de Massas num Veículo

De um ponto de vista dinâmico, a distribuição da massa num veículo é extremamente importante e impactante no seu comportamento [18]. Independentemente de se tratar de um veículo desportivo ou de um veículo citadino, o estudo da distribuição do peso deve ser feito com especial atenção, sendo esta característica algo fundamental para o desenvolvimento, ainda em fase de projeto, de qualquer veículo. Quer por motivos de segurança quer por motivos de desempenho, a escolha de onde colocar cada componente e até a sua orientação geométrica terá consequências no produto final.

Focando em veículos de produção, apesar de não existir regulamentação que foque exatamente na distribuição geométrica de massas, existem sim normas de segurança que testam características do carro que irão ser fortemente dependentes desta, como a estabilidade e a segurança em caso de impacto. Por exemplo, a Diretiva 96/53/CE [19] estabelece limites máximos de massa por eixo para eixos tandem de reboques e semirreboques dependendo do espaço entre os mesmos. O mesmo tipo de regulação existe para veículos pesados de passageiros.

No entanto, no mundo do automobilismo, existem sim, dependendo da categoria, regras que ditam, por exemplo, limites de altura para o CG ou peso por eixo, sendo estes fatores ditados pela distribuição da massa ao longo do veículo. Um exemplo deste tipo de regulamentação é o Artigo 4.2 do Regulamento Técnico da Fórmula 1 2025 [20], onde é indicado o limite de massa por eixo que o veículo não deverá infringir.

Para o estudo em questão, é importante salientar as principais diferenças no que toca a componentes e respetivas localizações entre os veículos elétricos e os veículos a motor de combustão interna.

2.3.1 Distribuição de massas num Veículo Elétrico

Atentando aos veículos elétricos, o seu layout é bastante distintivo dos outros tipos de veículos conhecidos. Sendo bastante simples no que toca ao seu princípio de funcionamento relativamente ao veículo a motor de combustão, o carro elétrico tem, na sua génese, poucos componentes críticos. Os principais componentes diferenciativos são: a bateria, o(s) motor(es) e sistemas auxiliares (inversor, *On-Board Charger* (OBC), controladores, sistema de arrefecimento).

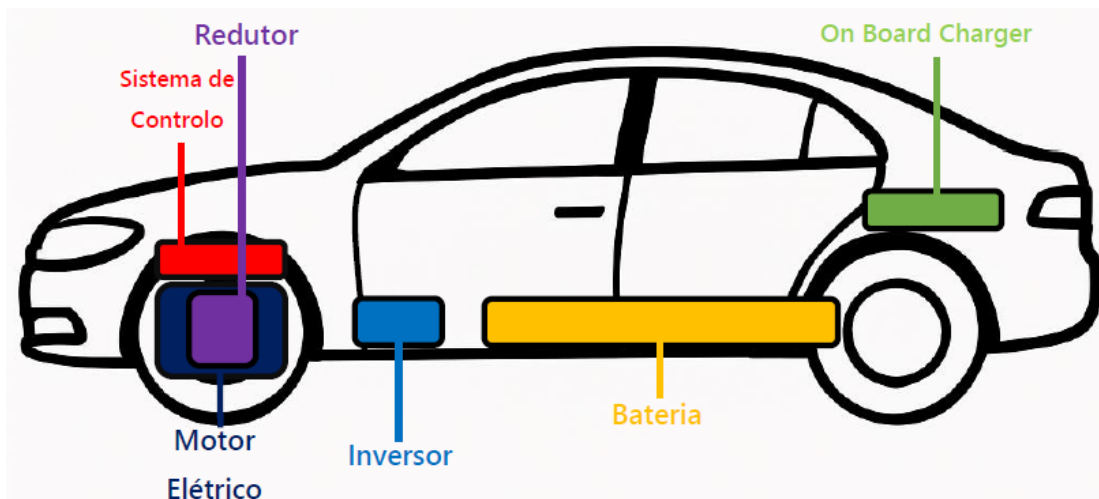


Figura 2-8 - Distribuição dos principais elementos de um veículo elétrico

Uma bateria de alta tensão para aplicação automóvel contém, aos dias de hoje, milhares de células conectadas dentro do que se chama de *Battery Pack*. Dependendo da autonomia desejada, o número de células ou o seu tipo é alterado e, consequentemente, o peso total também. Por esta razão, tipicamente, um veículo compacto ou citadino terá uma bateria significativamente mais leve do que um sedan ou SUV. Devido ao tamanho do *pack*, este é colocado entre os eixos e por baixo do veículo, como exemplificado na Figura 2-8. Esta posição oferece diversas vantagens, especialmente no que diz respeito ao objetivo deste trabalho, permitindo uma distribuição de peso otimizada e, adicionalmente, é o sítio mais seguro visto ser fora das zonas comuns de impacto (frente e traseira do veículo). Sendo colocada numa posição baixa e central do veículo, permite mitigar o impacto negativo do seu peso acrescido, manter o CG do carro baixo e, visto estar posicionada muito perto do chassis, há facilidade em criar e incorporar os apoios extra que permitem ao chassis suportar o seu peso. [21]

Ao contrário do veículo a motor de combustão, um veículo elétrico pode estar equipado com mais do que um motor elétrico. Dependendo do tipo de veículo e das suas necessidades, o construtor pode optar por equipar vários motores. Um veículo desportivo pode ter até quatro motores, um por roda, mas, no entanto, o mais comum será dois motores, um por eixo. Para os veículos citadinos ou compactos, por norma estes estão equipados com um motor elétrico aplicado a um dos eixos. Esta flutuação no número de motores tem bastante influência no peso e, consequentemente, no equilíbrio dinâmico do veículo, sendo este um fator a considerar na escolha de veículo elétrico a comparar.

Aplicado ao motor elétrico, está um redutor que faz uma ponte entre a rotação do motor e a rotação que vai para a roda. Devido ao facto de os motores elétricos girarem a uma alta velocidade de rotação, é necessário um redutor que tem, geralmente, uma relação fixa de redução da velocidade de rotação do motor que seguirá para a roda.

Para permitir que a bateria e o motor operem em condições ideais, existe todo um sistema que controla temperaturas, correntes elétricas e binário produzido no motor. Este sistema auxiliar é composto por vários subsistemas cada um com vários componentes. Para

transformar a corrente alternada proveniente da rede elétrica em corrente contínua que irá efetivamente carregar a bateria, é utilizado um elemento chamado OBC. Com a função oposta, ou seja, converter corrente alternada oriunda da bateria em corrente contínua que irá fornecer energia ao motor, aplica-se um elemento denominado Inversor. Controlar o motor elétrico, subordinado aos comandos do condutor, é necessário um sistema de controlo que controle o motor e as correntes que entram e saem da bateria chamado *Power Distribution Module* (PDM). Este sistema é composto por transístores, condensadores, uma unidade de controlo, cablagem complexa e sensores de corrente e temperatura. Todos estes elementos (OBC, Inversor, PDM e sistemas de controlo), apesar de não parecerem críticos ou principais são fundamentais para o bom funcionamento do veículo elétrico e todos juntos representam uma grande fatia da massa destes veículos.

2.3.2 Distribuição de Massas num Veículo a Motor de Combustão Interna

O veículo impulsionado a motor de combustão interna é uma plataforma bastante estudada e conhecida. Apesar de ter vindo a ser desenvolvido durante mais de cem anos, ainda existem diversas tipologias com as suas vantagens e desvantagens. A principal diferença entre os layouts conhecidos deste tipo de veículos é a posição do motor e do depósito de combustível.

Existem três principais configurações para colocar o motor em veículos de combustão interna. A mais comum será o veículo equipado com motor em cima do eixo frontal e o depósito entre o banco traseiro e a mala do carro, como exemplificado na Figura 2-9. Desde carros compactos, sedans, desportivos e SUVs, todas as categorias têm modelos com esta disposição dos seus principais componentes. Adicionalmente e especialmente em modelos com carácter desportivo, é comum encontrar veículos com motor central, colocado entre os dois eixos. Dentro desta tipologia, é possível haver uma separação em duas subcategorias: motor central posicionado junto do eixo frontal com tanque na traseira do veículo e motor central posicionado junto do eixo traseiro com o tanque entre o motor e os bancos. Apesar de tecnicamente serem ambos denominados de motor central, dinamicamente são muito díspares um do outro. Por fim, existe o esquema de veículo com motor traseiro, ou seja, atrás do eixo traseiro e tanque de combustível tipicamente em cima do eixo frontal. Este tipo de veículo é bastante raro, por ser uma configuração com um comportamento peculiar, por vezes inseguro principalmente para condutores inexperientes.

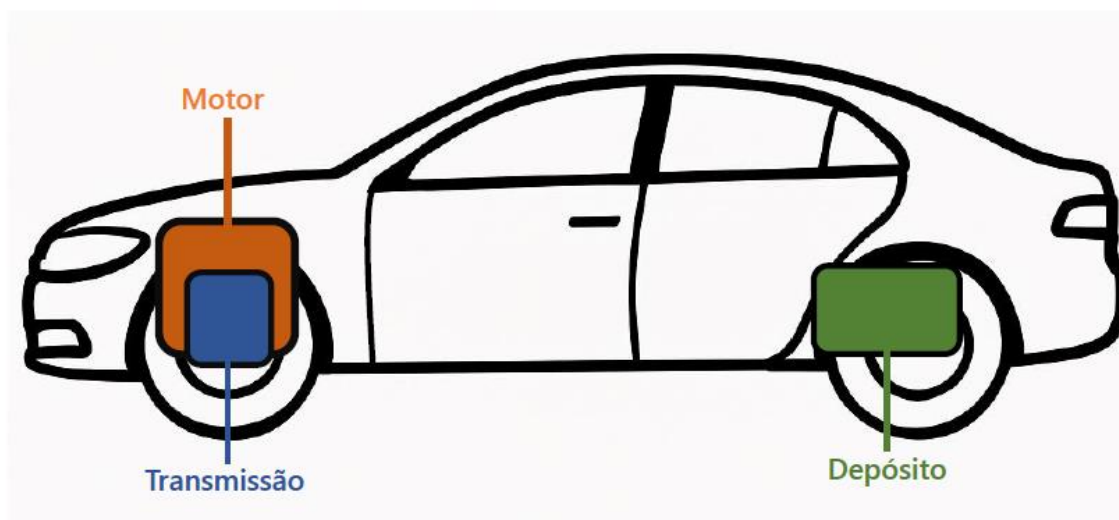


Figura 2-9 - Distribuição dos principais elementos de um veículo a motor de combustão

Também é possível classificar estes veículos baseado na combinação de posição do motor e eixo(s) de tração. A posição do motor é dividida em três classes, como descrito no parágrafo anterior, sendo atribuída uma letra a cada uma: frontal (F), central (M) e traseira (R). Para os eixos de tração, existem também três categorias onde se podem inserir: frente (F), trás (R) e ambos os eixos (4). Com estas classificações, é possível observar todas as categorias existentes na seguinte tabela:

Tabela 1 - Diferentes configurações de veículos a motor de combustão interna

Sigla	Nome Completo	Motor	Tração
FF	<i>Front-engine, Front-wheel drive</i>	Dianteiro	Dianteira
FR	<i>Front-engine, Rear-wheel drive</i>	Dianteiro	Traseira
F4	<i>Front-engine, 4/All-wheel drive</i>	Dianteiro	Integral
MR	<i>Mid-engine, Rear-wheel drive</i>	Central	Traseira
M4	<i>Mid-engine, 4/All-wheel drive</i>	Central	Integral
RR	<i>Rear-engine, Rear-wheel drive</i>	Traseiro	Traseira
R4	<i>Rear-engine, 4/All-wheel drive</i>	Traseiro	Integral

No que diz respeito ao impacto na dinâmica do veículo, existem vários elementos e sistemas presentes nos veículos a combustão com relevância no seu desempenho como o motor, o tanque de combustível e o sistema de transmissão.

Como mencionado no início deste subcapítulo, a posição do motor de combustão é um fator a ter em consideração durante a fase de projeto do desenvolvimento de um veículo. Isto porque, posicionar uma massa, que pode estar sensivelmente entre os 100 kg para os motores

mais pequenos e 300 kg para os motores de maior dimensão, em posições diferentes irá resultar num comportamento dinâmico do veículo totalmente díspar, pelo que, dependendo do propósito pretendido para o veículo a dimensionar, deve ser escolhido o layout que se traduz no comportamento indicado para esse mesmo veículo. No veículo com motor a combustão que será utilizado para efeitos de comparação, o motor é bastante leve, com uma massa de 84 kg [22].

Outro fator a ter em consideração será a posição do depósito de combustível. Diferentes tipologias de veículos colocam o depósito em localizações diferentes, mas na grande maioria dos carros de produção, o depósito encontra-se entre os bancos traseiros e a bagageira. Esta posição é escolhida com base em fatores de segurança e também por ser relativamente perto do CG do veículo. No entanto, em veículos com uma tipologia de motor central ou traseiro, por vezes opta-se por colocar o depósito sobre o eixo da frente, implicando uma grande diferença face à localização típica mencionada anteriormente. Visto que o depósito cheio, dependendo da sua volumetria, pode apresentar um peso entre os 35 kg e os 60 kg de peso e esta é uma massa não constante, a sua relevância para um estudo dinâmico, especialmente quando comparado com um veículo que não possui tal depósito, é notória, revelando-se importante de incluir.

Analisando a Tabela 1, verifica-se que existem várias opções de sistemas de tração que permitem transmitir potência até à roda. Entre as três opções de tração existentes, destaca-se a tração às quatro rodas por ser significativamente mais pesada do que as restantes. Para transmitir a potência para ambos os eixos são utilizados diferenciais extra e, consequentemente, mais veios de transmissão, acrescentando peso ao sistema. O layout mais eficiente em termos de peso de sistema de transmissão é o veículo FF, onde a caixa de velocidades incorpora nela um diferencial e as distâncias para cada uma das rodas é mínima devido à proximidade do motor do eixo motriz.

Apesar destes contratempos provenientes da tipologia do veículo a combustão, é possível atingir uma distribuição de peso ótima, embora seja muito raro. Para o fazer, os construtores adotaram algumas medidas que permitem distribuir o peso de forma equiparada entre os dois eixos, como aproximar o motor de combustão do centro geométrico do veículo tanto quanto possível, utilizar o sistema *Transaxle* em veículos de tração traseira, que desloca a caixa de velocidades para próximo do diferencial, equilibrando a distribuição de pesos do sistema de propulsão, e até aplicar a bateria de 12V na bagageira do veículo. Embora existam várias soluções para aproximar a distribuição de massa de um equilíbrio ideal, estas são geralmente aplicadas em veículos de carácter desportivo, nos quais esse equilíbrio é explorado para melhorar o comportamento dinâmico. Assim, para os efeitos deste projeto, não será selecionado um veículo deste tipo.

2.3.3 Comparação Teórica da Distribuição dos Dois Tipos de Veículos

Com ambas as distribuições de massas típicas para cada tipo de veículo estudadas, foi possível efetuar uma análise crítica com o objetivo de perceber as vantagens e desvantagens teóricas que se deverão verificar nos veículos elétricos e nos veículos a motor de combustão.

Olhando para o veículo elétrico, devido à alta concentração de massa na bateria e à sua posição na zona do chassis do veículo, será de esperar que esta contribua muito para um CG baixo, garantindo mais estabilidade e menores transferências de peso, o que irá impactar de forma muito positiva o desempenho dinâmico deste tipo de veículo.

Para além disso, o posicionamento dos motores elétricos é também ele um fator positivo, pois ao serem colocados ao nível da roda irão estar mais baixos do que os motores a combustão, contribuindo também para um CG mais baixo. Adicionalmente, em veículos com dois motores elétricos é colocado um em cada eixo, o que irá balancear a distribuição de pesos, implicando assim mais uma vantagem para esta arquitetura.

Atentando ao veículo equipado com motor de combustão, é notória a concentração de massa sobre o eixo da frente. Com o motor, o sistema de transmissão e outros componentes como o sistema de direção, a bateria e sistema de refrigeração do motor todos eles colocados na secção dianteira do veículo, será de esperar que a distribuição de peso típica de um veículo deste tipo sem finalidade desportiva seja tendenciosamente mais inclinada para o eixo da frente. Este facto será espelhado no desempenho dinâmico do mesmo veículo, implicando mais carga sobre os pneus dianteiros até ao ponto de criar um comportamento suscetível a subviragem. Ao mesmo tempo, a ausência de peso na traseira reduzirá a tração neste eixo, o que em veículos de tração traseira pode ser um desafio e em veículos de tração dianteira poderá levar a um fenómeno chamado *Lift-Off Oversteer*, onde o veículo perde tração no eixo traseiro após retirar o pé do acelerador e, devido às transferências de peso de trás para a frente, deixa de existir aderência suficiente nos pneus traseiros e este entra em deslize.

Fazendo um balanço de todas estas características de cada veículo, especialmente a distribuição dos seus componentes, seria espectável que o veículo elétrico tivesse vantagem. No entanto, a análise não é assim tão linear, pois quando forem aplicados os valores da massa a esses mesmos elementos, irá se verificar que naturalmente o sistema de propulsão elétrica será mais pesado. O resultado final poderá depender do balanço entre o peso extra e a melhor distribuição de massa.

2.4 Percursos de testes dinâmicos

De modo a analisar e validar o comportamento dinâmico de veículos de produção homologados, existem diversos tipos de testes criados com este propósito concebidos por diferentes entidades como a *Society of Automotive Engineers* (SAE) e a *International Organization for Standardization* (ISO). Para se poder delinear um percurso ideal com o objetivo de fazer uma comparação dinâmica entre dois veículos diferentes, é importante conhecer o que é feito a nível de homologação atualmente.

2.4.1 SAE J266

Esta norma [8], criada pela SAE, tem o propósito de definir a resposta direcional do veículo em regime permanente (subviragem, sobreviragem ou neutro).

Foram estabelecidos três métodos para realizar o ensaio:

- Método 1 – Raio de curva constante
- Método 2 – Velocidade do veículo constante
- Método 3 – Aceleração lateral constante

No Método 1, o veículo circula com um raio de curva constante e a sua velocidade aumenta gradualmente, o que provocará um aumento da aceleração lateral até ao seu limite.

No Método 2, a velocidade do veículo é mantida constante enquanto o condutor aumenta o ângulo de direção, diminuindo o raio da curva e, consequentemente, aumentando a aceleração lateral até ao limite.

Por fim, no método 3, o veículo é operado de modo a manter a aceleração lateral constante e é ajustada a velocidade e ângulo de direção, encontrando o limite a qual o veículo consegue sustentar a aceleração lateral constante definida.

2.4.2 ISO 4138

A norma ISO 4138 [5] estabelece um método padronizado para avaliar o comportamento dinâmico do veículo em regime permanente. Com este teste, é possível aferir sobre as reações do carro relativamente a movimentos de subviragem ou sobreviragem, ou seja, sobre a sua estabilidade e controlo lateral.

Existem três variações deste mesmo ensaio, cada uma delas deverá apresentar resultados semelhantes, no entanto os diferentes métodos permitem realizar este mesmo ensaio em condições de teste diferentes. Estes métodos são:

- Método 1 - Raio de curva constante
- Método 2 - Ângulo de direção no volante constante
- Método 3 - Velocidade do veículo constante

Em cada um dos diferentes métodos devem ser medidas as seguintes variáveis:

- Aceleração longitudinal e lateral
- Ângulo de direção e de escorregamento
- Velocidade longitudinal e lateral
- Velocidade angular
- Ângulo de *Roll*

Para a realização deste ensaio são impostas algumas regras comuns nestes testes padronizados pela ISO, como:

- Velocidade do vento < 3m/s
- Garantir a repetibilidade do ensaio, replicando-o um mínimo de 3 vezes
- Executar o teste numa superfície plana e seca

Para cada um dos métodos descritos, o veículo é levado até ao limite. No método 1, onde o raio da curva descrita é constante, a velocidade é aumentada até o veículo não conseguir manter o raio.

2.4.3 ISO 7401

A norma ISO 7401 [6] define métodos de ensaio para medir a resposta da direção em regime transiente. O teste caracteriza a rapidez, estabilidade e previsibilidade com que o veículo reage a um input lateral súbito como por exemplo uma manobra evasiva ou mudança de via. O ensaio é realizado aplicando um input rápido e controlado no volante enquanto o veículo circula em condição de equilíbrio para posteriormente observar a resposta dinâmica do veículo e registar os dados necessários.

Os diferentes métodos de realização deste teste são diferenciados baseado no input que é feito. Este pode ser baseado no domínio do tempo ou frequência. Dentro do domínio do tempo, o input pode ser gradual ou sinusoidal. Por outro lado, no domínio da frequência, o input pode ser aleatório, por pulso ou sinusoidal contínuo.

Em cada um dos diferentes métodos devem ser medidas as seguintes variáveis:

- Ângulo de direção do volante
- Aceleração lateral e longitudinal
- Velocidade angular

2.4.4 ISO 13674-1

O padrão ISO 13674-1 [7] estabelece um teste para aferir sobre o feedback da direção e a sua precisão durante curvas de alto raio descritas a alta velocidade e baixa aceleração lateral (inferior a 1 m/s^2).

Durante o teste, o condutor dirige o veículo a velocidade constante e aplica um input oscilante ligeiro na direção.

O principal foco é avaliar a estabilidade direcional do veículo a alta velocidade, pelo que o desempenho analisado é geralmente da responsabilidade dos sistemas de direção e dos pneus do veículo.

2.4.5 Teste de trajetória em 8

O teste de trajetória em 8, embora não normalizado ou padronizado, é uma prática comum na indústria automóvel para avaliar a capacidade dinâmica de diferentes veículos. Este teste é difícil de padronizar devido à influência do condutor no teste, pelo que o mesmo feito por dois condutores diferentes poderia ter desvios impossíveis de uniformizar.

Este ensaio consiste em descrever duas circunferências tangentes exteriores, como exemplificado na Figura 2-10.

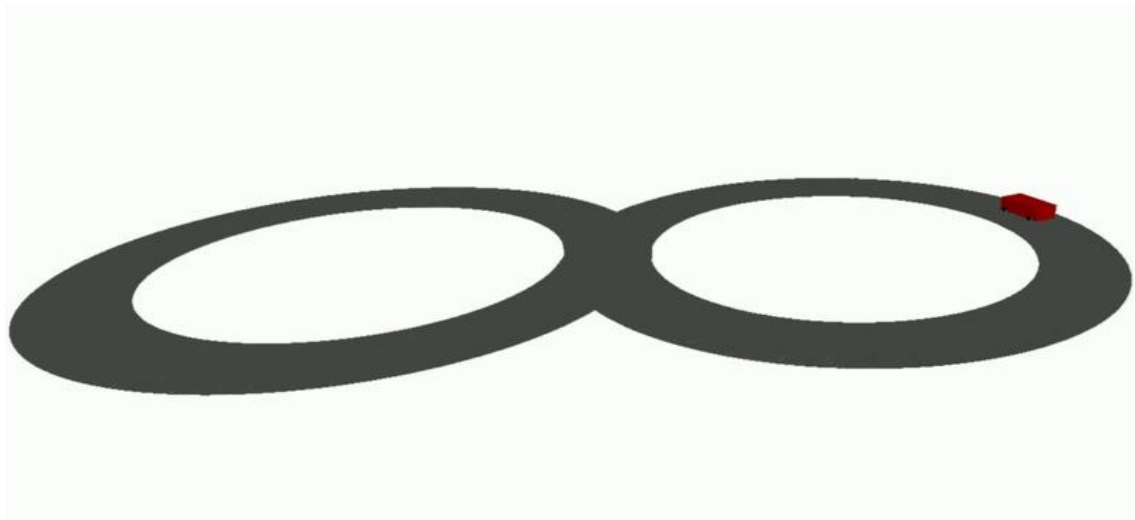


Figura 2-10 - Modelo 3D do teste de trajetória em 8

Uma das maiores revistas automobilísticas do mundo, a MotorTrend [23], testa todos os carros de imprensa que lhes são fornecidos num layout de trajetória em 8 e com isso faz uma lista de quais os mais rápidos a descrevê-lo, atentando também na aceleração lateral máxima. Neste caso, as circunferências não são tangentes, têm uma distância de 500 pés (152,4m) entre os seus centros e um raio de 100 pés (30,48m) cada uma.

Na categoria Fórmula Student, embora oficialmente denominado *Skidpad*, o teste de trajetória em 8 aparece como um dos principais testes de dinâmica lateral dos veículos [24].

3. Modelo Computacional

Com o objetivo de construir um modelo representativo do movimento de um veículo de raiz, é necessário delinear um plano com várias etapas e objetivos. O plano para a construção do modelo é o seguinte:

- Criação de um Modelo Geral Simples
- Comparação Numérica e Experimental do Modelo Geral Simples
- Transformação do Modelo Geral Simples num Modelo mais complexo
- Comparação Numérica e Experimental do Modelo Geral Complexo

Para referência, a tabela seguinte inclui todas as variáveis a ter em conta e as suas representações no código Python:

Tabela 2 - Denominação das variáveis

Variável	Descrição	Representação
$\dot{w}_Z$	Aceleração Angular	dw
w_Z	Velocidade Angular	w
I_Z	Momento de Inércia em torno de ZZ	Iz
a	Distância do CG até ao eixo frontal	a
b	Distância do CG até ao eixo traseiro	b
L	Distância entre o eixo traseiro e frontal	L
d_F	Largura do eixo frontal	d_frente
d_R	Largura do eixo traseiro	d_tras
h	Altura do CG	h_CG
$F_{y_{FL}}$	Força Lateral frontal esquerda	FyFL
$F_{y_{FR}}$	Força Lateral frontal direita	FyFR
$F_{y_{RL}}$	Força Lateral traseira esquerda	FyRL
$F_{y_{RR}}$	Força Lateral traseira direita	FyRR
C_F	Coefficiente de rigidez dos pneus frontais	C_alpha_front
C_R	Coefficiente de rigidez dos pneus traseiros	C_alpha_rear
μ	Coefficiente de atrito pneu/solo	u
δ	Ângulo de direção	delta
r	Raio da curva	R
α_{FL}	Ângulo de escorregamento frontal esquerdo	alpha_FL
α_{FR}	Ângulo de escorregamento frontal direito	alpha_FR
α_{RL}	Ângulo de escorregamento traseiro esquerdo	alpha_RL
α_{RR}	Ângulo de escorregamento traseiro direito	alpha_RR

(Continuação) Tabela 2 – Denominação das variáveis

Variável	Descrição	Representação
m	Massa do veículo	m
F_D	Força de arrasto	Fd
ρ	Massa volúmica	rho
C_D	Coefficiente de arrasto	Cd
A	Área frontal do veículo	A
V_X	Velocidade no eixo dos XX	Vx
V_Y	Velocidade no eixo dos YY	Vy
F_{ROL}	Força de resistência ao rolamento	Frr
g	Aceleração gravítica	g
F_{Xtotal}	Somatório das forças em XX	Fx_total

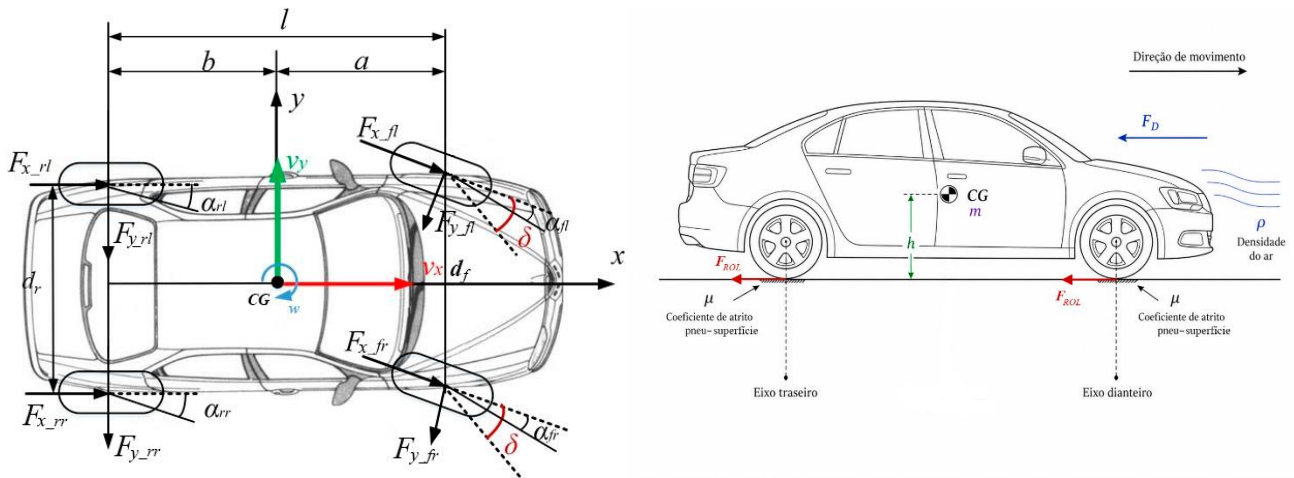


Figura 3-1 - Diagrama de forças e dimensões do veículo [33] (editado)

Na Figura 3-1, estão todas as propriedades e forças aplicadas ao veículo durante o desenvolvimento do modelo, com as nomenclaturas corretas aplicadas. Para consultar o código Python do modelo computacional, o mesmo está disponível em [25].

3.1 Modelo Geral

De modo a obter uma ferramenta que permita calcular e prever o comportamento de um veículo, foi desenvolvido um algoritmo computacional em Python, que, de acordo com algumas variáveis introduzidas, consegue representar e caracterizar aquele que será o seu movimento.

Para dar início à construção deste modelo, optou-se por adotar uma abordagem o mais simples possível de modo a ter um modelo funcional e realista antes de aplicar as equações mais complexas e precisas. Com esse objetivo, utilizaram-se as seguintes equações respetivas ao Modelo de Bicicleta:

$$\dot{w}_Z \cdot I_Z = a \cdot F_{y_F} \cdot \cos(\delta) - b \cdot F_{y_R} \quad (3.1)$$

$$\dot{v}_Y = -w_Z \cdot v_X + \frac{1}{m} \cdot (F_{y_F} + F_{y_R}) \quad (3.2)$$

$$\alpha_F = \delta - \tan^{-1} \left(\frac{v_y + a \cdot w_z}{v_x} \right) \quad (3.3)$$

$$\alpha_R = \tan^{-1} \left(\frac{v_y - b \cdot w_z}{v_x} \right) \quad (3.4)$$

$$Fy_F = C_F \cdot \alpha_F \quad (3.5)$$

$$Fy_R = C_R \cdot \alpha_R \quad (3.6)$$

Este modelo, devido às equações que o descrevem, exige o conhecimento de algumas características e variáveis do veículo em questão. Estas são:

- Distância do CG até ao eixo frontal [a]
- Distância do CG até ao eixo traseiro [b]
- Momento de inércia do veículo em torno do eixo vertical [I_z]
- Ângulo de direção [δ]
- Coeficiente de rigidez lateral do pneu [C_α]
- Massa do veículo [m]

Com o Modelo de Bicicleta aplicado e o código em condição de ser testado, foi feito um teste inicial onde se introduziu um valor de ângulo de direção oscilante de modo a verificar se a trajetória prevista pelo algoritmo se alinhava ou aproximava da realidade.

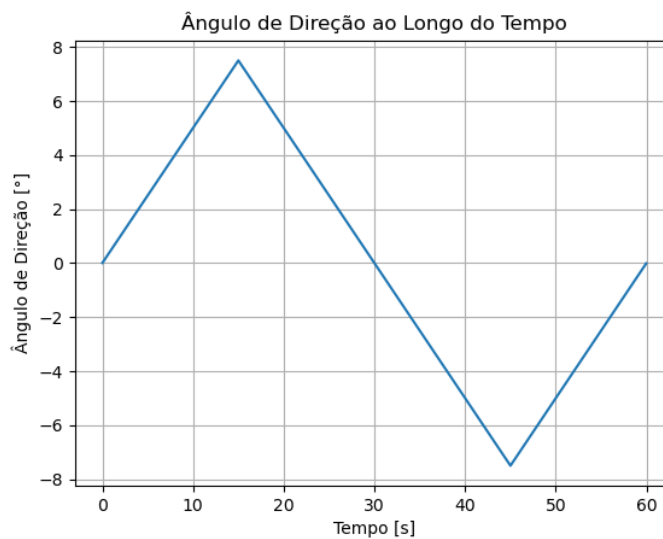


Gráfico 1 - Ângulo de direção ao longo do tempo

No Gráfico 1, está representado o ângulo de direção durante o teste inicial do modelo. Num teste de 60 segundos, o ângulo começava a 0 graus e subia até um máximo de 7,5 graus, voltando a descer até atingir o ângulo inverso de -7,5 graus e, finalmente, alinhava a direção até aos 0 graus.

Seria espetável que o veículo inicialmente virasse progressivamente para a sua esquerda até atingir o valor máximo e depois endireitasse o seu movimento até voltar a ter ângulo de direção desta vez para o lado oposto, repetindo o movimento anteriormente descrito.

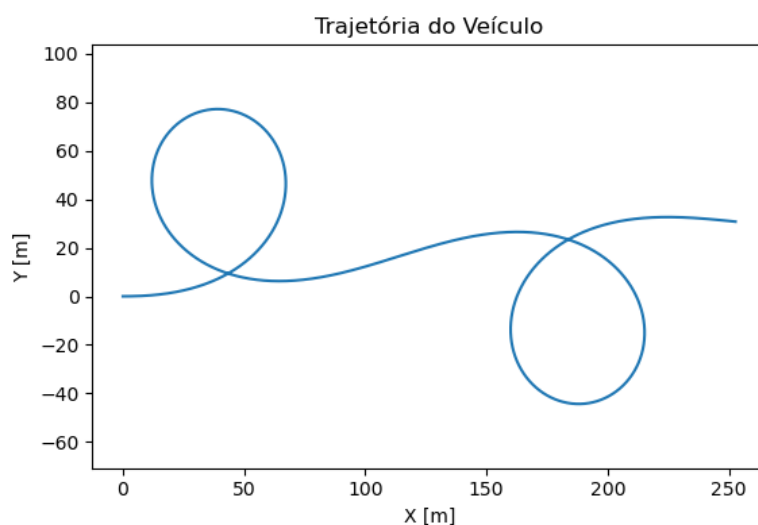


Gráfico 2 - Trajetória descrita pelo veículo

Atentando no Gráfico 2, verifica-se que o resultado obtido pelo modelo se enquadra com aquilo que seria previsto, o que indica que algoritmo desenvolvido estará a funcionar corretamente.

Para validar este modelo com dados experimentais, idealmente este seria testado em duas condições: aceleração retilínea e trajetória curvilínea. No teste de aceleração retilínea, o veículo real irá acelerar, por exemplo, até aos 100 km/h e o mesmo será imposto no modelo com o objetivo de comparar os tempos de aceleração obtidos. Por outro lado, no teste de trajetória curvilínea, o veículo irá descrever uma circunferência com ângulo de direção constante e o mesmo será replicado no modelo onde os tempos obtidos serão comparados assim como o raio da circunferência descrita.

3.2 Comparação Numérica e Experimental do Modelo de Bicicleta Simples

Com um modelo básico construído e teoricamente funcional, passamos à fase de comparação do mesmo com dados experimentais. Para avaliar o modelo, são feitos dois testes. O primeiro, e mais simples, é o teste de aceleração em linha reta. O segundo é o teste de *Skidpad* tipicamente feito em competições de Fórmula Student, que consiste em descrever uma trajetória em forma de oito com raio e largura predefinidos.

Para efetivamente avaliar o modelo, necessitou-se de dados reais de um veículo real para fazer a comparação e avaliação do seu desempenho em refletir a realidade. Então, recorreu-se à equipa de Fórmula Student do IPLeiria, a LART. Foi fornecido um documento com resultados destes dois testes feitos pelo seu carro. Foi possível então introduzir os dados respetivos ao veículo no modelo e obter novos resultados teóricos para comparar com os reais obtidos pela equipa e aferir sobre a precisão do modelo.

3.2.1 Teste 0-75m

Neste teste, é aplicado o binário nominal do motor elétrico nas rodas, incluindo as perdas do *powertrain*. Para determinar a força de tração é feita a seguinte equação:

$$Fx_{tração} = \frac{binário_{roda}}{raio_{roda}} \quad (3.7)$$

Onde:

$$binário_{roda} = binário_{motor} * relação_{reductor} * rendimento \quad (3.8)$$

Nesta equação, o torque representa o binário desenvolvido pelo motor que é multiplicado pela relação de transmissão presente no reductor e pelo rendimento do sistema de propulsão para, no fim, obter o valor real de binário aplicado na roda.

Adicionalmente, por serem relevantes, aplicaram-se a perdas por força de arrasto e por resistência ao rolamento com as seguintes equações:

$$F_{drag} = 0,5 \cdot \rho \cdot C_D \cdot A \cdot v_x^2 \quad (3.9)$$

$$F_{rr} = C_{rr} \cdot m \cdot g \quad (3.10)$$

Por fim, faz-se um balanço das forças aplicadas onde:

$$Fx_{Total} = Fx_{tração} - F_{drag} - F_{rr} \quad (3.11)$$

Com a força total aplicada no veículo foi possível então proceder com o ensaio de aceleração.

3.2.2 Teste de *Skidpad*

O teste de *Skidpad* é mais complexo de simular e aplicar ao modelo. Apesar de fatores como o arrasto aerodinâmico, a resistência ao rolamento e a força de tração não serem tão importantes, é imperativo colocar o veículo a curvar no seu limite, pois essa é a intenção do teste.

Para garantir que o veículo percorre a trajetória requerida, é calculado o raio das circunferências a descrever partindo do regulamento Fórmula Student [24]:

$$Raio = \frac{15,25}{2} + \frac{3}{2} = 9,125 \text{ m} \quad (3.12)$$

Este raio é correspondente ao centro da estrada. Visto que em situação de teste, o veículo descreve uma trajetória ótima de corrida, ou seja, junto à margem interior da estrada, para tornar o teste mais semelhante à realidade, o raio escolhido para aplicar não será os 9,125 m, mas sim 8,5 m. Aproximar as condições de teste do modelo o mais possível da realidade permitirá melhorar a sua capacidade de prever o movimento do veículo.

Com o raio e a distância entre eixos, é possível determinar o ângulo de direção ótimo do veículo:

$$\delta_{ótimo} = \tan^{-1} \left(\frac{L}{Raio} \right) \quad (3.13)$$

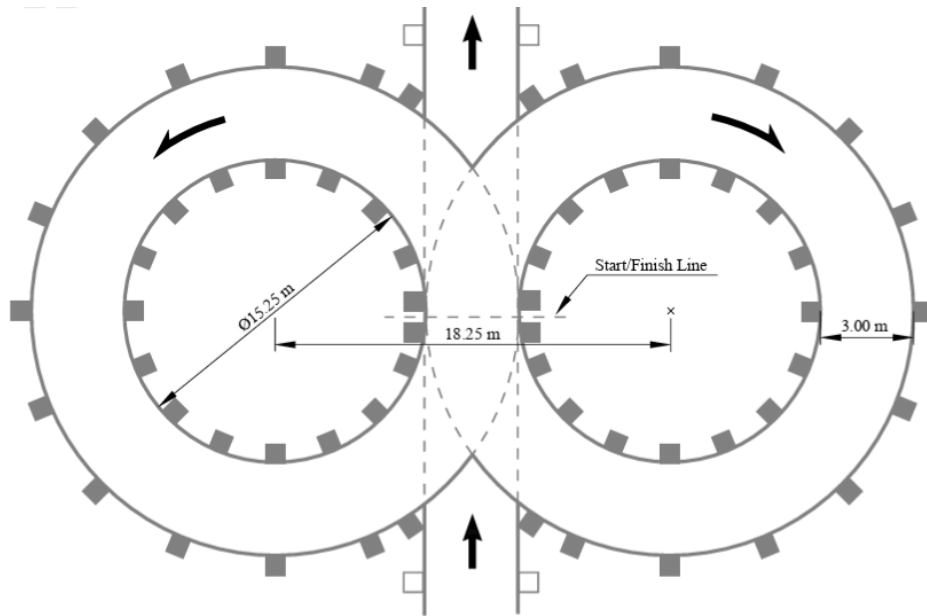


Figura 3-2 – Dimensões oficiais do Skidpad segundo o regulamento atual de Fórmula Student [24]

De modo a impor ao veículo um comportamento de desempenho máximo, foi aplicado um controlo ao ângulo de escorregamento, onde caso este ultrapassasse um limite imposto, o veículo desacelera de modo a continuar a sua trajetória sem escorregamento que não existiria caso estivesse a ser operado por um piloto em busca de um tempo ideal.

Para realizar o circuito em forma de oito, quando o veículo chega ao centro, o ângulo de direção é invertido e o veículo entra na outra circunferência.

3.2.3 Resultados da Comparação Numérica e Experimental do Modelo de Bicicleta

Para refletir sobre os resultados obtidos, primeiro analisaram-se os dados fornecidos pela equipa LART.

No teste de aceleração 0-75 m, em dois ensaios, o veículo obteve resultados de 4,84 s e 4,75 s, pelo que este é o objetivo a atingir.

No ensaio de *Skidpad*, o veículo Fórmula Student demora, em média, entre 5,3 s e 5,5 s a descrever cada circunferência.

Com os objetivos bem delineados, basta correr o algoritmo desenvolvido e analisar os resultados. Nesta aplicação, o modelo utilizado foi o construído e explicado no Capítulo 3.1.

No ensaio de aceleração retilínea, o modelo computacional calcula um tempo dos 0m até aos 75 m de 4,33 segundos. Este valor é inferior ao valor médio obtido pelo veículo real de 4,8

segundos, no entanto para um modelo simples é esperado obter um desvio desta proporção. O erro obtido foi o seguinte:

$$Erro [\%] = \frac{|4,33-4,8|}{4,8} \cdot 100 = 9,79\% \quad (3.14)$$

Relativamente ao ensaio de *Skidpad*, o modelo indica que o veículo demora 5,85 segundos a descrever o trajeto. O resultado foi um pouco superior àquele verificado no veículo real (média de 5,4 segundos). O desvio é o seguinte:

$$Erro [\%] = \frac{|5,85-5,4|}{5,4} \cdot 100 = 8,33\% \quad (3.15)$$

Com valores baixos de erro obtidos e tendo em conta que faltam acrescentar componentes físicas que tornarão o modelo mais realista, pode-se então passar para o próximo passo e evoluir o algoritmo para um tipo de modelo mais completo.

3.3 Modelo de Quatro Rodas

Após validar o algoritmo construído baseado no modelo de bicicleta, garantiu-se que a base do código é válida e segura para continuar a desenvolver. Partindo dessa base, pode-se agora transformar num modelo mais complexo, mas com mais capacidade de reproduzir aquilo que acontece na realidade. Para tal, as equações da dinâmica do veículo sofrerão algumas alterações.

De modo a conseguir resolver as equações deste tipo de modelo, será necessário introduzir características adicionais do veículo como a largura dos eixos do veículo e a altura do seu CG.

As equações dos cálculos dos ângulos de escorregamento, para além de agora serem executadas para cada uma das quatro rodas do veículo, sofreram alterações para terem em conta a largura do veículo, que anteriormente não existia. As novas equações estão na Secção

2.1.2 com referência $\alpha_{FL} = \delta_{FL} - \tan^{-1} \left(\frac{v_y + a \cdot w}{v_x - \frac{d}{2} \cdot w} \right)$ (2.6), $\alpha_{FR} = \delta_{FR} - \tan^{-1} \left(\frac{v_y + a \cdot w}{v_x + \frac{d}{2} \cdot w} \right)$

$$(2.7), \alpha_{RL} = -\tan^{-1} \left(\frac{v_y - a \cdot w}{v_x - \frac{d}{2} \cdot w} \right) \quad (2.8) \text{ e } \alpha_{RR} = -\tan^{-1} \left(\frac{v_y - a \cdot w}{v_x + \frac{d}{2} \cdot w} \right) \quad (2.9).$$

Para calcular as forças laterais é utilizada a mesma equação do modelo de bicicleta, mas agora para cada roda individualmente. As equações são as seguintes:

$$F_{y_{FL}} = C_F \cdot \alpha_{FL} \quad (3.16)$$

$$F_{y_{FR}} = C_F \cdot \alpha_{FR} \quad (3.17)$$

$$F_{y_{RL}} = C_R \cdot \alpha_{RL} \quad (3.18)$$

$$F_{y_{RR}} = C_R \cdot \alpha_{RR} \quad (3.19)$$

A equação de cálculo da aceleração angular também sofre alterações no modelo de quatro rodas. Com as forças laterais divididas em duas rodas, temos agora duas parcelas por eixo. Portanto, a equação atualizada é a seguinte:

$$\dot{W} = \frac{a \cdot (F_{Y_{FL}} + F_{Y_{FR}}) \cdot \cos(\delta) - b \cdot (F_{Y_{RL}} + F_{Y_{RR}}) + \frac{d_{frente}}{2} (F_{Y_{FR}} - F_{Y_{FL}}) + \frac{d_{tras}}{2} (F_{Y_{RR}} - F_{Y_{RL}})}{I_z} \quad (3.20)$$

Em curva, a massa do veículo altera a sua distribuição devido a acelerações laterais. Esta alteração tem influência nos limites de aderência dos pneus e, conseqüentemente, no comportamento do veículo. Para a quantificar a força vertical exercida em cada roda foram aplicadas as seguintes equações:

$$F_{Z_{FL}} = \frac{b}{L} \cdot \frac{m \cdot g}{2} - \frac{h_{CG}}{L} \cdot m \cdot a_Y \cdot \frac{b}{L} + \frac{m \cdot a_Y \cdot h_{CG}}{d_{Frente} \cdot 2} \quad (3.21)$$

$$F_{Z_{FR}} = \frac{b}{L} \cdot \frac{m \cdot g}{2} - \frac{h_{CG}}{L} \cdot m \cdot a_Y \cdot \frac{b}{L} - \frac{m \cdot a_Y \cdot h_{CG}}{d_{Frente} \cdot 2} \quad (3.22)$$

$$F_{Z_{RL}} = \frac{a}{L} \cdot \frac{m \cdot g}{2} + \frac{h_{CG}}{L} \cdot m \cdot a_Y \cdot \frac{a}{L} + \frac{m \cdot a_Y \cdot h_{CG}}{d_{Tras} \cdot 2} \quad (3.23)$$

$$F_{Z_{RR}} = \frac{a}{L} \cdot \frac{m \cdot g}{2} + \frac{h_{CG}}{L} \cdot m \cdot a_Y \cdot \frac{a}{L} - \frac{m \cdot a_Y \cdot h_{CG}}{d_{Tras} \cdot 2} \quad (3.24)$$

As forças laterais são limitadas por características do pneu. Para evitar valores irrealistas e tornar o modelo ainda mais preciso, foi aplicada uma equação que prevê o limite dos pneus e permite manter a força lateral dentro desses limites. As equações para descobrir a força lateral máxima em cada roda é a seguinte:

$$F_{Y_{FL_Max}} = \mu \cdot F_{Z_{FL}} \quad (3.25)$$

$$F_{Y_{FR_Max}} = \mu \cdot F_{Z_{FR}} \quad (3.26)$$

$$F_{Y_{RL_Max}} = \mu \cdot F_{Z_{RL}} \quad (3.27)$$

$$F_{Y_{RR_Max}} = \mu \cdot F_{Z_{RR}} \quad (3.28)$$

Para garantir que o veículo faz o ensaio o mais rápido possível, ou seja, nas condições de máximo desempenho, a velocidade é controlada baseado na velocidade máxima possível para a trajetória descrita com os pneus utilizados. Com o objetivo de descobrir a velocidade máxima foi utilizada a seguinte equação:

$$F_{Lateral_Max} = F_{Centripeta} \quad (3.29)$$

$$\mu \cdot m \cdot g = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad (3.30)$$

$$v = \sqrt{\mu \cdot g \cdot R} \quad (3.31)$$

Com o alvo de velocidade calculado, é possível controlar a aceleração em X do veículo de modo a não ultrapassar o valor que o pneu suporta.

3.4 Comparação Numérica e Experimental do Modelo de Quatro Rodas

Para validar o novo modelo construído, serão utilizados os mesmos ensaios da equipa LART que validaram o modelo anterior. As propriedades do veículo são as mesmas e as condições de ensaio também.

3.4.1 Teste 0-75 m

Neste ensaio, voltam a estar presentes as equações que determinam a força longitudinal aplicada ao veículo pelo seu motor assim como o cálculo de forças contrárias ao movimento que são consideradas relevantes neste ensaio (Força de arrasto e Resistência ao Rolamento). Estas equações estão expostas no Capítulo 3.2.1.

A principal diferença neste teste do modelo de bicicleta para o modelo de quatro rodas é a transferência de peso longitudinal durante a aceleração. Visto que o veículo estará sujeito à sua aceleração máxima, este fator é relevante e é importante quantificar e incorporar os seus efeitos.

$$F_{Z_{FL}} = \frac{\frac{b}{L} \cdot m \cdot g}{2} - \frac{\frac{h_{CG}}{L} \cdot m \cdot a_X}{2} \quad (3.32)$$

$$F_{Z_{FR}} = \frac{\frac{b}{L} \cdot m \cdot g}{2} - \frac{\frac{h_{CG}}{L} \cdot m \cdot a_X}{2} \quad (3.33)$$

$$F_{Z_{RL}} = \frac{\frac{a}{L} \cdot m \cdot g}{2} + \frac{\frac{h_{CG}}{L} \cdot m \cdot a_X}{2} \quad (3.34)$$

$$F_{Z_{RR}} = \frac{\frac{a}{L} \cdot m \cdot g}{2} + \frac{\frac{h_{CG}}{L} \cdot m \cdot a_X}{2} \quad (3.35)$$

Com as cargas verticais é possível então calcular os limites de aderência utilizando a expressão de cálculo do $F_{y_{FL_Max}}$ descrita no Capítulo 3.4.

No entanto, como se trata de um ensaio de aceleração retilínea, é também importante limitar a aderência longitudinal. Para tal, foi aplicada a seguinte lógica:

$$F_{x_{Max}} = \mu \cdot F_{Z_{Tras}} \quad (3.36)$$

Com $F_{x_{Max}}$ representando a força de tração longitudinal máxima limitada pelo coeficiente de atrito dos pneus e as cargas verticais nas rodas de trás, $F_{Z_{Tras}}$.

3.4.2 Teste de Skidpad

Face ao teste de *Skidpad* feito com o modelo de bicicleta, este novo modelo é mais complexo e realista. Estão incorporados no algoritmo diversos aspetos que o tornam mais representativo da realidade e, portanto, um modelo mais preciso.

A principal diferença está na capacidade de quantificar a transferência de massa entre os eixos e lados do carro. O algoritmo faz isso modificando a fórmula do cálculo das cargas verticais em cada roda face ao modelo de bicicleta. As novas equações são as seguintes:

$$F_{Z_{FL}} = \frac{a}{L} \cdot \frac{m \cdot g}{2} - \frac{m \cdot a_X \cdot h_{CG}}{2 \cdot L} + \frac{m \cdot a_Y \cdot h_{CG}}{2 \cdot d_{Frente}} \quad (3.37)$$

$$F_{Z_{FR}} = \frac{a}{L} \cdot \frac{m \cdot g}{2} - \frac{m \cdot a_X \cdot h_{CG}}{2 \cdot L} - \frac{m \cdot a_Y \cdot h_{CG}}{2 \cdot d_{Tras}} \quad (3.38)$$

$$F_{Z_{RL}} = \frac{b}{L} \cdot \frac{m \cdot g}{2} + \frac{m \cdot a_X \cdot h_{CG}}{2 \cdot L} + \frac{m \cdot a_Y \cdot h_{CG}}{2 \cdot d_{Frente}} \quad (3.39)$$

$$F_{Z_{RR}} = \frac{b}{L} \cdot \frac{m \cdot g}{2} + \frac{m \cdot a_X \cdot h_{CG}}{2 \cdot L} - \frac{m \cdot a_Y \cdot h_{CG}}{2 \cdot d_{Tras}} \quad (3.40)$$

Visto que as cargas verticais irão ser diferentes, o limite de aderência de cada pneu irá sofrer alterações. Este é calculado utilizando as expressões descritas no Capítulo 3.3.

Adicionalmente, foi aplicada geometria de Ackermann ao eixo direcional. Devido à distância entre as rodas direcionais, cada uma descreve uma trajetória ligeiramente diferente, o que tem impacto no ângulo de direção de cada uma. Para calcular o ângulo de direção de cada roda, foi aplicada a seguinte equação:

$$R = \frac{L}{\tan(\delta)} \quad (3.41)$$

$$\delta_{FL} = \tan^{-1} \left(\frac{L}{R - \frac{d_{Frente}}{2}} \right) \quad (3.42)$$

$$\delta_{FR} = \tan^{-1} \left(\frac{L}{R + \frac{d_{Frente}}{2}} \right) \quad (3.43)$$

Para determinar a velocidade máxima a que o veículo se pode sujeitar foi utilizada a equação descrita no Capítulo 3.3.

3.4.3 Resultados da Comparação Numérica e Experimental do Modelo de Quatro Rodas

Com o modelo pronto a testar, são introduzidas as características técnicas e foram repetidos os mesmos ensaios feitos no modelo de bicicleta para comparar os resultados não só com os obtidos no veículo real, mas também para comparar a diferença obtida entre os dois modelos desenvolvidos.

Inicialmente, foi feito o teste dos 0-75 m que agora conta com a adição de transferências de carga longitudinais. Esta transferência de peso será previsivelmente benéfica pois implicará uma maior carga vertical nos pneus traseiros aumentando a sua capacidade de aguentar maiores forças longitudinais.

Feito o ensaio, o modelo prevê um tempo dos 0 aos 75 metros de 4,73 segundos. Este novo resultado está muito mais próximo do valor mediano de 4,8 segundos obtido experimentalmente, obtendo um erro de:

$$Erro [\%] = \frac{|4,73-4,8|}{4,8} \cdot 100 = 1,46 \% \quad (3.44)$$

Passando para o ensaio de *Skidpad*, é esperado que o novo modelo se traduza numa melhor representação do comportamento dinâmico de veículo visto que já incorpora transferência de peso lateral e longitudinal, um fator muito importante em curva e determinante para o estudo em causa. Juntando ainda a introdução da geometria de Ackermann na direção do veículo, será de esperar que este novo modelo seja capaz de se aproximar mais da realidade face ao anterior.

Efetuando o ensaio, o modelo retorna um valor médio de tempo de 5,51 segundos. Comparando com o resultado do modelo anterior, é clara a melhoria e a aproximação do valor obtido experimentalmente (5,4 segundos). O erro obtido foi de:

$$Erro [\%] = \frac{|5,51-5,4|}{5,4} \cdot 100 = 2,03 \% \quad (3.45)$$

Um erro calculado de 2,03 % permite confirmar que o algoritmo está a funcionar corretamente e os cálculos feitos permitem obter resultados próximos da realidade do comportamento do veículo.

3.5 Atualizações do Modelo Computacional

Após a aplicação das equações correspondentes ao modelo de quatro rodas e respetiva comparação numérica e experimental no capítulo anterior, surgiu a oportunidade de fazer algumas atualizações ao modelo com o objetivo de o tornar mais realista, porém mais complexo. No entanto, optou-se por introduzir os seguintes elementos:

- Fórmula Mágica de Pacejka
- Algoritmo de controlo *Pure Pursuit*
- Mapeamento 3D do ensaio

Atualizar o modelo introduziu mais parâmetros e variáveis no algoritmo, e, naturalmente, acompanhando a introdução de complexidade vem uma maior margem de erro devido aos inúmeros novos parâmetros necessários para utilizar a Fórmula Mágica e o *Pure Pursuit*.

3.5.1 Fórmula Mágica de Pacejka

Antes de ser aplicada a Fórmula Mágica, os pneus comportavam-se linearmente, ou seja, a força lateral crescia proporcionalmente ao ângulo de escorregamento. Visto que este comportamento não se observa na realidade, foi introduzida a Fórmula Mágica que alterou a forma como é calculada a força lateral gerada em cada roda.

A nova fórmula de cálculo das forças laterais é então a $y = D \sin^2 C \tan^{-1} Bx - E * (Bx - \tan^{-1} Bx)^2$, demonstrada na Revisão Bibliográfica, com:

$$D = \mu \cdot F_z \quad (3.46)$$

$$B = \frac{c_{\alpha}}{C \cdot D} \quad (3.47)$$

Enquanto que os fatores D e B são calculados partindo de propriedades já definidas, os fatores C e E são constantes introduzidas no programa.

Assim, o comportamento lateral do pneu deixa de ser linear e passa a ter saturação, impondo limites reais daquilo que o pneu e carro conseguem aguentar, introduzindo subviragem e sobreviragem. Para além disso, através do fator D, as transferências de carga passam a ter influência na capacidade dinâmica do veículo.

3.5.2 Algoritmo de Controlo *Pure Pursuit*

Anteriormente, o veículo descrevia a trajetória em formato de oito porque estava obrigado a manter um ângulo de direção fixo que era calculado com base no raio de cada círculo do oito e a distância entre eixos. Adicionalmente, para inverter o ângulo de direção e passar para segundo círculo do oito, estava aplicada uma lógica de inversão do sinal do ângulo de direção quando o veículo voltasse à origem (perto do arranque, coordenadas [0, 0]). Esta lógica era difícil de coordenar e assumia que o veículo conseguia sempre gerar força lateral no pneu que sustentasse esta trajetória. Caso não conseguisse e falhasse o retorno à zona de arranque já não invertia o sinal do ângulo de direção e o ensaio falhava.

Para evitar os problemas descritos anteriormente, substituiu-se a lógica anterior por um modelo de *Pure Pursuit*. Este método funciona desenhando um oito, com o raio dos círculos introduzido, composto por *waypoints*. Com estes *waypoints*, é definida uma distância à qual o veículo irá procurar o seguinte *waypoint* e a distância vertical e longitudinal a que esse *waypoint* se encontra. No ponto de inversão do ângulo de direção, está prevista a troca de círculo e imposta no cálculo do próximo *waypoint* de forma a trocar de círculo corretamente. Como este modelo foi criado para uma trajetória curva e sabe que o carro está em curva constante, utilizando a distância lateral e longitudinal é possível calcular a curvatura necessária para chegar ao respetivo *waypoint*. Finalmente, essa curvatura é transformada em ângulo de direção, permitindo ao veículo descrever a trajetória desejada. Para além do modelo se basear na trajetória indicada pelos *waypoints*, existe ainda o fator acrescido do erro atual, ou seja, caso o veículo não estar a passar exatamente pelos *waypoints*, isso é contabilizado para o cálculo da trajetória a percorrer para chegar ao próximo *waypoint*. Assim, não se acumula um erro de trajetória visto que o veículo vai corrigindo até voltar a estar em cima da trajetória ideal.

Adicionalmente, o método *Pure Pursuit* funciona em qualquer tipo de trajetória, não só quando se trata de descrever círculos perfeitos. Caso se decidisse utilizar o formato anterior, seria extremamente complexo introduzir um itinerário que envolvesse diversas curvas e de raios diferentes.

Visto que o ensaio envolve obter um tempo atingido partindo de uma condução desportiva, o modelo *Pure Pursuit* permite introduzir este parâmetro no teste. Isto é, como o *Pure Pursuit* permite corrigir o erro atual da trajetória do veículo, baseado no quão afastado este

está do *waypoint*, existe uma parametrização da agressividade da correção feita pelo carro de modo a retornar para a trajetória correta. Assim sendo, é possível controlar o perfil de condução, adaptando-o às condições de ensaio desejadas.

3.5.3 Mapeamento 3D do Ensaio

Para ser possível visualizar o resultado e observar o comportamento do veículo durante o mesmo, foi introduzido um bloco que permite a construção de um ambiente virtual tridimensional onde é possível transformar as coordenadas do veículo ao longo do tempo numa trajetória percorrida por um elemento 3D.

É desenhada a estrada, neste caso em formato de oito, e um objeto representativo do veículo percorre a estrada com o movimento calculado pelo algoritmo, incluindo a velocidade e ângulo *yaw* correspondente.

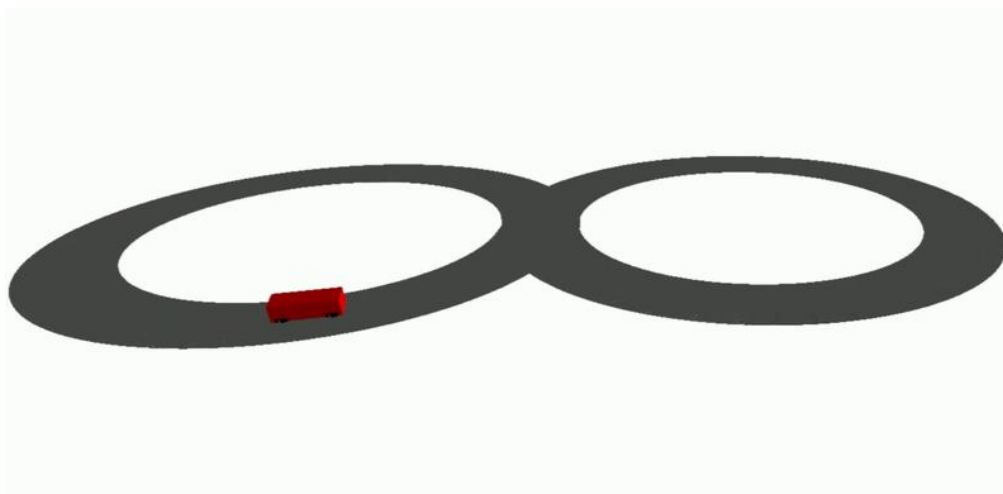


Figura 3-3 - Simulação 3D criada pelo modelo computacional

A construção do ambiente 3D e respetiva representação do movimento realizado pelo veículo durante a simulação permite não só obter uma melhor visualização do que está a acontecer durante o ensaio, mas também diagnosticar problemas e onde podem estar a surgir.

3.6 Avaliação Ponderada de Cada Parâmetro

O modelo computacional criado desenvolvido utiliza diversos parâmetros do veículo, sendo alguns deles disponibilizados na documentação oficial do veículo, outros calculados e ainda alguns inicialmente estimados e posteriormente, com acesso ao carro, medidos. Porém, cada uma destas propriedades tem a si associado um erro de medição. Devido à elevada quantidade de parâmetros utilizados como dados de entrada do programa, cada um terá impacto direto nos resultados finais e tem interesse avaliar este impacto.

Para quantificar a importância de cada variável utilizada, foi feita esta análise por referência ao documento “Evaluation of the Uncertainty of Measurement in Calibration” da associação European Accreditation. [26]

Com o objetivo de efetuar a avaliação ponderada de cada parâmetro e determinar quais as propriedades mais impactantes, foi utilizado o método Monte Carlo. Este método é uma técnica matemática computacional que modela a avaliação de cada parâmetro de um problema utilizando uma amostragem aleatória repetida para prever os vários cenários possíveis e os mais prováveis.

A aplicação da metodologia de Monte Carlo ao modelo computacional envolveu as seguintes etapas:

- Determinar e aplicar um intervalo de variação aleatória para cada variável
- Correr o programa uma elevada quantidade de vezes
- Construir os gráficos necessários para a análise

3.6.1 Parâmetros a Considerar

O modelo computacional engloba bastantes variáveis e parâmetros, porém nem todos são de entrada e respetivos ao veículo. Devido a isto, foi feita uma seleção que pretende separar e identificar as propriedades introduzidas no código que são afetadas por erro de medição.

Estas são:

- Massa do veículo
- Momento de inércia em torno de ZZ
- Distância do CG até ao eixo frontal
- Distância do CG até ao eixo traseiro
- Distância entre vias no eixo frontal
- Distância entre vias no eixo traseiro
- Rigidez lateral do pneu
- Coeficiente de atrito pneu/superfície
- Parâmetro C e E da fórmula de Pacejka

Com os parâmetros a considerar definidos, apenas falta determinar o intervalo de oscilação dos mesmos. Para tal, foi feita a seguinte tabela utilizando como base o Peugeot 208 de 2019 [27] e alguns valores estimados:

Tabela 3 - Parâmetros a analisar e correspondentes oscilações

Parâmetro	Valor Base	Valor Mínimo	Valor Máximo	Erro Atribuído
Massa [kg]	1158	1128	1188	+/- 30 kg
Momento Inércia em ZZ [kg.m ²]	1912	1720,8	2103,2	+/- 10%
Distância do C.G. ao eixo dianteiro [m]	1,066	1,016	1,116	+/- 5 cm
Distância do C.G. ao eixo traseiro [m]	1,472	1,422	1,522	+/- 5 cm

(Continuação) Tabela 3 – Parâmetros a analisar e correspondentes oscilações

Distância entre vias do eixo dianteiro [m]	1,5	1,47	1,53	+/- 3 cm
Distância entre vias do eixo traseiro [m]	1,5	1,47	1,53	+/- 3 cm
Altura do C.G. [m]	0,5	0,45	0,55	+/- 5 cm
Rigidez lateral do pneu [N/rad]	25000	X	X	X
Coeficiente de atrito pneu/superfície	1,1	1	1,25	Distribuição Normal
Parâmetro C da fórmula de Pacejka	1,8	1,65	1,95	+/- 0,15
Parâmetro E da fórmula de Pacejka	0,1	0,04	0,16	+/- 0,06

Analisando a Tabela 3, é perceptível que a maioria dos parâmetros varia aleatoriamente entre valores mínimos e máximos predefinidos. No entanto, a rigidez lateral do pneu funciona de uma maneira diferente.

Neste caso, a rigidez lateral do pneu varia entre iterações do método Monte Carlo com base numa função lognormal correlacionada. Isto é, este parâmetro tem um valor nominal, que são os 25000 N/rad mencionados na tabela e depois é aplicado um coeficiente de variação que vai resultar num desvio padrão de 25 %. A utilização de uma distribuição lognormal permite a ocorrência de valores mais elevados ou mais reduzidos, como por exemplo 15000 N/rad e 35000 N/rad, porém são incomuns. Há ainda mais um fator que introduz a correlação entre o valor de rigidez lateral para os pneus de trás e da frente. No entanto, este fator de correlação foi aplicado de forma a garantir que a rigidez lateral do pneu traseiro e frontal são semelhantes, mas não os obriga a ser iguais.

O coeficiente de atrito do pneu/superfície também não varia completamente aleatoriamente entre 1 e 1,25 como refere na tabela. Está aplicada uma função de distribuição normal neste parâmetro que irá efetivamente fazer o valor variar entre 1 e 1,25, mas com tendência estar próxima do valor introduzido de 1.1.

3.6.2 Análise de Resultados

Após a definição do modelo de Monte Carlo, realizou-se o teste à ferramenta computacional desenvolvida. O ensaio incluiu 120 simulações, cada uma com valores diferentes para as propriedades enumeradas no Capítulo 3.6.1. Esses valores foram selecionados aleatoriamente dentro dos intervalos definidos na Tabela 3.

Para avaliar os resultados deste ensaio, estabeleceram-se algumas métricas a analisar que permitam observar o comportamento do carro quando as suas propriedades são alteradas, nomeadamente o impacto que cada uma tem no ensaio, e como corre o ensaio com estas alterações. Adicionalmente, será avaliado o impacto em dois resultados: o tempo que demora a descrever a trajetória em oito e o maior desvio da trajetória.

Tabela 4 - Resultados numéricos da análise de Monte Carlo

X	<i>Tracking</i> funcionou bem		Veículo saiu da trajetória	
	Influência no Erro Máximo	Influência no Tempo trajetória em 8	Influência no Erro Máximo	Influência no Tempo trajetória em 8
Parâmetro	Correlação [0-1]	Correlação [0-1]	Correlação [0-1]	Correlação [0-1]
Massa	+ 0,081	+ 0,114	+ 0,222	- 0,225
Momento Inércia em ZZ	+ 0,133	+ 0,013	- 0,348	+ 0,099
Distância do C.G. ao eixo dianteiro	- 0,125	- 0,095	- 0,09	+ 0,078
Distância do C.G. ao eixo traseiro	- 0,006	+ 0,023	- 0,351	+ 0,22
Distância entre vias do eixo dianteiro	+ 0,028	- 0,096	+ 0,275	- 0,242
Distância entre vias do eixo traseiro	+ 0,06	- 0,047	+ 0,016	- 0,411
Altura do C.G.	- 0,026	- 0,047	+ 0,181	- 0,013
Rigidez lateral do pneu dianteiro	- 0,675	- 0,366	+ 0,431	- 0,791
Rigidez lateral do pneu traseiro	- 0,549	- 0,246	+ 0,238	- 0,744
Coefficiente de atrito pneu/superfície	- 0,065	- 0,429	+ 0,177	- 0,069
Parâmetro C da fórmula de Pacejka	- 0,105	+ 0,107	+ 0,169	+ 0,006
Parâmetro E da fórmula de Pacejka	- 0,061	- 0,019	+ 0,024	- 0,463

Na Tabela 4 estão expostos os resultados obtidos no ensaio de Monte Carlo feito ao modelo computacional desenvolvido. Como se pode observar pela tabela, os resultados foram divididos em 2 classes, a classe “*Tracking* funcionou bem” que implica que o ensaio correu bem e o veículo descreveu a figura de oito corretamente, e, por outro lado, a classe “Veículo saiu da trajetória” que engloba os ensaios onde o veículo se afastou mais de 5 metros da trajetória ideal, sendo assim definido como um ensaio falhado. Dentro de cada classe, há ainda duas subclasses correspondendo aos dois parâmetros analisados: o tempo que demorou a percorrer o oito e o erro máximo observado durante a trajetória descrita. Por fim, dentro

da tabela em si, estão presentes valores associados a uma propriedade do veículo e a cada variação de teste. Estes valores, compreendidos entre 0 e 1, avaliam o impacto que esta propriedade teve no respetivo teste, sendo 1 considerado impacto máximo e 0 o mínimo. O sinal que antecede o valor indica como varia o tempo ou o erro com o aumento do valor atribuído a essa propriedade do carro. Um sinal negativo significa que o resultado desse teste varia inversamente ao aumento dessa propriedade (exemplo: no “*Tracking* funcionou bem”, aumentar o coeficiente de atrito pneu/superfície iria diminuir o tempo obtido na figura de oito).

Antes de ser efetuado o teste Monte Carlo de uma maneira mais gráfica e visualmente perceptível, devem ser analisadas as tabelas. Olhando para as variáveis em causa e a sua influência nos resultados obtidos podemos perceber o quão importante elas são para o comportamento dinâmico deste veículo. Para continuar a análise de resultados, apenas serão considerados os valores da secção “*Tracking* funcionou bem”, visto que os resultados da outra classe são indicativos da causa que levou o veículo a falhar, ou seja, a desviar-se da trajetória, e esse não é o propósito desta análise dinâmica.

Nota: Define-se “*Tracking*” como seguimento de trajetória.

Tabela 5 - 5 parâmetros mais influentes em cada teste

	Influência no Tempo trajetória em 8	Influência no Erro Máximo
1º	Coeficiente de atrito pneu/superfície	Rigidez lateral do pneu dianteiro
2º	Rigidez lateral do pneu dianteiro	Rigidez lateral do pneu traseiro
3º	Rigidez lateral do pneu traseiro	Momento de Inércia
4º	Massa do veículo	Distância do C.G. ao eixo dianteiro
5º	Parâmetro C da fórmula de Pacejka	Parâmetro C da fórmula de Pacejka

Atentando na Tabela 5, especificamente na secção que foca no tempo obtido na figura de oito, o coeficiente de atrito entre o pneu e a superfície destaca-se como o fator mais importante. Isto é devido ao facto de no modelo construído, este coeficiente ser o principal limitador da aceleração lateral máxima que o veículo consegue atingir, limitando a velocidade longitudinal máxima, sem escorregamento lateral elevado, a que o veículo consegue circular, efetivamente impactando o tempo final obtido. Adicionalmente, os pneus também são grandes responsáveis pelos resultados visto que ambos os coeficientes de rigidez lateral dos pneus dianteiros e traseiros aparecem em segundo e terceiro na lista dos maiores

influenciadores do tempo obtido, assim como o parâmetro C de Pacejka. Por fim, aparece a massa do veículo que, como seria de esperar, tem um grande papel a desempenhar na dinâmica e performance.

Atentando no teste do desvio máximo de trajetória, os principais fatores responsáveis foram os pneus do veículo, evidenciado pela rigidez lateral dos pneus dianteiros e traseiros ocuparem o primeiro e segundo lugar e ainda aparecer o parâmetro C da fórmula de Pacejka em quinto. Adicionalmente, estão presentes duas propriedades físicas do veículo, o momento de inércia em torno de ZZ e a distância do CG ao eixo dianteiro.

Utilizando novamente a Tabela 5 como referência, pode agora realizar-se um teste mais direcionado para a amostragem gráfica e visualizar a correlação entre cada uma das propriedades selecionadas e os resultados correspondentes. Porém, antes de iniciar a análise do efeito de cada propriedade, foi feito o gráfico ilustrativo do comportamento global do veículo durante os ensaios concluídos onde é possível observar a distribuição de cada uma das 120 iterações que o teste de Monte Carlo fez e os resultados obtidos, quer no ensaio de tempo como no de desvio máximo de trajetória.

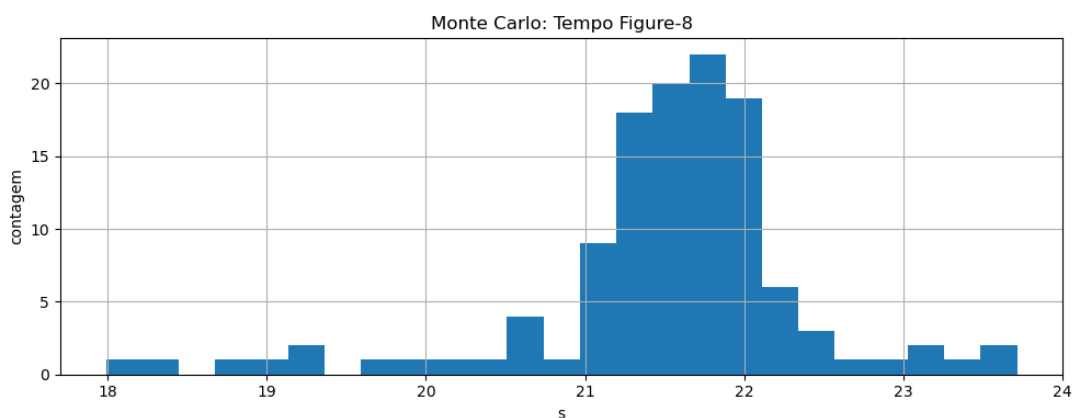


Gráfico 3 - Distribuição temporal de cada iteração

A análise do Gráfico 3 indica, conclui-se que uma proporção significativa dos testes resultou num tempo entre os 21 e os 22 segundos, com alguns tempos mais lentos e outros mais rápidos. Os tempos mais rápidos, entre os 18 e os 19 segundos, são atribuídos a erros de *tracking* e erros de temporização. Entre os 20 e 21 segundos estão os ensaios que utilizaram um valor de coeficiente de atrito pneu/superfície mais alto.

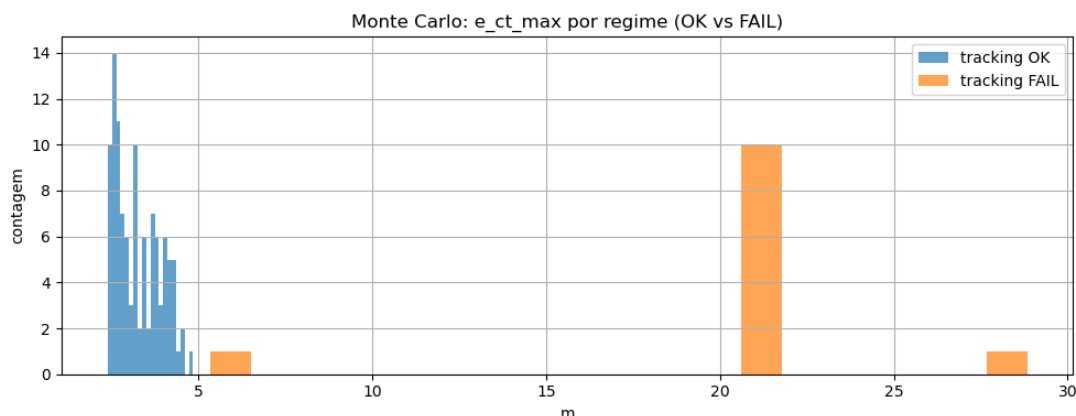


Gráfico 4 - Distribuição do desvio de trajetória máximo de cada iteração

O gráfico do erro lateral máximo (Gráfico 4) indica quantos ensaios falharam em cumprir a trajetória. Neste caso foi definida a falha como um desvio da trajetória ideal superior a 5 metros. Como se pode observar, a maioria dos ensaios obteve um desvio inferior, e, como tal, conclui a trajetória com sucesso. A taxa de falha foi de 10,1% com 12 falhas em 119 ensaios concluídos com sucesso, tendo 1 obtido falha numérica.

Olhando para os resultados dos ensaios em si, observou-se que a mediana (50º percentil) do tempo obtido após conclusão da trajetória foi de 21,677 segundos, na classe “*Tracking* funcionou bem”. O desvio máximo da trajetória associado a esta classe foi de 4,426 metros no 97,5º percentil, o que significa que apenas 2,5% dos ensaios obtiveram um valor superior a este.

Na classe “Veículo saiu da trajetória”, o resultado da mediana do tempo foi de 19,513 segundos com um desvio lateral máximo de 2,138 metros no 97,5º percentil. Estes dados justificam o despiste da análise desta classe, visto serem frutos de erro de trajetória e de temporização.

3.6.2.1 Resultados Gráficos do Tempo da Trajetória

Com o objetivo de aferir sobre a influência das variáveis estudadas no tempo obtido durante o ensaio, foram construídos gráficos que demonstram o tempo obtido para diferentes valores de cada parâmetro. Assim, é possível estudar e observar a sua influência no comportamento. Os resultados serão apresentados do mais influente para o menos.

Para esta análise foram selecionados os 5 principais parâmetros do veículo, presentes na Tabela 5, para analisar graficamente a sua influência nos resultados.

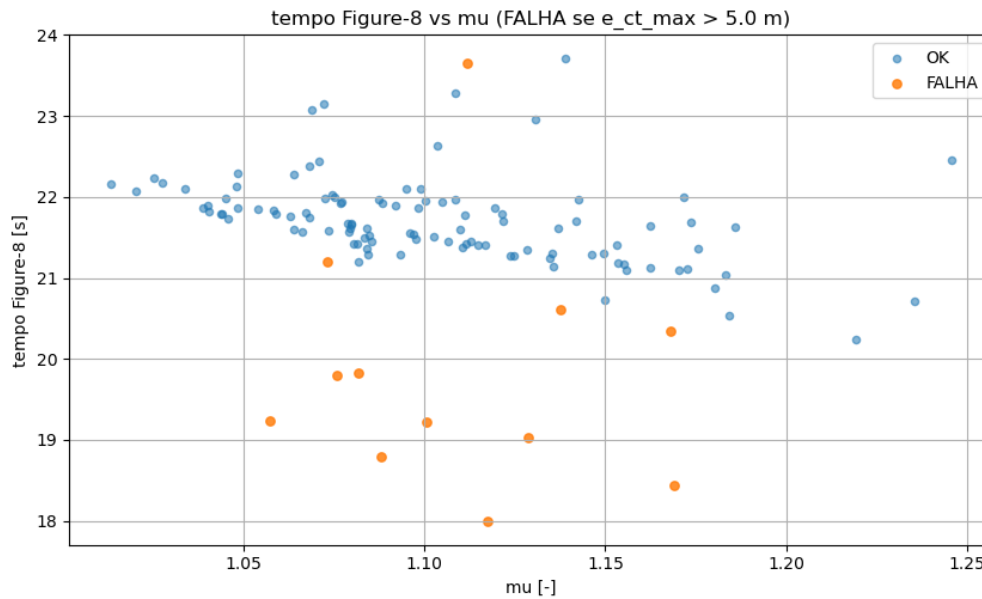


Gráfico 5 - Tempo de ensaio em função do coeficiente de atrito pneu/superfície

No Gráfico 5 está representada a variação do tempo obtido no ensaio em função da alteração do coeficiente de atrito pneu/superfície. Como foi mencionado anteriormente, os tempos abaixo de 20 segundos podem ser despidados devido ao facto de serem atribuídos a trajetórias inválidas.

Atentando no gráfico, é notório o comportamento decrescente do tempo à medida que o coeficiente de atrito aumenta. Este comportamento era previsível e esperado, visto que este coeficiente é o principal limitador da aceleração lateral do veículo e, como tal, um maior valor irá permitir ao veículo atingir velocidades maiores durante o ensaio e consequentemente tempos mais baixos, como evidencia o gráfico.

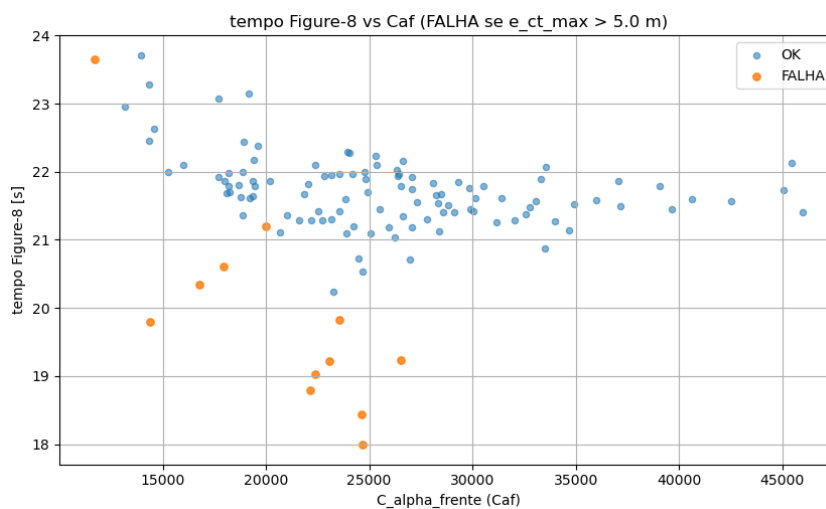


Gráfico 6 - Tempo de volta à trajetória em 8 em função da rigidez lateral dos pneus dianteiros

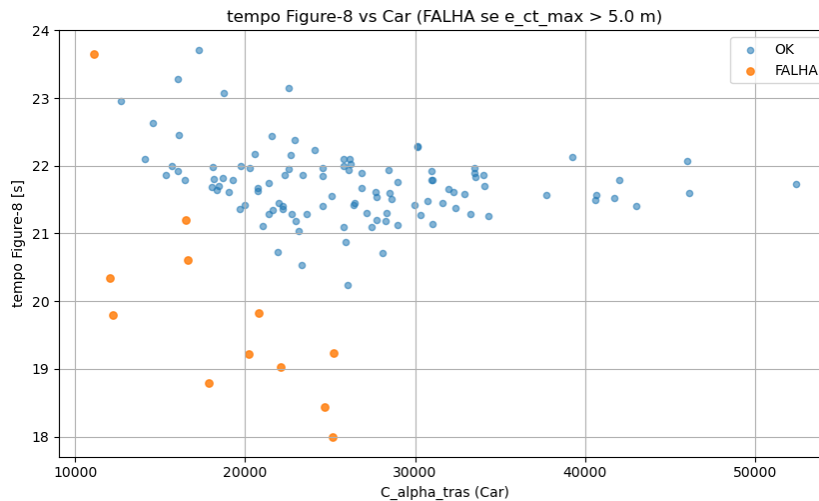


Gráfico 7 - Tempo de volta à trajetória em 8 em função da rigidez lateral dos pneus traseiros

No Gráfico 6 está a representação gráfica do tempo em função da rigidez lateral dos pneus dianteiros. Novamente surgem pontos laranja, com tempos baixos, que representam falhas de trajetória. Nos valores baixos de rigidez (< 25000 N/rad), existe um aumento quase linear do tempo. Isto deve-se ao facto de o pneu não conseguir gerar força lateral suficiente para sustentar a velocidade do veículo então o modelo de *tracking* diminui a velocidade o que resulta em tempos finais maiores. Dos 25000 N/rad para cima, não se verificam mudanças significativas do tempo visto que a este valor o pneu em conjunto com o coeficiente de atrito já suportam o movimento do veículo à velocidade definida.

Avançando para a rigidez dos pneus traseiros, a sua correlação com o tempo do ensaio está explícita no Gráfico 7. O comportamento observado nos pneus traseiros é semelhante àquele dos pneus dianteiros. Novamente, observa-se um aumento do tempo quando a rigidez lateral é inferior a 25000 N/rad e a mesma justificação dos pneus frontais aplica-se neste caso. Os pontos alaranjados presentes quando o tempo é inferior a 20 segundos são atribuídos a trajetória inválidas e, como tal, não têm interesse para esta análise.

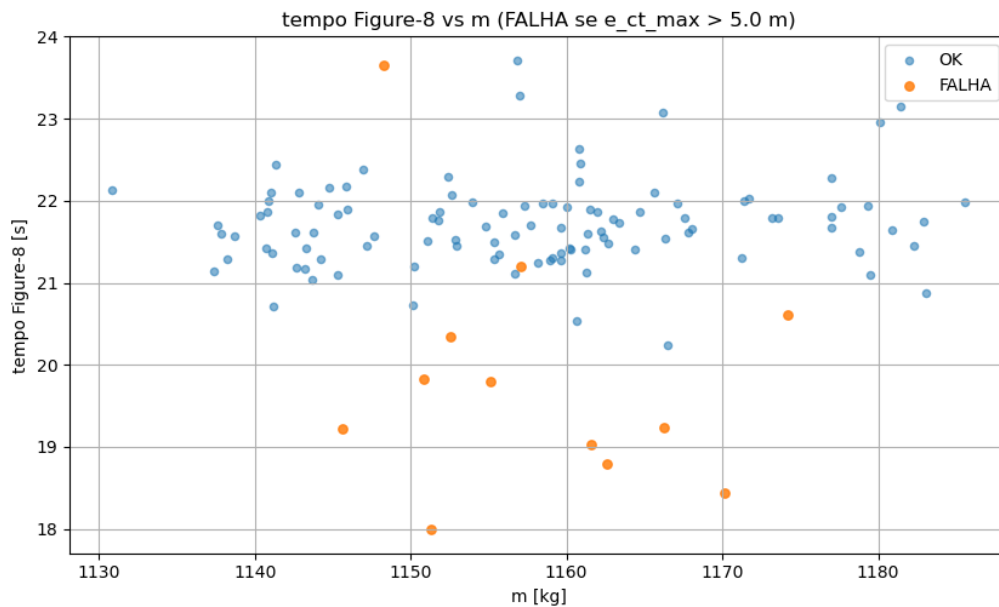


Gráfico 8 - Tempo de volta à trajetória em 8 em função da massa do veículo

No Gráfico 8 está um dos gráficos mais interessantes de analisar sendo ele a correlação entre a massa do veículo e o tempo que demorou a percorrer a trajetória. Visto que a massa será uma das principais diferenças entre um veículo elétrico e um veículo a combustão, este parâmetro é particularmente relevante para o presente trabalho.

Analisando o gráfico e ignorando os pontos associados a trajetórias inválidas, observa-se uma ligeira tendência de aumento do tempo com o aumento da massa, especialmente nos ensaios com 1180 kg. Porém, uma variação de ± 30 kg não irá refletir uma variação do tempo obtido facilmente identificável visto que esta oscilação de 30 kg representa uma pequena variação percentual do peso total do veículo e a pista e ensaio serem relativamente pequenos.

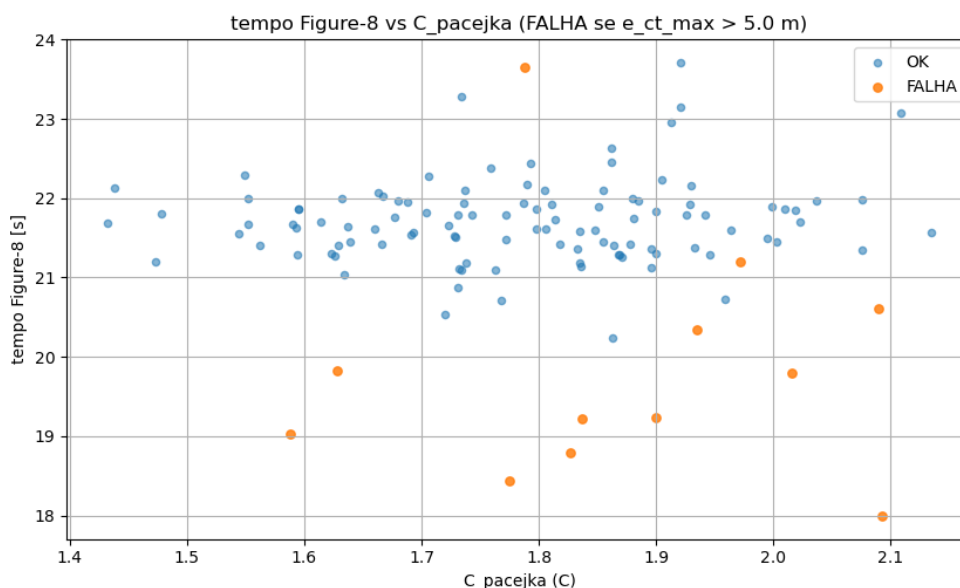


Gráfico 9 - Tempo de volta à trajetória em 8 em função do fator C da fórmula de Pacejka

No Gráfico 9 está a representação da variação do tempo de volta em função do fator C da fórmula de Pacejka. Este fator é responsável pela não linearidade do pneu e alterá-lo irá implicar mudanças na forma como o pneu entra em saturação. Como tal, o seu aumento implicou uma passagem para a zona de saturação do pneu mais brusca o que obriga o controlador a ser ativado mais vezes que resulta num tempo de volta ligeiramente maior. Esta trajetória escolhida é pouco adequada a fatores C elevados devido à mudança de direção repentina que se dá no meio do “oito” visto que é mais difícil controlar o carro no seu limite, sendo ele menos progressivo, aumentando perdas nas transições.

Globalmente, para concluir a análise da influência das propriedades do veículo no tempo de volta ao circuito em oito, os resultados obtidos neste ensaio foram espectáveis visto que o desempenho do veículo neste modelo computacional é dominado pela sua capacidade lateral e, principalmente, pelo limite de aderência sendo precisamente isso que os gráficos de dispersão evidenciaram. As propriedades geométricas do veículo, nomeadamente do eixo dianteiro, embora não tenham entrado nos 5 parâmetros mais relevantes, também têm influência neste ensaio (correlação de cerca de 0,1) e não devem ser descartadas numa análise mais aprofundada ao desempenho do veículo, visto que ficaram logo atrás da massa total e do fator C de Pacejka. Durante este teste, ficou claro que as propriedades do pneu dominaram o controlo sobre o resultado, sendo elas a rigidez lateral dos pneus e o coeficiente de atrito pneu/superfície.

3.6.2.2 Resultados Gráficos do Desvio Máximo da Trajetória

Nesta secção serão explorados os principais fatores que influenciaram o erro, ou seja, o desvio da trajetória, quer positivamente quer negativamente. Este valor foi utilizado como um sinal da robustez do seguimento da trajetória ao longo da volta completa pelo modelo desenvolvido. Ao contrário do ensaio anterior, o teste de desvio máximo mede o pior desvio relativamente à trajetória de referência introduzida no modelo e é, por isso, adequado para

avaliar a segurança e qualidade do controlador. Para evitar interpretações erradas devido a trajetória inválidas, a análise seguinte foca-se exclusivamente na classe “*Tracking* funcionou bem”, garantindo que se está a estudar a sensibilidade do erro quando o veículo efetivamente segue a trajetória com qualidade aceitável.

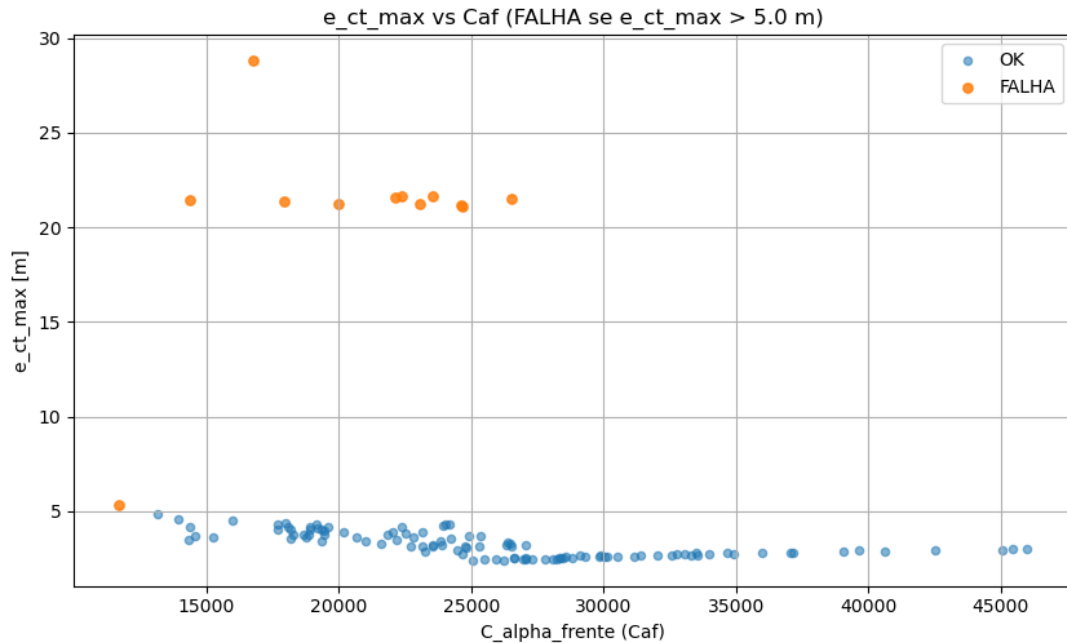


Gráfico 10 - Desvio máximo em função da rigidez lateral dos pneus dianteiros

No Gráfico 10 está a representação gráfica da evolução do desvio lateral em função da rigidez lateral dos pneus dianteiros. A nuvem de pontos mostra uma tendência clara de comportamento. À medida que a rigidez lateral aumenta, o erro máximo tende a diminuir. Visto que a rigidez lateral representa a capacidade do pneu gerar força lateral para um dado escorregamento, quando esta rigidez é baixa necessita de maior ângulo de escorregamento para gerar uma mesma força lateral, o que irá aumentar o atraso na correção por parte do controlador, agravando o erro lateral.

Adicionalmente, é notório que abaixo de determinados valores de rigidez lateral, a dispersão do erro cresce o sistema irá tornar-se mais sensível às oscilações de outros parâmetros ou perturbações, o que não acontece acima desse valor, que para este caso se situa entre os 25000 N/rad e 27500 N/rad.

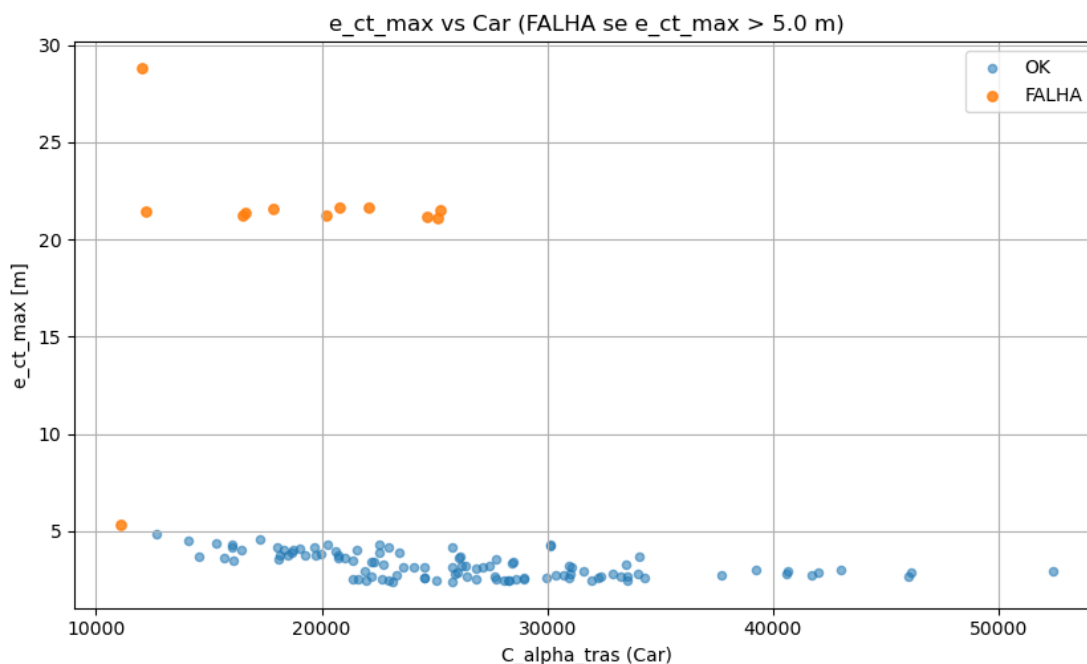


Gráfico 11 - Desvio máximo em função da rigidez lateral dos pneus traseiros

O Gráfico 11 representa a evolução do desvio máximo da trajetória em função da rigidez lateral dos pneus traseiros. À semelhança daquilo que aconteceu no teste da rigidez lateral dos pneus dianteiros, aparenta existir uma tendência de comportamento onde o crescimento da rigidez lateral do pneu resulta num erro lateral menor e mais estável, novamente expondo a sensibilidade às outras variáveis que um pneu de baixa rigidez lateral apresenta neste modelo.

Tal como aconteceu nos pneus dianteiros, existe um intervalo de valores que age como uma fronteira onde um valor superior resulta num erro constante e um valor inferior revela uma maior dispersão do erro, demonstrando a sensibilidade mencionada anteriormente. Porém, nos pneus traseiros, esta fronteira aparece mais tarde no ensaio, na ordem dos 35000 N/rad.

Enquanto a rigidez lateral dos pneus frontais controla a autoridade primária de correção, ou seja, a direção do carro, a rigidez lateral dos pneus traseiros afeta e influencia a controlabilidade e previsibilidade ou equilíbrio do veículo.

Em ambos os ensaios aparecem os pontos laranja representando falhas, onde o veículo se afastou criticamente da trajetória. Como no teste do tempo de volta, estes pontos são ignorados para a análise.

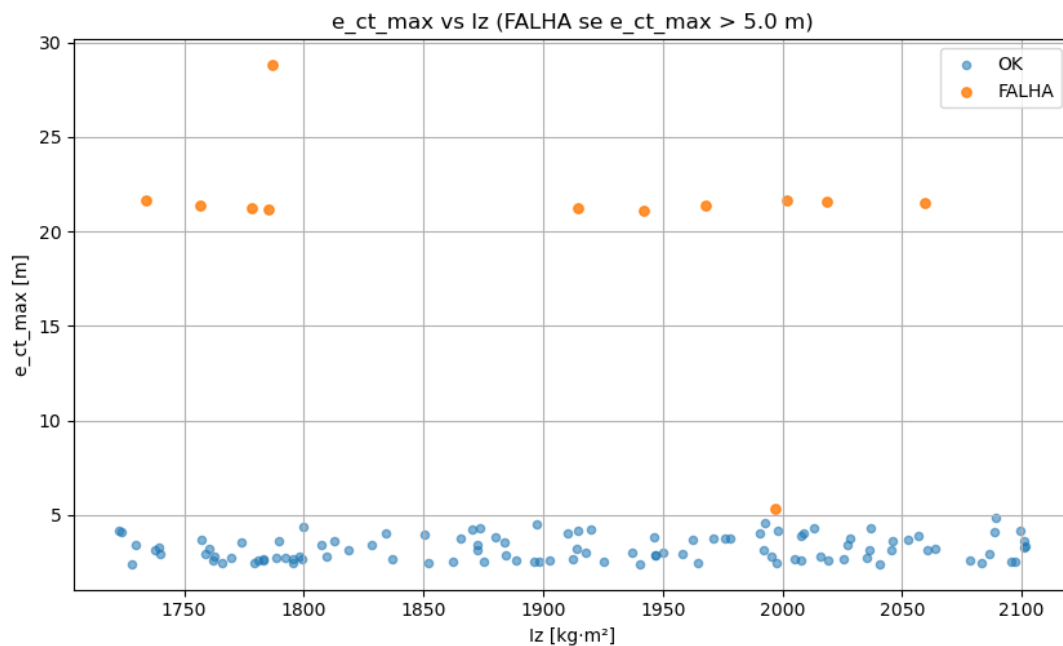


Gráfico 12 - Desvio máximo em função do momento de inércia no eixo vertical [Z]

No Gráfico 12 está presente o gráfico da variabilidade do erro máximo em função do momento de inércia em torno do eixo Z. Observando o gráfico e tendo em conta o valor de correlação obtido de +0,133, a tendência é de obter um erro ligeiramente maior com o aumento do momento de inércia no eixo vertical. Isto acontece porque um momento de inércia neste eixo significa uma maior resistência à rotação ao nesse mesmo eixo, o que efetivamente se traduz numa relutância maior do veículo a virar ou descrever curvas. No controlador *Pure Pursuit* aplicado, um valor maior de momento de inércia traduz-se numa resposta em *yaw* mais lenta, o que dificulta a que veículo acompanhe a trajetória ideal resultando num erro mais acentuado.

No entanto, o modelo construído contém nele aplicado mecanismos de controlo do veículo limitados pela curvatura admissível e desvio lateral máximo, o que irá impedir que o veículo chegue a regimes onde o momento de inércia em torno do eixo vertical seria mais prevalente.

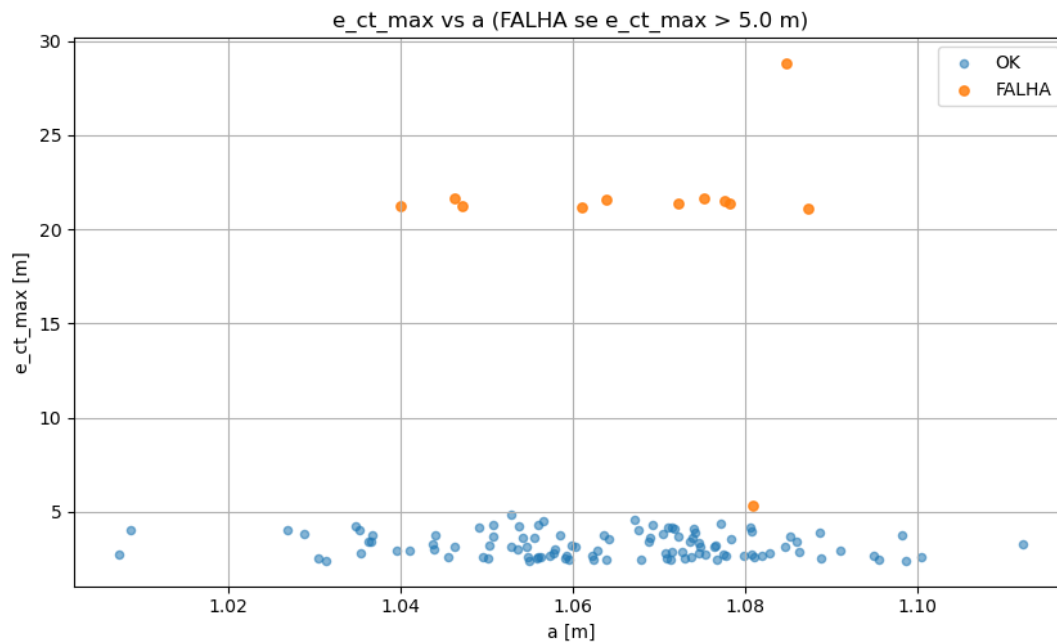


Gráfico 13 - Desvio máximo em função da distância do CG até ao eixo frontal

O Gráfico 13 representa a dispersão do desvio máximo em função da distância do CG do veículo até ao eixo dianteiro. Analisando os pontos do gráfico e a correlação obtida de -0,125, conclui-se que existe uma ligeira diminuição do valor do erro com este aumento proposto da distância “a”.

A distância do centro gravítico do veículo até ao eixo dianteiro é responsável pelo equilíbrio dinâmico longitudinal, afetando a posição do CG que por si altera a distribuição de carga pelos eixos e, consequentemente, entre as rodas traseiras e dianteiras. Além disso, este parâmetro é uma das alavancas, em conjunto com “b”, que as forças laterais utilizam no equilíbrio do *yaw*.

Aumentar este valor irá implicar afastar o CG do eixo frontal, criando uma distribuição de cargas mais acentuada no eixo da frente do veículo, o que irá favorecer a autoridade do eixo dianteiro que comanda a direção do veículo, tornando-o mais previsível reduzindo o erro lateral.

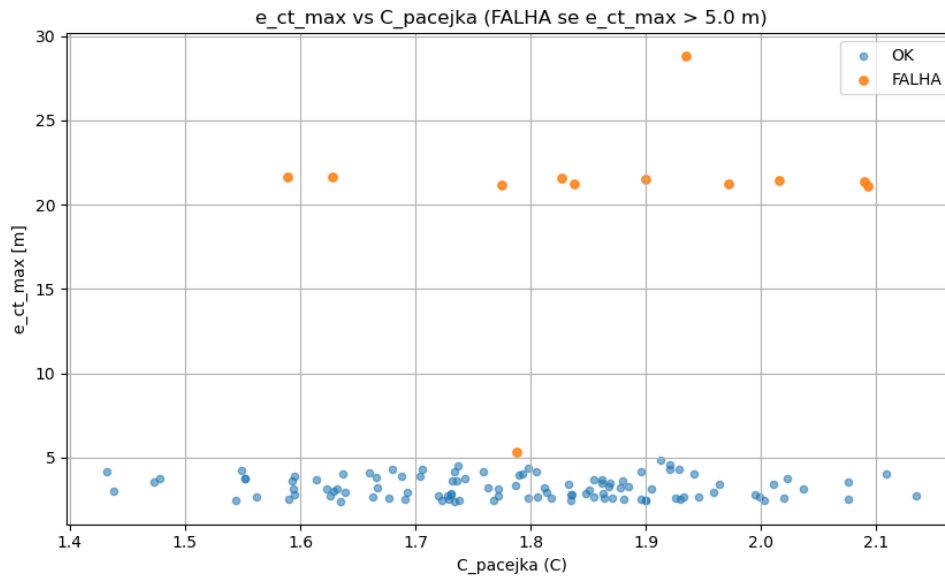


Gráfico 14 - Desvio máximo em função do fator C da fórmula de Pacejka

A figura acima representa o comportamento do desvio máximo lateral em função da alteração do parâmetro C da fórmula de Pacejka. Observando a nuvem de pontos, visualmente é difícil de destacar uma tendência, porém, atentando no valor de correlação obtido de -0,105, conclui-se que ao crescimento do fator C associa-se uma ligeira redução do erro máximo observado.

Os resultados observados são coerentes com o papel do parâmetro C na fórmula de Pacejka utilizada. Neste caso, C é o que dá forma à curvatura do gráfico da força lateral gerada em função do escorregamento lateral e como a força se aproxima do ponto de saturação. Apenas alterando o parâmetro C pode resultar em mudanças na agressividade de como a força lateral cresce com o aumento do escorregamento e alterar o ponto onde o pneu entra no regime de comportamento não linear, tendo como consequência destas alterações mudanças na estabilidade do veículo.

Para concluir este capítulo, os resultados demonstram que a capacidade do veículo seguir a trajetória é dominada pela capacidade lateral dos pneus, nomeadamente a rigidez lateral nos dois eixos, tendo ambas obtido uma correlação negativa forte com o erro máximo. Em segundo plano, apareceu o parâmetro associado à dinâmica de *yaw* do veículo, o momento de inércia em torno do eixo vertical. A sua influência positiva, embora reduzida, implica uma resposta de *yaw* ligeiramente mais lenta e picos de erro maiores. A geometria longitudinal do veículo, representada pela distância do CG até ao eixo dianteiro, altera o balanço entre os eixos e o gradiente de subviragem/sobreviragem, demonstrando um impacto mais fraco, porém consistente. Por fim, o parâmetro C do modelo de Pacejka simplificado tem impacto menor, refletindo que, no regime nominal, a robustez depende mais da força lateral disponível (rigidez lateral do pneu) do que da forma exata da curva de saturação.

4 Sistema de Aquisição de Dados

Com o algoritmo de simulação, cálculo e análise do movimento do veículo concluído e validado, pode-se seguir para a próxima etapa do estudo. De modo a ser possível analisar, estudar e comparar dados reais com os dados obtidos pelo programa desenvolvido, é necessário recorrer a uma ferramenta que nos permita obter os mesmos tipos de dados do ensaio do veículo real.

4.1 Composição do Sistema

A ferramenta selecionada para tal foi um sistema desenvolvido previamente por um aluno que concluiu os seus estudos na instituição [28]. Este sistema é composto por vários elementos que juntos conseguem obter diversas variáveis e componentes caracterizantes do movimento do veículo.

O sistema é composto por:

- Núcleo
- Recetor de sinal *Global Positioning System* (GPS)
- “Power Box”
- Comando
- Ecrã Interativo
- Ligação *On-Board Diagnostics* (OBD)

No Núcleo (Figura 4-1), estão incorporados os sensores responsáveis por adquirir informação fulcral para a análise do movimento do veículo. Estes sensores incluem uma unidade de medição inercial, um acelerómetro de alta amplitude e um módulo de GPS. A unidade de medição inercial permite obter os valores da aceleração angular do veículo e acelerações laterais e longitudinais de baixa frequência. O acelerómetro também mede as acelerações laterais e longitudinais, porém tem um maior alcance, visto que, para o projeto para o qual este sistema foi desenhado, o alcance da unidade de medição inercial não era suficiente. O módulo de GPS é utilizado para medir a velocidade do veículo com precisão, utilizando um recetor de GPS externo ao módulo. Para além dos sensores, estão também aplicados no Núcleo os microcontroladores necessários.

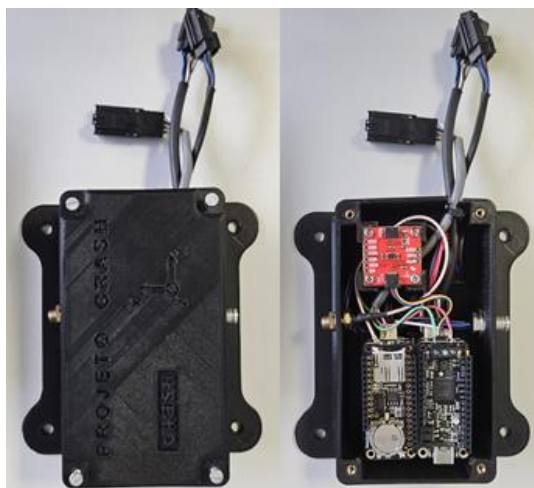


Figura 4-1 – Núcleo do Sistema de Aquisição

A “Power Box” (Figura 4-2) tem dentro de si um conjunto de pilhas que permitem que o sistema funcione sem utilizar a porta OBD como fonte de energia. Está também aplicado um botão que permite fazer a seleção entre optar por utilizar a energia proveniente das pilhas ou do próprio veículo.



Figura 4-2 - Power Box do sistema de aquisição de dados

O Comando é bastante simples, como a Figura 4-3 evidencia. Este é composto por dois botões e *Light-Emitting Diodes* (LEDs) indicativos do estado atual. O primeiro botão dá indicação para iniciar a aquisição de dados e a gravação dos mesmos, acendendo o LED verde, enquanto que o segundo botão é responsável por terminar a aquisição e guardar o ficheiro com os dados adquiridos, acendendo o LED vermelho.



Figura 4-3 - Comando do sistema de aquisição de dados

O Ecrã Interativo, representado à esquerda na Figura 4-4, é uma parte fundamental de todo o sistema pois permite visualizar a leitura dos dados em tempo real e o estado da aquisição. Com esta informação, o utilizador pode diagnosticar alguma falha ou erro presente no sistema de aquisição.

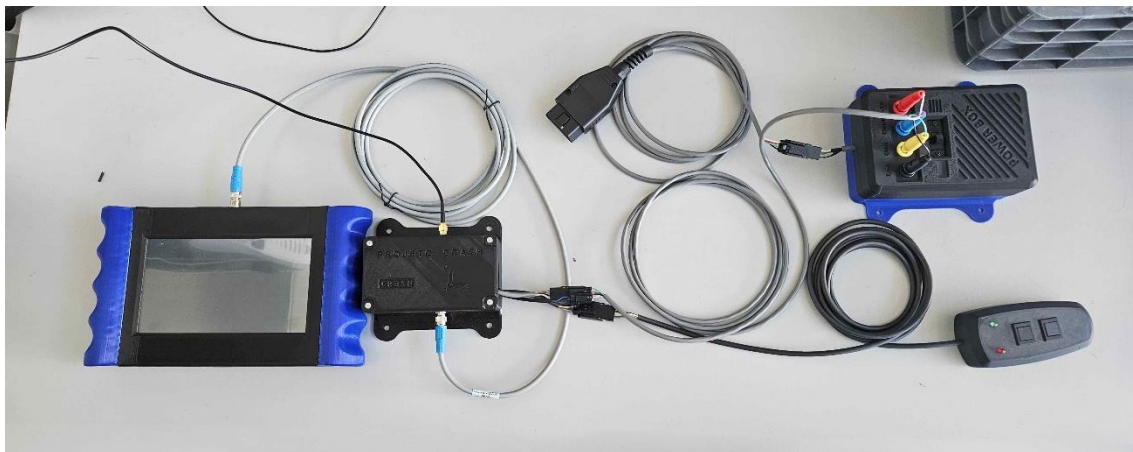


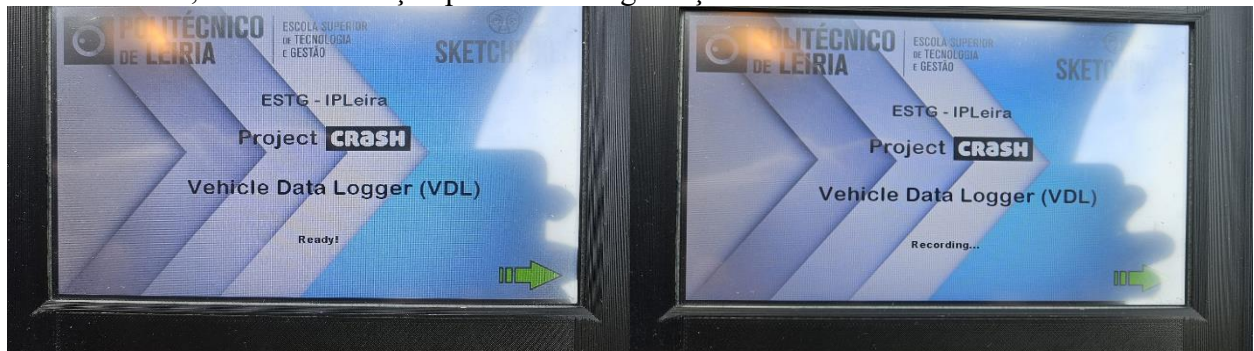
Figura 4-4 – Sistema completo e montado

Com todos os componentes devidamente conectados, é apenas necessário colocar um cartão de memória microSD que permite guardar os dados adquiridos e exportá-los para análise futura. Por fim, ligando a ficha OBD, o sistema liga-se e está pronto a ser utilizado.

4.2 Teste Inicial do Sistema

Para testar o sistema e compreender o seu funcionamento, foi realizado um ensaio inicial. Neste ensaio, ligaram-se todos os componentes entre si e à porta OBD do Toyota Prius do Instituto Politécnico de Leiria, justamente o carro para o qual o sistema foi projetado. O intuito deste teste era apenas compreender o formato dos dados exportados e que dados são concretamente. Além disso, aquando do teste, o veículo estava impossibilitado de se mover pelo que seria impossível obter dados reais para analisar.

Após ligar o sistema ao veículo, este iniciou e começou a fase de inicialização para se preparar para amostrar e exportar dados. Com a configuração feita, o sistema passa para o estado “Ready!”, como pode ser visto na **Erro! A origem da referência não foi encontrada.**, e deu-se instrução para iniciar a gravação de dados utilizando o comando.



Durante alguns segundos, a ferramenta de aquisição fez a sua função e foi dada a instrução para terminar a aquisição de dados e parar a gravação dos mesmos.

Com o teste feito, foi retirado o cartão microSD e lido o ficheiro nele contido. Durante o teste, não houve acelerações nem velocidades impostas ao veículo, pelo que os valores numéricos não são relevantes. Porém, o teste permitiu fazer uma listagem das variáveis e componentes do movimento registadas.

Estas são:

- | | | |
|-----------------------------------|---|--------------------------------|
| 1. Tempo [ms] | } | Unidade de
medição inercial |
| 2. Aceleração em XX [G] | | |
| 3. Aceleração em YY [G] | | |
| 4. Aceleração em ZZ [G] | | |
| 5. Velocidade angular em XX [°/s] | | |
| 6. Velocidade angular em YY [°/s] | | |
| 7. Velocidade angular em ZZ [°/s] | | |
| 8. Aceleração em XX [G] | } | Acelerómetro |
| 9. Aceleração em YY [G] | | |
| 10. Aceleração em ZZ [G] | | |
| 11. Velocidade [Km/h] | } | GPS |

4.3 Teste Real do Sistema

Sabendo agora que o sistema está operacional e todos os componentes necessários para o seu funcionamento estão reunidos, este foi novamente testado num veículo, mas agora com o propósito de recolher dados relativos ao seu movimento. Para tal, o sistema foi conectado ao novo carro a ensaiar de modo a recolher dados para análise.

Com os dados recolhidos espera-se compreender a metodologia necessária para o seu processamento e análise. Além disso, este ensaio permitiu aferir sobre a possibilidade de a

ferramenta de aquisição funcionar em veículos que embora tenham porta OBD2, tenham uma diferença de vários anos entre eles e sejam de diferentes construtores.

Com o sistema ligado, foi possível navegar entre secções diferentes do ecrã interativo onde cada uma ilustra diferentes medições. Estes incluem medição das acelerações, velocidade do carro e rotação do motor, velocidades angulares e ainda temperatura do motor e percentagem de acelerador. Todas as secções podem ser vistas na Figura 4-6.



Figura 4-5 - Várias configurações do ecrã durante funcionamento

Após finalizar todas as conexões e ter o sistema pronto a gravar, foi dada a ordem para iniciar a recolha de dados e, para tal, foi feito um teste de aceleração forte e travagem acentuada em linha reta numa estrada que inicia sem inclinação e termina com uma pequena colina em lomba seguida de uma curva à direita. Este ensaio permitirá não só testar a aceleração em X e Y, mas também em Z. Para além disso poderá ser testado o giroscópio medindo as velocidades angulares obtidas.

4.3.1 Análise de Resultados

Com o teste concluído, retirou-se o cartão microSD para rever os dados recolhidos no computador e organizá-los de modo a compreender os registos efetuados.

Através do Microsoft Excel, foi possível converter os dados de texto para valores numéricos e assim criar gráficos ilustrativos do movimento ao longo do tempo. A análise destes gráficos servirá para verificar se as medições estão de acordo com a realidade, ultimamente validando o sistema.

4.3.1.1 Aceleração longitudinal, lateral e vertical

Inicialmente, focou-se nos resultados das acelerações medidos pela Unidade de Medição Inercial e nos seus respetivos gráficos.

Recolhidos e processados os dados relativos às acelerações longitudinal, lateral e vertical, foram construídos os seguintes gráficos.

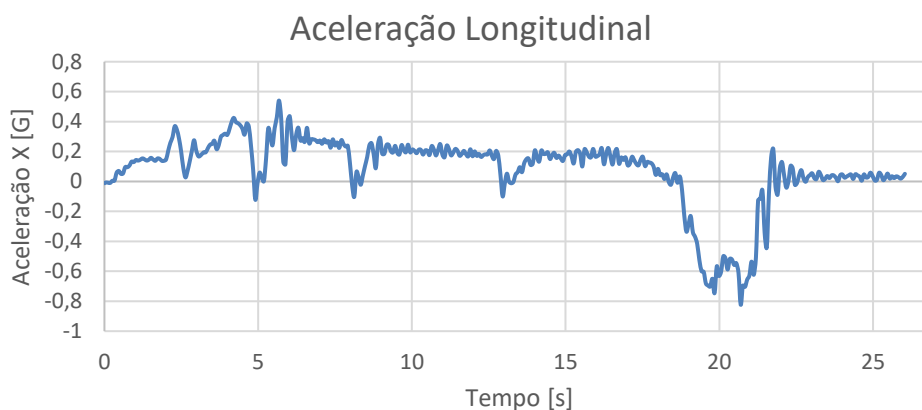


Gráfico 15 - Gráfico da aceleração no eixo X em função do tempo

Analisando o Gráfico 15, é notória a representação da realidade no gráfico. Até cerca dos 17,5 segundos, houve uma aceleração do veículo onde cada pico descendente indica uma queda abrupta da aceleração devido à troca de mudança. É também evidente que a zona de maior aceleração ocorreu na primeira e segunda mudança, o que seria de esperar. Após os 17,5 segundos inicia a fase de travagem forte evidenciado no gráfico pela queda repentina na aceleração longitudinal, atingindo valores absolutos superiores à fase de aceleração positiva, novamente correspondendo à realidade dos veículos comuns.

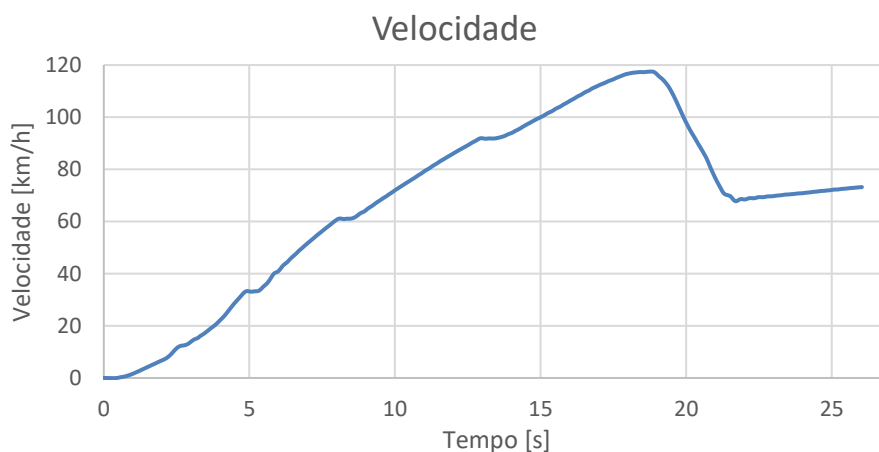


Gráfico 16 - Gráfico da velocidade em função do tempo

Durante o ensaio, verificou-se uma falha no funcionamento do GPS, pelo que não foi possível obter a velocidade experimental através desse sistema. Porém, integrando o valor da aceleração longitudinal, foi possível obter o valor da velocidade numericamente embora com um pequeno desvio associado a este método.

Atentando no Gráfico 16, é possível observar os quatro momentos onde o valor da velocidade estabilizou durante algumas décimas de segundo. Estes momentos coincidem com os mesmos momentos de zero aceleração presentes no gráfico da aceleração longitudinal, como seria de esperar. Isto pode ser facilmente associado ao processo de troca de mudança durante a aceleração do veículo, indicando o arranque em primeira mudança terminando a aceleração na quinta mudança.

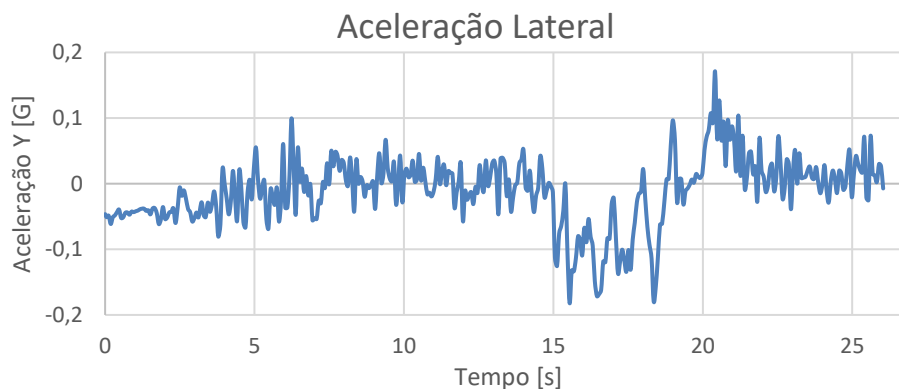


Gráfico 17 - Gráfico da aceleração no eixo Y em função do tempo

Analisando o gráfico da aceleração lateral (Gráfico 17), verifica-se que neste eixo lateral, os valores medidos são muito mais pequenos relativamente ao gráfico anterior (geralmente entre -0,05 G e 0,05 G). A amplitude destes valores é expectável devido à natureza retilínea da estrada onde foi feito o teste. No entanto, entre os 15 e 18 segundos foi detetada uma aceleração negativa, que, de acordo com os eixos da Unidade de Medição Inercial, indica uma aceleração para o lado direito. Estes valores estão corretos pois, de facto, a estrada apresentava uma ligeira curva à direita que coincidia com a subida e descida em lomba. Portanto, os valores refletidos no gráfico estão corretos e em concordância com o que seria esperado.

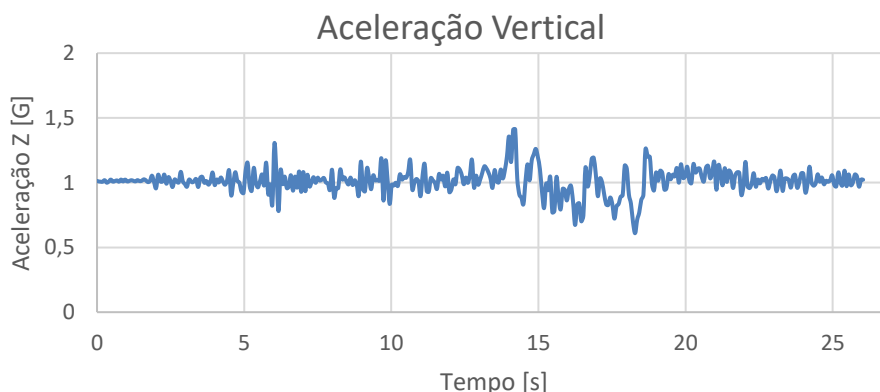


Gráfico 18 - Gráfico da aceleração no eixo Z em função do tempo

No Gráfico 18 observamos o gráfico respetivo à aceleração vertical. Como pode ser visto no gráfico, ao longo do ensaio, o sensor deteta sempre cerca de 1 G que corresponde à aceleração gravítica, o que indica uma medição correta e previsível. No entanto, atentando

ao período de tempo dos 14 segundos aos 18 segundos, deteta-se uma oscilação no valor registado. Isto ocorreu devido a uma pequena lomba da estrada, ou seja, uma pequena subida seguida de uma pequena descida. Inicialmente, ocorre um pico positivo de aceleração vertical devido à compressão inicial. A subida é bastante mais pequena do que a descida, pelo que apenas 1 segundo depois já se regista uma aceleração inferior a 1 G, o que indica que o veículo já está a descer a pequena colina. Após esta subida e descida, o valor medido volta a estabilizar a 1 G, como seria expectável.

4.3.1.2 Velocidade Angular

Utilizando um giroscópio integrado na Unidade de Medição Inercial, foi possível registar a velocidade angular ao longo do tempo.

Com os valores, foi possível construir os seguintes gráficos que ilustram o que se passou durante o ensaio.

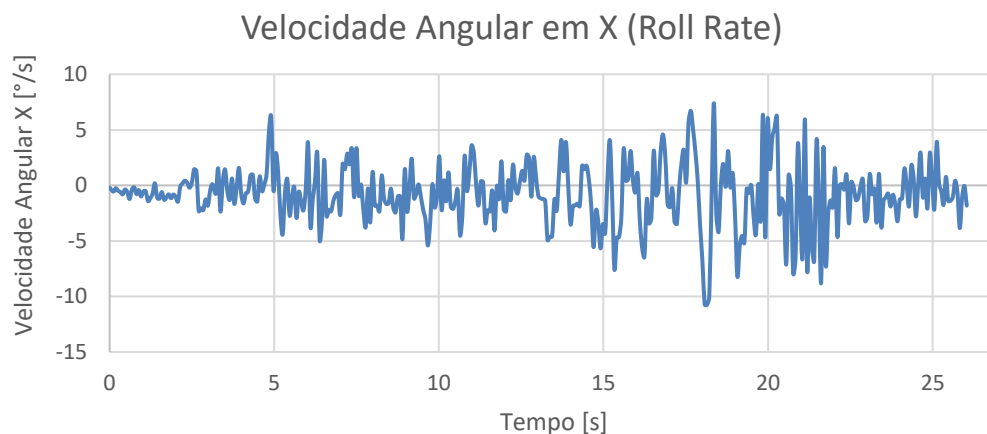


Gráfico 19 - Velocidade angular no eixo X em função do tempo

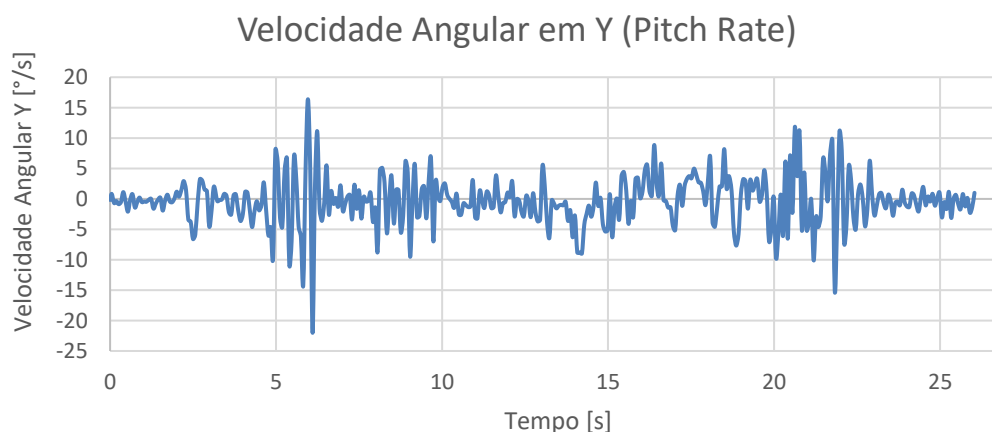


Gráfico 20 - Velocidade angular no eixo Y em função do tempo

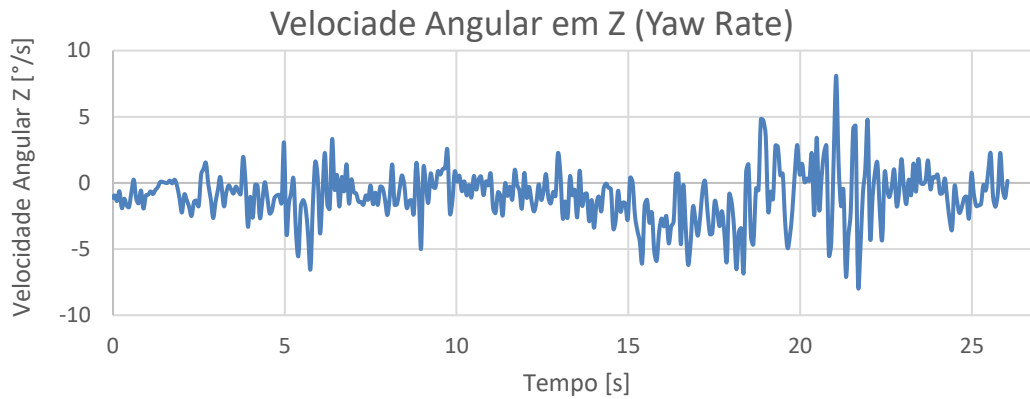


Gráfico 21 - Velocidade angular no eixo Z em função do tempo

Observando os gráficos (Gráfico 19, Gráfico 20 e Gráfico 21), é evidente que está presente bastante ruído e outras oscilações não representativas da realidade do movimento, possivelmente causadas pela vibração do carro em si e não pelo movimento. Para tentar corrigir este erro, foi construído um pequeno algoritmo em Python que irá aplicar um filtro “Passa Baixo” aos dados adquiridos com o objetivo de criar gráficos mais fáceis de interpretar e mais fiéis à realidade do movimento registado.

Os novos gráficos, com os dados filtrados, são os seguintes.

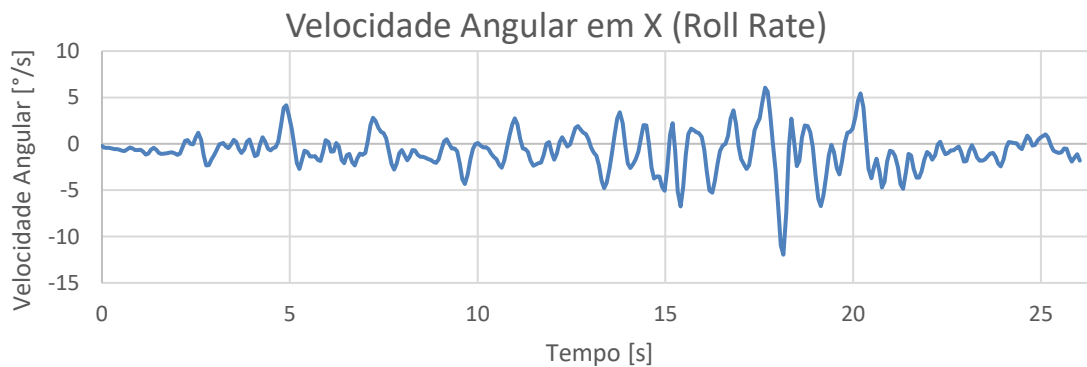


Gráfico 22 - Velocidade angular filtrada no eixo X em função do tempo

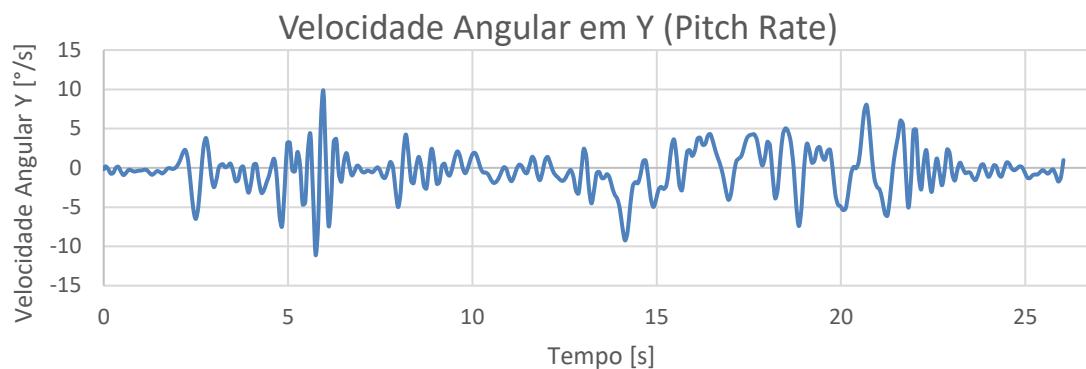


Gráfico 23 - Velocidade angular filtrada no eixo Y em função do tempo

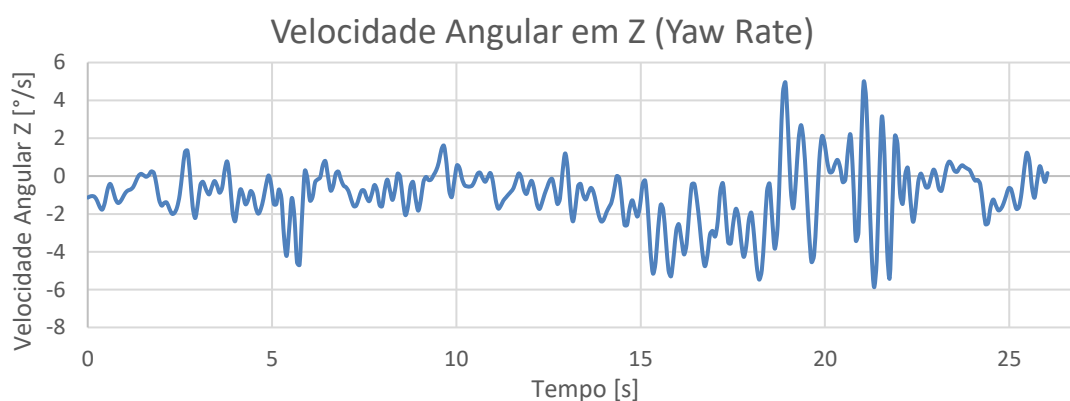


Gráfico 24 - Velocidade angular filtrada no eixo Z em função do tempo

Como se pode ver interpretando o Gráfico 22, Gráfico 23 e o Gráfico 24, com a sua filtragem, estes ficaram mais fáceis de analisar e com menos ruído, ou seja, sem oscilações bruscas causadas pela própria natureza do veículo e não pelo movimento. De modo a mais facilmente compreender o trabalho feito pelo filtro “Passa Baixo”, atente no gráfico seguinte.

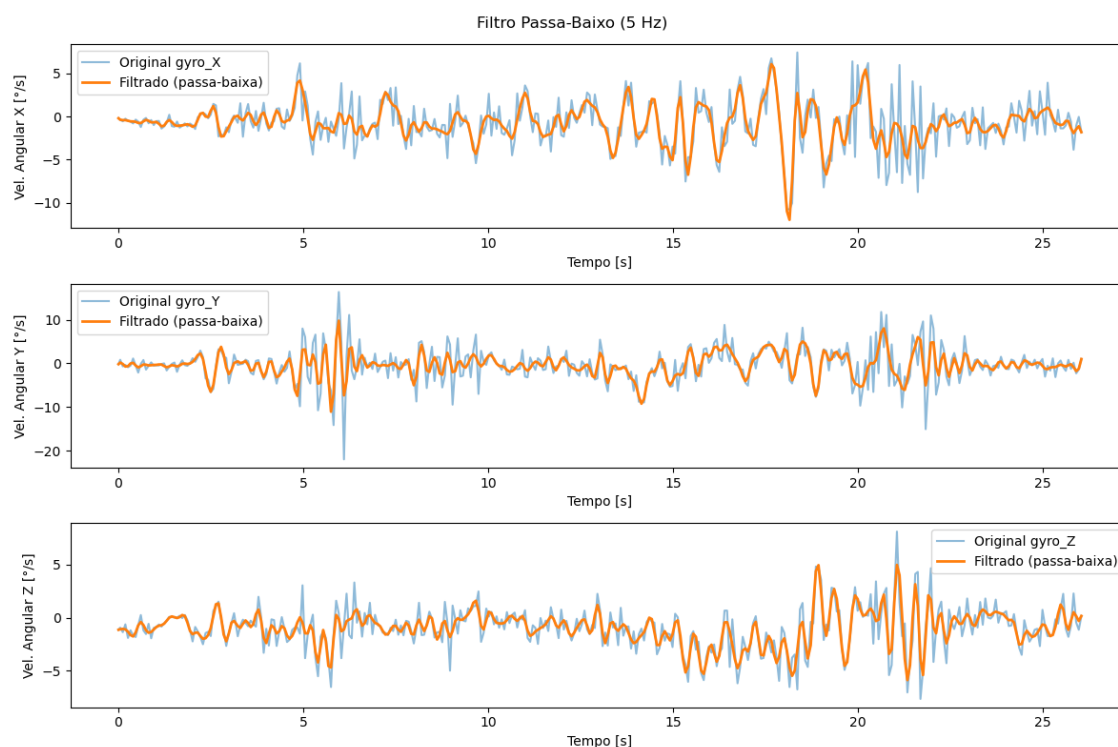


Gráfico 25 - Comparação dos sinais antes e pós filtragem

Como indica o título do Gráfico 25, a frequência de corte do filtro aplicado é de 5 Hz. Focando no gráfico da velocidade angular em X, é evidente que o seu período mais ativo foi entre os 17,5 e os 20 segundos, onde se deu a curva à direita. Esta curva à direita seria de esperar que fosse o ponto do teste onde a velocidade angular em X e o Momento *Roll* fosse maior, ou seja, mais intenso, visto ser a única curva no trajeto.

Reparando no gráfico que corresponde à velocidade angular em Y, podemos ver um pequeno período de oscilação entre os 5 e os 7 segundos. Neste trecho da estrada, não existia nenhuma condição inerente ao trajeto em si que causasse essa vibração, no entanto pode ser justificado por algum buraco na estrada, visto que, olhando para o Gráfico 18 existiu um pico de aceleração em Z, indicando que o veículo teve uma oscilação neste mesmo eixo, o que se refletiu neste gráfico da velocidade angular em Y.

Por fim, o gráfico da velocidade angular em Z durante a maioria do ensaio exibe um valor em torno de zero, visto que o veículo se movia em linha reta. Porém, por volta do segundo quinze, dá-se o início de uma oscilação deste valor que pode ser atribuído à curva presente no trajeto. A velocidade angular cai para valores maioritariamente negativos, indicando uma rotação no sentido horário, ou seja, o veículo virou para a direita. Depois volta a ter valores cuja média gira em torno de zero, indicando que o veículo virou à direita e retomou uma trajetória retilínea. Este gráfico em conjunto com o Gráfico 17 ilustram e confirmam a curva à direita descrita no ensaio.

Para concluir a análise dos resultados obtidos neste ensaio, todos os diferentes momentos presentes neste ensaio (reta, subida e descida, curva à direita) se refletiram nos gráficos obtidos. Para além disso, cruzando os gráficos obtidos para as diferentes acelerações e

velocidades angulares, percebe-se que fazem sentido não só com a realidade, mas também entre eles. Isto é, por exemplo, cruzando o gráfico da aceleração em Y com a velocidade angular em Z os mesmos eventos acontecem em ambos os gráficos e a tendência de cada onda é semelhante, como já foi mencionado anteriormente e pode ser corroborado olhando para o gráfico seguinte.

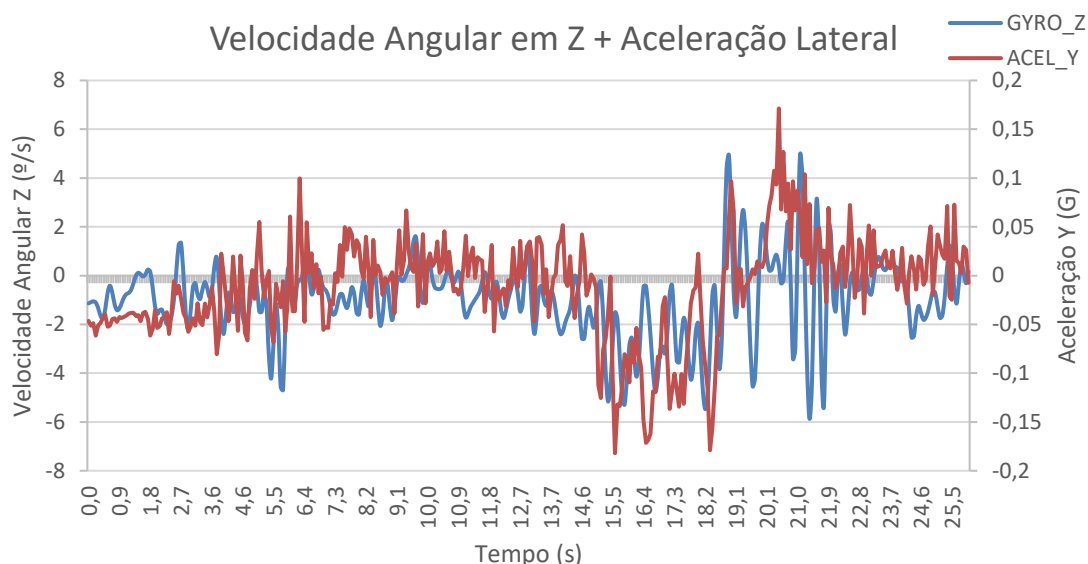


Gráfico 26 - Sobreposição dos gráficos da aceleração lateral com a velocidade angular em Z

4.4 Modificação do Sistema de Aquisição de Dados

O sistema de aquisição de dados já continha tudo o que era necessário para adquirir acelerações e os vários momentos do carro a qual será aplicado. Contudo, para efetuar as análises entre veículos e entre o modelo computacional e a realidade, serão necessários mais dados como o ângulo de direção do veículo e a sua velocidade.

Para tal, foi necessário modificar o sistema de aquisição para conseguir adquirir, amostrar e guardar estes dados para as análises futuras.

4.4.1 Ângulo de Direção

Para conseguir interpretar a resposta dinâmica do carro face aos *inputs* dados pelo condutor, é fundamental obter o gráfico da evolução do ângulo de direção do veículo. No entanto, para obter o ângulo de direção do veículo sem criar um sistema intrusivo ou modificar o veículo, é necessário adaptar o sistema de aquisição para receber o valor do ângulo do volante medido pelo sensor do próprio veículo.

Com o objetivo de adaptar então o sistema de aquisição e modificá-lo para ter a capacidade de, através da porta OBD-II, ler e gravar a posição angular do volante ao longo do tempo, foi feito o seguinte procedimento.

Utilizando um Peugeot 2008 1.2 PureTech de 2018 como carro de teste, ligou-se uma máquina de diagnóstico automóvel ao veículo. Com a máquina de diagnóstico, é possível ver, em tempo real, a medição feita pelo sensor de posição angular do volante.



Figura 4-6 - Instrumentação utilizada para decodificar o ângulo de direção

Tendo o acesso ao ângulo real do volante garantido, passou-se para o próximo passo. Ao utilizar um cabo conversor de OBD para *Universal Serial Bus* (USB) e um programa de leitura de *Controller Area Network* (CAN) no computador, foi possível ler e gravar as mensagens enviadas pela *Engine Control Unit* (ECU) de cada dado disponível na porta OBD-II, sendo um deles o valor medido pelo sensor de posição do volante. No entanto, existem imensas mensagens constantemente a serem enviadas para a porta OBD-II, mas, com este acesso a todas as mensagens e ao ângulo atual do volante, será possível identificar qual a mensagem que corresponde à posição angular do volante.

CAN-ID	Type	Length	Data	Cycle Time	Count
4B2h		8	4A 59 30 34 39 37 32 35	1000,1	1040
4D2h		3	56 46 33	1000,1	1040
4F2h		8	A2 89 AC 50 7E 5A AA 0A	98,2	10392
50Dh		8	00 00 01 00 00 69 80 31	99,5	10392
50Eh		8	00 00 00 12 00 00 FF 03	100,5	10391
532h		6	70 69 82 00 00 00	99,3	10391
552h		8	10 4A 50 3E 01 44 3C FE	998,9	1039
56Eh		3	F0 00 00	100,3	10391
572h		8	51 80 69 40 80 00 00 00	100,6	10391
588h		8	FF FF 01 00 7E 55 20 06	100,2	10391
592h		8	41 72 00 2B 64 11 4D 25	100,3	10391
5B2h		8	00 00 69 80 00 02 00 00	1000,0	1039
5EDh		3	FF FF FF	299,5	3465
5EEh		4	FC FF 80 00	1000,7	1040
5F8h		5	00 00 03 00 00	1000,0	1039
608h		8	01 BE 00 80 FF 00 FF 7E	100,2	10391
612h		8	00 20 02 58 02 74 04 10	99,5	10392
788h		8	00 00 00 00 00 40 00 00	1000,0	1039
78Dh		8	00 00 00 00 00 00 02	1010,0	1029
792h		8	00 00 00 00 00 40 00 01	1000,1	1039
795h		6	00 00 00 00 00 00	1000,4	1039
7A8h		4	95 11 42 80	1000,0	1039
7E8h		8	03 41 11 D9 00 00 00 00	88305,8	7

Figura 4-7 - Fluxo de mensagens CAN

Para descobrir qual dos *Parameter Identifiers* (PIDs) correspondia ao valor que procuramos, foi necessário fazer um ensaio experimental. Este ensaio consistia em virar o volante para posições predefinidas (desde totalmente virado à esquerda até totalmente à direita com um intervalo fixo) e gravar as mensagens recebidas na porta OBD-II durante uns segundos. Utilizando a máquina de diagnóstico para ver o valor real medido pelo sensor, foi possível posicionar o volante na posição desejada com toda a precisão necessária. Com o volante em cada posição, gravaram-se as mensagens enviadas durante aproximadamente 5 segundos. Este procedimento foi repetido vinte vezes, desde a posição máxima para a esquerda até ao limite máximo para a direita, cobrindo todo o alcance do sensor de posição angular.

Com as mensagens CAN e os ângulos de volante a que respondiam, foi possível descodificar qual o ID que corresponde ao valor medido pelo sensor e também a fórmula que permite transformar a informação dos bytes da mensagem em valor real medido em graus.

$$\hat{\text{Angulo}} (^{\circ}) = (\text{int}16 ((\text{Byte}0 \ll 8) | \text{Byte} 1) + 23) \cdot 0,1 \quad (4.1)$$

Esta fórmula é crucial para implementar na programação contida dentro do sistema de aquisição de dados para transformar a mensagem CAN num valor real de ângulo medido em graus para posteriormente ser armazenado para futura análise.

4.4.2 Velocidade do Veículo

A velocidade atual do veículo é um parâmetro necessário de adquirir e analisar visto que afeta imensas componentes do movimento, como a aceleração lateral do veículo e a resposta lateral dos pneus.

Para conseguir obter este valor, é feito o pedido através do sistema de aquisição na porta OBD-II, utilizando o ID standardizado para este efeito, de acordo com a norma SAE J1979 [8].

Adicionalmente, o sistema de aquisição consegue adquirir a velocidade através de um sistema de GPS. É importante ter a velocidade de duas fontes diferentes visto que a velocidade medida pelo veículo pode conter um erro associado ao atraso de envio, recepção no sistema e processamento do valor até ser gravado. Além disso, a calibração do veículo pode interferir na diferença da velocidade real com aquela estimada pela ECU. Com a velocidade lida por sinal GPS é possível obter o valor real e comparar com o valor estimado pelo carro, utilizando o valor mais próximo da realidade para efeitos comparativos.

4.4.3 Posição GPS

Para validar a simulação feita pelo modelo construído e esta ser comparável ao ensaio realizado, é necessário garantir que as trajetórias descritas nos ensaios do veículo real sejam iguais ou semelhantes às simuladas no modelo.

Com o objetivo de ajudar nessa validação, foi modificado o sistema de aquisição para utilizar o módulo de GPS não só para captar a velocidade real do veículo, mas também captar as posições geográficas do veículo ao longo de cada ensaio.

Assim, é possível construir um mapa de posições do veículo ao longo do ensaio e validá-lo com o gráfico de posições do veículo ao longo do tempo durante a simulação.

5 Definição do Percurso de Teste

Após a familiarização com o sistema de aquisição de dados e a criação do modelo computacional, resta delinear um percurso a realizar com ambos os carros. Este percurso deve evidenciar e expor as diferenças entre as duas tipologias diferentes de veículo. Para definir o trajeto ideal, foram revistos e analisados, durante a revisão bibliográfica, alguns procedimentos que são efetuados durante o processo de homologação ou testes independentes de veículos.

Idealmente, o trajeto escolhido deverá incluir transferências de peso e acelerações laterais visto que serão estas as principais diferenças a salientar. A diferença do sistema de propulsão não é alvo de estudo, pelo que qualquer teste que vise focar em acelerações longitudinais será irrelevante. Para além disso, seria ideal que o teste escolhido não necessitasse de muito espaço aberto, pois isto permitiria realizar o ensaio no Campus 2 do IPL, onde é possível assegurar uma área aberta e nivelada.

Considerando estes requisitos, o teste de trajetória em 8 constitui uma solução adequada, visto ser fácil de executar num ambiente controlado e não requer uma área de ensaio extensa. Este teste é utilizado na categoria Fórmula Student, com o nome de *Skidpad*, onde o objetivo é avaliar a aderência lateral máxima, a estabilidade e o balanço do carro.

No entanto, seria também interessante e passível de análise replicar o método 2 da norma ISO 4138 visto ser um tipo de teste realizado oficialmente na indústria automóvel, o que representa a sua eficácia para efeitos de comparação e análise de comportamento dinâmico. Este teste implica manter o ângulo de direção no volante constante e aumentar a velocidade do veículo a uma aceleração baixa e constante até o mesmo perder estabilidade. Adicionalmente, é necessário determinar o que se irá considerar ser o critério de transição de estabilidade para instabilidade visto que na norma ISO este parâmetro não está definido. Podem ser adotados vários critérios como um ângulo de escorregamento limite, uma velocidade lateral ou até um raio de curva face ao raio inicial. Na aplicação deste ensaio no algoritmo computacional, os critérios escolhidos foram a taxa de crescimento do ângulo de escorregamento, que indica a perda de tração e consequente instabilidade, e o raio de curvatura atual do veículo face ao raio almejado, sendo que quando qualquer um destes critérios for atingido o ensaio termina e os resultados serão comparados. No teste experimental, é mais difícil caracterizar a instabilidade, pelo que uma boa prática é utilizar o mesmo condutor durante todos os testes e deixar ao seu julgamento e sensibilidade a decisão de detetar a transição para instabilidade.

Para concluir a definição do percurso de teste, optou-se por realizar o Método 2 da norma ISO 4138 devido ao limite imposto pela ausência de um espaço amplo suficiente para este efeito no Campus 2 do IPL. Com uma largura ligeiramente superior a 20 metros, o espaço é limitado e, por isso, apenas será possível realizar ensaios com curvas de raio baixo. Com uma curvatura tão grande, as acelerações laterais vão crescer mais rapidamente com o aumento da velocidade e o controlo do veículo será mais difícil, o que tornará o ensaio mais instável, sendo preferível um raio maior onde é mais fácil de observar e identificar a transição para regime de instabilidade. Porém, é o único espaço seguro e reservado que é possível fechar para a realização dos testes e, como tal, adaptaram-se os ensaios ao espaço disponível.

Com o ensaio definido, o algoritmo computacional desenvolvido foi adaptado para esta nova trajetória sendo assim possível fazer a simulação corretamente e os dados numéricos serem compatíveis com os dados obtidos experimentalmente.

6 Medições Adicionais

Nos cálculos efetuados pelo modelo computacional desenvolvido, entram parâmetros como a altura do CG e a sua distância aos eixos, parâmetros que não estão disponíveis no catálogo nem em sítios da internet que detalham as propriedades de cada veículo. Como tal, estes parâmetros tiveram de ser medidos experimentalmente nos veículos a ensaiar.

Adicionalmente, teve de ser identificado mais um parâmetro do veículo. O sistema de aquisição de dados apenas consegue obter via CAN o ângulo do volante e para efeitos do cálculo dinâmico, é necessário conhecer o ângulo da roda direcional. Para tal, a relação de transmissão da caixa de direção do veículo deve ser conhecida.

Para ser possível fazer os ensaios adicionais, foi necessário acesso aos veículos reais. Para tal, utilizaram-se os dois Peugeot 2008 fornecidos pelo concessionário LPM – Grupo NOV Automóveis. Foi utilizado um Peugeot 2008 Style de 2025 e um Peugeot e-2008 também de 2025.

6.1 Altura do Centro de Gravidade

Para medir a altura do CG do veículo, recorreu-se a uma balança de veículos onde é aplicada uma balança individual a cada roda, o que permitiu uma medição precisa do peso em cada roda do veículo e a um elevador de veículos para levantar um eixo e criar uma inclinação, promovendo uma transferência de peso que é necessária para este cálculo.

A fórmula de cálculo da altura do CG, em relação ao solo, é a seguinte:

$$h_{CG} = \frac{L * (F_r' - F_r)}{W * \tan \varnothing} + r \quad (6.1)$$

Onde:

h_{CG} → Altura do CG do veículo

L → Distância entre eixos

F_r → Carga no eixo traseiro com o carro plano

F_r' → Carga no eixo traseiro com o carro inclinado

W → Peso total do veículo

$\varnothing$ → Ângulo de inclinação do veículo

r → Raio da roda (jante + perfil do pneu)



Figura 6-1 - Nivelamento do veículo para cálculo do ângulo de inclinação

Para conseguir calcular a altura do CG utilizou-se o elevador do Laboratório de Engenharia Automóvel no Bloco E do Campus 2 do IPL. Inicialmente, colocou-se o eixo traseiro do veículo em cima da balança e posicionou-se um laser autonivelante apontado ao veículo. Registou-se a altura do laser na zona do eixo traseiro e, utilizando o elevador, subiu-se o eixo frontal até a altura do laser ao chão em ambos os eixos fosse igual para garantir que o veículo estava nivelado. Com o veículo agora plano, registou-se a carga no eixo traseiro (F_r). O passo seguinte foi levantar o eixo dianteiro até um determinado ângulo para fazer novas medições.

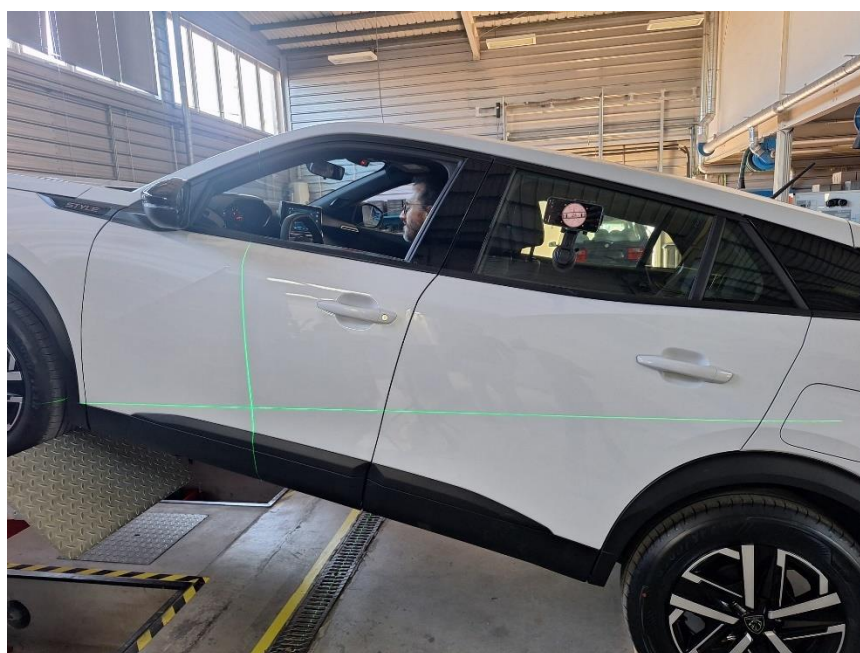


Figura 6-2 - Veículo inclinado com ângulo θ

Com o eixo dianteiro erguido, registou-se a altura do laser até ao elevador onde estava apoiado este eixo. O diferencial entre esta medida e a altura do laser nesta mesma zona com o veículo plano será o cateto oposto no triângulo retângulo (H), cuja hipotenusa é a distância entre eixos do veículo (L). Este triângulo está representado na seguinte figura:

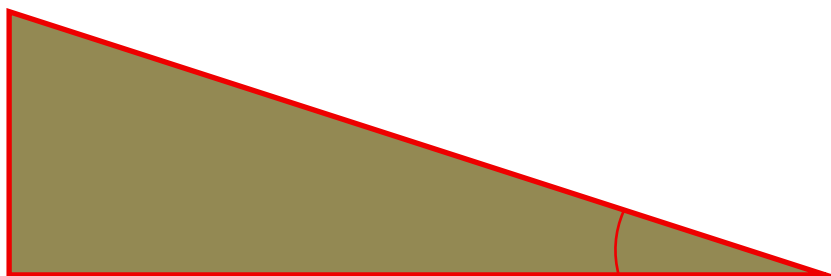


Figura 6-3 - Triângulo retângulo formado pelo veículo inclinado

Para calcular o ângulo $\emptyset$, foram registadas as alturas do laser tanto com o veículo nivelado como com o veículo inclinado, para cada um dos veículos ensaiados. No veículo elétrico obteve-se uma altura do laser com veículo inclinado [h'] de 284 mm face a 897 mm com o veículo nivelado [h]. Por outro lado, no veículo a combustão registou-se uma altura do laser com o veículo inclinado de 251 mm e 902 mm com o mesmo nivelado.

Adicionalmente, a distância entre eixos de cada veículo foi medida experimentalmente, tendo sido medido o mesmo valor de 2620 mm em ambos os veículos.

Com os valores registados utilizou-se a seguinte fórmula para calcular o ângulo $\emptyset$:

$$\emptyset = \sin^{-1} \left(\frac{H}{L} \right) \quad (6.2)$$

$$H = h - h' \quad (6.3)$$

Assim, utilizando a equação anterior, determinou-se que o ângulo de inclinação obtido no veículo elétrico foi de $13,53^\circ$ e no veículo a combustão foi de $14,39^\circ$.

Com o carro inclinado e o ângulo calculado, registou-se o peso obtido nas balanças colocadas no eixo traseiro [F_r'], faltando apenas registar o peso total do veículo [W].

Tabela 6 - Peso no eixo traseiro de cada veículo

Peso no Eixo Traseiro de Cada Veículo [kg]			
Veículo Elétrico		Veículo a Combustão	
Nivelado	Inclinado	Nivelado	Inclinado
762	790,5	519	537



Figura 6-4 - Medição da massa total do veículo

Com o veículo nivelado e em cima das 4 balanças, registou-se o peso total [W], tendo-se obtido um valor de 1690 kg para o veículo elétrico e 1316kg para o veículo a combustão.

Nota: Ao contrário do que está registado na Figura 6-4, todas as medições foram efetuadas com 2 pessoas no carro, sentadas no banco da frente, e todo o sistema de aquisição de dados dentro do carro para garantir que a condição de pesagem dos carros era o mais parecido com aquela observada durante os testes experimentais

Para obter a altura total do CG, apenas falta calcular o raio da roda de cada veículo. Para calcular o raio da roda utilizou-se o raio da jante e as informações dos pneus de cada veículo. O carro elétrico estava equipado com pneus 215/60/R17 e o carro a combustão com pneus 215/65/R16. O cálculo do raio da roda está demonstrado na Tabela 7.

Tabela 7 - Cálculo do raio da roda

	Raio da Roda [mm]		
	Diâmetro da Jante	Perfil Pneu	Raio da Roda Calculado
Veículo Elétrico	431,8	129	344,9
Veículo a Combustão	406,4	139,75	342,95

Com o raio da roda de cada veículo calculado, resta aplicar a fórmula descrita no início deste capítulo ($h_{CG} = L * (F_r' - F_r) / W * \tan \phi + r$ (6.1) e assim é possível calcular o valor total da altura do CG. Efetuados os cálculos, determinou-se que a altura do CG do veículo elétrico é de 0,528 m e do veículo a combustão é de 0,483 m.

Interpretando os valores de CG obtidos, conclui-se que, de acordo com o ensaio experimental efetuado, o veículo a combustão tem um CG mais baixo que o veículo elétrico. Apesar da diferença ser de apenas 4 centímetros, esperava-se que o CG do veículo elétrico fosse mais baixo que o do veículo a combustão, devido à natureza da arquitetura do típico veículo elétrico.

O Peugeot e-2008 é construído na plataforma e-CMP do grupo Stellantis [28]. Esta plataforma foi desenvolvida para ser partilhada entre veículos elétricos e veículos a combustão, o que indica que foi criada para ser uma plataforma que aceite motores a combustão e arquiteturas elétricas. Isto pode implicar que a plataforma não é perfeita para acomodar uma bateria de alta tensão perfeitamente no solo do chassi. De facto, observou-se que no interior do habitáculo do veículo, existiam protusões no chão devido à presença de pelo menos um módulo da bateria.

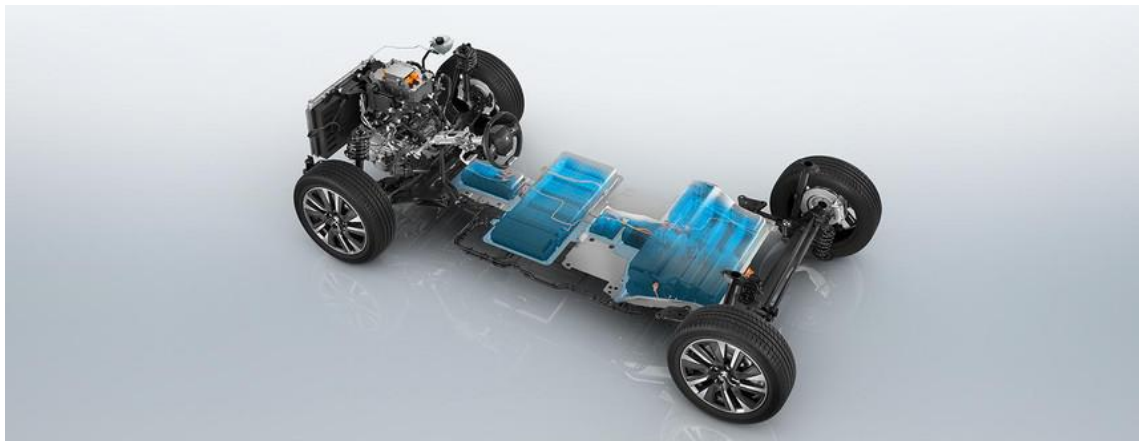


Figura 6-5 - Arquitetura do Peugeot e-2008 [29]



Figura 6-6 - Bateria dividida em módulos [30]

Analisando as Figura 6-5 e Figura 6-6 e olhando para a posição da bateria no Peugeot e-2008, repara-se que a bateria, fruto da plataforma não ser desenhada para apenas veículos elétricos, não está perfeitamente colocada no fundo do chassis do veículo. Ao invés disso, está dividida entre o espaço onde estaria um tanque de combustível e o centro do carro. Como tal, o CG não é tão baixo como seria de esperar de um veículo deste tipo.

6.2 Distância do Centro Gravítico aos Eixos

A distância do CG a cada um dos eixos do veículo é calculada utilizando valores registados no ensaio anterior e uma medição adicional.

As fórmulas, para o eixo dianteiro e traseiro, são as seguintes:

$$a = \frac{F_r}{W} * L \quad (6.4)$$

$$b = \frac{F_f}{W} * L \quad (6.5)$$

Onde:

a → Distância do CG ao eixo dianteiro

b → Distância do CG ao eixo traseiro

F_f → Carga total no eixo dianteiro

F_r → Carga total no eixo traseiro

W → Peso total do veículo

L → Distância entre eixos do veículo

Utilizando os valores experimentais obtidos para o cálculo da altura do CG e fazendo a medição do peso total no eixo dianteiro, é possível aplicar as fórmulas indicadas e calcular os valores experimentalmente.

Tabela 8 - Cálculo da distância do CG a cada eixo

X	Distância entre eixos [m]	Peso total do veículo [kg]	Peso no eixo dianteiro [kg]	Peso no eixo traseiro [kg]	Distância do CG ao eixo dianteiro [m]	Distância do CG ao eixo traseiro [m]
Veículo Elétrico	2,62	1690	928	762	1,181	1,439
Veículo a Combustão	2,62	1316	797	519	1,033	1,587

Interpretando a Tabela 8, é notória a alteração de posição do CG nos dois veículos ensaiados. No veículo a combustão, o CG é cerca de 15 centímetros mais próximo do eixo dianteiro. Estes resultados eram expectáveis, devido à posição do motor de combustão interna sobre o

eixo frontal. A massa do motor a combustão, com todos os acessórios, acoplado a uma caixa de velocidades facilmente excede os 150 kg e, estando posicionado num dos extremos do chassis, contribui muito para a posição longitudinal do CG, neste caso atraindo-o para a frente do veículo. [22]

Com todas as medidas necessárias calculadas, foi possível elaborar os seguintes diagramas dos veículos em estudo:

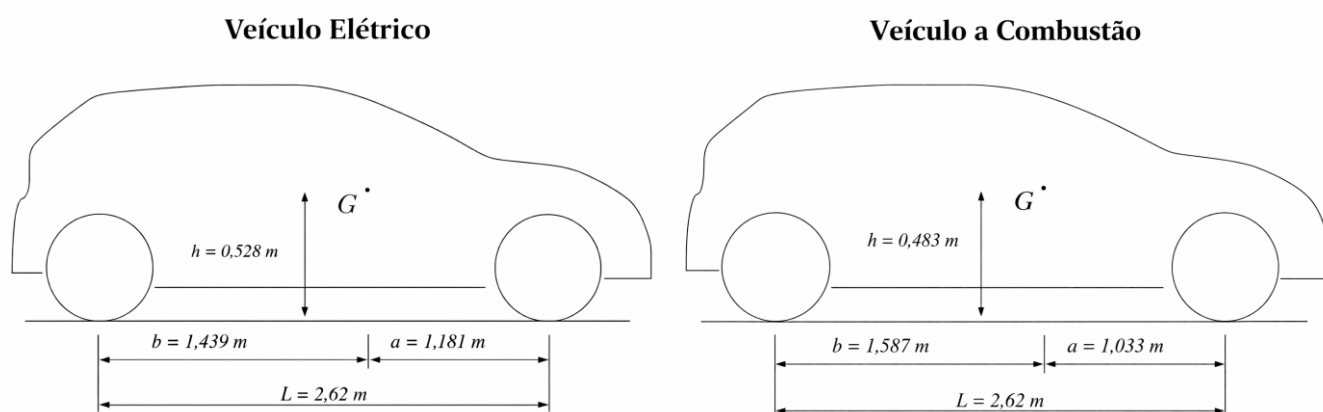


Figura 6-7 - Diagramas dos veículos a ensaiar

Na Figura 6-7, estão as medidas calculadas partindo dos ensaios experimentais realizados com os veículos. Como se pode observar, registou-se que o veículo a combustão tem o seu CG mais perto do eixo dianteiro principalmente devido ao motor de combustão e ao sistema de transmissão colocado em cima deste mesmo eixo, o que seria de esperar. No entanto, o CG do veículo elétrico está ligeiramente mais alto do que o do veículo a combustão. Como mencionado na secção anterior, esperava-se que o CG do veículo elétrico fosse mais baixo, porém não se verificou nos ensaios experimentais.

6.3 Relação da Caixa de Direção

Como o sistema de aquisição apenas regista o valor do ângulo do volante e não o ângulo de direção das rodas direcionais, é necessário encontrar uma forma de converter o ângulo do volante em ângulo de roda. Para tal, é necessário descobrir qual a relação de transmissão da caixa de direção dos veículos.

Com o objetivo de descobrir esta relação, utilizou-se o software PC-CRASH [31]. Este software de reconstituição 3D de acidentes tem uma extensa base de dados de diversos automóveis, nos quais se inclui o Peugeot e-2008 e o Peugeot 2008 Style. No entanto, o software não diz diretamente o valor da relação da caixa de direção, apenas diz o ângulo máximo do volante e o ângulo correspondente na roda. De modo a descobrir o valor da relação utiliza-se a seguinte fórmula:

$$\text{Relação da caixa de direção} = \frac{\text{Ângulo do volante}}{\text{Ângulo da roda}} \quad (6.6)$$

Sendo assim, com os valores retirados do software, temos:

$$\text{Relação da caixa de direção} = \frac{52,3}{34,95} = 15,00 \quad (6.7)$$

A relação de transmissão da caixa de direção calculada foi de 15° de volante / ° de roda. Este é um valor bastante comum na indústria estando dentro dos valores normais para veículos citadinos.

O resultado da conversão do valor do ângulo do volante para o ângulo da roda irá resultar num valor mediano devido à presença da geometria de Ackermann nos veículos. Como a roda do lado interior da curva terá um ângulo maior e a do exterior um ângulo menor, o valor obtido pela transformação de ângulo de volante para ângulo de roda será um valor médio entre o valor real da roda exterior e interior.

Como tal, este valor será utilizado para converter os dados do ângulo do volante adquiridos pelo sistema de aquisição de dados em ângulo de roda para serem comparados com os valores obtidos pelo modelo computacional.

7 Resultados Finais

7.1 Testes Numéricos

Com o algoritmo computacional desenvolvido, feita a correspondente comparação numérica e experimental, adaptado e preparado o sistema de aquisição de dados e os testes a realizar definidos, é agora possível aplicar as definições dos ensaios a realizar e os parâmetros dos diferentes carros a utilizar para obter os resultados numéricos atingidos por meio de simulação computacional.

Tabela 9 - Propriedades dos veículos

	Veículo Elétrico	Veículo a Combustão
Massa [kg]	1690	1316
Momento de Inércia em Z [kg.m²]	3874,09	2937,67
Distância do CG ao Eixo Dianteiro [m]	1,181	1,033
Distância do CG ao Eixo Traseiro [m]	1,439	1,587
Distância entre Eixos [m]	2,62	2,62
Largura do Eixo Dianteiro [m]	1,54	1,54
Largura do Eixo Traseiro [m]	1,54	1,54
Altura do CG [m]	0,528	0,483

Relativamente aos pneus dos veículos, consideraram-se os pneus de ambos os veículos como equivalentes para evitar que fossem um fator na comparação. De acordo com [32], considerou-se que para uma carga vertical de 4 kN por pneu, várias marcas de pneus apresentavam valores de coeficiente de rigidez lateral diferentes, porém a sua média é cerca de 100 kN/rad. Como tal, foi utilizado este valor em ambos os veículos.

Adicionalmente, todos os ensaios numéricos foram feitos com um ângulo de direção de 19,256 °, obtido pela seguinte fórmula:

$$\tan^{-1}\left(\frac{L}{R}\right) \Leftrightarrow \tan^{-1}\left(\frac{2,62}{7,5}\right) = 19,256 \quad (7.1)$$

L → Distância entre eixos do veículo

R → Raio da trajetória

7.1.1 Veículo Elétrico

Foram aplicadas as propriedades ao algoritmo de acordo com a Tabela 9 e feito o ensaio. Os resultados foram os seguintes:

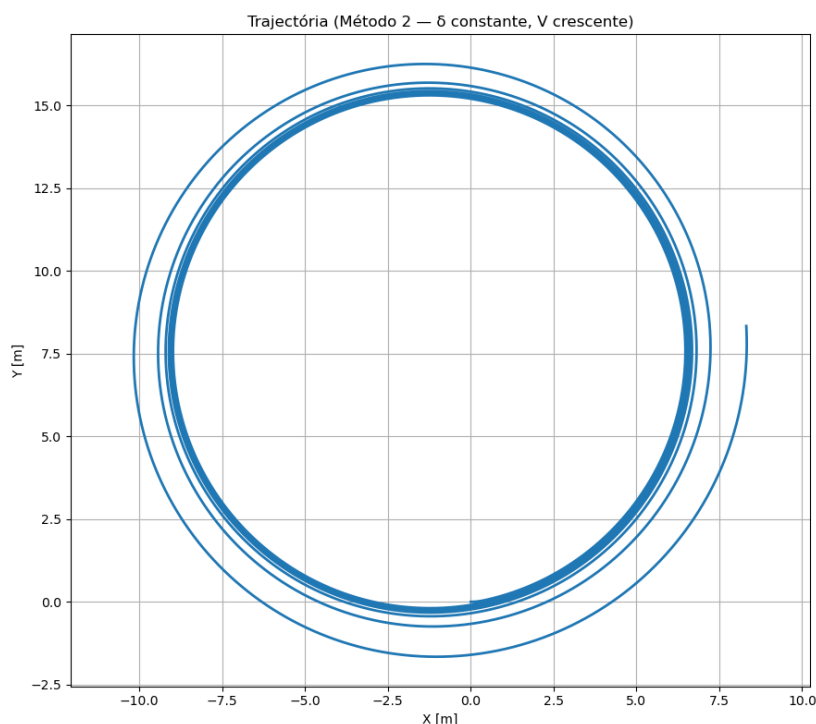


Gráfico 27 - Trajetória percorrida pelo veículo elétrico durante o ensaio

Olhando para o Gráfico 27, observa-se que o veículo descreveu a trajetória proposta (circunferência de raio 7,5 metros) e foi alargando o seu raio à medida que a velocidade aumentou. Este comportamento é expectável tendo em conta a posição frontal do CG do veículo e a sua consequente distribuição de peso. Fica também claro pela interpretação do gráfico que o veículo não perdeu a estabilidade no sentido de entrar em subviragem ou sobreviragem descontrolada e o critério de instabilidade acionado para terminar o ensaio foi a razão entre o raio atual e o raio inicial, ou seja, o veículo excedeu o raio alvo (7,5 metros) pela margem imposta de 25 %. A análise da consola do algoritmo confirma este resultado, onde é indicado um valor de raio final de 9,44 metros.

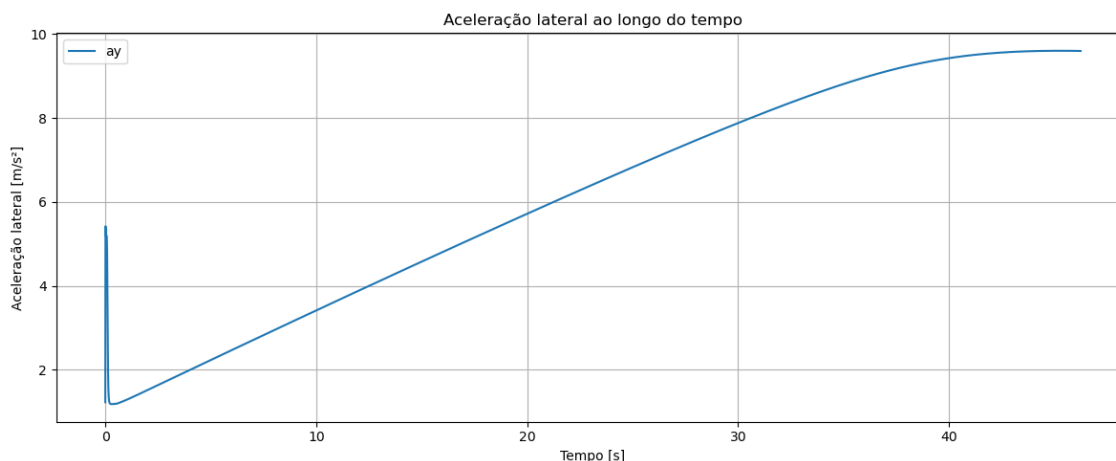


Gráfico 28 - Aceleração lateral do veículo elétrico durante o ensaio

No Gráfico 28 está representada a evolução da aceleração lateral do veículo ao longo do tempo. É notório o crescimento constante devido ao aumento proporcional da velocidade do veículo associado à aceleração longitudinal constante. A aceleração lateral máxima atingida foi de $9,599 \text{ m/s}^2$ (cerca de $0,98 \text{ G}$).

Adicionalmente, atentando ainda ao fim do gráfico da aceleração, verifica-se que a curva converge para um valor estabilizado, ou seja, com tendência a parar de crescer da mesma forma que vinha a crescer até aí.

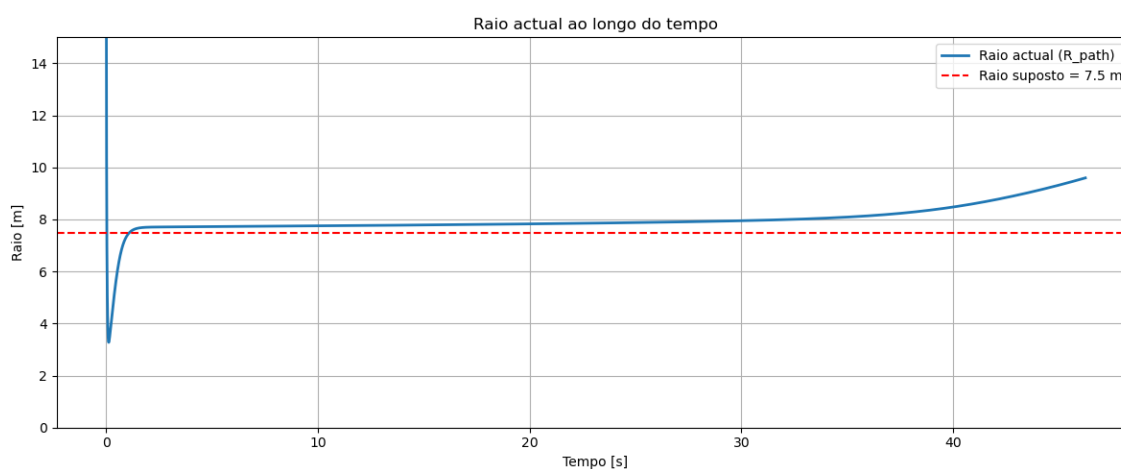


Gráfico 29 - Raio da curva descrita pelo veículo elétrico durante o ensaio

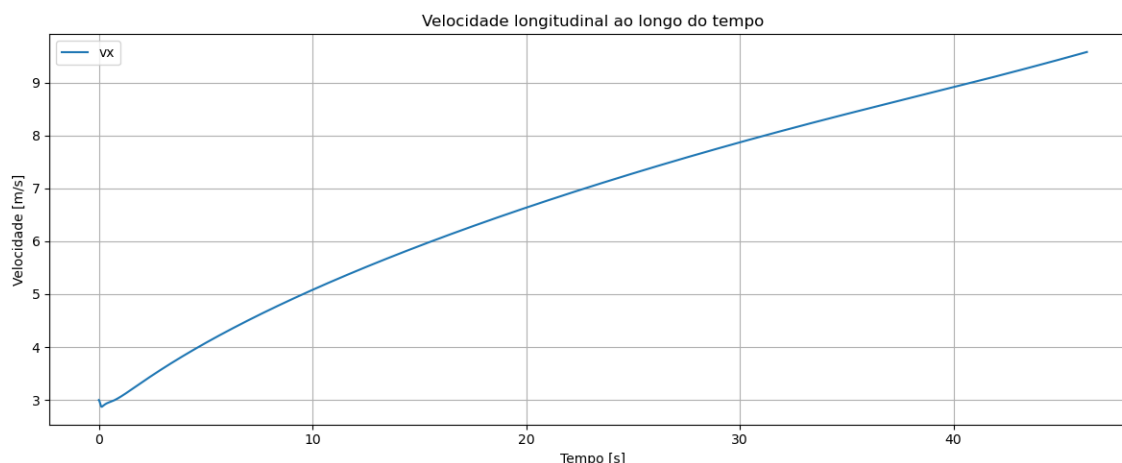


Gráfico 30 - Velocidade do veículo elétrico ao longo do ensaio

Pela análise do gráfico do raio da trajetória (Gráfico 29) e da velocidade (Gráfico 30) ao longo do ensaio, fica evidente o que está a acontecer e justifica o fenómeno observado no gráfico da aceleração. Como a velocidade continua a crescer devido à pequena aceleração constante imposta pelo ensaio, o veículo chega a um determinado ponto onde não consegue manter o raio proposto de 7,5 metros e começa a alargar a sua trajetória, como é observado no fim do Gráfico 27. Apesar da velocidade continuar a aumentar, o aumento do raio foi muito maior, em proporção, o que causou que a aceleração lateral deixasse de crescer como tinha vindo a crescer até aí. No final do ensaio, a velocidade máxima registada foi de 9,576 m/s (cerca de 34,473 km/h).

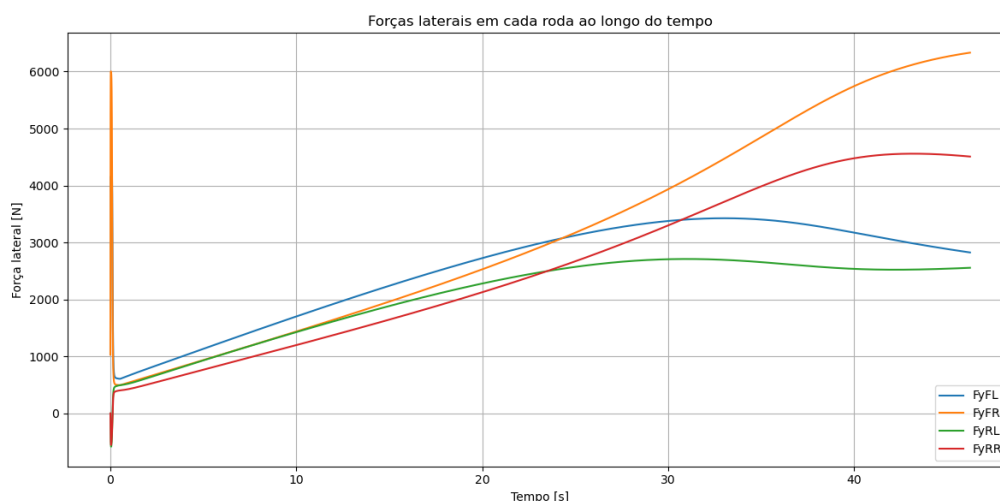


Gráfico 31 - Forças laterais geradas em cada pneu do veículo elétrico durante o ensaio

Atentando no Gráfico 31, é possível observar o crescimento das forças laterais geradas nos pneus do veículo. Após os 80 segundos, é notório o destaque do crescimento das forças laterais nos pneus do lado direito do veículo. Isto é devido ao processo de transferência de carga lateral que acontece com o aumento da aceleração lateral. Como a trajetória circular é percorrida no sentido anti-horário, ou seja, com o veículo a virar para a esquerda, a transferência de carga ocorre para as rodas do lado de fora da curva, as rodas da direita, como é evidenciado no Gráfico 32. O facto de existir mais carga vertical nas rodas da direita

permite-lhes gerar mais força lateral, e o inverso acontece para as rodas do interior da curva (do lado esquerdo do carro). Isto observa-se na zona final do Gráfico 33, onde os ângulos de escorregamento dos pneus do lado direito continuam a crescer e as do lado esquerdo estabilizam e decrescem ligeiramente. Apesar de a roda dianteira do lado esquerdo ter o maior ângulo de escorregamento, isso não se reflete na força lateral. Isto porque, devido à perda de carga vertical, o seu potencial lateral diminui e, adicionalmente, devido à geometria de Ackermann, esta roda já tem por si só um ângulo geométrico maior, o que leva a um ângulo de escorregamento superior.

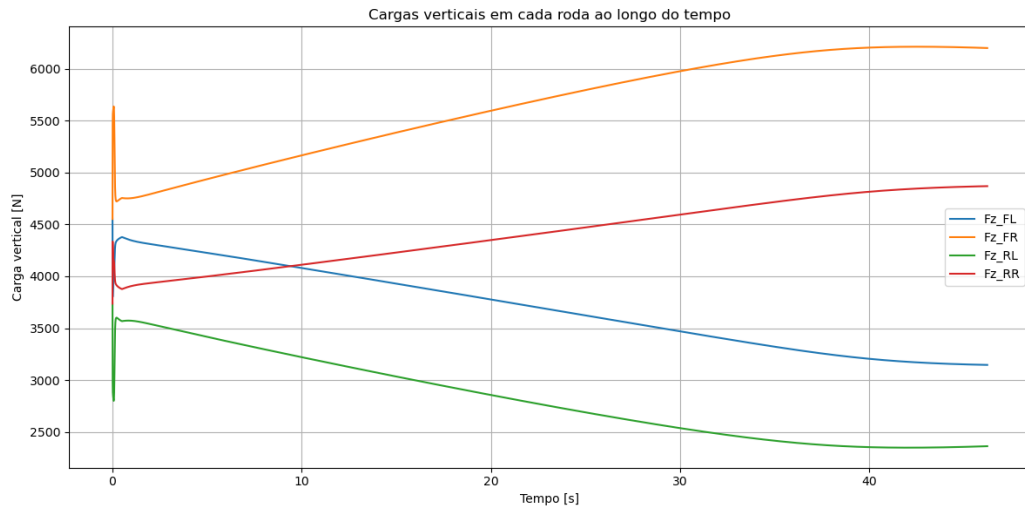


Gráfico 32 - Cargas verticais em cada roda do veículo elétrico ao longo do ensaio

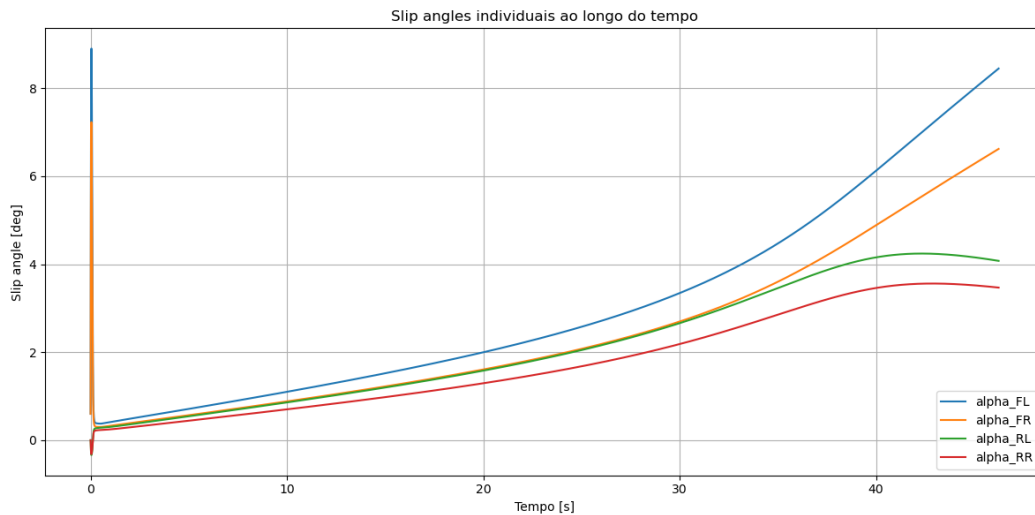


Gráfico 33 - Ângulo de escorregamento de cada roda do veículo elétrico durante o ensaio

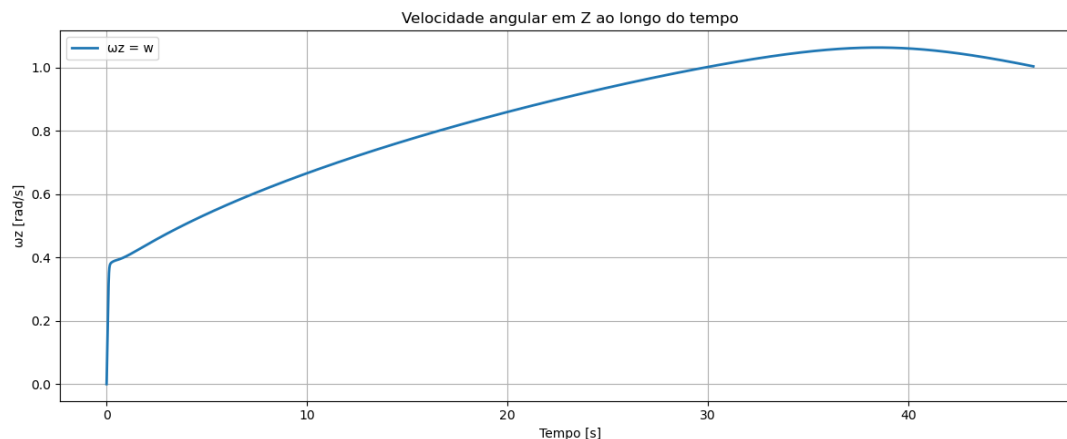


Gráfico 34 - Velocidade angular do veículo elétrico no eixo Z ao longo do ensaio

O Gráfico 34 apresenta a evolução da velocidade angular em torno do eixo Z para o veículo elétrico. Esta grandeza corresponde ao *yaw rate*, ou seja, à taxa de variação do ângulo de guinada do veículo. A evolução gradual do sinal indica que, embora o veículo esteja a aumentar progressivamente o raio da sua trajetória, a velocidade longitudinal continua a crescer a uma taxa suficientemente elevada para provocar um aumento da velocidade angular.

Na fase final do ensaio observa-se um pico seguido de uma ligeira diminuição da velocidade angular. Este comportamento resulta da interação entre dois efeitos opostos. Por um lado, o aumento da velocidade longitudinal tende a incrementar a velocidade angular. Por outro, o aumento do raio de curvatura da trajetória provoca a sua redução. Conforme se pode observar no Gráfico 29, a abertura do raio torna-se mais acentuada na parte final do ensaio, levando a que este efeito passe a predominar sobre o aumento da velocidade. Esta combinação explica a forma da curva obtida.

Durante o ensaio, o valor máximo de velocidade angular registado foi de 1,062 rad/s, correspondente a 60,85 °/s.

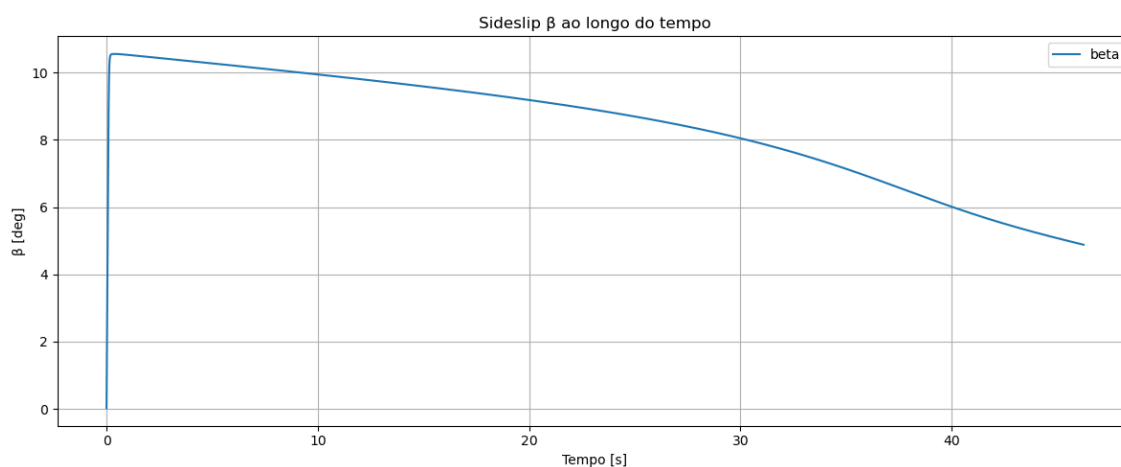


Gráfico 35 - Ângulo beta do veículo elétrico ao longo do ensaio

No Gráfico 35 está ilustrada a evolução do ângulo beta do veículo elétrico ao longo do tempo. Este é o ângulo entre a direção da velocidade do CG e o eixo longitudinal do veículo,

ou seja, o ângulo entre o carro e o movimento que descreve. Este valor é obtido através da fórmula:

$$\beta = \frac{v_y}{v_x} \quad (7.2)$$

Uma vez que a componente longitudinal da velocidade é significativamente superior à componente lateral e apresenta um crescimento mais acentuado ao longo do ensaio, verifica-se uma diminuição progressiva do ângulo β à medida que a velocidade do veículo aumenta. À medida que o veículo ganha velocidade e o comportamento de subviragem torna-se mais evidente, observa-se um aumento do raio da trajetória. Consequentemente, o vetor velocidade tende a alinhar-se com o eixo longitudinal do veículo, reduzindo o ângulo formado entre ambos. Esta evolução traduz-se numa diminuição do ângulo β , comportamento que se encontra em concordância com os resultados obtidos experimentalmente.

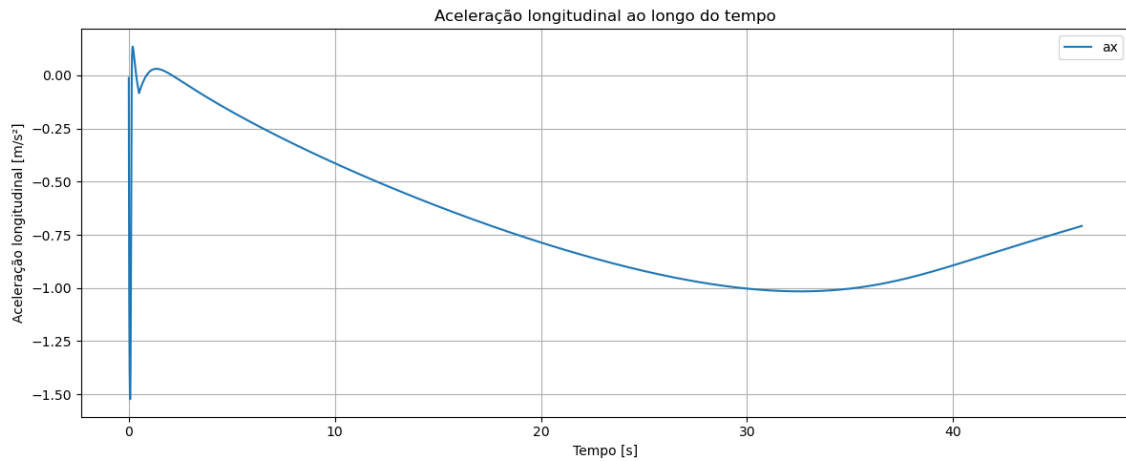


Gráfico 36 - Aceleração longitudinal do veículo elétrico ao longo do ensaio

O Gráfico 36 representa a evolução da aceleração longitudinal do veículo elétrico ao longo da simulação numérica. Olhemos para a fórmula:

$$a_x = \frac{\sum F_x}{m} \quad (7.3)$$

Com:

$$\sum F_x = F_{x_{Drive}} + F_{x_{FL}} + F_{x_{FR}} + F_{x_{RL}} + F_{x_{RR}} \quad (7.4)$$

E:

$$F_{x_{RL}} = F_{x_{RR}} = 0 \quad (7.5)$$

Fica:

$$\sum F_x = F_{x_{Drive}} + F_{x_{FL}} + F_{x_{FR}} \quad (7.6)$$

Projetando no referencial do chassis, temos:

$$F_{x_{FL}} = -F_{y_{FL}} \cdot \sin(\delta_{FL}) \quad (7.7)$$

$$F_{x_{FR}} = -F_{y_{FR}} \cdot \sin(\delta_{FR}) \quad (7.8)$$

Sendo:

$\delta \rightarrow$ ângulo de direção

Logo, temos:

$$a_x = \frac{F_{x_{Drive}} - F_{y_{FL}} \cdot \sin(\delta_{FL}) - F_{y_{FR}} \cdot \sin(\delta_{FR})}{m} \quad (7.9)$$

Uma vez que a trajetória descrita corresponde a uma curva à esquerda, o ângulo de direção assume valores positivos, implicando igualmente valores positivos para o respetivo seno. À medida que as forças laterais aumentam, a sua contribuição na equação anterior torna-se progressivamente mais significativa, conduzindo a uma diminuição da aceleração longitudinal. Consequentemente, esta grandeza assume valores cada vez mais negativos ao longo do ensaio, conforme evidenciado no Gráfico 36.

Na fase final do ensaio, observa-se a ocorrência de um pico negativo na aceleração longitudinal, seguido de uma ligeira recuperação. Este comportamento pode ser explicado pelas alterações das forças laterais observadas no Gráfico 31, que modificam o equilíbrio dinâmico do veículo e, consequentemente, a resposta longitudinal calculada pelo modelo.

Em síntese, os resultados obtidos neste ensaio apresentam um comportamento fisicamente plausível e representativo da dinâmica expectável de um veículo sujeito a este tipo de manobra. Para além de reproduzirem tendências coerentes com a realidade, as diferentes variáveis analisadas apresentam consistência entre si, reforçando a validade dos resultados produzidos pelo modelo computacional.

Concluída a análise numérica do veículo elétrico, procede-se à aplicação da mesma metodologia ao veículo com motorização a combustão, permitindo posteriormente estabelecer uma comparação direta entre ambos.

7.1.2 Veículo a Combustão

Com o ensaio do veículo elétrico concluído e analisado, trocaram-se os valores numéricos das propriedades do veículo para os do veículo a combustão e utilizando a ferramenta de simulação numérica desenvolvida simulou-se novamente o ensaio, desta vez para o veículo a combustão. Os resultados obtidos foram os seguintes:

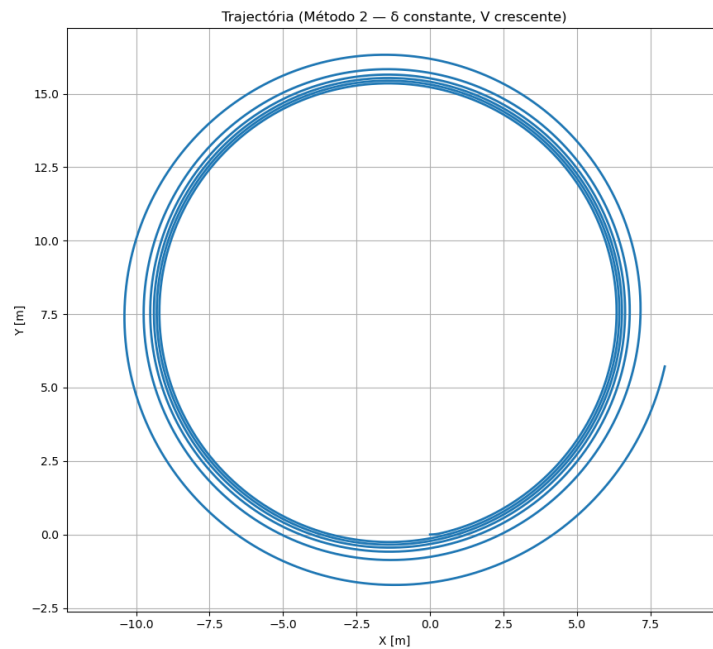


Gráfico 37 - Trajetória do veículo a combustão durante o ensaio

A análise do Gráfico 37 demonstra que o ensaio foi executado com sucesso, tendo o veículo seguido a trajetória pretendida durante a fase inicial da manobra. Tal como observado no ensaio do veículo elétrico, e de acordo com o comportamento expectável, o veículo conseguiu inicialmente manter com precisão o raio de curva definido de 7,5 metros. Contudo, à medida que a velocidade aumentou, a capacidade de sustentar esse raio tornou-se progressivamente mais limitada, conduzindo ao alargamento gradual da trajetória.

À semelhança do que se verificou no ensaio do veículo elétrico, o critério que determinou o término do ensaio foi a ultrapassagem do limite admissível para o raio de trajetória, definido como um acréscimo de 25 % relativamente ao raio inicial.

Comparando o Gráfico 37 com o Gráfico 27, observa-se que os ensaios terminam em posições distintas ao longo da trajetória. Esta diferença indica que os dois veículos apresentam comportamentos dinâmicos diferentes quando sujeitos às mesmas condições de ensaio, aspeto que será analisado e evidenciado nos gráficos apresentados de seguida.

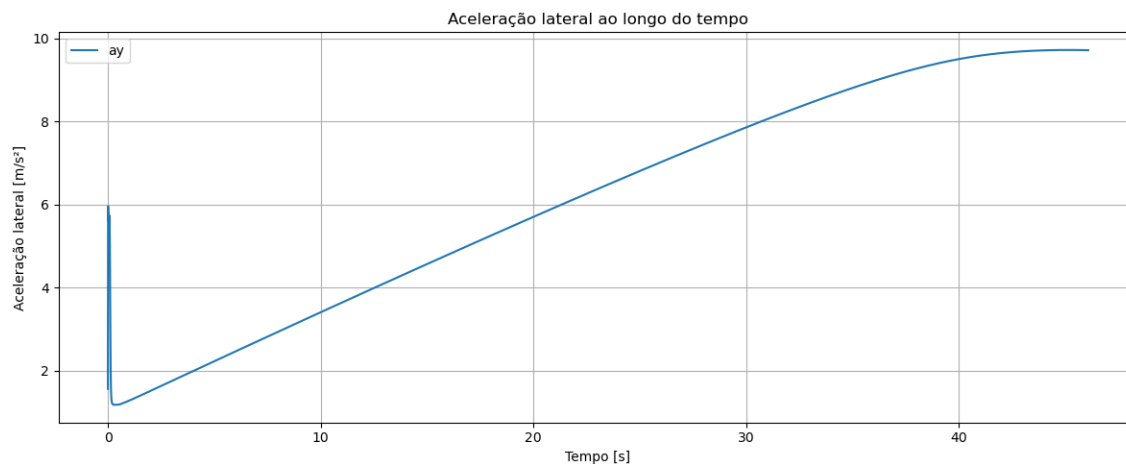


Gráfico 38 - Aceleração lateral do veículo a combustão durante o ensaio

Atentando no Gráfico 38, verifica-se o crescimento da aceleração lateral do veículo à medida que o ensaio progride. Tal como no ensaio do veículo elétrico, e como o protocolo ISO 4138 sugere, a aceleração longitudinal é baixa, porém constante o que implica um crescimento contínuo da velocidade do veículo. Olhando para a consola do modelo computacional, o valor máximo de aceleração lateral registado foi de $9,718 \text{ m/s}^2$ (cerca de 0,99 G).

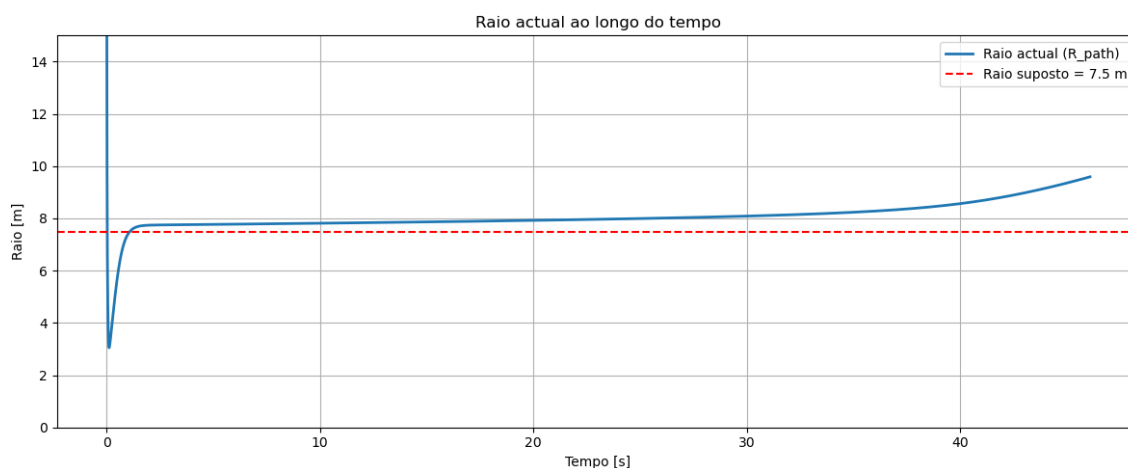


Gráfico 39 - Raio da curva descrita pelo veículo a combustão durante o ensaio

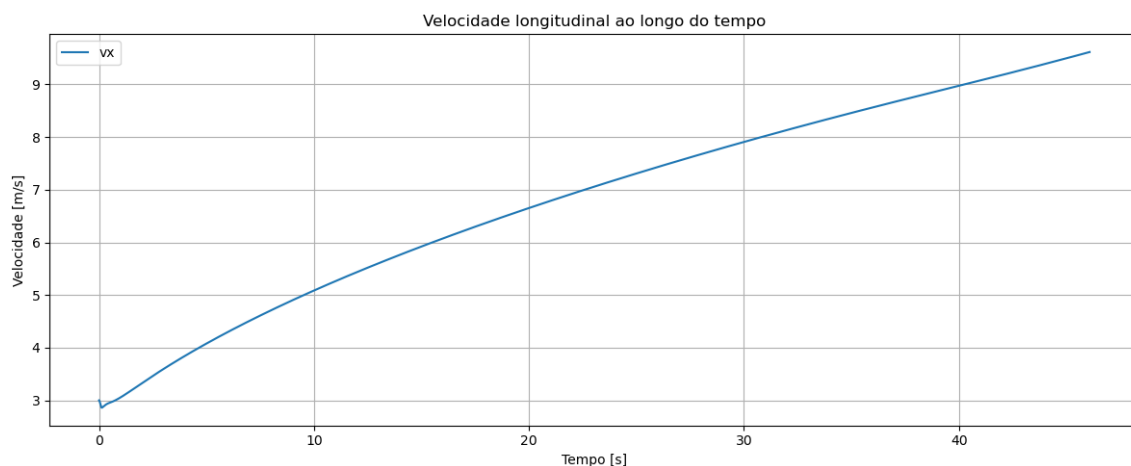


Gráfico 40 - Velocidade do veículo a combustão durante o ensaio

Mantendo a análise do gráfico da aceleração lateral como referência, a observação conjunta do Gráfico 39 e Gráfico 40 permite compreender a evolução deste parâmetro ao longo do ensaio. Tal como se verificou no veículo elétrico, o aumento contínuo da velocidade longitudinal conduziu a uma situação em que os pneus, em conjunto com as características dinâmicas do veículo, deixaram de ser capazes de gerar a força lateral necessária para manter o raio de trajetória inicialmente definido.

Como consequência, o veículo entrou progressivamente num regime de subviragem, levando ao aumento do raio de curvatura e ao consequente afastamento relativamente ao raio de referência estabelecido para o ensaio.

No instante imediatamente anterior ao término do teste, registou-se uma velocidade máxima de 9,614 m/s, correspondente a aproximadamente 34,6 km/h.

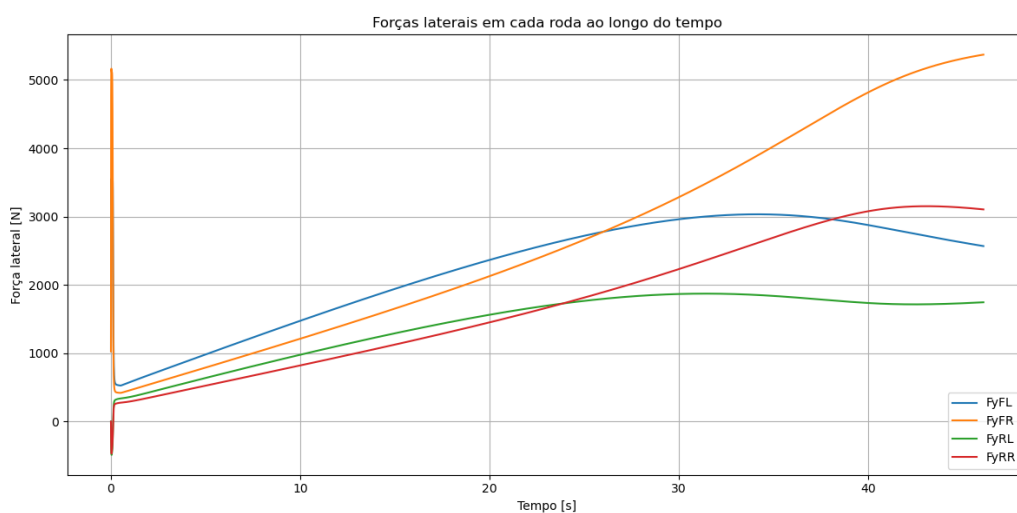


Gráfico 41 - Forças laterais em cada roda do veículo a combustão ao longo do ensaio

No Gráfico 41 encontra-se representada a evolução das forças laterais geradas em cada pneu ao longo do ensaio. Observa-se que, numa fase inicial, todas as forças apresentam um comportamento aproximadamente linear, acompanhando o aumento progressivo da

velocidade. Contudo, à medida que a velocidade aumenta, o sistema entra num regime não linear, no qual as forças passam a ser influenciadas por fenómenos dinâmicos adicionais.

Com o aumento da velocidade, a transferência lateral de carga torna-se progressivamente mais significativa, conforme evidenciado no Gráfico 42. Este fenómeno resulta num aumento da carga vertical aplicada às rodas exteriores (lado direito do veículo) e numa redução correspondente nas rodas interiores (lado esquerdo).

Como consequência direta, verifica-se um aumento das forças laterais geradas pelos pneus do lado direito, enquanto as forças laterais do lado esquerdo tendem a estabilizar ou a apresentar uma ligeira diminuição. Este comportamento está de acordo com a redistribuição de cargas associada à dinâmica lateral do veículo em curva.

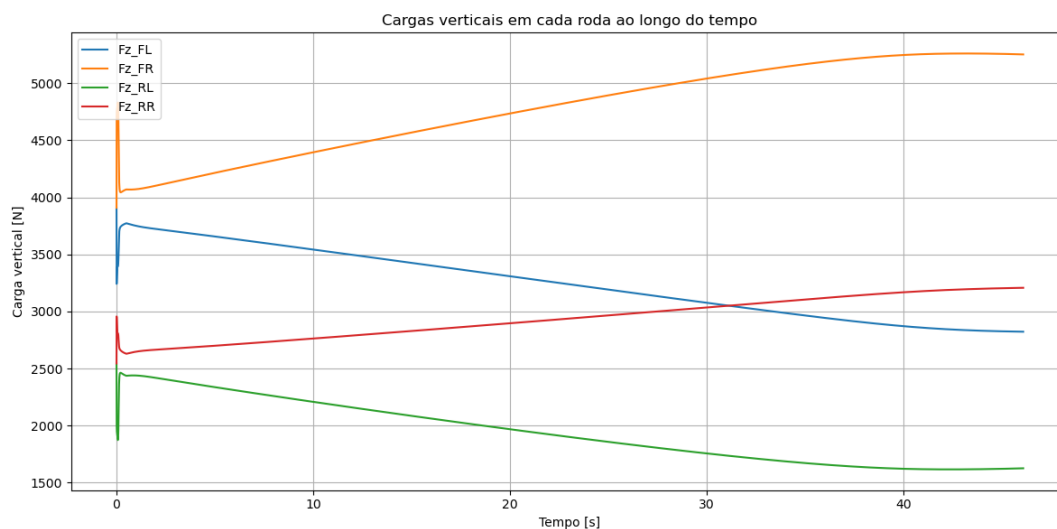


Gráfico 42 - Cargas verticais em cada roda do veículo a combustão ao longo do ensaio

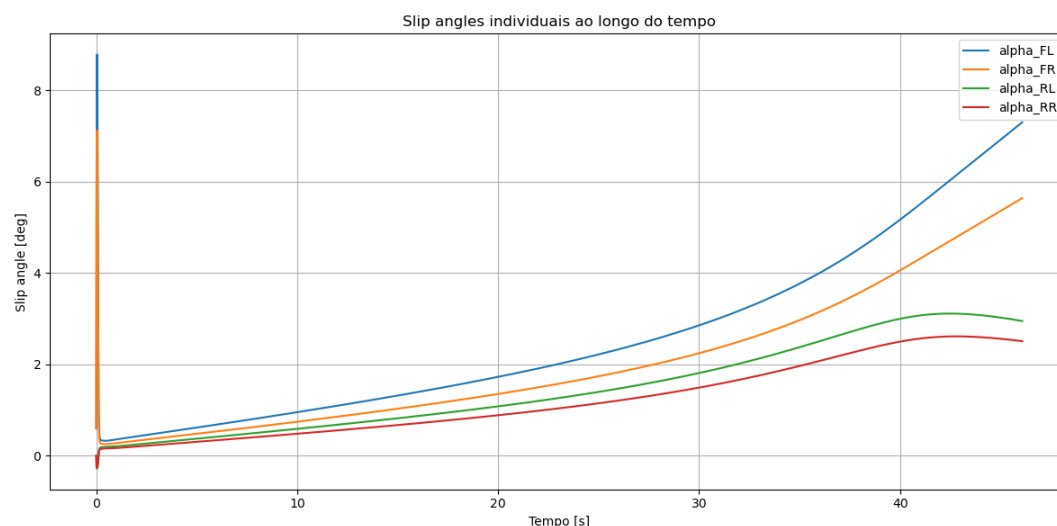


Gráfico 43 - Ângulos de escorregamento de cada roda do veículo a combustão ao longo do ensaio

O Gráfico 43 evidencia uma evolução progressiva dos ângulos de escorregamento ao longo do ensaio. Numa fase inicial, verifica-se um aumento gradual e aproximadamente consistente destes valores, acompanhando o incremento da velocidade e das forças laterais.

Na fase final do ensaio, observa-se um comportamento distinto entre o eixo dianteiro e o eixo traseiro. O ângulo de escorregamento dianteiro aumenta de forma mais acentuada, enquanto o ângulo de escorregamento traseiro tende a estabilizar e apresenta uma ligeira diminuição. Este comportamento é característico de uma condição de subviragem, na qual o veículo deixa de conseguir seguir o raio de trajetória imposto, apesar do aumento contínuo da velocidade.

Neste regime, o eixo dianteiro aproxima-se do limite de aderência, entrando numa zona de saturação do pneu, o que conduz ao aumento do escorregamento. Em contraste, o eixo traseiro mantém-se relativamente mais estável, resultando na redução relativa do seu ângulo de escorregamento.

A saturação dos pneus pode ser igualmente observada através da relação entre o ângulo de escorregamento e a força lateral na mesma roda, verificando-se uma perda de linearidade no comportamento. Este fenómeno é consistente com a aplicação do modelo da Fórmula Mágica, no qual a relação entre força lateral e escorregamento deixa de ser proporcional em regimes próximos do limite de aderência.

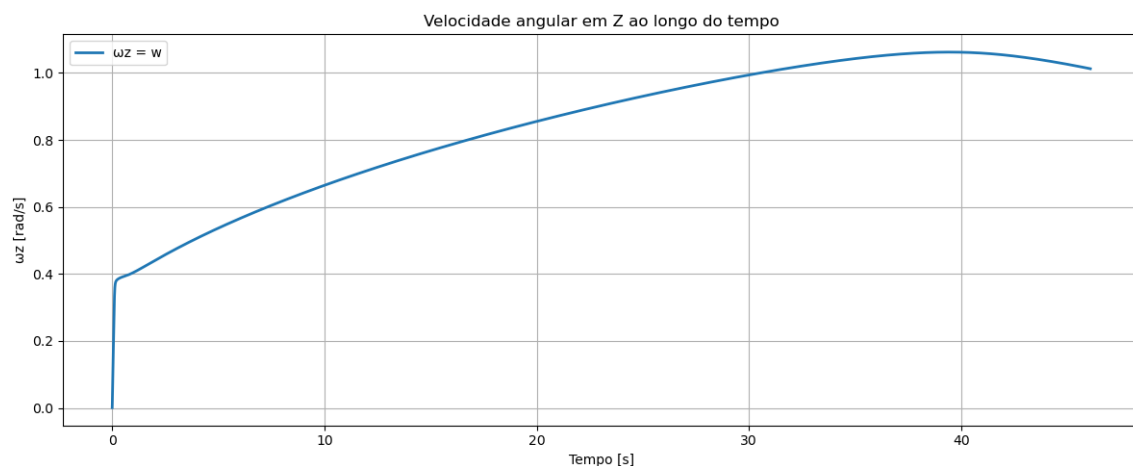


Gráfico 44 - Velocidade angular do veículo a combustão no eixo Z durante o ensaio

A análise do Gráfico 44 evidencia uma evolução progressiva e relativamente suave da velocidade angular em torno do eixo Z ao longo de todo o ensaio, culminando num pico próximo da fase final, seguido de uma ligeira diminuição até ao término do teste.

Verifica-se que o comportamento observado é consistente com o registado no veículo elétrico, sendo possível identificar o mesmo padrão dinâmico. Numa fase inicial e intermédia do ensaio, o aumento da velocidade longitudinal constitui o fator dominante, contribuindo para o crescimento gradual da velocidade angular.

Contudo, na fase final, observa-se uma inversão relativa deste equilíbrio dinâmico, na qual o aumento do raio de curvatura passa a exercer uma influência mais significativa sobre a resposta do sistema. Este efeito conduz à redução da velocidade angular, apesar da continuidade do aumento da velocidade longitudinal.

No ensaio em análise, o valor máximo de velocidade angular registado foi de 1,063 rad/s, equivalente a 60,93 %/s.

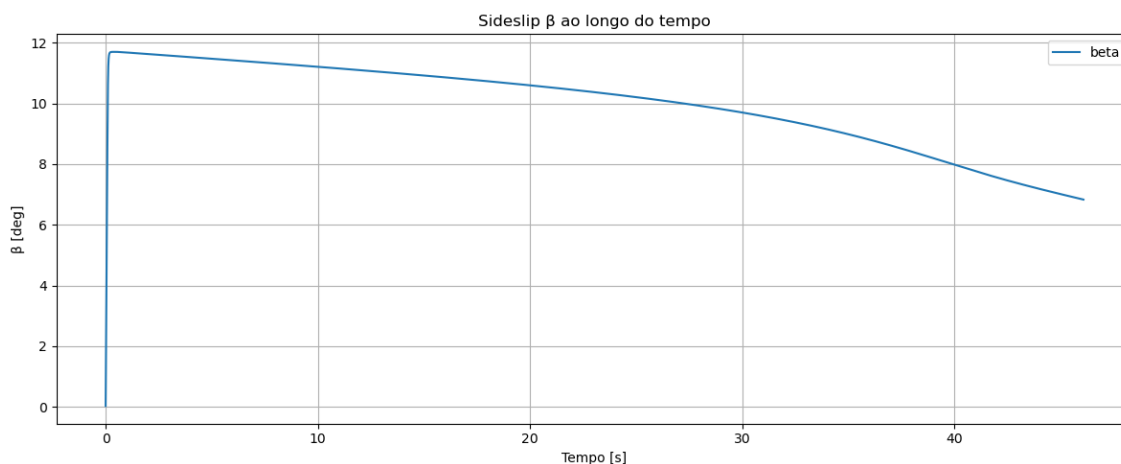


Gráfico 45 - Ângulo beta do veículo a combustão ao longo do ensaio

No Gráfico 45 encontra-se representada a evolução do ângulo β ao longo do ensaio. Tal como anteriormente referido na análise do Gráfico 35 para o veículo elétrico, o ângulo β corresponde ao desvio entre a direção do vetor velocidade do veículo e o seu eixo longitudinal.

De forma consistente com o comportamento observado no veículo elétrico, verifica-se uma diminuição progressiva do ângulo β ao longo do ensaio. Esta tendência é indicativa do aumento do fenómeno de subviragem, no qual o veículo apresenta uma menor capacidade de acompanhar a trajetória imposta.

Neste contexto, a redução do ângulo β traduz-se numa aproximação gradual do vetor velocidade ao eixo longitudinal do veículo, refletindo uma perda de capacidade de geração de força lateral suficiente para manter o raio de curva pretendido.

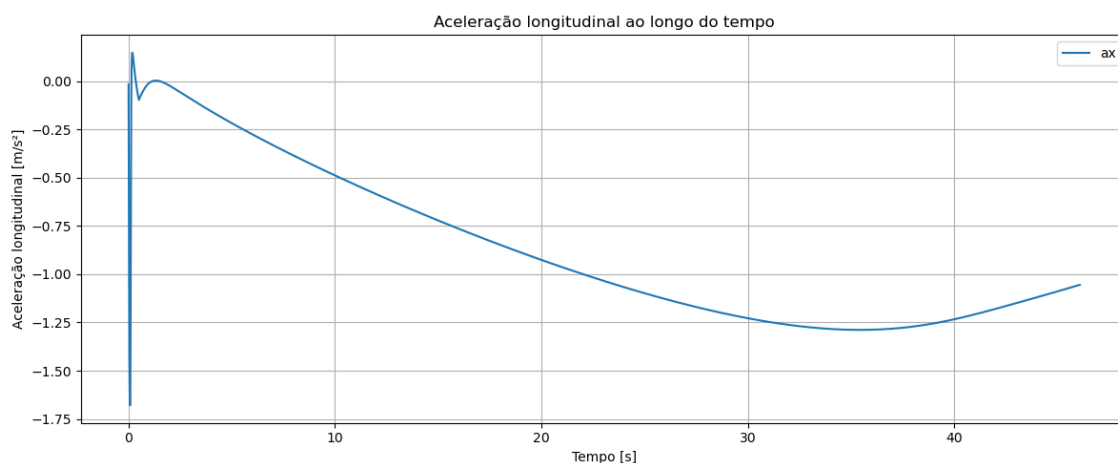


Gráfico 46 - Aceleração longitudinal do veículo a combustão ao longo do ensaio

No Gráfico 46 encontra-se representada a evolução da aceleração longitudinal do veículo com motorização a combustão ao longo do ensaio numérico. Verifica-se que, apesar de o

veículo apresentar um aumento da velocidade ao longo do tempo, o valor da aceleração longitudinal no referencial do veículo assume valores negativos.

Este comportamento é consistente com o facto de a aceleração longitudinal expressa no eixo do veículo não corresponder necessariamente à aceleração efetiva ao longo da trajetória. De facto, o aumento da velocidade resulta da componente da aceleração no referencial da trajetória, sendo esta a grandeza relevante para a evolução cinemática do movimento. A interpretação detalhada deste fenómeno encontra-se desenvolvida no capítulo anterior.

Em síntese, os resultados obtidos no ensaio numérico do veículo com motorização a combustão apresentam coerência interna, concordância entre variáveis e comportamento compatível com o esperado para o modelo desenvolvido.

7.1.3 Análise dos Resultados Numéricos

A análise dos resultados numéricos obtidos em ambos os ensaios demonstra que os valores calculados e os respetivos gráficos apresentam um comportamento coerente e fisicamente plausível, indo ao encontro do esperado para este tipo de simulação. Este facto reforça a consistência e robustez do modelo computacional desenvolvido.

Tendo em conta as propriedades específicas de cada veículo, observam-se diferenças no seu comportamento dinâmico. O veículo elétrico, caracterizado por uma massa superior e um centro de gravidade ligeiramente mais elevado, atingiu o critério de término do ensaio num instante marginalmente posterior ao veículo com motorização a combustão. Este comportamento traduz-se numa evolução mais gradual do alargamento da trajetória, ainda que a diferença observada seja reduzida.

Esta comparação pode ser confirmada através da análise do Gráfico 27 e Gráfico 37, onde se evidencia que, apesar de ambos os veículos apresentarem tendências semelhantes, o veículo elétrico manifesta uma transição ligeiramente mais lenta para o regime de perda de seguimento da trajetória imposta.

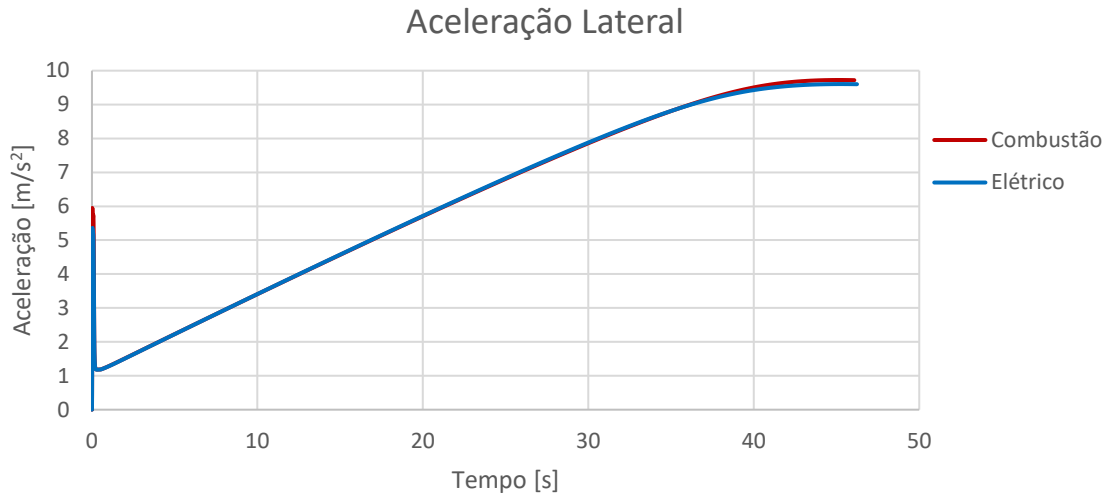


Gráfico 47 - Comparação das acelerações laterais de cada veículo

Adicionalmente, as acelerações laterais de ambos os veículos também diferiram ligeiramente, como se pode observar no Gráfico 47. Embora cresçam de forma muito semelhante devido às condições impostas durante o ensaio, no final da curva, onde os veículos estão perto do limite, é onde existe diferença ainda que pouco perceptível. Para se quantificar esta diferença, temos:

$$\Delta a_y [\%] = \frac{a_{yMAXcombustão} - a_{yMAXelétrico}}{a_{yMAXelétrico}} \quad (7.10)$$

$$\Delta a_y [\%] = \frac{9,718 - 9,599}{9,599} \cdot 100 = 1,24\% \quad (7.11)$$

Assim, o veículo com motorização a combustão registou uma aceleração lateral máxima aproximadamente 1,24% superior à do veículo elétrico, o que se encontra relacionado com a sua menor altura do centro de gravidade.

Apesar de a diferença observada na aceleração lateral ser relativamente reduzida, a principal distinção entre os dois veículos torna-se mais evidente na análise das forças laterais desenvolvidas em cada pneu, as quais evidenciam diferenças mais significativas no comportamento dinâmico global.

De forma a melhor visualizar e interpretar estas diferenças, foram construídos os gráficos apresentados de seguida.

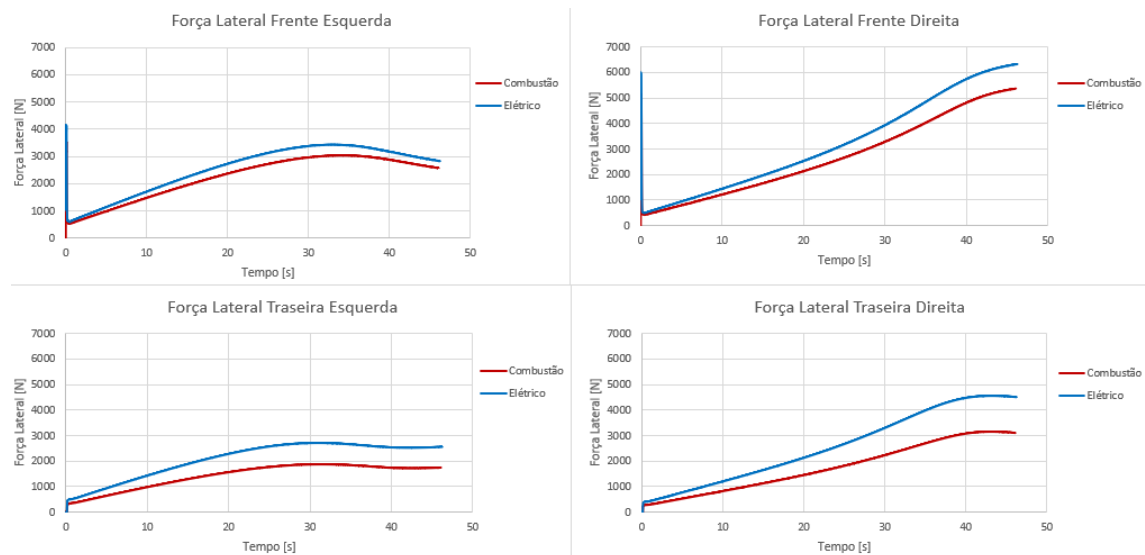


Gráfico 48 - Gráficos das forças laterais geradas nos pneus de cada veículo

A análise do Gráfico 48 evidencia que a maior discrepância entre os dois veículos ocorre no lado direito, correspondente ao lado exterior da curva, sendo este efeito diretamente associado à transferência lateral de carga durante a trajetória.

Verifica-se que, embora o veículo elétrico atinja o limite operacional do ensaio mais precocemente, este gera forças laterais superiores em todas as rodas quando comparado com o veículo com motorização a combustão. Este comportamento pode ser explicado pela sua maior massa, que resulta em cargas verticais mais elevadas sobre os pneus, permitindo a geração de forças laterais superiores, de acordo com a dependência do modelo implementado, no qual a força lateral máxima escala com a carga vertical aplicada.

No entanto, apesar do aumento das forças laterais geradas, estas não são suficientes para compensar integralmente a diferença de massa entre os dois veículos, o que condiciona o comportamento global observado no ensaio.

Em Y, temos:

$$\sum F_y = m \cdot a_y \quad (7.12)$$

Com:

$$\sum F_y = F_{y_{FL}} + F_{y_{FR}} + F_{y_{RL}} + F_{y_{RR}} \quad (7.13)$$

Sendo assim ficamos com:

$$a_y = \frac{F_{y_{FL}} + F_{y_{FR}} + F_{y_{RL}} + F_{y_{RR}}}{m} \quad (7.14)$$

Analisando a equação, e tendo em mente que a massa do veículo elétrico é cerca de 28,5 % superior à do veículo a combustão, para o veículo elétrico conseguir uma aceleração lateral equivalente teria de gerar forças laterais 28,5% superiores às do veículo a combustível. Para verificar se isto acontece, construiu-se o seguinte gráfico:

Diferença percentual de Forças Laterais entre veículos

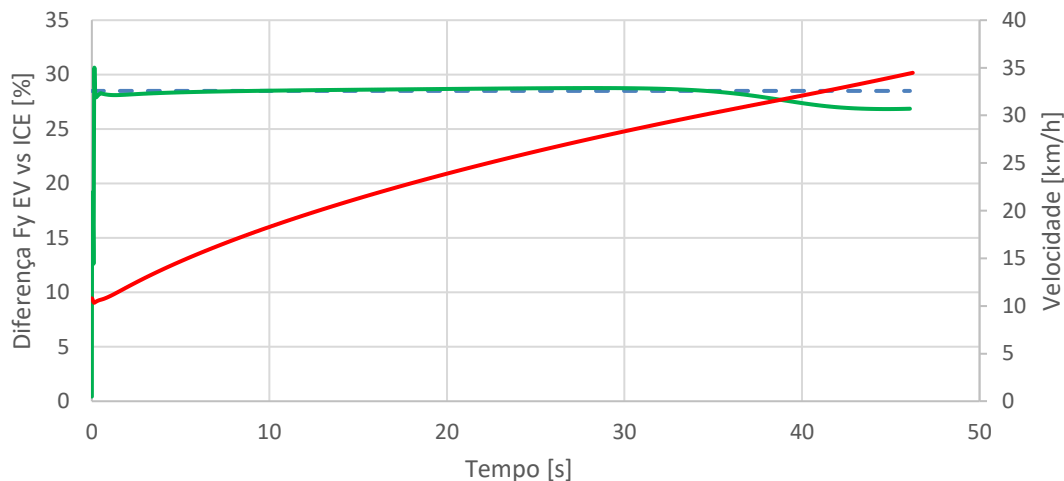


Gráfico 49 - Diferença percentual da força lateral total gerada pelos veículos

Como se pode observar pelo Gráfico 49, durante o início do ensaio, o veículo elétrico gerava forças laterais nos pneus perto da barreira dos 28,5 % e até ligeiramente superiores, porém, à medida que a velocidade longitudinal aumentou, após os 36 segundos deixou de o conseguir fazer e baixou desse nível. Consequentemente, a aceleração lateral não se conseguiu manter equivalente à do veículo a combustão, como indica o Gráfico 47 após os 35 segundos, o que justifica o resultado da aceleração lateral do veículo elétrico ter sido 1,24% inferior (Equação 8.11).

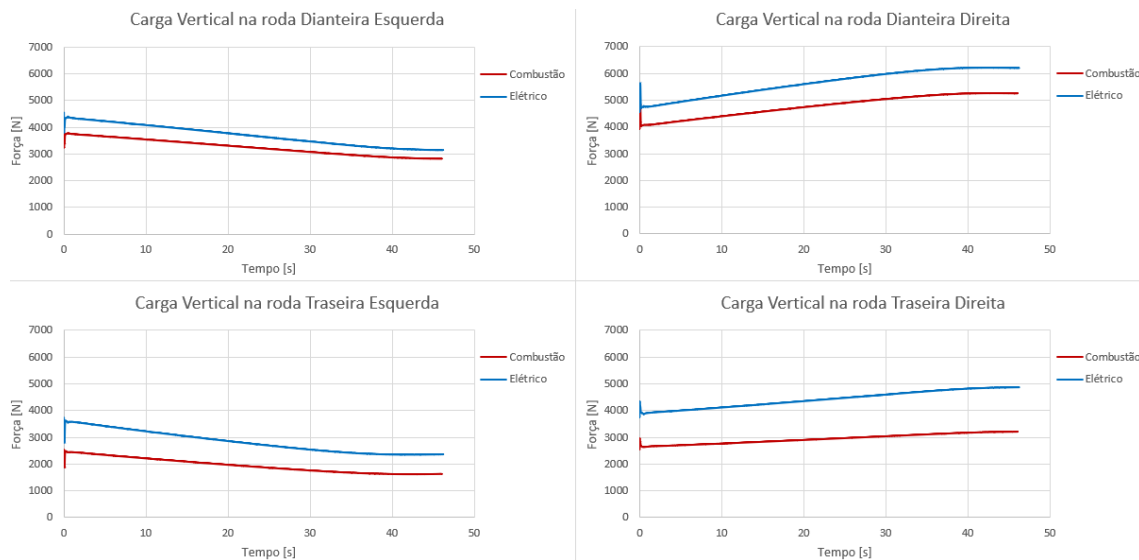


Gráfico 50 - Cargas verticais por roda em cada veículo

O Gráfico 50 confirma o comportamento previamente observado na análise das cargas verticais em ambos os veículos, evidenciando a transferência lateral de carga do lado esquerdo para o lado direito durante o ensaio.

À medida que a velocidade longitudinal aumenta, observa-se um crescimento mais acentuado das cargas verticais nas rodas do lado direito, correspondentes ao lado exterior da

curva, enquanto as rodas do lado esquerdo apresentam uma redução progressiva das mesmas. Este comportamento é consistente com o efeito de transferência de massa associado à dinâmica lateral do veículo.

Adicionalmente, verifica-se que o veículo elétrico apresenta, desde o início do ensaio, cargas verticais superiores em todas as rodas, consequência direta da sua maior massa total quando comparado com o veículo com motorização a combustão.

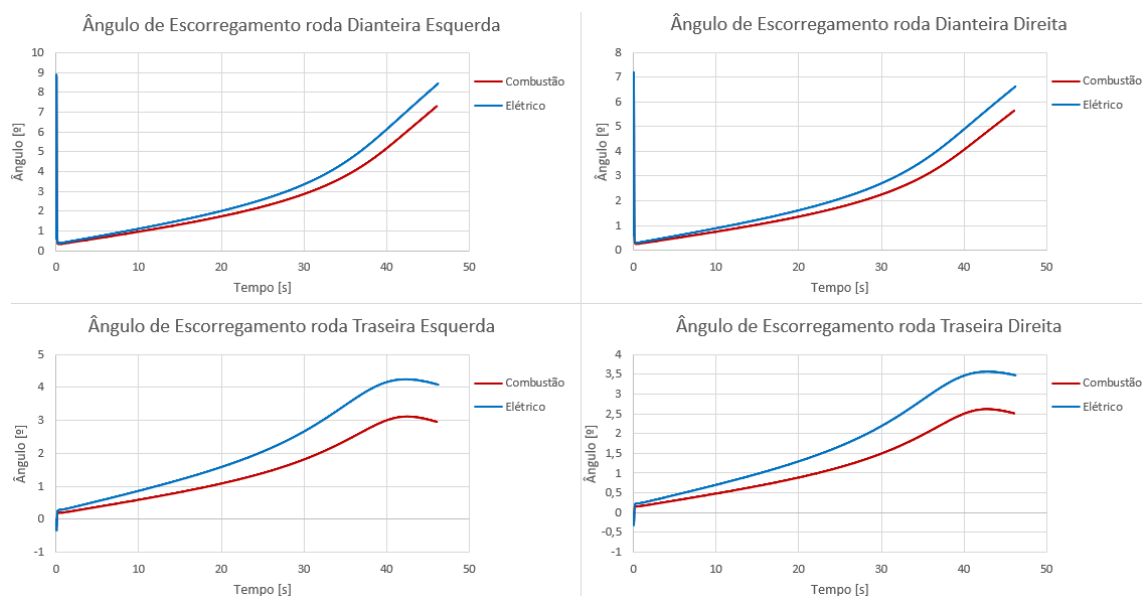


Gráfico 51 - Ângulos de escorregamento por roda para cada veículo

Analisando o Gráfico 51, verifica-se que, ao longo de todo o ensaio, o veículo elétrico apresenta valores de escorregamento superiores, o que é consistente com a análise previamente realizada às forças laterais, apesar de, neste modelo, a relação entre força lateral e escorregamento não ser estritamente linear devido à utilização da Fórmula Mágica.

Uma análise mais detalhada do gráfico permite observar que o escorregamento no eixo dianteiro cresce de forma progressiva e acentuada, evidenciando a tentativa do pneu de gerar forças laterais cada vez mais elevadas. Um comportamento semelhante verifica-se inicialmente no eixo traseiro, até ser atingido um valor de pico. Este ponto corresponde ao início da intensificação do fenómeno de subviragem.

Após este pico, o eixo traseiro atinge o seu limite de capacidade de geração de força lateral, enquanto o eixo dianteiro continua a aumentar o escorregamento. Dado que o eixo traseiro deixa de acompanhar este crescimento, o comportamento de subviragem torna-se dominante no veículo. Nesta fase, o escorregamento dianteiro continua a aumentar, enquanto o escorregamento traseiro estabiliza ou diminui ligeiramente, em resultado do alargamento da trajetória.

Este padrão de comportamento verifica-se em ambos os veículos, embora com amplitudes diferentes, sendo possível observar uma forte semelhança na forma global das curvas, o que indica consistência dinâmica entre os dois sistemas analisados.

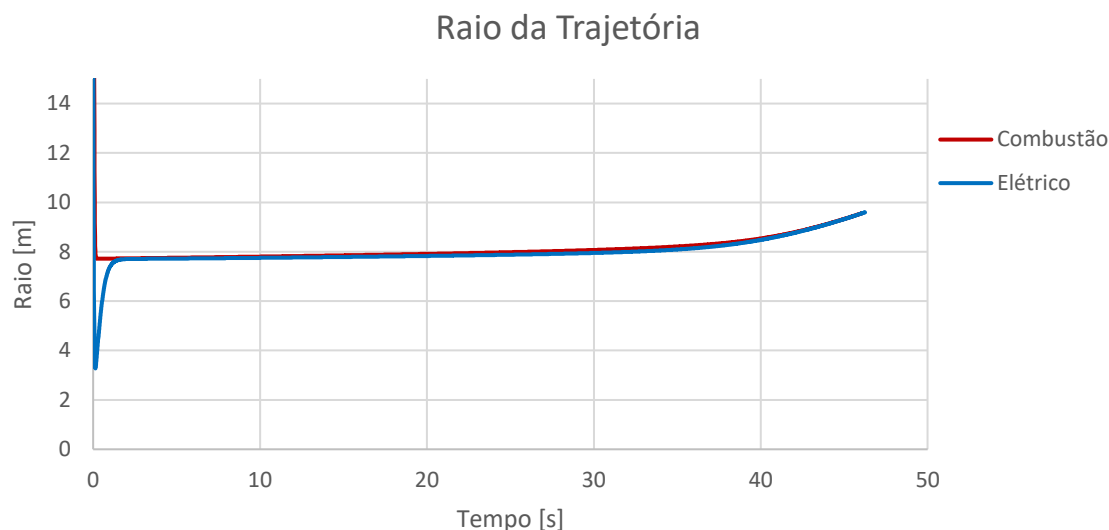


Gráfico 52 - Raio de trajetória de ambos os veículos

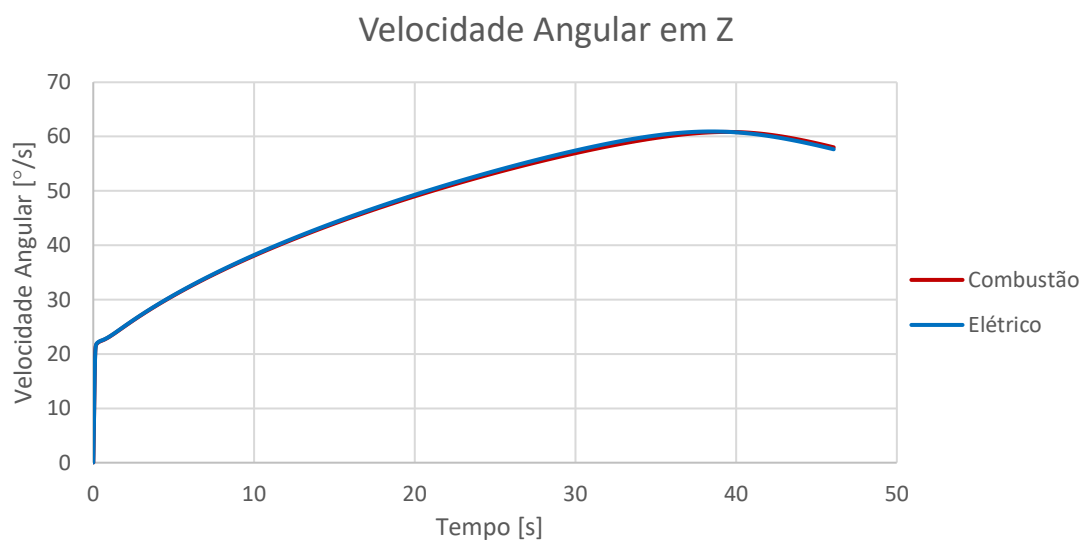


Gráfico 53 - Evolução da velocidade angular em Z dos dois veículos

No Gráfico 53 está exposta a comparação do crescimento da velocidade angular em Z de ambos os veículos. Como se pode observar, as duas curvas estão praticamente sobrepostas e os valores máximos diferem entre si apenas por uma milésima de rad/s. Para perceber melhor a razão, esta é a fórmula de cálculo da velocidade angular em Z:

$$w = \frac{v}{r} \quad (7.15)$$

Onde:

$w \rightarrow$ velocidade angular em Z

$v \rightarrow$ velocidade longitudinal do veículo

$r \rightarrow$ raio instantâneo da trajetória

Como a velocidade evoluiu de forma semelhante em ambos os veículos, este parâmetro não apresenta variações significativas entre os dois casos. O raio instantâneo, conforme evidenciado no Gráfico 52, manteve-se igualmente próximo entre os dois veículos, o que implica que, pela relação apresentada anteriormente, a velocidade angular também apresenta um comportamento semelhante em ambos os ensaios.

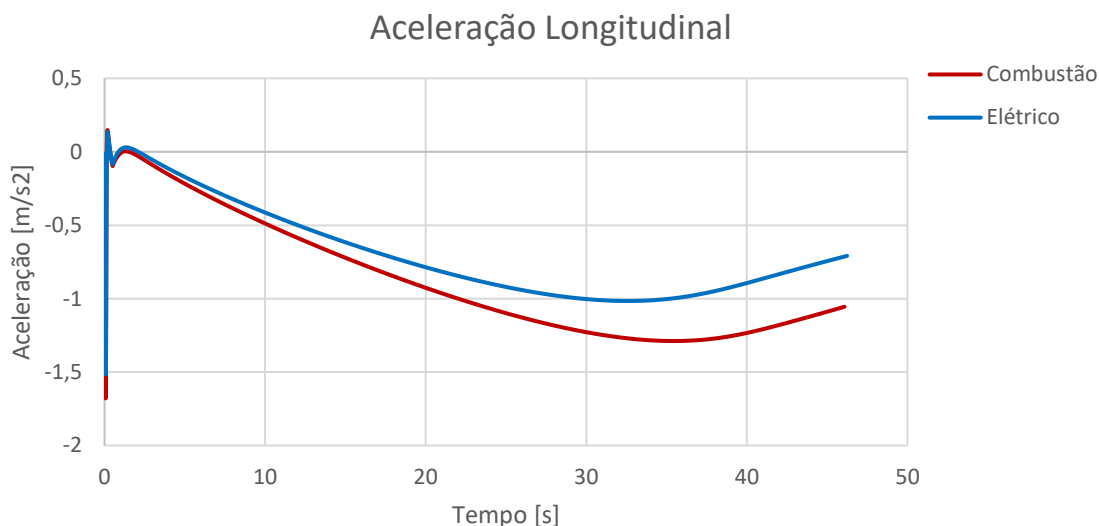


Gráfico 54 - Aceleração longitudinal de ambos os veículos durante o ensaio numérico

No Gráfico 54 apresenta-se a comparação entre as acelerações longitudinais obtidas nos ensaios numéricos de ambos os veículos. No modelo implementado, a aceleração longitudinal no referencial do veículo é determinada pelo quociente entre a resultante das forças longitudinais e a massa do veículo. Esta resultante é, por sua vez, influenciada pelas componentes longitudinais associadas às forças laterais geradas pelas rodas dianteiras.

Desta forma, mesmo sob condições de trajetória semelhantes, os dois veículos apresentam valores distintos de aceleração longitudinal, resultantes do diferente equilíbrio entre tração aplicada, forças laterais, transferência de carga e massa. Dado que o veículo elétrico apresenta uma massa superior, para uma mesma resultante de forças longitudinais, a sua aceleração longitudinal será necessariamente inferior.

Neste caso, a menor aceleração longitudinal observada no veículo elétrico resulta da combinação entre o aumento da massa e a redistribuição das forças laterais ao longo do ensaio.

Em conclusão, verifica-se que, para um mesmo ângulo de direção, o veículo elétrico necessita de maiores ângulos de escorregamento para gerar a força lateral requerida, evidenciando uma menor eficiência lateral dos pneus sob as condições de carga associadas à sua maior massa e maior altura do centro de gravidade. Tal como observado no Gráfico 49, a aceleração lateral inferior do veículo elétrico face ao veículo a combustão resulta da sua incapacidade de gerar forças laterais suficientes para manter uma aceleração equivalente, conduzindo ao alargamento precoce da trajetória.

7.1.4 Análise Monte Carlo do Ensaio

Para compreender como os parâmetros do veículo afetaram os resultados deste ensaio em específico foi feita uma análise de Monte Carlo, à semelhança do que foi feito no Capítulo 0. Porém, desta vez feita com o percurso de testes definido e realizado nos ensaios experimental e numérico. Nesta análise, o foco do Monte Carlo foi a aceleração lateral do veículo, para descobrir quais as propriedades com maior impacto na capacidade lateral do veículo. Foi aplicada uma amplitude de $\pm 5\%$ a cada propriedade.

Com a variação das propriedades definida, fez-se o ensaio com 100 iterações. Os resultados foram os seguintes:

Tabela 10 - Resultados da análise de Monte Carlo

Veículo Elétrico		Veículo a Combustão	
Propriedade	Influência	Propriedade	Influência
Coefficiente atrito pneu/superfície	+0,959	Coefficiente atrito pneu/superfície	+0,962
Parâmetro C da fórmula de Pacejka	-0,198	Parâmetro C da fórmula de Pacejka	-0,189
Altura do C.G.	-0,095	Distância entre Eixos	-0,085
Distância entre Eixos	-0,072	Altura do C.G.	-0,076
Distância entre vias do eixo dianteiro	+0,070	Distância entre vias do eixo dianteiro	+0,062
Massa	+0,042	Rigidez lateral dos pneus dianteiros	+0,034
Rigidez lateral dos pneus dianteiros	-0,042	Massa	-0,031
Posição Longitudinal do CG	+0,013	Posição Longitudinal do CG	+0,017
Momento Inércia em ZZ	-0,004	Rigidez lateral dos pneus traseiros	-0,007
Parâmetro E da fórmula de Pacejka	+0,003	Momento Inércia em ZZ	+0,004
Rigidez lateral dos pneus traseiros	+0,003	Parâmetro E da fórmula de Pacejka	+0,002
Distância entre vias do eixo traseiro	+0,002	Distância entre vias do eixo traseiro	+0,0001

A Tabela 10 inclui os parâmetros listados por ordem de maior influência para menor de cada veículo. Como se pode verificar pela análise da tabela, o coeficiente de atrito entre a superfície e o pneu é destacadamente o maior responsável pelo resultado da aceleração lateral, seguido pelo fator C da Fórmula Mágica. No entanto, estes parâmetros, em conjunto com outros como a distância entre eixos, a rigidez lateral dos pneus dianteiros e traseiros e o parâmetro E de Pacejka, mantiveram-se inalterados entre os veículos, pelo que o interesse nesta na análise está em atentar sobre as propriedades que foram efetivamente alteradas.

Tabela 11 - Propriedades variáveis influentes na aceleração lateral

x	Influência	
	Elétrico	Combustão
Propriedade		
Altura do C.G.	-0,095	-0,076
Massa	-0,042	-0,031
Posição Longitudinal do CG	+0,013	+0,017

Na Tabela 11 encontram-se as propriedades que não são constantes entre os veículos ensaiados e a respetiva influência na aceleração lateral registada.

Analisando a tabela, o principal contribuinte para a diferença observada na capacidade lateral dos veículos foi a altura do CG. Quanto mais alto for o CG, maior a transferência de carga do lado interior para o exterior, afetando o equilíbrio do veículo e diminuindo a aceleração lateral. De seguida, encontra-se a massa com um impacto menor que a altura do CG, porém importante devido a ser o fator responsável pelas cargas verticais que diretamente limitam as forças laterais. Neste ensaio, aumentar a massa resultaria numa aceleração lateral inferior. Por fim, temos a posição longitudinal do CG, que derivado ao sinal obtido da análise Monte Carlo indica que, de acordo com os dados do veículo inseridos, aumentar o seu valor, que traduzido fisicamente significa deslocar o CG para trás, aumenta ligeiramente o valor da aceleração lateral.

Conclui-se então, pelos resultados do ensaio, que no modelo computacional desenvolvido, uma maior altura de CG e maior massa resulta em aceleração lateral menor e chegar o CG do veículo mais para trás resultará numa aceleração lateral maior. Assim, justificam-se os resultados obtidos nos ensaios numéricos, onde o veículo elétrico obteve aceleração lateral ligeiramente inferior devido ao seu CG mais alto e massa superior. Apesar do veículo a combustão ter o CG mais próximo do eixo dianteiro, devido a ser mais leve e ter um CG mais baixo e estes fatores serem mais relevantes fisicamente no modelo, conseguiu registar uma aceleração lateral maior.

7.2 Testes Experimentais

Com todas as medições adicionais mencionadas no Capítulo 6 efetuadas, procedeu-se à realização dos ensaios experimentais utilizando um Peugeot e-2008 (veículo elétrico) e um Peugeot 2008 *Style* (veículo a gasolina), sendo que os dois veículos são do modelo mais recentemente lançado (2025), o que garante a máxima equivalência possível entre os dois tipos de veículo. Ambas as viaturas foram cedidas pelo concessionário LPM – Grupo NOV Automóveis.

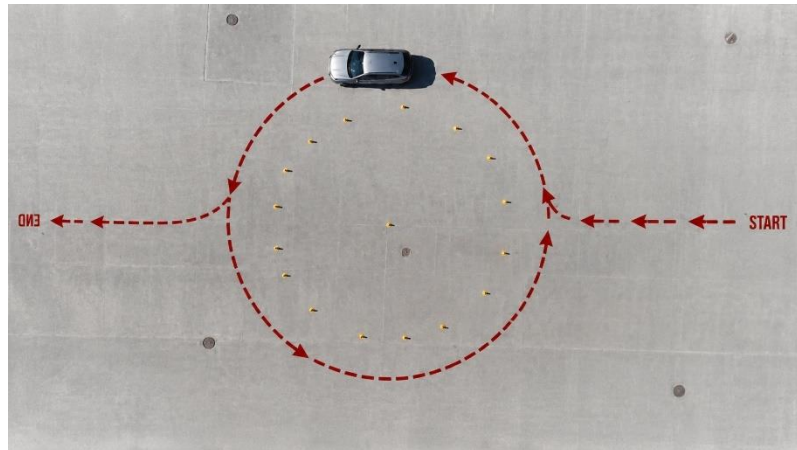


Figura 7-1 - Tipologia da trajetória a ser descrita no ensaio experimental

Antes do início dos ensaios, procedeu-se à avaliação do terreno disponível, de modo a definir a estratégia mais adequada para explorar as suas características. Conforme descrito no Capítulo 6, foi previamente estabelecido o percurso de teste, tendo sido este posteriormente adaptado às condições reais do espaço.

Com a trajetória definida, foi implementada uma referência geométrica sob a forma de uma circunferência com 6 metros de raio, utilizada como guia durante a execução do ensaio. No entanto, devido à margem de condução e à largura do veículo, o raio efetivamente descrito pelo CG correspondeu aproximadamente a 7,5 metros.

O procedimento experimental, ilustrado na Figura 7-1, consistiu num arranque em linha reta a baixa velocidade até à entrada da zona de teste, designada como “rotunda”. A partir desse ponto, iniciava-se a manobra circular, durante a qual o veículo percorria a trajetória até atingir o limite de aderência lateral. Após a identificação desse limite, era efetuada a saída da rotunda pelo lado oposto ao da entrada, sendo nesse momento acionado o sistema de aquisição para registo dos dados, concluindo-se assim o ensaio.

7.2.1 Teste Experimental do Veículo Elétrico

Para dar início aos ensaios experimentais, o veículo elétrico foi equipado com o sistema de aquisição de dados, dando-se assim início ao primeiro teste.

Devido às modificações introduzidas no sistema de aquisição, conforme descrito na Secção 5.4, foi possível registar acelerações nos três eixos (X, Y e Z), velocidades angulares nos

três eixos (X, Y e Z) e a posição angular do volante. Contudo, devido a limitações na programação do sistema, o módulo GPS não funcionou durante este ensaio. Adicionalmente, a ausência de standardização de PIDs CAN em veículos elétricos impediu a leitura da velocidade do veículo, uma vez que os identificadores CAN das variáveis não são uniformes entre fabricantes, impossibilitando a sua aquisição através do sistema implementado.

Após a recolha dos dados, procedeu-se ao seu processamento. Este incluiu a remoção do offset dos sensores e a aplicação de um filtro passa-baixo ao sinal. A remoção do offset consistiu numa etapa de calibração dos dados adquiridos, uma vez que o acelerómetro não apresentava uma leitura nula em condições de imobilidade do veículo, registando valores residuais da ordem das centésimas de m/s^2 . Para corrigir este desvio, foi calculada a média do sinal durante o período em que o veículo se encontrava parado, sendo esse valor posteriormente subtraído a toda a amostra, resultando num sinal calibrado.

A filtragem dos dados foi realizada através de um algoritmo em Python, recorrendo a um filtro passa-baixo com frequência de corte de 0,5 Hz. Este processo permite atenuar variações de alta frequência associadas a ruído e vibrações, preservando as variações mais lentas associadas ao comportamento dinâmico do veículo, resultando assim em sinais mais estáveis e adequados à análise.

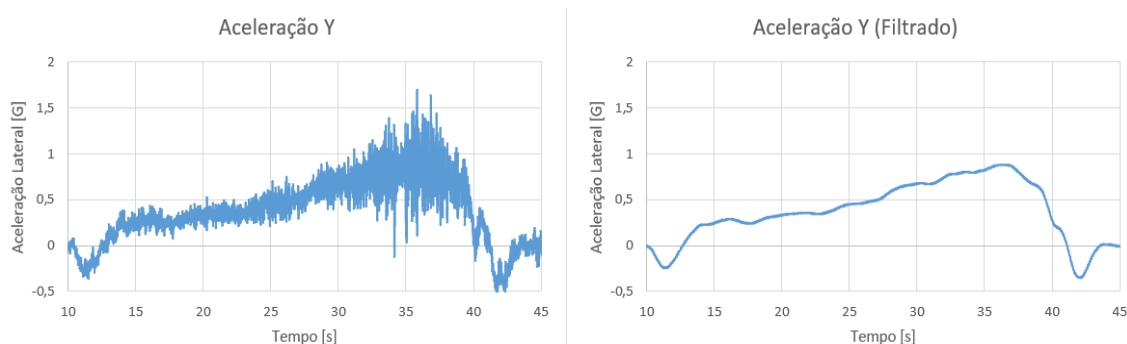


Gráfico 55 - Efeito do filtro passa-baixo

Como se pode observar no Gráfico 55, a aplicação do filtro resultou num sinal mais estável e de leitura mais intuitiva, com a eliminação de picos positivos e negativos que não representam o comportamento físico real do sistema.

Assim, o procedimento de remoção do offset e a filtragem passa-baixo foram aplicados a todos os dados registados, de forma a uniformizar o tratamento do sinal e a facilitar a sua interpretação e análise subsequente.

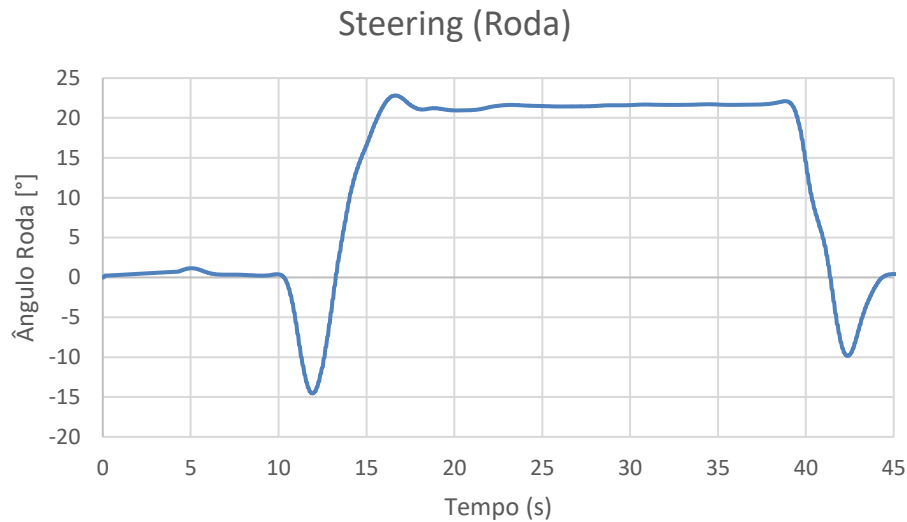


Gráfico 56 - Ângulo de direção do veículo elétrico ao longo do ensaio

No Gráfico 56 está representado o ângulo de direção do veículo ao longo do ensaio, refletindo com grande precisão o percurso efetuado. Inicialmente, o veículo aproxima-se da rotunda em linha reta, como se pode verificar pelo período do gráfico entre os 0 segundos e os 10 segundos. De seguida inicia a rotunda e, para percorrer a rotunda no sentido anti-horário, vira para a direita, o que justifica o pico negativo de ângulo detetado entre os 10 e os 12,5 segundos. Para descrever a rotunda, o veículo transita de virar à direita para virar à esquerda, evidenciado pela subida repentina entre os 12,5 segundos até aos cerca de 15 segundos onde estabiliza num ângulo constante durante o tempo em que percorre a rotunda. É neste período que o veículo acelerou até atingir a capacidade lateral máxima. Por fim, o veículo sai da rotunda virando à direita, como na entrada, justificando o novo pico negativo no fim do gráfico.

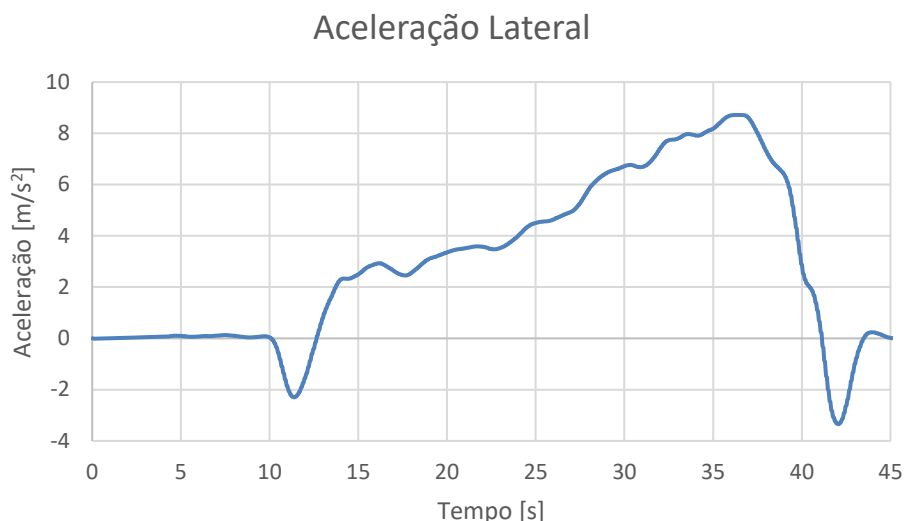


Gráfico 57 - Aceleração lateral do veículo elétrico ao longo do ensaio

O Gráfico 57 representa a evolução da aceleração lateral do veículo elétrico ao longo do ensaio. Observam-se novamente picos negativos associados à entrada e saída da rotunda, ocorridos aproximadamente aos 10 e 42 segundos, respetivamente.

Durante a fase em que o veículo descreve a trajetória circular (entre os 12 e os 40 segundos), verifica-se um aumento progressivo da aceleração lateral, acompanhando o incremento da velocidade longitudinal. Este comportamento culmina num valor máximo de $8,717 \text{ m/s}^2$ (aproximadamente $0,89 \text{ G}$). O pico de aceleração lateral ocorre imediatamente antes do aumento significativo do raio de curvatura, correspondendo ao momento de transição para uma condição de subviragem.

A análise deste gráfico revela ainda uma forte semelhança com a evolução do ângulo de direção, sendo que os picos negativos coincidem temporalmente. Durante a fase intermédia do ensaio, em que o ângulo de direção se mantém aproximadamente constante, observa-se um aumento contínuo da aceleração lateral, resultante do crescimento da velocidade do veículo.

Esta concordância entre variáveis evidencia consistência física entre os sinais obtidos, reforçando a coerência entre os dados adquiridos através da porta OBD-II do veículo e os dados recolhidos pelo sistema de aquisição implementado.

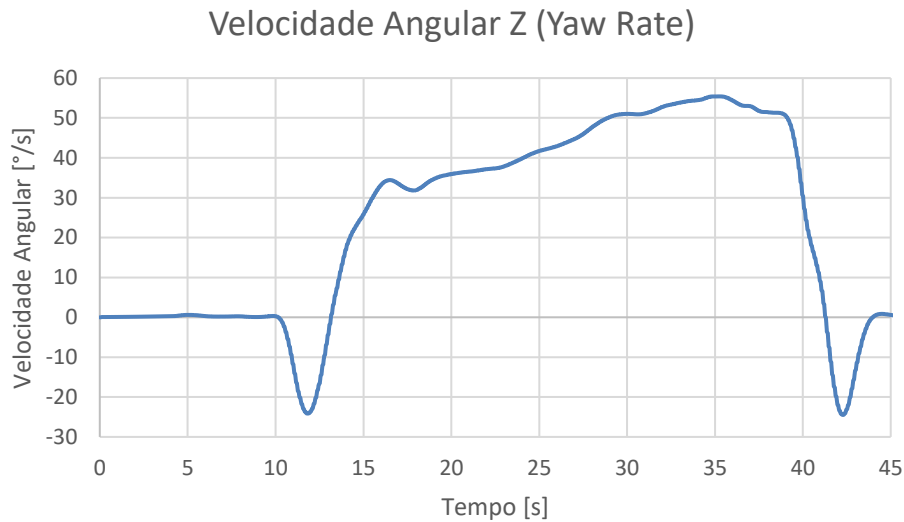


Gráfico 58 - Velocidade angular em Z do veículo elétrico ao longo do ensaio

No Gráfico 58 podemos observar a evolução da velocidade angular em Z ao longo do ensaio. Atentando nos resultados, verifica-se que existe correlação entre todos os gráficos. Esta velocidade angular também é conhecida como *Yaw Rate*, ou seja, a taxa de mudança do ângulo *Yaw* do veículo.

$$a_y = \dot{v}_y + v_x \cdot w \quad (7.16)$$

Neste ensaio, a aceleração lateral é dominada pelo termo cinemático $v_x \cdot w$, associado à rotação do vetor velocidade, justificando o formato dos gráficos da aceleração lateral e da velocidade angular em Z sejam muito semelhantes, visto que a velocidade longitudinal é a principal relação entre ambas agindo apenas como um multiplicador crescente, o que se verifica olhando para os gráficos.

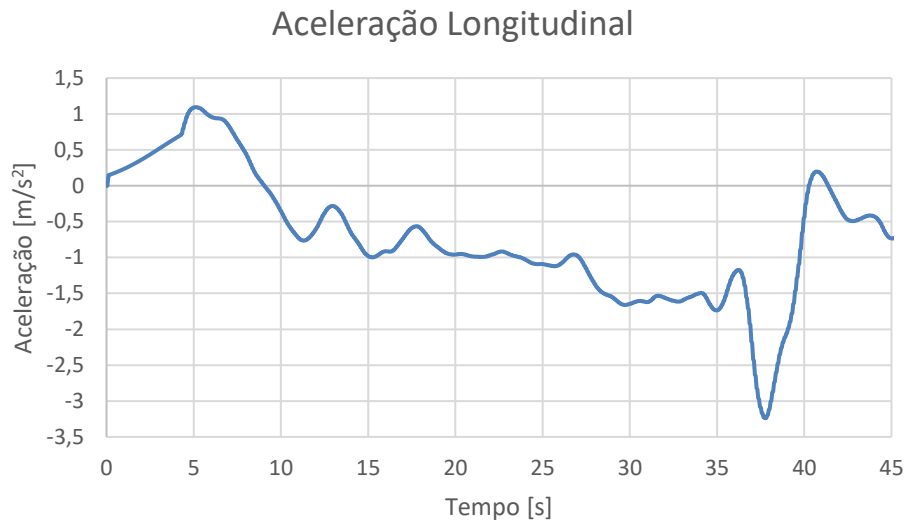


Gráfico 59 - Aceleração em X do veículo elétrico ao longo do ensaio

No Gráfico 59 encontra-se representada a evolução da aceleração no eixo X ao longo do ensaio. Numa fase inicial, observa-se um valor positivo associado ao arranque em linha reta até à entrada na rotunda.

Após a entrada na manobra circular, o sinal passa a assumir valores negativos. Este comportamento resulta da projeção das forças laterais geradas pelas rodas direcionais no plano longitudinal do veículo, conforme detalhado no Capítulo 8.1. Assim, apesar de o veículo continuar em aceleração global, a componente medida no eixo X reflete a contribuição geométrica dessas forças no referencial do veículo.

O pico negativo observado na fase final do ensaio corresponde a uma redução abrupta da capacidade de manutenção da trajetória curva, associada ao início do regime de instabilidade do veículo.

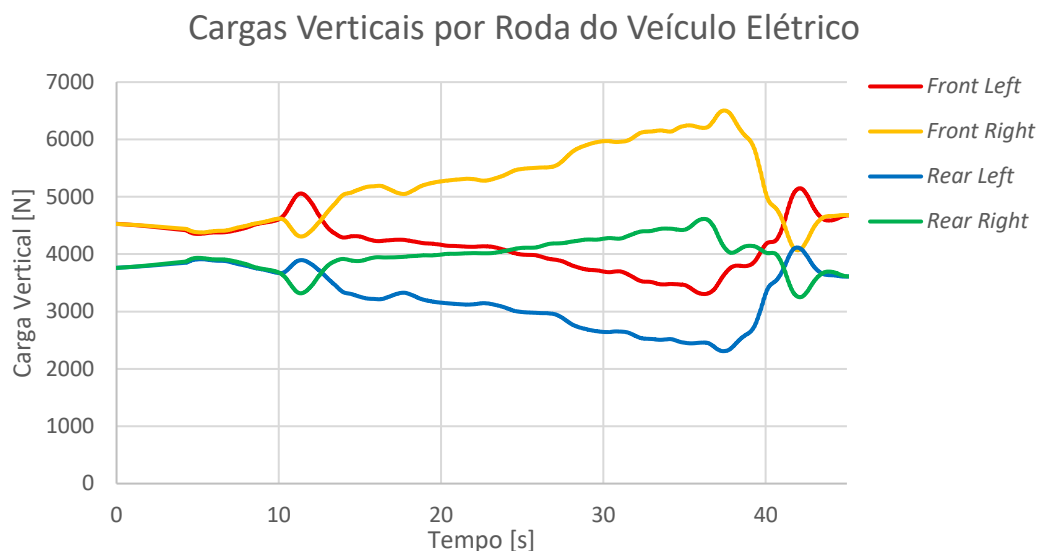


Gráfico 60 - Cargas verticais em cada roda do veículo elétrico ao longo do ensaio

No Gráfico 60 encontra-se representada a evolução das cargas verticais ao longo do ensaio experimental. Estes valores foram obtidos a partir das medições de aceleração lateral e longitudinal fornecidas pelo sistema de aquisição de dados, em conjunto com os parâmetros geométricos e inerciais do veículo, nomeadamente a massa, a largura dos eixos, a altura do centro de gravidade e a respetiva distância a cada eixo.

A análise do gráfico evidencia a ocorrência de transferência de carga para o lado direito do veículo, refletida no aumento progressivo das curvas correspondentes às rodas “*Front Right*” e “*Rear Right*”, enquanto as curvas “*Front Left*” e “*Rear Left*” apresentam uma tendência decrescente ao longo do ensaio. Este comportamento mantém-se de forma consistente até ao término do teste, ocorrido aos 37,5 segundos.

Observam-se ainda variações transitórias no início e no final do ensaio, associadas respetivamente à entrada e saída da rotunda. Durante estas fases, e devido ao facto de a manobra corresponder a uma curva à direita, verifica-se um aumento momentâneo das cargas verticais nas rodas do lado esquerdo, acompanhado por uma redução equivalente nas rodas do lado direito, em concordância com a dinâmica de transferência de massa do veículo.

7.2.2 Teste Experimental do Veículo a Combustão

Com a conclusão do ensaio do veículo elétrico, procedeu-se à instalação do sistema de aquisição de dados no veículo com motorização a combustão, dando início ao respetivo ensaio experimental.

Nesta configuração, foi possível obter a velocidade transmitida pela ECU através da linha CAN, uma vez que o veículo segue a normalização dos PIDs. Adicionalmente, o sistema GPS apresentou funcionamento intermitente ao longo do ensaio, permitindo ainda assim a recolha de dados de posição geográfica, embora com uma frequência de amostragem reduzida.

Deste modo, durante este ensaio foram adquiridas as acelerações nos três eixos (X, Y e Z), as velocidades angulares nos três eixos, o ângulo de direção do volante, a velocidade obtida via OBD e as posições GPS.

Tal como no ensaio anterior, os dados recolhidos foram posteriormente processados, recorrendo à remoção do offset dos sensores e à aplicação de um filtro passa-baixo. A descrição detalhada deste procedimento encontra-se apresentada no início do Capítulo 9.1.

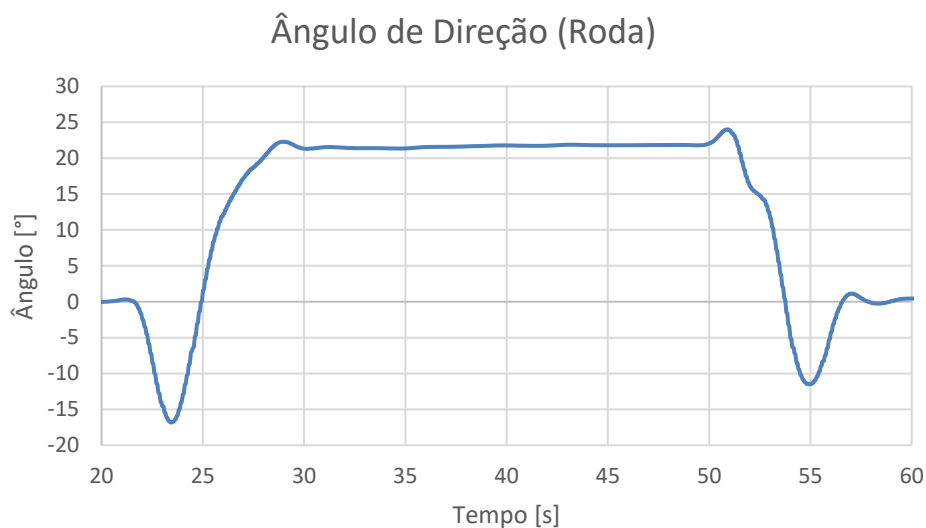


Gráfico 61 - Ângulo de direção do veículo a combustão ao longo do ensaio

No Gráfico 61 observa-se a evolução do ângulo de direção do veículo a combustão ao longo do ensaio. Tal como verificado no veículo elétrico, identificam-se dois picos negativos correspondentes à entrada e saída da rotunda, ambos associados a uma curva à direita, o que justifica o sinal negativo registado.

Durante a passagem pela rotunda, o ângulo de direção mantém-se aproximadamente constante, conforme imposto pelo procedimento experimental, até ao momento em que o veículo atinge o seu limite de capacidade de aderência lateral.

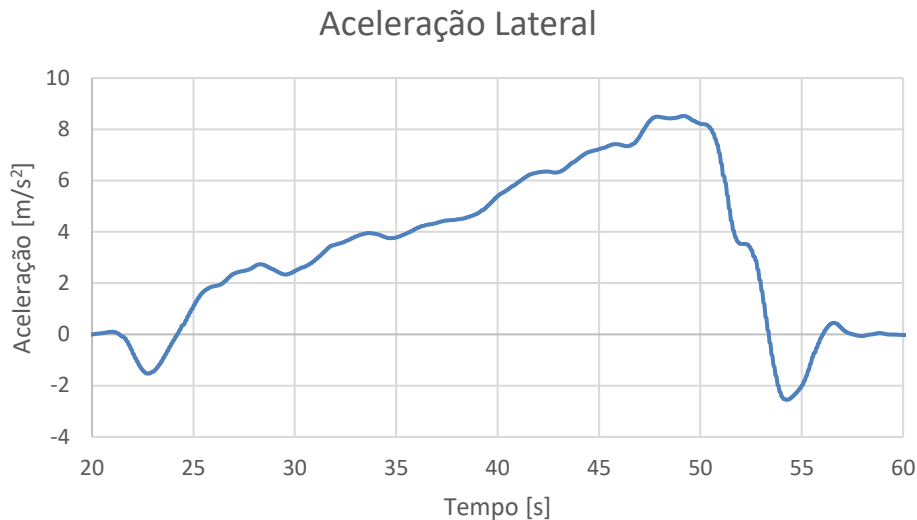


Gráfico 62 - Aceleração lateral do veículo a combustão durante o ensaio

O Gráfico 62 representa a evolução da aceleração lateral do veículo a combustão ao longo do ensaio. Observa-se que a aceleração lateral aumenta progressivamente durante a passagem pela rotunda, no intervalo aproximadamente entre os 24 e os 49 segundos, atingindo o limite da capacidade de aderência lateral do veículo.

Registam-se também picos negativos associados às manobras de entrada e saída da rotunda, correspondentes a curvas à direita, coerentes com o sinal observado nesses instantes.

O valor máximo de aceleração lateral atingido neste ensaio foi de 8,521 m/s², o que corresponde aproximadamente a 0,87 G.

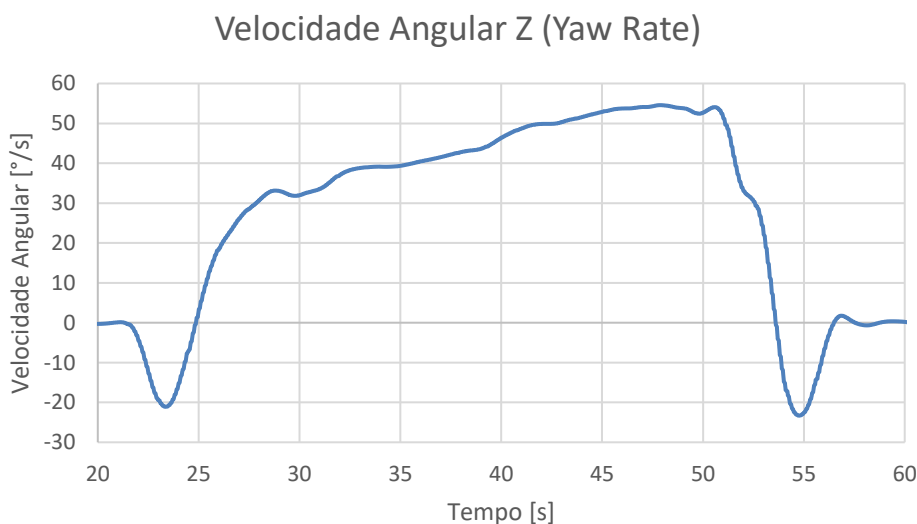


Gráfico 63 - Velocidade angular em Z do veículo a combustão durante o ensaio

No Gráfico 63 encontra-se representada a velocidade angular em Z do veículo a combustão. Tal como verificado no ensaio experimental do veículo elétrico, observa-se uma evolução da curva muito semelhante à da aceleração lateral.

Este comportamento ocorre pelos mesmos motivos já descritos anteriormente, sendo a sua interpretação detalhada apresentada no capítulo anterior.

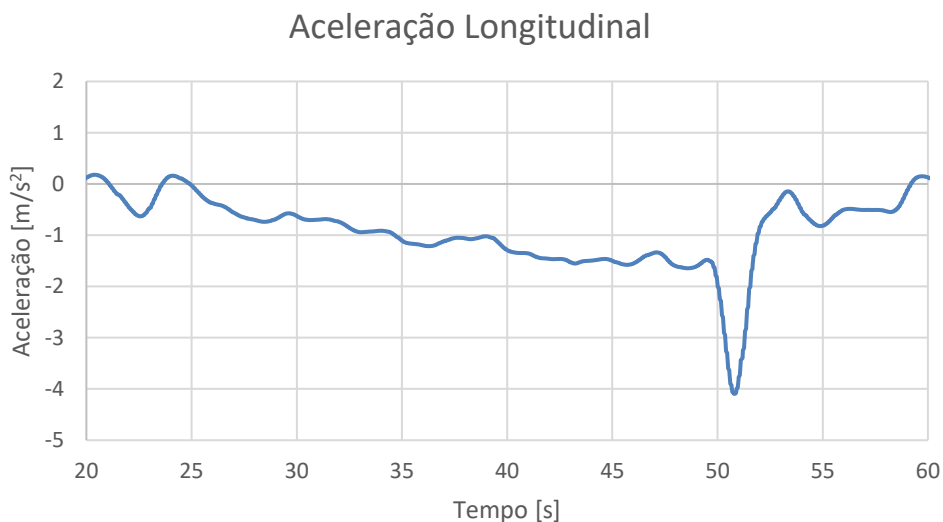


Gráfico 64 - Aceleração em X do veículo a combustão durante o ensaio

No Gráfico 64 encontra-se a evolução da aceleração no eixo X do veículo a combustão ao longo do ensaio. Verifica-se que a curva apresenta predominantemente valores negativos durante o período representado.

Os valores positivos associados à fase de arranque do veículo ocorrem antes dos 20 segundos, não estando incluídos no intervalo temporal apresentado no gráfico. A interpretação dos valores negativos observados encontra-se detalhada no Capítulo 8.1.

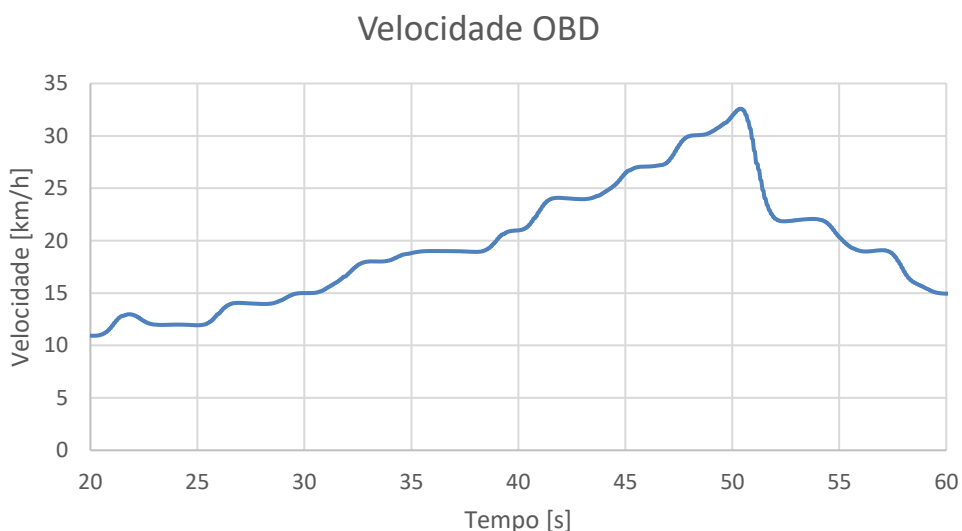


Gráfico 65 - Velocidade do veículo a combustão retirada pela porta OBD-II ao longo de ensaio

No Gráfico 65 apresenta-se o perfil da velocidade registada ao longo do ensaio. Observa-se um aumento globalmente regular da velocidade ao longo do tempo.

Apesar de a evolução não ser perfeitamente suave, esta irregularidade resulta do próprio sistema de aquisição, que não efetuou a amostragem da velocidade de forma estritamente constante, alternando entre atualizações mais rápidas e pequenos atrasos. Este comportamento contribui para a forma de onda observada no Gráfico 65.

Ainda assim, a tendência global de crescimento da velocidade foi adequada e compatível com os requisitos definidos para a execução do ensaio.

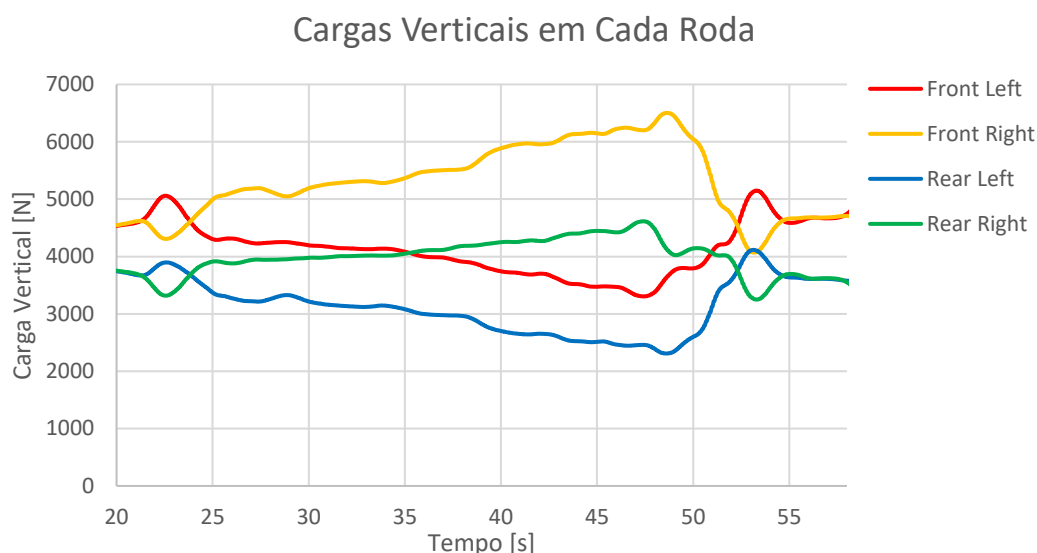


Gráfico 66 - Cargas verticais por roda do veículo a combustão ao longo do ensaio

O Gráfico 66 apresenta a evolução das cargas verticais em cada roda do veículo a combustão ao longo do ensaio. À semelhança do procedimento adotado para o veículo elétrico no capítulo anterior, estes resultados foram obtidos a partir das medições de aceleração lateral e longitudinal fornecidas pelo sistema de aquisição de dados, em conjunto com os parâmetros geométricos e inerciais do veículo.

A análise dos resultados evidencia uma transferência progressiva de carga do lado esquerdo para o lado direito, traduzida no aumento das cargas verticais nas rodas direitas e na redução das cargas nas rodas esquerdas ao longo do ensaio, até aproximadamente aos 37,5 segundos, momento em que o teste termina. Após esse instante, observa-se uma tendência de reequilíbrio das cargas, associada à diminuição da aceleração lateral, consequência da redução da velocidade do veículo.

Verificam-se ainda variações transitórias nos instantes de entrada e saída da rotunda, correspondentes às fases de curva à direita, onde ocorre uma redistribuição momentânea das cargas verticais, consistente com a dinâmica de transferência de massa durante as manobras de transição.

7.2.3 Análise dos Resultados Experimentais

Com a totalidade dos gráficos já obtidos e interpretados, foi possível avançar para a fase de análise comparativa entre os ensaios. Durante a construção dos gráficos subsequentes,

verificou-se que a escala temporal não apresenta valores uniformes, uma vez que cada ensaio experimental teve uma duração distinta, resultando em registos com comprimentos temporais diferentes.

Ainda assim, foi efetuado um esforço de sincronização entre os diferentes ensaios, de forma a permitir uma comparação coerente dos resultados e minimizar o impacto das diferenças na duração de cada teste.

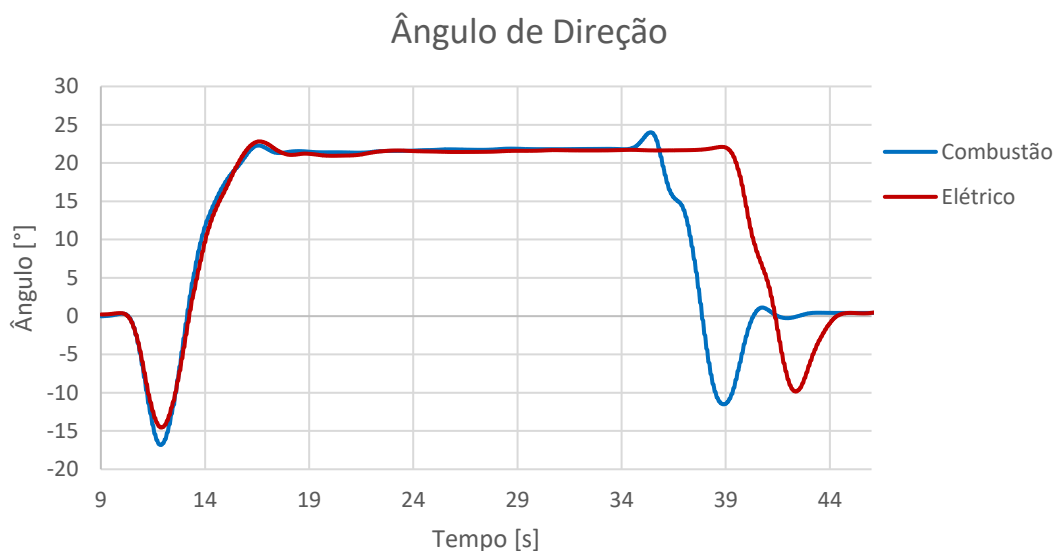


Gráfico 67 - Ângulo de direção de cada veículo ao longo dos respectivos ensaios

No Gráfico 67 apresenta-se a evolução do ângulo de direção de ambos os veículos ao longo dos respectivos ensaios. A análise do gráfico evidencia que os dois veículos executaram a mesma manobra, sendo identificáveis dois picos negativos correspondentes à entrada e à saída da rotunda, ambos associados à curva à direita. A região intermédia, caracterizada por um valor aproximadamente constante do ângulo de direção, corresponde ao período em que o veículo percorre a trajetória circular.

Apesar de a manobra ter sido executada com condições semelhantes, observa-se que o veículo elétrico permaneceu mais tempo na rotunda. Esta diferença resulta do facto de o instante em que foi atingido o limite de aderência lateral não ter ocorrido na mesma posição para ambos os veículos. No entanto, ambos terminaram o ensaio no mesmo ponto de saída da rotunda, implicando uma maior duração do percurso circular no caso do veículo elétrico.

Ainda assim, a sobreposição das curvas demonstra que a trajetória imposta ao sistema de direção foi essencialmente equivalente entre os dois veículos, verificando-se uma elevada correspondência ao longo de todo o ensaio.

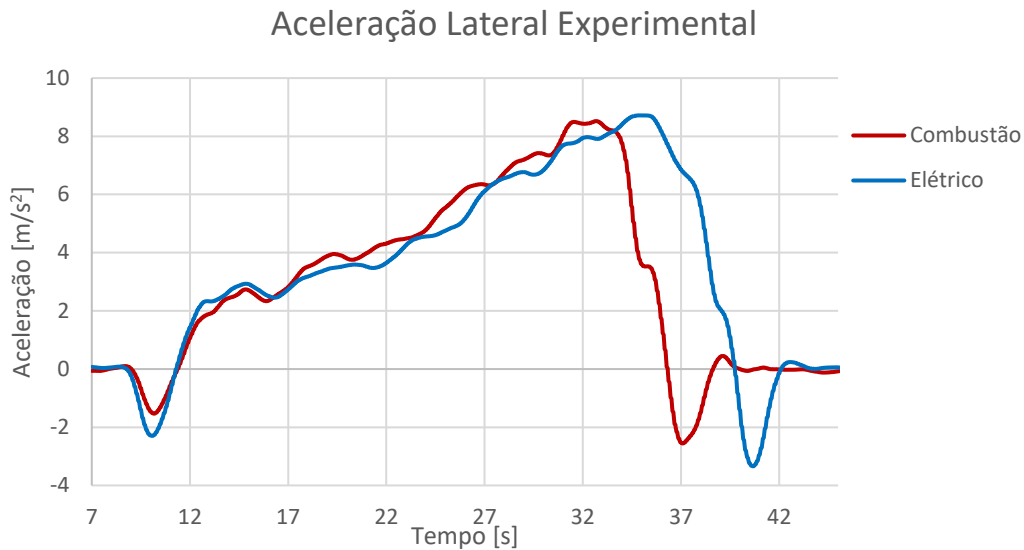


Gráfico 68 - Aceleração lateral de ambos os veículos ao longo do ensaio

O Gráfico 68 evidencia a variação da aceleração lateral de ambos os veículos ao longo do ensaio. Antes de analisar os valores absolutos, a forma da curva mostra uma clara correspondência com o gráfico do ângulo de direção, observando-se os picos negativos associados à entrada e saída da rotunda.

O primeiro pico negativo ocorre simultaneamente em ambos os veículos, correspondendo à entrada na rotunda. No entanto, o segundo pico negativo, associado à saída, apresenta ocorrência em instantes diferentes, indicando que os veículos abandonaram a trajetória circular em momentos distintos. Este comportamento confirma a análise realizada no Gráfico 67.

Em termos de magnitude, o veículo elétrico registou o valor máximo de aceleração lateral, atingindo $8,717 \text{ m/s}^2$ (aproximadamente $0,89 \text{ G}$), enquanto o veículo a combustão apresentou um pico máximo de $8,521 \text{ m/s}^2$ (aproximadamente $0,87 \text{ G}$).

Da equação (8.10) e à semelhança do que foi feito no Capítulo 7.1.3, temos:

$$\Delta a_y [\%] = \frac{8,521 - 8,717}{8,717} \cdot 100 = -2,24\% \quad (7.17)$$

Assim sendo, o veículo a combustão registou uma aceleração lateral $2,24\%$ inferior à do veículo elétrico.

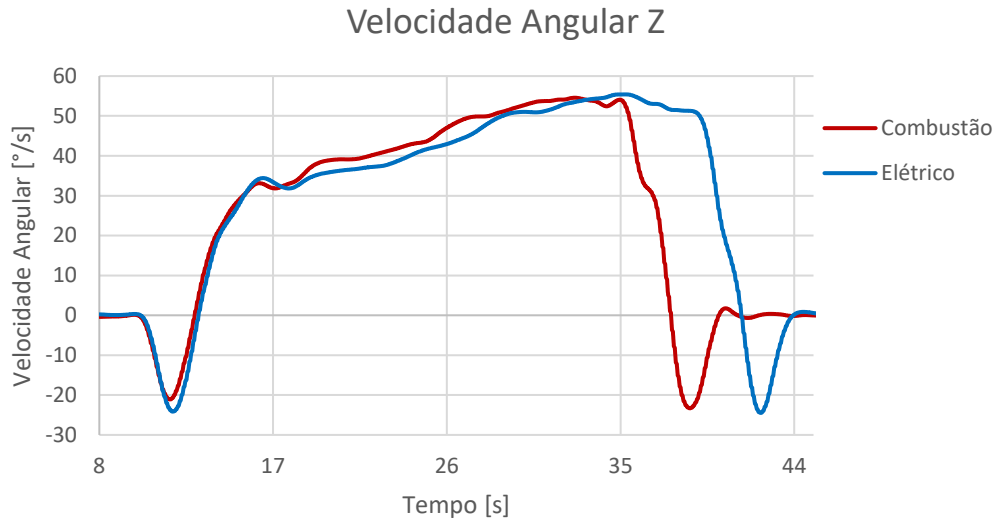


Gráfico 69 - Velocidade Angular em Z dos dois veículos ao longo do ensaio

No Gráfico 69 estão sobrepostos os gráficos da velocidade angular em Z de cada veículo ao longo do ensaio. Verifica-se os mesmos picos negativos que nos gráficos anteriores, já previamente identificados e explicados.

Neste ensaio, o veículo elétrico registou uma velocidade angular em Z de 55,41 °/s enquanto o veículo a combustão atingiu um máximo de 54,57 °/s. Assim sendo, o veículo elétrico conseguiu atingir a velocidade angular mais elevada durante o ensaio, o que, com raio de trajetória igual, implica que foi atingida uma velocidade superior no veículo elétrico.

Assim, com ω sendo a velocidade angular, temos:

$$\Delta\omega_y[\%] = \frac{\omega_{yMAXcombust\tilde{a}o} - \omega_{yMAXel\tilde{e}trico}}{\omega_{yMAXel\tilde{e}trico}} \cdot 100 \quad (7.18)$$

$$\Delta\omega_y[\%] = \frac{54,57 - 55,41}{55,41} \cdot 100 = -1,52\% \quad (7.19)$$

Como se verifica pelos cálculos efetuados, o veículo a combustão apresentou uma velocidade angular máxima aproximadamente 1,52% inferior à registada pelo veículo elétrico. Tendo em conta a comparação previamente realizada entre as acelerações laterais de ambos os veículos, este resultado era já expectável.

De facto, para um raio de trajetória equivalente, uma maior aceleração lateral implica, de forma consistente com a cinemática do movimento circular, uma maior velocidade angular. Assim, o desempenho superior do veículo elétrico neste parâmetro encontra-se em concordância com os resultados anteriormente obtidos. Pela fórmula, temos:

$$a_{lateral} = \omega^2 \cdot r \quad (7.20)$$

Visto que, para um mesmo raio, a relação entre a aceleração lateral dos veículos aumentaria com o quadrado da relação entre a velocidade angular dos mesmos:

$$\frac{a_{lateral_{elétrico}}}{a_{lateral_{combustão}}} = \frac{\omega^2_{elétrico}}{\omega^2_{combustão}} \cdot 1 \quad (7.21)$$

$$1,0224 = 1,0152^2 \cdot 1 \quad (7.22)$$

$$1,0224 \neq 1,0306$$

Assim, com a equivalência acima efetuada, verifica-se que o raio descrito por ambos os veículos não foi igual. Para descobrir a relação entre os raios, temos:

$$\frac{a_{lateral_{elétrico}}}{a_{lateral_{combustão}}} = \frac{\omega^2_{elétrico}}{\omega^2_{combustão}} \cdot \frac{r_{elétrico}}{r_{combustão}} \quad (7.23)$$

E sabendo que:

$$\frac{a_{lateral_{elétrico}}}{a_{lateral_{combustão}}} = 1,0224 \text{ e } \frac{\omega^2_{elétrico}}{\omega^2_{combustão}} = 1,0152 \Leftrightarrow \frac{\omega_{elétrico}}{\omega_{combustão}} = 1,03063$$

Temos:

$$1,0224 = 1,03063 \cdot \frac{r_{elétrico}}{r_{combustão}} \quad (7.24)$$

$$\frac{r_{elétrico}}{r_{combustão}} = 0,9920 \quad (7.25)$$

$$r_{elétrico} = 0,9920 \cdot r_{combustão} \quad (7.26)$$

Assim, conclui-se que o raio do veículo a combustão foi efetivamente cerca de 0.8% menor.

Como os dados indicavam, houve uma diferença entre os raios da trajetória de cada veículo. No entanto, este valor foi muito pequeno, visto que 0.8% de um raio mediano de 8 metros são apenas 6,4 centímetros e esta diferença muito pequena e aceitável dentro dos parâmetros do ensaio. Porém, assumindo um raio igual, o veículo elétrico teria:

$$\frac{a_{lateral_{elétrico}}}{a_{lateral_{combustão}}} = 1,0152^2 \cdot 1 = 1,0306 \quad (7.27)$$

Caso o raio fosse igual, o veículo elétrico teria registado uma aceleração lateral 3.06% superior à do veículo a combustão, mantendo a velocidade angular 1,52% maior. No entanto, como o raio da trajetória era imposto pela condução, não era rigorosamente repetível entre os ensaios.

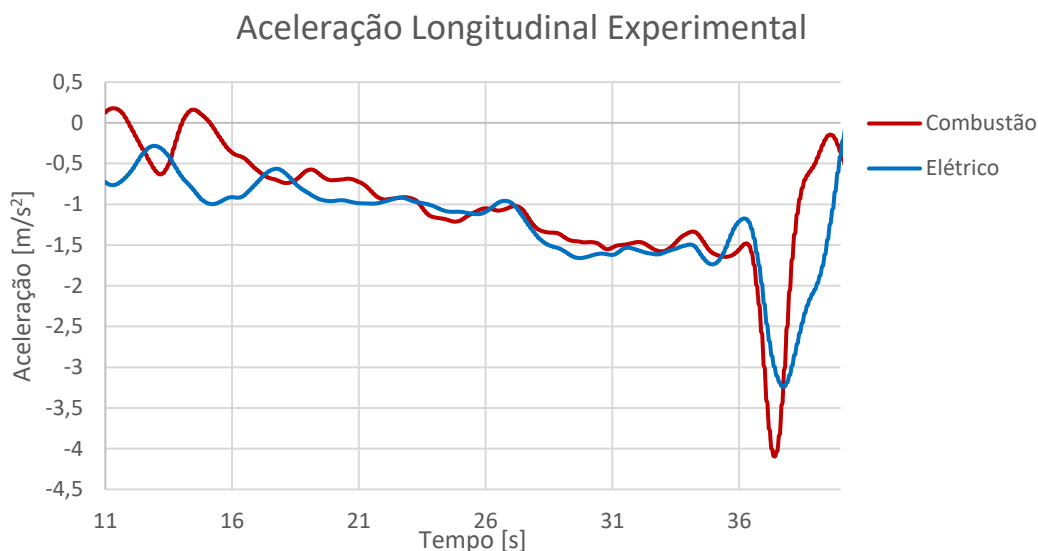


Gráfico 70 - Aceleração longitudinal experimental de ambos os veículos

Como se pode observar no Gráfico 70, a aceleração longitudinal registada em ambos os veículos durante os ensaios experimentais apresenta um comportamento bastante semelhante. Verifica-se uma evolução com tendência equivalente, tanto em magnitude como em sentido, o que sugere uma elevada consistência entre os dois ensaios.

Os picos negativos observados após os 36 segundos correspondem à entrada em regime de instabilidade, momento em que o ensaio é interrompido por não ser possível manter a trajetória definida com segurança.

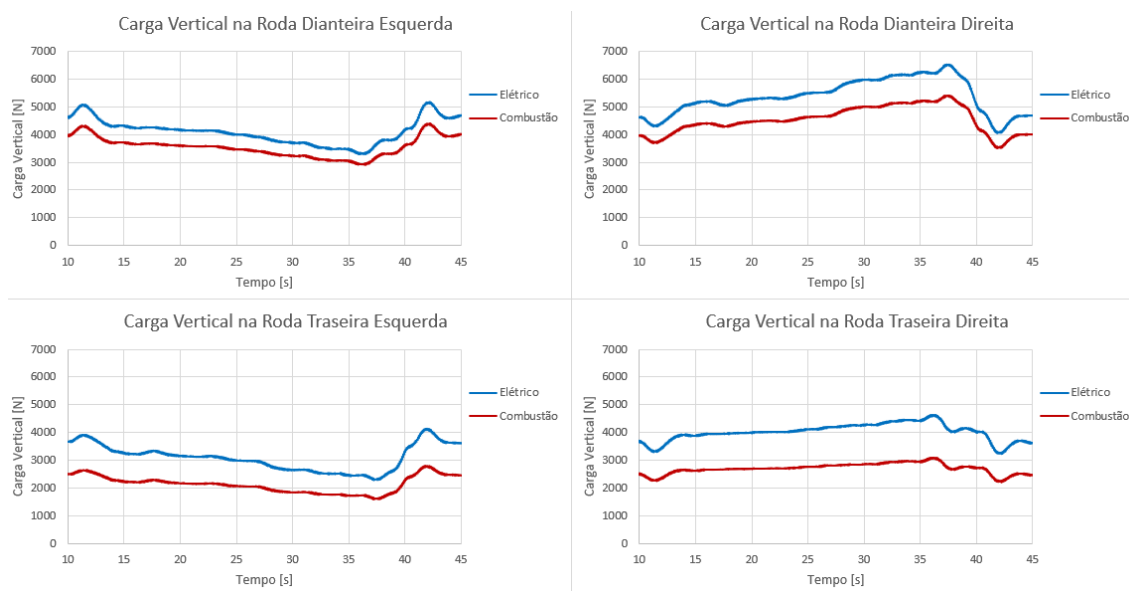


Gráfico 71 - Cargas verticais em cada roda de ambos os veículos

Atentando no Gráfico 71, é possível comparar a evolução das cargas verticais em cada roda de ambos os veículos. Desde o início do ensaio, observa-se uma diferença clara entre os dois casos, com o veículo elétrico a apresentar cargas verticais superiores em todas as rodas, consequência direta da sua maior massa.

Uma vez que o ensaio consistiu numa curva contínua à esquerda, verifica-se uma transferência de carga para o lado direito do veículo, evidenciada pelo aumento progressivo das cargas nas rodas direitas e pela redução nas rodas esquerdas, no intervalo entre os 12,5 s e os 37,5 s. Neste período, à medida que a aceleração lateral aumenta, intensifica-se igualmente a redistribuição de carga entre os lados do veículo.

Por volta dos 37,5 segundos, momento em que o veículo atinge o limite da sua capacidade lateral, deixa de haver incremento de aceleração, o que conduz a uma estabilização rápida das cargas verticais. Após o término do ensaio e com a redução da aceleração lateral, as cargas regressam gradualmente a valores próximos dos observados antes do início da manobra.

Em síntese, os resultados experimentais evidenciam diferenças reduzidas entre os parâmetros analisados, na ordem dos 1,5% a 2,25% (ou até 3,06% caso os ensaios tivessem sido executados com raios rigorosamente idênticos), sugerindo um comportamento dinâmico globalmente semelhante entre os dois veículos. Apesar de o veículo elétrico ter atingido valores ligeiramente superiores de aceleração lateral e velocidade angular em Z, a diferença observada é pouco expressiva, não sendo suficiente para indicar um comportamento dinâmico substancialmente distinto.

Para uma análise mais completa, teria sido relevante dispor dos valores de velocidade do veículo elétrico, o que não foi possível devido ao funcionamento irregular do sistema GPS e à ausência de normalização dos PIDs CAN nos veículos elétricos.

7.3 Comparação dos Ensaios Numéricos com os Ensaios Experimentais

Com a totalidade dos resultados obtidos e analisados, torna-se possível proceder à comparação entre os ensaios numéricos e experimentais, com o objetivo de identificar as principais diferenças entre ambos os conjuntos de resultados.

Para efeitos de comparação, são considerados apenas os parâmetros medidos em ambos os tipos de ensaio durante o respetivo período de execução. Importa ainda referir que os ensaios numéricos foram realizados com uma aceleração mais reduzida e a partir de uma velocidade inicial inferior, o que conduz a simulações com maior duração temporal. De forma a facilitar a análise comparativa, foi realizado um esforço de sincronização entre os diferentes ensaios.

Antes da análise dos resultados, é importante salientar que as propriedades dos veículos utilizadas nas simulações numéricas foram obtidas diretamente a partir dos veículos ensaiados. Assim, eventuais discrepâncias observadas entre resultados numéricos e experimentais poderão ser atribuídas ao próprio modelo dinâmico implementado. Ainda assim, a rigidez lateral dos pneus foi definida com base em referências da literatura [32], enquanto os parâmetros do modelo de Pacejka foram considerados como valores típicos.

Adicionalmente, importa referir que os ensaios numéricos e experimentais não foram executados de forma totalmente equivalente. No ensaio numérico, o veículo inicia a

simulação já em regime de curva constante, enquanto o ensaio experimental inclui as fases de entrada e saída da rotunda. Embora a comparação entre resultados permaneça válida, este aspeto deve ser tido em conta na interpretação das diferenças observadas, uma vez que influencia a forma das curvas e a evolução temporal dos parâmetros analisados.

7.3.1 Veículo Elétrico

Para dar início a esta análise de resultados, começou-se por construir os gráficos com os dados do ensaio experimental e o ensaio numérico do veículo elétrico.

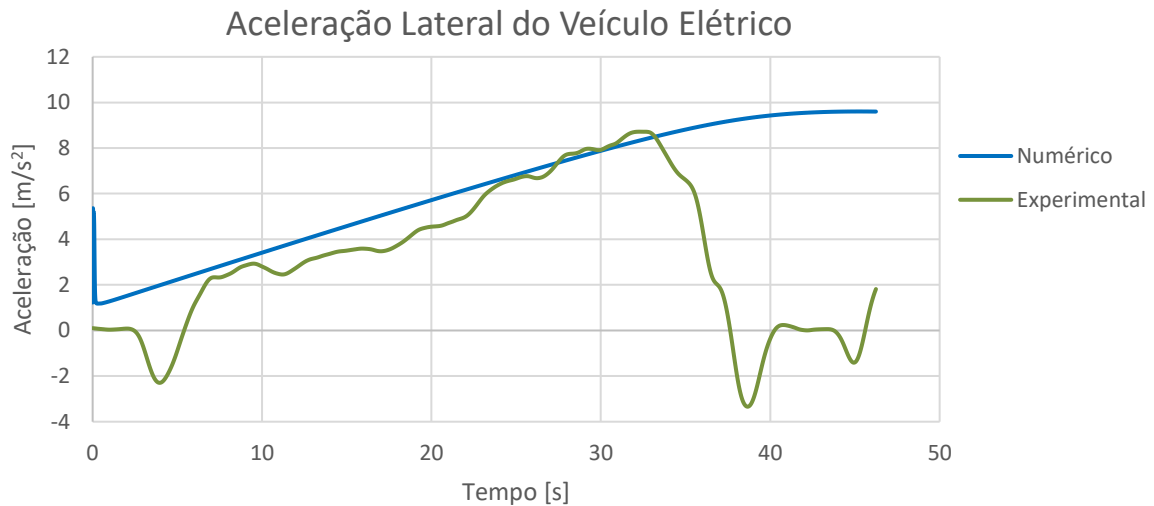


Gráfico 72 - Aceleração lateral experimental e numérica do veículo elétrico

Analisando o Gráfico 72 verifica-se que o durante o ensaio experimental, a curva de crescimento da aceleração lateral cresceu de forma a acompanhar a curva do ensaio numérico. Porém, verifica-se que o pico do ensaio experimental se deu precocemente face ao ensaio numérico. Como mencionado nos capítulos respetivos a cada ensaio, o valor máximo registado no ensaio experimental foi $9,599 \text{ m/s}^2$ e no ensaio numérico foi $8,717 \text{ m/s}^2$. Assim utilizando novamente a Equação (8.10), temos:

$$\Delta a_y [\%] = \frac{9,599 - 8,717}{8,717} \cdot 100 = 10,1\% \quad (7.28)$$

Pelos cálculos do desvio efetuados, verificou-se que o veículo elétrico obteve 10.1% maior aceleração lateral no ensaio numérico do que no ensaio experimental.

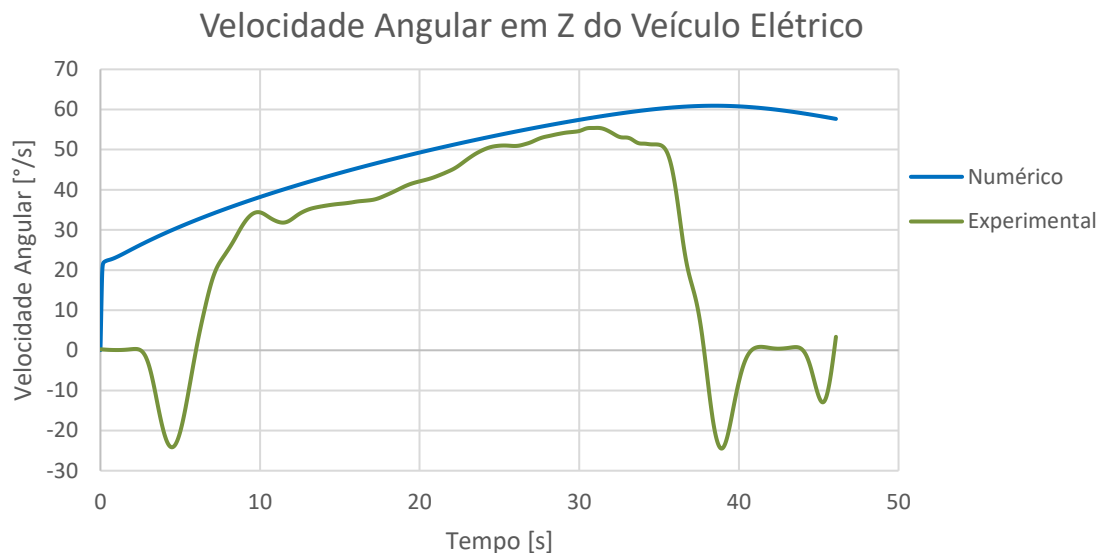


Gráfico 73 - Velocidade angular experimental e numérica do veículo elétrico

No Gráfico 73 está a sobreposição dos gráficos da velocidade angular em Z do veículo elétrico obtidos por ensaio experimental e método numérico. Como se pode observar, e à semelhança do que se verificou no gráfico anterior, o crescimento da velocidade angular durante o ensaio experimental ocorreu de forma idêntica à do ensaio numérico. No entanto, o valor mais alto registado foi inferior no ensaio experimental do que no ensaio numérico, onde se obteve um máximo de 60,85 °/s no ensaio numérico e 55,41 °/s no teste experimental. Para descobrir o desvio percentual, utilizou-se a Equação (9.3), temos:

$$\Delta\omega_y[\%] = \frac{60,85 - 55,41}{55,41} \cdot 100 = 9,82\% \quad (7.29)$$

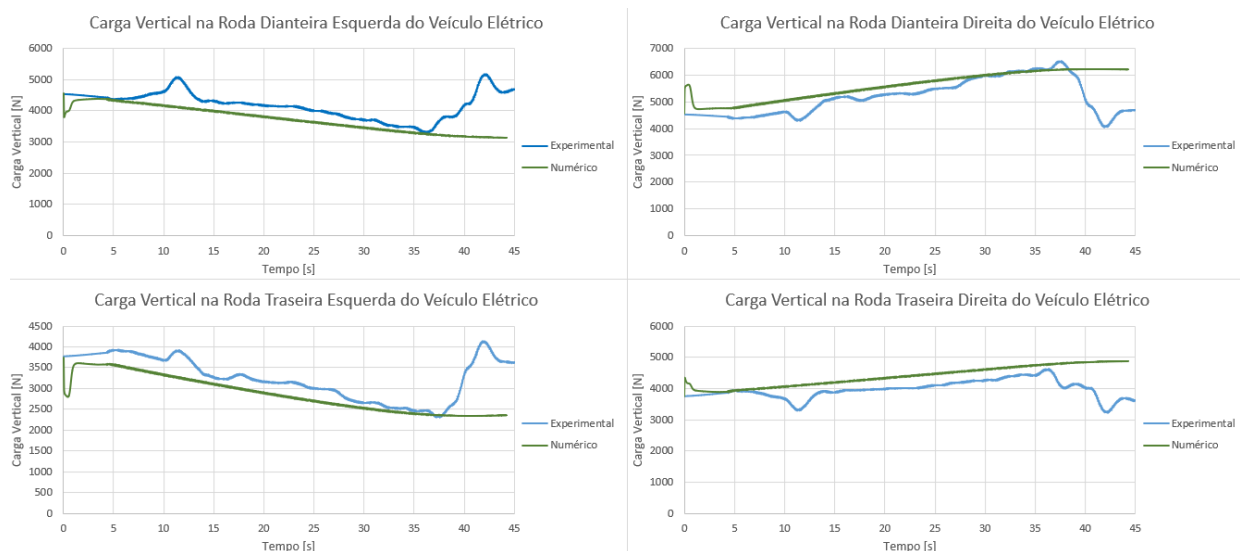


Gráfico 74 - Carga vertical experimental e numérica por roda do veículo elétrico

No Gráfico 74 encontram-se representados os quatro gráficos correspondentes a cada roda, onde estão sobrepostas as curvas da carga vertical obtidas no ensaio experimental e no ensaio numérico.

Tal como verificado anteriormente, observa-se uma tendência global semelhante entre ambos os ensaios, com especial destaque para a fase crítica do ensaio experimental, aproximadamente entre os 13 e os 37 segundos. Nesta zona, o comportamento das cargas verticais apresenta uma evolução coerente entre simulação e ensaio real, evidenciando uma boa correspondência dinâmica entre os dois modelos.

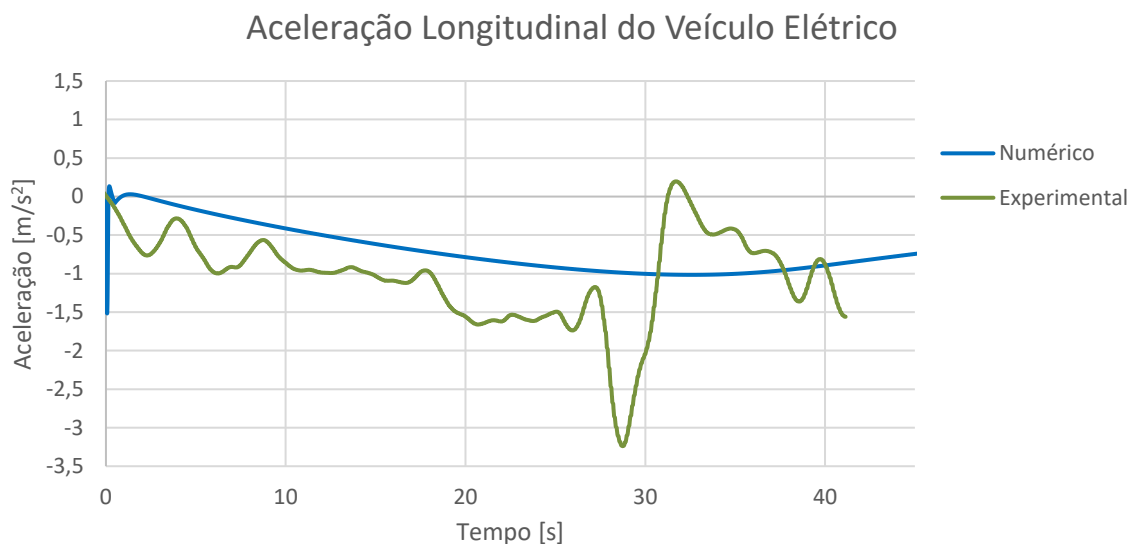


Gráfico 75 - Aceleração longitudinal experimental e numérica do veículo elétrico

O Gráfico 75 apresenta a comparação da aceleração longitudinal obtida no ensaio experimental e na simulação numérica. Verifica-se que ambas as curvas seguem uma tendência de evolução semelhante ao longo do ensaio, ainda que o veículo experimental apresente valores, em módulo, superiores.

Este resultado sugere que, no ensaio experimental, se terão desenvolvido forças laterais mais elevadas, uma vez que a massa se mantém constante entre os dois casos e o ângulo de direção é praticamente equivalente.

De forma global, os resultados deste capítulo evidenciam uma boa concordância entre os dois tipos de ensaio, com curvas de forma semelhante e evolução coerente ao longo do tempo. No entanto, os valores máximos apresentam diferenças na ordem dos 10%.

Apesar destas discrepâncias pontuais, a semelhança na tendência das curvas entre o ensaio experimental e o modelo numérico constitui um resultado positivo, reforçando a validade e consistência do modelo computacional desenvolvido.

7.3.2 Veículo a Combustão

Com os ensaios do veículo elétrico comparados, passou-se à construção dos gráficos comparativos do ensaio experimental e do ensaio numérico do veículo a combustão.

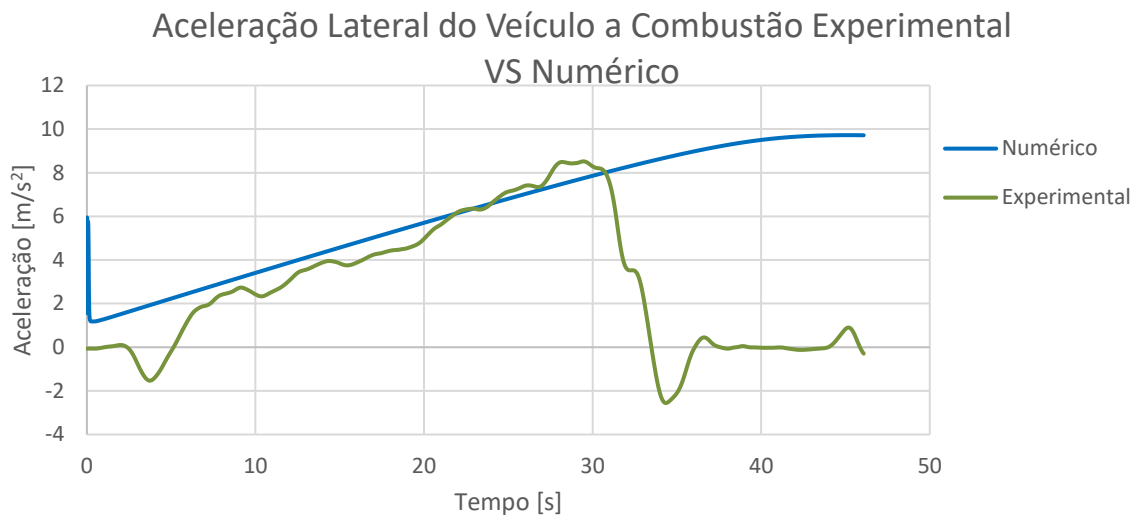


Gráfico 76 - Aceleração lateral experimental e numérica do veículo a combustão

No Gráfico 76, observa-se a comparação da aceleração lateral obtida numericamente e experimentalmente no veículo a combustão. À semelhança do que aconteceu com o veículo elétrico, ambas as curvas da aceleração lateral dos ensaios seguem a mesma tendência de crescimento. No teste experimental, registou-se um valor máximo de $8,521 \text{ m/s}^2$ e no ensaio numérico o valor mais alto foi de $9,718 \text{ m/s}^2$. Utilizando a Equação (8.10), temos:

$$\Delta a_y [\%] = \frac{9,718 - 8,521}{8,521} \cdot 100 = 14,0\% \quad (7.30)$$

Assim, verifica-se que o veículo a combustão obteve uma aceleração lateral 14% maior no ensaio numérico do que no ensaio experimental.

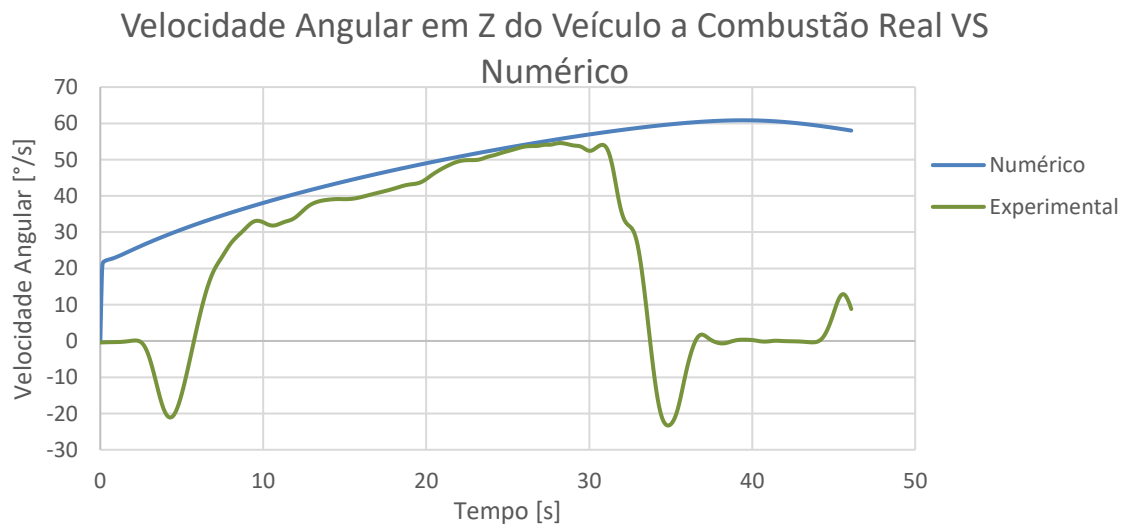


Gráfico 77 - Velocidade angular experimental e numérica do veículo a combustão

Atentando no Gráfico 77, verifica-se que houve novamente concordância entre o crescimento de ambas as curvas durante o ensaio. Neste caso, observa-se que a velocidade angular em Z do veículo a combustão cresceu com o aumento da velocidade, o que seria de

esperar. Na simulação numérica obteve-se um máximo de 60,93 °/s enquanto que no ensaio experimental se registou um valor máximo de 54,57 °/s. Utilizando a Equação (9.3), temos:

$$\Delta\omega_y[\%] = \frac{60,93-54,57}{54,57} \cdot 100 = 11,65\% \quad (7.31)$$

Assim, com os cálculos realizados, conclui-se que o veículo a combustão obteve uma velocidade angular em Z 11,65% superior no ensaio numérico do que no ensaio experimental.

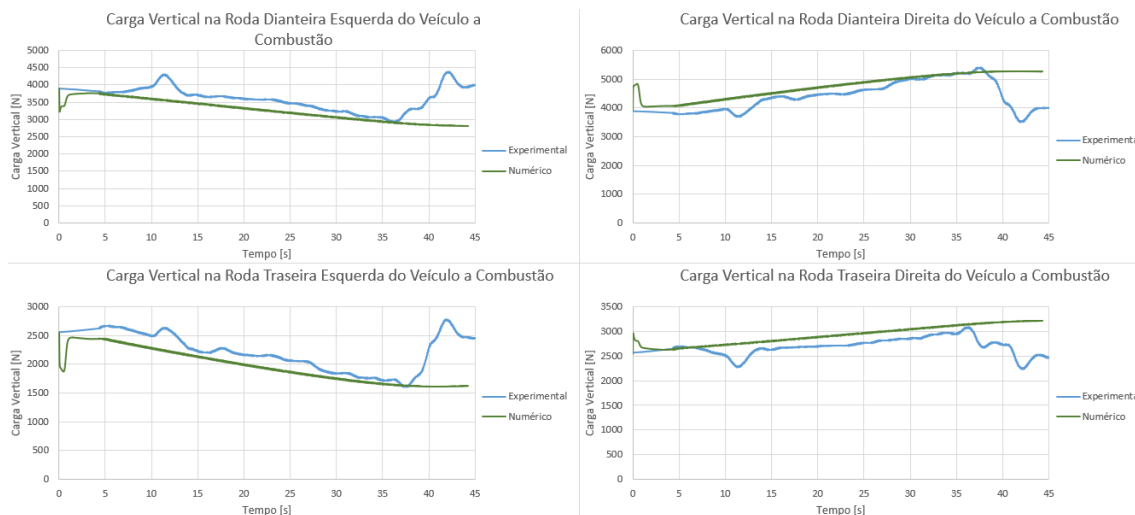


Gráfico 78 - Carga vertical experimental e numérica por roda do veículo a combustão

No Gráfico 78 estão representadas as cargas verticais em cada roda do veículo a combustão, comparando o ensaio experimental com a simulação numérica. Focando a análise na zona correspondente ao ensaio experimental (sensivelmente entre os 13 e os 37 segundos), verifica-se que o modelo computacional reproduz corretamente a tendência de evolução das cargas verticais.

Observa-se que o crescimento e a redistribuição de carga ao longo do ensaio seguem um padrão muito semelhante entre os dois casos, evidenciando que o modelo acompanha de forma consistente a transferência de massa induzida pela aceleração lateral. Assim, apesar de pequenas discrepâncias pontuais, a concordância global entre simulação e ensaio experimental pode ser considerada satisfatória.

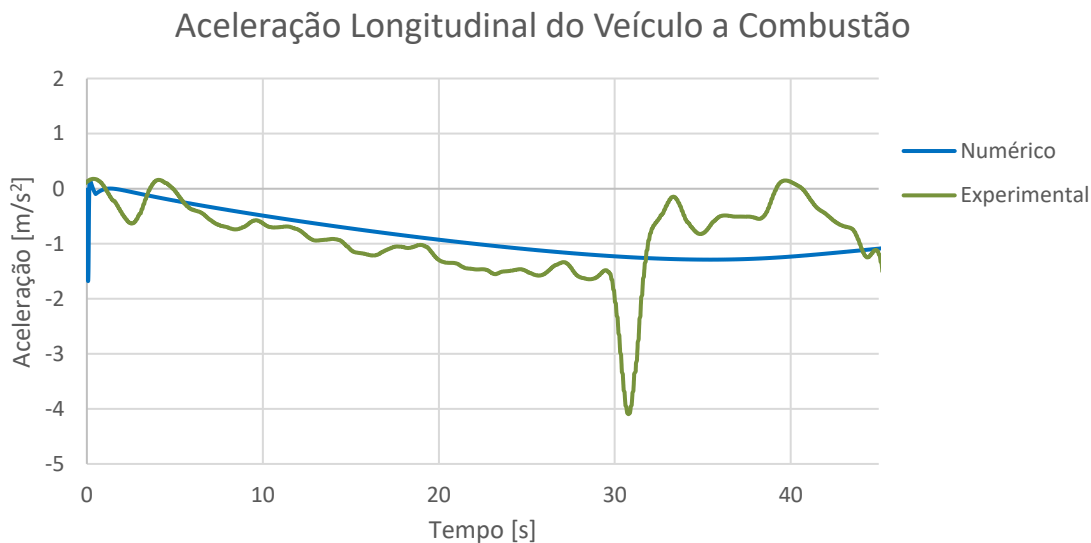


Gráfico 79 - Aceleração longitudinal experimental e numérica do veículo a combustão

O Gráfico 79 apresenta a comparação da aceleração longitudinal ao longo do tempo para o veículo a combustão, entre o ensaio experimental e a simulação numérica. À semelhança do observado na análise equivalente para o veículo elétrico, ambas as curvas exibem uma evolução com tendência semelhante ao longo do ensaio.

Contudo, verifica-se que o ensaio experimental apresenta valores superiores em módulo relativamente à simulação numérica. Este comportamento pode indicar a presença de forças laterais mais elevadas no ensaio real, uma vez que a massa considerada em ambos os casos foi idêntica.

Em síntese, conclui-se que existe uma boa concordância entre a forma e a progressão das curvas nos dois tipos de ensaio. Tal como nos resultados anteriores, observam-se apenas diferenças pontuais na magnitude dos valores registados, sem comprometer a coerência global entre o modelo numérico e o comportamento experimental.

7.3.3 Análise dos Resultados Obtidos

Ao longo do Capítulo 10, na comparação entre os ensaios experimentais e os respetivos ensaios numéricos, verifica-se que todos os gráficos apresentam duas curvas que, apesar de diferenças nos valores absolutos, seguem uma tendência de evolução semelhante. Este comportamento constitui um indicador positivo da validade do modelo numérico desenvolvido, uma vez que reproduz adequadamente a resposta dinâmica observada no veículo real. No entanto, observam-se diferenças nos valores absolutos entre simulação e ensaio experimental. Estas discrepâncias estão associadas, em primeiro lugar, à incerteza na parametrização do modelo, uma vez que várias propriedades utilizadas não são diretamente conhecidas para os veículos em estudo. Entre estas destacam-se parâmetros dos pneus, como a rigidez lateral, o coeficiente de atrito e os coeficientes associados ao modelo de Pacejka. Adicionalmente, importa referir que, no ensaio numérico, foi imposta uma aceleração constante e relativamente baixa, enquanto no ensaio experimental a aceleração longitudinal foi superior e menos controlada. Esta diferença influencia diretamente o comportamento

dinâmico do veículo, sendo particularmente relevante num estudo centrado na resposta lateral.

Outro fator relevante prende-se com a modelação da transferência de carga lateral. No modelo computacional, esta não afeta a capacidade lateral global do eixo de forma realista, uma vez que não é considerada a redução de eficiência do pneu interior nem o ganho proporcional do pneu exterior. Na realidade, a transferência de carga conduz a uma redução global da capacidade lateral do eixo, efeito que não está plenamente representado no modelo. Além disso, o modelo não considera a interação simultânea entre forças longitudinais e laterais nos pneus dianteiros. Em veículos de tração dianteira, esta interação é determinante, pois a capacidade do pneu é partilhada entre tração e força lateral. No modelo utilizado, essa limitação não é explicitamente representada, o que conduz a uma idealização do comportamento do pneu.

Por fim, a utilização do modelo de Pacejka (“Fórmula Mágica”) introduz simplificações adicionais, não contemplando efeitos como variações de temperatura, camber ou degradação do atrito. Acresce ainda o facto de os parâmetros utilizados não terem sido calibrados experimentalmente para os pneus específicos dos veículos em estudo, o que aumenta a incerteza do modelo. Tal como discutido no Capítulo 4, os pneus representam o fator mais influente no comportamento dinâmico do veículo, pelo que quaisquer diferenças na sua modelação têm um impacto direto nos resultados obtidos.

Todas estas simplificações contribuem para o desvio observado entre os resultados experimentais e numéricos, justificando as discrepâncias verificadas nos gráficos do Capítulo 10.1 e 10.2. Ainda assim, importa salientar que, apesar dessas diferenças, existe uma coerência global entre ambos os conjuntos de resultados, com tendências de evolução consistentes e resposta semelhante aos fenómenos físicos observados, o que reforça a utilidade e validade do modelo desenvolvido.

8 Conclusões e Trabalho Futuro

8.1 Conclusões

O presente trabalho teve como principal objetivo analisar e comparar o comportamento dinâmico de um veículo elétrico e de um veículo com motor de combustão interna, recorrendo a uma abordagem integrada que conjugou modelação computacional, validação numérica e ensaios experimentais. Para esse efeito, foi desenvolvido um algoritmo em Python capaz de representar o movimento do veículo com base em modelos clássicos de dinâmica automóvel, tendo a sua construção evoluído de um modelo de bicicleta para um modelo de quatro rodas, posteriormente enriquecido com a introdução da Fórmula Mágica de Pacejka, de um algoritmo de controlo *Pure Pursuit* e da visualização tridimensional do ensaio. Esta evolução permitiu aumentar o realismo físico do modelo e melhorar a sua capacidade de previsão.

A fase de comparação numérica e experimental do modelo computacional demonstrou que a metodologia adotada foi adequada. Na validação com os dados da equipa LART, o modelo de bicicleta apresentou já resultados próximos da realidade, mas foi com o modelo de quatro rodas que se verificou uma concordância mais satisfatória, nomeadamente no ensaio de aceleração 0–75 m, em que o tempo calculado foi de 4,73 s para um valor experimental de cerca de 4,8 s, e no ensaio de *Skidpad*, em que o desvio face ao valor real foi de aproximadamente 2,03%. Estes resultados confirmam que o algoritmo desenvolvido consegue reproduzir, com boa aproximação, os principais fenómenos associados à dinâmica lateral e longitudinal do veículo.

A comparação numérica entre os dois veículos ensaiados permitiu concluir que o veículo a combustão apresentou, em termos numéricos, uma ligeira vantagem dinâmica em vários parâmetros relevantes. Com a sua massa inferior, o veículo a combustão beneficia também de um CG mais baixo, com potencial para gerar valores superiores de aceleração lateral e velocidade angular em torno do eixo vertical. Em contrapartida, o veículo elétrico revelou um comportamento também muito competente, mas mais condicionado pela distribuição de massa e pela transferência de carga associada à sua configuração. Ainda assim, a diferença entre ambos não se revelou extrema, o que demonstra que o peso acrescido do veículo elétrico reduz, em parte, as vantagens esperadas da sua arquitetura.

Os ensaios experimentais vieram reforçar esta leitura. Os resultados obtidos mostraram que, embora o veículo elétrico tenha atingido valores ligeiramente superiores de aceleração lateral e velocidade angular em Z, os desvios globais entre os dois veículos foram reduzidos, situando-se em cerca de 1,5% e 2,25%, ou 3,06% considerando a hipótese de igualdade rigorosa de raio entre ensaios. Assim, não se observou uma diferença suficientemente expressiva que permita afirmar a existência de um comportamento dinâmico marcadamente distinto entre os dois veículos testados nas condições consideradas. Esta conclusão é particularmente relevante, porque contraria parcialmente a expectativa inicial de uma

superioridade clara do veículo elétrico, mostrando que, em contexto real, o comportamento dinâmico resulta de um equilíbrio complexo entre massa total, distribuição de massas, características dos pneus, trajetória e condições de ensaio.

A comparação entre os ensaios numéricos e experimentais mostrou ainda que o modelo computacional reproduziu de forma satisfatória a tendência de evolução das principais variáveis medidas. Tanto no veículo elétrico como no veículo a combustão, observou-se concordância entre as curvas experimentais e numéricas da aceleração lateral, da velocidade angular em Z, das cargas verticais por roda e da aceleração longitudinal, ainda que com diferenças nos valores máximos absolutos. No caso do veículo a combustão, por exemplo, o modelo numérico previu valores máximos superiores aos medidos experimentalmente, nomeadamente cerca de 14 % na aceleração lateral e 11,65 % na velocidade angular em Z. Apesar disso, a correspondência global de comportamento permitiu considerar o modelo válido como ferramenta de análise e apoio ao estudo comparativo desenvolvido.

Importa também sublinhar que este trabalho não se limitou à vertente de simulação. A conceção, teste e adaptação do sistema de aquisição de dados, bem como a necessidade de realizar medições adicionais nos veículos, constituíram contributos importantes para a componente experimental do estudo. Esta vertente prática permitiu não só recolher dados reais para validação do modelo, mas também identificar limitações técnicas relevantes, como as dificuldades na medição da velocidade do veículo elétrico devido ao mau funcionamento do GPS e à ausência de standardização dos PID da comunicação CAN. Estes constrangimentos não invalidam os resultados obtidos, mas mostram que a qualidade da aquisição de dados continua a ser um fator determinante na robustez da análise dinâmica experimental.

Em síntese, considera-se que os objetivos inicialmente propostos foram globalmente cumpridos. Foi desenvolvido e validado um modelo computacional capaz de caracterizar o movimento de um veículo com um nível de detalhe adequado ao problema em estudo, foi implementado e ajustado um sistema de aquisição de dados funcional para ensaios reais e foi realizada uma comparação coerente entre um veículo elétrico e um veículo a combustão, tanto em ambiente numérico como experimental. O trabalho permitiu concluir que o veículo elétrico evidencia vantagens dinâmicas teóricas e ligeiros benefícios nos resultados obtidos, mas que, nas condições concretas deste estudo, essas vantagens não se traduzem numa diferença suficientemente acentuada para distinguir de forma inequívoca o comportamento dos dois veículos.

Deste modo, esta dissertação contribui para uma melhor compreensão do impacto da arquitetura de propulsão no comportamento dinâmico automóvel e constitui uma base sólida para trabalhos futuros nesta área, quer ao nível do refinamento dos modelos desenvolvidos, quer na expansão da campanha experimental a outros percursos, condições de aderência e tipologias de veículo.

8.2 Trabalhos Futuros

Em trabalhos futuros, o sistema de aquisição de dados deverá ser revisto, nomeadamente ao nível da programação, de modo a melhorar a eficiência do processamento e a qualidade do sinal GPS. Adicionalmente, os ensaios experimentais deveriam ser realizados num espaço mais amplo que permita maior raio de curva. Um maior raio de curvatura permite uma melhor resolução do instante de transição entre regimes de estabilidade e instabilidade, uma vez que essa transição ocorre de forma mais gradual, ao contrário do comportamento mais abrupto observado no ensaio com raio de curvatura reduzido utilizado neste trabalho. Para aproximar mais os resultados dos ensaios, o modelo computacional deve ser mais completo, incluindo toda a suspensão do veículo (mola, amortecedor, barra estabilizadora) o que irá requerer conhecer esses dados dos veículos a ensaiar.

Bibliografia

- [1] International Energy Agency, “Trends in electric car markets,” [Online]. Available: https://www.iea.org/reports/global-ev-outlook-2025/trends-in-electric-car-markets-2?utm_source=chatgpt.com. [Acedido em 3 março 2026].
- [2] ACEA - Driving Mobility for Europe, “New car registrations: +0.8% in 2024; battery-electric 13.6% market share,” [Online]. Available: https://www.acea.auto/pc-registrations/new-car-registrations-0-8-in-2024-battery-electric-13-6-market-share/?utm_source=chatgpt.com. [Acedido em 3 março 2026].
- [3] ACEA - Driving Mobility for Europe, “New car registrations: +4% in Q1 2026; battery-electric 19.4% market share,” [Online]. Available: https://www.acea.auto/pc-registrations/new-car-registrations-4-in-q1-2026-battery-electric-19-4-market-share/?utm_source=chatgpt.com. [Acedido em 3 março 2026].
- [4] G. Previati, G. Mastinu e M. Gobbi, “Mass, Centre of Gravity Location and Inertia Tensor of Electric Vehicles: Measured Data for Accurate Accident Reconstruction,” *World Electric Vehicle Journal*, 17 junho 2024.
- [5] International Standard, “ISO 4138 Passenger cars — Steady-state circular driving behaviour — Open-loop test methods,” 2004.
- [6] International Standard, “ISO 7401 - Road vehicles — Lateral transient response test methods — Open-loop test methods,” 2011.
- [7] International Standard, “ISO 13674-1 Road vehicles — Test method for the quantification of on-centre handling,” 2010.
- [8] Society of Automotive Engineers, “SAE J1979 - E/E Diagnostic Test Modes,” 30 Abril 2002.
- [9] P. Ramanata, “Optimal Vehicle Path Generator Using Optimization Methods,” Blacksburg, Virginia, 1998.
- [10] C. Allig e G. Wanielik, “Extending the vehicular network simulator Artery in order to generate synthetic data for collective perception,” Setembro 2019.

- [11] R. D. Santos, “MODEL AND DYNAMIC SIMULATION PROGRAM FOR VEHICLE ANALYSIS ACCOUNTING SUSPENSION COMPLIANCE”.
- [12] M. Belrzaeg, A. Ahmed, A. Almabrouk, M. Khaleel, A. Ahmed e M. Almukhtar, “Vehicle dynamics and tire models: An overview,” *World Journal of Advanced Research and Reviews*, pp. 331-348, 2018 Outubro 18.
- [13] M. Guiggiani, *The Science of Vehicle Dynamics - Handling, Breaking, and Ride of Road and Race Cars*, Pisa, Itália: Springer, 2013.
- [14] D. Zapardiel e J. Gillberg, “Steering Performance Dependence On Front Suspension Design,” Goteborg, Sweden, 2015.
- [15] W. F. Milliken e D. L. Milliken, *Race Car Vehicle Dynamics*, Warrendale, Pa: Society of Automotive Engineers, 1995.
- [16] K. Singh e S. Sivaramakrishnan, “Extended Pacejka Tire Model for Enhanced Vehicle Stability Control,” Colmar-Berg, Luxemburgo.
- [17] H. B. Pacejka e I. J. M. Besselink, “Magic Formula Tyre Model with Transient Properties,” *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, pp. 234-249, 06 Agosto 2007.
- [18] H. Mazunder, M. E. M. Emran Hassan e A. Kapoor, “Performance analysis of EV for different mass distributions to ensure safe handling,” *SciVerse ScienceDirect*, 2012.
- [19] Conselho Europeu, “DIRECTIVA 96/53/CE DO CONSELHO,” 25 julho 1996. [Online]. Available: <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/PT/ALL/?uri=celex%3A31996L0053>. [Acedido em 5 março 2026].
- [20] F. I. d. l’Automobile, “2025 Formula 1 Technical Regulations,” 2025.
- [21] Y. He, “An Alternative Battery Locating Approaches for Weight Distributions of Electric Vehicles,” *Highlights in Science, Engineering and Technology*, pp. 623-631, 2024.
- [22] Stellantis Media, “Groupe PSA’s Turbo PureTech petrol engine named International Engine of the Year for the 4th year in a row,” 5 Junho 2018. [Online]. Available: <https://www.media.stellantis.com/em-en/opel/press/groupe-psa-s-turbo-puretech-petrol-engine-named-international-engine-of-the-year-for-the-4th-year-in-a-row>. [Acedido em 02 Abril 2026].

- [23] M. Staff, “Vehicle Testing, the Motor Trend Way,” Motortrend, 26 Fevereiro 2018. [Online]. Available: <https://www.motortrend.com/news/motor-trend-testing>. [Acedido em 18 Março 2026].
- [24] “Formula Student Rules 2025,” 2025.
- [25] R. Pereira, “Vehicle Dynamics Simulation,” 24 junho 2026. [Online]. Available: <https://github.com/Bigozao/Vehicle-Dynamics-Simulation->.
- [26] European Accreditation, “Evaluation of the Uncertainty of Measurement in calibration,” *European Accreditation*, 4 Abril 2022.
- [27] Peugeot, “Características Técnicas 208GT (Eléctrico),” [Online]. Available: <https://www.media.stellantis.com/uploads/br/attachment/3777/fichatecnicapeugeot208gt6286688cd6680-63235de5d8a3d.pdf>. [Acedido em 20 maio 2026].
- [28] F. Laranjeira, “Study and validation of data recorded in the vehicles’ EDR in order to perform a road accident’s dynamic reconstruction,” Leiria, 2022.
- [29] Stellantis, *Características Técnicas Peugeot e-2008*.
- [30] Charters Peugeot, “New 2008 SUV Electric,” [Online]. Available: <https://www.charterspeugeot.com/new-cars/new-2008-suv/electric/>. [Acedido em 02 Abril 2026].
- [31] Peugeot New Zealand, “The electric car: a little history is in order,” 7 Outubro 2022. [Online]. Available: <https://www.peugeot.co.nz/brand/peugeot-magazine/the-art-of-assembling-batteries.html>. [Acedido em 02 Abril 2026].
- [32] DSD, “PC-Crash,” DSD, [Online]. Available: https://www.dsd.at/index.php?option=com_content&view=article&id=512:pc-crash-englisch-3&catid=37&lang=en&Itemid=159. [Acedido em 15 maio 2026].
- [33] I. op het Veld, “Run flat tires versus conventional tires,” *Eindhoven University of Technology*, Maio 2006.
- [34] X. Zhang e D. Göhlich, “A hierarchical estimator development for estimation of tire-road friction coefficient,” *ResearchGate*, p. 4, 8 fevereiro 2017.