

João da Silva Pereira

# Sequências Perfeitas para Sistemas de Comunicação com Acesso Múltiplo por Divisão de Código

Agosto de 2012



UNIVERSIDADE DE COIMBRA



UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores  
Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Sequências Perfeitas para  
Sistemas de Comunicação com  
Acesso Múltiplo por Divisão  
de Código

**João da Silva Pereira**

*Dissertação submetida à Universidade de Coimbra  
para a obtenção do grau de Doutor*

**COIMBRA  
2012**



## AGRADECIMENTOS

Quero expressar os meus agradecimentos ao Professor Henrique José Almeida da Silva pelos seus conselhos de orientação e palavras de motivação. Também quero agradecer à Escola Superior de Tecnologia e Gestão de Leiria e ao Instituto Politécnico de Leiria a concessão de alguns períodos de dispensa e redução de serviço docente. Não quero deixar de agradecer ao Instituto de Telecomunicações de Coimbra e ao meu Departamento de Engenharia Informática da Escola Superior de Tecnologia e Gestão de Leiria os diversos apoios concedidos para poder participar em conferências nacionais e internacionais.

*Dedico este trabalho às minhas filhas e à minha esposa.*



## RESUMO

Uma sequência perfeita é identificada quando a sua função de autocorrelação periódica é igual a um impulso unitário de Dirac ou quando todos os valores desfasados de autocorrelação são iguais a zero. No *design* de sequências perfeitas, a dificuldade é conseguir sequências em quantidade suficiente com baixos valores de correlação cruzada.

Nesta tese, são propostos novos métodos de construção de grandes conjuntos de sequências perfeitas derivadas de uma transformada discreta e inversa de Fourier (IDFT). Cada novo conjunto de sequências de autocorrelação periódica perfeita tem um valor máximo absoluto de correlação cruzada periódica (MaxCC) estritamente inferior ao pico máximo da autocorrelação (igual ao comprimento  $N$  das sequências). Todos os valores MaxCC encontrados são iguais ou muito próximos do limite inferior teórico “raiz quadrada de  $N$ ”. Não obstante, alguns dos novos conjuntos de sequências perfeitas são ortogonais e também possuem valores MaxCC baixos. Além disso, novos métodos foram sugeridos e permitiram criar ótimos conjuntos de novos códigos bipolares derivados de sequências perfeitas ortogonais e bidimensionais. É do conhecimento geral o quanto é difícil encontrar valores determinísticos tal como o MaxCC para sequências perfeitas ou mesmo para outras famílias de códigos. Este documento fornece um conjunto de novas propriedades sobre sequências perfeitas e demonstrações matemáticas que permitem determinar alguns MaxCC. Adicionalmente, foram encontrados novos limites superiores de probabilidade de erro em função do valor máximo absoluto de correlação cruzada aperiódica. Da mesma forma, a probabilidade de erro foi reescrita com base no rácio de potência de contraste da família de códigos selecionada para um determinado sistema de comunicação CDMA (Code Division Multiple Access) ou OCDMA (Optical Code Division Multiple Access).

Diferentes sistemas de comunicação CDMA foram simulados com as novas famílias de sequências perfeitas. Todas as simulações mostraram como as novas sequências perfeitas e sequências quase perfeitas devem ser úteis em sistemas de comunicação. Esta tese apresenta simulações para mostrar o quanto as novas sequências perfeitas podem ser utilizadas em cenários multiusuários num sistema de comunicação CDMA por Rádio Frequência e também num sistema de comunicação OCDMA. Para um sistema OCDMA, os codificadores/descodificadores selecionados foram as SSFBG (Super Structured Fiber Bragg Grating). Este documento mostra que a seleção correta dos conjuntos de códigos escritos nas SSFBG é fundamental e os sinais óticos das SSFBG são muito parecidos com as sequências perfeitas.

Todas as novas famílias de sequências perfeitas, sequências perfeitas e ortogonais, e sequências mutuamente ortogonais podem ser aplicadas em sistemas de comunicação OFDM-CDMA (Orthogonal Frequency-Division Multiplexing - Code Division Multiple Access) ou num simples sistema CDMA de comunicação. No futuro, os novos conjuntos de sequências perfeitas poderão ser utilizados em diversos sistemas de comunicação, na geração de sinais para radares e em tecnologias aplicadas a sonares.

**Palavras-chave:** Sequências Perfeitas, Sequências Perfeitas e Ortogonais, CDMA, WCDMA, OCDMA, OFDM, IDFT, GDFT, Códigos de Gold, Códigos de Walsh-Hadamard, Códigos ZigBee.



## ABSTRACT

A perfect sequence is identified when its periodic autocorrelation function is like a Dirac unit impulse or when all out-of-phase autocorrelation values are equal to zero. In the design of perfect sequences, the difficulty is to achieve enough quantity of these sequences with low cross-correlation values.

In this thesis, some novel schemes to construct large sets of perfect sequences derived from an Inverse Discrete Fourier Transform (IDFT) are proposed. Each new set of perfect periodic autocorrelation sequences has a maximum absolute value of periodic cross-correlation (MaxCC) strictly lower than the peak autocorrelation value (equal to the sequence length  $N$ ). All MaxCC values found are equal or very close to the lower theoretical bound  $\text{SQRT}(N)$ . Notwithstanding, some new sets of these perfect sequences are orthogonal and also have low values of MaxCC. Furthermore, new methods have been suggested and permit to create optimum sets of new bipolar codes derived from bi-dimensional orthogonal perfect sequences. It is well known how hard it is to find deterministic bound such as the MaxCC for perfect sequences or even other code families. This document provides a set of new properties of perfect sequences and mathematical proofs for determining some MaxCC. Additionally, some deterministic methods have been presented and should help to find some new upper bounds and average error probability functions based on the maximum absolute value of aperiodic cross-correlation, or based on the power contrast ratio of the code family selected into a CDMA (Code Division Multiple Access) or an OCDMA (Optical Code Division Multiple Access) communication system.

Different CDMA communication systems have been simulated with the new perfect sequence families. All simulations have shown how the new perfect sequences and almost perfect sequences should be useful in communication systems. This thesis presents some CDMA simulations to show how the new perfect sequences can be useful in a multi-user scenario of a Radio Frequency CDMA communication system and in an OCDMA communication system. For an OCDMA system, the coder/decoder selected was the SSFBG (Super Structured Fiber Bragg Grating). This document shows that the code set selection, written into the SSFBG, is fundamental and the SSFBG optical signals are very similar to the perfect sequences.

All new families of perfect sequences, orthogonal perfect sequences, mutually orthogonal sequences can be applied in an OFDM-CDMA (Orthogonal Frequency-Division Multiplexing - Code Division Multiple Access) communication system or in a simple CDMA communication system. In the future, the new perfect sequence sets may be useful in many communication systems, in the design of radar signals, and in sonar technologies.

**Keywords:** Perfect Sequences, Orthogonal Perfect Sequences, CDMA, WCDMA, OCDMA, OFDM, IDFT, GDFT, Gold codes, Walsh-Hadamard codes, ZigBee codes.



## Índice

<b>1. Introdução</b>	
1.1 Motivação e Enquadramento	1
1.2 Estrutura da Tese	3
1.3 Principais Contribuições da Tese	6
1.4 Lista de publicações produzidas	8
<b>2. Revisão do estado da arte</b>	
2.1 Introdução	13
2.2 Sistemas de comunicações baseados em CDMA e OFDM	13
2.2.1 CDMA	13
2.2.1.1 Sistema DS-CDMA	13
2.2.1.2 Sistema MC-CDMA	22
2.2.1.3 Sistema com múltiplas portadoras DS-CDMA	24
2.2.1.4 Sistema MT-CDMA	26
2.2.1.5 Comparação de características e de desempenho	27
2.2.2 OFDM	28
2.2.2.1 Introdução	28
2.2.2.2 História da transmissão OFDM	32
2.2.2.3 Sistema de comunicação OFDM	36
2.3 Sistemas de comunicações OCDMA	41
2.4 Sequências para sistemas CDMA e OCDMA com detecção coerente	46
2.4.1 Sequências mais utilizadas	46
2.4.1.1 Sequências ortogonais	46
2.4.1.2 Sequências pseudo ortogonais	48
2.4.2 Famílias de sequências perfeitas	54
2.4.3 Sequências GDFT	56
2.5 Codificadores óticos e eletrônicos com detecção coerente	60
2.5.1 Codificadores óticos com SSFBG	60
2.5.1.1 Rácios de potências de contrastes $P/C$ e $P/W$	60
2.5.1.2 Modelo matemático de uma SSFBG	63
2.5.2 Codificadores eletrônicos eficientes e otimizados de Golay	66
Sumário	70
Referências	70

<b>3. Novos conjuntos matemáticos de sequências perfeitas</b>	
3.1 Introdução	81
3.2 Novas sequências perfeitas com baixa correlação cruzada	84
3.2.1 Novas sequências perfeitas derivadas das sequências de Chu	84
3.2.2 Novas sequências derivadas das sequências de Chu e das sequências do conjunto $P$	89
3.2.3 Novas sequências perfeitas derivadas das sequências de máximo comprimento	92
3.2.4 Novas sequências perfeitas derivadas das sequências $P(y,x)$	95
3.2.5 Novos códigos M-ary PPAC	99
3.3 Novas sequências mutuamente ortogonais e complementares de Gold	101
3.4 Novas sequências 2-D perfeitas	106
3.5 Novas sequências ortogonais derivadas das sequências perfeitas	111
3.6 Novas sequências bipolares quase ortogonais e perfeitas	114
3.7 Novas sequências 2-D ortogonais e perfeitas	119
3.7.1 $2N$ conjuntos de $N$ sequências ortogonais e perfeitas	119
3.7.2 $2N^2$ conjuntos de $N$ sequências ortogonais e perfeitas	125
Sumário	130
Referências	131
<b>4. Modelos de Análise e Ferramentas de Simulação</b>	
4.1 Introdução	135
4.2 Probabilidade de erro em sistemas CDMA com modulação BPSK	135
4.3 Probabilidade de erro em sistemas OCDMA com SSFBG	143
4.4 Modelo simplificado de uma SSFBG	146
4.5 Ferramentas de simulação	153
Sumário	159
Referências	159
<b>5. Apresentação e análise de resultados dos novos conjuntos de sequências</b>	
5.1 Introdução	161
5.2 Novos códigos em sistemas CDMA	161
5.2.1 Novos códigos perfeitos com baixa correlação cruzada	161
5.2.1.1 Novos códigos perfeitos derivados das sequências de Chu	161
5.2.1.2 Novas sequências perfeitas derivadas das sequências de máximo comprimento	167
5.2.2 Códigos mutuamente ortogonais e complementares de Gold	170
5.2.3 Códigos derivados das sequências 2-D perfeitas	173
5.3 Novos códigos em sistemas OCDMA	183
5.3.1 As SSFBG geram sequências perfeitas	183
5.3.2 Resultados WDM/OCDMA-PON com códigos de Gold e $P(y, x)$ gravados em SSFBG	184
Sumário	202
Referências	203

<b>6. Conclusões</b>	
6.1 Síntese do trabalho realizado	205
6.2 Propostas para trabalho futuro	208
<b>Anexo A - Pedido Provisório de Patente do CODEC dos códigos OPDG</b>	211



**Glossário de Símbolos**

<b>Símbolo</b>	<b>Descrição</b>
$A$	Amplitude
$A_{DFT}$	Matriz DFT
$A_{GDFT}$	Matriz GDFT
$AC(0)$	Valor de autocorrelação aperiódica (sem desfasamento)
$ACC$	Correlação cruzada aperiódica
$a_r$	Sequência complexa
$a_{kj}$	Coefficientes polinomiais complexos
$a_k(t)$	Sequência com codificação DS-SS
$a_N$	Sequência binária
$B$	Uma qualquer sequência bipolar $\{1, -1\}$
$B$	Largura de banda
$b$	Uma qualquer sequência bipolar $\{1, -1\}$
$b_r(t)$	Função da informação binária
$b_N$	Sequência binária
$a_{j,p}(i)$	Dados complexos
$\hat{a}_k(t)$	Sequência atrasada de $a_k(t)$
$b_k(t)$	Sinal de dados informativos
$b_{kj}$	Potências polinomiais reais
$b_i$	Sequências bipolares $i$
$C_a$	Valor máximo dos valores absolutos de autocorrelação aperiódica desfasada
$C_{aa}$	Autocorrelação de $a_N$
$C_{bb}$	Autocorrelação de $b_N$
$C_c$	Valor máximo dos valores absolutos da correlação cruzada aperiódica
$C_i$	Sequência complexa
$C_i(l)$	Função de autocorrelação aperiódica
$C_{x,y}(l)$	Função da correlação cruzada aperiódica
$c_{kj}$	Coefficientes polinomiais complexos
$c_r$	Sequência complexa de Chu
$c_0$	Uma sequência constante (igual a 1)
$C_{ch,SF,m}$	Código ortogonal OVVSF de espalhamento
$C^j(t)$	Código de espalhamento do $j^{\text{ésimo}}$ utilizador
$Chip$	Duração de um símbolo de uma sequência $a_k(t)$
$DC$	Componente contínua
$D_k(n)$	Polinómio
$D_n$	Atraso
$d_{kj}$	Potências polinomiais reais

$d_i$	Dados complexos
$d_j(i)$	Chip $i$ da sequência $j$
$\hat{d}_i(k)$	Sinal à saída do circuito DFT do $i^{\text{ésimo}}$ sub-canal OFDM
$e_r(n)$	$r^{\text{ésima}}$ potência da primeira primitiva da $N^{\text{ésima}}$ raiz da unidade elevada à $n^{\text{ésima}}$ potência
$E_b$	Densidade espectral de potência unilateral de um bit informativo
$\mathbf{F}_i$	Matriz de uma secção $i$
$\mathbf{F}_{P_i}$	Matriz de mudança de fase
$f$	Frequência
$f_b$	Frequência do débito binário
$f_c$	Frequência “Chip rate”
$f_c$	Frequência da portadora
$f_d$	Frequência de Doppler
$f_i$	Frequência de um sinal interferente
$f_o$	Frequência da portadora RF
$f'(t)$	Uma função impulso quadrado modificado
$G_1$	Ganho do canal 1 UMTS-DL
$G1(x)$	Polinómio 1 gerador de sequências de <i>máximo comprimento</i>
$G2(x)$	Polinómio 2 gerador de sequências de <i>máximo comprimento</i>
$G_2$	Ganho do canal 2 UMTS-DL
$G(u, v)$	Conjunto de Gold
$G(y, x)$	Conjunto de Gold
$G^T(y, x)$	Conjunto de Gold com sequências invertidas
$G_{P1}$	Ganho do canal P-SCH UMTS-DL
$G_S$	Ganho do canal P-SCH UMTS-DL
$G_{MC}$	Ganho de processamento
$G_{DS}$	Ganho de processamento
$G_{MD}$	Ganho de processamento
$G_{MT}$	Ganho de processamento
$h(t)$	Resposta impulsiva do canal de comunicação
$h(t)$	Resposta impulsiva de um processo Gaussiano complexo (WSS – Wide Sense Stationary)
$h(x)$	Polinómio em numeração octal $h = (h_0, h_1, \dots, h_n)$
$i(t)$	Interferências
$I$	Componente em fase
$J$	Complexo imaginário puro
$K$	Número de utilizadores simultâneos
$K_{MC}$	Comprimento de uma sequência MC-CDMA
$L$	Comprimento de uma grade de fibra
$M$	Número de utilizadores distintos
$N_c$	Número de sub-portadoras
$N_G$	Número total de períodos das graduações
$N_o$	Densidade espectral unilateral de potência de ruído
$n(t)$	Ruído aditivo
$N$	Número de impulsos

$N$	Comprimento de uma sequência ou código
$N$	Número de elementos processados em paralelo
$N_c$	Número de <i>Chips</i>
$N_k(n)$	Polinómio
$n_0$	Ruído de um recetor
$n_{eff}$	Índice de refração
$OG_s$	Código bipolar ortogonal de Gold da linha $s$ (da matriz)
$P$	Densidade espectral de potência
$P$	Conjunto de sequências perfeitas
$P_d$	Intensidade ótica de um sinal decodificado
$P_e$	Probabilidade de erro
$P_i$	Intensidade ótica de um utilizador interferente
$P_s$	Potência transmitida
$p_s(t)$	Impulso retangular simbólico
$p_r$	Sequência complexa perfeita
$P(y, x)$	Conjunto de códigos PN, 4 vezes maior do que o conjunto de Gold
$P/C$	Rácio de potência de contraste (com correlação cruzada)
$P/W$	Rácio de potência de contraste (com autocorrelação)
$Q$	Componente em quadratura
$\mathfrak{R}$	Resposta de um fotodetector
$R_i$	Sinais óticos que atravessam a secção $i$ de uma “Bragg gratings”
$r_{k,i}$	Função das autocorrelações aperiódicos $C_k(l)$ e $C_i(l)$
$r(t)$	Sinal DS-SS com contaminações
$r_{chip}(\lambda)$	Espectro de potência refletida de um <i>chip</i>
$S_i$	Sinais óticos que atravessam a secção $i$ de uma “Bragg gratings”
$sgn(t)$	Função sinal
$S_{dl,n}$	Código PN de mistura (Scrambling)
$SF$	Fator de espalhamento
$S_{hh}(t)$	Função de densidade espectral de potência
$S_j(t)$	Sinal MC-CDMA
$S_k(t)$	Sinal com espalhamento espectral
$t$	Tempo
$T$	Duração de um símbolo
$T_b$	Duração de um bit
$T_c$	Duração de um <i>Chip</i>
$T_g$	Duração de um intervalo de guarda
$T_s$	Duração de um símbolo
$T'_s$	Duração de um símbolo numa sub-portadora
$T^k x$	Operador de um deslocamento cíclico de $k$ bits
$T_{total}$	Duração de um símbolo
$u$	Sequência de máximo comprimento
$v$	Sequência de máximo comprimento
$x_p$	Sequência periódica perfeita
$X$	Matriz com linhas constituídas por sequências $T^k x$

$X$	DFT[ $x(n)$ ]
$X^r$	Matriz com linhas $T^k x^r$
$y_p(t)$	Função de um sinal referenciada por $p$ dentro de um conjunto
$y^r$	Representa uma sequência $y$ invertida no tempo
$z_{m,p}(t)$	Envolvente complexa
$z_p$	$p$ ésima primitiva da $N$ ésima raiz da unidade
$W$	Largura de banda
$WH_r$	Código bipolar de Walsh-Hadamard da linha $r$ (da matriz)
$W_N$	Twiddle Factor
$w_n$	Coefficiente "seed"
$\beta$	Fator de expansão
$\lambda$	Comprimento de onda
$\lambda_D$	Comprimento de onda idealizado
$\lambda_i$	Comprimento de onda atribuída ao utilizador $i$
$\lambda_{\max}$	Comprimento de onda máxima em que a refletividade máxima ocorre
$\delta[k]$	Impulso unitário de Dirac
$\delta(f)$	Função Impulso de Dirac
$\Delta$	Tempo do intervalo de guarda
$\Delta f$	Variação de frequência
$\Delta f'$	Separação mínima entre sub-portadoras
$\Delta z_0$	Separação entre duas secções de duas grades
$\Delta\Phi_i$	Variação aleatório no intervalo $[-\pi, +\pi]$
$\Delta_\lambda$	Pequeno valor incremental do comprimento de onda
$\overline{\delta n_{eff}}$	Valor médio "dc" ao longo de um período de graduação
$\xi$	Nível da diafonia ( <i>crosstalk</i> )
$\kappa$	Coefficientes de acoplamento "ac"
$\kappa_1$	Coefficiente "ac" de acoplamento do primeiro <i>chip</i>
$\phi$	Conjunto de sequências perfeitas
$\phi$	Função de distribuição cumulativa normalizada de Gauss
$\phi_i$	Mudança na fase de uma grade
$\varphi$	Conjunto de sequências perfeitas
$\Omega$	Número cardinal de cada conjunto
$\omega$	Frequência angular
$\omega_c$	Frequência angular central
$\omega_o$	Frequência angular
$\Theta$	Conjunto de sequências bipolares quase perfeitas
$\theta_k$	Fase do sinal transmitido
$\theta_k$	Fase aleatória $[0, 2\pi[$ da $k$ ésima portadora
$\theta(l)$	Autocorrelação periódica
$\theta_{xx}(l)$	Autocorrelação periódica

$\theta_{xy}(l)$	Função de correlação cruzada periódica
$\hat{\sigma}$	Coefficientes de acoplamento “dc”
$\Lambda$	Período nominal da mudança de índice
$\chi(\cdot)$	Função definida por $\chi(0) = +1$ e $\chi(1) = -1$
$\tau_c$	Coerência da luz
$\tau_k$	Tempo de atraso
$\oplus$	Operação lógica ou-exclusivo
*	Operador conjugado de uma função complexa
$\cup$	União
$\perp$	Ortogonal



**Lista de Acrónimos**

<b>Abreviatura</b>	<b>Designação em Inglês</b>
ACI	Adjacent Channel Interference
ADC	Analog-to-Digital Converter
A/D	Analog-to-Digital Converter
ADSL	Asymmetric Digital Subscriber Lines
ASIC	Application-Specific Integrated Circuit
ATM	Asynchronous Transfer Mode
AWG	Arrayed Waveguide Gratings
AWGN	Additive White Gaussian Noise
BER	Bit Error Ratio or Bit Error Rate
BPF	Band-Pass Filter
BPSK	Binary Phase Shift Keying
CATV	Cable TV
CCDF	Complementary Cumulative Distribution Function
CDMA	Code Division Multiple Access
CO	Central Office
CODEC	Coder/Decoder
CPLD	Complex Programmable Logic Device
DAB	Digital Audio Broadcasting
DAC	Digital-to-Analog Converter
D/A	Digital-to-Analog Converter
DS-CDMA	Direct-Sequence Code Division Multiple Access
DFT	Discrete Fourier Transform
DSP	Digital Signal Processor
DL	Down Link
DS	Direct-Sequence
DS-CDMA	Direct Sequence – Code Division Multiple Access
DS-SS	Direct Sequence – Spreading Spectrum
EDFA	Erbium Doped Fiber Amplifier
EGC	Efficient Golay Correlator
EPON	Ethernet Passive Optical Network
EUA	United States of. America ou Estados Unidos da América
FBG	Fiber Bragg Grating
FCTUC	Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra
FDM	Frequency Division Multiplexing
FEC	Forward Error Correction
FFT	Fast Fourier Transform
FH	Frequency-Hopping
FM	Frequency Modulation
FPGA	Field-Programmable Gate Array
FSAN	Network Access Full Service
FTTH	Fiber-to-the-Home
FWHM	Full Width at Half Maximum
GDFT	Generalized Discrete Fourier Transform
GPON	Gigabit capable Passive Optical Network

HDSL	High-bit-rate Digital Subscriber Lines
HDTV	High Definition Television
HF	High Frequency
IDFT	Inverse Discrete Fourier Transform
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
IF	Intermediate Frequency
IFFT	Inverse Fast Fourier Transform
INPI	Instituto Nacional da Propriedade Industrial
IPL	Instituto Politécnico de Leiria
IS-95	Interim Standard 95 ou CdmaOne
ISI	Inter-symbol Interference
ISD	Filter Integration and Discharge
ITU	International Telecommunication Union
LabView	National Instruments Programming
LPF	Low Pass Filter
LPI	Low Probability of Interception
MAI	Multiple Access Interference
M-ary QAM	M-ary Quadrature Amplitude Modulation
MaxCC	Maximum absolute value of periodic cross correlation
MC-CDMA	Multi Carrier Code Division Multiple Access
MCI	Multicarrier Interference
MLL	Mode-Locked Laser
MOC	Mutually Orthogonal Complementary
MPI	Multipath Interference
<i>m</i> -sequence	Maximum length sequence
MT-CDMA	Multi Tone Code Division Multiple Access
MU	Mobile Unit
MUX	Multiplexer
NG-PON	Next Generation PON
NTT	Nippon Telegraph and Telephone
NRZ	Non-Return-to-Zero pulse generator
OCDMA	Optical Sequence Code Division Multiple Access
OCDMA-PON	Optical Code Division Multiple Access - Passive Optical Network
OFDM	Orthogonal frequency Division Multiplexing
OG	Orthogonal Gold code
OGC	Optimized Golay Correlator
ONU	Optical Network Unit
OPDG	Orthogonal Perfect DFT of Golay
OPPAC	Orthogonal Perfect Periodic Autocorrelation
OVSF	Orthogonal Variable Spreading Factor
$P(y, x)$	New PN sequences of set $P(y, x)$
PAPR	Peak-to-average Power Ratio
PLC	Planar Lightwave Circuit
PN	Pseudo Noise
PIN	Photo Intrinsic, Semiconductor
PON	Passive Optical Network
PPAC	Perfect Periodic Autocorrelation
PRBS	Pseudo-Random Binary Sequence

P-SCH	Primary Synchronization Channel
QAM	Quadrature Amplitude Modulation
QoS	Quality of Service
QPSK	Quadrature Phase Shift Keying
RAM	Random Access Memory
RF	Radio Frequency
RN	Remote Node
RNC	Radio Network Controller
ROM	Read Only Memory
SCH	Synchronization Channel
SDH	Synchronous Digital Hierarchy
Sgn	Signal function
SLPM	Spatial Lightwave Phase Modulator
SMF	Single-Mode optical Fiber
SSFBG	Super Structured Fiber Bragg Grating
SS-CDMA	Spreading-Spectrum Code Division Multiple Access
S-SCH	Secondary Synchronization channel
SSMA	Spreading-Spectrum Multiple Access
STB	Set Top Box
S/N	Signal Noise Ratio
TDM	Time Division Multiplexing
TH	Time-Hopping
TS-OCDMA-PON	Time Spreading Optical Code Division Multiple Access – PON
TV	Television
UMTS	Universal Mobile Telecommunication System
UMTS DL	UMTS Downlink
VHDL	VHSIC hardware description language
VHDSL	Very-High-speed Digital Subscriber Lines
VHSIC	Very High Speed Integrated Circuit
VLSI	Very Large Scale Integration
WCDMA	Wide band Code Division Multiple Access
WDM	Wavelength-Division Multiplexing
WH	Walsh-Hadamard
XOR	Logical operation or- exclusive $\oplus$
Zigbee	IEEE 802.15 standard
2-D	2-Dimensions
3GPP	3 <sup>rd</sup> Generation Partnership Project



## Lista de Figuras e Tabelas

Fig. 2.2.1: Codificação e decodificação DS-CDMA.	16
Fig. 2.2.2: Princípio de um filtro de correlação para decodificação CDMA.	17
Fig. 2.2.3: Espalhamento de todos os canais físicos UMTS DL, excepto SCH.	18
Fig. 2.2.4: Multiplexagem de sinais S com sinais de sincronismo primário P-SCH e secundário S-SCH.	18
Fig. 2.2.5: Modulação QPSK do canal descendente UMTS.	18
Fig. 2.2.6: Representação no domínio do tempo e da frequência de um sinal informativo com e sem espalhamento DS-SS.	19
Fig. 2.2.7: Desmodulador DS-SS.	20
Fig. 2.2.8: Densidade espectral de potência do sinal recebido.	21
Fig. 2.2.9: Sistema MC-CDMA: (a) transmissor, (b) recetor, (c) espectro de potência desse sinal transmitido.	23
Fig. 2.2.10: Sistema DS-CDMA com múltiplas portadoras: (a) transmissor, (b) espectro de potência do sinal transmitido, e (c) o recetor.	25
Fig. 2.2.11: Sistema MT-CDMA: (a) o transmissor, (b) o espectro de potência de um sinal transmitido e (c) o recetor.	27
Fig. 2.2.12: Exemplo de uma resposta impulsiva de um modelo típico de canal de transmissão dominado por interferências provocadas por percursos múltiplos de propagação, onde as setas representam os percursos de propagação (atrasos) desse canal.	29
Fig. 2.2.13: Conceito de transmissão paralela.	30
Fig. 2.2.14: Configuração de esquemas de transmissão (a) com múltiplos códigos e (b) com múltiplas portadoras.	31
Fig. 2.2.15: Conceito OFDM. (a) Técnica convencional com portadoras múltiplas, e (b) técnica de modulação com portadoras ortogonais.	33
Fig. 2.2.16: (a) Espectro de um sub-canal OFDM e (b) de um sinal OFDM.	34
Fig. 2.2.17: Configuração de um transmissor (a) e recetor (b) OFDM.	37
Fig. 2.2.18: Formas de ondas de um sinal OFDM-QPSK.	38
Fig. 2.2.19: Princípio dos intervalos de guarda em transmissão OFDM.	39
Fig. 2.3.1: PON com radiodifusão de TV em 1,55 $\mu\text{m}$ . STB - Set Top Bos; RN – Remote Node.	42
Fig. 2.3.2: Perdas do sinal ótico em função do comprimento de onda.	43
Fig. 2.4.1: Árvore de geração dos códigos OVSF.	47
Fig. 2.4.2: Circuito gerador de uma sequência de Gold.	53
Fig. 2.5.1: Sinais óticos à saída de um decodificador SSFBG com representação dos rácios de potências de contrastes P/C e P/W.	61
Fig. 2.5.2: Estrutura do codificador SSFBG escolhido.	66
Fig. 2.5.3: Gerador eficiente de Golay.	67
Fig. 2.5.4: Decodificador eficiente de Golay (EGC).	68
Fig. 2.5.5: Decodificador otimizado de Golay (OGC).	69
Fig. 3.1.1: Sinal OFDM-CDMA construído somando os sinais codificados de Q utilizadores.	82
Fig. 3.1.2: Decodificador OFDM-CDMA do utilizador i.	82
Fig. 3.1.3: Circuito simplificado baseado no circuito OFDM-CDMA onde o efeito da IDFT está incorporado nas sequências bipolares $b_1, b_2, \dots, b_Q$ .	83

Fig. 3.1.4: Decodificador CDMA simplificado.	84
Fig. 3.2.1: Autocorrelações das sequências de quatro fases derivadas das sequências perfeitas do conjunto P, quando $N = 127$ .	90
Fig. 3.2.2: Máximos da correlação cruzada periódica entre as sequências de quatro fases derivadas das sequências perfeitas do conjunto P, quando $N = 127$ .	91
Fig. 3.2.3: Circuito gerador de um conjunto $P(y, x)$ .	96
Fig. 3.2.4: Diagrama temporal do efeito de retro geração.	97
Fig. 3.2.5: Autocorrelação periódica de $P(y, x)$ com $N_c = 31$ .	98
Fig. 3.2.6: Autocorrelação aperiódica de $P(y, x)$ com $N_c = 31$ .	98
Fig. 3.2.7. Valores máximos dos valores absolutos da autocorrelação periódica desfasada (MaxAC) e dos valores máximos dos valores absolutos da correlação cruzada periódica desfasada (MaxCC), para sequências perfeitas derivadas do conjunto $P(y, x)$ (denominadas por “M-ary PPAC codes”) em função da resolução M da amplitude da parte real e imaginária desses códigos complexos.	100
Fig. 3.3.1: Autocorrelações periódicas e aperiódicas de sequências perfeitas de comprimento $N = 127$ .	104
Fig. 3.3.2: MaxCC normalizados para correlações cruzadas periódicas e aperiódicas entre duas sequências de cada par $i$ definidas na propriedade III, com sequências de diferentes comprimentos $N$ e quantidade $Q$ .	105
Fig. 3.5.1: Gerador de partes reais e imaginárias dos códigos M-ary OPPAC.	113
Fig. 3.6.1 Matriz de 32 códigos bipolares de comprimento 32.	116
Fig. 3.6.2: Uma representação tridimensional da autocorrelação aperiódica dos códigos PN utilizados no sistema ZigBee, de comprimento 32.	117
Fig. 3.6.3: Uma representação tridimensional da correlação cruzada aperiódica para todas as combinações dos códigos ZigBee, de comprimento 32.	117
Fig. 3.6.4: Uma representação tridimensional da autocorrelação aperiódica dos novos códigos bipolares (da figura 3.6.1), de comprimento 32.	118
Fig. 3.6.5: Uma representação tridimensional da correlação cruzada aperiódica de todas as combinações dos novos códigos bipolares (da figura 3.6.1), de comprimento 32.	118
Fig. 3.7.1: Valores médios de 32 valores absolutos das autocorrelações aperiódicas desfasadas dos códigos $\sqrt{N} \times IDFT[WH_r \times T^i(OG_s)]$ em função de $s$ (índice dos códigos OG) e $i$ (Índice de rotação dos códigos OG), quando $N = 32$ e com os valores inteiros $0 \leq i, r, s \leq 31$ .	128
Fig. 4.4.1: Estrutura do codificador utilizado para descobrir o coeficiente de reflexão de potência de uma SSFBG em função das famílias de códigos selecionados.	147
Fig. 4.5.1: Painel frontal de um dos simuladores implementados em LabView.	154
Fig. 4.5.2: Representação (parcial) da programação do simulador da figura 4.5.1.	154
Fig. 4.5.3: Painel frontal da aplicação/simulação, desenvolvida em LabView, para determinar a BER e outras funcionalidades de cada nova família de código.	155
Fig. 4.5.4: Aplicação Optisystem da Optiwave que foi utilizado para avaliar um sistema OCDMA-PON com SSFBG gravadas com determinadas famílias de códigos.	156
Fig. 4.5.5: Aplicação Optigrating da Optiwave que foi utilizado para avaliar o espectro de potência de uma SSFBG gravada com determinadas famílias de códigos.	156
Fig. 4.5.6: A aplicação Optigrating da Optiwave que foi utilizado para avaliar a fase do espectro de potência da SSFBG referente à figura 4.5.5.	157

- Fig. 4.5.7: Aplicação Optigrating da Optiwave que mostra a grade de variação do índice de refração de uma SSFBG gravada com um código de 31 chips. 157
- Fig. 4.5.8: Espectro de potência de uma SSFBG cujo modelo matemático foi implementado em LabView. 158
- Fig. 4.5.9: Majorante da BER de um sistema OCDMA-PON com SSFBG em função da quantidade de utilizadores (Users) e do parâmetro  $\kappa_1 L$  (das SSFBG), implementado em LabView. 158
- Fig. 5.2.1: BER em função do número de utilizadores (#Códigos), quando uma função de autocorrelação periódica é utilizada na detecção, num cenário de transmissão DS-CDMA assíncrono sem modulação. 163
- Fig. 5.2.2: BER em função de relação S/N, quando uma função de autocorrelação periódica é utilizada para detecção, num cenário de transmissão DS-CDMA assíncrono com ruído AWGN,  $S/N = 20$  dB e interferências de desvanecimento “Rayleigh flat-fading”, com 4 utilizadores em simultâneo (#Códigos = 4). 164
- Fig. 5.2.3: BER em função do número de utilizadores em simultâneo (#Códigos), quando uma função de autocorrelação periódica é utilizada para detecção, num cenário de transmissão DS-CDMA assíncrono com ruído AWGN,  $S/N = 20$  dB e interferências de desvanecimento “Rayleigh flat-fading”. 165
- Fig. 5.2.4: BER em função do número de utilizadores em simultâneo (#Códigos), quando uma função de autocorrelação aperiódica é utilizada para detecção, num cenário de transmissão DS-CDMA assíncrono com ruído AWGN,  $S/N = 20$  dB e interferências de desvanecimento “Rayleigh flat-fading”. 166
- Fig. 5.2.5: BER *versus* número de códigos transmitidos em simultâneo (#Códigos), para diferentes conjuntos de códigos, utilizando cenários de transmissão assíncronos CDMA. 169
- Fig. 5.2.6. BER *versus* Número de códigos transmitidos em simultâneo (#Códigos), para diferentes conjuntos de códigos, utilizando cenários de transmissão síncronos CDMA. 170
- Fig. 5.2.7: BER *versus* S/N, com diferentes conjuntos de códigos, com interferências “Rayleigh flat-fading”, num cenário CDMA assíncrono com dois utilizadores em simultâneo. A detecção foi baseada no valor máximo da função de autocorrelação periódica. 171
- Fig. 5.2.8: BER *versus* S/N, com diferentes conjuntos de códigos, com interferências “Rayleigh flat-fading”, num cenário CDMA assíncrono com dois utilizadores em simultâneo. A detecção foi baseada no valor máximo da função de autocorrelação aperiódica. 173
- Fig. 5.2.9: Média da probabilidade de erro ( $P_e$ ) em função do número máximo de utilizadores em simultâneo. 175
- Fig. 5.2.10: Média da probabilidade de erro ( $P_e$ ) em função do número máximo de utilizadores em simultâneo. 176
- Fig. 5.2.11: Média da probabilidade de erro  $P_e$  em função de  $E_b/N_0$ , quando o número de utilizadores em simultâneo é 4. 177
- Fig. 5.2.12: Majorante do BER *versus*  $E_b/N_0$ . 179
- Fig. 5.2.13: Média da probabilidade de erro ( $P_e$ ) em função do número máximo de utilizadores em simultâneo.  $E_b/N_0 = 28$  dB. 180

- Fig. 5.2.14: Média da probabilidade de erro  $P_e$  em função de  $E_b/N_0$ , quando o número de utilizadores em simultâneo é 4. 181
- Fig. 5.2.15: Média da probabilidade de erro ( $P_e$ ) em função do número máximo de utilizadores em simultâneo. 182
- Fig. 5.3.1: Estrutura específica de uma SSFBG. 185
- Fig. 5.3.2: Transmissor WDM/OCDMA de quatro canais implementados com codificadores SSFBG. 185
- Fig. 5.3.3: Decodificador WDM/OCDMA. 186
- Fig. 5.3.4: Espectro de potência de uma SSFBG (cor preta) com dois canais interferentes (cor cinzenta) quando  $\kappa L = 0,024$ . 188
- Fig. 5.3.5: Sinal ótico de um codificador SSFBG com ISI. 189
- Fig. 5.3.6: Representação 3D do limite superior da função probabilidade de erro (4.3.4) em função dos rácios  $P/C$  e  $E_b/N_o$ , quando dois códigos são utilizados em simultâneo e  $N = 31$ . 193
- Fig. 5.3.7: Representação 3D do limite superior da função probabilidade de erro (4.3.4) em função dos rácios  $P/C$  e  $E_b/N_o$ , quando 10 códigos são utilizados em simultâneo e  $N = 511$ . 193
- Fig. 5.3.8: Representação 3D do limite superior da função probabilidade de erro (4.3.4) em função dos rácios  $P/C$  e  $E_b/N_o$ , quando 20 códigos são utilizados em simultâneo e  $N = 511$ . 194
- Fig. 5.3.9: Cenário OCDMA-PON do software da Optiwave com dois utilizadores (2 SSFBG gravadas com 2 códigos de Gold com  $N = 31$ ). 195
- Fig. 5.3.10: a) Diagrama Olho dos sinais descodificados OCDMA-PON do utilizador 1 (Codec SSFBG 1 gravado com um código de Gold com  $N = 31$ ) e transmissão de 1 Gbps sobre fibra de 110 km. b) Log da BER mínima em função do tempo de amostragem dentro da duração de um bit (resultante do diagrama Olho). 196
- Fig. 5.3.11: a) Diagrama Olho dos sinais descodificados OCDMA-PON do utilizador 2 (Codec SSFBG 2 gravado com um código de Gold com  $N = 31$ ) e transmissão de 1 Gbps sobre fibra de 110 km. b) Log da BER mínima em função do tempo de amostragem dentro da duração de um bit (resultante do diagrama Olho). 197
- Fig. 5.3.12: a) Diagrama Olho dos sinais descodificados OCDMA-PON do utilizador 1 (Codec SSFBG 1 gravado com um código de Gold com  $N = 31$ ) e transmissão de 1 Gbps sobre fibra de 100 km. b) Log da BER mínima em função do tempo de amostragem dentro da duração de um bit (resultante do diagrama Olho). 198
- Fig. 5.3.13: a) Diagrama Olho dos sinais descodificados OCDMA-PON do utilizador 2 (Codec SSFBG 2 gravado com um código de Gold com  $N = 31$ ) e transmissão de 1 Gbps sobre fibra de 100 km. b) Log da BER mínima em função do tempo de amostragem dentro da duração de um bit (resultante do diagrama Olho). 198
- Fig. 5.3.14: a) Diagrama Olho dos sinais descodificados OCDMA-PON do utilizador 1 (Codec SSFBG 1 gravado com um código de Gold com  $N = 31$ ) e transmissão de 1 Gbps sobre fibra de 20 km. b) Log da BER mínima em função do tempo de amostragem dentro da duração de um bit (resultante do diagrama Olho). 199
- Fig. 5.3.15: a) Diagrama Olho dos sinais descodificados OCDMA-PON do utilizador 2 (Codec SSFBG 2 gravado com um código de Gold com  $N = 31$ ) e transmissão de 1 Gbps sobre fibra de 20 km. b) Log da BER mínima em função do tempo de amostragem dentro da duração de um bit (resultante do diagrama Olho). 199

Fig. 5.3.16: a) Diagrama Olho dos sinais descodificados OCDMA-PON do utilizador 1 (Codec SSFBG 1 gravado com um código de Gold com  $N = 31$ ) e transmissão de 4 Gbps sobre fibra de 20 km. b) Log da BER mínima em função do tempo de amostragem dentro da duração de um bit (resultante do diagrama Olho). 200

Fig. 5.3.17: a) Diagrama Olho dos sinais descodificados OCDMA-PON do utilizador 2 (Codec SSFBG 2 gravado com um código de Gold com  $N = 31$ ) e transmissão de 4 Gbps sobre fibra de 20 km. b) Log da BER mínima em função do tempo de amostragem dentro da duração de um bit (resultante do diagrama Olho). 201

Tabela 2.2.1: Comparação de características de sistemas.	28
Tabela 2.3.1: GPON vs EPON.	41
Tabela 2.4.1: Exemplos de polinómios geradores de sequências de máximo comprimento.	50
Tabela 2.5.1: Comparação da eficácia do cálculo das correlações entre três métodos.	70
Tabela 3.2.1: Valores máximos dos valores absolutos das correlações cruzadas periódicas normalizadas (com $N$ ) para um conjunto de Gold e um conjunto de sequências perfeitas derivadas do conjunto $P(y, x)$ .	99
Tabela 3.3.1: MaxCC em fase ( $n = 0$ ) e MaxCC desfasado ( $n \neq 0$ ) para quatro conjuntos diferentes A, B, C e D com $Q$ sequências diferentes de comprimento $N=127$ chips.	106
Tabela 3.4.1: Conjunto de $N(N + 1)$ sequências perfeitas diferentes $\sqrt{N} \times IDFT [m_{r,c_s}]$ que possuem um valor MaxCC baixo.	107
Tabela 3.7.1: $N^2$ sequências perfeitas, de comprimento $N$ , com $2N$ diferentes conjuntos de $N$ sequências ortogonais ( $r, s, n$ , e $N$ são números inteiros).	120
Tabela 3.7.2: $N^2$ sequências perfeitas, de comprimento $N$ , com $2N^2$ diferentes conjuntos de $N$ sequências ortogonais ( $r, s, n$ , e $N$ são números inteiros).	126
Tabela 3.7.3: Algumas propriedades de correlações periódicas e aperiódicas de diferentes conjuntos de códigos de comprimentos $N$ iguais a 32 e 64.	129
Tabela 5.3.1: $P/W$ e $P/C$ com 33 SSFBG gravadas com códigos de Gold, quando $N=31$ , $\kappa L = 0,024$ e duração de um bit = 400 ps (débito = 2,5 Gb/s).	191
Tabela 5.3.2: $P/W$ e $P/C$ com 128 SSFBG gravadas com códigos $P(y, x)$ , quando $N=31$ , $\kappa L = 0,024$ e duração de um bit = 400 ps (débito = 2,5 Gb/s).	191
Tabela 5.3.3: $P/W$ e $P/C$ com 128 SSFBG gravadas com códigos $P(y, x)$ , quando $N=31$ , $\kappa L = 0,115$ e duração de um bit = 400 ps (débito = 2,5 Gb/s).	191



## 1. Introdução

### 1.1 Motivação e Enquadramento

Os sistemas de telecomunicações atuais baseiam-se muito na técnica de transmissão de dados denominada por OFDM (Orthogonal Frequency-Division Multiplexing). Esses sistemas de comunicações móveis e o sistema de televisão digital são exemplos de sucesso da aplicação dessa técnica que recorre a um par de transformadas: a IFFT (Inverse Fast Fourier Transform) e a FFT (Fast Fourier Transform). Pouco a pouco as técnicas de transmissões analógicas estão a ser substituídas por técnicas de transmissão digitais. As técnicas de comunicação e de acesso ao meio de transmissão que são aplicadas em sistemas de comunicações móveis estão progressivamente a ser testadas em sistemas óticos. Ou seja, é possível encontrar codificadores e decodificadores óticos que funcionam em tempo real e sem a necessidade de utilizar dispositivos eletrónicos que implementam IFFT e FFT, e que têm o mesmo desempenho.

No caso das comunicações móveis, ou comunicações sem fios, os dispositivos eletrónicos utilizados têm cada vez mais circuitos de processamento digital (DSP - Digital Signal Processor). As IFFT e FFT são implementadas eficientemente recorrendo a esses circuitos eletrónicos. No entanto, a complexidade e latência desses circuitos aumenta quando o volume de dados aumenta, sendo o número de operações necessário igual a  $N \times \log(N)$ , quando  $N$  elementos são processados em paralelo. Num sistema com OFDM, um emissor implementa uma IFFT antes de enviar para o meio de transmissão os dados informativos. Em termos matemáticos, o sinal IFFT transmitido é uma sequência complexa igual a uma simples IDFT (Inverse Discrete Fourier Transform). Essa transformação matemática é fundamental para o sucesso de um sistema de transmissão sem fios. A razão é óbvia se for recordado que a IDFT de uma sequência bipolar (ou uni modular) é uma sequência perfeita. Por definição, uma sequência perfeita possui uma função de autocorrelação periódica igual ao impulso unitário de Dirac  $\delta(n)$ . Por outras palavras, isso quer dizer que uma sequência perfeita é imune às interferências de percurso múltiplo. Se os códigos bipolares (sequências de

entrada da IDFT) forem adequadamente selecionados, então será possível que o sinal IDFT (ou OFDM) transmitido, tenha um baixo valor de correlação cruzada periódica. Esse valor é importante num cenário de múltiplas transmissões em paralelo de sequências binárias. Essas sequências binárias podem ser agrupadas em paralelo para gerar códigos bipolares ou sequências complexas uni modulares. Se o agrupamento for equivalente a uma sequência complexa uni modular então a aplicação de uma IDFT (ou de uma IFFT) gerará uma sequência perfeita.

O benefício da IDFT pode ser diretamente incorporado nas sequências uni modulares utilizadas para identificar um utilizador e a sua mensagem informativa. Isso quer dizer que os dispendiosos circuitos eletrónicos DSP que implementam as IFFT e FFT podem ser dispensados se o sistema OFDM for transformado num simples sistema de comunicação DS-CDMA (Direct-Sequence Code Division Multiple Access). Para tal, esse simples sistema DS-CDMA, mais económico, utilizará sequências perfeitas pré-construídas com base numa IDFT. Já não será necessário utilizar circuitos de geração de IFFT e FFT para obter um sistema de comunicação com os mesmos benefícios e desempenho de um sistema OFDM (em termos de características de autocorrelação e correlação cruzada). Este simples pressuposto serviu de base a toda a investigação efetuada e apresentada neste documento. Descobriu-se inúmeras novas famílias de sequências perfeitas. No entanto, somente os conjuntos matemáticos de sequências perfeitas com valores baixos de correlação cruzada é que têm mais interesse para sistemas DS-CDMA e OCDMA (Optical Sequence Code Division Multiple Access). As descobertas aqui apresentadas, estenderam-se às sequências perfeitas ortogonais com baixo valor de correlação cruzada e às sequências mutuamente ortogonais e complementares. Não obstante, as novas famílias de sequências perfeitas foram dimensionadas para também serem utilizadas por sensores matriciais e aplicadas em sistemas de radar, sonar e muitos outros. Diversas novas famílias de sequências perfeitas 2-D foram apresentadas com base nesses possíveis futuros domínios de aplicações.

## 1.2 Estrutura da Tese

O capítulo seguinte foca-se na revisão do estado da arte. Para tal, são apresentados sumariamente sistemas de comunicação baseados em CDMA (DS-CDMA, MC-CDMA e MT-CDMA) e OFDM. Os sistemas OCDMA também são abordados. Estes apresentam uma solução económica de implementação de sequências perfeitas com recurso a codificadores óticos do tipo SSFBG (Super Structured Fiber Bragg Grating). Antes de apresentar novas famílias de sequências que possam ser aplicadas nesses sistemas de comunicação, será necessário relembrar quais são as sequências ou códigos mais utilizados nesses sistemas. Estas são catalogadas como: sequências ortogonais; sequências pseudo ortogonais; sequências perfeitas; e sequências GDFT (Generalized Discrete Fourier Transform). Alguns codificadores e decodificadores (CODEC) também são revistos. Os CODEC óticos SSFBG são particularmente interessantes por serem fáceis de implementar e de baixo custo. Por essas razões, são apresentados os seus rácios de potências de contrastes e também o seu modelo matemático. Também, é apresentado um codificador eletrónico que proporciona um par de sequências binárias quase perfeitas. Ou seja, esse CODEC é o codificador eletrónico eficiente (com circuito recursivo) e otimizado de Golay. Os dois tipos de codificadores óticos e eletrónicos são utilizados para gerar sequências perfeitas.

O capítulo 3 apresenta uma multiplicidade de novos conjuntos matemáticos de sequências perfeitas. O grande desafio do trabalho aqui apresentado, foi encontrar as demonstrações matemáticas que provam que as novas sequências são perfeitas e possuem um valor baixo de correlação cruzada periódica (em valor absoluto). Foram descobertas mais de quinze propriedades matemáticas que posteriormente foram confirmadas por simulação.

Algumas das novas famílias de sequências perfeitas são:

- Novas sequências perfeitas com baixa correlação cruzada derivadas das sequências de Chu;
- Novas sequências perfeitas com baixa correlação cruzada derivadas das sequências de Chu e das sequências do conjunto  $P(y, x)$ ;

- Novas sequências perfeitas com baixa correlação cruzada derivadas das sequências de máximo comprimento;
- Novas sequências perfeitas derivadas das sequências  $P(y, x)$ ;
- Novos códigos M-ary PPAC;
- Novas sequências mutuamente ortogonais e complementares de Gold;
- Novas sequências 2-D perfeitas;
- Novas sequências ortogonais derivadas das sequências perfeitas;
- Novas sequências bipolares quase ortogonais e perfeitas;
- Novas sequências 2-D ortogonais e perfeitas ( $2N$  conjuntos de  $N$  sequências ortogonais e perfeitas);
- Novas sequências 2-D ortogonais e perfeitas ( $2N^2$  conjuntos de  $N$  sequências ortogonais e perfeitas).

Todos os novos conjuntos matemáticos apresentados no capítulo 3, podem ser implementados eletronicamente ou no domínio ótico. Existe um último novo conjunto matemático que está presente no anexo A. Esse anexo é o pedido provisório de patente de um CODEC de sequências perfeitas e ortogonais, construído com base no circuito eletrônico recursivo dos códigos de Golay. O pedido provisório de patente foi registado no INPI (Instituto Nacional da Propriedade Industrial) em 26 de julho de 2012, com número: 20121000058884 e nome "Codificador e decodificador de sequências ortogonais perfeitas de Golay". Os inventores e entidades envolvidos nesta patente são o doutorando, o Professor Henrique J. A. da Silva, a FCTUC (Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra), o IT (Instituto de Telecomunicações) e o IPL (Instituto Politécnico de Leiria).

O capítulo 4 pretende fornecer os modelos de análise e ferramentas de simulação das novas famílias de sequências perfeitas. Para efetuar a análise, foi necessário adaptar um modelo matemático de probabilidade de erro em sistemas CDMA com modulação BPSK (Binary Phase Shift Keying). Foram descobertos novos majorantes para esse modelo e também é apresentado um novo modelo para sistemas OCDMA baseado nos rácios de potências de contrastes das famílias de códigos que se pretendem utilizar.

Nesse capítulo 4, também é apresentado um modelo simplificado de uma SSFBG que permite conhecer quais os parâmetros de gravação dos códigos e das SSFBG que devem ser considerados como sendo os mais relevantes para gerar sequências perfeitas no domínio ótico.

A última parte desse capítulo 4 centra-se nas ferramentas de simulação que foram utilizadas para validar os novos conjuntos matemáticos aplicados em sistemas DS-CDMA e OCDMA, e na presença de diversas fontes de interferências e ruídos.

O capítulo 5 apresenta os resultados e as análises das simulações dos novos conjuntos de sequências perfeitas. Os novos códigos apresentados no capítulo 3 são aqui avaliados num cenário CDMA na presença de múltiplos utilizadores comunicando em simultâneo e na presença de diversas fontes de interferências (Additive White Gaussian Noise & Rayleigh Flat Fading). Para efeitos de comparações, os modelos matemáticos apresentados no capítulo 4 também foram utilizados para prever mais rapidamente o comportamento de uma determinada família de códigos. As simulações foram estendidas a um sistema OCDMA com recurso a CODEC óticos por SSFBG que implementam fisicamente sequências perfeitas (o quase perfeitas). Mais uma vez foi possível utilizar o novo modelo matemático da probabilidade de erro do capítulo 4. As simulações foram complementadas com outras com base no simulador da Optiwave. No entanto, verificou-se que o novo modelo da probabilidade de erro em função do rácio de potência de contraste dos códigos utilizados é suficiente para prever o comportamento de um sistema OCDMA (em função dos códigos seleccionados).

O último capítulo expõe todas as conclusões deste trabalho de investigação. Os novos conjuntos de sequências perfeitas deverão ter um novo papel no mundo das comunicações óticas e móveis. As sequências perfeitas e ortogonais podem ser geradas eficientemente. O pedido provisório de patente do CODEC apresentada no anexo A é um exemplo disso.

### 1.3 Principais Contribuições da Tese

A maior parte desta tese foi escrita com base na investigação e nas publicações mais recentes do doutorando João Pereira [2009 – 2012]. Esse documento pretende resumir um trabalho de investigação efetuado em torno de novos conjuntos matemáticos de sequências perfeitas com baixo valor de correlação cruzada que podem ser aplicados em comunicações óticas e móveis, como por exemplo em sistemas CDMA ou OCDMA.

Todos os conjuntos matemáticos apresentados no capítulo 3 são novos (da autoria do doutorando) e mostram diversas propriedades matemáticas que permitem gerar determinadas sequências perfeitas, todas elas com características de correlação diferentes. As descobertas das propriedades e das suas demonstrações matemáticas constituem a maior contribuição científica desta tese. Neste trabalho de investigação, só estão apresentadas as propriedades mais relevantes. Depois da descoberta de novas famílias de sequências perfeitas, o doutorando encontrou novas famílias de sequências perfeitas que também são ortogonais. Descobriu como gerar essas novas sequências perfeitas em duas dimensões (2-D) e aplicou o mesmo conceito para gerar novos conjuntos de sequências perfeitas e ortogonais 2-D. A área científica em torno de sequências perfeitas 2-D ainda parece ser inexistente. Isso quer dizer que no futuro será fácil propor novas soluções, como por exemplo sensores matriciais que implementem sequências perfeitas 2-D. Esses sensores poderão ser utilizados em sistemas de comunicação com antenas seletivas e direcionais, em sistemas de radar e sonar. Os sensores matriciais das sequências perfeitas ortogonais 2-D poderão contribuir para melhorar alguns sistemas de comunicação, onde a transmissão possa ser efetuada por vários sinais CDMA em simultâneo. O facto das sequências utilizadas serem sequências perfeitas confere-lhes imunidade às interferências de percurso múltiplo. Do mesmo modo, o facto de elas possuírem um valor muito baixo de correlação cruzada confere-lhes a possibilidade de poderem ser utilizadas em simultâneo num sistema CDMA ou OCDMA com transmissão assíncrona. Em alguns casos, o valor de correlação cruzada das novas sequências perfeitas é tão baixo que este atinge o mesmo valor do minorante teórico de sequências perfeitas (igual ao valor da raiz quadrada do comprimento das sequências).

Apesar das demonstrações matemáticas fornecidas, foi necessário confirmar por simulação as várias propriedades que o doutorando descobriu. Por isso, todas as novas famílias de sequências perfeitas foram validadas utilizando diversos modelos e ferramentas de simulações. O capítulo 4 mostra um novo modelo matemático, adaptado às simulações das novas sequências perfeitas, que permite obter um majorante da função de probabilidade de erro. Não obstante, esta tese também apresenta um novo modelo de probabilidade de erro adaptado às comunicações OCDMA, onde é possível avaliar o desempenho desse sistema com base num rácio específico de uma determinada família de códigos. Os vários simuladores utilizados ou implementados confirmaram os bons resultados previstos matematicamente.

Os resultados mais representativos das simulações (somente uma pequena parte) estão apresentados no capítulo 5. Esse capítulo faz um resumo dos inúmeros cenários de testes efetuados com as novas sequências. As sequências perfeitas mais úteis que se adaptam melhor aos sistemas CDMA e OCDMA são:

- as novas sequências perfeitas derivadas das sequências de Chu;
- as novas sequências perfeitas derivadas das sequências de máximo comprimento;
- as novas sequências mutuamente ortogonais e complementares;
- as novas sequências derivadas das sequências perfeitas 2-D;
- as novas sequências derivadas das sequências perfeitas ortogonais 2-D.

Para o caso OCDMA, o doutorando apresentou um novo modelo matemático para simplificar a análise do comportamento de um CODEC SSFBG. Após um processo de amostragem, o sinal ótico codificado por uma SSFBG pode ser considerado como sendo uma sequência perfeita. As simulações OCDMA com CODEC SSFBG efetuadas, permitiram confirmar que é possível utilizar o novo modelo matemático proposto pelo doutorando.

No anexo A está a descrição de um pedido provisório de patente de um novo CODEC de sequências perfeitas e ortogonais que derivam da aplicação de uma IDFT sobre os códigos de Golay. O doutorando descobriu como gerar sequências perfeitas a

partir de um simples gerador recursivo de códigos de Golay. Os novos códigos gerados possuem melhores características de autocorrelação periódica e aperiódica do que os códigos de Golay. Adicionalmente, esses novos códigos possuem valores de correlação cruzada periódica e aperiódica mais baixos do que os códigos de Golay. Na patente, é proposto um circuito eletrônico recursivo que permite codificar um sinal constante (+1 ou -1) e transformá-lo num par de sequências perfeitas e ortogonais. Nessa patente, também é proposto um circuito decodificador recursivo que permite recuperar o sinal constante (+1 ou -1) que esteve na sua origem da codificação. Nesse novo CODEC, de sequências perfeitas derivadas dos códigos de Golay, foi acrescentado um novo circuito capaz de gerar  $N$  diferentes sequências a partir de um par de sequências perfeitas de comprimento  $N$ . Esse circuito complementar do novo CODEC permite gerar diferentes tipos de códigos. Por exemplo, esse novo CODEC pode gerar um conjunto de  $N$  códigos bipolares de comprimento  $N$ . Esses novos códigos bipolares foram testados e comparados com os códigos de Gold (com os mesmos comprimentos e as mesmas quantidades) num sistema CDMA com modulação BPSK. Conclui-se que em termo de probabilidade de erro os novos códigos são melhores. Todas as características de desempenho dos novos CODEC de códigos OPDG (Orthogonal Perfect DFT of Golay) resultaram num registo de um pedido provisório de patente. A relevância desta patente pode ser analisada recordando que recentemente a empresa norte americana QUALCOMM registou mais uma patente denominada por "*Golay Code Generation*", *Pub. No.: US2011/0209035 A1*. A patente do novo CODEC de códigos OPDG pretende ser uma solução alternativa e melhor do que aquela que a empresa QUALCOMM registou.

#### **1.4 Lista de publicações produzidas**

##### **1.4.1 Publicações posteriores ao ano de 2006**

- Pereira, J.; Silva, H. A.; Pedido Provisório de Patente, nº: 20121000058884 do Instituto Nacional da Propriedade Industrial, nome "Codificador e decodificador de sequências ortogonais perfeitas de Golay", 26 de Julho de 2012.

- Pereira, J.; Silva, H. A.; "Super-structured fiber Bragg gratings written with Gold codes families". Este artigo já está escrito e será objeto de submissão para uma revista internacional.

- Pereira, J.; Silva, H. A.; "Optimal design of perfect DFT sequences", *Elsevier, Physical Communication*, accepted for publication (2<sup>nd</sup> minor review phase, June 2012).

- Pereira, J.; Silva, H. A.; "Orthogonal perfect discrete Fourier transform sequences", *IET Journal, Signal Processing*, Vol. 6, No. 2, pp. 107 - 103, April 2012.

- Pereira, J.; Silva, H. A.; "Perfect DFT Sequences Transformed Into Orthogonal Sequences", Proc EUROCON and CONFTELE 2011, Lisbon, Portugal, pp. 1 - 4, April 2011.

- Pereira, J.; Silva, H. A.; "Alternative Zigbee Codes Derived From Orthogonal Perfect DFT Sequences", Proc Sixth IEEE Conf. on Wireless Communication and Sensor Networks - WCSN, Allahabad, India, Vol. 1, pp. 211 - 216, December 2010.

- Pereira, J.; Silva, H. A.; "M-ary Mutually Orthogonal Complementary Gold Codes", Proc European Signal Processing Conf. - EUSIPCO, Glasgow, United Kingdom, pp. 1636 - 1640, August 2009.

- Pereira, J.; Silva, H. A.; "Generalized Chu Polyphase Sequences", Proc International Conf. on Telecommunications - ICT, Marrakech, Morocco, Vol. 1, pp. 47-52, May 2009.

- Pereira, J.; Silva, H. A.; "Perfect Periodic Autocorrelation Codes Derived From M Sequences", Proc Conf. on Telecommunications - ConfTele, Santa Maria da Feira, Portugal, Vol. 1, pp. 165 - 168, May 2009.

- Pereira, J.; Silva, H. A.; "Grid OBS Network with OCDMA-PON Control Plane & Inverted Gold Codes", Proc International Conf. on Photonics in Switching - PS, Heraklion, Crete, Greece, Vol. I, pp. 258 - 260, October 2006.

#### 1.4.2 Publicações anteriores ao ano de 2006

##### **Livro:**

Pereira, J.; R. Monteiro; Neves, F.N.; R. Martinho; N. Rodrigues; Tecnologia dos Equipamentos Informáticos, *FCA - Editora de Informática, Lda.*, Lisboa, 2004.

##### **Conferências:**

- Pereira, J.; Silva, H. A.; "New family of modulation techniques for mobile communications based on Soft Orthogonal Phase-shift Keying (SOPK)", Proc Conf. on Telecommunications - ConfTele, Aveiro, Portugal, vol. 1, pp. 10 - 14, June 2003.

- Pereira, J.; Silva, H. A.; "Soft Orthogonal Phase shift Keying (SOPK) Modulation with OVVSF-MAC for UMTS", Proc IEEE International Symp. on Personal, Indoor and Mobile Radio Commun - PIMRC, Lisboa, Portugal, vol. 4/5, pp. 1572 - 1576, September 2002.

- Pereira, J.; R. Monteiro; Silva, H. A.; J. Lopes; "Correlation of STFT Spectrograms Applied to Voice Deal Function in Mobile Phones", Proc WSEAS International Conf. on Appl Mathematics and Computer Science, Athens, Greece, vol. 1, pp. 65 - 68, December 2001.

- Pereira, J.; Silva, H. A.; "New UMTS Down Link OVVSF With Multiple Amplitude Coding", Proc WSEAS International Conf. on Appl Mathematics and Computer Science, Athens, Greece, vol. 1, pp. 91 - 94, December 2001.

- Pereira, J.; Silva, H. A.; "Mistura de Sequências de Gold invertidas em WCDMA", Proc Encontro do Colégio de Electrotecnia da Ordem dos Engenheiros, Porto, Portugal, vol. 1, pp. 165 - 169, April 2001.

**Publicações Online:**

- Pereira, J.; Silva, H. A.; "A Larger Subset of Pseudo-Orthogonal Spreading Codes for WCDMA", Proc Online Symp. of Electrical Engineers - OSEE, EE Times: The global electronics engineering community (Techonline). Available (August 2012): <http://eetimes.com/design/communications-design/4018072/A-Larger-Subset-of-Pseudo-Orthogonal-Spreading-Codes-for-WCDMA>, 2001.



## 2. Revisão do estado da arte

### 2.1 Introdução

Na secção 2.2 serão apresentados alguns sistemas de comunicação baseados em DS-CDMA (Direct Sequence - Code Division Multiple Access), MC-CDMA (Multi-Carrier Code Division Multiple Access), múltiplas portadoras DS-CDMA, MT-CDMA (Multi-Tone - Code Division Multiple Access) e em OFDM (Orthogonal Frequency-Division Multiplexing). Na secção seguinte 2.3 será introduzido o conceito de CDMA aplicado às redes óticas passivas. Ou seja, os conceitos teóricos de um sistema CDMA por Rádio Frequência podem ser aplicados a uma rede ótica, nomeadamente num sistema de comunicação OCDMA-PON (Optical Code Division Multiple Access-Passive Optical Network). Uma designação alternativa é TS-OCDMA-PON, onde TS indica um espalhamento temporal dos códigos. No caso em estudo, só serão abordados os códigos para sistemas CDMA e OCDMA onde as operações de codificação e descodificação são efetuadas de forma coerente. Ou seja, quando os elementos (*chips*) dos códigos possuem diferentes fases. Esses códigos são frequentemente designados por códigos polifásicos ou simplesmente por códigos bipolares no caso de só existir duas fases. Na secção 2.4 serão apresentadas as famílias de sequências e códigos mais usados nos sistemas CDMA e OCDMA. Essas sequências podem ser ortogonais, pseudo ortogonais, perfeitas ou ortogonais e perfeitas. Na última secção 2.5, serão apresentados dois tipos de codificador/descodificador (CODEC). O primeiro é um CODEC ótico coerente do tipo SSFBG (Super-Structured Fiber Bragg Grating) para sistemas TS-OCDMA-PON. O segundo é um CODEC eletrónico recursivo e eficiente para sistemas de transmissão por Rádio Frequência com multiplexagem do tipo DS-CDMA ou OFDM-CDMA.

### 2.2 Sistemas de comunicações baseados em CDMA e OFDM

#### 2.2.1 CDMA

##### 2.2.1.1 Sistema DS-CDMA

O sistema de telecomunicação móvel de 3ª geração UMTS (Universal Mobile Telecommunications System), ainda em vigor, utiliza CDMA de banda larga e é um

exemplo da popularidade da técnica de acesso ao meio de transmissão por multiplexagem de códigos (técnica denominada por CDMA).

O CDMA consigna um código único a cada utilizador, para codificar o sinal portador de informação. Como a largura de banda da sequência codificadora é maior do que a largura de banda do sinal que transporta a informação, o processo de codificação alarga (ou espalha) o espectro do sinal, sendo por isso referido muitas vezes, como sendo uma modulação com espalhamento espectral. O sinal codificado resultante é também designado por “sinal com espectro espalhado”. Muitas vezes o CDMA é alternativamente designado por SSMA (Spreading-Spectrum Multiple Access) [Prasad, 1998] [H. Silva, 2000]. No caso UMTS a largura de banda de cada meio de transmissão é de 5 MHz, devido a esse facto, a técnica de acesso ao meio de transmissão é referida como sendo CDMA de banda larga, ou seja WCDMA (Wideband Code Division Multiple Access).

As técnicas de modulação com espalhamento espectral foram desenvolvidas originalmente em sistemas de comunicações militares, devido à sua baixa probabilidade de deteção e robustez contra sinais interferentes. Durante as duas últimas décadas, com as emergências de novas tecnologias e proliferação de redes informáticas globais, o interesse dos fabricantes e investigadores pelas técnicas CDMA cresceu consideravelmente, sobre tudo quando estas são aplicadas em redes de comunicação sem fios e móveis.

A recuperação da informação de um canal codificado é feita no recetor por correlação de uma réplica sincronizada da sequência codificadora com o sinal recebido. Obviamente, o recetor deverá conhecer a sequência utilizada. No caso do sistema UMTS podemos dizer que o recetor deverá conhecer dois tipos de sequências; as sequências de Canalização OVVSF *Code* (Orthogonal Variable Spreading Factor *Code*), e as sequências de diferenciação de células que são as sequências de Gold. Ou seja, o recetor deverá efetuar duas correlações de sequências distintas.

As vantagens do CDMA sobre outras técnicas de transmissão de dados são muitas. Como por exemplo: se houver múltiplos utilizadores a transmitir simultaneamente sinais

com espectro espalhado, o recetor pode discriminar os sinais dos vários utilizadores desde que, estes utilizem códigos únicos com uma correlação cruzada suficientemente baixa. A correlação do sinal recebido com uma sequência de código consignada a um determinado utilizador, concentrará apenas o sinal desse utilizador, enquanto os restantes permanecerão espalhados numa grande largura de banda. Portanto, na largura de banda do sinal informativo, a potência do sinal desejado será muito maior do que a potência interferente, desde que, não haja demasiados sinais interferentes e o sinal desejado possa ser recuperado. Ou seja, existe a possibilidade de acesso múltiplo se a técnica CDMA for utilizada. Uma outra vantagem é a proteção contra interferências de percurso múltiplo (dispersão do atraso de propagação).

Num canal de comunicação via rádio, não existe um percurso de propagação único entre o transmissor e o recetor. Devido à reflexão, refração, difração e difusão, o sinal transmitido é recebido por múltiplos percursos, com diferentes amplitudes e fases instantâneas. A sobreposição destas réplicas no recetor é construtiva em algumas frequências e destrutivas noutras, daí resultar a dispersão temporal do sinal. A modulação com espalhamento espectral pode combater esta interferência de percurso múltiplo, mas a forma como isso é conseguido depende muito da técnica de modulação utilizada. Uma estação de base no sistema UMTS utiliza várias antenas para tirar partido da dispersão do atraso de propagação. Desta forma, um terminal UMTS pode correlacionar os vários sinais recebidos de uma mesma fonte codificadora. Uma terceira vantagem do CDMA é a privacidade resultante da utilização de sequências codificadas. Um sinal transmitido com espalhamento de espectro só pode ser concentrado e a informação recuperada se o código utilizado no transmissor for conhecido pelo recetor.

Uma terceira vantagem é a capacidade de rejeição de interferências. A correlação cruzada da sequência codificadora com um sinal de banda estreita espalha o espectro deste último, reduzindo dessa forma a potência interferente na banda base. No recetor, o sinal de espectro desejado é concentrado, enquanto que o sinal interferente é espalhado, convertendo-se em ruído de fundo relativamente ao sinal desejado recuperado. E finalmente, uma última vantagem é a baixa probabilidade de Intercepção (LPI – Low

Probability of Interception). Devido à sua reduzida densidade espectral de potência, um sinal com espectro espalhado é difícil de detectar.

A figura 2.2.1 ilustra uma codificação e decodificação DS-CDMA. Cada símbolo dos dados é multiplicado por 5 *chips* de uma sequência de pseudo-ruído PN. Após essa multiplicação obtém-se um sinal codificado DS-CDMA. A decodificação é simples; basta efetuar novamente a multiplicação com a mesma sequência de pseudo-ruído PN.

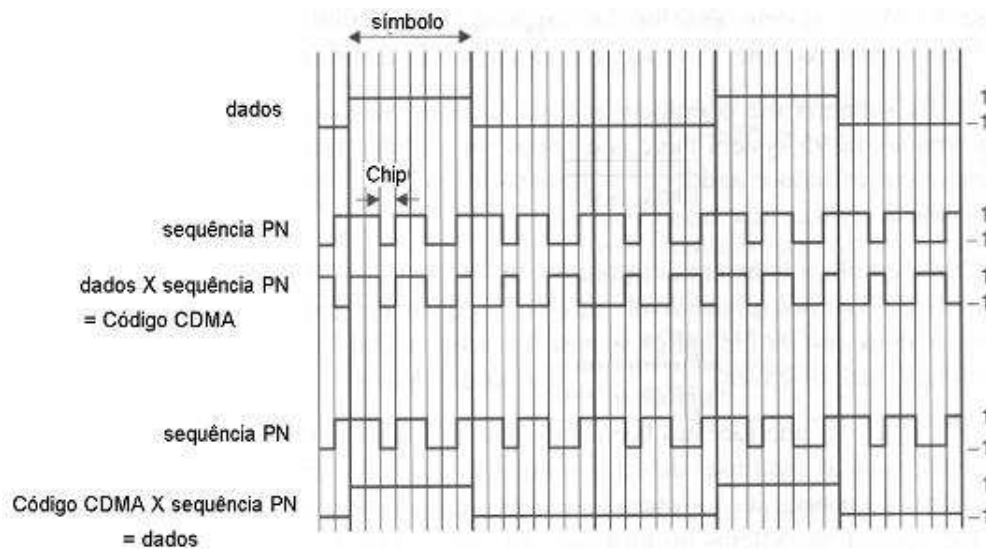


Fig. 2.2.1: Codificação e decodificação DS-CDMA.

A figura 2.2.2 mostra o princípio de funcionamento de um recetor CDMA com filtro de correlação. O sinal recebido codificado em CDMA pode ser o sinal desejável ou outro não desejável. No entanto, o filtro de correlação tem por função efetuar uma integração, sobre a duração de um símbolo, do sinal decodificado CDMA. Neste exemplo, o resultado da integração será +8 ou -8 dependendo se o resultado for o bit 1 ou o bit 0 respetivamente. No caso do sinal decodificado não ser o desejável, então o resultado da integração será estritamente inferior a 8 e estritamente superior a -8.

As técnicas que produzem espalhamento espectral podem ser de cinco tipos diferentes [Prasad, 1998] [H. Silva, 2000] [Pereira, 2002]:

- 1- por *sequências directas* (DS – Direct-Sequence),

- 2- por *salto espectral* (FH – Frequency-Hopping),
- 3- por *salto temporal* (TH – Time-Hopping),
- 4- por *variação contínua de frequência* (Chirp),
- 5- por técnicas híbridas.

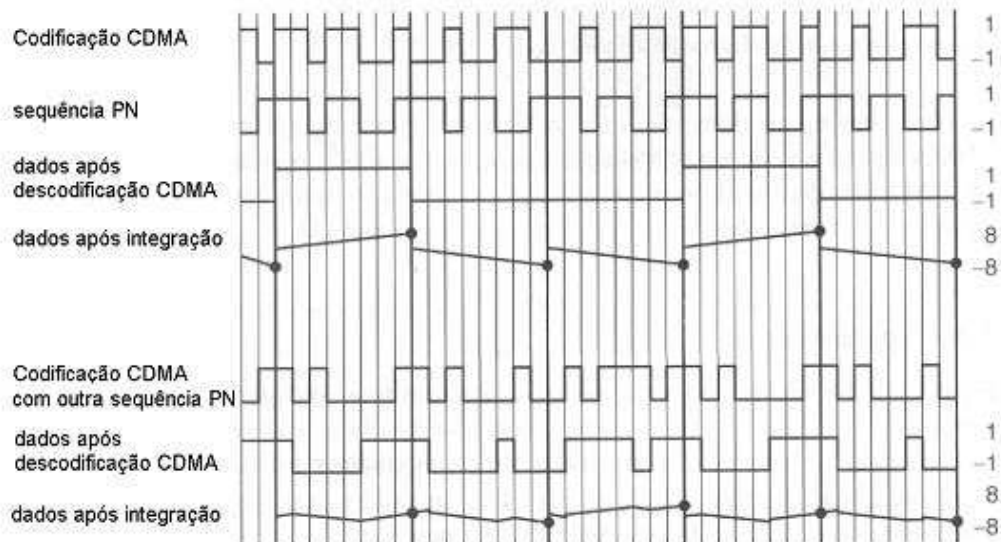


Fig. 2.2.2. Princípio de um filtro de correlação para descodificação CDMA.

A técnica por *sequências diretas* é a que será apresentada como maior relevância neste documento. No espalhamento de espectro por *sequência direta* (DS-SS) o sinal portador de informação é modulado diretamente por um sinal codificador digital. O sinal portador de informação pode ser analógico ou digital, mas na maior parte dos casos é digital. Na figura seguinte 2.2.3 o sinal  $C_{ch,SF,m}$  é um código de espalhamento e  $S_{dl,n}$  é um código de mistura “Scrambling” para diferenciação de célula. Esses códigos são utilizados no sistema UMTS e essa figura representa a operação de espalhamento de todos os canais físicos no sentido descendente, com exceção do canal de sincronismo. O sinal resultante  $S$  será somado com outros sinais do mesmo tipo, com códigos  $C_{ch,SF,m}$  diferentes, e também são somados códigos de sincronismo primário e secundário. Esta situação está ilustrada na figura 2.2.4. O sinal resultante será então modulado por uma portadora de rádio frequência (RF). Esta situação está ilustrada na figura 2.2.5. No caso

UMTS DL (sentido descendente) a modulação é QPSK (Quadrature Phase Shift Keying).

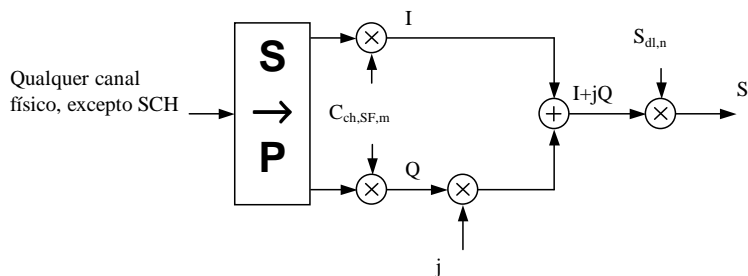


Fig. 2.2.3: Espalhamento de todos os canais físicos UMTS DL, exceto o SCH (Synchronization Channel). Fonte: <http://www.3gpp.org>

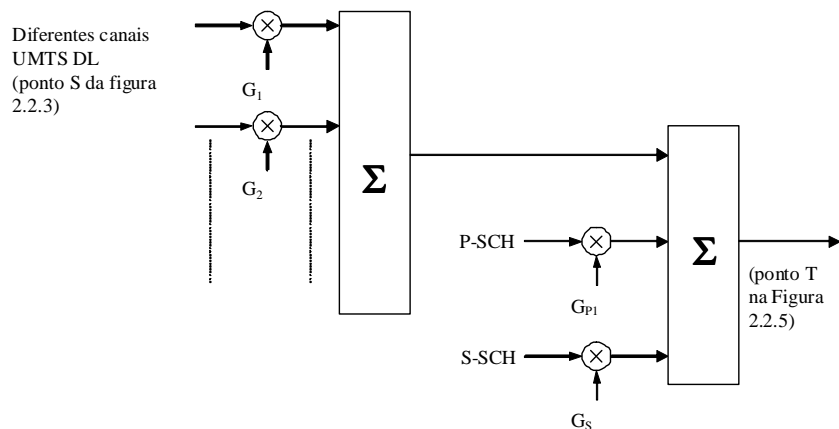


Fig. 2.2.4: Multiplexagem de sinais S com sinais de sincronismo primário P-SCH e secundário S-SCH.

Fonte: <http://www.3gpp.org>

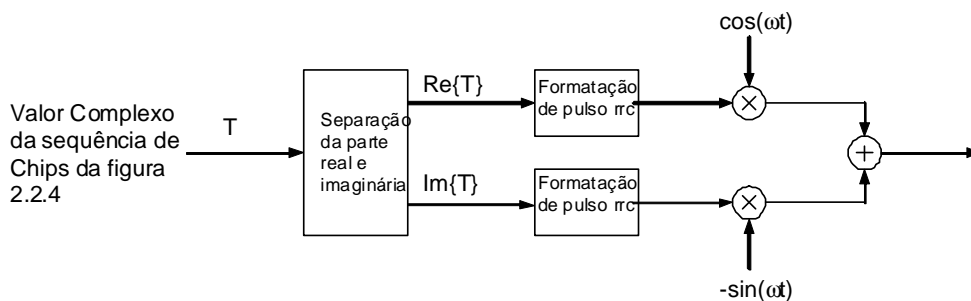


Fig. 2.2.5: Modulação QPSK do canal descendente UMTS.

Fonte: <http://www.3gpp.org>

O recetor pode eliminar as sequências ortogonais  $C_{ch,SF,m}$  e pseudo ortogonais  $S_{dl,n}$  com uma simples multiplicação do sinal  $S$  com as mesmas sequências (sincronizadas) que o transmissor utilizou.

Considere-se que uma unidade móvel (MU) está a transmitir um débito binário informativo  $f_b=1/T_b$  e cada símbolo (bit) é codificado por uma sequência de espalhamento de  $SF$  impulsos, designados por *chips*, tendo cada um uma duração igual ao inverso do *chip rate*  $T_c=1/f_c$ . A figura 2.2.6 ilustra a formatação de um símbolo com uma sequência de espalhamento com a técnica DS-SS. Como se pode ver nessa figura, a multiplicação (ou operação lógica ou-exclusivo) de um símbolo com uma sequência de espalhamento tem como consequência espalhar o espectro dos símbolos informativos. A figura 2.2.7 representa um desmodulador DS-SS de um sinal  $S_k(t)$  contaminado por outros sinais do mesmo tipo, outras interferências  $i(t)$  e ruído aditivo  $n(t)$ . Se o sinal  $S_k(t)$  for codificado com a mesma sequência  $a_k(t)$ , disponível no recetor, então o correlacionador extrairá a codificação. O novo sinal obtido, será um sinal modulado sem codificação. O circuito de desmodulação QPSK que está representado na figura 2.2.7 é constituído por um filtro passa banda, um misturador (multiplicador) e um filtro de integração e descarga (ISD).

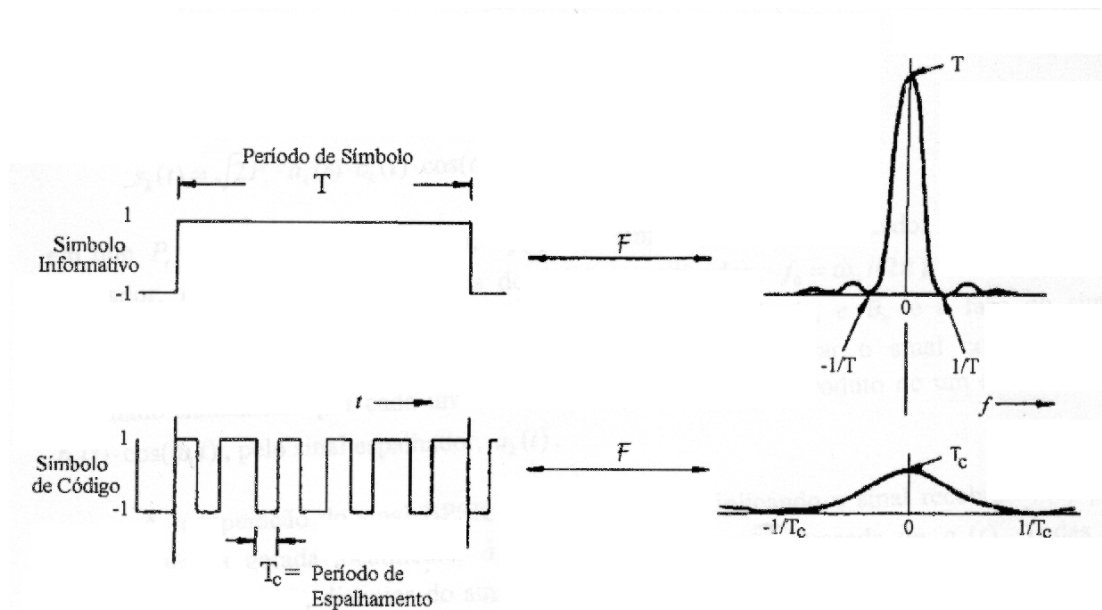


Fig. 2.2.6: Representação no domínio do tempo e da frequência de um sinal informativo com e sem espalhamento DS-SS. Fonte: [H. Silva, 2000]

O sinal transmitido pelo  $k^{\text{ésimo}}$  utilizador pode ser expresso por:

$$s_k(t) = \sqrt{2P_s} \cdot a_k(t) \cdot b_k(t) \cdot \cos(\omega_0 t + \theta_k) \quad (2.2.1)$$

sendo  $P_s$  a potência transmitida,  $a_k(t)$  a sequência de codificação do  $k^{\text{ésimo}}$  utilizador,  $b_k(t)$  o sinal de dados informativos desse mesmo utilizador,  $f_o = \omega_o / (2\pi)$  a frequência da portadora comum em Rádio Frequência do sistema de comunicação das unidades móveis e  $\theta_k$  a fase do sinal transmitido pelo  $k^{\text{ésimo}}$  utilizador. O espalhamento espectral do sinal  $S_k(t)$  resulta da multiplicação da sequência codificadora com um sinal informativo modulado em frequência. A modulação utilizada é, no caso genérico, uma modulação complexa que corresponde a uma translação em frequência do espetro da sequência codificadora  $a_k(t)$ , de banda larga semelhante ao ruído branco, para todas as frequências do sinal informativo que está multiplicado pela portadora comum  $b_k(t) \cdot \cos(\omega_0 t + \theta_k)$ .

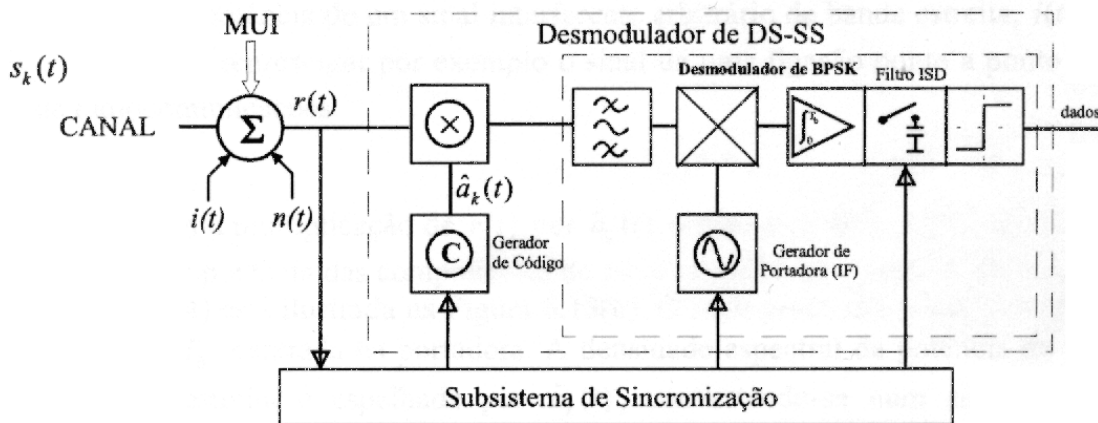


Fig. 2.2.7: Desmodulador DS-SS. Fonte: [H. Silva, 2000]

A restauração do sinal informativo do  $k^{\text{ésimo}}$  utilizador é conseguida multiplicando o sinal recebido  $r(t)$  pela sequência de codificação  $\hat{a}_k(t)$ , desse utilizador  $k$ . A sequência  $\hat{a}_k(t)$  é uma versão atrasada de  $a_k(t)$ . Todas as componentes de  $r(t)$ , distintas do sinal desejado, serão espalhadas pela multiplicação por  $\hat{a}_k(t)$ . E o sinal desejável será concentrado para recuperação dos dados informativos. Este facto, deve-se à função de correlação que se traduz no resultado  $a_k(t) \cdot \hat{a}_k(t) = 1$  quando as duas sequências de codificação  $a_k(t)$  e de descodificação  $\hat{a}_k(t)$  estão perfeitamente sincronizadas entre elas.

A figura 2.2.8 representa a densidade espectral de potência do sinal recebido:

$$r(t) = \sum_{k=1}^M s_k(t) + i(t) + n(t) \quad (2.2.2)$$

que corresponde a vários sinais de  $M$  utilizadores distintos, uma densidade espectral de potência de ruído de fundo do recetor  $n(t)$  e um sinal interferente arbitrário de banda estreita  $i(t)$  com uma portadora  $f_i$ .

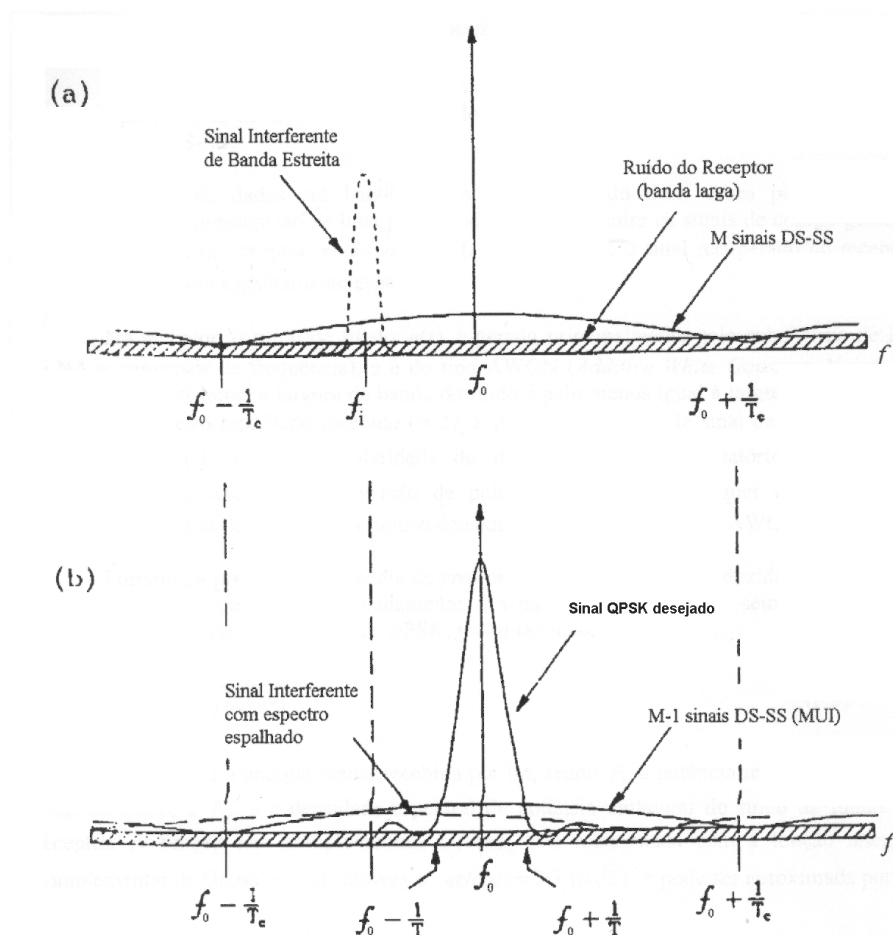


Fig. 2.2.8: Densidade espectral de potência do sinal recebido. Fonte: [H. Silva, 2000]

Por volta de 1993, na época das aplicações CDMA, foram propostas três novas técnicas de acesso ao meio de transmissão baseadas nas técnicas CDMA e OFDM, que

são as múltiplas portadoras (MC-) CDMA, as múltiplas portadoras DS-SS e os multi-tones (MT-) CDMA. Essas técnicas de acesso ao meio de transmissão foram desenvolvidas por vários investigadores: as MC-SS foram por N. Yee, J-P. Linnartz, e G. Fettweis [Yee, 1993], K. Fazel e L. Papke [Fazel, 1993], e A. Chauly, A. Brajal, e S. Jourdan [Chauly, 1993]; as múltiplas portadoras DS-SS foram por V. M. DaSilva e E. S. Sousa [DaSilva, 1993]; e as MT-SS foram por L. Vanderdorpe [Vanderdorpe, 1993]. Estes sinais são facilmente transmitidos e recebidos recorrendo a dispositivos FFT e sem incrementar muito a complexidade dos transmissores e recetores. Uma outra vantagem é a elevada eficiência espectral que se deve à redução mínima dos espaços entre sub-portadoras.

Seguidamente serão apresentadas sumariamente as três técnicas de acesso com múltiplas portadoras SS, bem como, algumas das suas vantagens.

#### 2.2.1.2 Sistema MC-SS

Um transmissor MC-SS (Multi-Carrier Code Division Multiple Access) utiliza códigos ortogonais para espalhar no domínio da frequência o seu sinal. Por outras palavras, uma fração de um símbolo correspondente a um *chip* do código de espalhamento é transmitido por uma sub-portadora diferente. Em sistemas com múltiplas portadoras de transmissão, é importante não haver grande dispersão de frequência em cada sub-portadora. No entanto, se a taxa simbólica for elevada ao ponto de sofrer a influência da dispersão de frequência provocada pelo canal de comunicação, o sinal precisará de ser convertido de série para paralelo, antes de ser efetuado o seu espalhamento no domínio da frequência. Em sistemas síncronos com canais descendentes de comunicação móvel, os códigos ortogonais de espalhamento no domínio da frequência utilizados, são os códigos do conjunto de Walsh-Hadamard (códigos OVSF).

A estrutura básica de um transmissor MC-SS é similar a um transmissor OFDM utilizado em rádio difusão digital [Dambacher, 1996]. A figura 2.2.9 (a) mostra um

transmissor MC-CDMA para o  $j^{\text{ésimo}}$  utilizador, com uma modulação BPSK e dados de entrada convertidos de série para  $P$  paralelo [ $a_{j,0}(i), a_{j,1}(i), \dots, a_{j,P-1}(i)$ ].

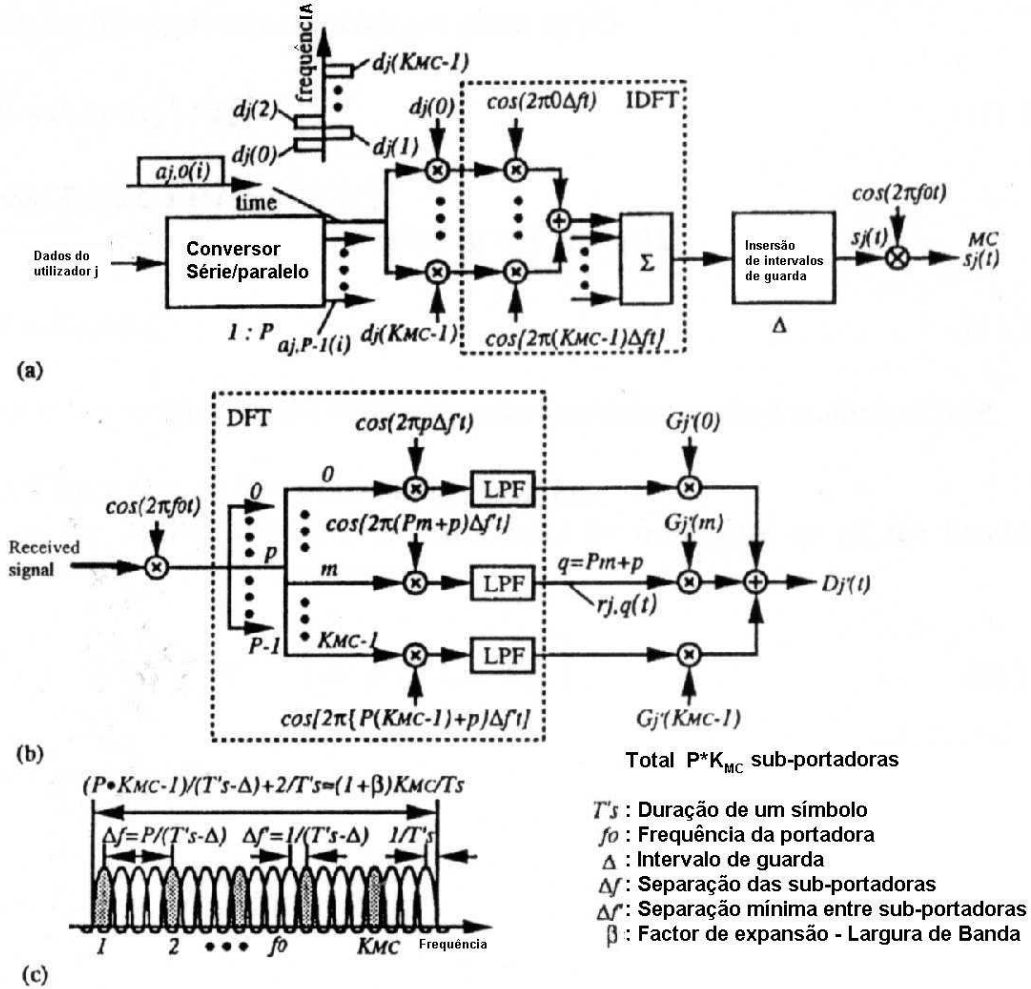


Fig. 2.2.9: Sistema MC-CDMA: (a) transmissor, (b) recetor, (c) espectro de potência desse sinal transmitido. Fonte: [H. Silva, 2000]

O sinal complexo transmitido equivalente ao modelo *passa baixo* tem a seguinte expressão:

$$S_j(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{m=0}^{K_{MC}-1} a_{j,p}(i) d_j(m) p_s(t - iT'_s) e^{j2\pi(Pm+p)\Delta f'(t - iT'_s)} \quad (2.2.3)$$

$$\Delta f' = \frac{1}{(T'_s - \Delta)} \quad (2.2.4)$$

$$T'_s = PT_s \quad (2.2.5)$$

com  $\{d_j(0), d_j(1), \dots, d_j(K_{MC}-1)\}$  são os códigos de Walsh-Hadamard para o  $j^{\text{ésimo}}$  utilizador (o comprimento é  $K_{MC}$ ),  $\Delta f'$  é a separação mínima entre sub-portadoras (a separação para  $a_{j,p}(i)$  é  $\Delta f = P/(T'_s - \Delta)$ , e o número de sub-portadoras é  $N = P \cdot K_{MC}$ ),  $T'_s$  é a duração de um símbolo nessa sub-portadora,  $\Delta$  é o tempo do intervalo de guarda, e  $p_s(t)$  é um impulso retangular simbólico definido por:

$$p_s(t) = \begin{cases} 1 & (-\Delta \leq t \leq T'_s - \Delta) \\ 0 & (\text{outros}) \end{cases} \quad (2.2.6)$$

O sinal transmitido com o total de  $J$  utilizadores é definido por:

$$s(t) = \sum_{j=1}^J s_j(t) \quad (2.2.7)$$

O sinal recebido será:

$$\begin{aligned} r(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} s(t-\tau) * h(\tau; t) d\tau + n(t) \\ &= \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{m=0}^{K_{MC}-1} \sum_{j=1}^J z_{m,p}(t) a_{j,p}(i) d_m^j p_s(t - iT'_s) e^{j2\pi(Pm+p)\Delta f t} + n(t) \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

sendo  $z_{m,p}(t)$  a envolvente complexa no recetor e na sub-portadora número  $(mP+p)$ ,  $n(t)$  é ruído complexo aditivo Gaussiano e  $h(t)$  é a resposta impulsiva do canal de comunicação.

### 2.2.1.3 Sistema com múltiplas portadoras DS-CDMA

Um sistema de transmissão com múltiplas portadoras DS-CDMA espalha o sinal série/paralelo no domínio do tempo, utilizando um determinado código, com um determinado espaçamento, mínimo, entre sub-portadoras, que permite manter a

ortogonalidade entre elas [DaSilva, 1993]. Este esquema permite baixar o débito em cada sub-portadora, por consequência, a duração de um *chip* pode ser maior e facilitar desta forma, o sincronismo das sequências de espalhamento. Inicialmente, o sistema de múltiplas portadoras DS-CDMA foi proposto para um canal de comunicação ascendente, devido às suas boas características em sistemas com canais de transmissão quase síncronos. A figura 2.2.10 (a) e (b) mostra o transmissor com múltiplas portadoras DS-CDMA do  $j^{\text{ésimo}}$  utilizador e o espectro de potência de um sinal transmitido, respetivamente. A figura 2.2.10 (c) mostra um recetor de um sistema com múltiplas portadoras DS-CDMA. Habitualmente, este é constituído por MD recetores coerentes [DaSilva, 1993].

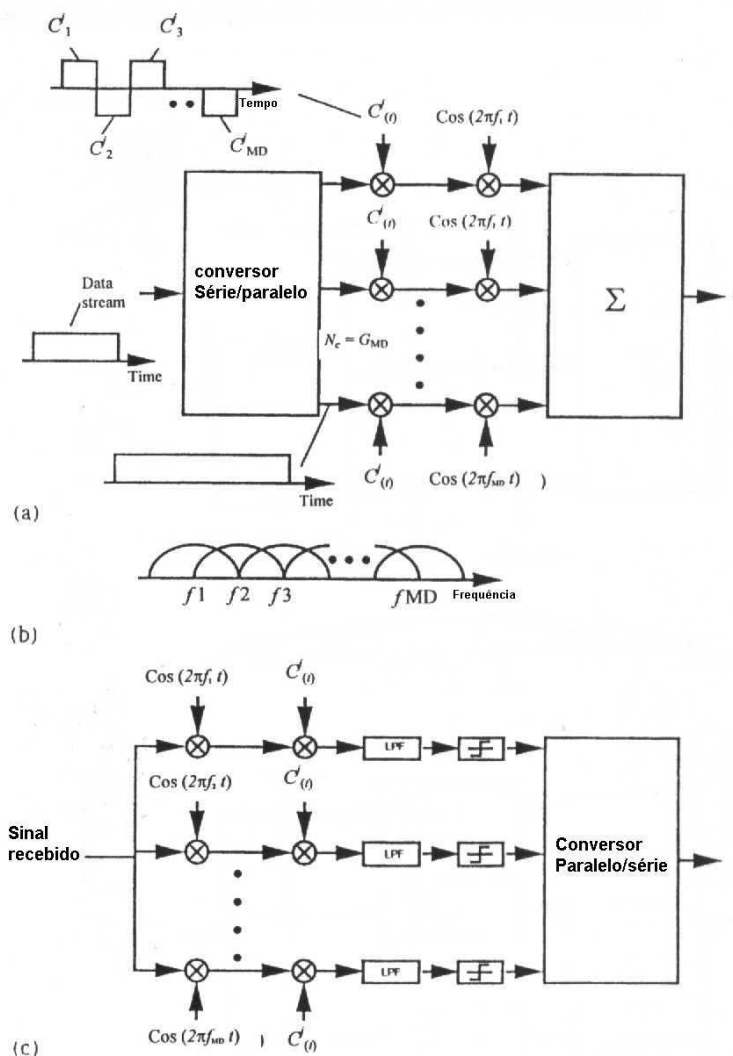


Fig. 2.2.10: Sistema DS-SS com múltiplas portadoras: (a) transmissor, (b) espectro de potência do sinal transmitido, e (c) o recetor. Fonte: [H. Silva, 2000]

Em [Kondo, 1996] e [Sourour, 1996], estão propostos sistemas de comunicação com base em múltiplas portadoras DS-CDMA com um maior espaçamento por forma a melhorar o desempenho do sistema quando este está sujeito a interferências por dispersão no domínio da frequência.

#### 2.2.1.4 Sistema MT-CDMA

Um transmissor MT-CDMA (Multi-Tone Code Division Multiple Access) espalha o sinal série/paralelo no domínio do tempo, utilizando um determinado código, com um determinado espaçamento, mínimo, entre sub-portadoras, que permite manter uma certa ortogonalidade entre elas [Vanderdorpe, 1993]. Desta vez, este esquema não garante a condição de ortogonalidade perfeita entre cada sub-portadora no domínio do espectro de frequência. O sistema MT-CDMA utiliza sequências de espalhamento mais compridas em comparação com o número de sub-portadoras de um sistema clássico DS-CDMA de uma só portadora. Por consequência, o sistema pode admitir mais utilizadores em simultâneo.

A figura 2.2.11 (a) e (b) mostra um transmissor MT-CDMA do  $j^{\text{ésimo}}$  utilizador com uma modulação BPSK e um espectro de potência desse sinal transmitido, respetivamente, sendo  $G_{MT}$  o ganho de processamento,  $N_c$  o número de sub-portadoras, e  $C^j(t)=[C_1^j C_2^j \dots C_{MT}^j]$  o código de espalhamento do  $j^{\text{ésimo}}$  utilizador. A figura 2.2.11 (c) mostra um recetor MT-CDMA, composto por  $N_c$  Rakes, otimizados para canais com ruído AWGN (Additive White Gaussian Noise) [Vanderdorpe, 1993].

O sistema MT-CDMA sofre as consequências de ter as suas sub-portadoras próximas umas das outras. Estas interferências internas podem ser reduzidas se forem usados códigos de espalhamento compridos, comparativamente a um sistema DS-CDMA normal. Nos canais de comunicação onde estas características prevalecem, o sistema MT-CDMA apresenta melhor desempenho do que o sistema DS-CDMA.

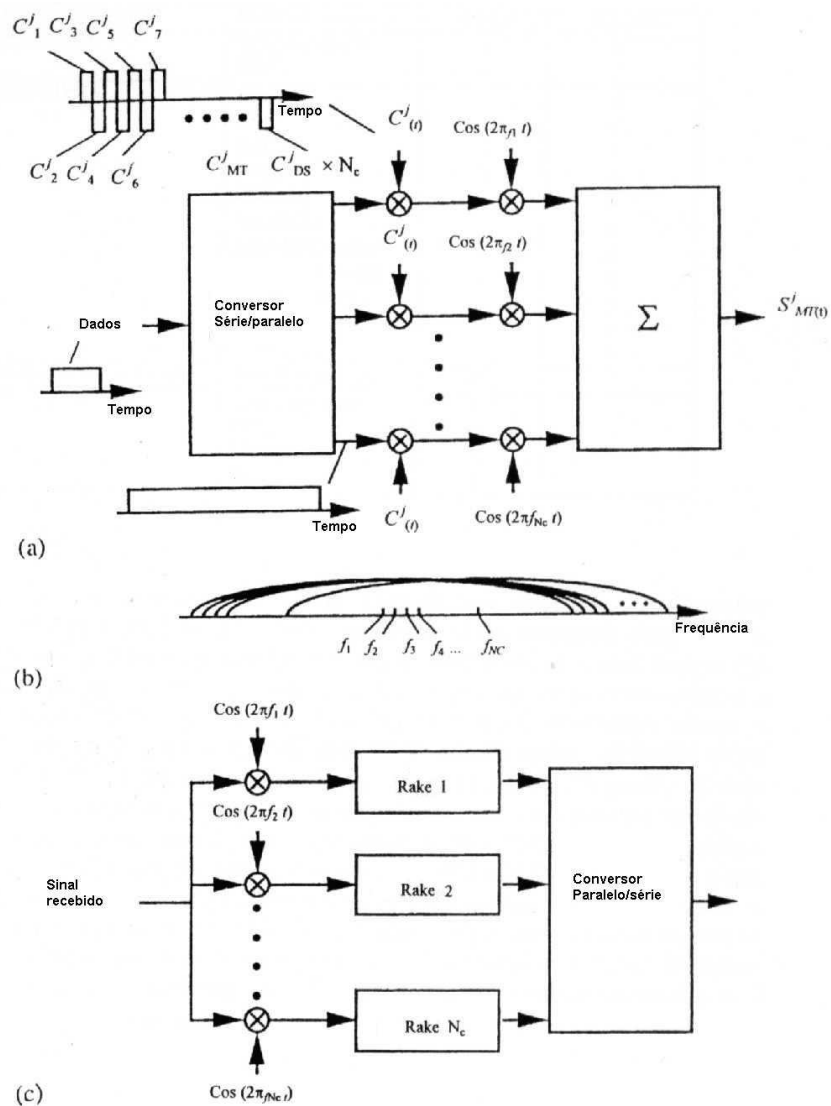


Fig. 2.2.11: Sistema MT-CDMA: (a) o transmissor, (b) o espectro de potência de um sinal transmitido e (c) o recetor. Fonte: [H. Silva, 2000]

### 2.2.1.5 Comparação de características e de desempenho

A tabela 2.2.1 mostra as características de quatro sistemas; DS-CDMA, MC-CDMA, múltiplas portadoras DS-CDMA e MT-CDMA. Quando é usado um impulso retangular no sistema DS-CDMA, tal como nos outros sistemas, a largura de banda requerida é para os sistemas MC-CDMA e múltiplas portadoras DS-CDMA aproximadamente metade da usada num DS-CDMA, e o MT-CDMA tem a mesma largura de banda do que o DS-CDMA. No entanto, quando é utilizado, no sistema DS-CDMA, um filtro de Nyquist com um factor de *Roll-off* pequeno, a largura de banda requerida dos sistemas

MC-CDMA e múltiplas portadoras DS-SS é comparável à de um sistema DS-SS-SS.

Tabela 2.2.1: Comparação de características de sistemas.

	DS-SS	MC-SS	Múltiplas portadoras DS-SS	MT-SS
Duração de um símbolo de uma sub-portadora	$T_s$	$T_s$	$N_c T_s$	$N_c T_s$
Número de sub-portadoras	(1)	$N_c$	$N_c$	$N_c$
Ganho de processamento	$G_{DS}$	$G_{MC} \approx G_{DS}$	$G_{MD} \approx G_{DS}$	$G_{MT} \approx N_c G_{DS}$
Duração de um chip	$T_s/G_{DS}$		$N_c T_s/G_{MD}$	$N_c T_s/G_{MT}$
Separação de sub-portadoras		$1/T_s$	$G_{DS}/(N_c T_s)$	$1/(N_c T_s)$
Largura de banda requerida	$G_{DS}/T_s$ Filtro de Nyquist com Roll-off $\approx 0$	$(N_c+1)/N_c \cdot G_{MC}/T_s$	$(N_c+1)/N_c \cdot G_{MD}/T_s$	$(N_c-1+2G_{MT})/(N_c T_s)$

Dos quatro tipos de sistemas de transmissão referidos na tabela 2.2.1, o mais eficiente em presença de condições adversas de transmissão, é o sistema MC-SS [Hara, 1996] [Prasad, 1996]. É de realçar que esse sistema utiliza uma IDFT (Inverse Discrete Fourier Transform) e uma DFT (Discrete Fourier Transform). Essas transformadas serão frequentemente utilizadas no capítulo 3, para gerar novos conjuntos de sequências perfeitas. Adicionalmente, essas duas transformadas podem ser implementadas mais eficientemente recorrendo a uma IFFT (Inverse Fast Fourier Transformation) no transmissor e uma FFT (Fast Fourier Transformation) no recetor.

## 2.2.2 OFDM

### 2.2.2.1 Introdução

A técnica de transmissão OFDM é utilizada em muitos sistemas atuais de comunicação. O sistema de telecomunicação móvel de 4ª geração é um exemplo desse sucesso.

A técnica de transmissão OFDM utiliza um esquema de transmissão em paralelo, que reduz a influência das interferências de percursos múltiplos, e por este facto, torna desnecessário o uso de equalizadores complexos. O maior problema na receção de sinais de rádio é causado por interferências de percursos múltiplos, devido ao facto do sinal propagado chegar ao recetor por vários caminhos, que resulta num sinal recebido com múltiplos atrasos no domínio do tempo. Esses sinais atrasados resultam das reflexões produzidas pelas características ambientais, tais como a configuração da paisagem envolvente, o terreno, as árvores, os montes, as montanhas, ou os objetos como as pessoas, os veículos ou os edifícios. As ondas diretas e indiretas que resultam de uma propagação por percursos múltiplos que chegam ao recetor, interagem umas com as outras de uma maneira construtiva e destrutiva. As interferências provocadas por percursos múltiplos de propagação, são caracterizadas pela resposta impulsiva do canal de transmissão. A figura 2.2.12 mostra um exemplo típico de uma resposta impulsiva provocada por interferências de percursos múltiplos de propagação. Algumas dessas frequências são reforçadas, enquanto que outras são atenuadas contribuindo para o efeito de interferências construtivas e destrutivas. Estas interferências são mais prejudiciais nos sinais de altos débitos binários do que nos sinais de mais baixo débito, tal como se pode ver na figura 2.2.12.

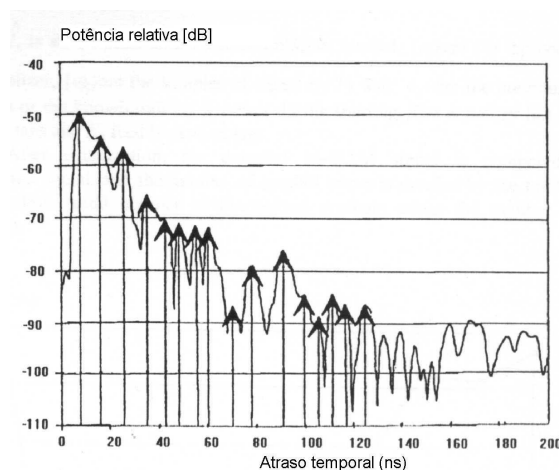


Fig. 2.2.12: Exemplo de uma resposta impulsiva de um modelo típico de canal de transmissão dominado por interferências provocadas por percursos múltiplos de propagação, onde as setas representam os percursos de propagação (atrasos) desse canal.

Considerou-se o esquema da figura 2.2.12 como pertencendo a um sistema de transmissão sem fios de alto débito binário. Se este sistema digital estiver a transmitir a uma taxa elevada de vários Megabits por segundo, então o atraso temporal é maior do que a duração de um símbolo. Se o mesmo débito binário for dividido por vários canais de transmissão em paralelo, então, o atraso provocado pela resposta impulsiva do canal de propagação será inferior à duração de um símbolo. Tal facto pode ser observado na figura 2.2.13 para o caso de transmissão de 8 canais em paralelo.

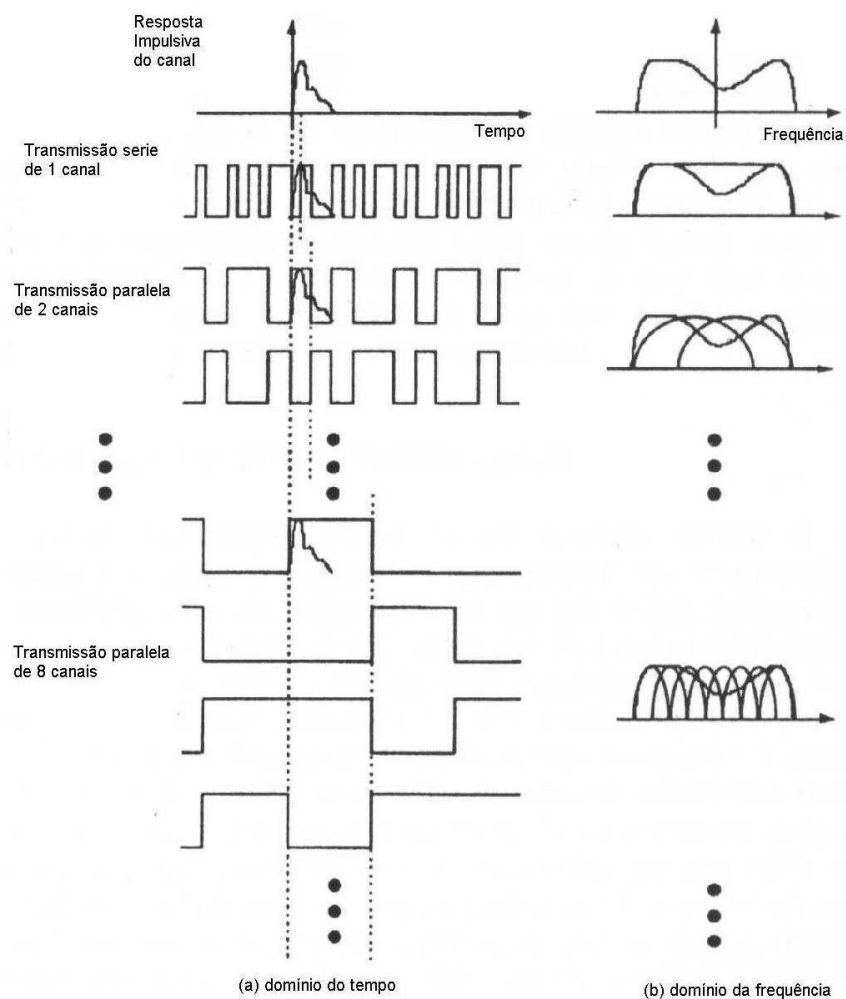


Fig. 2.2.13: Conceito de transmissão paralela.

A correção da resposta impulsiva do canal de transmissão é feita recorrendo a técnicas de equalização adaptativa, que pode ser visto de uma maneira simplificada

como sendo a multiplicação do sinal recebido pelo complexo conjugado da resposta impulsiva estimada. Estes equalizadores são de difícil implementação, em termo de *hardware*, compacto e custos baixos, quando os sistemas operam com elevados débitos binários da ordem de alguns Megabits por segundo. Uma maneira de contornar o problema das interferências provocadas pelos percursos múltiplos de propagação nos sistemas de comunicação móveis, é utilizar uma transmissão em paralelo, na qual os dados transmitidos com elevados débitos binários são convertidos em baixos débitos binários com recurso a vários canais de transmissão em paralelo. Estes dados são multiplexados recorrendo a diversas técnicas de multiplexagem. A divisão de uma transmissão série, de elevado débito binário, em vários sub-canais em paralelo com débitos binários individuais mais reduzidos, é feita recorrendo a uma multiplexagem em frequência ou por códigos de acesso. A figura 2.2.14 ilustra as duas técnicas de multiplexagem que têm um débito binário total equivalente a uma transmissão série de um só canal de elevado débito. A multiplexagem por divisão de frequência é referenciada por transmissão com múltiplas portadoras, enquanto que, a multiplexagem por divisão de código é conhecida por transmissão com múltiplos códigos.

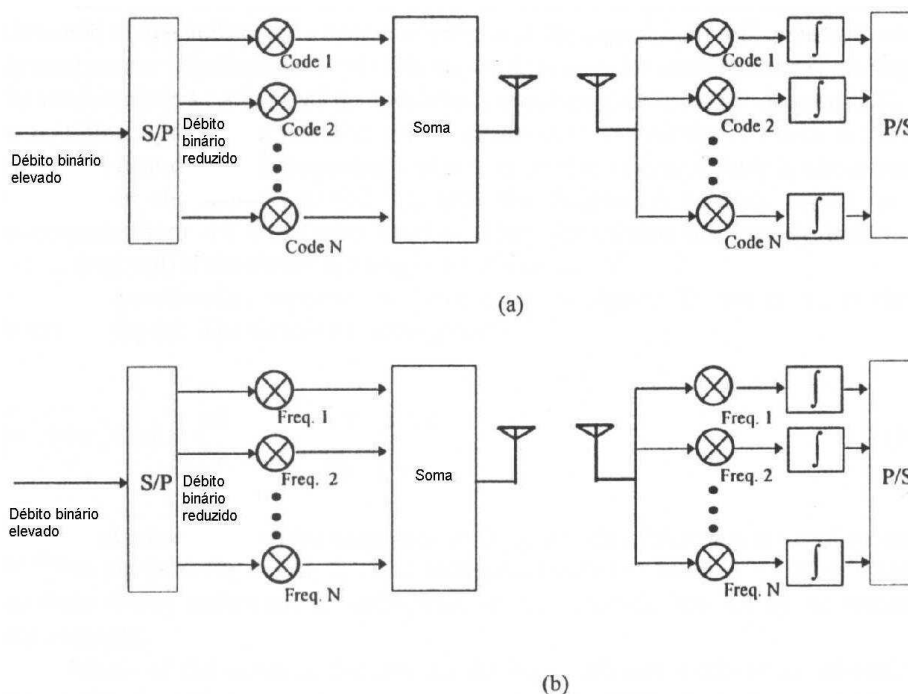


Fig. 2.2.14: Configuração de esquemas de transmissão (a) com múltiplos códigos e (b) com múltiplas portadoras.

### 2.2.2.2 História da transmissão OFDM

OFDM é uma técnica ótima de transmissão de dados com recurso a múltiplas portadoras. O conceito de utilização de transmissão paralela de dados com multiplexagem por divisão de frequência foi publicado em meados dos anos 1960 [Chang, 1996] [Salzberg, 1967]. Mas no entanto, existem vestígios de desenvolvimento da transmissão OFDM em 1950 [Mosier, 1958]. O registo americano da patente foi feito em Janeiro de 1970 [U.S. Patent, 1970]. Num sistema clássico de dados em paralelo, a banda de transmissão total é dividida em  $N$  sub-canais de frequências não sobrepostas. Cada sub-canal é modulado com uma separação de um símbolo e os  $N$  sub-canais são multiplexados com múltiplas portadoras. Parece conveniente não sobrepor os espectros de cada sub-canal para evitar as interferências provenientes dos canais adjacentes. No entanto, esta situação conduz a uma utilização ineficiente da banda de frequências total de transmissão. Para contornar essa ineficiência, a ideia proposta em meados dos anos 1960 foi a de utilizar dados em paralelo e multiplexagem FDM com sobreposição dos sub-canais, os quais estão espaçados por metade da taxa informativa de um canal, por forma a evitar o uso de equalizadores onerosos de altos débitos e combater os picos de ruído e as interferências de percursos múltiplos de propagação. Desta forma, consegue-se um aproveitamento maximizado da largura de banda de transmissão. A figura 2.2.15 ilustra a diferença entre um sistema convencional com a não sobreposição dos espectros de cada canal centrado em frequências distintas de cada portadora e uma técnica de modulação com sobreposição do espectro de cada canal com portadoras. Tal como se pode ver na figura 2.2.15, a sobreposição dos espectros de cada portadora permite poupar aproximadamente 50% da largura de banda. Mas esta sobreposição deve minimizar o efeito de diafonia entre portadoras adjacentes, o que implica a existência de ortogonalidade entre todas as portadoras. Esta ortogonalidade tem um significado matemático que relaciona as frequências das portadoras. Num sistema convencional FDM (Frequency Division Multiplexing), as portadoras são espaçadas de tal forma que o recetor deve utilizar filtros convencionais com desmoduladores para cada portadora. Em tais sistemas, são introduzidas bandas de guarda entre os espectros de cada portadora, o que resulta numa ineficiência de aproveitamento espectral.

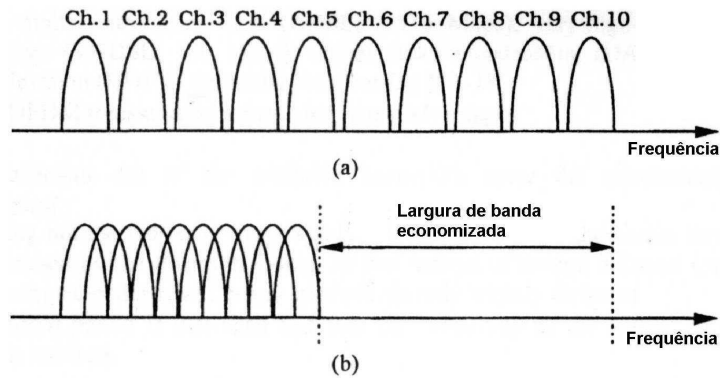


Fig. 2.2.15: Conceito OFDM. (a) Técnica convencional com portadoras múltiplas, e (b) técnica de modulação com portadoras ortogonais.

No entanto, é possível reorganizar a localização das portadoras numa transmissão de um sinal OFDM, de tal forma que os espectros de cada portadora são sobrepostos, apesar do sinal continuar a ser recebido sem interferências das portadoras adjacentes. Esta característica deve-se à propriedade matemática de ortogonalidade existente entre todas as portadoras. O recetor comporta-se como um conjunto de desmoduladores em paralelo que deslocam cada portadora para a componente em frequência DC, com a recuperação dos dados informativos efetuada, recorrendo a uma integração desse sinal DC sobre um período igual à duração de um símbolo. Os sinais dos canais adjacentes contêm um número inteiro de ciclos das suas portadoras numa duração de um símbolo  $T_s$ . Desta forma, a operação de integração resulta numa anulação de todas as outras portadoras de frequências adjacentes. Diz-se que as portadoras são linearmente independentes, o que é equivalente a dizer que elas são ortogonais, quando se verifica a condição de espaçamento (entre portadoras) igual a  $1/T_s$ .

A notação matemática pode ser escrita da seguinte forma: supondo que temos um conjunto de sinais  $y(t)$ , com  $y_p(t)$  sendo a função do sinal referenciada por  $p$  dentro deste conjunto. Então os sinais são ortogonais se

$$\int_a^b y_p(t) y_q^*(t) dt = \begin{cases} K & \text{para } p = q \\ 0 & \text{para } p \neq q \end{cases} \quad (2.2.9)$$

com \* a indicar o conjugado de uma função complexa. Existem algumas séries de funções ortogonais. Por exemplo, a série de funções  $\sin(mx)$  para  $m = 1, 2, \dots$  sobre o período de integração  $[-\pi, \pi]$  é um bom exemplo de funções ortogonais. Diz-se que as funções são pseudo ortogonais quando a propriedade de ortogonalidade da equação (2.2.9) é quase atingida, ou seja, o valor da integração é próximo de zero para  $p \neq q$ . Por exemplo, os sinais PN de um sistema DS-CDMA são pseudo ortogonais.

Muitas das investigações em sistemas de comunicação sem fios foca a sua atenção na eficiência de transmissão recorrendo à técnica com múltiplas portadoras ortogonais OFDM. Em 1971, Weinstein e Ebert [Weinstein, 1971] aplicaram uma DFT (Discrete Fourier Transform) num sistema de transmissão paralela como parte integrante da técnica de modulação e desmodulação. A utilização da DFT para modular e desmodular dados num sistema de transmissão paralela, permite substituir as bandas de frequência limitadas, em largura, por espectro individuais não limitados de funções sinusoidais. A figura 2.2.16 mostra o espectro individual de um sub-canal e a combinação de vários espectros individuais espaçados de metade da taxa de transmissão. Esta combinação permite cancelar os problemas de diafonia com canais adjacentes.

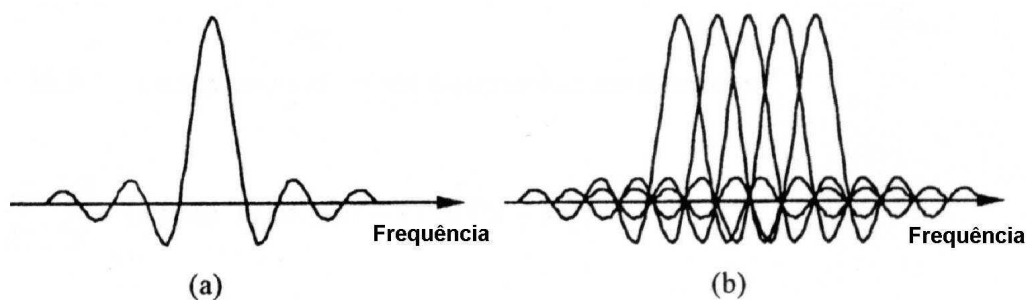


Fig. 2.2.16: (a) Espectro de um sub-canal OFDM e (b) de um sinal OFDM.

O recetor deverá utilizar uma DFT inversa e calcular os valores das correlações centradas nas frequências de cada portadora para recuperar os dados informativos com ausência de diafonia. Por consequência, a técnica de transmissão com múltiplas portadoras com base no cálculo de uma DFT consegue eliminar o processo de filtragem por banda limitada e substituí-lo por um de processamento de banda de frequência.

No entanto, a eliminação dos osciladores das portadoras e dos desmoduladores coerentes passa pela substituição destes, por *hardware* digital capaz de processar uma FFT. Os recentes avanços da tecnologia, permitiram a comercialização de *chips* VLSI (Very Large Scale Integration) capazes de calcular grandes FFT em tempo útil. A utilização de uma FFT é mais eficiente do que uma DFT. O número de operações envolvidas numa FFT é de  $N \cdot \log(N)$  enquanto que uma DFT requer mais operações  $N^2$ .

Na década de 1960, a técnica de transmissão OFDM foi utilizada em sistemas de comunicações militares de altos débitos binários, tal como o KINEPLEX [Mosier, 1958], ANDEFT [Porter, 1968] e o KATHRYN [Zimmerman, 1967]. Por exemplo, o sistema KATHRYN era um modem de dados com modulação PSK com transmissão em ondas de rádio HF (High Frequency) e com taxas de débitos variáveis que podia ter até 34 canais de baixo débito em paralelo. A distribuição das frequências ortogonais foi feita com um espaçamento de 82 Hz para garantir um espaçamento temporal entre sinais consecutivos.

Por volta de 1980, a transmissão OFDM foi utilizada em *modem* de alto débito, em sistemas digitais de comunicação móvel e processos de gravação de alta densidade. Um desses sistemas utilizou a técnica de transmissão OFDM para multiplexar canais com modulação QAM (Quadrature Amplitude Modulation) recorrendo à DFT [Hirosaki, 1981]. Do mesmo modo, foram implementados *modems* de altos débitos para as redes telefónicas [Keasler, 1980].

Por volta dos anos de 1990, a transmissão OFDM foi explorada em sistemas de comunicação móveis de banda larga com canais de dados digitais em modulação FM (Frequency Modulation), em HDSL (High-bit-rate Digital Subscriber Lines) com 1.6 Mbits/s, em ADSL (Asymmetric Digital Subscriber Lines) com 1.536 Mbits/s, em VHDSL (Very-High-speed Digital Subscriber Lines) [Chow, 1991] com 100 Mbits/s, em DAB (Digital Audio Broadcasting) e em HDTV (High Definition Television).

As vantagens da técnica de transmissão OFDM podem ser resumidas da seguinte forma:

- Maior eficiência da utilização da banda de frequência de transmissão pelo facto dos sub-canais estarem sobrepostos.
- Maior espalhamento espectral das interferências provocadas pelos percursos múltiplos de propagação. Ou seja, enquanto que uma rajada curta de picos de ruído pode destruir um símbolo informativo transmitido, na OFDM tal já não acontece e o ruído é espalhado por vários símbolos, os quais sofrem somente uma ligeira distorção.
- Redução do efeito destrutivo do atraso de propagação, que fica a dever-se ao incremento da duração de um símbolo.

Por outro lado, há que enumerar também as desvantagens da técnica de transmissão OFDM que podem ser resumidas da seguinte forma:

- Elevada sensibilidade ao desfasamento da portadora que pode ser provocado pelo *hardware* ou pelo efeito Doppler resultante do movimento dos terminais.
- Como esta técnica é uma modulação de múltiplas amplitudes e frequências, então é natural a OFDM ser sensível à contaminação por distorção não linear provocada pelos amplificadores de potência.
- Difícil sincronização do sinal OFDM, ou seja, é importante saber qual o primeiro ponto da FFT.

### 2.2.2.3 Sistema de comunicação OFDM

Nesta secção será descrito um sistema de transmissão e receção OFDM, bem como, os princípios dos intervalos de guarda e os seus efeitos no desempenho do sistema.

A figura 2.2.17 representa a configuração de um transmissor e recetor OFDM. No transmissor, os dados são previamente convertidos em dados paralelos de  $N$  sub-canais. Os dados de cada sub-canal são modulados em quadratura QAM. Por exemplo, considerando que os dados  $(d_0, d_1, d_2, \dots, d_n)$  são valores complexos  $d_n = a_n + jb_n$ , então, no caso de uma modulação QPSK temos  $a_n, b_n = \pm 1$  e no caso de uma modulação 16-QAM temos  $a_n, b_n = \pm 1, \pm 3$ . A seguir é calculado, com recurso a circuitos integrados, a

transformada inversa de Fourier discreta (IDFT). Após estas operações temos finalmente um sinal OFDM denominado por  $S(t)$ .

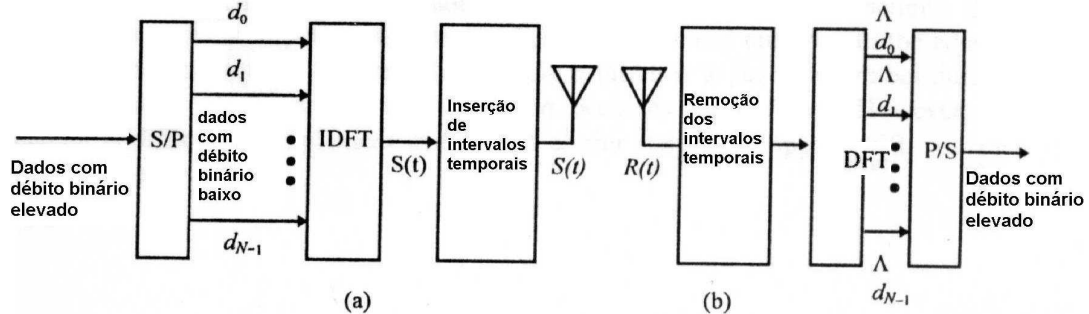


Fig. 2.2.17: Configuração de um transmissor (a) e recetor (b) OFDM.

$$\begin{aligned}
 S(t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{N-1} d_i(k) \exp(j2\pi f_i(t - kT_s)) f(t - kT_s) \\
 &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{N-1} [a_i(k) + jb_i(k)] [\cos(2\pi f_i(t - kT_s)) + j \sin(2\pi f_i(t - kT_s))] f(t - kT_s) \\
 &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{N-1} [a_i(k) \cos(2\pi f_i(t - kT_s)) - b_i(k) \sin(2\pi f_i(t - kT_s))] f(t - kT_s) \\
 &\quad + j \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{N-1} [a_i(k) \sin(2\pi f_i(t - kT_s)) + b_i(k) \cos(2\pi f_i(t - kT_s))] f(t - kT_s)
 \end{aligned} \tag{2.2.10}$$

com  $T_s$  igual à duração de um símbolo de um sinal OFDM e  $f_i$  ( $i = 0, 1, 2, \dots$ ) são as frequências das sub-portadoras dadas por:

$$f_i = f_0 + \frac{i}{T_s} \tag{2.2.11}$$

Sendo  $f(t)$  a função de formatação de um impulso definida por:

$$f(t) = \begin{cases} 1 & (0 \leq t \leq T_s) \\ 0 & (\text{outros}) \end{cases} \tag{2.2.12}$$

A figura 2.2.18 representa as formas de ondas das partes reais e imaginárias de um sinal OFDM-QPSK. Tal como se pode ver nessa figura, a OFDM é uma técnica de multiplexagem de várias portadoras de frequências diferentes. Antes de ser transmitido,

o sinal OFDM  $S(t)$  é condicionado com a inserção de intervalos de guarda para reduzir as ISI (interferências inter-simbólicas). A razão de ser dos intervalos de guarda deve-se ao espalhamento espectral provocado pelas diversas distorções existentes em ambiente de propagação de percursos múltiplos. A ortogonalidade dos sub-canais OFDM é mantida, se não existir interferências ISI e ICI (interferências inter-portadoras) provocadas pela distorção do canal de transmissão. Na prática, estas interferências existem sempre, ou seja, o espectro de um sinal OFDM não é estritamente de banda limitada (função  $\text{sinc}(f)$ ). A distorção linear provocada pelos percursos múltiplos de propagação provoca um espalhamento de energia sobre os canais adjacentes, e conseqüentemente aparecem as interferências ISI indesejáveis. Uma solução simples consiste em incrementar a duração de um símbolo, ou então, a quantidade de sub-portadoras, para tornar a distorção insignificante. No entanto, essa solução é de difícil implementação em termos de estabilidade das portadoras, do efeito Doppler, do tamanho da FFT e do seu cálculo em tempo útil.

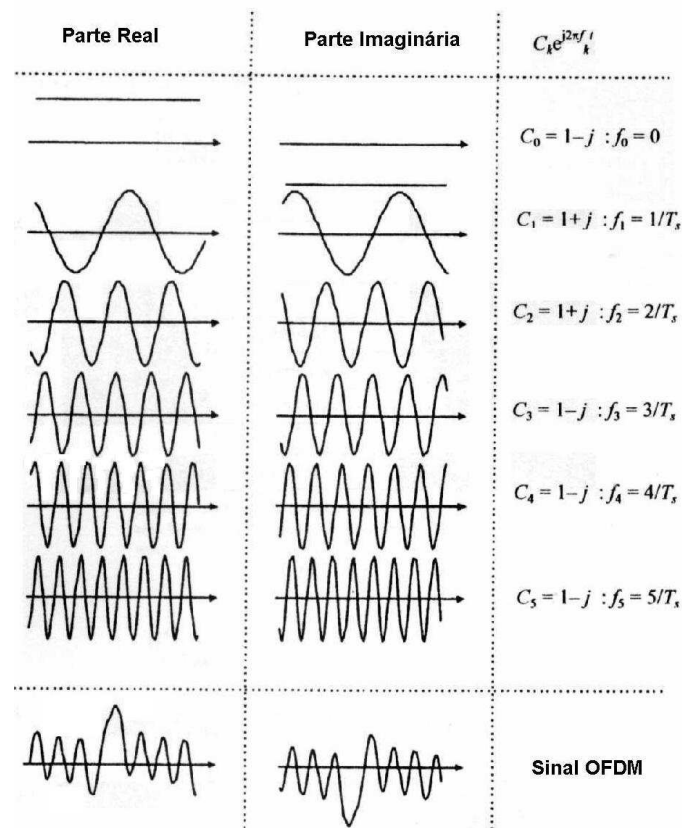


Fig. 2.2.18: Formas de ondas de um sinal OFDM-QPSK.

Uma maneira de prevenir as ISI é acrescentar ciclicamente um intervalo de guarda entre cada sinal OFDM, os quais são preenchidos pela própria extensão do sinal OFDM. Sendo assim, a duração total de um símbolo é  $T_{total} = T_g + T_s$ , e  $T_g$  é o intervalo de guarda. A figura 2.2.19 ilustra esse intervalo de guarda. Quando o intervalo de guarda é superior à resposta impulsiva do canal e aos atrasos de propagação, as interferências ISI são eliminadas. No entanto, as interferências ICI permanecem. O valor do intervalo de guarda depende da aplicação e tem o inconveniente de reduzir o débito binário. Geralmente esse valor  $T_g$  é inferior a  $T_s/4$ .

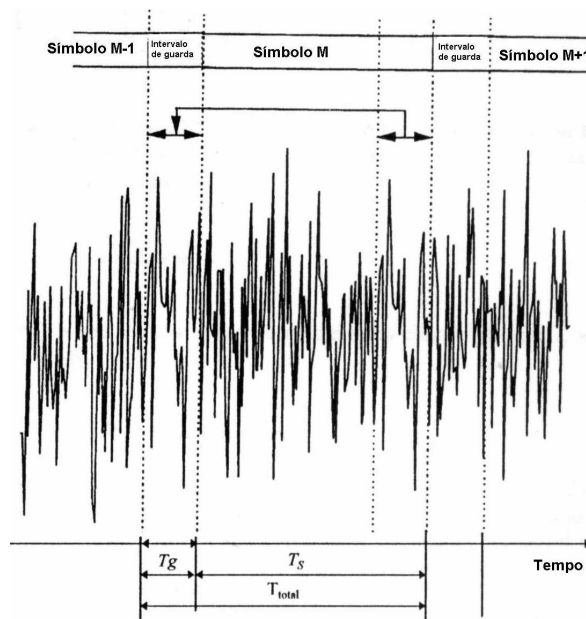


Fig. 2.2.19: Princípio dos intervalos de guarda em transmissão OFDM.

A equação de um sinal OFDM com intervalos de guarda é a seguinte:

$$S'(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{N-1} d_i(k) \exp(j2\pi f_i(t - kT_{Total})) f'(t - kT_{Total}) \quad (2.2.13)$$

com  $f'(t)$  uma função impulso quadrado modificado para cada símbolo que está definido por:

$$f'(t) = \begin{cases} 1 & (-T_g \leq t \leq T_s) \\ 0 & (t < -T_g, t > T_s) \end{cases} \quad (2.2.14)$$

A seguir, o sinal OFDM  $S'(t)$  é transmitido, mas está sujeito a diversas contaminações. Como por exemplo: interferências por percursos múltiplos de propagação e ruído Gaussiano aditivo. No recetor, o sinal toma a seguinte expressão:

$$r(t) = \int_0^{\infty} h(\tau; t) s(t - \tau) d\tau + n(t). \quad (2.2.15)$$

$h(\tau; t)$  é a resposta impulsiva do canal de comunicação no instante  $t$ , e  $n(t)$  é um sinal complexo de ruído Gaussiano aditivo.

A figura 2.2.17 b) representa um recetor OFDM. Num recetor, o sinal recebido  $R(t)$  é previamente filtrado por um filtro passa banda. Esse filtro deverá ter largura suficiente para não introduzir distorção no sinal. O sinal é posteriormente aplicado a um detetor ortogonal, onde o sinal está sujeito a uma translação para uma banda de frequência intermédia (IF), e por fim é calculado a DFT recorrendo a um circuito eletrónico para obter os coeficientes de Fourier sobre um período  $[iT_{Total}, iT_{Total} + T_s]$ . O sinal à saída do circuito DFT do  $i^{\text{ésimo}}$  sub-canal OFDM é dado por:

$$\hat{d}_i(k) = \frac{1}{k} \int_{kT_{Total}}^{T_s + kT_{Total}} r(t) \exp(-j2\pi f_i(t - kT_{Total})) dt \quad (2.2.16)$$

Um dos métodos para melhorar o desempenho de um sistema OFDM passa por estimar as características do canal recorrendo à técnica de inserção de pilotos em cada símbolo [Hara, Abril 1996]. No recetor é possível determinar as características do canal de comunicação com recurso aos pilotos de cada símbolo. Um sistema OFDM com pilotos inseridos em cada símbolo torna-se mais eficiente do que um sistema OFDM sem pilotos inseridos. No caso de ter um sistema OFDM sem pilotos inseridos em cada símbolo, é necessário proceder à interpolação e extrapolação das características estimadas do canal de comunicação.

### 2.3 Sistemas de comunicações OCDMA

Por volta de 1990, algumas experiências realizadas demonstraram a viabilidade da codificação e decodificação de impulsos óticos com duração de poucos femto segundos. Tais experiências evidenciaram a possibilidade de aplicar altíssimas velocidades de comunicação realizadas no domínio ótico [Salehi, 1990] por acesso múltiplo por divisão de código. Relatórios anteriores ao de Salehi, sobre o uso de Optical CDMA (OCDMA), podem ser encontrados em [Prucnal, 1986] e [Santoro, 1987].

O OCDMA sobre rede ótica passiva PON (OCDMA-PON) é um candidato promissor para uma próxima geração de redes de banda larga de acesso FTTH (Fiber-to-the-Home), onde cada utilizador é associado a um determinado código durante a transmissão.

Atualmente, estão duas normas para redes óticas de acesso a serem implementadas em todo o mundo: Ethernet Passive Optical Network (EPON) (IEEE 802.3ah) e Gigabit capable Passive Optical Network (GPON) (ITU-T G.984). Tais normas [Lam, 2007] fornecem débitos elevados, para os clientes, através de fibras monomodais que atingem 20 km e recorrem à técnica de multiplexagem no domínio do tempo (TDM). Algumas características dessas normas estão apresentadas na tabela 2.3.1. Outras técnicas, tais como multiplexagem do comprimento de onda (WDM), estão sob investigação para aplicação em redes PON para um futuro mais próximo.

Tabela 2.3.1: GPON vs EPON.

	GPON (ITU-T G984)	EPON (IEEE 802.3ah)
Débito de linha descendente	2448 Mb/s	1250 Mb/s
Débito de linha ascendente	1244 Mb/s	1250 Mb/s
Derivação máxima	1:64, 1:32 (típica)	1:32, 1:16 (típica)
Alcance máximo	20 Km	20 Km
Eficiência média de transmissão de dados	≈ 93%	≈ 65-70%
Tráfego suportado	Ethernet, ATM, SDH	Ethernet

Fonte: ICP-ANACOM <http://www.anacom.pt/render.jsp?categoryId=340463>

As PON atuais utilizam fibra ótica mono modal (SMF) *standard*. Por exemplo, as SMF têm dispersão cromática nula em  $1,3 \mu\text{m}$  e  $17 \text{ ps/nm/km}$  em torno de  $1,55 \mu\text{m}$  (ótimo funcionamento dos amplificadores mais económicos do tipo EDFA - Erbium Doped Fiber Amplifier). Um sistema PON utiliza a banda O em  $1,3 \mu\text{m}$  para o canal de transmissão ascendente, utiliza a banda S (em  $1,49 \mu\text{m}$ ) para o sentido descendente e a banda C (em  $1,55 \mu\text{m}$ ) para o sentido descendente de transmissão de CATV (Cable TV). A rádio difusão de TV analógica numa TDM-PON é efetuada na C-Band, em  $1,55 \mu\text{m}$ . No entanto, tende a ficar em desuso devido ao IPTV (Internet Protocol TV). Existem fibras óticas com  $0,19 \text{ dB/km}$  em  $1,55 \mu\text{m}$  e atenuação de  $0,33\text{-}0,55 \text{ dB/km}$  em  $1,3 \mu\text{m}$ . A banda U (Ultralong Wavelength) de  $1625\text{-}1675 \text{ nm}$  está reservada para monitorizações *standard* das PONs (In-service Testing).

A figura 3.2.1 indica a topologia de uma PON com radiodifusão de TV em  $1,55 \mu\text{m}$ . Por sua vez, a figura 3.2.2 mostra as perdas de um sinal ótico em função do comprimento de onda, com indicação da localização de cada uma das bandas.

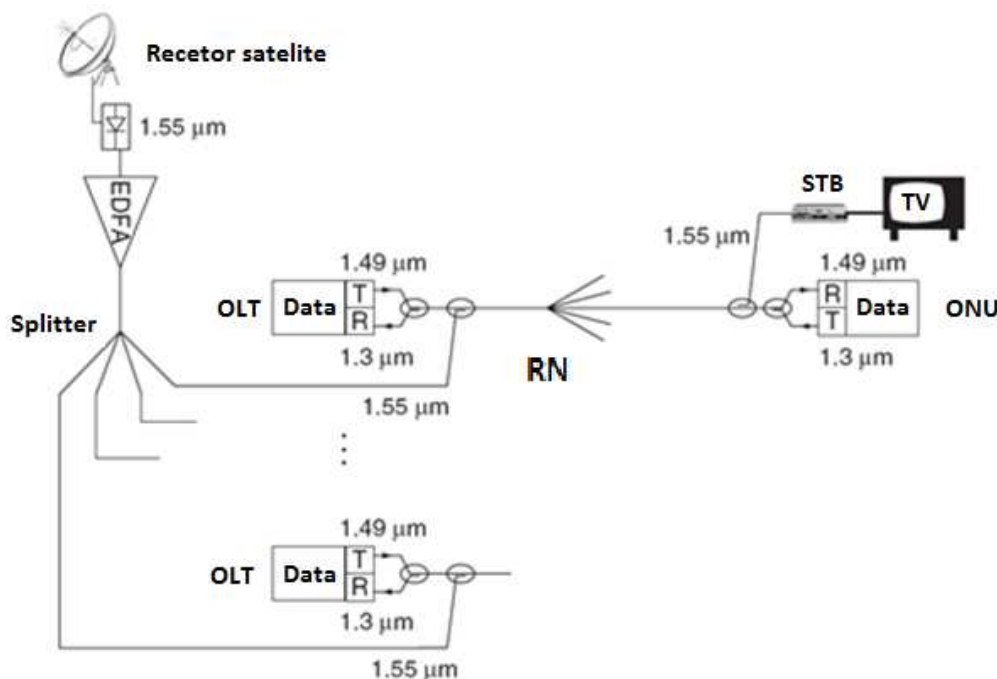


Fig. 2.3.1: PON com radiodifusão de TV em  $1,55 \mu\text{m}$ .  
STB - Set Top Box; RN – Remote Node.

Fonte Passive Optical Networks, Principles and Praticce, Elsevier, Cedric Lam

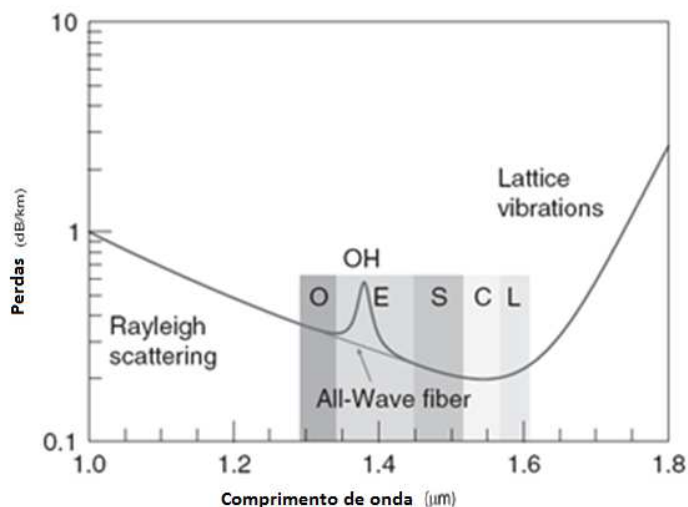


Fig. 2.3.2: Perdas do sinal óptico em função do comprimento de onda.

Fonte Passive Optical Networks, Principles and Practice, Elsevier, Cedric Lam

Novos *standards* para as PON estão a aparecer. O *standard* 10G-EPON (IEEE 802.3av) foi aprovado em 2009. Também, existe o *standard* alternativo da International Telecommunication Union (ITU) designado por NG-PON (Next Generation PON).

O grupo Network Access Full Service (FSAN) está perto de finalizar a próxima tecnologia de acesso óptico que começará a partir de 10 Gigabit GPON [www.gazettabyte.com, 2012]. Em 2011, o FSAN começou a trabalhar no NGPON2, a tecnologia PON que vem a seguir aos *standards* GPON e 10 Gigabit GPON (XGPON1).

Quaisquer mudanças tecnológicas comportam riscos para os operadores. Por exemplo, o consumo de energia dos novos sistemas de acesso é fundamental para muitos desses operadores. Outro problema é o risco associado à migração para uma nova arquitetura em vez de adotar uma que esteja baseada nas infraestruturas PON já existentes. Operadores como a NTT (Nippon Telegraph and Telephone) do Japão e a Verizon nos EUA (Estados Unidos da América) tem grandes quantidades de PON instaladas e querem evitar ter de alterar as suas infraestruturas para um qualquer esquema de PON (de uma nova geração) que seja incapaz de reutilizar os atuais *power splitters*. Os operadores europeus estão em fases iniciais dos seus lançamentos PON e,

por isso, têm mais flexibilidade em optar por implementar outras tecnologias de infraestrutura passiva, como por exemplo o AWG (Arrayed Waveguide Gratings).

O grupo FSAN deverá selecionar a tecnologia NGPON2 antes do final do ano de 2012. A NGPON2 poderá consistir numa extensão tecnológica do GPON existente e do XGPON1 baseado em TDM. A empresa Huawei mostrou protótipos com capacidades de 40 Gigabit PON que suportam tecnologia híbrida TDM e WDM-PON (TWDM-PON). Também existem outros esquemas que incluem WDM-PON, ultradensos WDM-PON e OFDM [www.gazettabyte.com, 2012].

Uma vantagem da tecnologia OFDM, inclui a adoção de um componente de banda estreita para alcançar um sinal de banda larga: um transmissor/recetor de 10 Gbps de banda estreita pode alcançar 40 Gbps usando múltiplas sub-portadoras moduladas por QAM (Quadrature Amplitude Modulation). Todo o trabalho inteligente é feito eletronicamente (processamento de sinais digitais e conversões analógicas/digitais). Num sistema OFDM um DSP (Digital Signal Processor) executa muito rapidamente as transformações matemáticas IFFT e FFT.

Uma alternativa eficiente às técnicas TDM, WDM e OFDM em sistemas ótico é utilizar OCDMA coerente (onde os codificadores óticos podem utilizar códigos que possuem diferentes fases). É necessário recordar que as técnicas de acesso por Rádio Frequência começaram originalmente por multiplexagem no domínio do tempo e da frequência e rapidamente evoluíram para outras técnicas mais eficientes e mais complexas do tipo CDMA ou OFDM-CDMA.

A fibra super estruturada de Bragg (SSFBG) [Erdogan, 1997] é um codificador coerente ótico que oferece alto desempenho, compacidade e baixos custos de produção. As SSFBG são uma opção atraente para codificadores/descodificadores de sistemas óticos coerente com espalhando temporal (TS) OCDMA [Teh, 2001] [Teh, 2002]. O OCDMA-PON oferece várias vantagens exclusivas [Prucnal, 2006], [Salehi, 1989], [Marhic, 1992], [Huang, 2010], [Kitayama, 1998] e [Kitayama, 2000]. Por exemplo, o OCDMA permite implementar todas as operações de codificação e decodificação

efetuadas por processamento ótico (ao contrário do CDMA por Rádio Frequência). Uma rede OCDMA pode implementar uma transmissão totalmente assíncrona sem a necessidade de equipamentos eletrônicos onerosos e protocolos complexos. As SSFBG utilizadas em sistemas OCDMA-PON podem garantir tempos baixos de latência porque as operações de codificação e decodificação são realizadas passivamente no domínio ótico. Outra vantagem do OCDMA-PON é o de permitir adicionar mais utilizadores ao sistema à medida da procura. A segurança de um sistema OCDMA-PON é inerente à utilização de códigos pseudo aleatórios e longos, nas suas transmissões. O OCDMA-PON fornece o controlo da qualidade do serviço (QoS), que pode ser facilmente garantido na camada física pela atribuição de códigos diferentes com base na solicitação QoS do utilizador. Em suma, o TS-OCDMA-PON coerente ressurgiu na última década com maior interesse pelas diversas razões aqui expostas e em [Galli, 2008]. No entanto, também existem problemas. Por exemplo, o Laser (MLL - mode-locked laser) para sistemas TS-OCDMA-PON (coerente) ainda é um componente dispendioso. Este principal problema deverá ser minimizado após a produção em massa dos MLL.

Existem diversos codificadores/descodificadores (CODEC) alternativos que podem ser utilizados em sistemas OCDMA-PON. Além dos bem-sucedidos CODEC SSFBG, também existem outros. Por exemplo, estes podem ser do tipo Planar Lightwave Circuit (PLC), Spatial Lightwave Phase Modulator (SLPM) e AWG.

A taxa de transmissão de um sistema TS-OCDMA assíncrono e coerente atingiu os 320 Gb/s com mais de 12 utilizadores ativos (12 códigos OCDMA) por PON onde a eficiência espectral atingiu os 0,32 b/s/Hz [Wang, 2007]. Um sistema OCDMA assíncrono e coerente com 10 usuários e débitos da ordem do gigabit também foi demonstrado experimentalmente, sem usar (em qualquer momento) coordenação ou sincronismo [Hamanaka, 2006]. Essa técnica foi desenvolvida para suportar 640 Gchip/s com alcance superior a 50 km e com códigos de Gold de 511 chips [Wang, 2004].

Os CODEC do tipo SSFBG são facilmente escritos aplicando um padrão de variação ou gradação espacial (grade) de luz ultravioleta sobre o núcleo de uma pequena secção

de fibra ótica com um comprimento de poucos milímetros. Por esta razão, os CODEC óticos SSFBG são considerados como sendo CODEC (coerentes) de baixo custo para sistemas OCDMA-PON. Geralmente, os códigos gravados nos CODEC SSFBG são selecionados com base num rácio de potência de contraste ( $P/C$ ) elevado. Os melhores códigos selecionados são muitas vezes os códigos bipolares de conjuntos de Gold. É bem conhecido que as propriedades de correlação destes códigos são muito boas. No entanto, apenas alguns códigos de Gold são adequados para os CODEC SSFBG [Wang, 2004].

## 2.4 Sequências para sistemas CDMA e OCDMA com deteção coerente

### 2.4.1 Sequências mais utilizadas

#### 2.4.1.1 Sequências ortogonais

O sistema de comunicação móvel (UMTS) de 3ª geração (3G) utiliza vários tipos de códigos nos seus canais ascendentes e descendentes do seu sistema de comunicação WCDMA. Por exemplo, a transmissão proveniente de uma só fonte distingue-se pelo seu código de canalização dentro de um setor de transmissão. Estes códigos de canalização/espalhamento [3GPP, 25.213] têm como base a técnica OVVSF que teve origem na publicação [Adachi, 1997]. Esses códigos OVVSF não são mais do que os códigos bipolares de Walsh-Hadamard.

A utilização dos códigos OVVSF permite a mudança do fator de espalhamento e ao mesmo tempo permite manter a ortogonalidade entre diferentes códigos de espalhamento de diferentes comprimentos. Os códigos OVVSF são construídos com base na árvore binária da figura 2.4.1. No caso da transmissão utilizar um fator de espalhamento variável, a árvore da figura 2.4.1 permite a reconstrução dos códigos espalhados de acordo com o menor fator de espalhamento. A gestão dos códigos ortogonais de canalização é feita pelo RNC (Radio Network Controller) do sistema UMTS [Holma, 2001].

Na figura 2.4.1, os códigos ortogonais OVSF são representados por  $C_{ch,SF,m}$ , onde SF é o fator de espalhamento e  $m$  é o número do código, com  $0 \leq m \leq SF - 1$ . Cada nível da árvore define um código de canalização de comprimento SF.

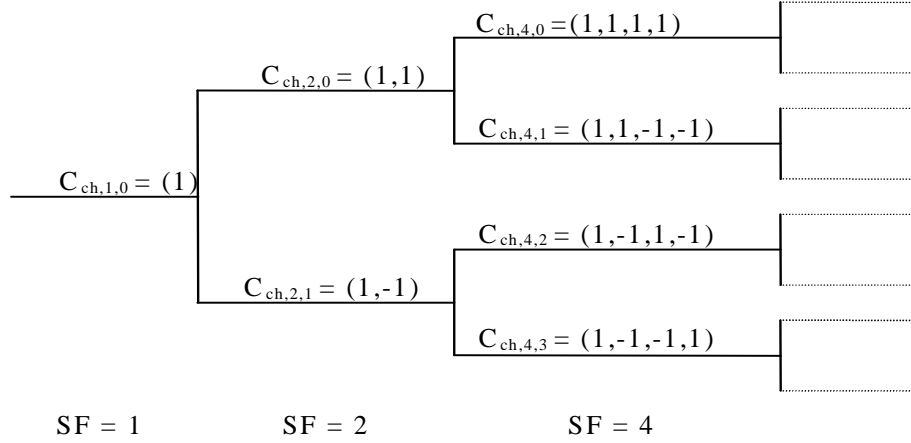


Fig. 2.4.1: Árvore de geração dos códigos OVSF.

Fonte: 3GPP, 25.213

O método de geração dos códigos OVSF é definido da seguinte maneira:

$$C_{ch,1,0} = 1 \quad (2.4.1)$$

$$\begin{bmatrix} C_{ch,2,0} \\ C_{ch,2,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{ch,1,0} & C_{ch,1,0} \\ C_{ch,1,0} & -C_{ch,1,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.4.2)$$

$$\begin{bmatrix} C_{ch,2^{(n+1)},0} \\ C_{ch,2^{(n+1)},1} \\ C_{ch,2^{(n+1)},2} \\ C_{ch,2^{(n+1)},3} \\ \vdots \\ C_{ch,2^{(n+1)},2^{(n+1)}-2} \\ C_{ch,2^{(n+1)},2^{(n+1)}-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{ch,2^n,0} & C_{ch,2^n,0} \\ C_{ch,2^n,0} & -C_{ch,2^n,0} \\ C_{ch,2^n,1} & C_{ch,2^n,1} \\ C_{ch,2^n,1} & -C_{ch,2^n,1} \\ \vdots & \vdots \\ C_{ch,2^n,2^{n-1}} & C_{ch,2^n,2^{n-1}} \\ C_{ch,2^n,2^{n-1}} & -C_{ch,2^n,2^{n-1}} \end{bmatrix} \quad (2.4.3)$$

O valor (*chip*) mais à esquerda dentro de um código de canalização é transmitido sempre em primeiro lugar. O fator de espalhamento é uma potência de 2 e tem valores compreendidos entre 4 e 512. Estes códigos, além de separar os diferentes utilizadores dentro de uma mesma célula, permitem incrementar a largura de banda de transmissão.

No caso particular do canal descendente UMTS, os códigos  $C_{ch,SF,m}$  são utilizados para espalhar os dados dos canais físicos. Os códigos  $C_{ch,SF,m}$  são misturados com uma sequência complexa  $S_{dl,n}$  de um conjunto particular de Gold [Gold, 1967]. Tal mistura permite introduzir uma separação entre diferentes células do sistema de comunicação móvel.

#### 2.4.1.2 Sequências pseudo ortogonais

As sequências de códigos usadas em CDMA são sequências que possuem propriedades semelhantes ao ruído branco. Este facto, determina a designação dessas sequências por “sequências pseudo aleatórias” ou “pseudo ruidosa” (PN – Pseudo Noise). Estas sequências vão permitir um espalhamento espectral e garantir uma densidade de potência uniforme do sinal transmitido. Ou seja, a sequência codificadora deve ter um espectro semelhante ao do ruído branco, na banda de transmissão. Sendo assim, o método mais simples para obter sequências PN é utilizar a saída de uma balança (+1/-1) controlada por entradas aleatórias provenientes de uma fonte ruidosa. As sequências PN devem possuir boas propriedades contra interferências e boas propriedades de regeneração das sequências codificadoras. Nomeadamente, essas sequências devem ser correlacionadas num recetor apesar dos desfasamentos temporais da própria sequência e em presença de outras sequências distintas. Ou seja, as sequências devem possuir boas propriedades de autocorrelação, e no caso da rejeição das interferências, diz-se que as sequências devem possuir boas propriedades de correlação cruzada (periódica e aperiódica). A autocorrelação deve ser elevada e a correlação cruzada periódica e aperiódica deve ser baixa. Essa autocorrelação alta permite reduzir os efeitos da propagação com percurso múltiplo, e essa correlação cruzada baixa permite um acesso múltiplo desejado com reduzido valor de interferências de canais adjacentes (ACI).

Nesta secção, serão apresentados dois tipos de sequências pseudo ortogonais de codificação: as sequências de máximo comprimento (*m-sequences*) e as sequências do conjunto de Gold, que são obtidas com base nas sequências de máximo comprimento.

Apesar das sequências terem propriedades semelhantes às do ruído branco, os circuitos de geração definem-se como sendo um processo determinístico periódico. Desta forma, torna-se extremamente simples implementar um gerador de sequências PN, recorrendo a registos de deslocamento binários lineares. A figura 2.4.2 representa um esquema de um registo de deslocamento linear com cinco secções, em que a operação lógica XOR (OR-Exclusive) é realizada sobre o conteúdo dos registos 0 e 2, e o resultado é realimentado à entrada do registo 4, sendo a direcção de deslocamento da esquerda para a direita. A sequência de código assim produzida tem o comprimento  $N_c = 2^5 - 1 = 31$ . Esse valor é igual à periodicidade da geração da sequência, ou seja, 31 *chips*.

Em geral, a configuração de um registo de deslocamento binário de  $n$  secções é descrita por um polinómio gerador binário de grau  $n$ :

$$h(x) = h_0x^n + h_1x^{n-1} + \dots + h_{n-1}x + h_n, \text{ com } h_i \in \{0, 1\} \quad (2.4.4)$$

em que  $h_0 = h_n = 1$  e  $h_i = 1$  para  $i \neq 0$  e  $i \neq n$  se existir uma derivação de realimentação no  $i^{\text{ésimo}}$  registo (secção).

A representação usual do polinómio  $h(x)$  é feita em numeração octal  $h = (h_0, h_1, \dots, h_n)$ . Por exemplo o registo de deslocamento esquematizado na figura 2.4.2 é representado pelo polinómio gerador  $h = x^5 + x^2 + 1$ , com representação binária 100101 e representação octal 45.

Para gerar uma sequência de código de máximo comprimento, o polinómio gerador tem de ser um polinómio primitivo de grau  $n$ , que é por definição um polinómio

irredutível com expoente  $2^n - 1$ . Esse expoente é o menor inteiro positivo  $p$  para o qual o polinômio  $h(x)$  é divisor de  $(1 - x^p)$ . A tabela seguinte resume vários polinômios geradores de sequências de máximo comprimento.

Tabela 2.4.1: Exemplos de polinômios geradores de sequências de máximo comprimento.

$n$	$N_c = 2^n - 1$	Polinômio gerador
3	7	$x^3 + x + 1$
4	15	$x^4 + x + 1$
5	31	$x^5 + x^2 + 1$
6	63	$x^6 + x + 1$
7	127	$x^7 + x + 1$
8	255	$x^8 + x^6 + x^5 + x^4 + 1$
9	511	$x^9 + x^4 + 1$
10	1023	$x^{10} + x^3 + 1$
11	2047	$x^{11} + x^2 + 1$
12	4095	$x^{12} + x^{10} + x^2 + x + 1$
13	8191	$x^{13} + x^{12} + x^2 + x + 1$
14	16383	$x^{14} + x^{12} + x^2 + x + 1$
15	32767	$x^{15} + x + 1$
18	262143	$x^{18} + x^7 + 1$
18	262143	$x^{18} + x^{10} + x^7 + x^5 + 1$

Os dois últimos polinômios geradores  $x^{18} + x^7 + 1$  e  $x^{18} + x^{10} + x^7 + x^5 + 1$ , da tabela 2.4.1, são utilizados para gerar as sequências PN no canal descendente do sistema UMTS.

Além das boas propriedades de correlação descritas anteriormente, as sequências de máximo comprimento possuem as seguintes propriedades específicas:

- contêm exatamente  $2^{N_c} - 1$  “zeros” e  $2^{N_c}$  “uns” em cada período;
- a soma módulo 2 com qualquer versão deslocada ciclicamente produz outra versão ciclicamente deslocada da sequência original;
- possuem uma distribuição muito precisa dos agrupamentos de símbolos (0 e 1) idênticos. Em cada período, metade dos agrupamentos de símbolos idênticos têm comprimento 1; um quarto tem comprimento 2; um oitavo tem comprimento 3, e assim sucessivamente.

Os valores de autocorrelação periódica de uma sequência de máximo comprimento são conhecidos e são dados por:

$$\theta(l) = N_c, \quad \text{para } l = 0 \bmod N_c \quad (2.4.5)$$

$$\theta(l) = -1, \quad \text{para } l \neq 0 \bmod N_c \quad (2.4.6)$$

isto é, as funções de autocorrelação periódica de sequências de máximo comprimento tomam apenas dois valores distintos. Esta é uma das razões para a utilização dessas sequências em sistemas de comunicação para sincronização de *chips* de “preâmbulos”, tal como acontece no sistema IS-95 (Interim Standard 95 ou CdmaOne).

Os valores das correlações cruzadas periódicas são conhecidos [Golomb, 1967] e tomam apenas três valores distintos:

$$\rightarrow -1, -1-2^{(n+1)/2} \text{ e } -1+2^{(n+1)/2}, \text{ quando } n \text{ é ímpar e } n \neq 0 \bmod 4 \quad (2.4.7)$$

$$\rightarrow -1, -1-2^{(n+2)/2} \text{ e } -1+2^{(n+2)/2}, \text{ quando } n \text{ é par e } n \neq 0 \bmod 4 \quad (2.4.8)$$

Os valores de correlação cruzada aperiódica não são conhecidos, apenas se conhecem uns majorantes:

$$\rightarrow 2^{n-1} + 2^{n/2} + 1 \text{ quando } n \text{ é par} \quad (2.4.9)$$

$$\rightarrow 2^{n-1} + 2^{(n-1)/2} + 1 \text{ quando } n \text{ é ímpar.} \quad (2.4.10)$$

As sequências de Gold são usadas principalmente em sistemas de comunicações móveis, com acesso múltiplo ao meio por divisão de código com espalhamento espectral (SS-CDMA). Estes sistemas requerem frequentemente a existência de um grande número de sequências distintas que garantam elevados valores máximos de autocorrelação (periódica e aperiódica) e, simultaneamente, valores máximos reduzidos da correlação cruzada (periódica e aperiódica) entre elas. No entanto, nem sempre os valores máximos são os mais importantes para o desempenho do sistema, sendo então considerados os valores médios para avaliar o desempenho do sistema. Todas estas

propriedades são relevantes para garantir um desempenho satisfatório dos sistemas, e por isso, foram aqui apresentadas.

O conjunto de Gold pode ser representado da seguinte forma:

$$G(y, x) = \{y, x, y \oplus x, y \oplus T^1x, \dots, y \oplus T^{N_c-1}x\} \quad (2.4.11)$$

Nesta definição,  $y$  e  $x$  são duas sequências de “*máximo comprimento*” de  $N_c$  bits (ou *chips*) que são geradas utilizando dois polinômios de grau  $n$  (sendo  $N_c = 2^n - 1$ ). As sequências são misturadas com uma operação lógica ou-exclusivo  $\oplus$ . O operador  $T^kx$  representa uma rotação cíclica de  $k$  bits sobre a sequência  $x$  antes de efetuar a operação lógica. Desta forma o conjunto de Gold  $G(y, x)$  tem um total de  $N_c + 2$  sequências distintas.

Para simplificar a representação matemática do conjunto  $G(y, x)$ , este conjunto pode ser definido de uma forma mais sintética por:

$$G(y, x) = \{y, x, y \oplus X\} \quad (2.4.12)$$

O conjunto (2.4.12) é idêntico ao anterior, porque cada linha da matriz  $X$  representa uma sequência  $T^kx$ .

A figura 2.4.2 representa um gerador de sequências do conjunto de Gold  $G(y, x)$ . Este circuito gerador é constituído por dois geradores distintos.

Várias sequências de Gold são utilizadas no sistema UMTS, nos canais descendentes e ascendentes. Essas sequências têm por nome: sequências de mistura ou códigos de “Scrambling”. No caso do canal descendente UMTS essas sequências de Gold são geradas com polinômios de grau 18. Ou seja, é possível dispor de  $2^{18} - 1 = 262143$  sequências diferentes que são numeradas de 0 até 262142. Mas no entanto, nem todas as sequências são utilizadas. Este facto deve-se em parte à utilização das sequências para

diferenciar as diversas células de comunicação. As células adjacentes não podem ter os mesmos códigos de “Scrambling” e devem existir códigos suficientes para garantir uma certa imunidade à descodificação não desejável.

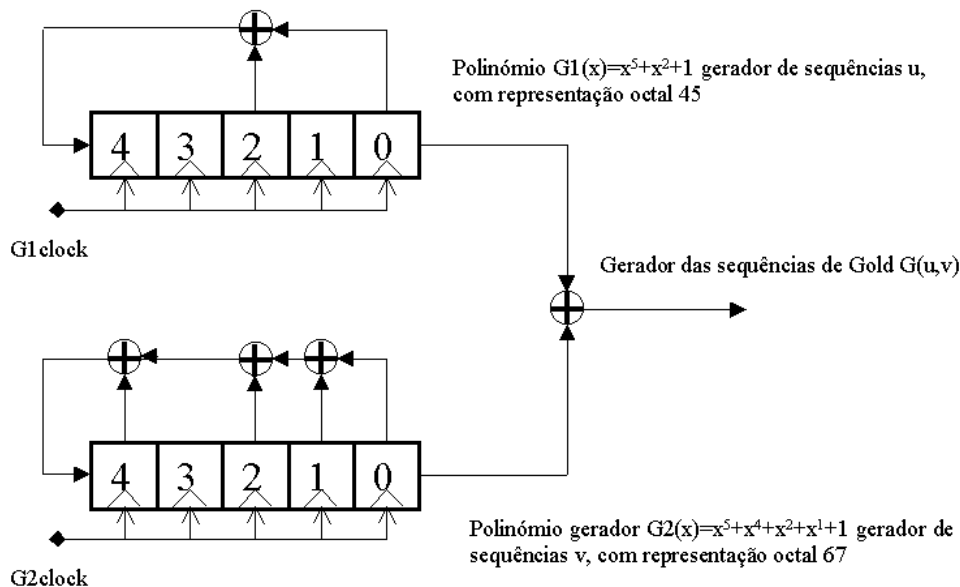


Fig. 2.4.2: Circuito gerador de uma sequência de Gold.

Devido a suas boas propriedades de correlação, os códigos de Gold encontram-se aplicados em sistemas CDMA e em sistemas OCDMA. Existem duas publicações que alicerçaram todo o desenvolvimento em torno da técnica de transmissão OCDMA [Pruncal, 2006]. O primeiro artigo foi publicado por Pruncal, Santoro e Fan em 1986 [Pruncal, 1986] e o segundo foi escrito por Weiner, Heritage e Salehi em 1988 [Weiner, 1988]. É de realçar que o OCDMA, também foi impulsionado pelo surgimento de novas tecnologias que permitiram a implementação de codificadores/descodificadores óticos mais eficientes tais como PLC, SSFBG [Erdogan, 1997], SLPM e AWG entre outros. Códigos mais utilizados em sistemas OCDMA com detecção coerente são os mesmos dos sistemas CDMA com transmissão por Rádio Frequência que aqui foram apresentados (Wash-Hadamard, sequências de máximo comprimento e códigos de Gold) [Pruncal, 2006].

### 2.4.2 Famílias de sequências perfeitas

Considera-se  $x(n)$ , com  $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ , como sendo um ponto de índice  $n$  de uma sequência periódica de comprimento  $N$ . A sua DFT [Oppenheim, 1975] é definida pela expressão seguinte:

$$DFT[x(n)] = X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn} . \quad (2.4.13)$$

A IDFT [Oppenheim, 1975] é efetuada da seguinte forma:

$$IDFT[X(k)] = x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) W_N^{-kn} . \quad (2.4.14)$$

Por conveniência de notação,  $W_N$  é definido como sendo  $W_N = \exp(-j 2\pi/N)$ , onde  $j = \sqrt{-1}$ . Devemos também lembrar que a DFT e a IDFT são transformações lineares e inversas.

Usando as transformações DFT e IDFT, a correlação cruzada periódica pode ser definida [Oppenheim, 1975], [Sarwate, 1980] pela seguinte expressão:

$$\theta_{xy}(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) y^*[\text{mod}(k+n, N)] = IDFT(XY^*), \quad (2.4.15)$$

onde  $n$  é um número inteiro, o sobrescrito  $*$  representa o conjugado complexo e  $\text{mod}(a, b)$  é o resto de uma divisão inteira de  $(a : b)$ . Um valor complexo  $x(n)$  é igual a  $x[\text{mod}(n, N)]$  quando  $x$  é uma sequência periódica com o período  $N$ .

Quando  $x = y$ , (2.4.15) é definida como a função de autocorrelação periódica. Uma sequência  $x$  é denominada por “sequência perfeita” se ela tiver uma função de

autocorrelação periódica ideal proporcional a um impulso unitário de Dirac  $\delta(n)$ , definida por:

$$\theta_{xx}(n) = N\delta(n) = \begin{cases} N, & \text{mod}(n, N)=0 \\ 0, & \text{mod}(n, N)\neq 0 \end{cases} \quad (2.4.16)$$

Como é conhecido ( $\delta(n) = IDFT[1] = \theta_{xx}(n)$ ), qualquer sequência de amplitude constante no domínio da frequência corresponde a uma sequência perfeita no domínio do tempo. Por outras palavras, podemos dizer que a sequência:

$$x_p(n) = \sqrt{N} \times IDFT[x(n)], \quad (2.4.17)$$

quando  $0 \leq n \leq N-1$ , onde  $n$  é um inteiro, é uma sequência perfeita se  $|x(n)|^2 = 1$ . Usando (2.4.17) podemos gerar sequências perfeitas (com envelope constante ou não) de qualquer comprimento  $N$ , quando  $|x(n)|$  é constante para todos os valores  $0 \leq n \leq N-1$ . No entanto, o que geralmente se pretende é encontrar sequências perfeitas com boas propriedades de correlação. Como por exemplo, sequências perfeitas com baixos valores de correlação cruzada (em valor absoluto).

Idealmente, as sequências utilizadas em sistemas do tipo CDMA devem ter uma função de autocorrelação periódica perfeita [Lüke, 2003], [Fan, 1996] e [Lüke, 1992] quando a interferência de percurso múltiplo é predominante. Por outras palavras, a função de autocorrelação periódica perfeita deve ser igual à função de um impulso unitário  $\delta(n)$ . No entanto, uma vez que as sequências bipolares com a função de autocorrelação periódica perfeita não são conhecidos, exceto para  $x = (1, 1, 1; -1)$  ou para uma qualquer rotação cíclica de  $x$  [Schmidt, 1999], [Park, 2002], é desejável encontrar novas sequências. Soluções alternativas podem ser encontradas com sequências complexas periódicas definidas por alguns autores como sequências de múltiplas fases de alfabeto pequenos ou grandes [Lüke, 2003], [Popovic, 1992] e [Fan, 1994], sequências perfeitas uni modulares [Gabidulin, 2002], códigos do tipo “Phase

Shift Pulse” [Heimiller, 1961], sequências perfeitas da raiz da unidade [Mow, 1996], sequências de funções Bent [Chung, 1989], ou simplesmente como sequências perfeitas [Li, 2006], [Li, 2007] [Fan, 1995]. Adicionalmente, sequências perfeitas com quatro fases (alfabeto pequeno) existem para comprimentos  $N$  iguais a 2, 4, 8, 16 (sequências de Milewski e sequências de Frank). Muitas outras sequências com função de autocorrelação periódica perfeita podem ser encontradas se uma transformação matemática for usada [Fan, 1996] e [Lüke, 1992].

Os códigos com uma função de autocorrelação periódica quase perfeita e um valor máximo de correlação cruzada periódica em valor absoluto (MaxCC) podem ser aplicados em sistemas CDMA assíncronas de comunicação, para equalização rápida, estimação de um canal de comunicação, para sincronização, ou em outras aplicações prejudicadas por interferências fortes do tipo percursos múltiplos [Suehiro, 1991].

Tal como já foi referido, uma variedade de sequências perfeitas tem sido proposta por vários autores/investigadores. O limite inferior do MaxCC é uma constante igual a  $\sqrt{N}$  [Fan, 1994], [Sarwate, 1980], [Welch, 1974]. É interessante realçar que, teoricamente, não deverá ser possível gerar sequências perfeitas com correlação cruzada periódica nula para qualquer deslocamento temporal.

### 2.4.3 Sequências GDFT

O termo “Generalized DFT” é encontrado na literatura científica há mais de uma década [Bongiovanni, 1976], [Corsini, 1979], [Rinaldi, 1996], [Stade, 1995] e [Britanak, 1999]. No entanto, a definição aqui utilizada é uma mais recente e mais generalista.

As  $N^{\text{ésimas}}$  raízes da unidade, no plano complexo, são fonte de geração de sequências perfeitas [Akansu, 2010]. Uma  $N^{\text{ésima}}$  raiz da unidade é definida por:

$$z^N = 1, \quad N \in \{1, 2, 3, \dots\} \quad (2.4.18)$$

Se  $z_p^m \neq 1$ ,  $m \in \{1, 2, \dots, N-1\}$ , então  $z_p$  é definido como sendo a  $p^{\text{ésima}}$  primitiva da  $N^{\text{ésima}}$  raiz da unidade quando os números inteiros  $p$  e  $N$  são primos entre si. O número complexo  $z_p = \exp[j(2\pi/N)]$  é a  $N^{\text{ésima}}$  raiz da unidade com o menor argumento positivo. Existe  $N$   $N^{\text{ésima}}$  raízes da unidade distintas de uma primitiva expressa por:

$$z_k = (z_p)^k, \quad k \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (2.4.19)$$

onde  $z_p$  é uma primitiva da  $N^{\text{ésima}}$  raiz da unidade. Todas essas primitivas satisfazem a seguinte propriedade de uma série geométrica:

$$\sum_{n=0}^{N-1} (z_p)^n = \frac{(z_p)^N - 1}{z_p - 1} = \begin{cases} 1, & N=1 \\ 0, & N>1 \end{cases} \quad \forall p. \quad (2.4.20)$$

Por conveniência, define-se um conjunto de sequências periódicas, complexas e uni-modulares como sendo  $\{e_r(n)\}$ . A sequência  $e_r(n)$  é a  $r^{\text{ésima}}$  potência da primeira primitiva da  $N^{\text{ésima}}$  raiz da unidade elevada à  $n^{\text{ésima}}$  potência, ou seja é:

$$e_r(n) \triangleq (z_1^r)^n = \exp[j(2\pi r/N)n], \quad (2.4.21)$$

quando  $n, r = 0, 1, 2, \dots, N-1$ .

A série geométrica (2.4.20), num intervalo de tempo discreto, pode ser aplicada à sequência anterior  $e_r(n)$  tal como em [Ireland, 1993] e [Narkiewicz, 1990] e obtém-se a seguinte propriedade:

$$\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} e_r(n) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \exp[j(2\pi r/N)n] = \begin{cases} 1, & r = mN \\ 0, & r \neq mN \\ & m = \text{integer} \end{cases}. \quad (2.4.22)$$

A expressão anterior pode ser reescrita em termos de uma DFT do conjunto  $\{e_r(n)\}$  que verifica a condição de ortogonalidade [Papoulis, 1977]:

$$\langle e_k(n), e_l^*(n) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \exp[j(2\pi/N)(k-l)n] = \begin{cases} 1, & r = k - l = mN \\ 0, & r \neq k - l \neq mN \\ & m = \text{integer} \end{cases}. \quad (2.4.23)$$

A notação (\*) representa a função conjugada de uma função complexa. Geralmente, a primeira primitiva da  $N^{\text{ésima}}$  raiz da unidade é representada por  $z_1 = \exp(j\omega_0)$  onde  $\omega_0 = 2\pi/N$ , em radianos, é denominado por frequência fundamental. A propriedade de ortogonalidade de sequências uni modulares em (2.4.23) mantém-se se  $r = \varphi_k(n) - \varphi_l(n) = \varphi_{kl}(n)$ , tal como em [Akansu, 2009].

Akansu definiu um conjunto ortogonal de sequências GDFT (Generalized Discrete Fourier Transform) [Akansu, 2009] e [Akansu, 2010] com a expressão seguinte:

$$\{e_k(n)\} \triangleq \exp[j(2\pi/N)\varphi_k(n)n], \quad k, n = 0, 1, \dots, N, \quad (2.4.24)$$

onde

$$\varphi_k(n) = \frac{N_k(n)}{D_k(n)} = \frac{\sum_{j=1}^N a_{kj} n^{b_{kj}}}{\sum_{j=1}^M c_{kj} n^{d_{kj}}}, \quad N \leq M; k \in \{0, 1, \dots, N-1\}. \quad (2.4.25)$$

Um primeiro conjunto especial pode ser definido quando  $\varphi_k(n) = k$ ,  $\forall n$ . Nessa situação específica o conjunto (2.4.24) é identificado por uma DFT.

Um segundo conjunto especial é definido quando o denominador do polinómio é  $D_k(n) = 1$  e a expressão anterior é reescrita como sendo:

$$\varphi_k(n) = N_k(n) = \sum_{j=1}^N a_{kj} n^{b_{kj}} = a_{k1} n^{b_{k1}} + a_{k2} n^{b_{k2}} + \dots + a_{kN} n^{b_{kN}}. \quad (2.4.26)$$

Os coeficientes polinomiais  $\{a_{kj}\}$  e  $\{c_{kj}\}$  são complexos e as potências polinomiais  $\{b_{kj}\}$  e  $\{d_{kj}\}$  são reais. A DFT é uma solução específica da GDFT quando  $\varphi_k(n) = a_{k1} = k$ ,  $a_{k1} = a_{k2} = \dots = a_{kN} = 0$  e  $b_{k1} = b_{k2} = \dots = b_{kN} = 0$  para todos os  $k$ .

Uma matriz GDFT [Akansu, 2010] é definida pela seguinte expressão:

$$A_{GDFT} = A_{DFT} G, \quad (2.4.27)$$

com

$$A_{DFT} = [A_{DFT_{k,n}}] = [\exp\{j(2\pi/N)kn\}] \quad (2.4.28)$$

quando  $k, n = 0, 1, \dots, N$ .

$$G(k, n) = \begin{cases} \exp\{j\gamma_{nm}\} & k = n \\ 0 & k \neq n \\ & k, n = 0, 1, \dots, N \end{cases}. \quad (2.4.29)$$

Com base neste método é possível encontrar conjuntos de sequências ortogonais com ótimas propriedades de correlação. O autor das sequências GDFT (Akansu) recorreu muitas vezes à força bruta de computação para encontrar alguns desses ótimos conjuntos de sequências perfeitas e ortogonais.

Da mesma forma, em 2007, C-P Li propôs a utilização de uma IDFT aplicada à uma matriz diagonal, quando os elementos da diagonal dessa matriz são os valores de uma sequência perfeita uni modular de Zadoff-Chu [C-P Li, 2007], [Frank, 1962].

As sequências de Zadoff-Chu [Frank, 1962] são sequências, com autocorrelação perfeita, definidas pela expressão seguinte:

$$z_M [n] = \begin{cases} \exp \left[ \frac{-j\pi Mn(n+2g)}{N} \right] & n = 0, 1, \dots, N-1, \text{ quando } N \text{ é par} \\ \exp \left[ \frac{-j\pi Mn(n+1+2g)}{N} \right] & n = 0, 1, \dots, N-1, \text{ quando } N \text{ é ímpar} \end{cases} \quad (2.4.30)$$

quando  $n$ ,  $M$ ,  $g$  e  $N$  são números inteiros e  $N$  é um número primo igual ao comprimento das sequências.

## 2.5 Codificadores para sistemas OCDMA e CDMA com detecção coerente

### 2.5.1 Codificadores óticos com SSFBG

#### 2.5.1.1 Rácios de potências de contrastes $P/C$ e $P/W$

Os codificadores OCDMA de baixo custo, com detecção coerentes e processamento no domínio ótico podem ser do tipo SSFBG [Erdogan, 1997]. Geralmente, os códigos SSFBG são selecionados com base num valor elevado de rácio de potência de contraste, tal como acontece com os códigos bipolares do conjunto de Gold. É de realçar que as propriedades de correlação destes códigos pseudo ortogonais e bipolares são excelentes. No entanto, apenas alguns códigos de Gold são utilizados nas SSFBG [Wang, 2004] em sistemas OCDMA.

As sequências (ou códigos de Gold) já foram intensivamente estudadas e utilizadas em inúmeras aplicações tais como em sistemas de comunicação CDMA e OCDMA. Essas aplicações requerem muitas vezes grandes conjuntos especiais de códigos cujas propriedades de correlação apresentam elevados picos de autocorrelação e valores mínimos de correlação cruzada [Wang, 2004]. Os códigos bipolares que foram apresentados previamente em [Pereira, 2001] podem fornecer rácios de baixa potência

de contraste ligeiramente mais elevados do que o conjunto de Gold, quando esses códigos (que existem em quantidade quatro vezes superiores) são gravados em SSFBG.

O desempenho de um sistema OCDMA é altamente dependente da escolha do conjunto adequado de códigos e dos seus rácios de potências de contrastes  $P/C$  e  $P/W$  cujos valores podem ser visualizadas na figura 2.5.1. Geralmente, os sistemas OCDMA requerem elevados valores de rácios de potências de contrastes [Wang, 2004] definidas por:

$$P/W = 20 \log \left[ AC(0) / \max(AC) \right] \quad (2.5.1)$$

$$P/C = 20 \log \left[ AC(0) / \max(ACC) \right] \quad (2.5.2)$$

Nestas definições,  $AC(0)$  é o valor do pico de autocorrelação (sem desfasamento),  $\max(AC)$  é o valor máximo das autocorrelações aperiódicas desfasadas (em valores absolutos) e  $\max(ACC)$  é o valor máximo das correlações cruzadas aperiódicas (em valores absolutos).

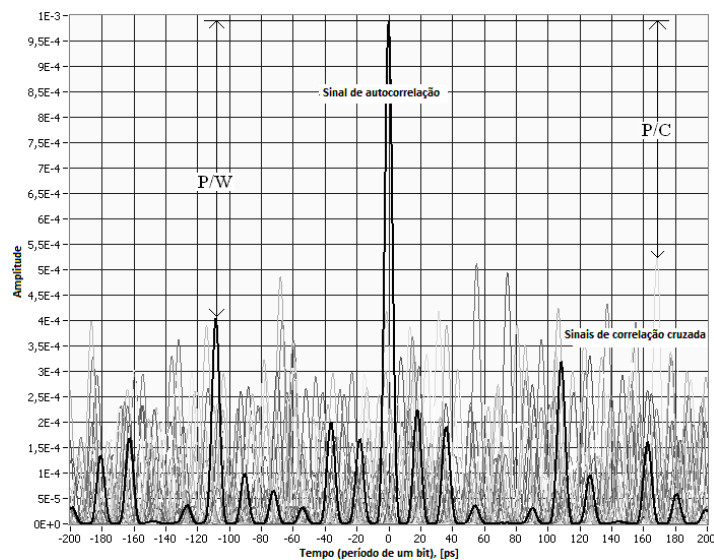


Fig. 2.5.1: Sinais óticos à saída de um decodificador SSFBG com representação dos rácios de potências de contrastes  $P/C$  e  $P/W$ .

Alguns majorantes de  $P/W$  e  $P/C$ , para correlações periódicas, foram encontrados. Um deles é o majorante de Welch [Sarwate, 1980] definido para um conjunto de  $K$  sequências perfeitas de comprimento  $N$ :

$$P/C = 20 \log \sqrt{\frac{KN-1}{K-1}} \quad (2.5.3)$$

Por exemplo, para sequências com autocorrelação periódica perfeita  $P/C = 17.85$  dB quando  $K = 2$ ,  $N = 31$ .

Para o caso aperiódico das funções de correlação, o majorante é definido pela expressão seguinte:

$$P/C = 20 \log \sqrt{\frac{2KN-K-1}{K-1}} \quad (2.5.4)$$

Por exemplo, para sequências com autocorrelação aperiódica perfeita  $P/C = 20.83$  dB quando  $K = 2$  e  $N = 31$ .

O conjunto de códigos selecionado deve ter um valor  $P/C$  elevado. Por exemplo, um conjunto de códigos é adequado para um sistema OCDMA com SSFBG quando o valor  $P/C$  é maior do que 17 dB.

Depois de escrever códigos em SSFBG, é de esperar que os valores dos rácios de contrastes não sejam os mesmos dos códigos originais se a gravação não for efetuada por um processo de elevada precisão ótica. Adicionalmente, os rácios das SSFBG irão depender da largura de banda ocupada por cada elemento (*chip*) de um código, tal como será mostrado nos capítulos 4 e 5.

## 2.5.1.2 Modelo matemático de uma SSFBG

Algumas características espectrais de reflexão e transmissão em fibras gravadas num processo de “Bragg gratings” podem ser encontradas em [Erdogan, 1997]. Por exemplo, existem gravações uniformes, “apodizadas”, de variação não lineares, de fases discretas e em padrão de grades super-estruturadas. Os períodos das grades podem ser curtos ou longos. Essas mesmas grades podem ser simétricas ou inclinadas, entre muitos outros tipos. No entanto, neste trabalho, só será lembrado o modelo das fibras SSFBG apresentado em [Erdogan, 1997] e descrito por matrizes  $2 \times 2$  para cada secção uniforme da grade. Todas as secções serão multiplicadas em conjunto para obter uma única matriz  $2 \times 2$  que descreve o modelo matemático das SSFBG. Começa-se por dividir a grade em  $M$  secções uniformes e definir as amplitudes dos sinais óticos  $R_i$  e  $S_i$  que atravessam a secção  $i$ . Assim, com uma “Bragg gratings” começa-se por fixar  $R_0 = R(L/2) = 1$  e  $S_0 = S(L/2) = 0$  e calcula-se  $R(-L/2) = R_M$  e  $S(-L/2) = S_M$ , quando  $L$  é igual ao comprimento da grade da fibra. A propagação através de cada secção uniforme  $i$  é descrito por uma matriz  $\mathbf{F}_i$  definida por:

$$\begin{bmatrix} R_i \\ S_i \end{bmatrix} = \mathbf{F}_i \begin{bmatrix} R_{i-1} \\ S_{i-1} \end{bmatrix}. \quad (2.5.5)$$

Para as “Bragg gratings” a matriz  $\mathbf{F}_i$  é expressa por:

$$\begin{bmatrix} \cosh(\gamma_B \Delta z) - i \frac{\hat{\sigma}}{\gamma_B} \sinh(\gamma_B \Delta z) & -i \frac{\kappa}{\gamma_B} \sinh(\gamma_B \Delta z) \\ i \frac{\kappa}{\gamma_B} \sinh(\gamma_B \Delta z) & \cosh(\gamma_B \Delta z) + i \frac{\hat{\sigma}}{\gamma_B} \sinh(\gamma_B \Delta z) \end{bmatrix} \quad (2.5.6)$$

onde  $\Delta z$  é o comprimento da  $i^{\text{ésima}}$  secção uniforme, os coeficientes de acoplamento  $\hat{\sigma}$  e  $\kappa$  são valores locais da  $i^{\text{ésima}}$  secção e

$$\gamma_B \equiv \sqrt{\kappa^2 - \hat{\sigma}^2}. \quad (2.5.7)$$

$\gamma_B$  é um valor imaginário do complexo quando  $|\hat{\sigma}| > \kappa$ . O valor  $\kappa$  é o coeficiente "ac" de acoplamento e  $\hat{\sigma}$  é um coeficiente "dc" geral de auto acoplamento. Depois de conhecer todas as matrizes para cada secção individual, define-se as amplitudes dos sinais de saída a partir de:

$$\begin{bmatrix} R_M \\ S_M \end{bmatrix} = \mathbf{F} \begin{bmatrix} R_0 \\ S_0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{F} = \mathbf{F}_M \times \mathbf{F}_{M-1} \times \dots \times \mathbf{F}_i \times \dots \times \mathbf{F}_1. \quad (2.5.8)$$

Dois requisitos irão ser necessários. O primeiro é  $\Delta z \gg \Lambda$ , onde  $\Lambda = \frac{L}{N_G}$  é o período nominal da mudança de índice, e o segundo é  $M \ll N_G$ , onde  $N_G$  é o número total de períodos das graduações.

Para grades com amostragem discretas que implementam deslocamentos de fases entre grades é necessário inserir uma matriz de mudança de fase  $\mathbf{F}_{p_i}$  entre  $\mathbf{F}_i$  e  $\mathbf{F}_{i+1}$  no produto em (2.5.8) para cada deslocamento de fase após a  $i^{\text{ésima}}$  secção. Para as graduações de Bragg a matriz de mudança de fase é definida da forma seguinte:

$$\mathbf{F}_{p_i} = \begin{bmatrix} \exp\left(\frac{-j\phi_i}{2}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(\frac{j\phi_i}{2}\right) \end{bmatrix}. \quad (2.5.9)$$

Aqui,  $\phi_i$  é a mudança na fase da grade para deslocamentos de fase discretos:

$$\frac{\phi_i}{2} = \frac{2\pi n_{eff}}{\lambda} \Delta z_0 \quad (2.5.10)$$

onde  $\Delta z_0$  é a separação entre duas secções de grades,  $n_{eff}$  é o índice de refração, e  $\lambda$  é o comprimento de onda que pode ser considerado igual ao comprimento de onda

$\lambda_D = 2n_{eff}\Lambda$  idealizado e projetado para um espalhamento infinitesimal de Bragg de uma grade.

Para uma reflexão de Bragg (monomodal), com uma grade uniforme, o valor médio  $\overline{\delta n_{eff}}$  ("dc") ao longo de um período de graduação é constante. Portanto, os coeficientes  $\hat{\sigma}$  e  $\kappa$  também são constantes. Assim, o coeficiente de reflexão de potência (para um *chip*  $L$ ) é:

$$r = \left| \frac{-\kappa \sinh(\sqrt{\kappa^2 - \hat{\sigma}^2} L)}{\hat{\sigma} \sinh(\sqrt{\kappa^2 - \hat{\sigma}^2} L) + j\sqrt{\kappa^2 - \hat{\sigma}^2} \cosh(\sqrt{\kappa^2 - \hat{\sigma}^2} L)} \right|^2 \quad (2.5.11)$$

com

$$\hat{\sigma} = \left( \frac{\lambda_{\max}}{\lambda} - 1 \right) \pi \frac{N_G}{L}. \quad (2.5.12)$$

Aqui,  $\lambda_{\max}$  é o comprimento de onda máxima em que a refletividade máximo ocorre (quando  $\hat{\sigma} = 0$ ) e é igual a:

$$\lambda_{\max} = \left( 1 + \frac{\overline{\delta n_{eff}}}{n_{eff}} \right) \lambda_D. \quad (2.5.13)$$

Para simplificar o estudo das SSFBG, é possível considerar que  $\lambda_{\max} \approx \lambda_D$  e o coeficiente de reflexão das SSFBG em (2.5.8) é  $|S_M/R_M|^2$ .

A figura 2.5.2 apresenta uma estrutura física de uma SSFBG com amostragem específica, onde a separação entre dois *chips* é  $\Delta z_0 = 4L$  e as  $N$  secções de comprimento  $L$  de graduação são escritas utilizando o comprimento de onda  $\lambda_1$ .

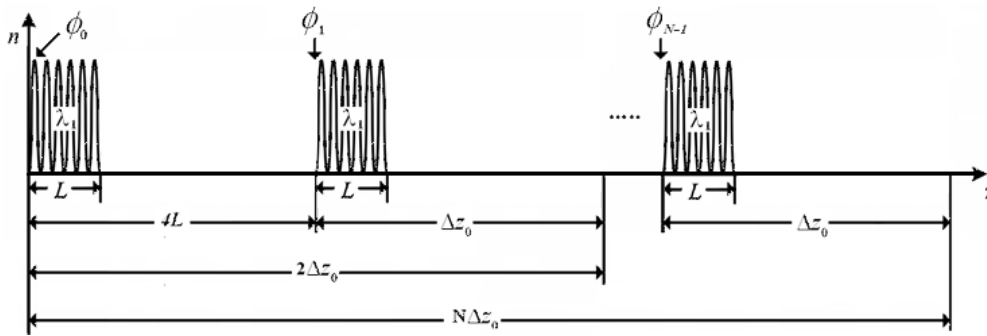


Fig. 2.5.2: Estrutura do codificador SSFBG escolhido.

### 2.5.2 Codificadores eletrônicos eficientes e otimizados de Golay

As sequências de Golay são um caso particular de sequências complementares [Golay, 1962], definidas como sendo um par  $(a_N$  e  $b_N)$  de sequências binárias de comprimento igual a  $L = 2^N$  elementos (onde  $N$  é um número inteiro). A propriedade mais relevante dessas sequências é que a adição das suas funções de autocorrelação aperiódicas é igual a uma função delta de Kronecker (ou impulso unitário de Dirac)  $\delta(t)$  de amplitude  $2L$  para  $t=0$  e é nulo para  $t \neq 0$ . Essa propriedade pode ser expressa por:

$$y[k] = C_{aa} + C_{bb} = 2L\delta[k - L]. \quad (2.5.14)$$

onde  $C_{aa}$  e  $C_{bb}$  são as autocorrelações de  $a_N$  e  $b_N$ , respectivamente.

Diversos sistemas eletrônicos utilizam sequências Golay para detetar sinais digitais imersos em ruído. Por exemplo, elas são encontradas em sistemas ligados à robótica, às comunicações [Xu, 2004] e aos radares [Vasquez, 2007].

[Budisin, 1991] apresentou um algoritmo geral para geração de sequências de Golay, permitindo assim que uma concatenação recursiva das sequências do par de Golay. Esse método recursivo é descrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 a_0[k] &= \delta[k] \\
 b_0[k] &= \delta[k] \\
 a_n[k] &= a_{n-1}[k] + w_n b_{n-1}[k - D_n] \\
 b_n[k] &= a_{n-1}[k] - w_n b_{n-1}[k - D_n]
 \end{aligned}
 \tag{2.5.15}$$

onde  $\delta[k]$  é o impulso unitário de Dirac que funciona como um “gatilho” do gerador,  $a_n[k]$  e  $b_n[k]$  são as sequências de Golay,  $w_n$  é o coeficiente “seed” (semente da geração igual a  $\pm 1$ ) e  $D_n$  é o atraso ( $D_n = 2^{n-1}$ ). A figura 2.5.3 representa o diagrama de blocos derivados deste algoritmo recursivo. É de salientar que o comprimento da sequência é multiplicado por dois após passar por cada módulo básico.

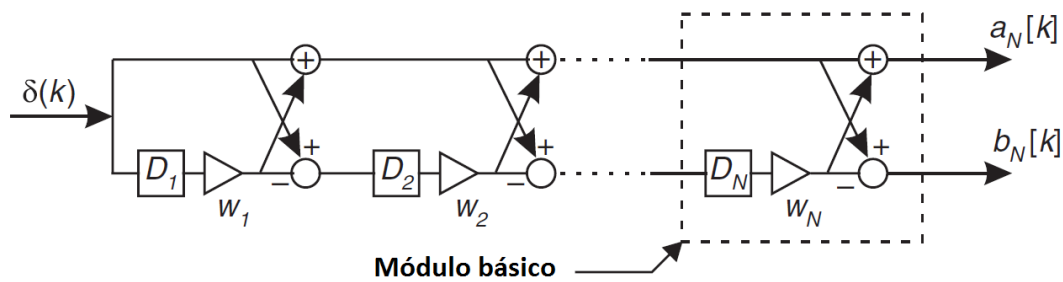


Fig. 2.5.3: Gerador eficiente de Golay.

É possível encontrar vários trabalhos [Budisin, 1991] e [Popovic, 1999] que recorrem à geração de um par de sequências complementares de Golay e a um conjunto complementar de quatro sequências [Alvarez, 2004]. Essas arquiteturas permitiram uma redução considerável do *hardware* dos CODEC (codificador/descodificador). Em particular, o descodificador de Golay introduzido por Popovic (figura 2.5.4) é referido como sendo um descodificador eficiente de Golay (EGC) e permite efetuar uma correlação simultânea dos sinais de entradas com ambas as sequências do par de Golay ( $a_N[k]$  e  $b_N[k]$ ). O algoritmo EGC recursivo pode ser expresso como segue (quando  $r[k] = a[k]$  ou  $b[k]$ ):

$$\begin{aligned}
 a'_0[k] &= r[k] \\
 b'_0[k] &= r[k] \\
 a'_n[k] &= a'_{n-1}[k - D_n] + w_n b'_{n-1}[k] \\
 b'_n[k] &= a'_{n-1}[k - D_n] - w_n b'_{n-1}[k] \\
 C_{ra}[k] &= a'_N[k] \\
 C_{rb}[k] &= b'_N[k]
 \end{aligned} \tag{2.5.16}$$

onde  $r[k]$  é o sinal de entrada,  $a'_n[k]$  e  $b'_n[k]$  são os resultados parciais,  $D_n$  é o atraso,  $w_n$  é o coeficiente “seed“ e  $C_{rx}$  é a correlação cruzada entre o sinal de entrada  $r[k]$  e a sequência  $x$  (que pode ser igual a  $a'_n[k]$  ou  $b'_n[k]$ ).

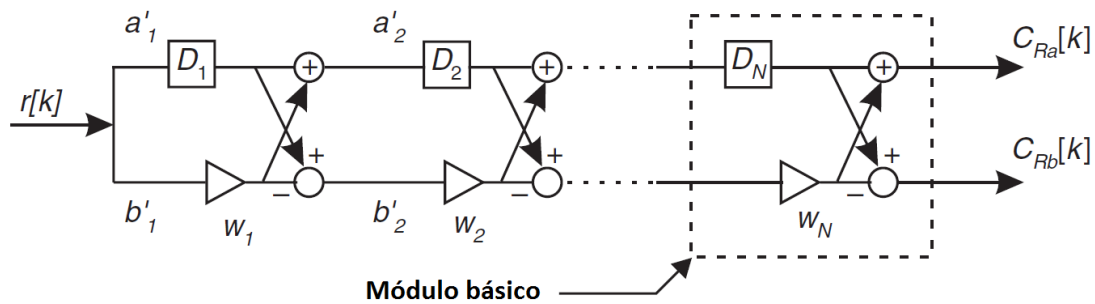


Fig. 2.5.4: Decodificador eficiente de Golay (EGC).

No artigo [Donato, 2009] é possível encontrar um gerador alternativo denominado por decodificador otimizado de Golay (OGC) e que é apresentado na figura 2.5.5. O OGC permite um cálculo mais eficiente quando se pretende implementar as funções de correlação cruzadas dos pares complementares de Golay. Este dispositivo de correlação é obtido por reordenação de alguns elementos do EGC. O algoritmo recursivo do OGC é:

$$\begin{aligned}
 a'_0[k] &= a[k] \\
 b'_0[k] &= b[k] \\
 a'_n[k] &= a'_{n-1}[k - D_{N-n+1}] + b'_{n-1}[k - D_{N-n+1}] \\
 b'_n[k] &= w_{N-n} a'_{n-1}[k] - w_{N-n} b'_{n-1}[k]
 \end{aligned} \tag{2.5.17}$$

$$Y[k] = a'_N[k] + b'_N[k] = 2L\delta[k - L] \quad (2.5.18)$$

onde  $a[k]$  e  $b[k]$  são os sinais recebidos,  $a'_m[k]$  e  $b'_m[k]$  são resultados parciais e  $Y[k]$  é a soma das correlações cruzadas entre os sinais de entrada, ver figura 2.5.5. Esta segunda arquitetura OGC é mais eficiente e não deixa correlações não utilizadas após o processo.

Para comparar a eficácia das correlações de um sistema de detecção de sinal com base em sequências Golay, três opções diferentes são considerados: o método direto (função de correlação simples), o EGC e o OGC. Os resultados estão apresentados na Tabela 2.5.1.

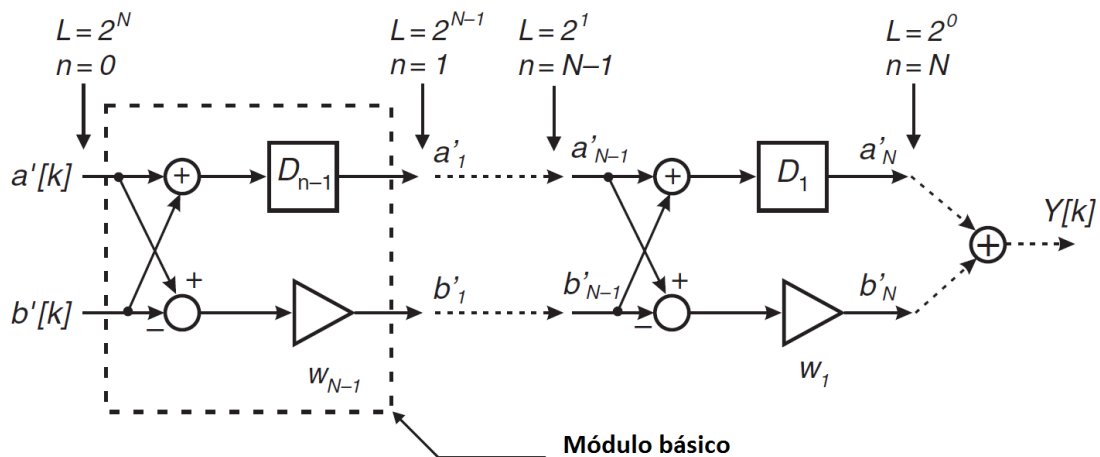


Fig. 2.5.5: Decodificador otimizado de Golay (OGC).

É de realçar que o decodificador OGC exige metade dos cálculos do que o EGC e muito mais do que o método direto por cálculo da correlação simples. A otimização alcançada poderá permitir um incremento da velocidade de processamento em plataformas baseadas em *software* e *hardware* (dispositivos lógicos programáveis do tipo ASIC (Application-Specific Integrated Circuit), FPGA (Field-Programmable Gate Array) ou CPLD (Complex Programmable Logic Device)).

Tabela 2.5.1: Comparação da eficácia do cálculo das correlações entre três métodos.

Elementos	Método direto	EGC	OGC
Multiplicações	$2L$	$2.\log_2(L)$	$\log_2(L)$
Adição/subtrações	$2(L-1)$	$4.\log_2(L)+1$	$\log_2(L)+1$
Atrasos	$2(L-1)$	$2(L-1)$	$L-1$

### Sumário

Neste capítulo foram apresentadas as tecnologias atuais baseadas em CDMA, OCDMA entre outros. Essas bases formais servem para introduzir novos conjuntos matemáticos de sequências perfeitas e ortogonais destinados a sistemas de comunicação por fibra ótica e por Rádio Frequência com acesso múltiplo por divisão de código. As novas sequências perfeitas derivam de uma IDFT (tal como o OFDM) e podem ser aplicadas em sistemas de comunicação simplificados do tipo CDMA ou OCDMA. Os CODEC introduzidos neste capítulo irão ser complementados e melhorados nos próximos capítulos.

### Referências

**Adachi**, F., Sawahashi, M., e Okawa, K., “Tree-structured Generation of Orthogonal Spreading Codes with Different Lengths for Forward Link of DS-CDMA mobile”, *Electronics Letters*, Vol. 33, No 1, pp. 27-28, **1997**.

A. **Akansu**, (2009, Aug. 24), "Generalized Discrete Fourier Transform: Non-Linear Phase DFT for Improved Multicarrier Communications," Tutorial of 17th European Signal Processing Conference – EUSIPCO-2009, Glasgow, [online]. Available at: <http://web.njit.edu/~akansu/PAPERS/AkansuTutorialEUSIPCO2009.pdf>.

A. N. **Akansu** and H. Agirman-Tosun, “Improved Correlation of Generalized Discrete Fourier Transform with Nonlinear Phase for OFDM and CDMA

Communications,” Proc. EUSIPCO European Signal Processing Conference, Aug. **2009**.

A. **Akansu**, H. Agirman-Tosun, M. Torun, Optimal design of phase function in Generalized DFT, *Elsevier Journal, Physical Communication*, vol. 3, no. 4, pp. 255-264, **2010**.

**Alvarez**, F., Urena, J., Mazo, M., Hernandez, A., Garcia, J., Jimenez, J.; “Efficient generator and pulse compressor for complementary sets of four sequences”, *Electron. Lett.*, vol. 40, no. 11, pp. 703–704, **2004**.

G. **Bongiovanni**, P. Corsini and G. Frosini, “One-dimensional and Two-dimensional Generalized Discrete Fourier Transform”, *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.* Vol. ASSP-24, pp. 97-99, Feb. **1976**.

V. **Britanak** and K. R. Rao, “The Fast Generalized Discrete Fourier Transforms: A Unified Approach to The Discrete Sinusoidal Transforms Computation”, *Signal Processing*, vol. 79, pp. 135-150, Dec. **1999**.

**Budisin**, S.; “Efficient pulse compressor for Golay complementary sequences”, *Electron. Lett.*, vol. 27, no. 3, pp. 219–220, **1991**.

**Chang**, R. W., “Synthesis of band limited orthogonal signals for multichannel data transmission,” *Bell Syst. Tech. J.*, Vol. 45, pp. 1775-1796, Dec. **1996**.

**Chauly**, A., Brajal, A., e Jourdan, S., “Orthogonal multicarrier techniques applied to direct spread spectrum CDMA systems”, *Proc. IEEE GLOBECOM '93*, pp. 1723-1728, Houston, TX, Nov. **1993**.

P. **Corsini** and G. Frosini, “Properties of the Multidimensional Generalized Discrete Fourier Transform”, *IEEE Trans. on Computers*, C-28, pp. 819-830, Nov. **1979**.

H. **Chung** and P. V. Kumar, “A New General Construction for Generalized Bent Functions”, *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 35, no. 1, Jan. **1989**.

**Chow**, P. S., Tu J. C. e Cioffi, J. M., “Performance evaluation of multichannel transceiver system for ADSL and VHDSL services”, *IEEE J. selected Area*, Vol., SAC-9, No 6, pp. 909-919, Aug. **1991**.

**DaSilva**, V. M., Sousa, E. S., “Performance of orthogonal CDMA codes for quasi-synchronous communication systems”, Proc. IEEE ICUPC’934, pp. 995-999, Ottawa, Canada, Oct. **1993**.

**Dambacher**, P., “Digital Broadcasting”, *The Institution of Electrical Engineers*, **1996**.

P. **Donato**, M. Funes, M. Hadad, D. Carrica, “Optimised Golay correlator”, *Electronics Letters*, vol. 45, no. 7, pp. 380–381, **2009**.

T. **Erdogan**, “Fiber grating spectra”, *J. Lightwave Technol.*, vol. 15, no. 8, pp. 1277-1294, Aug. **1997**.

P.Z. **Fan**, M. Darnell and B. Honary, “Crosscorrelations of Frank sequences and Chu sequences,” *Electronics Letters*, vol. 30, no. 6, Mar. **1994**.

P. Z. **Fan** and M. Darnell, “The synthesis of perfect sequences”, Lecture notes in Computer Science, Cryptography and Coding, *Springer*, **1995**.

P. **Fan** and M. Darnell, Sequence Design for Communications Applications, *New York: Wiley*, **1996**.

**Fazel**, K. e Papke, L., “On the performance of convolutionally-coded CDMA/OFDM for mobile communication system”, Proc. IEEE PIMRC’93, pp. 468-472, Yokohama, Japan, Sep. **1993**.

R. L. **Frank** and S. A. Zadoff, “Phase shift pulse codes with good periodic correlation properties”, *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. IT-8, no. 6, pp. 381–382, Oct. **1962**.

E. M. **Gabidulin**, V. V. Shorin, “New Families of Unimodular Perfect Sequences of Prime Length Based on Gaussian Periods”, *IEEE International Symposium Information Theory*, Lausanne, Switzerland, Jul. **2002**.

S. **Galli**, R. Menendez, E. Narimanov, and P. Prucnal, “A Novel Method for Increasing the Spectral Efficiency of Optical CDMA”, *IEEE Trans. Commun.*, vol. 56, no. 12, pp. 2133-2144, Dec. **2008**.

**Golay**, M.; “Complementary series”, *IRE Trans. Inf. Theory*, vol. 7, no. 2, pp. 82–87, **1961**.

**Gold**, R., “Optimal binary sequences for spread spectrum multiplexing”, *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. IT-13, pp. 619-621, Oct. **1967**.

T. **Hamanaka**, X. Wang, N. Wada, A. Nishiki, and K. Kitayama, “Ten-User Truly Asynchronous Gigabit OCDMA Transmission Experiment With a 511-Chip SSFBG En/Decoder”, *J. Lightwave Technol.*, vol. 24, no. 1, Jan. **2006**.

**Hara**, S. e Prasad, R. “DS-CDMA, MC-CDMA and MT-CDMA for mobile multi-media communications”, Proc. IEEE VTC’96, pp. 1106-1110, Atlanta, GA, Apr. **1996**.

**Hara**, S., Mouri, M., Okada, M., e Morinaga, N., “Transmission performance analysis of multi-carrier modulation in frequency selective fast Rayleigh fading channel”, in *Wireless Personal Communications*, *Klubern Academic Publishers*, Vol. 2, pp.335-356, **1996**.

R. C. **Heimiller**, “Phase Shift Pulse Codes with Good Periodic Correlation Properties”, *IRE Trans. Inf. Theory*, Oct. **1961**.

H. da **Silva**, DEEC, FCTUC, apontamentos da disciplina de "Comunicações Móveis", capítulo 6, "Sistemas de Espectro Espalhado", **2000**.

**Hirosaki**, B., "An orthogonally multiplexed QAM system using the discrete Fourier transform", *IEEE Trans. Comm.*, Vol., COM-29, pp. 982-989, Jul. **1981**.

Harri **Holma** e Anti Toskala, "WCDMA FOR UMTS – Radio Access For Third Generation Mobile Communications", *Wiley*, com revisão de **2001**.

**Huang**, Jen-Fa; Yen, Chih-Ta; Tu, Ying-Wei. "Reduction of Linear Crosstalk Over Waveguide-Grating-Based Optical CDMA Coders/Decoders", *Journal of Optical Communications and Networking*, vol. 2, no. 11, pp. 975-983, **2010**.

K. **Ireland** and M. Rosen, A Classical Introduction to Modern Number Theory. *Springer-Verlag*, **1993**.

**Keasler**, W. E. e Bitzer, D.L., "High speed modem suitable for operating with a switched network", *US Patent* No. 4,206,320, Jun. **1980**.

K. I. **Kitayama**, "Code division multiplexing lightwave networks based upon optical code conversion", *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 16, pp. 1209–1319, Sept. **1998**.

K. **Kitayama**, N. Wada, and H. Sotobayashi, "Architectural considerations of photonic IP router based upon optical code correlation", *J. Lightwave Technol.*, vol. 18, pp. 1834–1844, Dec. **2000**.

**Kondo**, S. E Milstein, L. B., "Performance of multicarrier DS-CDMA systems", *IEEE Trans. Comm.*, Vol. 44, No. 2, pp. 238-246, Fevereiro de **1996**.

Cedric **Lam**, Passive Optical Networks, Principles and Practice, *Elsevier*, **2007**.

H. Dieter **Lüke**, Hans D. Schotten, and Hafez Hadinejad-Mahram, “Binary and Quadriphase Sequences With Optimal Autocorrelation Properties: A Survey”, *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 49, no. 12, Dec. **2003**.

H. D. **Lüke**, Korrelationssignale (in German), *Springer-Verlag*, Berlin, Germany, **1992**.

C. P. **Li** and W. C. Huang, “An Array for Constructing Perfect Sequences and Its Applications in OFDM-CDMA Systems”, *IEEE GLOBECOM 2006* proceedings.

C. P. **Li** and W. C. Huang, “A Constructive Representation for the Fourier Dual of the Zadoff–Chu Sequences”, *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 53, no. 11, November **2007**.

M. E. **Marhic**, “Trends in optical CDMA”, in *Proc. Multigigabit Fiber Communication (SPIE)*, vol. 1787, pp. 80–98, **1992**.

**Mosier**, R. R. e Claubaugh, R. G., “Keneplex, a bandwidth efficient binary transmission system”, *AIEE Trans.*, Vol. 76, pp. 723-728, Jan. **1958**.

W. H. **Mow**, “A New Unified Construction of Perfect Root-of-Unity Sequences”, *Proc. Int. Symp. Spread Spectrum Techniques and Its Applications (ISSSTA’96)*, Mainz, Germany, Sept. **1996**, pp. 955–959.

W. **Narkiewicz**, *Elementary and Analytic Theory of Numbers*. *Springer-Verlag*, **1990**.

Alan V. **Oppenheim**, Ronald W. Schaffer, *Digital Signal Processing*, *Prentice-Hall*, **1975**.

A. **Papoulis**, *Signal Analysis*. *McGraw-Hill*, **1977**.

S. **Park**, I. Song, S. Yoon and J. Lee, "A New Polyphase Sequence With Perfect Even and Good Odd Cross-Correlation Functions for DS/CDMA Systems", *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 51, no. 5, Sept. **2002**.

J. **Pereira** and H. da Silva. (2001, December). A Larger Subset of Pseudo-Orthogonal Spreading Codes for WCDMA. Techonline. [online]. Available at: <http://eetimes.com/design/communications-design/4018072/A-Larger-Subset-of-Pseudo-Orthogonal-Spreading-Codes-for-WCDMA>.

J. **Pereira**; "Espalhamento Espectral com Codificação de Amplitude e Modulação Ortogonal de Fase para Sistemas de Comunicações Móveis com Acesso Múltiplo por Divisão do Código", Tese de mestrado, *DEEC-FCTUC*, Nov. **2002**.

Branislav M. **Popovic**, "Generalized Chirp-Like Polyphase Sequences with Optimum Correlation Properties", *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 38, no. 4, Jul. **1992**.

**Popovic**, B.; "Efficient Golay correlator", *Electron. Lett.*, vol. 35, no. 17, pp. 1427-1428, **1999**.

**Porter**, G. C., "Error distribution and diversity performance of a frequency differential PSK HF modem", *IEEE Trans. Comm.* Vol. COM-16, pp. 567-575, Aug. **1968**.

**Prasad** Ramjee, "Universal Wireless Personal Communications", *AH Artech House Publishers*, Boston London, **1998**.

**Prasad**, R. e Hara, S., "An overview of multi-carrier CDMA," Proc. 4<sup>th</sup> IEEE International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications (ISSSTA'96), pp. 107-114, Mainz, Germany, 22-25, Setp. **1996**.

P. **Prucnal**, M. Santoro, and T. Fan, "Spread spectrum fiber-optic local area network using optical processing", *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. 4, no. 5, May **1986**.

P. R. **Prucnal**, Optical code division multiple access: fundamentals and applications, *CRC Taylor & Francis*, **2006**.

L. **Rinaldi** and P. E. Ricci, “Complex Symmetric Functions and Generalized Discrete Fourier Transform”, *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, vol. 45, no. 1, Jan. **1996**. (Online: <http://www.springerlink.com/content/6310t2352461n4u1/>)

**Salehi**, J. A., Weiner, A. M., Heritage, J. P.; "Coherent Ultrashort Light Pulse Code Division Multiple Access Communication Schemes", *J. Lightwave Technol.*, vol. 8, no. 3, pp. 478-491, Mar. **1990**.

J. A. **Salehi** and C. A. Brackett, “Code division multiple-access technique in optical fiber networks, part I: Fundamental principles and part II: Systems performance analysis”, *IEEE Trans. Commun.*, vol. 37, pp. 824–842, Aug. **1989**.

**Salzberg**, B. R., “Performance of an efficient parallel data transmission system”, *IEEE Trans. Comm.*, Vol. COM-15, pp. 805-813, Dec. **1967**.

**Sourour**, E. e Nakagawa, M., “Performance of orthogonal multicarrier CDMA in a multipath fading channel”, *IEEE Trans. Comm.*, vol. 44, no. 3, pp. 356-367, Mar. **1996**.

M. A. **Santoro** and P. R. Prucnal, “Asynchronous fiber optic LAN using CDMA and optical correlation”, *Proc. IEEE*, vol. 75, no. 9, Sept. **1987**.

D. **Sarwate**, M. Pursley, “Crosscorrelation Properties of Pseudorandom and Related Sequences”, in *Proceedings of the IEEE*, May **1980**, vol. 68, no. 5.

E. **Stade** and E.G. Layton, “Generalized Discrete Fourier Transforms: The Discrete Fourier-Riccati-Bessel Transform”, *Computer Physics Communications*, vol. 85, pp. 336-370, Mar. **1995**.

N. **Suehiro**, “Pseudo-polyphase orthogonal sequence sets with good cross-correlation property,” in Lecture Notes in Computer Science, *Springer Berlin / Heidelberg*, Book: Applied Algebra, Algebraic Algorithms and Error-Correcting Codes, **1991**.

B. **Schmidt**, Cyclotomic Integers and Finite Geometry, *J. Amer. Math. Soc.*, vol. 12, pp. 929–952, **1999**.

P. C. **Teh**, P. Petropoulos, M. Ibsen, and D. J. Richardson, “A comparative study of the performance of seven- and 63-chip optical code-division multiple-access encoders and decoders based on superstructured fiber Bragg gratings”, *J. Lightwave Technol.*, vol. 9, pp. 1352–1365, Sept. **2001**.

P. C. **Teh**, M. Ibsen, L. B. Fu, J. H. Lee, Z. Yusoff, and D. J. Richardson, “A 16-channel OCDMA system (4 OCDM\_4WDM) based on 16-chip, 20 Gchip/s superstructure fiber Bragg gratings and DFB fiber laser transmitters”, Proc. Optical Fiber Communication Conf. (OFC’2002), Los Angles, CA, ThEE1, pp. 600–601, **2002**.

**U.S. Patent** No. 3, 488,4555, requerida em 14 de Novembro de 1966 e concedida em 6 de Janeiro de **1970** “Orthogonal frequency division multiplexing”.

**Vanderdorpe**, L. “Multitone direct sequence CDMA system in an indoor wireless environment”, *Proc. IEEE First Symposium of Communications and Vehicular Tecnology in the Benelux*, pp. 4.1.1-4-1-8, Delft, The Netherlands, Oct. **1993**.

**Vasquez** Alejos, A., Muhammad, D., and Ur Rahman Mohammed, H.: “Ground penetration radar using Golay sequences”, IEEE Region 5 Technical Conf., 2007, pp. 318–321, Apr. **2007**.

X. **Wang**, N. Wada, T. Miyazaki, G. Cincotti, K. Kitayama, “Asynchronous Multiuser Coherent OCDMA System With Code-Shift-Keying and Balanced

Detection”, *IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron.*, vol. 13, no. 5, pp. 1463-1470, Sept.-Oct. **2007**.

X. **Wang**, K. Matsushima, A. Nishiki, N. Wada, and K. Kitayama, “High reflectivity super structured FBG for coherent optical code generation and recognition”, *Opt. Express*, vol. 12, no. 22, pp. 5457- 5468, Nov. **2004**.

L. R. **Welch**, “Lower Bounds on the Maximum Cross Correlation of Signals”, *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. IT-20, pp. 397-399, **1974**.

M. **Weiner**, J. P. Heritage, J. A. Salehi, “Encoding and decoding of femtosecond pulses”, *Optics Letters*, vol. 13, no. 4, pp. 300-302, Apr. **1988**.

**Weinstein**, S. B. e Ebert, P. M., “Data transmission by frequency division multiplexing using the discrete Fourier transform,” *IEEE Trans. Comm.*, Vol. COM-19, pp. 628-634, Out. **1971**.

**Xu**, B. and Bi, G.; “Channel estimation using complementary sequence pairs for UWB/OFDM systems”, *Electron. Lett.*, vol. 40, no. 19, pp. 1196–1197, **2004**.

**Yee**, N., Linnartz, J.-P., e Fettweis, G., “Multicarrier CDMA in indoor wireless radio networks”, *Proc. IEEE PIMRC '93*, pp. 109-113, Yokohama, Japan, Sept. **1993**.

**Zimmerman**, M.S. e Kirsch, A. L., ”The NA/GSC-10 (KATHRYN) variable rate data modem for HF radio”, *IEEE Trans.*, Vol. COM-15. 197-205, Apr. **1967**.

**3GPP**, 3G TS **25.213** V3.3.0, (2000-06), Technical Specification Group "Radio Access Network -Spreading and modulation (FDD)", Released in 1999, 3<sup>rd</sup> Generation Partnership Project. URL: <http://www.3gpp.org>.

<http://www.gazettabyte.com/home/2012/4/4/fsan-close-to-choosing-the-next-generation-of-pon.html> (**2012**).



### 3. Conjuntos matemáticos de sequências perfeitas

#### 3.1 Introdução

Neste capítulo serão apresentados novos conjuntos matemáticos de sequências perfeitas. Todas as sequências perfeitas, desses novos conjuntos, são construídas com base na aplicação de uma IDFT (Inverse Discrete Fourier Transform) sobre diferentes famílias de sequências uni modulares ou de códigos bipolares. Essa metodologia assemelha-se à técnica de multiplexagem de um sistema OFDM (Orthogonal frequency Division Multiplexing) que também utiliza uma IDFT ou IFFT (Inverse Fast Fourier Transform). Para evitar recorrer a um sistema de comunicação OFDM complexo e oneroso, quando se pretende manter um sistema com o mesmo desempenho, propõe-se neste capítulo a utilização de um sistema de comunicação por CDMA (Code Division Multiple Access) mais simples e de menor custo onde o benéfico efeito da IDFT é previamente incorporado nos códigos CDMA selecionados.

Na figura 3.1.1, podemos ver um sinal recebido OFDM-CDMA como sendo a soma de  $Q$  sistemas de comunicação do tipo MC-CDMA (Multi Carrier Code Division Multiple Access). Se considerarmos que todos os atrasos ( $D_1, D_2, \dots, D_Q$ ) são iguais, então a saída do circuito proposto é simplesmente semelhante a um sinal OFDM com uma entrada igual à soma de  $Q$  sinais complexos. Na figura 3.1.1, o fluxo de bits de cada utilizador é modulado no bloco “Modulador de um símbolo”. Depois disso, o nível de amplitude será +1 ou -1, com uma duração igual ao comprimento  $N$  da sequência complexo  $C_i$ . Essa sequência complexa será multiplicada com cada símbolo, antes da implementação da IFFT de  $N$  pontos complexos. Por exemplo, a IFFT pode ser implementada com tecnologia FPGA (Field-Programmable Gate Array). Este bloco “N-points IFFT” deve executar pela seguinte ordem: uma conversão analógica/digital (ADC) das partes reais e imaginárias, uma conversão série/paralelo, uma IFFT, uma conversão paralela/serial e finalmente uma conversão de digital/analógica das partes reais e imaginárias. As partes analógicas reais e imaginárias dos sinais de banda base serão moduladas em amplitude com duas portadoras ortogonais de alta frequência (seno e co-seno) usando uma modulação QAM (Quadrature Amplitude Modulation) M-ária.

O número de estados  $M$  do modulador QAM é selecionado com base na precisão numérica da IFFT. O valor de  $M$  deve ser pelo menos igual a 64, a fim de tirar proveito de todas as boas propriedades de correlação das sequências perfeitas. É de realçar que a modulação QAM  $M$ -ária não é mandatória e pode ser substituída por um outro tipo de modulação. Os sinais OFDM-CDMA podem ser transmitidos sincronizados (com atrasos  $D_i$  iguais) ou não sincronizados (com diferentes atrasos  $D_i$ ).

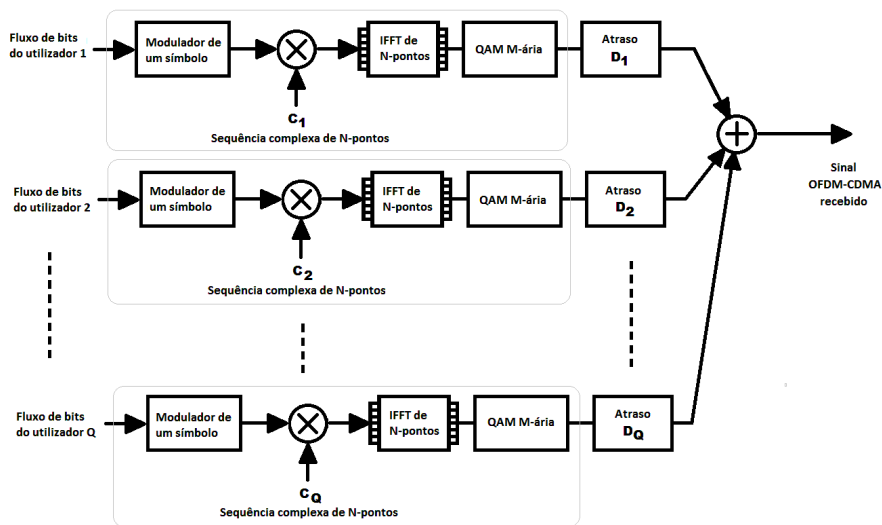


Fig. 3.1.1: Sinal OFDM-CDMA construído somando os sinais codificados de  $Q$  utilizadores.

O decodificador OFDM-CDMA é apresentado na figura 3.1.2 e irá executar, em ordem inversa, algumas das operações anteriores do codificador. Nesse circuito, será utilizado um bloco “Desmodulador QAM  $M$ -ária” que realiza a desmodulação. A operação de multiplicação, da figura 3.1.2, será efetuada com uma sequência que corresponde ao conjugado da sequência complexa  $C_i$  (que foi utilizada no respectivo codificador da figura 3.1.1). A última operação do decodificador será um detetor de polaridade (+1 ou -1).

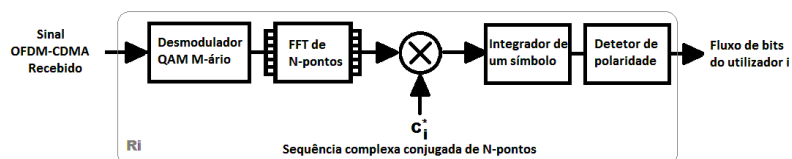


Fig. 3.1.2: Decodificador OFDM-CDMA do utilizador  $i$ .



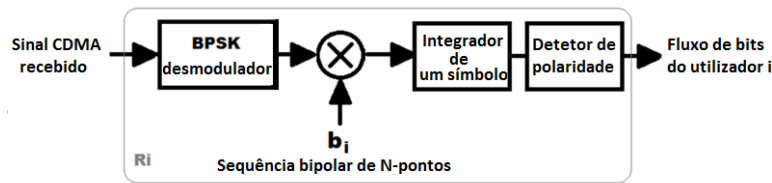


Fig. 3.1.4: Decodificador CDMA simplificado.

A figura 3.1.3 mostra uma simplificação do circuito da figura 3.1.1 onde o efeito da IDFT está incorporado na sequências bipolares  $b_1, b_2, \dots, b_Q$ . Essas sequências bipolares também podem ser substituídas por sequências complexas se a modulação final BPSK for substituída por uma modulação do tipo M-ary QAM. Essas sequências complexas podem ser sequências perfeitas, sequências perfeitas e ortogonais ou aproximadamente perfeitas e quase ortogonais. Neste capítulo serão apresentadas diversas famílias dessas sequências.

### 3.2 Novas sequências perfeitas com baixa correlação cruzada

#### 3.2.1 Novas sequências perfeitas derivadas das sequências de Chu

As  $N-1$  sequências  $C = \{c_1, \dots, c_r, \dots, c_{N-1}\}$  do conjunto de Chu [Fan, 1994] são sequências perfeitas de comprimento  $N \geq 3$ . Os elementos de uma sequência de Chu  $c_r = (c_r(0), c_r(1), \dots, c_r(N-1))$  são dados por:

$$c_r(k) = \exp\left(\frac{j\pi}{N} r(k+1)k\right), \quad (3.2.1)$$

com  $0 \leq k \leq N-1$  e  $1 \leq r \leq N-1$  ( $r, k, N$  são números inteiros).

Quando  $N$  é um número primo, a função de autocorrelação periódica das sequências de Chu é simplesmente igual ao impulso unitário  $\delta(n)$ , ou seja:

$$\theta_{c_r, c_r}(n) = \sum_{k=0}^{N-1} c_r(k) c_r^*(k+n) = \begin{cases} N, & \text{mod}(n, N)=0 \\ 0, & \text{mod}(n, N) \neq 0 \end{cases} \quad (3.2.2)$$

e a correlação cruzada periódica entre duas sequências de Chu é definida por:

$$|\theta_{c_r, c_s}(n)| = \left| \sum_{k=0}^{N-1} c_r(k) c_s^*(k+n) \right| = \sqrt{N}, \quad (3.2.3)$$

$\forall n$ , com  $r \neq s$ ,  $1 \leq r, s \leq N-1$ .

Um novo conjunto de sequências perfeitas  $P = \{p_0, \dots, p_r, \dots, p_{N-1}\}$  [Pereira, 2009], com o comprimento  $N \geq 3$ , é obtido se os elementos de cada sequência  $p_r = (p_r(0), p_r(1), \dots, p_r(N-1))$  verificarem a seguinte expressão:

$$p_r(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} \exp\left(\frac{j2\pi}{N} k \left(\frac{r}{2}(k+1) + n\right)\right), \quad (3.2.4)$$

com  $0 \leq n, k, r \leq N-1$ .

A função de autocorrelação periódica e o valor absoluto da função de correlação cruzada periódica destas novas sequências, quando  $N$  é um número primo, são dadas respectivamente por:

$$\theta_{p_r, p_r}(n) = \sum_{k=0}^{N-1} p_r(k) p_r^*(k+n) = N\delta(n) \quad (3.2.5)$$

e

$$|\theta_{p_r, p_s}(n)| = \left| \sum_{k=0}^{N-1} p_r(k) p_s^*(k+n) \right| = \sqrt{N}, \quad (3.2.6)$$

quando  $r \neq s$  e  $n$ ,  $r$ ,  $s$  são números inteiros e com  $0 \leq n, r, s \leq N-1$ .

Agora, a fim de provar (3.2.5), a expressão (3.2.4) é reescrita como sendo:

$$\begin{aligned}
 p_r(n) &= \frac{\sqrt{N}}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \exp\left(\frac{j\pi}{N} r(k+1)k\right) \exp(j(2\pi/N)kn) \\
 &= \frac{\sqrt{N}}{N} \sum_{k=0}^{N-1} c_r(k) W_N^{-kn} \\
 &= \sqrt{N} \times IDFT\{c_r(k)\}.
 \end{aligned} \tag{3.2.17}$$

Como já foi referido, qualquer sequência com amplitude constante definida no domínio da frequência corresponde a uma sequência perfeita no domínio do tempo.

Portanto,  $\theta_{p_r p_r}(n) = N\delta(n)$  para  $0 \leq n \leq N-1$ , porque  $|c_r(k)| = \left| W_N^{-\frac{r}{2}(k+1)k} \right| = 1$ , onde  $k$

e  $r$  são números inteiros e  $0 \leq k, r \leq N-1$ .

Todas as  $N$  sequências do novo conjunto  $P$  são sequências perfeitas, e este novo conjunto tem mais sequências perfeitas do que o conjunto de sequências de Chu. É de realçar que  $c_0$  (quando  $r=0$ ) é uma sequência constante e não é uma sequência perfeita. Por esse motivo, o conjunto de sequências perfeitas de Chu não inclui essa sequência  $c_0$ . No entanto, a IDFT de uma sequência constante  $p_0(n) = \sqrt{N} \times IDFT\{c_0(k)\}$  é a sequência de impulso unitário e, como é facilmente perceptível, a sequência de impulso unitário é também uma sequência perfeita. Por esta razão,  $p_0(n)$  foi incluído no novo conjunto  $P$ .

Agora, para provar (3.2.6), a função de correlação cruzada periódica entre as sequências  $p_r$  e  $p_s$  pode ser reescrita como sendo:

$$\begin{aligned}\theta_{p_r, p_s}(n) &= IDFT \left\{ \left[ DFT \{ p_r(n) \} \right] \left[ DFT \{ p_s(n) \} \right]^* \right\} \\ &= N \times IDFT \{ c_r(k) c_s^*(k) \}\end{aligned}\quad (3.2.18)$$

e a correlação cruzada periódica das sequências Chu pode ser reescrita com a seguinte expressão:

$$\begin{aligned}|\theta_{c_r, c_s}(n)| &= \left| \frac{N}{N} \sum_{k=0}^{N-1} c_r(k) c_s^*(k+n) W_N^{kn} W_N^{-kn} \right| \\ &= \left| N \times IDFT \{ c_r(k) c_s^*(k+n) W_N^{kn} \} \right|.\end{aligned}\quad (3.2.19)$$

A correlação cruzada periódica entre duas sequências de Chu é definida por (3.2.3).

Portanto,  $|\theta_{c_r, c_s}(0)| = \left| N \times IDFT \{ c_r(k) c_s^*(k) \} \right|$  é igual a  $\sqrt{N}$ , e  $\left| N \times IDFT \{ c_r(k) c_s^*(k) \} \right| = |\theta_{p_r, p_s}(n)|$  também é igual a  $\sqrt{N}$ , tal como em (3.2.3).

O valor máximo dos valores absolutos das correlações cruzadas periódicas de  $N$  sequências perfeitas é  $\sqrt{N}$ . Este valor é conhecido como sendo o limite inferior da correlação cruzada periódica das sequências perfeitas. O conjunto  $P$  tem mais uma sequência perfeita do que o conjunto de Chu e ambos os conjuntos possuem o mesmo valor máximo dos valores absolutos das correlações cruzadas periódicas igual a  $\sqrt{N}$ .

É possível verificar que  $|\theta_{p_r, p_0}(n)| = \sqrt{N} |P_r(n)| = \sqrt{N}$  e que as sequências do conjunto  $P$  são uni modulares, ou seja  $|P_r| = 1$ , (quando  $r \neq 0$ ). As sequências polifásicas de Chu são também uni modulares.

É relevante notar que a IDFT de uma qualquer sequência também pode ser reescrita como sendo uma DFT, com base na seguinte expressão:

$$IDFT\{X(n)\} = \frac{1}{N} \left[ DFT\{X^*(n)\} \right]^* , \quad (3.2.20)$$

com  $0 \leq n \leq N-1$ . Isto significa que as sequências perfeitas do conjunto  $P$  podem ser também encontradas utilizando uma DFT. Da mesma forma, outras propriedades podem ser facilmente encontradas e comprovadas. Por exemplo, as sequências perfeitas do conjunto  $P$  podem ser transformadas da seguinte forma:

$$\{p_0 \exp(j\alpha), \dots, p_0 \exp(j\alpha), \dots, p_{N-1} \exp(j\alpha)\}, \quad (3.2.21)$$

com  $\alpha \in \mathbb{Q}$ . O conjunto (3.2.21) também é um conjunto de  $N$  sequências perfeitas com o menor valor máximo de correlação cruzada de periódica, porque:

$$\left| \theta_{p_r \exp(j\alpha), p_s \exp(j\alpha)}(n) \right| = \left| \sum_{k=0}^{N-1} p_r(k) p_s^*(k+n) \exp(0) \right| = \sqrt{N} , \quad (3.2.22)$$

quando  $r \neq s$  e  $n, r, s$  são valores inteiros, com  $0 \leq n, r, s \leq N-1$ . Adicionalmente, quando  $r = s$ , a propriedade de uma sequência perfeita é facilmente confirmada:

$$\theta_{p_r \exp(j\alpha), p_r \exp(j\alpha)}(n) = N\delta(n). \quad (3.2.23)$$

As mesmas propriedades de correlação podem ser obtidas se as sequências do conjunto  $P$  forem geradas por uma ordem inversa. A sequência  $p_r$  gerada inversamente é  $(p_r(N-1), p_r(N-2), \dots, p_r(1), p_r(0))$ . Como é óbvio, as  $N$  sequências, do conjunto  $P$ , geradas por essa ordem inversa são todas sequências perfeitas e o valor máximo de correlação cruzada periódica é também  $\sqrt{N}$ . Da mesma forma, se as sequências de conjunto (3.2.21) forem geradas por uma ordem inversa elas serão todas perfeitas e com um valor máximo de correlação cruzada periódica igual a  $\sqrt{N}$ .

Também foram analisadas outras características das novas sequências do conjunto  $P$ . Por exemplo, a distribuição das fases das sequências de Chu e das sequências do conjunto  $P$  foram comparadas. As fases das sequências  $P$  parecem ser mais distribuídas aleatoriamente ao longo do intervalo  $]-\pi, \pi]$  do que as sequências de Chu. Esta diferença pode ser usada para explicar porque as sequências de conjunto  $P$  produzem resultados ligeiramente melhores do que sequências de Chu, nas simulações DS-CDMA que foram efetuadas.

Se o conjunto de Chu e o novo conjunto  $P$  forem unidos, a quantidade de sequências perfeitas disponíveis seria duplicada. A média do valor da correlação cruzada para a junção desses dois conjuntos está próxima de  $\sqrt{N}$ . No entanto, o valor máximo dos valores absolutos das correlações cruzadas periódicas (MaxCC) é igual a  $N$ . Por esta razão, a combinação das sequências dos dois conjuntos  $P$  e de Chu não foi utilizado nas simulações DS-CDMA seguintes. No entanto, foram analisados muitos outros tipos de sequências perfeitas derivadas dos conjuntos  $P$  e de Chu. Apenas os melhores resultados estão evidenciados na secção seguinte.

### 3.2.2 Novas sequências derivadas das sequências de Chu e das sequências do conjunto $P$

As amplitudes das partes reais e imaginárias dos códigos complexos uni modulares podem ser transformadas em novos valores discretos. Esses novos códigos podem, também, ser usados em sistemas M-ary QAM. Com uma modulação mais simples, tal como QAM quaternária, as partes reais e imaginárias dos códigos uni modulares complexos podem ser convertidos em códigos binários ou bipolares, recorrendo à função sinal " $sgn(\cdot)$ ". Por exemplo, uma amplitude positiva é transformada num valor "1" e uma amplitude nula ou negativa é transformada num valor "-1". Esta simples transformação produz uma sequência complexa de quatro fases ( $\pi/4$ ,  $3\pi/4$ ,  $5\pi/4$  e  $7\pi/4$ ). As simulações foram feitas com sequências derivadas dos conjuntos de Chu e de  $P$ . Foram encontradas melhores propriedades de correlação com as sequências de quatro fases derivadas do conjunto de  $P$  do que com as sequências de Chu.

A figura 3.2.1 representa a autocorrelação das sequências de quatro fases do conjunto  $P$ , quando  $N = 127$ . O valor máximo de autocorrelação desfasado é 19 e corresponde a 15% do valor máximo da autocorrelação. O valor médio da autocorrelação é 3,95% do valor máximo da autocorrelação. As mesmas características de autocorrelação foram calculadas com sequências de quatro fases derivadas do conjunto de Chu, quando  $N = 127$ , e os resultados encontrados foram piores. Por exemplo, o valor máximo desfasado é 23,09 e corresponde a 18,2% do valor máximo da autocorrelação. O valor médio de autocorrelação das sequências de quatro fases derivadas do conjunto de Chu é 4,17% do valor máximo da autocorrelação.

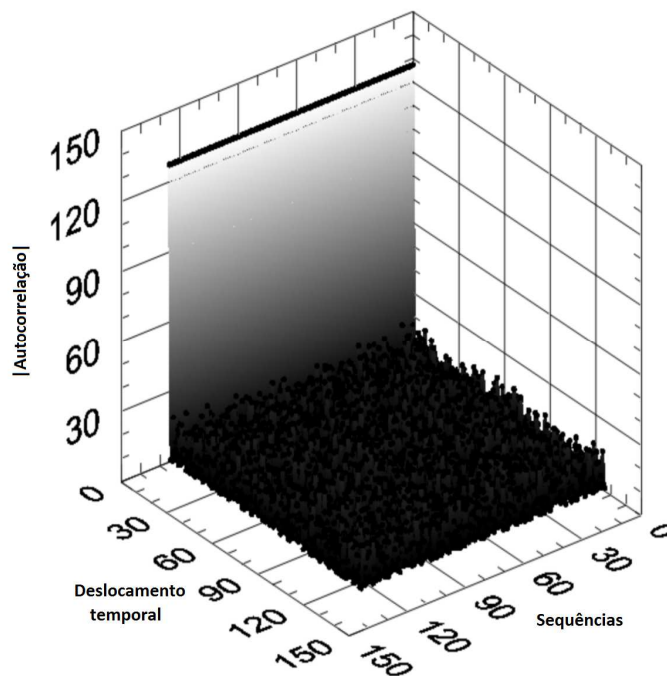


Fig. 3.2.1: Autocorrelações das sequências de quatro fases derivadas das sequências perfeitas do conjunto  $P$ , quando  $N = 127$ .

Sequências com comprimento igual a 31 também foram consideradas e, mais uma vez, verificou-se que as sequências de quatro fases derivadas do conjunto  $P$  são melhores do que as do conjunto de Chu. Por exemplo, as autocorrelações das sequências de quatro fases derivadas do conjunto  $P$  foram determinadas para  $N = 31$ , e verificou-se que o seu valor máximo desfasado é igual a 7 e corresponde a 22,6% do valor máximo da autocorrelação. A média das autocorrelações desfasadas é de 7,1% do valor

máximo da autocorrelação. Estes valores para as sequências de quatro fases derivadas das sequências perfeitas de Chu (para o mesmo comprimento  $N = 31$ ) são mais elevadas e iguais a 35,5% e 8,9% do valor máximo da autocorrelação, respetivamente.

As propriedades de correlação cruzada periódicas também foram investigadas. A figura 3.2.2 mostra a correlação cruzada periódica entre as sequências de quatro fases derivadas das sequências perfeitas do conjunto  $P$ , quando  $N = 127$ . O valor da correlação cruzada máxima é igual a 46,96 e corresponde a 37% do valor máximo da autocorrelação. O valor máximo de correlação cruzada, sem desfasamento, é igual a 28,02 e corresponde a 22,01% do valor máximo da autocorrelação. Mais uma vez, estes valores para as sequências de quatro fases derivadas das sequências perfeitas do conjunto de Chu, com o mesmo comprimento, são piores e iguais a 40% do valor máximo da autocorrelação.

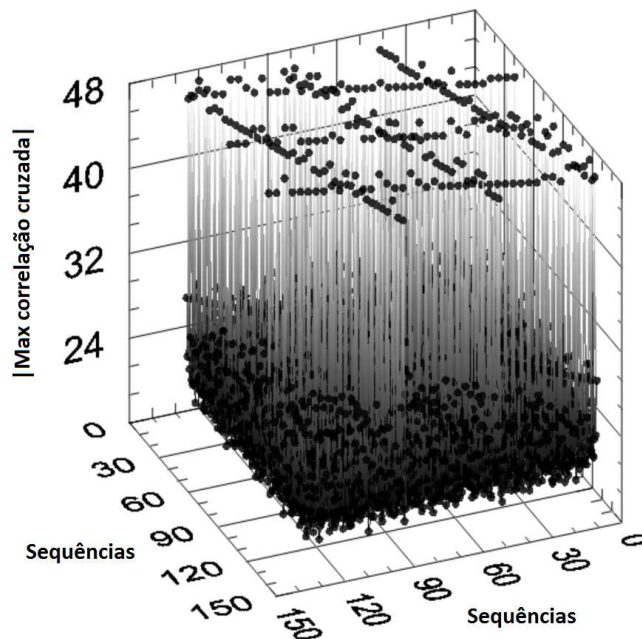


Fig. 3.2.2: Máximos da correlação cruzada periódica entre as sequências de quatro fases derivadas das sequências perfeitas do conjunto  $P$ , quando  $N = 127$ .

A média dos valores absolutos das correlações cruzadas entre 127 sequências de quatro fases derivadas do conjunto  $P$ , quando  $N = 127$ , é igual a 10,52 e é menor do

que  $\sqrt{N}$  (o mais baixo MaxCC conhecido). A média para 126 sequências de quatro fases derivadas do conjunto de Chu é ligeiramente maior (10,55). As sequências de quatro fases derivadas do conjunto  $P$  são ainda melhor (menor média) do que as sequências de quatro fases derivadas do conjunto de Chu, quando o comprimento é reduzido para 31. Essas sequências de quatro fases dos novos conjuntos foram testadas em cenários DS-CDMA.

### 3.2.3 Novas sequências perfeitas derivadas das sequências de máximo comprimento

A propriedade apresentada nesta seção será útil para encontrar  $N+1$  sequências perfeitas com um MaxCC baixo.

O operador  $T^k$ , aplicado numa sequência  $x$ , representa um deslocamento cíclico dos elementos de uma sequência  $x$  (complexa ou não) para a esquerda e até ao elemento de índice  $k$ , ou seja:

$$T^k x = [x(k), x(k+1), \dots, x(N-1), x(0), x(1), \dots, x(k-1)]. \quad (3.2.24)$$

Defina-se  $T^0 x = x$  e usa-se o símbolo  $\oplus$  para representar a operação mod 2 (ou seja, a operação lógica OU-EXCLUSIVO). As sequências  $u$  e  $v$  são sequências de máximo comprimento (*m-sequences*) de comprimento  $N$ . É importante lembrar que, para uma *m-sequence*  $v$ , existe um único inteiro  $k$ , distinto de ambos os números inteiros  $r$  e  $s$ , com  $0 \leq r, s, k \leq N-1$ , que verifica a seguinte expressão:

$$T^r v \oplus T^s v = T^k v. \quad (3.2.25)$$

Às vezes é necessário distinguir entre uma sequência binária unipolar  $\{0,1\}$  e uma sequência binária bipolar  $\{+1,-1\}$ , por esse motivo será utilizada a função  $\chi(\cdot)$  definida por  $\chi(0) = +1$  e  $\chi(1) = -1$ . Se  $x$  é uma sequência arbitrária de valores  $\{0,1\}$ ,

então  $\chi(x)$  é uma sequência correspondente de valores  $\{+1, -1\}$ , onde o  $i^{\text{ésimo}}$  elemento de  $\chi(x)$  é simplesmente  $\chi[x(i)]$ . Esta função permite obter a seguinte propriedade:

$$\chi(u \oplus T^k v) = \chi(u) \chi(T^k v). \quad (3.2.26)$$

As *m-sequences* bipolares  $\{+1, -1\}$  têm outras propriedades úteis [Sarwate, 1980]:

$$\theta_{\chi(v)\chi(v)}(n) = (N+1)\delta(n) - 1 = \begin{cases} N, & \text{mod}(n, N) = 0 \\ -1, & \text{mod}(n, N) \neq 0 \end{cases} \quad (3.2.27)$$

e

$$|DFT[\chi(v)]|^2 = DFT[\theta_{\chi(v)\chi(v)}] = (N+1) - N\delta(n). \quad (3.2.28)$$

*Propriedade I:* Se  $u$  e  $v$  são sequências de máximo comprimento (*m-sequences*), de comprimento  $N$ , então a IDFT das sequências bipolares  $\{+1, -1\}$  do conjunto

$$\varphi(u, v) \triangleq \{u, u \oplus v, u \oplus T v, u \oplus T^2 v, \dots, u \oplus T^{N-1} v\} \text{ é:} \quad (3.2.29)$$

$$\Gamma(u, v) \triangleq \{\sqrt{N} \times IDFT[\chi(u)], \sqrt{N} \times IDFT[\chi(u \oplus T^0 v)], \\ \sqrt{N} \times IDFT[\chi(u \oplus T^1 v)], \dots, \sqrt{N} \times IDFT[\chi(u \oplus T^{N-1} v)]\}. \quad (3.2.29a)$$

Este conjunto  $\Gamma(u, v)$  tem  $N+1$  sequências perfeitas (de comprimento  $N$ ) e o valor máximo dos valores absolutos das correlações cruzadas periódicas é  $\sqrt{N+1}$ .

Essas sequências do conjunto  $\Gamma(u, v)$  são sequências perfeitas [Pereira, 2009] porque todas elas verificam o método de construção de sequências perfeitas recorrendo à transformação  $IDFT[|\chi(\cdot)|^2]$  com  $|\chi(\cdot)|^2 = 1$  para todos os  $N$  elementos. Desta forma,

foi possível gerar  $N + 1$  sequências perfeitas de comprimento  $N$ .

O valor absoluto de correlação cruzada periódica de duas sequências perfeitas  $y = \sqrt{N} \times IDFT[\chi(u \oplus T^r v)]$  e  $z = \sqrt{N} \times IDFT[\chi(u \oplus T^s v)]$ , com  $r \neq s$  e sendo  $r, s$  números inteiros, é dada por:

$$\begin{aligned} |\theta_{yz}(n)| &= \left| N \times IDFT \left\{ \chi(u) \chi(T^r v) [\chi(u) \chi(T^s v)]^* \right\} \right| \\ &= \left| N \times IDFT [\chi(T^k v)] \right|. \end{aligned} \quad (3.2.30)$$

Na simplificação desta equação usou-se algumas propriedades apresentadas anteriormente. Nomeadamente,  $Y = DFT[y] = \sqrt{N} \times \chi(u) \chi(T^r v)$ ,  $Z = \sqrt{N} \times \chi(u) \chi(T^s v)$ , (3.2.25), (3.2.26) e  $\chi(u) [\chi(u)]^* = 1$  (para todos os elementos). Para encontrar o  $\text{MaxCC} = \max \{ |\theta_{yz}| \}$ , o operador  $T^k$  é descartado e desta forma obtém-se:

$$\begin{aligned} \max \{ |\theta_{yz}| \} &= \max \left\{ \left| N \times IDFT [\chi(v)] \right| \right\} \\ &= \max \left[ \sqrt{N + 1 - N \delta(n)} \right] \\ &= \sqrt{N + 1} \end{aligned} \quad (3.2.31)$$

Para uma verificação completa do MaxCC, seria preciso calcular o caso especial da correlação cruzada de  $\sqrt{N} \times IDFT[\chi(u)]$  com todas as outras sequências de  $\Gamma(u, v)$ , que será igualmente  $\max \left\{ \left| N \times IDFT \left\{ \chi(u) [\chi(u) \chi(T^s v)]^* \right\} \right| \right\} = \sqrt{N + 1}$ .

Portanto, podemos dizer que o MaxCC, para as  $N + 1$  sequências perfeitas de  $\Gamma(u, v)$ , é igual  $\sqrt{N + 1}$ . Além disso, também podemos dizer que esse valor ocorre

$N-1$  vezes e o valor  $\sqrt{N+1-N\delta(0)}=1$  ocorre uma vez (quando não há defasamento). Esse resultado é válido para todas as combinações com OU-EXCLUSIVO de duas  $m$ -sequences  $u$  e  $v$  com o mesmo comprimento  $N$ . Na próxima secção são apresentados resultados obtidos com algumas sequências de Gold que utilizam pares preferidos das  $m$ -sequences.

### 3.2.4 Novas sequências perfeitas derivadas das sequências $P(y, x)$

O conjunto de Gold pode ser representado por (2.4.11) ou (2.4.12). Utilizando o conjunto de Gold, apresenta-se um novo conjunto definido da seguinte forma:

$$G^r(y, x) = \{y^r, x^r, y^r \oplus X^r\} \quad (3.2.32)$$

A sequência  $y^r$  representa uma sequência  $y$  invertida no tempo. Ou seja, o último bit da sequência  $y$  é o primeiro bit da sequência  $y^r$  e assim sucessivamente. Novamente, cada linha da matriz  $X^r$  representa a sequência  $T^k x^r$ .

Efetuada uma análise individual aos dois conjuntos  $G(y, x)$  e  $G^r(y, x)$  verifica-se facilmente que estes conjuntos possuem as mesmas propriedades de autocorrelação e correlação cruzada periódica e aperiódica.

O novo conjunto  $P(y, x)$  [Pereira, 2001] é obtido combinando criteriosamente os dois conjuntos  $G(y, x)$  e  $G^r(y, x)$ , e é representado por:

$$P(y, x) = \{y, x, y^r, x^r, y \oplus X, y \oplus X^r, y^r \oplus X, y^r \oplus X^r\}. \quad (3.2.33)$$

Este conjunto  $P(y, x)$  tem  $(4N_c+4)$  sequências distintas, o que representa aproximadamente quatro vezes mais sequências do que o conjunto de Gold.

O conjunto  $P(y, x)$  tem a grande vantagem de poder ser gerado com o mesmo circuito electrónico, utilizado para produzir o conjunto de Gold, com pequenas alterações. As alterações necessárias são as seguintes:

- Acrescentar um registo de deslocamento (*shift register*) suplementar ao circuito gerador das sequências de Gold.
- Disponibilizar uma frequência suplementar igual a  $f_c(N_c-1)$  para conseguir simular o efeito de inversão das sequências.

Na figura 3.2.3 está representado o circuito gerador de um conjunto  $P(y, x)$ , utilizando estas alterações.

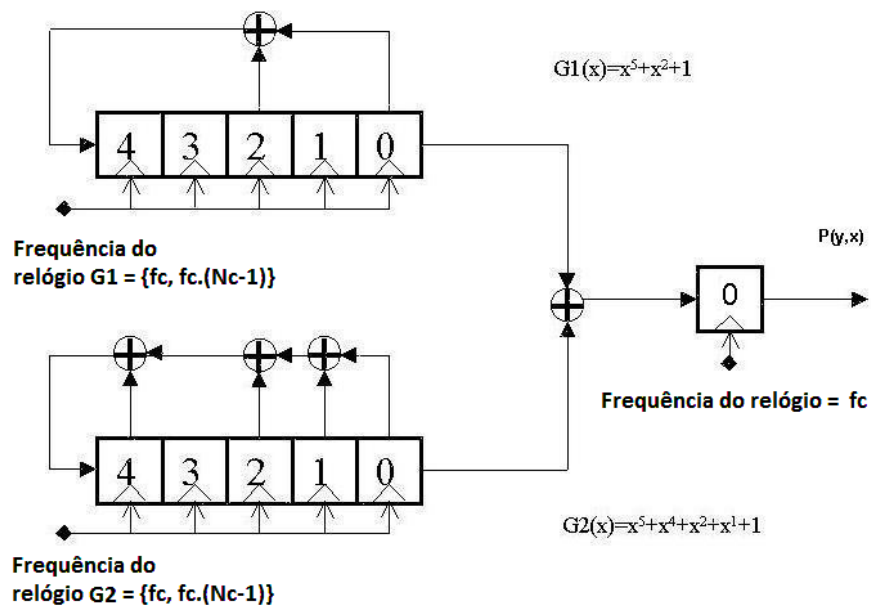


Fig. 3.2.3: Circuito gerador de um conjunto  $P(y, x)$ .

Para simular este circuito específico, foram seleccionados dois polinómios com representação octal 45 e 67. Dois registos de deslocamento com realimentações descritas por estes polinómios geram sequências de máximo comprimento, que são misturadas com uma porta lógica OU-EXCLUSIVO antes de serem "filtradas" pelo último registo de deslocamento com um único estado (isto é, um simples *flip-flop*). O efeito de retro geração é conseguido se os registos de deslocamento dos dois polinómios

tiverem disponíveis duas frequências de relógio,  $f_c$  e  $f_c(N_c-1)$ . Se o último registo de deslocamento estiver sincronizado com a frequência  $f_c$  então será possível gerar qualquer sequência do conjunto  $P(y, x)$ . O efeito de retro geração está patente no diagrama temporal da figura 3.2.4.

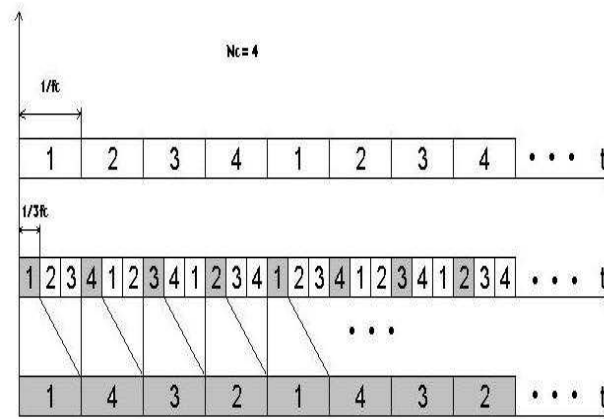


Fig. 3.2.4: Diagrama temporal do efeito de retro geração.

No entanto, se o valor da frequência  $f_c$  do relógio e o comprimento  $N_c$  das sequências forem demasiados elevados, poderá ser difícil obter componentes eletrónicos capazes de operar em frequências iguais ao valor  $f_c(N_c-1)$ . Para contornar o problema, pode-se implementar um circuito alternativo no qual as duas sequências de máximo comprimento são armazenadas numa memória ROM (Read Only Memory) rápida. A geração das sequências direta e inversa poderá então ser conseguida endereçando as duas memórias ROM em modo crescente ou decrescente, respetivamente. O passo final deste processo será então a operação lógica OU-EXCLUSIVO.

O circuito da figura 3.2.3 pode gerar 128 diferentes sequências, enquanto, o circuito equivalente de geração das sequências de Gold pode gerar apenas 33 sequências distintas. Outra característica importante que pode ser observada no gráfico em três dimensões da figura 3.2.5, é a autocorrelação periódica das 128 sequências distintas, que apresenta valores semelhantes aos do conjunto de Gold. No gráfico estão representadas as 128 sequências e cada uma delas tem 31 bits ( $N_c$ ). O valor máximo da autocorrelação corresponde ao tamanho da sequência (31) e o segundo pico em valor

absoluto é igual a 9. A figura 3.2.6 apresenta um gráfico semelhante para a autocorrelação aperiódica. Mais uma vez, os valores obtidos são semelhantes aos do conjunto de Gold.

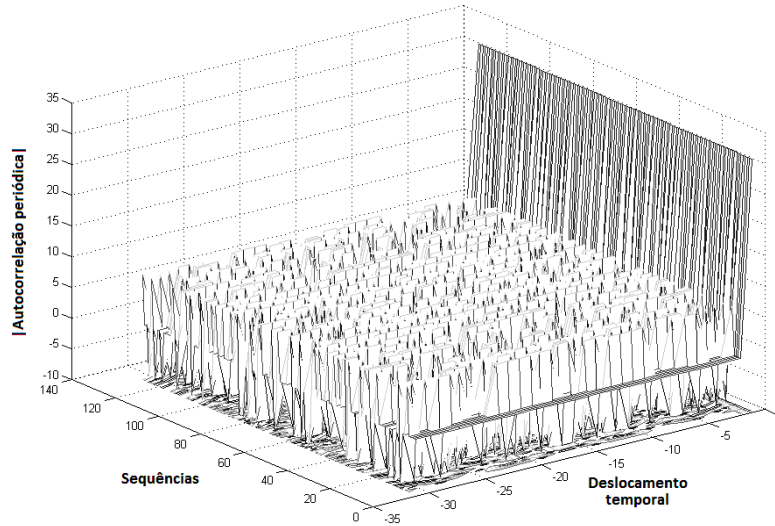


Fig. 3.2.5: Autocorrelação periódica de  $P(y, x)$  com  $N_c = 31$ .

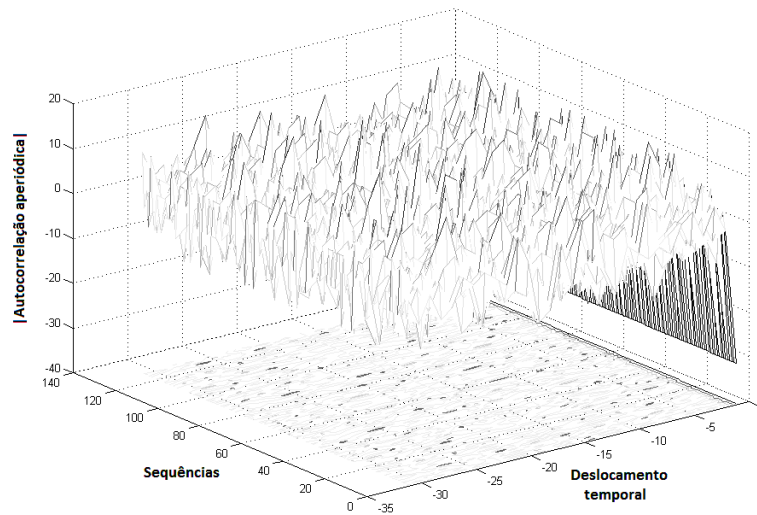


Fig. 3.2.6: Autocorrelação aperiódica de  $P(y, x)$  com  $N_c = 31$ .

*Propriedade II:* Se  $x$  e  $y$  são sequências de máximo comprimento ( $m$ -sequences), de comprimento  $N$ , então a aplicação de uma transformação  $\sqrt{N} \times IDFT [ ]$  sobre as

sequências bipolares  $\{+1, -1\}$  do conjunto  $P(y, x) = \{y, x, y^r, x^r, y \oplus X, y \oplus X^r, y^r \oplus X, y^r \oplus X^r\}$  gerará um conjunto de  $(4N+4)$  sequências perfeitas.

### 3.2.5 Novos códigos M-ary PPAC

A  $m$ -sequence  $v$  do conjunto de Gold  $G(u, v) = \{u, v, u \oplus v, u \oplus Tv, u \oplus T^2v, \dots, u \oplus T^{N-1}v\}$  deve ser descartada antes da aplicação da IDFT se quisermos obter um  $\text{MaxCC} = \sqrt{N+1}$ , porque  $\max \left\{ \left| N \times \text{IDFT} \left\{ \chi(u) [\chi(v)]^* \right\} \right| \right\} \neq \sqrt{N+1}$ .

Foram efetuadas simulações que confirmaram que o  $\text{MaxCC}$  é igual a  $\sqrt{N+1}$  (ver tabela 3.2.1). Os testes foram realizados com diferentes comprimentos  $N$  para 31, 63, 127 e 511.

Tabela 3.2.1

Valores máximos dos valores absolutos das correlações cruzadas periódicas normalizadas (com  $N$ ) para um conjunto de Gold e um conjunto de sequências perfeitas derivadas do conjunto  $P(y, x)$ . Todas as sequências selecionadas têm um comprimento  $N$  igual a 63.

Sequências	Quantidade de sequências	MaxCC normalizado	$\sqrt{N} / N$
Gold	65	0.2698	0.1260
$\sqrt{N}$ IDFT aplicada às sequências de Gold	65	0.3436	0.1260
$\sqrt{N}$ IDFT aplicada às sequências de Gold sem a sequência $v$	64	0.1270	0.1260
$\sqrt{N}$ IDFT aplicada a algumas sequências do conjunto de $P(y, x)$	126	0.2540	0.1260
$\sqrt{N}$ IDFT aplicada a algumas sequências do conjunto de $P(y, x)$	256	0.4921	0.1260

Conclusões importantes podem ser extraídas da tabela 3.2.1. Por exemplo, é possível

encontrar  $N+1$  sequências perfeitas com um valor MaxCC 53% menor do que as sequências de Gold. Quando  $N = 63$ , é possível encontrar 126 sequências perfeitas com um valor MaxCC 6% menor do que as sequências de Gold (com o mesmo comprimento). Por essa razão, o conjunto de sequências perfeitas derivadas do conjunto  $P(y, x)$  foi considerado como uma solução alternativa para construir maiores conjuntos de sequências perfeitas com um baixo valor MaxCC. A última coluna da tabela 3.2.1,  $\sqrt{N}/N$ , representa o MaxCC mínimo normalizado. Por exemplo, as sequências polifásicas perfeitas de Chu, após normalização, verificam esse limite mínimo.

A fim de permitir uma aplicação digital simplificada, estas sequências perfeitas complexas podem ser linearmente quantificadas num pequeno número de fases diferentes, ou alternativamente, num pequeno número de amplitudes diferentes. Optou-se por quantificar a amplitude das novas sequências perfeitas, criando assim dois códigos reais  $M$ -ário (uma parte real e uma parte imaginária do código complexo: “ $M$ -ary PPAC code”) [Pereira, 2009]. Portanto, as partes reais e imaginárias dos códigos  $M$ -ary PPAC devem ter amplitudes discretas (tal como a saída de um conversor analógico/digital com uma resolução finita de  $n = \log_2 M$  bits). Esse parâmetro  $M$  está presente na figura 3.2.7.

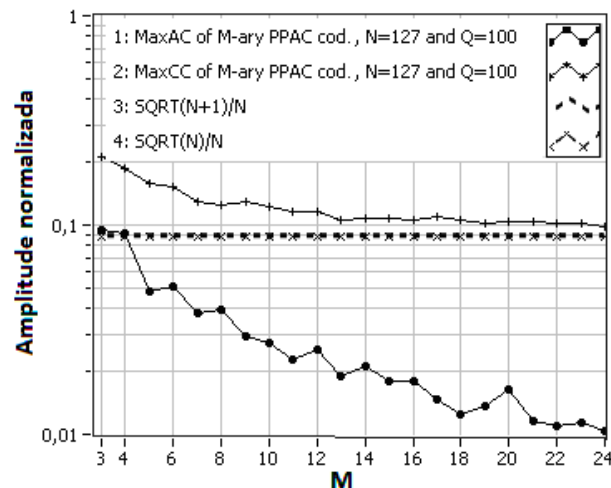


Fig. 3.2.7. Valores máximos dos valores absolutos da autocorrelação periódica desfasada (MaxAC) e dos valores máximos dos valores absolutos da correlação cruzada periódica desfasada (MaxCC), para sequências perfeitas derivadas do conjunto  $P(y, x)$  (denominadas por “ $M$ -ary PPAC codes”) em função da resolução  $M$  da amplitude da parte real e imaginária desses códigos complexos.

É desejável que a quantificação mantenha algumas das boas propriedades de correlação. Tal deverá acontecer se a resolução do conversor for suficientemente elevada. A influência do número discreto  $M$ , quando  $N = 127$  e o número de sequências é 100, está evidenciado na figura 3.2.7.

### 3.3 Novas sequências mutuamente ortogonais e complementares de Gold

Por definição, um par de sequências mutuamente ortogonais e complementares (MOC) existe quando a soma das suas funções de autocorrelações periódicas é igual a  $\delta(n)$ , e a função de correlação cruzada periódica é zero para qualquer deslocamento cíclico [Tseng, 1972] [Pereira, 2009]. Considerou-se a definição das sequências MOC válida tanto para o caso periódico como para o caso aperiódico.

Considera-se a sequência perfeita  $x_p$  construída com base numa sequência constante definida por  $x$ :

$$x_p(n) = IDFT[x(n)], \quad (3.3.1)$$

com  $0 \leq n \leq N-1$ , onde  $n$  é um número inteiro, e  $|x(n)|$  é um valor constante para qualquer índice  $n$ .

Adicionalmente, define-se um par de sequências reais  $\{\text{Re}[x_{p,i}], \text{Im}[x_{p,i}]\}$  identificado pelo subscrito  $i$ , com  $0 < i \leq Q$ , sendo  $Q$  é um número inteiro. Um par interessante  $i$  existe quando  $\text{Re}[x_{p,i}]$  e  $\text{Im}[x_{p,i}]$  são as partes reais e imaginárias de uma sequência complexa perfeita  $x_{p,i} = IDFT[x_i]$ , com  $x_i = \text{Re}[x_i]$  e  $|x_i|^2 = N$  para todos os  $N$  elementos da sequência  $x$ .

*Propriedade III:* A IDFT de uma sequência  $x_i \in \{x_0, x_1, \dots, x_i, \dots, x_{Q-2}, x_{Q-1}\}$  é uma sequência periódica perfeita, simétrica e conjugada, se  $x_i$  for uma sequência real e  $|x_i(n)|$  for constante para todos os valores  $0 \leq n \leq N-1$  ( $n, i$  e  $Q$  são números inteiros). Todas as sequências complexas  $IDFT[x_i(n)]$ , de comprimento  $N$ , podem ser decompostas em  $Q$  pares de sequências reais:

$$\operatorname{Re}[x_{p,i}(n)] = \operatorname{Re}\{IDFT[x_i(n)]\} \quad (3.3.2)$$

e

$$\operatorname{Im}[x_{p,i}(n)] = \operatorname{Im}\{IDFT[x_i(n)]\}. \quad (3.3.3)$$

Cada par  $i$  de sequências é mutuamente ortogonal (Códigos MOC), para quaisquer deslocamentos cíclicos de  $\operatorname{Re}[x_{p,i}(n)]$  em relação a  $\operatorname{Im}[x_{p,i}(n)]$  e  $0 \leq n \leq N-1$ .

Por definição, uma sequência periódica simétrica e conjugada [Bedzhev, 2006] [Oppenheim, 1975] possui a seguinte propriedade:

$$DFT[x_p(n)] = \operatorname{Re}[x(n)]. \quad (3.3.4)$$

Como  $x_i$  (da *propriedade III*) é uma sequência real verifica-se facilmente que  $x_p(n) = IDFT\{\operatorname{Re}[x(n)]\}$  é uma sequência periódica simétrica e conjugada, para  $0 \leq n \leq N-1$ .

A ortogonalidade de cada par de sequências (3.3.2) e (3.3.3) é confirmada por uma correlação cruzada periódica nula para quaisquer valores de  $n$ :

$$\theta_{\operatorname{Re}[x_{p,i}], \operatorname{Im}[x_{p,i}]}(n) = 0, \quad 0 \leq n \leq N-1. \quad (3.3.5)$$

A expressão  $\theta_{x,x}(n) = N\delta(n)$  é simplesmente igual a uma sequência real que verifica as seguintes relações:

$$\operatorname{Re}\left[\theta_{x_p,x_p}(n)\right] = \theta_{\operatorname{Re}[x_p],\operatorname{Re}[x_p]}(n) + \theta_{\operatorname{Im}[x_p],\operatorname{Im}[x_p]}(n) = N\delta(n), \quad (3.3.6)$$

e

$$\operatorname{Im}\left[\theta_{x_p,x_p}(n)\right] = \theta_{\operatorname{Im}[x_p],\operatorname{Re}[x_p]}(n) - \theta_{\operatorname{Re}[x_p],\operatorname{Im}[x_p]}(n) = 0. \quad (3.3.7)$$

Todas as sequências perfeitas geradas com a *propriedade III* são sequências periódicas simétricas e conjugadas. Isto significa por definição, que  $\operatorname{Re}[x_p(n)] = \operatorname{Re}[x_p(-n)]$  e  $\operatorname{Im}[x_p(n)] = -\operatorname{Im}[x_p(-n)]$ . Usando estas duas expressões, é possível reescrever  $\theta_{\operatorname{Re}[x_p],\operatorname{Im}[x_p]}(n)$  e descobrir que:

$$\begin{aligned} \theta_{\operatorname{Re}[x_p],\operatorname{Im}[x_p]}(n) &= \sum_{m=0}^{N-1} \operatorname{Re}[x_p(m)] \left\{ -\operatorname{Im}[x_p(-n-m)] \right\}^* \\ &= \sum_{\lambda=n}^{n+N-1} \operatorname{Re}[x_p(n-\lambda)] \left\{ -\operatorname{Im}[x_p(-\lambda)] \right\} \\ &= - \sum_{\lambda=-N+1}^0 \operatorname{Im}[x_p(-\lambda)] \operatorname{Re}[x_p(n-\lambda)] \\ &= - \sum_{\lambda=0}^{N-1} \operatorname{Im}[x_p(\lambda)] \left\{ \operatorname{Re}[x_p(n+\lambda)] \right\}^* \\ &= -\theta_{\operatorname{Im}[x_p],\operatorname{Re}[x_p]}(n). \end{aligned} \quad (3.3.8)$$

Os valores  $n$ ,  $m$  e  $\lambda$  são números inteiros, com  $0 \leq n \leq N-1$ .

Substituindo (3.3.8) em (3.3.7), obtém-se  $\theta_{\operatorname{Re}[x_{p,i}],\operatorname{Im}[x_{p,i}]}(n) = 0$  e conclui-se que  $\operatorname{Re}[x_{p,i}]$  e  $\operatorname{Im}[x_{p,i}]$  (pares de sequências não nulas) são ortogonais para quaisquer deslocamentos cíclicos (para todos os índices  $0 \leq n \leq N-1$ ).

Alguns códigos MOC (mutuamente ortogonais e complementares) da *propriedade III* foram avaliados em sistemas de comunicação CDMA. Esses códigos foram construídos com base nas IDFT das sequências bipolares de Gold. Boas propriedades de autocorrelações periódicas e aperiódicas (quando o comprimento  $N = 127$ ) podem ser observadas nas figuras 3.3.1 a) e 3.3.1 b).

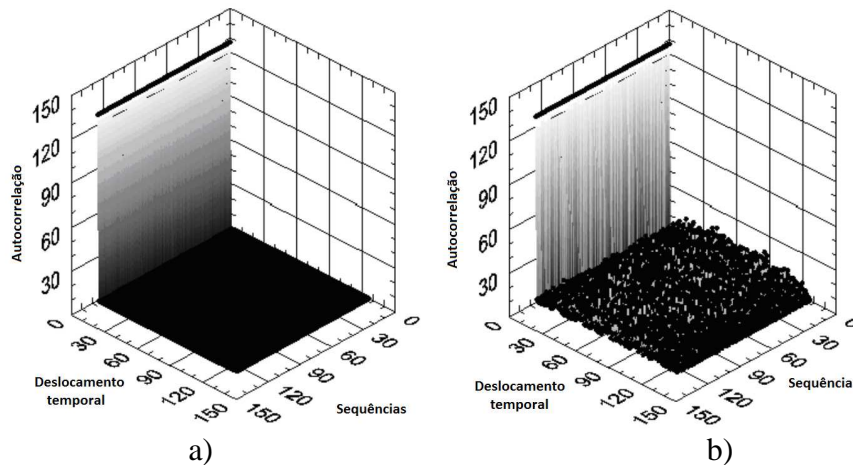


Fig. 3.3.1: Autocorrelações periódicas e aperiódicas de sequências perfeitas de comprimento  $N = 127$ .

- a) Autocorrelações periódicas de 128 sequências perfeitas complexas do conjunto  $\{\text{IDFT}[128\_Gold\_Seq]\}$ . Os valores desfasados são todos nulos.
- b) Autocorrelações aperiódicas de 128 sequências perfeitas complexas do conjunto  $\{\text{IDFT}[128\_Gold\_Seq]\}$ . Os valores desfasados são todos muito baixos (inferior a 18% de  $N$ ).

Como esperado, é possível ver na figura 3.1.1 a) que os valores máximos dos valores desfasados das autocorrelações periódicas de 128 sequências perfeitas complexas do conjunto  $\{\text{IDFT}[128\_Gold\_Seq]\}$  são todos nulos. No entanto, na figura 3.3.1 b) constata-se que os valores máximos dos valores desfasados das autocorrelações aperiódicas das mesmas 128 sequências do conjunto  $\{\text{IDFT}[128\_Gold\_Seq]\}$  são inferiores a 18% do seu valor máximo de autocorrelação. Isto significa que as novas sequências MOC, derivadas de um subconjunto de códigos de Gold (códigos MOC de Gold), poderão ser uma boa escolha em sistemas DS-CDMA assíncronos (quando uma função de autocorrelação periódica ou aperiódica for utilizada no processo de detecção desses códigos MOC de Gold).

Para uma implementação eletrônica, em cenários de transmissão síncronos ou

assíncronos, os códigos MOC de Gold devem ser convertidos em códigos MOC de Gold M-ários (de múltiplas amplitudes de valores discretos). O número de níveis de amplitudes que deve ser usado foi objeto de investigação e os resultados estão visíveis na figura 3.3.2. Esta figura mostra os valores MaxCC normalizados pelo valor de autocorrelação máximo, para cada par  $i$  das sequências da *propriedade III*. Para o caso aperiódico, basta utilizar dois bits de resolução ou seja 4 níveis de amplitudes diferentes. A fim de simplificar o transmissor eletrônico, os códigos M-ary MOC poderão ser gravados num dispositivo de memória do tipo ROM. O *hardware* do recetor dos códigos M-ary MOC também poderá ser simplificado se uma ROM for utilizada. Esta solução simplificada irá dispensar a utilização de uma IDFT ou uma IFFT.

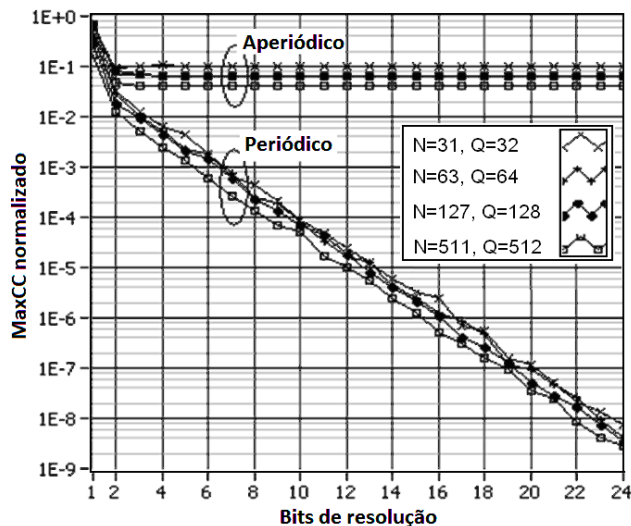


Fig. 3.3.2: MaxCC normalizados para correlações cruzadas periódicas e aperiódicas entre duas sequências de cada par  $i$  definidas na *propriedade III*, com sequências de diferentes comprimentos  $N$  e quantidade  $Q$ .

Na tabela 3.3.1 é possível ver o MaxCC em fase ( $n = 0$ ) e o MaxCC desfasado ( $n \neq 0$ ) para quatro conjuntos diferentes A, B, C e D com  $Q$  sequências diferentes de comprimento  $N = 127$  chips. Os conjuntos analisados são  $A = \{\text{Sgn}(\text{Re}[\text{IDFT}[\text{Gold}]])\cup \text{Sgn}(\text{Im}[\text{IDFT}[\text{Gold}]])\}$ ,  $B = \{\text{Re}[\text{IDFT}[\text{Gold}]]\cup \text{Im}[\text{IDFT}[\text{Gold}]]\}$ ,  $C = \{\text{IDFT}[\text{Gold}]\}$  e  $D = \{\text{Re}[\text{IDFT}[\text{Gold}]], \text{Im}[\text{IDFT}[\text{Gold}]]\}$ . O MaxCC do conjunto D é efetuado somente entre as sequências de um par  $i$  definidas na *propriedade III*. O conjunto A mostra o caso da implementação dos códigos MOC de Gold bipolares. Ou

seja, a resolução (das amplitudes) é de um só bit e foi conseguida com recurso à função sinal  $Sgn(\cdot)$ . Mesmo neste pior cenário (do conjunto A) os MaxCC são inferiores a 50%. Todos os outros conjuntos B, C e D revelam MaxCC muito baixos. Como seria de esperar, o MaxCC é nulo para códigos MOC de Gold de cada par de sequências do conjunto D.

Tabela 3.3.1

MaxCC em fase ( $n = 0$ ) e MaxCC desfasado ( $n \neq 0$ ) para quatro conjuntos diferentes A, B, C e D com  $Q$  sequências diferentes de comprimento  $N=127$  chips. Os conjuntos analisados são:

- A.  $\{Sgn(\text{Re}[\text{IDFT}[\text{Gold}]] \cup Sgn(\text{Im}[\text{IDFT}[\text{Gold}]])\}$ ;
- B.  $\{\text{Re}[\text{IDFT}[\text{Gold}]] \cup \text{Im}[\text{IDFT}[\text{Gold}]]\}$ ;
- C.  $\{\text{IDFT}[\text{Gold}]\}$ ;
- D.  $\{\text{Re}[\text{IDFT}[\text{Gold}]], \text{Im}[\text{IDFT}[\text{Gold}]]\}$  entre as sequências de um par  $i$  definidas na propriedade III.

Conjunto	Quantidade $Q$	MaxCC em fase	MaxCC desfasado
<b>A</b>	256	40,2%	45,7%
<b>B</b>	256	16,5%	18,3%
<b>C</b>	128	0,787%	8,9%
<b>D</b>	128 pares	$<10^{-13}$	$<10^{-13}$

### 3.4 Novas sequências 2-D perfeitas

A tabela 3.4.1 revela um método matricial (2-D, ou seja de duas dimensões: linhas e colunas) para conseguir construir grandes quantidades de sequências complexas que possuem funções de autocorrelações periódicas perfeitas e valores MaxCC muito baixos (estritamente inferior ao comprimento  $N$ ).

Foram definidas  $N(N+1)$  sequências perfeitas do tipo  $\sqrt{N} \times \text{IDFT}[m_r c_s]$  na tabela 3.4.1. Sendo  $r$  e  $s$  e  $N$  números inteiros com  $-1 \leq r \leq N-1$  e  $0 \leq s \leq N-1$ . O comprimento  $N$  das sequências deve ser simultaneamente um número Mersenne ( $2^n - 1$ ) e um número primo ( $N \geq 3$ ). A sequência  $m_r$  é construída com base em duas sequências bipolares de máximo comprimento ( $m$ -sequences) [Sarwate, 1980] e  $c_s$  é uma sequência

perfeita polifásica de Chu [Fan, 1994]. As sequências  $c_s$  de Chu foram definidas em (3.2.1). É de notar que a sequência  $c_0$  também é definida por (3.2.1), mas ela não é uma sequência de Chu. A sequência  $m_r$  é definida tal como em (3.2.26) por  $m_r = \chi(u \oplus T^r v)$ , com  $-1 \leq r \leq N-1$ , sendo  $r$  um número inteiro. Por conveniência de notação,  $T^0 x = x$  e  $m_{-1} = \chi(u \oplus T^{-1} v) = \chi(u)$ . As sequências  $u$  e  $v$  são  $m$ -sequences de comprimento  $N$ . A função  $\chi(\cdot)$  é definida por  $\chi(0) = +1$  e  $\chi(1) = -1$ .

Tabela 3.4.1

Conjunto de  $N(N+1)$  sequências perfeitas diferentes  $\sqrt{N} \times IDFT [m_r c_s]$  que possuem um valor MaxCC baixo. Sendo  $-1 \leq r \leq N-1$ ,  $0 \leq s \leq N-1$ ,  $r$   $s$  e  $N$  são valores inteiros,  $N$  deve ser um número Mersenne e primo ( $N \geq 3$ ),  $m_r$  é uma sequência construída com base em duas sequências bipolares de máximo comprimento ( $m$ -sequences) e  $c_s$  é uma sequência perfeita polifásica de Chu.

$\sqrt{N} \times IDFT [m_r c_s]$	$c_0$	$c_1$	...	$c_{N-1}$	MaxCC (todas as fases)
$m_{-1} = \chi(u)$	$\sqrt{N} \times IDFT [m_{-1} c_0]$	$\sqrt{N} \times IDFT [m_{-1} c_1]$	...	$\sqrt{N} \times IDFT [m_{-1} c_{N-1}]$	$\sqrt{N}$
$m_0 = \chi(u \oplus T^0 v)$	$\sqrt{N} \times IDFT [m_0 c_0]$	$\sqrt{N} \times IDFT [m_0 c_1]$	...	$\sqrt{N} \times IDFT [m_0 c_{N-1}]$	$\sqrt{N}$
$m_1 = \chi(u \oplus T^1 v)$	$\sqrt{N} \times IDFT [m_1 c_0]$	$\sqrt{N} \times IDFT [m_1 c_1]$	...	$\sqrt{N} \times IDFT [m_1 c_{N-1}]$	$\sqrt{N}$
...	...	...	...	...	...
$m_{N-1} = \chi(u \oplus T^{N-1} v)$	$\sqrt{N} \times IDFT [m_{N-1} c_0]$	$\sqrt{N} \times IDFT [m_{N-1} c_1]$	...	$\sqrt{N} \times IDFT [m_{N-1} c_{N-1}]$	$\sqrt{N}$
MaxCC (só com fases desfasadas)	$\sqrt{N+1}$	$\sqrt{N+1}$	...	$\sqrt{N+1}$	
Correlação cruzada periódica em fase	-1	-1	...	-1	
A parte real e a parte imaginária de $\sqrt{N} \times IDFT [m_r c_s]$ são ortogonais para quaisquer deslocamentos cíclicos	Sim	Não	...	Não	

O MaxCC entre duas sequências  $x$  e  $y$  é definido por  $\max \{|\theta_{xy}|\}$ , ou  $\max \{|\theta_{xy}(n)|\}$ , com  $0 \leq n \leq N-1$ . O MaxCC desfasado é igual a  $\max \{|\theta_{xy}(n)|\}$ , quando  $n \neq 0$ . A correlação cruzada periódica em fase é simplesmente igual a  $\theta_{xy}(0)$ .

*Propriedade IV: “ $N(N+1)$  Sequências perfeitas”*

As  $N(N+1)$  sequências complexas  $\sqrt{N} \times IDFT[m_r c_s]$  da tabela 3.4.1 são sequências de perfeitas.

*Demonstração:* Mais uma vez, basta reutilizar a propriedade  $\delta(n) = IDFT[1] = \theta_{xx}(n)$  para gerar sequências perfeitas a partir de uma IDFT. Ou seja,  $x_p(n) = \sqrt{N} \times IDFT[x(n)]$  é uma sequência perfeita se  $n$  for um inteiro  $0 \leq n \leq N-1$  e  $|x(n)|$  for uma sequência constante para todos os valores  $n$  discretos. Evidentemente, todas as sequências, da tabela 3.4.1, verificam a condição  $m_r c_s = |\chi(u \oplus T^r v) c_s| = |c_s| = 1$ .

*Propriedade V: “Sequências perfeitas com  $\text{MaxCC} = \sqrt{N+1}$ ”*

O valor máximo dos valores absolutos das correlações cruzadas periódicas de duas sequências perfeitas  $y = \sqrt{N} \times IDFT[m_r c_s]$  e  $z = \sqrt{N} \times IDFT[m_q c_s]$ , identificadas na tabela 3.4.1, quando  $r \neq q$ ,  $-1 \leq r, q \leq N-1$  e  $0 \leq s \leq N-1$ , sendo  $r, q$ , e  $s$  números inteiros, é igual a  $\max\{|\theta_{yz}|\} = \sqrt{N+1}$ .

*Demonstração:*

$$\begin{aligned} |\theta_{yz}(n)| &= \left| N \times IDFT \left\{ \chi(u) \chi(T^r v) c_s \left[ \chi(u) \chi(T^q v) c_s \right]^* \right\} \right| \\ &= \left| N \times IDFT \left[ \chi(T^k v) \right] \right|. \end{aligned} \quad (3.4.1)$$

O operador  $T^k$  pode ser descartado e dessa forma obtém-se

$\max \left\{ \left| \theta_{yz} \right| \right\} = \max \left\{ \left| \pm \sqrt{N+1 - N\delta(n)} \right| \right\} = \sqrt{N+1}$ . Posteriormente, será possível verificar que correlação cruzada periódica em fase  $\theta_{yz}(0)$  tem um valor menor e igual a -1.

*Propriedade VI:* “Sequências perfeitas com  $\text{MaxCC} = \sqrt{N}$ ”

O valor máximo dos valores absolutos das correlações cruzadas periódicas de duas sequências perfeitas  $y = \sqrt{N} \times \text{IDFT}[m_r, c_s]$  e  $z = \sqrt{N} \times \text{IDFT}[m_r, c_q]$ , identificadas na tabela 3.4.1, quando  $s \neq q$ ,  $-1 \leq r \leq N-1$  e  $0 \leq s, q \leq N-1$ , sendo  $r, q$ , e  $s$  números inteiros, é igual a  $\max \left\{ \left| \theta_{yz}(n) \right| \right\} = \sqrt{N}$ .

*Demonstração:*

$$\begin{aligned}
 & \max \left\{ \left| N \times \text{IDFT} \left\{ \chi(u) \chi(T^r v) c_s \left[ \chi(u) \chi(T^r v) c_q \right]^* \right\} \right| \right\} = \\
 & \max \left\{ \left| N \times \text{IDFT} \left[ c_s c_q^* \right] \right| \right\} = \max \left\{ \left| \theta_{c_s c_q}(n) \right| \right\} = \sqrt{N}.
 \end{aligned} \tag{3.4.2}$$

*Propriedade VII:* “Sequências mutuamente ortogonais e complementares”

Na tabela 3.4.1, as partes reais e imaginárias de  $\sqrt{N} \times \text{IDFT}[m_r, c_0]$  são ortogonais para quaisquer deslocamentos cíclicos entre elas.

*Demonstração:*

Com  $c_0 = 1$ , é possível verificar que  $\sqrt{N} \times \text{IDFT}[m_r, c_0] = \sqrt{N} \times \text{IDFT}[\text{Re}(m_r)]$  tal como na seção 3.3.

*Propriedade VIII:* “Limites do MaxCC das  $N(N+1)$  sequências perfeitas”

Os limites inferiores e superiores do MaxCC das  $N(N+1)$  sequências perfeitas da tabela 3.4.1 são:

$$N\sqrt{(N^2 + N - 1)/(N^3 + N^2 - 1)} \leq \text{MaxCC} \leq 1/\sqrt{N} + (N-1)\sqrt{(N+1)/N}. \quad (3.4.3)$$

*Demonstração:*

Alguns limites genéricos do MaxCC para sequências perfeitas são conhecidos. Usando [Sarwate, 1980, eq. (2.14)] e [Sarwate, 1980, eq. (2.22)], é possível encontrar o limite MaxCC inferior da expressão (3.4.3).

O limite superior pode ser reduzido a um valor estritamente inferior a  $N$ . Para obter esse valor superior especificado em (3.4.3), reescreve-se a correlação cruzada periódica de duas sequências diferentes ( $y$  e  $z$ ) do conjunto da tabela 3.4.1:

$$\begin{aligned} \theta_{yz}(n) &= N \times \text{IDFT} \left\{ \chi(u) \chi(T^q v) c_s \left[ \chi(u) \chi(T^p v) c_r \right]^* \right\} \\ &= N \sum_{l=0}^{N-1} \text{IDFT} \left[ \chi(T^k v) \right]_l \text{IDFT} \left[ c_r c_s^* \right]_{\text{mod}(l+n, N)}, \end{aligned} \quad (3.4.5)$$

quando  $-1 \leq p, q, k \leq N-1$ , e  $0 \leq r, s \leq N-1$ . Assim sendo, obtém-se:

$$\max \left\{ \left| \theta_{yz}(n) \right| \right\} \leq \max \left\{ N \left| -1/N \right| \left| \sqrt{N}/N \right| + (N-1) \left| \sqrt{N+1}/N \right| \left| \sqrt{N}/N \right| \right\} \quad (3.4.6)$$

tal como em (3.4.3).

### 3.5 Novas sequências ortogonais derivadas das sequências perfeitas

*Propriedade IX: “Códigos Ortogonais Derivados de sequências perfeitas”*

$N$  conjuntos de  $(N+1)$  códigos ortogonais, derivados das sequências perfeitas da tabela 3.4.1, são construídos quando um novo elemento (*chip*) com o valor “1” é acrescentado (na mesma posição ou índice) com todas as sequências do conjunto  $\phi = \{\sqrt{N} \times IDFT[m_{-1}c_s], \sqrt{N} \times IDFT[m_0c_s], \dots, \sqrt{N} \times IDFT[m_{N-1}c_s]\}$  onde  $0 \leq s \leq N-1$  e  $N$  é o comprimento das sequências. Com a inserção de o *chip* “1” estes  $(N+1)$  diferentes códigos ortogonais passam a ter um comprimento igual a  $(N+1)$ .

A demonstração passa por verificar que o valor exato da correlação cruzada (em fase) de cada conjunto de  $(N+1)$  sequências (uma qualquer coluna da matriz 2-D da tabela 3.4.1) é igual a -1. Este resultado pode ser obtido usando (3.4.1) e uma propriedade útil de *m-sequences* [Sarwate, 1980]: a soma dos *chips* de uma qualquer *m-sequence* bipolar é igual a -1. Quando  $n = 0$ , (3.4.1) é reescrito da seguinte forma:

$$\theta_{yz}(0) = \frac{N}{N} \sum_{t=0}^{N-1} \chi(T^k v) W_N^0 = \sum \chi(v) = -1, \quad (3.4.7)$$

com  $W_N = \exp(-j2\pi/N)$  e  $j = \sqrt{-1}$ .

Agora, é necessário reutilizar o método que transforma um código de Gold em um código ortogonal. Ou seja, basta acrescentar um *chip* de valor “1” a todas as sequências de conjunto  $\phi$  da *propriedade IX*, para obter códigos ortogonais de comprimento igual a  $(N+1)$ . É expectável que as propriedades de correlação desses novos códigos ortogonais não sejam afetados seriamente pela inserção de um só *chip*, quando  $N \gg 1$ .

Finalmente, também se pode dizer que as propriedades desta secção não serão

afetadas se  $m_r c_s$  (entrada IDFT da tabela 3.4.1) for substituída por  $m_r c_s b$ , em que a sequência de  $b$  pode ser uma qualquer sequência bipolar  $\{1, -1\}$  de mesmo comprimento  $N$ . Por exemplo:  $m_r c_s$  pode ser misturado com  $b$  quando se quer introduzir algum tipo de segurança nas sequências geradas.

Na tabela 3.4.1 foi apresentado um método para obter muitos conjuntos de ótimas sequências perfeitas DFT, de comprimento de  $N$ , com um baixo valor de PAPR (Peak-to-average Power Ratio) e um MaxCC igual ou próximo do limite inferior  $\sqrt{N}$ . Os valores MaxCC foram deduzidos anteriormente. Os valores dos PAPR foram avaliados analiticamente para alguns comprimentos. Por exemplo, um sinal OFDM (que também utiliza uma IDFT) com  $N = 32$  subportadoras, e uma constelação de símbolos de 64-QAM (Quadrature Amplitude Modulation), tem um PAPR aproximadamente igual a 15,5 quando a CCDF (Complementary – Cumulative – Distribution – Function) é aproximadamente igual a 1/1000. Com  $N = 256$  subportadoras, o sinal OFDM tem um PAPR aproximadamente igual a 10,8 para o mesmo CCDF [Myung, 2006]. O valor mínimo PAPR = 1 ocorre com sequências uni modulares ou com códigos bipolares. Na secção 3.2 foram apresentadas sequências perfeitas uni modulares. Essas novas sequências perfeitas ( $\sqrt{N} \times IDFT[c_s]$ , com  $1 \leq s \leq N-1$ ) estão incluídas na tabela 3.4.1 e deverão potenciar um PAPR reduzido. Por exemplo, quando  $N = 31$ , o intervalo do PAPR é [1,03; 7,77] (para  $N(N+1) = 992$  sequências da tabela 3.4.1) e o valor médio do PAPR é 4,16. Com  $N$  igual a 127 ou 511, é possível encontrar mais de mil sequências perfeitas (na tabela 3.4.1) com um PAPR inferior a 5,6. Quando  $N = 31$ , o  $\text{MaxCC} \approx 2,2 \times \sqrt{N}$  para todas as 992 sequências da tabela 3.4.1. Portanto, muitas das sequências perfeitas da tabela 3.4.1 poderão ser úteis em sistemas de comunicação baseado em OFDM ou CDMA.

Na *propriedade IX*, considera-se o caso particular  $s = 0$  (ou seja,  $c_0 = 1$ ) e o conjunto  $\phi$  é reescrito como sendo  $\phi = \{\sqrt{N} \times IDFT[m_{-1}], \sqrt{N} \times IDFT[m_0], \dots, \sqrt{N} \times IDFT[m_{N-1}]\}$ . Desta forma,  $N+1$  códigos ortogonais, derivados das sequências perfeitas, são construídos quando um chip de valor “1” é acrescentado (na mesma posição ou no

mesmo índice) em todas as sequências do conjunto  $\varphi$ , sendo  $N$  o comprimento das sequências. Com a inserção de o chip “1” estes  $(N+1)$  diferentes códigos ortogonais passam a ter um comprimento igual a  $(N+1)$ .

Na figura 3.5.1 [Pereira, 2011], é proposto um gerador de códigos OPPAC (Orthogonal Perfect Periodic Autocorrelation) baseado no conjunto anterior  $\varphi = \{\sqrt{N} \times IDFT[m_{-1}], \sqrt{N} \times IDFT[m_0], \dots, \sqrt{N} \times IDFT[m_{N-1}]\}$  de sequências perfeitas. Os códigos M-ary OPPAC, da figura 3.5.1, são códigos OPPAC implementados com um número finito e discreto de níveis de amplitudes.

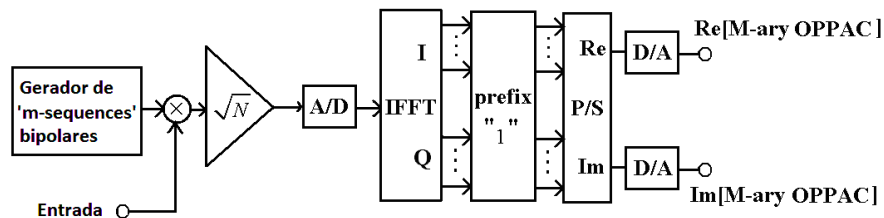


Fig. 3.5.1: Gerador de partes reais e imaginárias dos códigos M-ary OPPAC.

Qualquer código uni modular pode ser transformado por uma IDFT em um código PPAC complexo (designação alternativa de uma sequência perfeita obtida por recurso a uma transformação do tipo DFT ou IDFT). No entanto, é possível gerar códigos PPAC com um valor MaxCC baixo quando a entrada da IDFT é uma sequência bipolar de máximo comprimento. Por esta razão, o bloco "Gerador de 'm-sequences' bipolares" da figura 3.5.1 é utilizado para criar essas sequências bipolares (*m-sequences*). A "Entrada" da figura 3.5.1 corresponde à informação transmitida pelo utilizador que deverá ser igual a uma sequência constante 1 ou -1. O produto destas duas sequências será amplificado por um fator  $\sqrt{N}$ , antes de ser convertido num valor digital (por um conversor analógico/digital - A/D). Um bloco IFFT (Inverse Fast Fourier Transform) efetuará a operação IDFT que permitirá gerar uma sequência perfeita. O bloco "prefixo "1"" será usado para transformar os códigos PPAC em códigos ortogonais. O bloco "P/S" é o conversor paralelo-serial. As partes reais e imaginárias dos códigos M-ary OPPAC complexos serão obtidas nas saídas dos dois conversores digitais/analógicos

(D/A). Os bits de resolução dos conversores (A/D e D/A) deverão ser seleccionados de acordo com o valor de  $M$  dos códigos  $M$ -ary OPPAC. Quanto maior for a resolução, ou o valor  $M$ , mais próximo estará um código  $M$ -ary OPPAC de um código OPPAC. Uma outra vantagem é o facto do gerador de códigos  $M$ -ary OPPAC, da figura 3.5.1, poder ser convertido num gerador de códigos  $M$ -ary PPAC (pseudo ortogonal) através da remoção do bloco "prefix "1"".

Os PAPR dos códigos PPAC e OPPAC foram avaliados. Constatou-se que, quando  $N = 31$ , a média de PAPR do conjunto  $\varphi = \{\sqrt{N} \times IDFT[m_{-1}], \sqrt{N} \times IDFT[m_0], \dots, \sqrt{N} \times IDFT[m_{N-1}]\}$  é aproximadamente 2,15. Com os códigos PPAC de  $\varphi$ , quando  $N = 127$  ou  $N = 511$ , foi possível descobrir alguns PAPR inferiores a 2,7. Com  $N = 31+1$  chips, os códigos OPPAC apresentam um valor nulo de correlação cruzada periódica em fase e o valor MaxCC aproximadamente igual a  $3,2 \times \sqrt{N}$ , estando os PAPR próximos do valor 2,1.

Mais uma vez, podemos dizer que muitos códigos OPPAC ou sequências perfeitas DFT (ou PPAC), definidas por  $\varphi = \{\sqrt{N} \times IDFT[m_{-1}], \sqrt{N} \times IDFT[m_0], \dots, \sqrt{N} \times IDFT[m_{N-1}]\}$ , poderão ser úteis em sistemas de comunicação baseados em OFDM, CDMA ou OCDMA.

### 3.6 Novas sequências bipolares quase ortogonais e perfeitas

Na secção anterior foi possível gerar sequências ortogonais a partir de sequências perfeitas. Essa operação teve como desvantagem a perda da característica da autocorrelação perfeita em detrimento da obtenção da ortogonalidade. Apesar dessa perda não ser muito significativa para sequências longas, nesta nova secção será apresentado um método matemático para gerar sequências que são simultaneamente ortogonais e perfeitas (Orthogonal Perfect DFT Sequences). Mais uma vez é necessário lembrar que é possível transformar um código de Gold num código ortogonal. Por exemplo, muitos valores de correlação cruzada dos códigos bipolares de Gold são iguais

a "-1". Isto sugere que pode ser possível obter uma correlação cruzada com valores nulos, acrescentando um *chip* adequado em todos os códigos de Gold de um mesmo conjunto. Na verdade,  $2^n$  códigos ortogonais (sendo  $n$  um inteiro) podem ser obtidos por este método clássico. Esses códigos são os conhecidos códigos ortogonais de Gold (OG).

Outros códigos ortogonais do tipo OVSF ou Walsh-Hadamard (WH) existem em quantidade  $2^n$  igual ao comprimento. Ambos os códigos ortogonais de Gold e de Walsh-Hadamard podem ser encontrados com os mesmos comprimentos e as mesmas quantidades. Estes códigos devem ser transformados em códigos bipolares  $\{+1, -1\}$ , quando se quer satisfazer a condição  $|x(n)|=1$ , para  $0 \leq n \leq N-1$ . Ou seja, a IDFT destes códigos ortogonais reais e bipolares pode ser usada para gerar sequências perfeitas (simétrica e conjugadas) e ortogonais. Adicionalmente, essas sequências também poderão ser transformadas em sequências ortogonais reais e perfeitas, cuja demonstração será facultada na secção seguinte.

Nesta secção, foram avaliados alguns conjuntos de códigos bipolares derivados de sequências ortogonais e perfeitas, antes de prosseguir com uma análise mais genérica. Por exemplo, o conjunto seguinte  $\Theta$  foi previamente objeto de análise e os resultados obtidos superam as expectativas.

$$\begin{aligned} \Theta = & \{ \text{Sgn} \left( \text{Re} \left[ \sqrt{N} \times \text{IDFT} (WH_0 \times OG) \right] + \text{Im} \left[ \sqrt{N} \times \text{IDFT} (WH_0 \times OG) \right] \right), \\ & \text{Sgn} \left( \text{Re} \left[ \sqrt{N} \times \text{IDFT} (WH_1 \times OG) \right] + \text{Im} \left[ \sqrt{N} \times \text{IDFT} (WH_1 \times OG) \right] \right), \\ & \dots \\ & \text{Sgn} \left( \text{Re} \left[ \sqrt{N} \times \text{IDFT} (WH_{2^n-1} \times OG) \right] + \text{Im} \left[ \sqrt{N} \times \text{IDFT} (WH_{2^n-1} \times OG) \right] \right) \} \end{aligned} \quad (3.6.1)$$

Os OG são os códigos bipolares ortogonais de Gold e os WH são os códigos bipolares ortogonais de Walsh-Hadamard, de comprimento  $N = 2^n$ . O conjunto  $\Theta$  utiliza um determinado código OG e recorre a todos os códigos WH  $(0, 1, \dots, 2^n - 1)$  de um mesmo comprimento. Ambos os códigos OG e WH devem ter o mesmo comprimento. Os produtos  $WH_i \times OG$ ,  $0 \leq i \leq 2^n - 1$ , são códigos bipolares ortogonais.

A IDFT de um conjunto de códigos bipolares ortogonais é um conjunto de sequências ortogonais e perfeitas. As partes reais e imaginárias, de cada sequência, são mutuamente ortogonais e complementares. A soma  $\text{Re}\left[\sqrt{N} \times \text{IDFT}(WH_i \times OG)\right] + \text{Im}\left[\sqrt{N} \times \text{IDFT}(WH_i \times OG)\right]$  é uma sequência real ortogonal e perfeita (a verificação formal será efetuada na próxima seção). A função sinal  $\text{Sgn}()$  irá permitir transformar uma sequência real numa sequência bipolar  $\{-1, +1\}$ . A figura 3.6.1 [Pereira, 2010] mostra um dos conjuntos  $\Theta$  que podem ser obtidos quando  $N = 31$  (escolhendo um dos 32 códigos OG e 32 códigos WH diferentes).

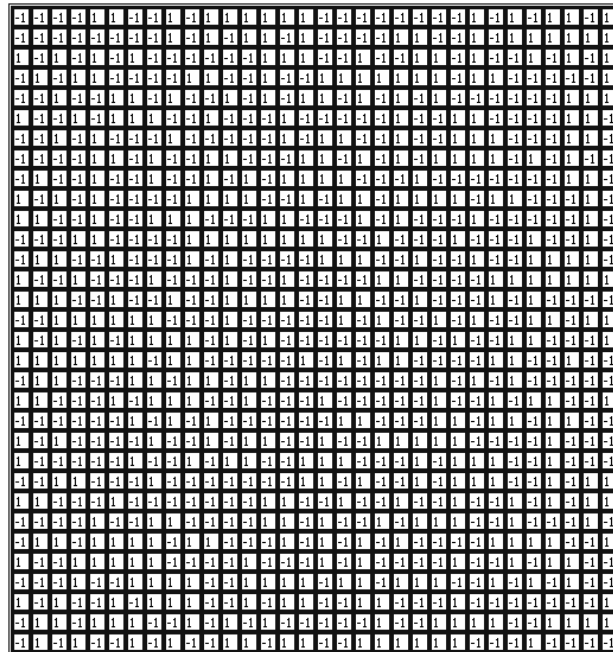


Fig. 3.6.1 Matriz de 32 códigos bipolares de comprimento 32.

Estas novas sequências bipolares, da figura 3.6.1, são derivadas de sequências reais ortogonais e perfeitas DFT. Por essa razão, estas sequências bipolares deverão ser quase ortogonais e perfeitas. Talvez sejam uma boa escolha num sistema CDMA, como por exemplo num sistema de comunicação sem fios Zigbee [IEEE 802.15] [Shuaib, 2007]. Os códigos utilizados no sistema Zigbee são do tipo PN (Pseudo Noise).

A autocorrelação aperiódica e a correlação cruzada aperiódica dos códigos ZigBee estão apresentadas nas figuras 3.6.2 e 3.6.3, respetivamente. A autocorrelação aperiódica e a correlação cruzada aperiódica dos novos códigos bipolares estão

apresentadas nas figuras 3.6.4 e 3.6.5, respetivamente. Como pode ser constatado, os novos códigos bipolares (as linhas da matriz da figura 3.6.1) têm melhores propriedades de correlação.

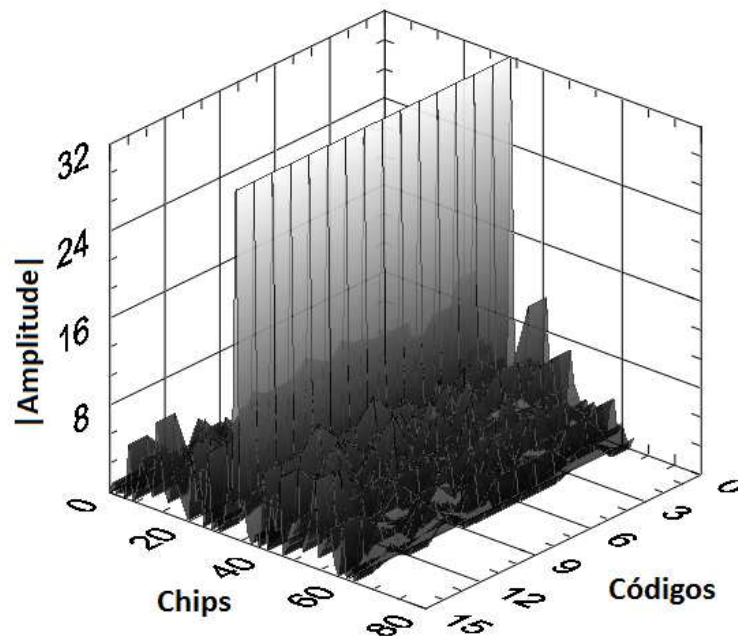


Fig. 3.6.2: Uma representação tridimensional da autocorrelação aperiódica dos códigos PN utilizados no sistema ZigBee, de comprimento 32.

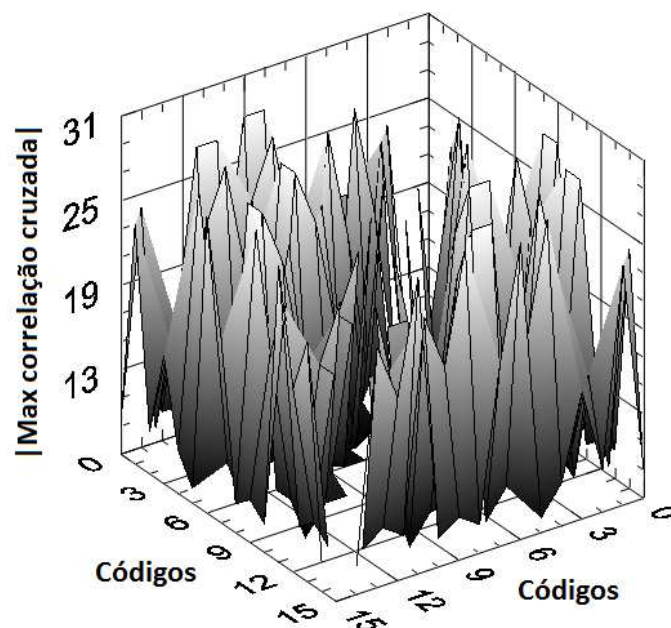


Fig. 3.6.3: Uma representação tridimensional da correlação cruzada aperiódica para todas as combinações dos códigos ZigBee, de comprimento 32.

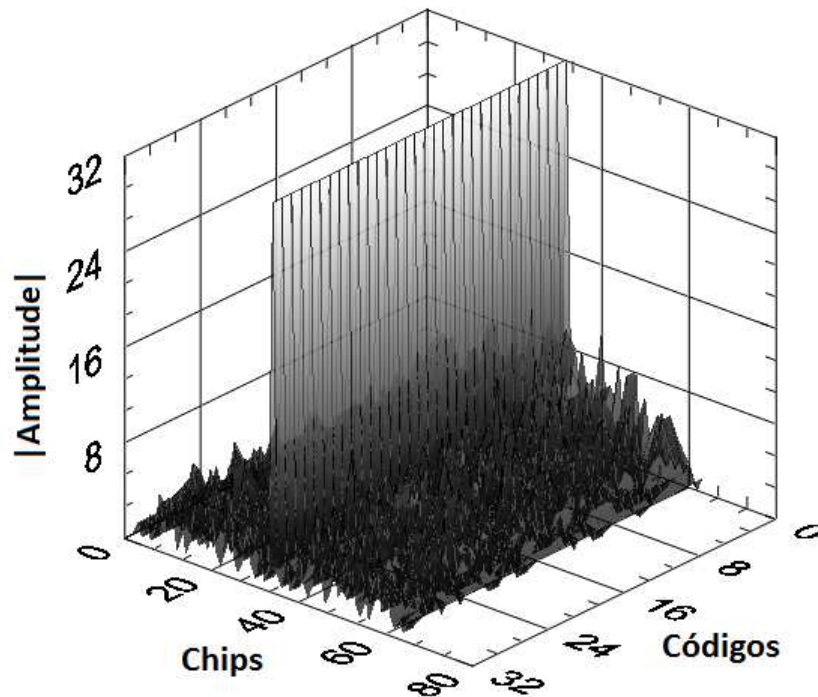


Fig. 3.6.4: Uma representação tridimensional da autocorrelação aperiódica dos novos códigos bipolares (da figura 3.6.1), de comprimento 32.

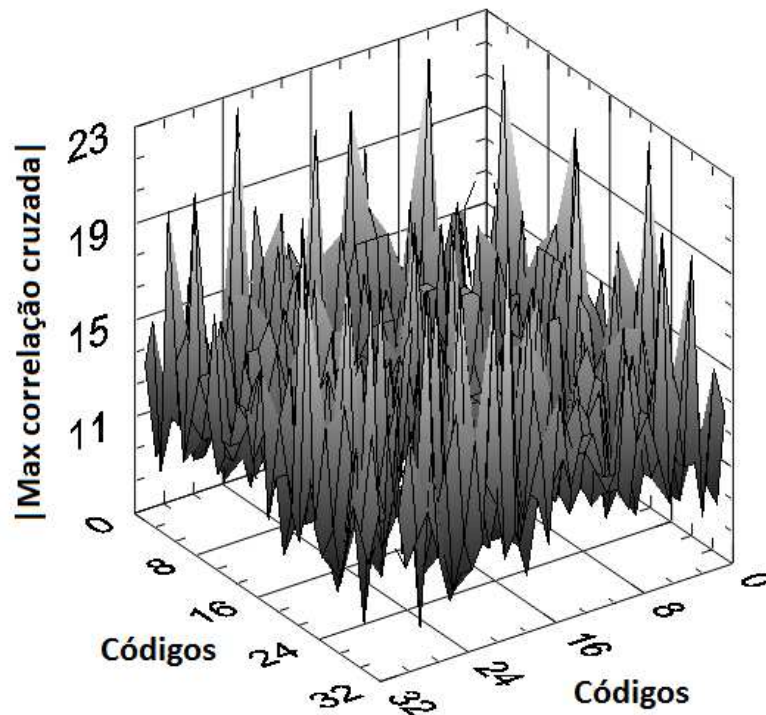


Fig. 3.6.5: Uma representação tridimensional da correlação cruzada aperiódica de todas as combinações dos novos códigos bipolares (da figura 3.6.1), de comprimento 32.

### 3.7 Novas sequências 2-D ortogonais e perfeitas

#### 3.7.1 $2N$ conjuntos de $N$ sequências ortogonais e perfeitas

Com base na tabela 3.7.1 [Pereira, 2012], esta secção apresenta um método matemático para construir grandes conjuntos de sequências perfeitas e ortogonais que possuem um baixo valor MaxCC. Todas as sequências têm o mesmo comprimento  $N=2^q$  (com o número inteiro  $q > 1$ ). Todos os índices de  $r, s, t, u, N, q, k$  e  $n$  são números inteiros.  $WH_r$  é um código bipolar  $\{-1, +1\}$  de Walsh-Hadamard de comprimento  $N$  com um índice identificador  $r$ . As correlações cruzadas periódicas (em fase) de duas sequências bipolares  $WH$ , distintas, são nulas.

$$\theta_{WH_r, WH_t}(0) = \sum_{k=0}^{N-1} WH_r(k) WH_t(k) = 0 \text{ quando } r \neq t \text{ e } 0 \leq r, t \leq N-1.$$

$OG_s$  é um código bipolar  $\{-1, +1\}$  ortogonal de Gold com o mesmo comprimento  $N$  e um índice identificador  $s$ . As correlações cruzadas periódicas (em fase) de duas sequências

$$\text{bipolares } OG, \text{ distintas, também são nulas. Ou seja, } \theta_{OG_s, OG_u}(0) = \sum_{k=0}^{N-1} OG_s(k) OG_u(k) = 0$$

quando  $s \neq u$  e  $0 \leq s, u \leq N-1$ . A sequência  $B$  é um código bipolar  $\{-1, +1\}$  diferente dos códigos  $WH$  e  $OG$ , com o mesmo comprimento  $N$ , que pode ser gerado aleatoriamente para melhorar a segurança de um sistema de comunicação CDMA. Este código bipolar  $B$  deverá ser o mesmo para todas as sequências da tabela 3.7.1.

*Propriedade X: “Sequências ortogonais e perfeitas”*

As  $N^2$  sequências, de comprimento  $N$ , da tabela 3.7.1 são sequências perfeitas quando  $I[WH_r \times OG_s \times B] = \sqrt{N} \times IDFT[WH_r \times OG_s \times B]$ . Cada conjunto de uma linha  $s$  ou uma coluna  $r$  é um conjunto de  $N$  sequências ortogonais.

*Propriedade XI: “Sequências reais ortogonais e perfeitas”*

As  $N^2$  sequências, de comprimento  $N$ , da tabela 3.7.1 são sequências reais e

perfeitas quando

$$I[WH_r \times OG_s \times B] = \text{Re}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[WH_r \times OG_s \times B]\} \pm \text{Im}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[WH_r \times OG_s \times B]\}.$$

Cada conjunto de uma linha  $s$  ou uma coluna  $r$  é um conjunto de  $N$  seqüências ortogonais.

Tabela 3.7.1

$N^2$  seqüências perfeitas, de comprimento  $N$ , com  $2N$  diferentes conjuntos de  $N$  seqüências ortogonais ( $r, s, n$ , e  $N$  são números inteiros).

$WH_r$  é um código bipolar de Walsh-Hadamard,  $OG_s$  é um código bipolar ortogonal de Gold e  $B$  é um código de bipolar (de segurança ou de mistura). Todos os códigos têm o mesmo comprimento  $N$ .

Quando  $I[WH_r \times OG_s \times B] = \sqrt{N} \times \text{IDFT}[WH_r \times OG_s \times B]$ ,  
as  $N^2$  seqüências perfeitas são seqüências complexas.

Quando  $I[WH_r \times OG_s \times B] = \text{Re}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[WH_r \times OG_s \times B]\} \pm \text{Im}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[WH_r \times OG_s \times B]\}$ ,  
as  $N^2$  seqüências perfeitas são seqüências reais.

$I[WH_r \times OG_s \times B]$	$r=0$	$r=1$	...	$r=N-1$	Auto-correlação periódica	Correlação cruzada em fase ( $n=0$ )
$s=0$	$I[WH_0 \times OG_0 \times B]$	$I[WH_1 \times OG_0 \times B]$	...	$I[WH_{N-1} \times OG_0 \times B]$	$N \times \delta(n)$	0
$s=1$	$I[WH_0 \times OG_1 \times B]$	$I[WH_1 \times OG_1 \times B]$	...	$I[WH_{N-1} \times OG_1 \times B]$	$N \times \delta(n)$	0
...	...	...	...	...	...	...
$s=N-1$	$I[WH_0 \times OG_{N-1} \times B]$	$I[WH_1 \times OG_{N-1} \times B]$	...	$I[WH_{N-1} \times OG_{N-1} \times B]$	$N \times \delta(n)$	0
Autocorrelação periódica $0 \leq n \leq N-1$	$N \times \delta(n)$	$N \times \delta(n)$	...	$N \times \delta(n)$		
Correlação cruzada em fase ( $n=0$ )	0	0	...	0		

A fim de provar as *propriedades X e XI*, é necessário verificar que a ortogonalidade no domínio da frequência é mantida no domínio do tempo após aplicar uma IDFT. Define-se duas seqüências bipolares  $x = WH_r \times OG_s \times B$  e  $y = WH_t \times OG_u \times B$ , com  $0 \leq r, s, t, u \leq N-1$ ,  $j = \sqrt{-1}$ ,  $W_N = \exp(-j2\pi/N)$  e reescreve-se a correlação cruzada em fase de duas seqüências da tabela 3.7.1:

$$\begin{aligned}
 \theta_{\sqrt{N} \times IDFT[x], \sqrt{N} \times IDFT[y]}(0) &= N \times IDFT[xy]_0 \\
 &= \frac{N}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k)y(k)W_N^0 \\
 &= \theta_{x,y}(0) = \theta_{WH_r \times OG_s \times B, WH_t \times OG_u \times B}(0). \tag{3.7.1}
 \end{aligned}$$

Para a *propriedade X*, quando  $s=u$ ,  $\sqrt{N} \times IDFT[WH_r \times OG_s \times B]$  e  $\sqrt{N} \times IDFT[WH_t \times OG_u \times B]$  são ortogonais porque  $\theta_{\sqrt{N} \times IDFT[x], \sqrt{N} \times IDFT[y]}(0) = \theta_{WH_r, WH_t}(0) = 0$  para qualquer  $r \neq t$  e quaisquer sequências bipolares  $OG \times B$ . Quando  $r=t$ ,  $\sqrt{N} \times IDFT[WH_r \times OG_s \times B]$  e  $\sqrt{N} \times IDFT[WH_t \times OG_u \times B]$  são ortogonais porque  $\theta_{\sqrt{N} \times IDFT[x], \sqrt{N} \times IDFT[y]}(0) = \theta_{OG_s, OG_u}(0) = 0$  para qualquer  $s \neq u$  e quaisquer sequências bipolares  $WH \times B$ .

Usando o mesmo método, é possível verificar a *propriedade XI*. Nesse caso, a correlação cruzada periódica entre duas sequências diferentes de tabela 3.7.1 é reescrita com a seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
 \theta_{\text{Re}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\} \pm \text{Im}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}, \text{Re}\{\sqrt{N} \times IDFT[y]\} \pm \text{Im}\{\sqrt{N} \times IDFT[y]\}}(0) &= \\
 \theta_{\text{Re}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}, \text{Re}\{\sqrt{N} \times IDFT[y]\}}(0) &+ \theta_{\text{Im}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}, \text{Im}\{\sqrt{N} \times IDFT[y]\}}(0) \pm \\
 \left\{ \theta_{\text{Im}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}, \text{Re}\{\sqrt{N} \times IDFT[y]\}}(0) &+ \theta_{\text{Re}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}, \text{Im}\{\sqrt{N} \times IDFT[y]\}}(0) \right\}. \tag{3.7.2}
 \end{aligned}$$

Agora, antes de mostrar que (3.7.2) é um valor nulo para os mesmos conjuntos de sequências ortogonais, é útil recordar a propriedade anterior da ortogonalidade  $\theta_{\sqrt{N} \times IDFT[x], \sqrt{N} \times IDFT[y]}(0) = 0$  quando  $s=u$  para qualquer  $r \neq t$  e quaisquer sequências  $OG \times B$  ou  $r=t$  para qualquer  $s \neq u$  e quaisquer sequências bipolares  $WH \times B$ . Estes valores nulos de correlação cruzada periódica podem ser reescritos como sendo  $\text{Re}\left\{\theta_{\sqrt{N} \times IDFT[x], \sqrt{N} \times IDFT[y]}(0)\right\} = 0$  e  $\text{Im}\left\{\theta_{\sqrt{N} \times IDFT[x], \sqrt{N} \times IDFT[y]}(0)\right\} = 0$  que correspondem, respetivamente, às seguintes expressões:

$$\theta_{\text{Re}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\}, \text{Re}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[y]\}}(0) + \theta_{\text{Im}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\}, \text{Im}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[y]\}}(0) = 0 \quad (3.7.3)$$

e

$$\theta_{\text{Im}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\}, \text{Re}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[y]\}}(0) - \theta_{\text{Re}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\}, \text{Im}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[y]\}}(0) = 0. \quad (3.7.4)$$

Ou seja:

$$\theta_{\text{Re}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\} \pm \text{Im}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\}, \text{Re}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[y]\} \pm \text{Im}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[y]\}}(0) = 2\theta_{\text{Re}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\}, \text{Im}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[y]\}}(0) \quad (3.7.5)$$

Devemos lembrar que cada sequência na tabela 3.7.1 é construída com base numa IDFT de uma sequência bipolar  $x_p(n) = \sqrt{N} \times \text{IDFT}\{\text{Re}[x]\}$ , com  $0 \leq n \leq N-1$ . Por esse motivo,  $x_p$  é uma sequência periódica simétrica e conjugada (tal como uma sequência  $y_p$ ). Isto significa, por definição, que  $\text{Re}[x_p(n)] = \text{Re}[x_p(-n)]$  e  $\text{Im}[x_p(n)] = -\text{Im}[x_p(-n)]$  sobre um período  $N = 2^k$  (sendo  $k$  um número inteiro). Ou seja, existe um eixo de simetria onde estão distribuídos uniformemente  $\frac{N}{2}$  pontos de cada lado. Os  $N$  pontos de uma sequência periódica podem ser selecionados de maneira a fazer corresponder o eixo de simetria com o centro das sequências, sobre um período. A sequência  $y_p$  deverá ter as mesmas propriedades. Com base nessas propriedades de  $x_p$  e  $y_p$ , reescreve-se  $\theta_{\text{Re}[x_p], \text{Im}[y_p]}(n)$  e descobre-se que a correlação cruzada (em fase,  $n = 0$ ) entre  $\text{Re}[x_p]$  e  $\text{Im}[y_p]$  é:

$$\begin{aligned} \theta_{\text{Re}[x_p], \text{Im}[y_p]}(0) &= \sum_{m=0}^{N-1} \text{Re}[x_p(m)] \{\text{Im}[y_p(m)]\}^* \\ &= \sum_{m=0}^{\frac{N}{2}-1} \text{Re}[x_p(m)] \text{Im}[y_p(m)] + \sum_{m=\frac{N}{2}}^{N-1} \text{Re}[x_p(m)] \text{Im}[y_p(m)] \\ &= \sum_{m=0}^{\frac{N}{2}-1} \text{Re}[x_p(m)] \{\text{Im}[y_p(m)] - \text{Im}[y_p(m)]\} = 0 \end{aligned} \quad (3.7.6)$$

sendo  $m$  um números inteiros. Por consequência, quando  $x$  e  $y$  são sequências ortogonais obtém-se  $\theta_{\text{Re}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\} \pm \text{Im}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\}, \text{Re}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[y]\} \pm \text{Im}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[y]\}}(0) = 0$  tal como se pretendia na *propriedade XI*.

Agora, apresenta-se um método para provar que as  $N^2$  sequências da tabela 3.7.1 são também sequências perfeitas. Para a *propriedade X*, basta relembrar que as sequências  $x = WH_r \times OG_s \times B$  são todas sequências bipolares ( $|WH_r \times OG_s \times B| = 1$ ). Por consequência, essas  $N^2$  sequências, geradas por intermédio de uma IDFT, são todas sequências perfeitas. Ou seja,  $\theta_{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x], \sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]}(n) = N\delta(n)$ . Esta função discreta de autocorrelação periódica é simplesmente igual a uma sequência real que verifica as seguintes relações:

$$\text{Re}\left[\theta_{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x], \sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]}(n)\right] = \theta_{\text{Re}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\}, \text{Re}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\}}(n) + \theta_{\text{Im}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\}, \text{Im}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\}}(n) = N\delta(n), \quad (3.7.7)$$

$$\text{Im}\left[\theta_{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x], \sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]}(n)\right] = \theta_{\text{Im}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\}, \text{Re}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\}}(n) - \theta_{\text{Re}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\}, \text{Im}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\}}(n) = 0. \quad (3.7.8)$$

Também será fácil de concluir que, com  $x = \text{Re}(x) = WH_r \times OG_s \times B$ , as sequências  $\text{Re}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\}$  e  $\text{Im}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\}$  são mutuamente ortogonais e complementares. Ou seja,  $\theta_{\text{Re}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\}, \text{Im}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\}}(n) = 0$  para qualquer  $n$ . Por outras palavras, cada par de sequências  $\text{Re}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\}$  e  $\text{Im}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[x]\}$ , da tabela 3.7.1, é ortogonal para qualquer deslocamento cíclico.

Outra propriedade interessante, quando  $x_p(n) = \sqrt{N} \times \text{IDFT}\{\text{Re}[x]\}$  e  $0 \leq n \leq N-1$ , é a seguinte:

$$\theta_{\text{Re}[x_p], \text{Im}[y_p]}(n) = \sum_{m=0}^{N-1} \text{Re}[x_p(m)] \left\{ -\text{Im}[y_p(-n-m)] \right\}^*$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{\lambda=n}^{n+N-1} \operatorname{Re}[x_p(n-\lambda)] \{-\operatorname{Im}[y_p(-\lambda)]\} \\
 &= -\sum_{\lambda=-N+1}^0 \operatorname{Im}[y_p(-\lambda)] \operatorname{Re}[x_p(n-\lambda)] \\
 &= -\sum_{\lambda=0}^{N-1} \operatorname{Im}[y_p(\lambda)] \{\operatorname{Re}[x_p(n+\lambda)]\}^* \\
 &= -\theta_{\operatorname{Im}[y_p], \operatorname{Re}[x_p]}(n), \tag{3.7.9}
 \end{aligned}$$

sendo  $n$ ,  $m$ , e  $\lambda$  números inteiros.

Os passos seguintes podem ser usados para demonstrar que, quando  $I[WH_r \times OG_s \times B] = \operatorname{Re}\{\sqrt{N} \times IDFT[WH_r \times OG_s \times B]\} \pm \operatorname{Im}\{\sqrt{N} \times IDFT[WH_r \times OG_s \times B]\}$ , as  $N^2$  sequências da tabela 3.7.1 são sequências reais perfeitas. É necessário recordar que, quando  $x = WH_r \times OG_s \times B$ , a autocorrelação periódica de uma sequência real  $\operatorname{Re}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\} \pm \operatorname{Im}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}$  é igual a:

$$\begin{aligned}
 &\theta_{\operatorname{Re}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\} \pm \operatorname{Im}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}, \operatorname{Re}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\} \pm \operatorname{Im}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}}(n) = \\
 &\quad \theta_{\operatorname{Re}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}, \operatorname{Re}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}}(n) + \theta_{\operatorname{Im}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}, \operatorname{Im}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}}(n) \pm \\
 &\quad \left[ \theta_{\operatorname{Im}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}, \operatorname{Re}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}}(n) + \theta_{\operatorname{Re}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}, \operatorname{Im}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}}(n) \right]. \tag{3.7.10}
 \end{aligned}$$

Utilizando  $\theta_{\operatorname{Re}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}, \operatorname{Re}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}}(n) + \theta_{\operatorname{Im}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}, \operatorname{Im}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}}(n) = N \cdot \delta(n)$  e  $\theta_{\operatorname{Re}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}, \operatorname{Im}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}}(n) = \theta_{\operatorname{Im}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}, \operatorname{Re}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}}(n) = 0$ , obtém-se:

$$\theta_{\operatorname{Re}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\} \pm \operatorname{Im}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}, \operatorname{Re}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\} \pm \operatorname{Im}\{\sqrt{N} \times IDFT[x]\}}(n) = N \cdot \delta(n). \tag{3.7.11}$$

Desta forma demonstra-se que quando  $I[WH_r \times OG_s \times B] = \operatorname{Re}\{\sqrt{N} \times IDFT[WH_r \times OG_s \times B]\} \pm \operatorname{Im}\{\sqrt{N} \times IDFT[WH_r \times OG_s \times B]\}$ , as  $N^2$  sequências da tabela 3.7.1 são sequências reais perfeitas.

Existe um método muito simples e eficaz de gerar códigos bipolares, derivados das  $N^2$  seqüências da tabela 3.7.1, que sejam seqüências aproximadamente perfeitas e quase ortogonais. Mais uma vez recorre-se à função sinal  $Sgn()$  para gerar os códigos bipolares  $\{-1, +1\}$  seguintes:

$$I[WH_s \times OG_r \times B] = Sgn \left\{ \text{Re} \left\{ \sqrt{N} \times IDFT [WH_s \times OG_r \times B] \right\} \pm \text{Im} \left\{ \sqrt{N} \times IDFT [WH_r \times OG_s \times B] \right\} \right\} \quad (3.7.12)$$

A função  $Sgn()$  destruiu a ortogonalidade das seqüências perfeitas. No entanto, é espectável que quanto mais elevado for o comprimento  $N$  mais próximo da ortogonalidade e da autocorrelação perfeita estarão estes novos códigos bipolares.

### 3.7.2 $2N^2$ conjuntos de $N$ seqüências ortogonais e perfeitas

Os  $2N$  conjuntos de  $N$  seqüências ortogonais e perfeitas que foram apresentadas na tabela 3.7.1 podem ser alteradas para gerar  $N$  vezes mais seqüências. Dessa forma, a tabela 3.7.2 apresenta um novo método para gerar  $2N^2$  conjuntos de  $N$  seqüências ortogonais e perfeitas.

*Propriedade XII: “Seqüências ortogonais e perfeitas em maior quantidade”*

As  $N^2$  seqüências, de comprimento  $N$ , da tabela 3.7.2 são seqüências perfeitas quando  $I[WH_r \times T^i(OG_s)] = \sqrt{N} \times IDFT [WH_r \times T^i(OG_s)]$ ,  $0 \leq r, s, i \leq N-1$ . Cada conjunto de uma linha  $s$  ou uma coluna  $r$  é um conjunto de  $N$  seqüências ortogonais para cada deslocamento cíclico  $i$  aplicado às  $N^2$  seqüências da tabela 3.7.2.

*Propriedade XIII: “Seqüências reais ortogonais e perfeitas em maior quantidade”*

As  $N^2$  seqüências, de comprimento  $N$ , da tabela 3.7.2 são seqüências reais e perfeitas quando

$$I[WH_r \times T^i(OG_s)] = \text{Re}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[WH_r \times T^i(OG_s)]\} \pm \text{Im}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[WH_r \times T^i(OG_s)]\},$$

$$0 \leq r, s, i \leq N-1.$$

Cada conjunto de uma linha  $s$  ou uma coluna  $r$  é um conjunto de  $N$  sequências ortogonais para cada deslocamento cíclico  $i$  aplicado às  $N^2$  sequências da tabela 3.7.2.

Tabela 3.7.2

$N^2$  sequências perfeitas, de comprimento  $N$ , com  $2N^2$  diferentes conjuntos de  $N$  sequências ortogonais ( $r, s, n$ , e  $N$  são números inteiros),  $0 \leq r, s, i \leq N-1$ .

$WH_r$  é um código bipolar de Walsh-Hadamard,  $T^i(OG_s)$  é um código bipolar ortogonal de Gold que sofre um deslocamento cíclico  $i$ . Todos os códigos têm o mesmo comprimento  $N$ .

Quando  $I[WH_r \times T^i(OG_s)] = \sqrt{N} \times \text{IDFT}[WH_r \times T^i(OG_s)]$ ,

as  $N \times N^2$  sequências perfeitas são sequências complexas.

Quando  $I[WH_r \times T^i(OG_s)] = \text{Re}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[WH_r \times T^i(OG_s)]\} \pm \text{Im}\{\sqrt{N} \times \text{IDFT}[WH_r \times T^i(OG_s)]\}$ ,

as  $N \times N^2$  sequências perfeitas são sequências reais.

$I[WH_r \times T^i(OG_s)]$ , $0 \leq i, r, s \leq N-1$	$r=0$	$r=1$	...	$r=N-1$	Autocorrelação periódica $0 \leq n \leq N-1$	Correlação cruzada em fase ( $n=0$ )
$s=0$	$I[WH_0 \times T^i(OG_0)]$	$I[WH_1 \times T^i(OG_0)]$	...	$I[WH_{N-1} \times T^i(OG_0)]$	$N \times \delta(n)$	0
$s=1$	$I[WH_0 \times T^i(OG_1)]$	$I[WH_1 \times T^i(OG_1)]$	...	$I[WH_{N-1} \times T^i(OG_1)]$	$N \times \delta(n)$	0
...	...	...	...	...		...
$s=N-1$	$I[WH_0 \times T^i(OG_{N-1})]$	$I[WH_1 \times T^i(OG_{N-1})]$	...	$I[WH_{N-1} \times T^i(OG_{N-1})]$	$N \times \delta(n)$	0
Autocorrelação periódica $0 \leq n \leq N-1$	$N \times \delta(n)$	$N \times \delta(n)$	...	$N \times \delta(n)$		
Correlação cruzada em fase ( $n=0$ )	0	0	...	0		

Para provar as *propriedades XII e XIII*, basta utilizar as demonstrações da secção anterior quando  $x = WH_r \times T^i(OG_s)$  e  $y = WH_t \times T^i(OG_u)$ , com  $0 \leq r, s, t, u \leq N-1$ ,  $j = \sqrt{-1}$ ,  $W_N = \exp(-j 2\pi/N)$ . Por exemplo, em relação à ortogonalidade reescreve-se

a correlação cruzada em fase de duas sequências da tabela 3.7.2:

$$\begin{aligned}
 \theta_{\sqrt{N} \times IDFT[x], \sqrt{N} \times IDFT[y]}(0) &= N \times IDFT [xy]_0 \\
 &= N \times (1/N) \sum_{k=0}^{N-1} x(k) y(k) W_N^0 \\
 &= \theta_{x,y}(0) = \theta_{WH_r \times T^i(OG_s), WH_t \times T^i(OG_u)}(0) .
 \end{aligned} \tag{3.7.13}$$

Quando  $s = u$ ,  $\sqrt{N} \times IDFT [WH_r \times T^i(OG_s)]$  e  $\sqrt{N} \times IDFT [WH_t \times T^i(OG_u)]$  são ortogonais porque  $\theta_{\sqrt{N} \times IDFT[x], \sqrt{N} \times IDFT[y]}(0) = \theta_{WH_r, WH_t}(0) = 0$  para qualquer  $r \neq t$  e quaisquer sequências bipolares  $T^i(OG)$ . Quando  $r = t$ ,  $\sqrt{N} \times IDFT [WH_r \times T^i(OG_s)]$  e  $\sqrt{N} \times IDFT [WH_t \times T^i(OG_u)]$  são ortogonais porque  $\theta_{\sqrt{N} \times IDFT[x], \sqrt{N} \times IDFT[y]}(0) = \theta_{T^i(OG_s), T^i(OG_u)}(0) = 0$  para qualquer  $s \neq u$  e quaisquer sequências bipolar  $WH$ .

Utilizando  $x = WH_r \times T^i(OG_s)$  e  $y = WH_t \times T^i(OG_u)$  facilmente se consegue provar completamente as *propriedades XII e XIII*, recorrendo aos passos da secção anterior.

*Propriedade XIV*: “ $N^3$  pares de sequências MOC”.

A parte real e a parte imaginária de cada sequência perfeita  $\sqrt{N} \times IDFT [WH_r \times T^i(OG_s)]$ , da tabela 3.7.2, são sequências ortogonais para qualquer deslocamento cíclico  $i$ .

A demonstração é direta se recordarmos que a parte real e a parte imaginária de cada sequência perfeita  $IDFT [WH_r \times T^i(OG_s)] = IDFT [\text{Re}\{WH_r \times T^i(OG_s)\}]$ , da tabela 3.7.2, são duas sequências mutuamente ortogonais e complementares (MOC). Ou seja,

$$\operatorname{Re}\{IDFT[WH_r \times T^i(OG_s)]\} \perp \operatorname{Im}\{T^m(IDFT[WH_r \times T^i(OG_s)])\} \quad \text{ou}$$

$$\operatorname{Re}\{T^m(IDFT[WH_r \times T^i(OG_s)])\} \perp \operatorname{Im}\{IDFT[WH_r \times T^i(OG_s)]\} \quad \forall m \text{ com } 0 \leq i, r, s, m \leq N-1.$$

Mais uma vez, é possível gerar códigos bipolares, derivados das  $N^3$  sequências da tabela 3.7.2, que sejam sequências aproximadamente perfeitas e quase ortogonais. Os códigos bipolares resultantes são os seguintes:

$$BipolarCodes = \operatorname{Sgn}\left\{ \operatorname{Re}\left\{ \sqrt{N} \times IDFT[WH_r \times T^i(OG_s)] \right\} \pm \operatorname{Im}\left\{ \sqrt{N} \times IDFT[WH_r \times T^i(OG_s)] \right\} \right\}. \quad (3.7.14)$$

A figura 3.7.1 mostra os valores médios de 32 valores absolutos das autocorrelações aperiódicas desfasadas dos códigos  $\sqrt{N} \times IDFT[WH_r \times T^i(OG_s)]$ , quando  $N = 32$ , em função de  $s$  (Índice dos códigos OG) e  $i$  (Índice de rotação dos códigos OG). O valor mínimo foi encontrado para  $i = 12$  e  $s = 19$  (ou seja,  $T^{12}(OG_{19})$ ).

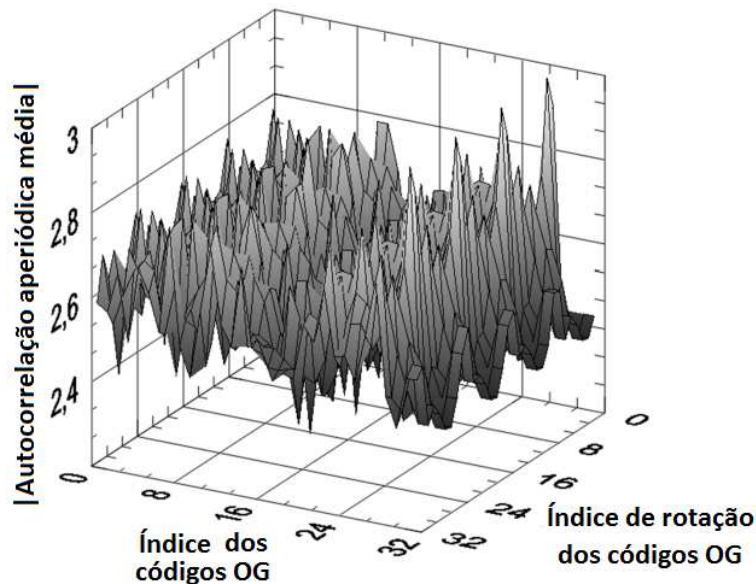


Fig. 3.7.1: Valores médios de 32 valores absolutos das autocorrelações aperiódicas desfasadas dos códigos  $\sqrt{N} \times IDFT[WH_r \times T^i(OG_s)]$  em função de  $s$  (Índice dos códigos OG) e  $i$  (Índice de rotação dos códigos OG), quando  $N = 32$  e com os valores inteiros  $0 \leq i, r, s \leq 31$ .

Com base nesses resultados preliminares, verificou-se outras propriedades apresentadas na tabela 3.7.3. Foi feita uma comparação com recurso aos códigos bipolares OG, WH, e três novos códigos:

$$C1 = \text{códigos } \sqrt{N} \times IDFT(WH \times T^{12}(OG_{19})); \quad (3.7.15)$$

$$C2 = \text{códigos } \text{Re}[\sqrt{N} \times IDFT(WH \times T^{12}(OG_{19}))] + \text{Im}[\sqrt{N} \times IDFT(WH \times T^{12}(OG_{19}))]; \quad (3.7.16)$$

$$C3 = \text{códigos } \text{Sgn}\{\text{Re}[IDFT(WH \times T^{12}(OG_{19}))] + \text{Im}[IDFT(WH \times T^{12}(OG_{19}))]\}. \quad (3.7.17)$$

Tabela 3.7.3

Algumas propriedades de correlações periódicas e aperiódicas de diferentes conjuntos de códigos de comprimentos  $N$  iguais a 32 e 64.

GDFT = códigos WalshLike 32 [Akansu, 2007]. WH = códigos de Walsh-Hadamard.

OG = Códigos ortogonais de Gold. C1 = códigos  $\sqrt{N} \times IDFT(WH \times T^{12}(OG_{19}))$ .

C2 = códigos  $\text{Re}[\sqrt{N} \times IDFT(WH \times T^{12}(OG_{19}))] + \text{Im}[\sqrt{N} \times IDFT(WH \times T^{12}(OG_{19}))]$ .

C3 = códigos  $\text{Sgn}\{\text{Re}[IDFT(WH \times T^{12}(OG_{19}))] + \text{Im}[IDFT(WH \times T^{12}(OG_{19}))]\}$ .

	GDFT	WH	OG	C1	C2	C3	WH	OG	C1	C2	C3
Comprimento do código	32	32	32	<b>32</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	64	64	<b>64</b>	<b>64</b>	<b>64</b>
Valor médio do PAPR	1	1	1	<b>1.9</b>	<b>2.7</b>	<b>1</b>	1	1	<b>2.4</b>	<b>3.3</b>	<b>1</b>
Autocorrelação periódica em fase	32	32	32	<b>32</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	64	64	<b>64</b>	<b>64</b>	<b>64</b>
Valor máximo de   autocorrelação periódica desfasada	20	32	20	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>12</b>	64	28	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>20</b>
Desvio standard de   autocorrelação periódica desfasada	1.1	5.5	1.1	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0.6</b>	9.7	1.1	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0.7</b>
Valor médio de   autocorrelação periódica desfasada	4.5	13.8	4.4	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>2.7</b>	23.5	5.9	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>5.0</b>
Valor máximo de   autocorrelação aperiódica desfasada	14	31	12	<b>7.5</b>	<b>6.9</b>	<b>13</b>	63	23	<b>13.9</b>	<b>12.1</b>	<b>19</b>
Desvio standard de   autocorrelação aperiódica desfasada	0.4	2.5	0.5	<b>0.2</b>	<b>0.4</b>	<b>0.3</b>	4.6	0.6	<b>0.4</b>	<b>0.3</b>	<b>0.4</b>
Valor médio de   autocorrelação aperiódica desfasada	3.0	7.8	3.0	<b>2.6</b>	<b>1.6</b>	<b>2.3</b>	13.2	4.0	<b>3.8</b>	<b>2.4</b>	<b>3.9</b>
Valor máximo de   correlação cruzada em fase	0	0	0	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>14</b>	0	0	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>20</b>
Desvio standard de   correlação cruzada em fase	0	0	0	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>2.9</b>	0	0	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>3.9</b>
Valor médio de   correlação cruzada em fase	0	0	0	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>3.4</b>	0	0	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>4.9</b>

Quando se procura novas sequências perfeitas, a dificuldade reside no desafio de alcançar simultaneamente um baixo valor MaxCC e um PAPR próximo do valor 1. Note-se que sequências uni modular têm um PAPR igual a 1. Tais sequências uni modulares ou bipolares reduzem o consumo de energia e a necessidade de linearidade nos amplificadores eletrônicos de potência. Deve-se recordar que um sinal de OFDM com  $N = 32$  subportadoras e uma constelação 64-QAM de símbolos tem um PAPR aproximadamente igual a 15,5. Este valor elevado pode resultar num problema de consumo de energia. Todos os códigos da tabela 3.7.3 têm um PAPR muito mais baixo.

A melhor solução para um PAPR baixo é conseguida quando os códigos são bipolares. Por exemplo, verifica-se com os códigos C3. Estes códigos C3 são quase ortogonais e apresentam baixos valores desfasados de valores absolutos de autocorrelação periódica e aperiódica. Os códigos C1 e C2 da tabela 3.7.3 são ortogonais, perfeitos e apresentam baixos valores desfasados de valores absolutos de autocorrelação aperiódica. Os códigos de Walsh-Hadamard e os códigos ortogonais de Gold são ortogonais, não perfeitos e apresentam maiores valores desfasados de valores absolutos de autocorrelação periódica e aperiódica. Os códigos de WalshLike 32 [Akansu, 2007] foram obtidos utilizando uma pesquisa por força bruta computacional com base numa GDFT [Akansu, 2010]. Estes códigos WalshLike 32 têm boas propriedades de correlação, porém eles não são tão bons como as sequências perfeitas.

## Sumário

Neste capítulo foram apresentados novos conjuntos matemáticos derivados de sequências perfeitas construídas com base numa IDFT. Todos eles apresentam boas propriedades de autocorrelação e correlação cruzada.

A IDFT foi aplicada às sequências de Chu, às sequências de máximo comprimento, às sequências de Gold, às sequências ortogonais de Gold, às sequências de Walsh-Hadamard e às sequências de Golay (Anexo A). Utilizando o mesmo método, foram apresentados maiores conjuntos de sequências perfeitas um formato 2-D.

## Referências

A. N. **Akansu**, R. Poluri, “Walsh-like Nonlinear Phase Orthogonal Codes for Direct Sequence CDMA Communications”, *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 55, pp. 3800-3806, **2007**.

A. **Akansu**, H. Agirman-Tosun, M. Torun, “Optimal design of phase function in Generalized DFT”, *Elsevier Journal, Physical Communication*, vol. 3, no. 4, pp. 255-264, **2010**.

Borislav **Bedzhev**, Zhaneta Savova-Tasheva, and Valentin Mutkov, “A Method for Computer Design of Families of Generalized Mutually Orthogonal Complementary Signals”, International Conference on Computer Systems and Technologies-CompSysTech’06, vol. IIB2, **2006**, pp. 1-6.

P. Z. **Fan**, M. Darnell and B. Honary, “Crosscorrelations of Frank sequences and Chu sequences”, *Electronics Letters*, vol. 30, no. 6, March **1994**.

Homepage of **IEEE 802.15** WPAN Task

Group 4 (TG4). [Online]: <http://grouper.ieee.org/groups/802/15/pub/TG4.html>.

H. G. **Myung**, J. Lim, D. J. Goodman, Peak-to-average Power Ratio of Single Carrier FDMA Signals with Pulse Shaping, Proc. IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC 2006), vol. 1, no. 1, pp.1-5, **2006**.

Alan V. **Oppenheim**, Ronald W. Schaffer, Digital Signal Processing, *Prentice-Hall*, 1975.

**Pereira, J.;** Silva, H. A.; "Generalized Chu Polyphase Sequences", Proc International Conf. on Telecommunications - ICT, Marrakech, Morocco, Vol. 1, pp. 47 - 52, May, **2009**.

**Pereira, J.;** Silva, H. A.; "Perfect Periodic Autocorrelation Codes Derived From M Sequences", Proc Conf. on Telecommunications - ConfTele, Santa Maria da Feira, Portugal, Vol. 1, pp. 165 - 168, May **2009**.

J. **Pereira** and H. da Silva. "A Larger Subset of Pseudo-Orthogonal Spreading Codes for WCDMA". Techonline. [online]. Available at: <http://www.techonline.com/article/192200622;jsessionid=MBXRFWYTQ42JYQSNDLPSKHSCJUNN2JVN>. December **2001**.

**Pereira, J.;** Silva, H. A.; "M-ary Mutually Orthogonal Complementary Gold Codes", Proc European Signal Processing Conf. - EUSIPCO, Glasgow, United Kingdom, pp. 1636 - 1640, August **2009**.

**Pereira, J.;** Silva, H. A.; "Perfect DFT Sequences Transformed Into Orthogonal Sequences", Proc EUROCON and CONFTELE 2011, Lisbon, Portugal, pp. 1 - 4, April **2011**.

**Pereira, J.;** Silva, H. A.; "Alternative Zigbee Codes Derived From Orthogonal Perfect DFT Sequences", Proc Sixth IEEE Conf. on Wireless Communication and Sensor Networks - WCSN, Allahabad, India, Vol. 1, pp. 211 - 216, December **2010**.

**Pereira, J.;** Silva, H. A.; "Orthogonal perfect discrete Fourier transform sequences", *IET Journal, Signal Processing*, Vol. 6, No. 2, pp. 107 - 103, April **2012**.

**Pereira, J.;** Silva, H. A.; Pedido Provisório de Patente, nº: 20121000058884, nome "Codificador e decodificador de sequências ortogonais perfeitas de Golay, 26 de Julho de **2012**.

D. **Sarwate**, M. Pursley, “Crosscorrelation Properties of Pseudorandom and Related Sequences”, in Proceedings of the IEEE, May **1980**, vol. 68, no. 5.

K. **Shuaib**, M. Alnuaimi, M. Boulmalf, I. Jawhar, F. Sallabi and A. Lakas, “Performance Evaluation of IEEE 802.15.4: Experimental and Simulation Results”, *Journal of Communications*, vol. 2, no. 4, **2007**.

C. **Tseng** and C. L. Li, “Complementary Sets of Sequences”, *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. it-18, no. 5, pp. 644-652, September **1972**.



## 4. Modelos de Análise e Ferramentas de Simulação

### 4.1 Introdução

Os novos conjuntos de códigos ou sequências perfeitas, que foram apresentados no capítulo anterior, foram implementados e simulados recorrendo a diversas ferramentas matemáticas. Por exemplo, na secção 4.2 é apresentado um modelo de probabilidade de erro que pode ser utilizado em sistemas CDMA (Code Division Multiple Access) com modulação BPSK (Binary Phase Shift Keying). Esse modelo é dependente das propriedades de correlação dos códigos selecionados. Na secção 4.3, o mesmo modelo é adaptado para ser utilizado em sistemas OCDMA (Optical Sequence Code Division Multiple Access). Na secção 4.4, um novo modelo matemático simplificado de uma SSFBG (Super Structured Fiber Bragg Grating) é apresentado. Na última secção, são apresentadas duas ferramentas de simulação.

### 4.2 Probabilidade de erro em sistemas CDMA com modulação BPSK

Um sistema DS-CDMA (Direct Sequence – Code Division Multiple Access) assíncrono com modulação BPSK pode ter uma função de probabilidade de erro  $P_e$  aproximadamente igual a [Pursley, 1977]:

$$P_e \approx 1 - \phi \left[ \left( \frac{N_0}{2E_b} + \frac{1}{6N^3} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^K r_{k,i} \right)^{-1/2} \right] \quad (4.2.1)$$

onde  $E_b$  é a energia de bits,  $N_0/2$  é a densidade espectral do ruído AWGN (Additive White Gaussian Noise) do canal,  $\phi$  é a função de distribuição cumulativa normalizada de Gauss (com média nula e variância unitária),  $K$  é o número de utilizadores simultâneos, e  $r_{k,i}$  é uma função das autocorrelações aperiódicos  $C_k(l)$  e  $C_i(l)$  dos

códigos  $k$  e  $i$  [Pursley, 1977]:

$$r_{k,i} = 2N^2 + 4 \sum_{l=1}^{N-1} C_k(l)C_i(l) + \sum_{l=1-N}^{N-1} C_k(l)C_i(l+1). \quad (4.2.2)$$

Se o número cardinal de cada conjunto for designado por  $\Omega$ , então  $1 \leq K \leq \Omega$ . Uma boa aproximação de (4.2.2) pode ser obtida considerando que  $C_k(l)C_i(l)$ , com  $1 \leq l \leq N-1$ , é uma sequência constante igual à média de todas as combinações (quando  $k \neq i$ ) dos valores  $\frac{1}{N-1} \sum_{l=1}^{N-1} C_k(l)C_i(l)$ . Da mesma forma, também poderá ser possível substituir  $C_k(l)C_i(l+1)$  em (4.2.2) por sua média, considerando todas as combinações quando  $k \neq i$ . Confirmou-se que a aproximação  $r_{k,i} \approx 2N^2 + 6 \sum_{l=1}^{N-1} C_k(l)C_i(l)$  é bastante satisfatória e combina bem com um sistema de simulação mais realista DS-CDMA, utilizando modulação BPSK, quando mais de  $K = 4$  utilizadores (códigos bipolares) coexistem em simultâneos (com transmissão assíncrona).

Um majorante de (4.2.1) pode ser encontrado se  $C_k$  e  $C_i$  forem substituídos pelos valores máximos das autocorrelações aperiódicas desfasadas ( $l \neq 0$ ) definidos por  $C_a = \max\{|C_x(l)| : 1 \leq l \leq N-1\}$ , com quaisquer códigos  $x$ , [Sarwate, 1980]. Assim sendo, descobre-se um novo limite superior da probabilidade de erro (4.2.1) que é igual a:

$$\max\{P_e\} \approx 1 - \phi \left[ \left( \frac{N_0}{2E_b} + \frac{1}{6N^3} (K-1) (2N^2 + 6(N-1)C_a^2) \right)^{-1/2} \right]. \quad (4.2.3)$$

Este novo valor pode ser visto como sendo o majorante de  $P_e$ . No entanto, poderá ser útil encontrar uma aproximação menor do que esse majorante. Por exemplo,  $C_a^2$  em

(4.2.3) pode ser substituído pelo valor médio  $C_k C_i$  (considerando todas as combinações diferentes quando  $k \neq i$ ).

Antes de reescrever (4.2.3) com uma nova expressão melhorada, é necessário analisar o caso ideal em que  $N_0$  toma um valor muito reduzido. Nesse cenário,  $P_e$  irá principalmente espelhar o efeito das interferências do tipo MAI (Multiple Access Interference). A detecção correta do utilizador  $i$  é dependente do valor da polaridade da saída do detetor (função de correlação). Sem utilizadores em simultâneo, a saída da função de autocorrelação é igual a  $\pm N$ . Para efetuar a detecção da informação binária transportada por um código, na maioria dos casos, basta detetar a polaridade da função de autocorrelação. Essa polaridade não mudará se o número  $K-1$  (de utilizadores interferentes) for inferior ao valor inteiro  $\left\lfloor \frac{N}{C_c} \right\rfloor$ . O valor  $C_c$  é o valor máximo dos valores absolutos da correlação cruzada aperiódica definida por  $C_c = \max \left\{ |C_{x,y}(l)| : 1 \leq l \leq N-1, x \neq y \right\}$  para todos os códigos  $x$  e  $y$ . Para garantir que a função de correlação do detetor seja aproximadamente igual à função de correlação do caso aperiódico, deve ser considerado que todos os códigos são transmitidos com um intervalo de guarda temporal igual a pelo menos uma duração do código. Portanto, quando  $\frac{N_0}{2E_b} \ll \frac{1}{6N^3} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^K r_{k,i}$ , a função de probabilidade de erro  $P_e$  pode ser reescrita

como sendo:

$$P_e \approx 1 - \phi \left[ \left( \frac{1}{6N^3} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^K r_{k,i} \right)^{-1/2} \right], \text{ quando } K-1 \geq \left\lfloor \frac{N}{C_c} \right\rfloor \text{ e} \quad (4.2.4.a)$$

$$P_e \approx 0, \text{ quando } K-1 < \left\lfloor \frac{N}{C_c} \right\rfloor. \quad (4.2.4.b)$$

Os valores em (4.2.4) correspondem a um cenário DS-CDMA assíncrono com códigos bipolares e modulação BPSK. Por exemplo, o sistema de comunicação ZigBee utiliza códigos bipolares do tipo PN (Pseudo Noise) e a modulação também pode ser BPSK. A taxa de bits errados (ou BER) do standard ZigBee é apresentada no anexo E.3.1.8 do padrão IEEE 802.15.4™ -2003. Essa BER não é dependente das características de correlação dos códigos selecionados. Tal facto é uma desvantagem. Os códigos ZigBee foram selecionados para se comportarem como códigos com características aleatórias (pseudo-noise). Alternativamente, as BER dos códigos PN utilizados no sistema ZigBee podem ser determinadas se o modelo (4.2.1) ou o novo modelo (4.2.4) forem utilizados. Também, será possível encontrar novos códigos com melhores características do que os códigos ZigBee (poderá ser uma alternativa viável). Outros investigadores, também, já propuseram códigos alternativos para o sistema ZigBee [Poluri, 2007].

A função de probabilidade de erro (4.2.1) é obtida para um sistema DS-CDMA assíncrono com modulação BPSK e o sinal transmitido do  $k^{\text{ésimo}}$  utilizador é:

$$\begin{aligned} s_k(t) &= \sqrt{2P} \sin(\omega_c t + \theta_k + (\pi/2)a_k(t)b_k(t)) \\ &= \sqrt{2P}a_k(t)b_k(t)\cos(\omega_c t + \theta_k), \end{aligned} \quad (4.2.5)$$

onde  $\theta_k$  representa a fase aleatória  $[0, 2\pi[$  da  $k^{\text{ésima}}$  portadora,  $\omega_c$  representa a frequência central e  $P$  representa a potência do sinal. Ao  $k^{\text{ésimo}}$  utilizador é atribuído um código definido por  $a_k(t)$  que é simplesmente uma sequência periódica de amplitude unitária (+1 ou -1) onde cada chip é uma função retangular de duração  $T_c$ . O sinal informativo do  $k^{\text{ésimo}}$  utilizador é uma sequência de amplitude unitária (+1 ou -1), ou seja, é uma função designada por  $b_k(t)$  que é igual a uma função retangular de duração  $T$ . A sequência do  $k^{\text{ésimo}}$  utilizador tem um período  $N = T/T_c$ . Para sistemas DS-CDMA assíncronos o sinal recebido é igual à seguinte expressão:

$$r(t) = n(t) + \sum_{k=1}^Q \sqrt{2P} a_k(t - \tau_k) b_k(t - \tau_k) \cos(\omega_c t + \varphi_k), \quad (4.2.6)$$

onde  $\varphi_k = \theta_k - \omega_c \tau_k$  e  $n(t)$  é o ruído do canal de transmissão (AWGN - Additive White Gaussian Noise). O sinal recebido (4.2.6) corresponde a um sinal de entrada de um recetor que implementa uma função de correlação  $s_i(t)$ . Depois de realizar a detecção coerente da modulação BPSK (do  $i^{\text{ésimo}}$  utilizador), considera-se que não há perda de generalidade em assumir,  $\theta_i = 0$ ,  $\tau_i = 0$  e por esse motivo apenas será necessário considerar  $0 \leq \theta_k < 2\pi$  e  $0 \leq \tau_k < T$  quando  $k \neq i$ . O tempo de atraso  $\tau_k$  ( $\neq 0$ ) representa o assincronismo do  $k^{\text{ésimo}}$  utilizador.

A maioria dos estudos comparativos, sobre o desempenho de sistemas DS-CDMA reportados na literatura científica, estão limitados apenas a dois utilizadores e a um número infinito de utilizadores. Num sistema real, existe um número finito de utilizadores (geralmente mais do que dois). Para fins comparativos, foi escolhido o mesmo cenário descrito em [Akansu, 2007], onde os múltiplos códigos DS-CDMA são contaminados com ruído AWGN e interferências de “Rayleigh flat-fading”. Essa interferência de desvanecimento de Rayleigh é uma distorção multiplicativa [Rappaport, 2001]. A resposta impulsiva  $h(t)$  é um processo gaussiano complexo (WSS – Wide Sense Stationary), com variância unitária e média nula, cuja amplitude varia de acordo com uma função densidade de probabilidade de Rayleigh. Para o caso mais simples,  $h(t)$  tem uma resposta em frequência cuja função de densidade espectral de potência é dada pela expressão seguinte:

$$S_{hh}(f) = \frac{1.5}{\pi f_d \sqrt{1 - \left(\frac{f - f_c}{f_d}\right)^2}}, |f - f_c| < f_d. \quad (4.2.7)$$

onde  $f_d$  é a frequência de Doppler e  $f_c$  é a frequência da portadora BPSK.

Quando os códigos são bipolares, a modulação BPSK é a escolha mais acertada. No entanto, nem sempre os códigos são bipolares. Muitos dos códigos apresentados no capítulo 3 são construídos com base em sequências complexas. Nessa situação, a modulação poderá ser qualquer uma parecida com uma M-ary QAM (M-ary Quadrature Amplitude Modulation), onde a parte real da sequência complexa pode ser transportada por uma portadora cosseno e a parte imaginária da sequência complexa pode ser transportada por uma portadora seno. A razão da escolha da modulação M-ary QAM prende-se com o facto das duas portadoras  $\cos(\cdot)$  e  $\sin(\cdot)$  dessa modulação serem ortogonais às subportadoras de um sinal OFDM (Orthogonal frequency Division Multiplexing) se a frequência de modulação for um valor múltiplo do *chip rate* ( $1/T_c$ ). Para chegar a essa conclusão é necessário recordar que as subportadoras de uma sequência IDFT (Inverse Discrete Fourier Transform) são ortogonais, tal como acontece com as subportadoras de um sinal OFDM. Essa propriedade deverá ser responsável pelo bom desempenho dos novos códigos em termos de uma menor BER.

Para obter um cenário de simulação mais realista, optou-se por introduzir uma falta de sincronismo entre as portadoras do demodulador M-ary QAM. Nas simulações apresentadas na secção 5.2.1, foi seleccionada uma fase aleatória  $\theta_r$  uniformemente distribuída no intervalo  $[-\pi/50, +\pi/50]$ .

Ao transmitir uma sequência complexa  $a_r = \text{Re}[a_r(t)] + j \text{Im}[a_r(t)]$  recorrendo à modulação M-ary QAM, o sinal transmitido (no domínio do tempo) assume a seguinte forma:

$$y_r(t) = I_r(t) \cos(2\pi f_o t + \theta_r) + Q_r(t) \sin(2\pi f_o t + \theta_r). \quad (4.2.8)$$

Os sinais  $I_r(t) = b_r(t) \text{Re}[a_r(t)]$  e  $Q_r(t) = b_r(t) \text{Im}[a_r(t)]$  são os sinais modulados e  $f_o$  é a frequência da portadora da modulação M-ary QAM. A parte real  $\text{Re}[a_r(t)]$  e a parte imaginária  $\text{Im}[a_r(t)]$  serão quantificadas com níveis discretos da ordem  $\sqrt{M}$ . Para simplificar as notações e as simulações optou-se por definir que a duração de um

*chip* é  $T_c = 1$ , a operação de amostragem inicia-se no tempo  $t = 0$  e  $f_o = kN$  ( $k$  é um valor inteiro),  $k \gg N$ .

A função  $b_r(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} b_r(m) \prod(t - mT_{bit})$  representa a informação binária de todos os bits que serão transportados pela sequência complexa  $a_r$ . Cada bit  $m$  é  $b_r(m) \in \{-1, +1\}$ . O bit “zero” corresponde ao valor  $+1$  e o bit “um” corresponde ao valor  $-1$ . O valor de  $m$  é um número inteiro e considera-se que a duração de um bit  $T_{bit}$  é igual a  $N$ . O valor  $a_r$  representa uma sequência periódica  $r$  complexa (com um período igual ao comprimento  $N$ ) e essa sequência transportará cada bit utilizando  $N$  *chips*. A forma do impulso retangular  $\prod(t)$  é definida por:

$$\prod(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < N \\ 0, & t < 0, t \geq N \end{cases} \quad (4.2.9)$$

Considera-se que o canal de transmissão tem desvanecimento “Rayleigh flat-fading” ( $h(t)$ ) e ruído AWGN ( $n(t)$ ). Sendo assim, o sinal DS-CDMA recebido (com  $K$  utilizadores simultâneos no canal) pode ser expresso pela seguinte expressão:

$$Z(t) = \sum_{r=1}^K y_r(t) * h(t) + n(t). \quad (4.2.10)$$

No recetor, o sinal M-ary QAM pode ser recuperado com um desmodulador coerente. Antes da operação de integração, o recetor M-ary QAM multiplica o sinal recebido  $I_r(t) \cos(2\pi f_o t + \theta_r)$  com uma portadora cosseno e multiplica o sinal  $Q_r(t) \sin(2\pi f_o t + \theta_r)$  com uma portadora seno. Devido à ortogonalidade entre as duas portadoras, é possível detetar os sinais  $I_r(t)$  e  $Q_r(t)$  de forma independente.

No capítulo 5, serão testadas e avaliadas as diversas famílias de códigos que foram previamente apresentadas no capítulo 3. Para tal avaliação, serão utilizadas as funções

de probabilidade de erro (4.2.1), (4.2.3) e (4.2.4) dos novos códigos aplicados a um sistema DS-CDMA assíncrono com modulação BPSK e com ruído AWGN. Adicionalmente, os códigos serão avaliados num sistema DS-CDMA assíncrono com modulação BPSK, com ruído AWGN e interferências de “Rayleigh flat-fading”, recorrendo ao modelo (4.2.7). Os códigos complexos podem ser testados com uma modulação M-ary QAM. No caso mais simples (M-ary QAM com  $M = 4$ ), é possível considerar que uma modulação QAM é a soma de duas modulações BPSK quando as suas portadoras estão desfasadas de um valor  $\frac{\pi}{2}$ . Como as duas portadoras são ortogonais, é possível considerar que existem dois processos de transmissão BPSK independentes. Neste caso específico, o modelo de probabilidade de erro (4.2.1) também pode ser útil.

É de realçar que quando  $K = 1$  obtém-se uma probabilidade de erro (4.2.1) igual à probabilidade de erro de um simples sistema de comunicação com modulação BPSK, ou

$$\text{seja } P_e \approx 1 - \phi \left[ \left( \frac{N_0}{2E_b} \right)^{-1/2} \right].$$

Uma outra constatação interessante da probabilidade de erro (4.2.1) prende-se por o facto dessa poder ser minimizada se os códigos seleccionados forem sequências perfeitas ou sequências mutuamente ortogonais e complementares. Para verificar essa afirmação, basta reescrever a função da correlação cruzada periódica  $\theta_{x,y}(l)$  em função da correlação cruzada aperiódica  $C_{x,y}(l)$ , [Sarwate, 1980]. Por exemplo, uma função da correlação cruzada periódica entre duas sequências,  $x$  e  $y$ , é definida da seguinte forma:

$$\theta_{x,y}(l) = C_{x,y}(l) + C_{x,y}(l-N) \quad (4.2.11)$$

com  $0 \leq l < N$ . Quando  $x = y$ , a expressão anterior pode ser transformada numa nova expressão:

$$N + \left[ \sum_{l=1}^{N-1} |\theta_x(l)| \right] \leq N + 2 \left[ \sum_{l=1}^{N-1} |C_x(l)| \right] + |C_x(-N)|, \quad (4.2.12)$$

com  $0 < l < N$ . Este resultado foi obtido utilizando as propriedades  $C_x(-l) = [C_x(l)]^*$ ,  $|C_x(-N)| = 0$  e  $C_x(0) = \theta_x(0) = N$  [Sarwate, 1980]. Em seguida, quando  $0 < l < N$ , é possível obter um limite inferior, ou minorante, para a média dos valores absolutos das autocorrelações aperiódicas:

$$\text{média} \left[ |C_x(l)| \right] \geq \text{média} \left[ |\theta_x(l)| \right] / 2. \quad (4.2.13)$$

Este minorante pode ser reduzido até ao valor nulo se  $|\theta_x(l)| = 0$  quando  $0 < l < N$ . As sequências que satisfazem esta condição são sequências perfeitas.

Quando  $x \neq y$  e  $1 - N \leq l \leq N - 1$ , (4.2.11) pode ser transformada numa nova expressão:

$$\text{média} \left[ |C_{x,y}(l)| \right] \geq \text{média} \left[ |\theta_{x,y}(l)| \right] / 2 \quad (4.2.14)$$

Este limite inferior, também, pode ser reduzido até ao valor nulo se  $|\theta_{x,y}(l)| = 0$ , quando  $1 - N \leq l \leq N - 1$  (para quaisquer deslocamentos cíclicos). As sequências que satisfazem esta condição são sequências mutuamente ortogonais e complementares (MOC).

### 4.3 Probabilidade de erro em sistemas OCDMA com SSFBG

Em sistemas de comunicação TS-OCDMA (Time Spreading - Optical Code Division Multiple Access) coerente, a coerência do sinal ótico tem de ser mantida dentro da duração de um chip. Nesse cenário, será necessário ter em conta o ruído “beat noise”. É

possível encontrar alguns estudos sobre esse tipo de ruído em sistemas de espectro espalhado OCDMA [Smith, 1998] [Wei, 2001] e em sistemas 2--D OCDMA [Tancevski, 2000].

Em sistemas TS-OCDMA coerentes (utilizando por exemplo uns CODEC PLC (Planar Lightwave Circuit) ou SSFBG) a coerência da luz  $\tau_c$  deve ser mantida com uma duração pelo menos superior à duração de cada chip  $T_c$ ; ou seja,  $\tau_c \geq T_c$ .

Para um sistema TS-OCDMA com um fotodetector, o sinal à saída do integrador é:

$$Z \approx T_c \Re(P_d) + T_c \Re\left(\sum_{i=1}^{K-1} P_i\right) + T_c \Re\left(2 \sum_{i=1}^{K-1} \sqrt{P_i P_d} \cos(\Delta\Phi_i)\right) + \int_0^{T_c} n_0(t) dt, \quad (4.3.1)$$

onde  $\Re$  é a resposta do fotodetector,  $P_d$  é a intensidade ótica do sinal decodificado por parte de um utilizador específicos,  $P_i$  é a intensidade ótica do utilizador interferente,  $\Delta\Phi_i$  é a variação aleatório no intervalo  $[-\pi, +\pi]$  para cada bit (ou seja, representa o “beat noise” do sistema TS-OCDMA coerente), e  $n_0$  está associado ao ruído do recetor. Assume-se que existem  $K$  utilizadores ativos transmitindo assincronamente na rede ótica. Isto significa que existem  $K - 1$  sinais de utilizadores ativos que interferem com o sinal principal, num dado instante.

Em (4.3.1), o primeiro termo do somatório  $T_c \Re(P_d)$  é o sinal que se pretende detetar, o segundo termo  $T_c \Re\left(\sum_{i=1}^{K-1} P_i\right)$  representa o ruído MAI, o terceiro termo  $T_c \Re\left(2 \sum_{i=1}^{K-1} \sqrt{P_i P_d} \cos(\Delta\Phi_i)\right)$  é a interferência “beat noise” principal e o termo final  $\int_0^{T_c} n_0(t) dt$  representa o ruído do recetor. Quando o número  $K$  não é muito grande e  $K - 1 \ll \sqrt{\frac{P_d}{\langle P_i \rangle}}$ , o “beat noise” secundário pode ser ignorado. A expressão  $\frac{\langle P_i \rangle}{P_d}$

representa o nível de diafonia (ou *crosstalk*  $\xi$ ) e a notação  $\langle \rangle$  simboliza o valor da média. Normalmente, num sistema TS-OCDMA numa PON (Passive Optical Network), o nível de *crosstalk* é muito pequeno. Por exemplo, num sistema TS-OCDMA-PON coerente com um codificador SSFBG usando códigos de Gold ou  $P(y, x)$  de comprimento  $N$ , obtém-se  $\xi \approx \frac{1}{N}$ .

Um decodificador SSFBG é normalmente utilizado antes do fotodetector. Por esse motivo, o sinal da saída da SSFBG é um sinal ótico com modulação de fase. Para simplificar o estudo e análise da probabilidade de erro das SSFBG em função das características de correlação dos códigos utilizados/gravados, optou-se por considerar somente códigos bipolares (duas fases 0 e  $\pi$ ). Neste cenário, a modulação de fase é simplesmente uma modulação BPSK e o sistema que será analisado será o TS-OCDMA-PON com codificação e decodificação coerente recorrendo às SSFBG com códigos bipolares. A média da probabilidade de erro  $P_e$  que foi apresentada em (4.2.1) pode ser utilizada, tal com o novo majorante (4.2.3) e o novo modelo simplificado (4.2.4) num sistema CDMA ou OCDMA.

O majorante de  $P_e$  pode ser reescrito como sendo uma função do rácio de potência de contraste  $P/W = 20 \log [AC(0)/\max(AC)]$  apresentado (2.5.1). No entanto, é preferível reescrever o majorante de  $P_e$  como sendo uma função do rácio de potência de contraste  $P/C = 20 \log [AC(0)/\max(ACC)]$  (em decibéis). Para isso, considerou-se que as saídas dos decodificadores OCDMA-PON estão normalizadas com  $AC(0) = N$  e o majorante da correlação cruzada aperiódica é simplesmente:

$$\max \{C_{k,i}\} \approx N \cdot 10^{\frac{P/C}{20}}, \quad (4.3.2)$$

onde  $C_{k,i} = C_{k,i}(l)$  com  $-N + 1 \leq l \leq N - 1$ .

Uma expressão alternativa para (4.2.2) pode ser encontrada em [Pursley, 1977]:

$$r_{k,i} = 2 \sum_{l=1-N}^{N-1} C_{k,i}^2(l) + \sum_{l=1-N}^{N-1} C_{k,i}(l)C_{k,i}(l+1). \quad (4.3.3)$$

Recorrendo a (4.2.1), (4.3.2) e (4.3.3) descobre-se o limite superior da probabilidade de erro em função do rácio de potência de contraste  $P/C$ :

$$\max \{P_e\} \approx 1 - \phi \left[ \left( \frac{N_0}{2E_b} + (K-1) \left( 1 - \frac{1}{N} \right) 10^{\frac{P/C}{10}} \right)^{-1/2} \right]. \quad (4.3.4)$$

Para tal, considerou-se que  $C_{k,i}(l)$  é igual a um valor máximo definida por (4.3.3) para quaisquer valores  $-N+1 \leq l \leq N-1$ . O majorante (4.3.4) é descoberto considerando o pior cenário. Ou seja, o valor  $C_{k,i}(l)$  é igual ao valor máximo constante  $\max \{C_{k,i}\}$ . Esse majorante (4.3.4) será utilizado nas simulações do próximo capítulo.

#### 4.4 Modelo simplificado de uma SSFBG

A expressão (4.3.4) deverá ser útil quando se pretende dimensionar um sistema TS-OCDMA-PON com codificadores e decodificadores óticos coerentes. Esses CODEC óticos podem ser SSFBG. No entanto, a gravação de uma SSFBG utilizando uma grade uniforme com um formato de gravação parecido a um código bipolar, para um determinado comprimento de onda, não garante que o sinal codificado seja um sinal bipolar ou um sinal temporal parecido com uma modulação BPSK. Após simular SSFBG com diversas famílias de códigos, verificou-se que somente as SSFBG gravadas com códigos derivados dos códigos de Gold é que tinham bom desempenho. Por esse motivo, a análise seguinte deverá ser útil para conhecer quais as condições de gravação que permitem manter as propriedades de correlação dos códigos selecionados. Não obstante, será apresentado um novo modelo simplificado do espectro refletido das SSFBG que permitirá descobrir se os códigos selecionados mantêm os seus rácios de potências de contrastes ( $P/W$  ou  $P/C$ ) após o processo de gravação. Na realidade, nem

todos os códigos de um conjunto de Gold podem ser utilizados nas SSFBG. Os sinais codificados nas SSFBG (do modelo simplificado) poderão ser utilizados na avaliação da probabilidade de erro (4.2.1) ou do majorante da probabilidade de erro (4.3.4).

O coeficiente de reflexão de potência (para um *chip* de gravação de comprimento  $L$ ) de uma SSFBG foi apresentado no capítulo 2, como sendo igual à expressão

$$r = \left| \frac{-\kappa \sinh(\sqrt{\kappa^2 - \hat{\sigma}^2} L)}{\hat{\sigma} \sinh(\sqrt{\kappa^2 - \hat{\sigma}^2} L) + j\sqrt{\kappa^2 - \hat{\sigma}^2} \cosh(\sqrt{\kappa^2 - \hat{\sigma}^2} L)} \right|^2 \quad \text{com} \quad \hat{\sigma} = \left( \frac{\lambda_{\max}}{\lambda} - 1 \right) \pi \frac{N_G}{L}.$$

Aqui,  $\lambda_{\max}$  é o comprimento de onda máxima em que a refletividade máxima ocorre

(quando  $\hat{\sigma} = 0$ ) e é igual a  $\lambda_{\max} = \left( 1 + \frac{\overline{\delta n_{\text{eff}}}}{n_{\text{eff}}} \right) \lambda_D$ . Para simplificar o estudo das SSFBG,

é possível considerar que  $\lambda_{\max} \approx \lambda_D$  e o coeficiente de reflexão das SSFBG é  $|S_M/R_M|^2$ , definido em (2.5.8).

A figura 4.4.1 apresenta uma estrutura física de uma SSFBG com amostragem específica, onde a separação entre dois *chips* é  $\Delta z_0$  e as  $N$  secções de gradação de comprimento  $L$  são escritas utilizando o comprimento de onda  $\lambda_i = \lambda_D + i\Delta\lambda$ . Cada secção da grade da SSFBG representa um *chip* gravado com um desfaseamento  $\phi_i$ .

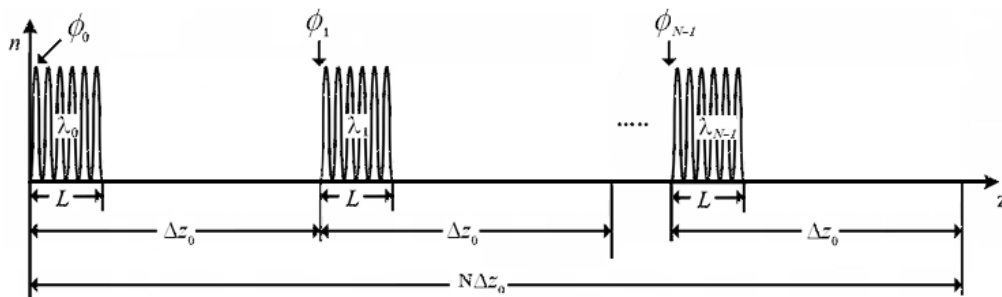


Fig. 4.4.1: Estrutura do codificador utilizado para descobrir o coeficiente de reflexão de potência de uma SSFBG em função das famílias de códigos selecionados.

Para o estudo das SSFBG (em função de uma família de códigos selecionados) considerou-se que  $\Delta z_0 \geq L$ . O coeficiente de reflexão de potência anterior pode ser

reescrito usando a série de Taylor de  $\sinh(\cdot)$  e  $\cosh(\cdot)$  quando  $\sqrt{\kappa^2 - \hat{\sigma}^2}L$  assume um valor baixo. O espectro de potência refletida do primeiro *chip* é de aproximadamente:

$$r_{chip}(\lambda) \approx \left| \frac{-\kappa_1 L}{\pi \frac{N_G}{L} \left( \frac{\lambda_{\max}}{\lambda} - 1 \right) + j} \right|^2. \quad (4.4.1)$$

Esta expressão é semelhante a uma função de transferência de um filtro passa banda (BPF) centrado no comprimento de onda  $\lambda_{\max}$  e com amplitudes  $r_{chip}(\lambda_{\max}) = |\kappa_1 L|^2$  e

$$r_{chip}(\pm\infty) = \frac{|\kappa_1 L|^2}{1 + \left( \pi \frac{N_G}{L} \right)^2} = \varepsilon |\kappa_1 L|^2. \quad \text{Considerando que } \pi N_G \gg L, \text{ então}$$

$r_{chip}(\lambda_{\max}) \gg r_{chip}(\pm\infty)$  (i.e.  $\varepsilon \ll 1$ ) e sendo assim pode-se associar uma SSFBG a um filtro específico BPF. Deve-se recordar que  $N_G$  é o número total de períodos das graduações e o valor  $\kappa_1$  é o coeficiente "AC" de acoplamento de qualquer *chip*  $i$  que está gravado com uma fase  $\phi_i$  (figura 4.4.1). Nesse cenário, considerou-se que os  $N$  *chips* são gravados com comprimentos de onda  $\lambda_i = \lambda_D + i\Delta_\lambda$ ,  $0 \leq i \leq N-1$ , e todos os *chips* terão o mesmo valor  $\kappa_1$ . Por conveniência, a função de transferência do 1º *chip* da SSFBG, quando  $\phi_0 = 0$ , pode ser apresentada como sendo proporcional a uma função retangular especial igual à seguinte expressão:

$$\text{Re } c_\varepsilon \left( \frac{\lambda - \lambda_{\max}}{B} \right) = \begin{cases} 1 & \text{quando } \lambda_{\max} - \frac{B}{2} \leq \lambda \leq \lambda_{\max} + \frac{B}{2} \\ \varepsilon & \text{para os outros } \lambda \end{cases} \quad (4.4.2)$$

Esta função retangular está centrada em  $\lambda_{\max}$  e possui uma largura de banda igual a  $B$  e uma amplitude mínima igual a  $\varepsilon = \frac{1}{1 + \left( \pi \frac{N_G}{L} \right)^2}$ . Quando  $\pi N_G \gg L$ , obtém-se

$B \approx \frac{2L}{\pi N_G} \lambda_{\max}$ , considerando que o espectro sofre um corte de -3 dB em  $\lambda = \lambda_{\max} \pm \frac{B}{2}$ .

Cada grade de cada *chip*  $i$  da SSFBG representará um BPF específico cuja função de transferência é aproximadamente igual à seguinte expressão:

$$|\kappa_1 L|^2 \times \exp\{j\phi_i\} \times \text{Re } c_\varepsilon \left( \frac{\lambda - \lambda_D - i\Delta_\lambda}{B} \right). \quad (4.4.3)$$

Considerou-se  $\lambda_{\max} \approx \lambda_D$  e  $\Delta_\lambda$  é um pequeno valor incremental do comprimento de onda ( $\Delta_\lambda \ll \lambda_D$ ). A fase  $\phi_i$  do *chip*  $i$  está representada na figura 4.4.1. O espectro de potência refletida final, de  $N$  *chips* em série ( $N$  FBG em série), será igual a:

$$\prod_{i=1}^N |\kappa_1 L|^2 \times \exp\{j\phi_i\} \times \text{Re } c_\varepsilon \left( \frac{\lambda - \lambda_D - i\Delta_\lambda}{B} \right) \quad (4.4.4)$$

Considerando o caso especial em que  $\frac{B}{2} < \Delta_\lambda < B$ , então (4.4.4) pode ser aproximadamente igual a uma nova expressão:

$$\sum_{i=0}^{N-1} A^2 \times \exp\{j(\phi_i + \phi_{i+1})\} \times \text{Re } c_{\varepsilon_2} \left( \frac{\lambda - \lambda_D - i\Delta_\lambda - \frac{\Delta_\lambda}{2}}{W} \right) \quad (4.4.5)$$

com  $A^2 = \varepsilon^{N-2} |\kappa_1 L|^4$  e  $\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon}{|\kappa_1 L|^2}$ .

O resultado (4.4.5) obtém-se considerando que o produto de duas funções retangulares consecutivas (de índice  $i$  e índice  $i+1$ ) é igual a uma função retangular com largura de banda  $W = B - \Delta_\lambda$  com  $0 < W < B$ , cujo centro está em  $\lambda_D + i\Delta_\lambda + \frac{\Delta_\lambda}{2}$ . Neste

processo, pode-se desprezar o valor residual  $\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon}{|\kappa_1 L|^2}$  se (4.4.5) sofrer uma amostragem localizada nos centros dos impulsos retangulares

$$\text{Re } c_{\varepsilon_2} \left( \frac{\lambda - \lambda_D - i\Delta_\lambda - \frac{\Delta_\lambda}{2}}{W} \right).$$

O processo de amostragem é equivalente a considerar que a largura de banda  $W$  é reduzida até um valor infinitesimal. Tal operação irá converter (4.4.5) numa função aproximadamente igual a um trem de impulsos unitários. Ou seja, o espectro de potência refletida de uma SSFBG de  $N$  chips (uniformemente distribuídos conforme a figura 4.4.1) é aproximadamente igual ao espectro (4.4.5) após o processo de amostragem definido por:

$$\sum_{i=0}^{N-1} A^2 \times \exp\{j(\phi_i + \phi_{i+1})\} \times \delta\left(\lambda - \lambda_D - i\Delta_\lambda - \frac{\Delta_\lambda}{2}\right). \quad (4.4.6)$$

A função  $\delta(\ )$  é um impulso unitário. Por conveniência, considerou-se que  $\phi_N = \phi_0$ . Por outras palavras, o espectro sofreu uma translação cíclica. Esta simplificação pode ser efetuada se os códigos gravados nas SSFBG forem considerados longos ( $N \gg 2$ ). Desta forma, a envolvente espectral refletida da SSFBG, no domínio do tempo (de índice  $n$ ), é aproximadamente proporcional à seguinte expressão:

$$x_{SSFBG}(n) \propto \sqrt{N} \times \text{IDFT} \left\{ \sum_{i=0}^{N-1} \exp[j(\phi_i + \phi_{i+1})] \times \delta(\lambda - i\Delta_\lambda) \right\} \quad (4.4.7)$$

quando a entrada da SSFBG é um impulso unitário de amplitude  $\frac{\sqrt{N}}{A^2}$ . Esta envolvente espectral é simplesmente o sinal em banda base, que deverá ser útil na determinação dos rácios de potências de contrastes  $P/W$  e  $P/C$  dos códigos gravados nas SSFBG. O sinal representado por (4.4.7) pode ser visto como um sinal OCDMA com codificação

de fase do seu espectro (sendo a IDFT a transformada discreta de Fourier inversa).

Cada *chip*  $i$  da SSFBG, quando  $\frac{B}{2} < \Delta_\lambda < B$ , tem uma fase  $\theta_i = \phi_i + \phi_{i+1}$  e uma amplitude que é igual e constante para todos os *chips*. Isto significa que a envolvente espectral de uma SSFBG, definida pelo modelo (4.4.7), é a IDFT de uma sequência unimodular. Como é óbvio, (4.4.7) é uma sequência perfeita. Antes de prosseguir com a análise dessas sequências perfeitas, gravadas com determinadas famílias de códigos, é necessário considerar que a função de autocorrelação periódica deverá ser um bom estimador de uma função de autocorrelação aperiódica (quando o código é longo).

Agora, é necessário relembrar que as SSFBG são normalmente escritas com as sequências bipolares de máximo comprimento (*m-sequences*) ou com códigos bipolares de um subconjunto dos códigos de Gold (com duas fases: 0 e  $\pi$ ). Por esta razão, deve-se verificar algumas propriedades de correlação destes códigos bipolares quando a fase é  $\theta_i = \phi_i + \phi_{i+1}$ . Por exemplo, o rácio de potência de contraste  $P/C$  deve ser investigado para assegurar que a condição  $\frac{B}{2} < \Delta_\lambda < B$  não compromete as propriedades de correlação dos códigos gravados nas SSFBG.

Portanto, utilizando uma das propriedades do capítulo 3, esse  $P/C$  entre dois códigos bipolares Gold (diferentes e excluindo  $v$ ) do modelo (4.4.7) é aproximadamente igual a:

$$P/C \approx 20 \log \left( \frac{N}{\sqrt{N+1}} \right), \quad (4.4.8)$$

se os códigos gravados nas SSFBG forem códigos bipolares (0 e  $\pi$ ) de Gold  $m_r = \chi(u \oplus T^r v)$ , com comprimento  $N$  e fases  $\phi_i$ ,  $0 \leq i \leq N-1$ . Esses códigos foram previamente apresentados no capítulo 3. Um código na SSFBG com fase  $\theta_i = \phi_i + \phi_{i+1}$  é equivalente ao código  $m_r T^1(m_r)$ . Esta conclusão é simples de confirmar se (4.4.7) for reescrita como sendo:

$$x_{SSFBG}(n) \propto \sqrt{N} \times IDFT \left\{ \left( \sum_{i=0}^{N-1} \exp[j(\phi_i)] \times \delta(\lambda - i\Delta_\lambda) \right) \sum_{i=0}^{N-1} \exp[j(\phi_{i+1})] \times \delta(\lambda - i\Delta_\lambda) \right\}, \quad (4.4.9)$$

$$\text{com } m_r = \sum_{i=0}^{N-1} \exp[j(\phi_i)] \times \delta(\lambda - i\Delta_\lambda) \quad \text{e} \quad T^1(m_r) = \sum_{i=0}^{N-1} \exp[j(\phi_{i+1})] \times \delta(\lambda - i\Delta_\lambda),$$

considerando  $\phi_N = \phi_0$ .

Por consequência, o valor (4.4.8) pode ser deduzido com base na seguinte propriedade:

*Propriedade XV* - Mais sequências perfeitas com  $MaxCC = \sqrt{N+1}$ :

O valor máximo de correlação cruzada periódica em valor absoluto entre duas sequências perfeitas  $y = \sqrt{N} \times IDFT[m_r T^1(m_r)]$  e  $z = \sqrt{N} \times IDFT[m_q T^1(m_q)]$ , quando  $r \neq q$ , com  $-1 \leq r, q \leq N-1$ , em que  $r$  e  $q$  são números inteiros, é  $\max\{|\theta_{yz}|\} = \sqrt{N+1}$ , onde  $m_r = \chi(u \oplus T^r v)$ ,  $T^1 m_q = \chi(T^1 u \oplus T^{q+1} v)$  e  $u, v$  são sequências de máximo comprimento (*m-sequences*).

A demonstração desta propriedade é semelhante à da *propriedade V* do capítulo 3. Ou seja, as sequências  $y = \sqrt{N} \times IDFT[m_r T^1(m_r)]$  e  $z = \sqrt{N} \times IDFT[m_q T^1(m_q)]$  são sequências perfeitas porque  $|\chi(u \oplus T^r v) \chi(T^1 u \oplus T^{r+1} v)| = 1$  e  $|\chi(u \oplus T^q v) \chi(T^1 u \oplus T^{q+1} v)| = 1$ . E, a correlação cruzada periódica em valor absoluto pode ser escrita como sendo:

$$\begin{aligned} |\theta_{yz}(n)| &= \left| N \times IDFT \left\{ \chi(u) \chi(T^r v) \chi(T^1 u) \chi(T^{r+1} v) \times [\chi(u) \chi(T^q v) \chi(T^1 u) \chi(T^{q+1} v)]^* \right\} \right| \\ &= \left| N \times IDFT \left[ \chi(T^p v) \chi(T^{p+1} v) \right] \right| \\ &= \left| N \times IDFT \left[ \chi(T^k v) \right] \right|. \end{aligned} \quad (4.4.9)$$

O operador  $T^k$  pode ser descartado e descobre-se que  $\max\{\|\theta_{yz}\|\} = \max\{\|\pm\sqrt{N+1-N\delta(n)}\|\} = \sqrt{N+1}$ , tal como se pretendia na *propriedade XV*.

Quando  $\frac{B}{2} < \Delta_\lambda < B$  é necessário recorrer à *propriedade XV*, mas quando  $\Delta_\lambda \geq B$  basta recorrer à *propriedade V* (ou seja,  $\theta_i = \phi_i$ ,  $A^2 = \varepsilon^{N-1} |\kappa_1 L|^2$  e  $\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon}{|\kappa_1 L|^2}$ ). Nas duas situações (propriedades) obtém-se  $P/C \approx 20 \log\left(\frac{N}{\sqrt{N+1}}\right)$ .

Infelizmente, quando  $\Delta_\lambda \leq \frac{B}{2}$ , já não é possível considerar que a envolvente espectral (após o processo de amostragem) é uma função constante. Por esse motivo, o modelo (4.4.7) já não pode ser utilizado quando  $\Delta_\lambda \leq \frac{B}{2}$ .

#### 4.5 Ferramentas de simulação

Para simular sistemas de comunicações móveis foi utilizada a ferramenta de desenvolvimento de *software* denominada por LabView (versão 7.1, desenvolvido pela National Instrument). Todas as novas famílias de sequências e os modelos matemáticos de análise e teste da probabilidade de erro e outras propriedades/funcionalidades foram implementados nessa linguagem de programação (linguagem G).

A figura 4.5.1 mostra um aspeto gráfico do painel de controlo de um dos simuladores. A figura 4.5.2 visualiza uma parte da programação que consiste na geração das sequências perfeitas derivadas das sequências de Chu (cujo painel frontal está representado na figura 4.5.1).

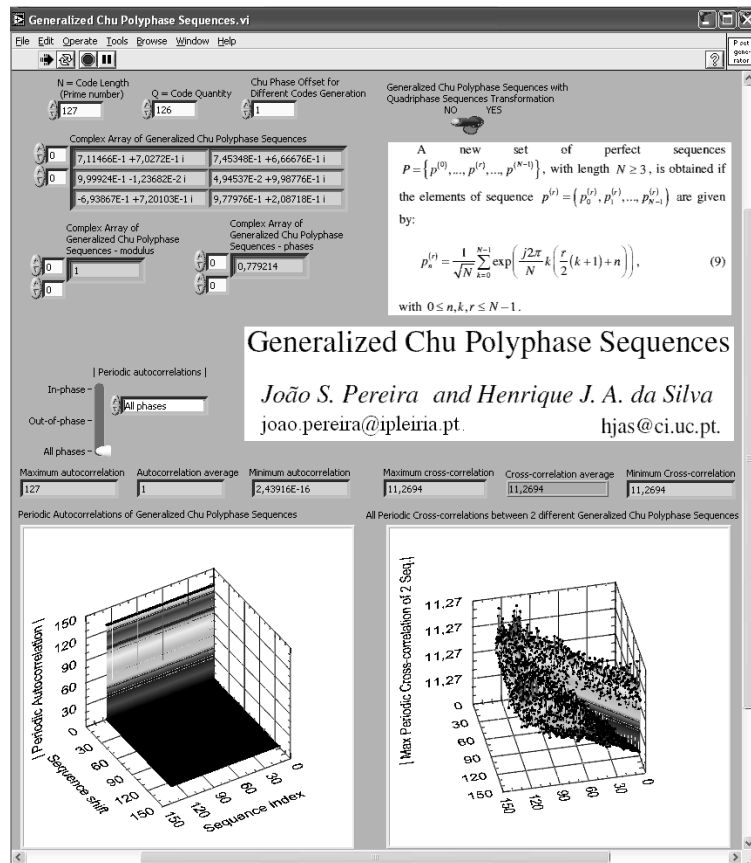


Fig. 4.5.1: Painel frontal de um dos simuladores implementados em LabView.

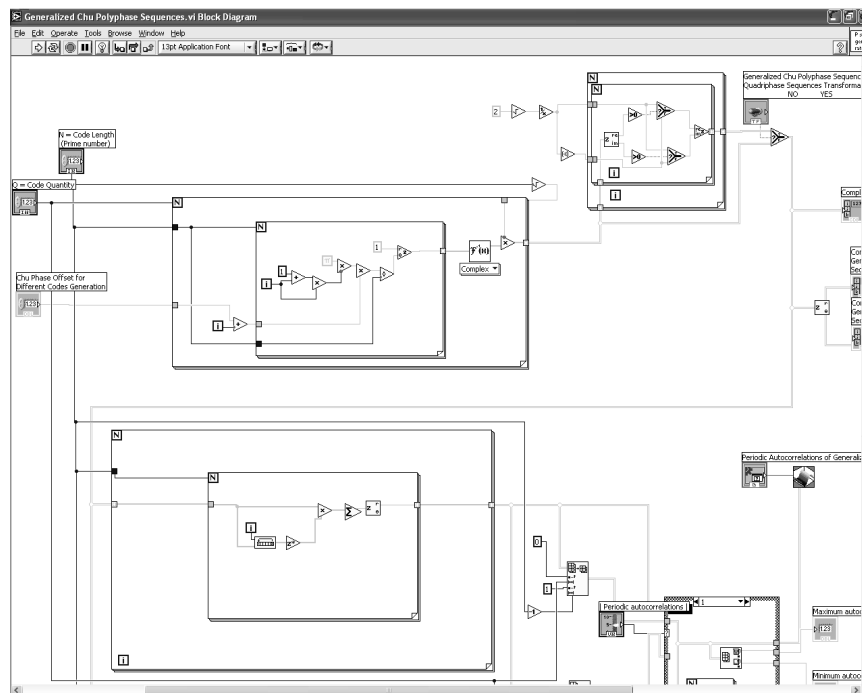


Fig. 4.5.2: Representação (parcial) da programação do simulador da figura 4.5.1.

A figura 4.5.3 representa mais um dos simuladores em LabView que foi necessário implementar com base nos novos modelos matemáticos das funções de probabilidade de erro (que foram apresentados nas secções anteriores deste capítulo).

A figura 4.5.4 mostra o cenário OCDMA-PON que foi implementado no simulador Optisystem da Optiwave. Esse cenário simula dois utilizadores com transmissão de 1 Gbps cada um, sobre uma infraestrutur PON com um alcance em fibra ótica de 100 km. Cada utilizador faz uso de um par de SSFBG (Codec) que podem ser gravadas com diferentes famílias de códigos.

A figura 4.5.5 ilustra o espectro de potência de uma SSFBG gravada com um determinado código de 31 *chips* obtido, recorrendo ao simulador Optigrating da Optiwave (que por sua vez o Optisystem utiliza). A figura seguinte 4.5.6 diz respeito à fase do espectro de potência da figura 4.5.5. A figura 4.5.7 mostra a grade de variação do índice de refração de uma SSFBG gravada com um código de 31 *chips*. Essas três últimas figuras mostram alguns dos parâmetros utilizados na gravação das SSFBG. Os resultados da BER desse sistema OCDMA-PON, serão apresentados no capítulo 5.

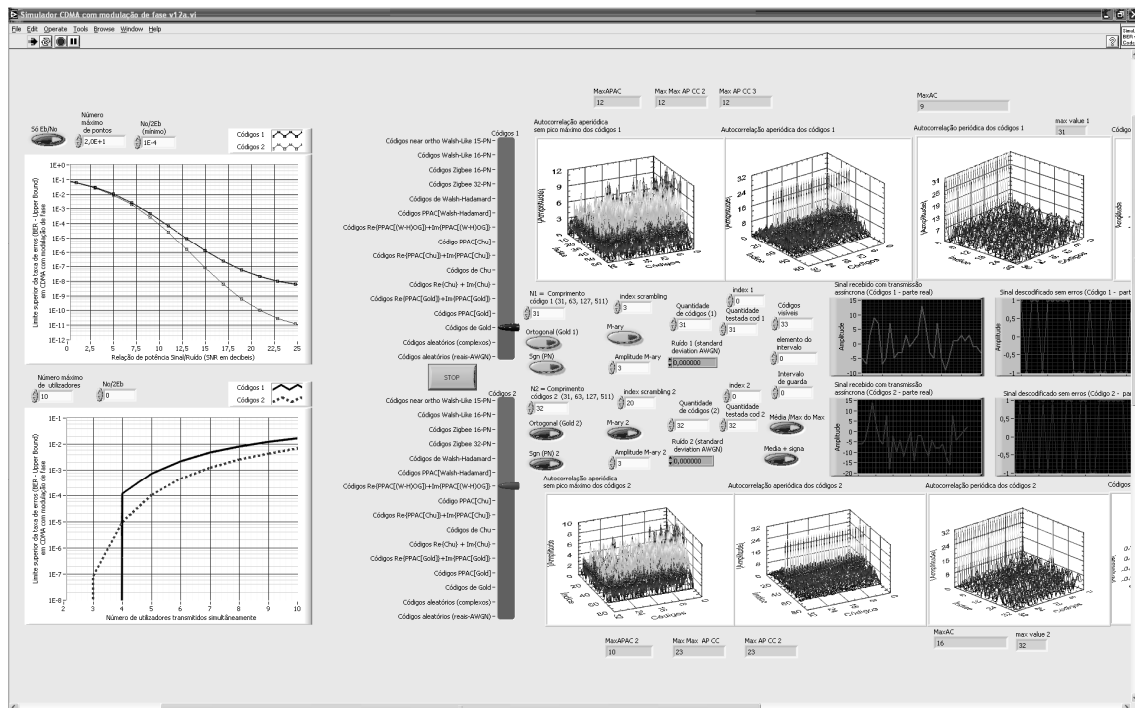


Fig. 4.5.3: Painel frontal da aplicação/simulação, desenvolvida em LabView, para determinar a BER e outras funcionalidades de cada nova família de código.

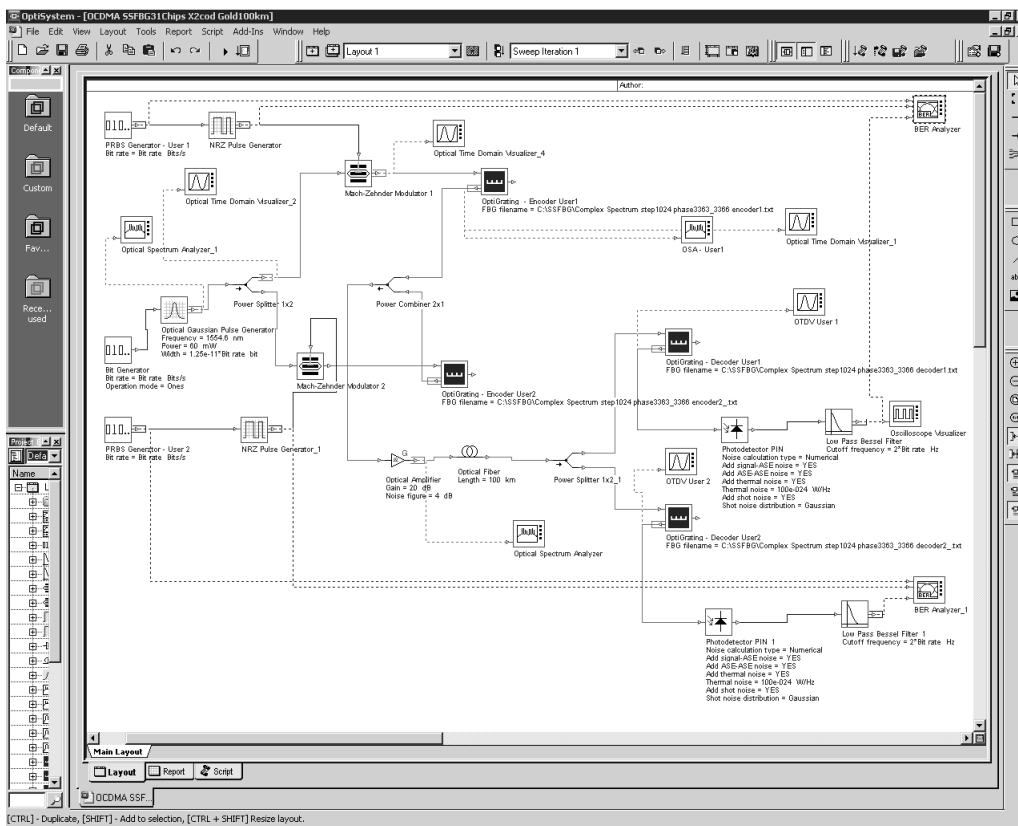


Fig. 4.5.4: Aplicação Optisystem da Optiwave que foi utilizado para avaliar um sistema OCDMA-PON com SSFBG gravadas com determinadas famílias de códigos.

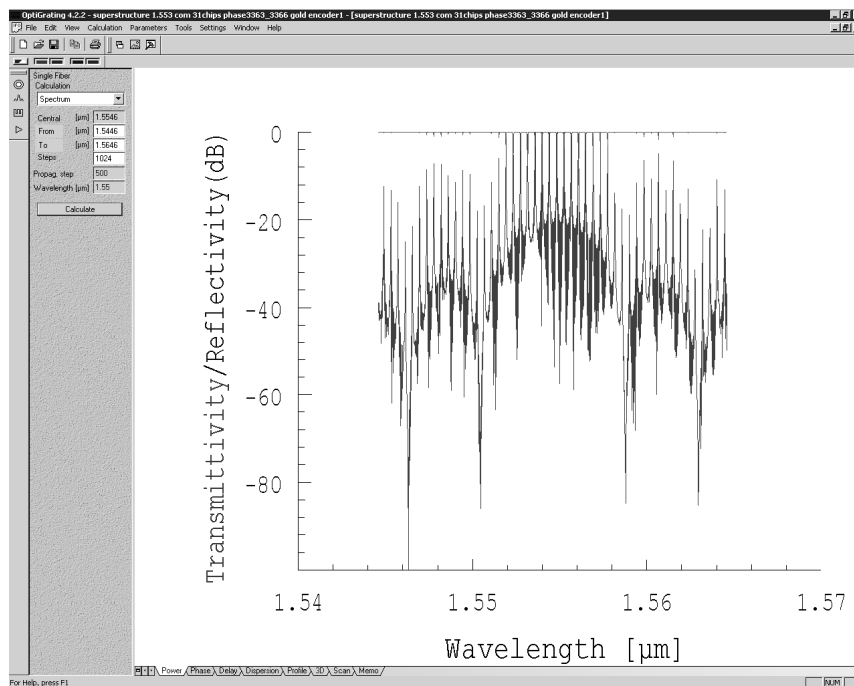


Fig. 4.5.5: Aplicação Optigrating da Optiwave que foi utilizado para avaliar o espectro de potência de uma SSFBG gravada com determinadas famílias de códigos.

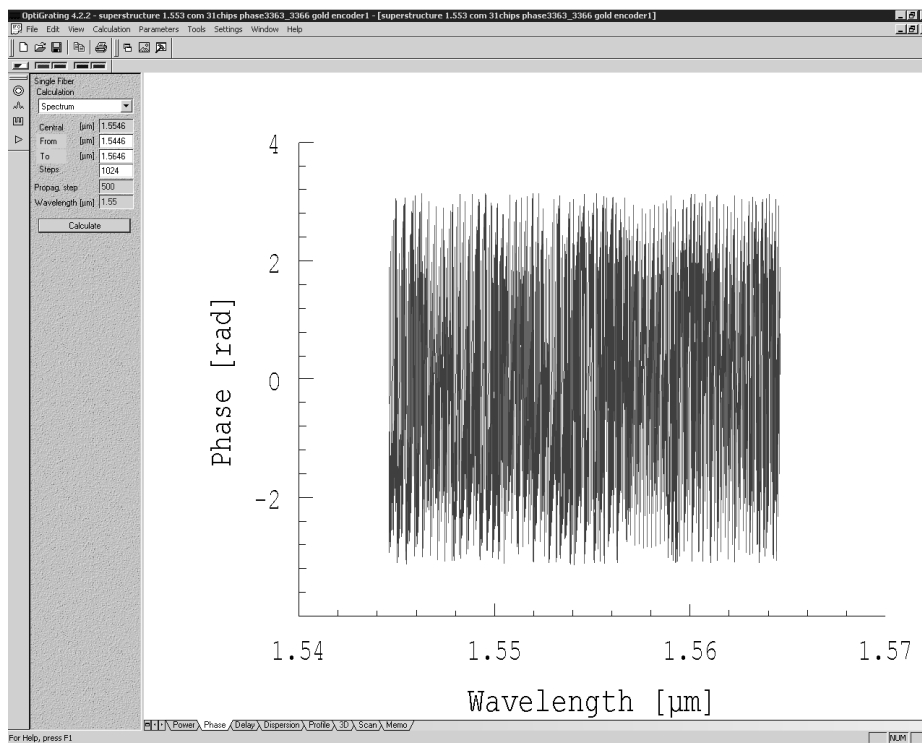


Fig. 4.5.6: A aplicação Optigrating da Optiwave que foi utilizado para avaliar a fase do espectro de potência da SSFBG referente à figura 4.5.5.

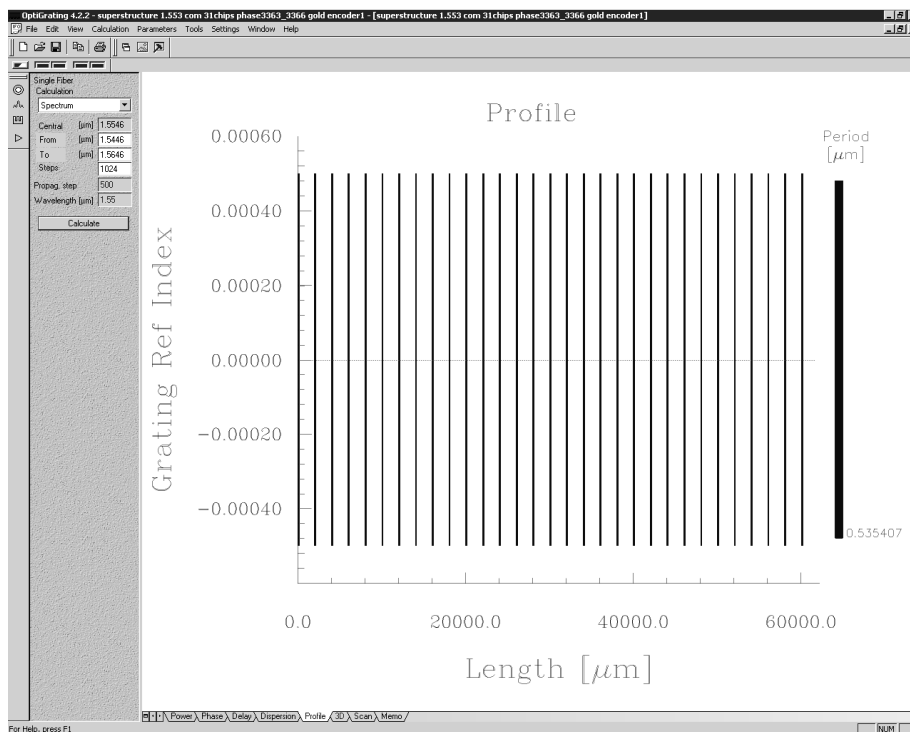


Fig. 4.5.7: Aplicação Optigrating da Optiwave que mostra a grade de variação do índice de refração de uma SSFBG gravada com um código de 31 *chips*.

O LabView também foi utilizado para implementar os modelos matemáticos das SSFBG e de um sistema WDM/OCDMA-PON com vários tipos de interferências ACI, ISI, e ruído “beat noise” (ruído predominante nas SSFBG). A figura 4.5.8 mostra um espectro de uma SSFBG obtido recorrendo ao LabView. A figura 4.5.9 representa um majorante da BER de um sistema OCDMA-PON com SSFBG em função do número de utilizadores (Users) e do parâmetro  $\kappa_1 L$  que, também, foi implementado em LabView.

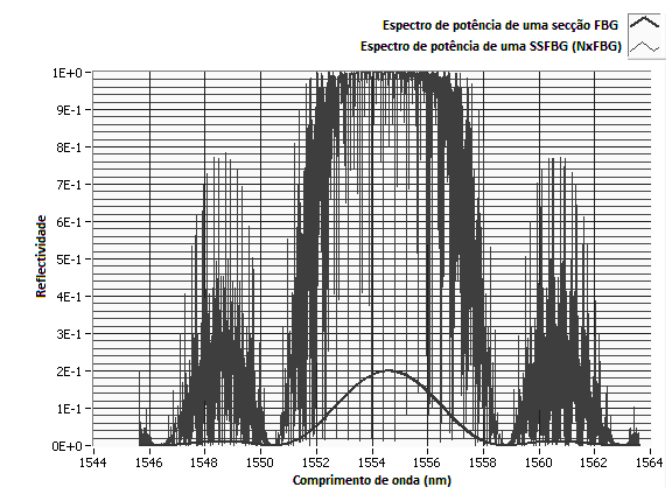


Fig. 4.5.8: Espectro de potência de uma SSFBG cujo modelo matemático foi implementado em LabView.

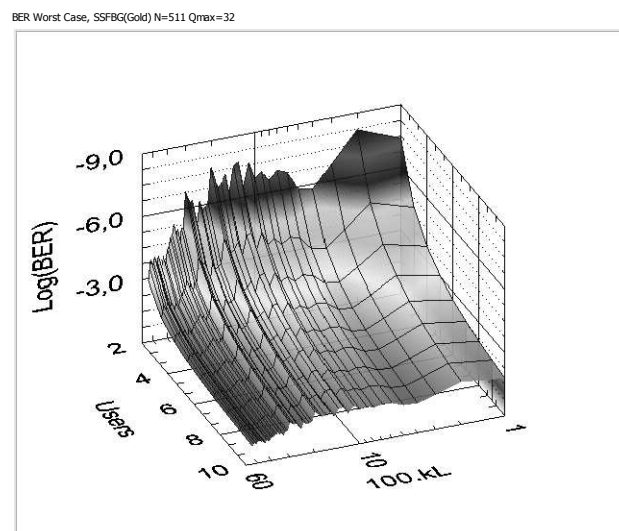


Fig. 4.5.9: Majorante da BER de um sistema OCDMA-PON com SSFBG em função da quantidade de utilizadores (Users) e do parâmetro  $\kappa_1 L$  (das SSFBG), implementado em LabView.

## Sumário

O modelo de probabilidade de erro apresentado na secção 4.2 será utilizado em sistemas CDMA com modulação BPSK. Esse modelo foi alterado para poder fornecer um novo majorante da probabilidade de erro. O modelo da secção 4.3, também apresenta um novo majorante da probabilidade de erro aplicado a um sistema OCDMA. Desta vez, a função de probabilidade de erro é reescrita para que possa ser uma função do rácio de potência de contraste dos códigos selecionados. Na secção 4.4, foi apresentado um novo modelo matemático simplificado do espectro da potência refletida de uma SSFBG, considerando que ela é constituída por uma serie de FBG cujo espectro de potência refletida é conhecida. Com esse novo modelo, foi possível confirmar que os códigos de Gold permitem manter o mesmo rácio  $P/C$  (quando certas condições são verificadas) após serem gravados numa SSFBG.

Os vários novos modelos matemáticos, apresentados neste capítulo, permitiram gerar simulações para cada novo conjunto de códigos. Os resultados das diversas simulações estão apresentados no capítulo 5. As simulações basearam se no *software* da Optiwave e no LabView da National Instrument.

## Referências

A. N. **Akansu** and R. Poluri, “Walsh-like Nonlinear Phase Orthogonal Codes for Direct Sequence CDMA Communications”, *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 55, pp. 3800-3806, Jul. 2007.

**Poluri**, R. and Akansu, A. “Short length CDMA codes for wireless sensor networks”, Sarnoff Symposium, 2007 IEEE Publication, pp. 1-5, Apr. 2007.

**Pursley**, M. B. “Performance evaluation of phase coded spread-spectrum multiple-access communication-Part 1: System analysis”, *IEEE Trans. Commun.*, vol. 25, no. 8, pp. 795–799, Aug. **1977**.

**Pursley** M. B. and Sarwate, D. “Performance evaluation of phase coded spread-spectrum multiple-access communication-Part II: Code Sequence Analysis”, *IEEE Trans. Commun.*, vol. 25, no. 8, pp. 800–803, Aug. **1977**.

T. S. **Rappaport**, “Wireless Communications: Principles and Practices”, *NJ: Prentice-Hall*, 2nd edn. Englewood Cliffs, **2001**.

D. **Sarwate**, M. Pursley, “Crosscorrelation Properties of Pseudorandom and Related Sequences”, in Proceedings of the IEEE, vol. 68, no. 5, pp. 593 – 619, May **1980**.

E. D. J. **Smith**, R. J. Blaikei, and D. P. Taylor, “Performance enhancement of spectral-amplitude-coding optical CDMA using pulse-position modulation”, *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46, pp. 1176–1185, Sept. **1998**.

L. **Tancevski** and L. A. Rusch, “Impact of the beat noise on the performance of 2-D optical CDMA systems”, *IEEE Commun. Lett.*, vol. 4, pp. 264–266, Aug. **2000**.

Z. **Wei**, H. Ghafouri-Shiraz, and H. M. H. Shalaby, “New code families for fiber-Bragg-grating-based spectral-amplitude-coding opticalCDMA systems”, *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 13, pp. 890–892, Aug. **2001**.

## 5. Apresentação e análise de resultados dos novos conjuntos de sequências

### 5.1 Introdução

Neste capítulo serão revelados os resultados das simulações dos novos conjuntos de sequências. Essas sequências foram previamente apresentadas no capítulo 3 e os modelos matemáticos utilizados nas simulações também foram previamente introduzidos no capítulo 4. Os novos códigos poderão ser utilizados em sistemas de comunicação CDMA (Code Division Multiple Access) e OCDMA (Optical Sequence Code Division Multiple Access). No caso de um sistema de comunicação CDMA por rádio frequência (secção 5.2), os testes foram efetuados com os novos códigos perfeitos derivadas das sequências de Chu, com as novas sequências perfeitas derivadas das sequências de máximo comprimento, com os códigos mutuamente ortogonais e complementares de Gold e com vários códigos derivados das sequências 2-D perfeitas. No caso de um sistema de comunicação OCDMA (secção 5.3), os testes foram levados a cabo num sistema mais específico WDM/OCDMA-PON (Wavelength Division Multiplexing Optical Code-Division Multiple-Access Passive Optical Network) com SSFBG gravadas com códigos do conjunto de Gold e do conjunto  $P(y, x)$ .

### 5.2 Novos códigos em sistemas CDMA

#### 5.2.1 Novos códigos perfeitos com baixa correlação cruzada

##### 5.2.1.1 Novos códigos perfeitos derivados das sequências de Chu

Na secção 3.2 foram apresentados novos códigos  $p_r(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} \exp\left(\frac{j2\pi}{N} k \left(\frac{r}{2}(k+1) + n\right)\right)$  de um conjunto  $P = \{p_0, \dots, p_r, \dots, p_{N-1}\}$ , de  $N$  códigos de comprimento  $N$ , que foi gerado com base na aplicação de uma IDFT (Inverse Discrete Fourier Transform) sobre sequências uni modulares e perfeitas de Chu [Pereira, 2009]. Para avaliar o desempenho desse novos códigos  $p_r$ , eles foram implementados e testados recorrendo a um simulador de um sistema CDMA com modulação M-ary QAM (Quadrature Amplitude Modulation) na presença de ruído

AWGN (Additive White Gaussian Noise) e de interferências de desvanecimento “Rayleigh flat-fading” (apresentadas na secção 4.2).

A razão da escolha da modulação M-ary QAM prende-se com o facto das duas portadoras  $\cos(\cdot)$  e  $\sin(\cdot)$  da modulação serem ortogonais às sequências do conjunto  $P$  se a frequência dessa modulação for um valor múltiplo do *chip rate* ( $1/T_c$ ). Essa propriedade será responsável pelo bom desempenho dos novos códigos em termos de uma menor taxa de erro (ou BER), comparativamente às sequências de Chu com a mesma modulação M-ary QAM. Para obter um cenário de simulação mais realista, optou-se por introduzir uma falta de sincronismo entre as portadoras do demodulador M-ary QAM. Nas simulações, foi selecionada uma fase aleatória  $\theta_r$  uniformemente distribuída no intervalo  $[-\pi/50, +\pi/50]$ . Este intervalo foi selecionado porque, quando o comprimento é  $N = 31$ , a BER do conjunto  $P$  é melhor do que o BER do conjunto de Chu.

Nos cenários das simulações DS-CDMA, representados nas figuras 5.2.1, 5.2.2, 5.2.3 e 5.2.4, foram utilizados quatro tipos diferentes de sequências: as sequências de Gold, as sequências de conjunto  $P$ , as sequências de conjunto  $P$  simplificadas com quatro fases e as sequências perfeitas de Chu. O comprimento dessas sequências foi  $N = 31$ . O desempenho do sistema DS-CDMA assíncrono foi calculado com base na média das medições BER quando todas as sequências são selecionadas aleatoriamente, considerando atrasos variáveis entre as transmissões. Estando cada utilizador associado a uma sequência diferente.

A figura 5.2.1 apresenta o valor da BER em função do número de utilizadores (#codes), quando uma função de autocorrelação periódica é utilizada no processo de deteção, num cenário simples de transmissão DS-CDMA (Direct Sequence – Code Division Multiple Access) assíncrono sem modulação, mas com ruído AWGN. Os diversos códigos utilizados para efeito de comparação são: os códigos de Gold (gráfico:1), as sequências de conjunto  $P$  simplificadas com 4 fases (gráfico: 2), as sequências de Chu (gráfico: 2) e as sequências do conjunto  $P$ , quando  $S/N = 20$  dB e

$N = 31$ . A seleção dos códigos foi efetuada aleatoriamente. O gráfico 1 representa o pior resultado que corresponde ao comportamento dos códigos bipolares de Gold. Os outros códigos (gráficos 2, 3 e 4) revelam um melhor comportamento. Essas três curvas de menor BER devem-se ao facto dos códigos serem sequências complexas uni modulares perfeitas ou quase perfeitas. Os códigos uni modulares e polifásicos dos gráficos 3 e 4 apresentam os melhores resultados. Os códigos do gráfico 2 são os códigos do conjunto  $P$  simplificados para terem somente quatro fases. Quando existem 10 códigos, transmitindo simultaneamente, esses códigos têm o mesmo desempenho dos códigos de Chu ou do conjunto  $P$ .

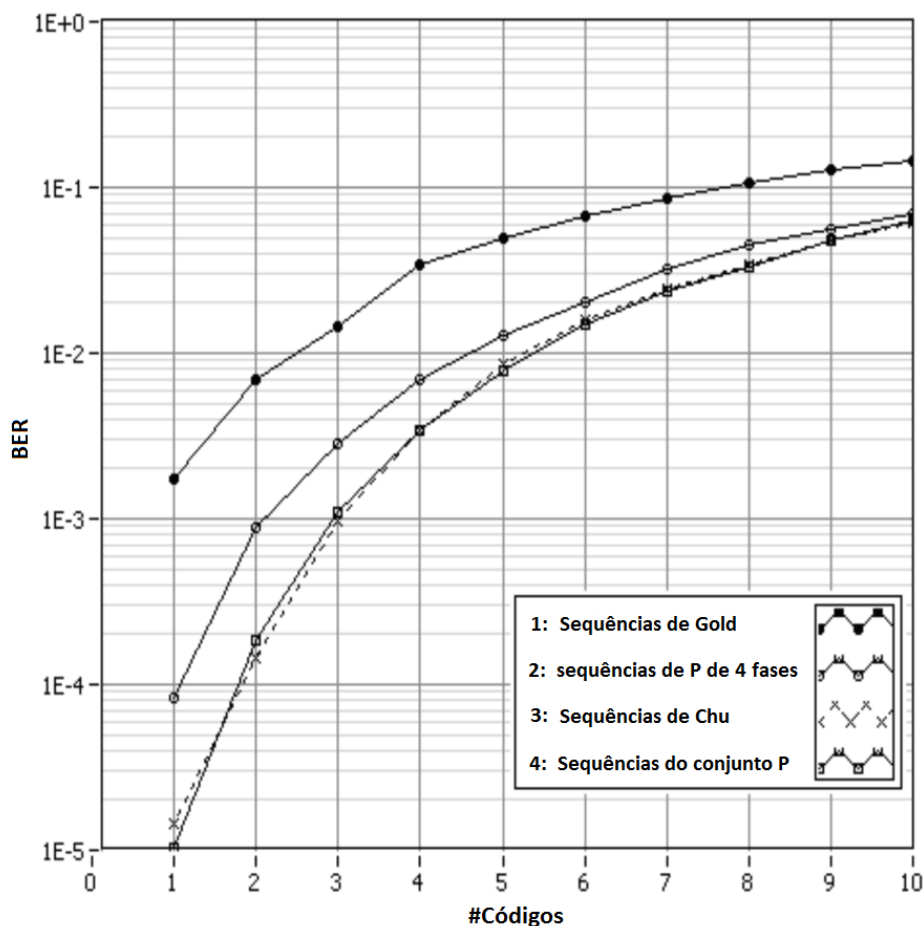


Fig. 5.2.1: BER em função do número de utilizadores (#Códigos), quando uma função de autocorrelação periódica é utilizada na deteção, num cenário de transmissão DS-SS-CDMA assíncrono sem modulação.

A figura 5.2.2 representa a BER em função da relação  $S/N$ , quando uma função de autocorrelação periódica é utilizada no processo de deteção, num cenário de transmissão

DS-CDMA assíncrono com ruído AWGN e interferências de desvanecimento “Rayleigh flat-fading”. Nessa simulação foram selecionados 4 utilizadores em simultâneo (#Códigos = 4). Os códigos são as sequências do conjunto  $P$  simplificadas com quatro fases e com modulação QAM (gráfico: 1), as sequências de Chu com modulação M-ary QAM (gráfico: 2) e as sequências do conjunto  $P$  com modulação M-ary QAM (gráfico: 3). Todas as sequências têm o mesmo comprimento  $N = 31$  e uma variação aleatória das fases das portadoras  $-\pi/50 \leq \theta_r \leq +\pi/50$ . Devido às fortes interferências, os três gráficos apresentam valores demasiados elevados da BER. No entanto essa figura 5.2.2 é útil para perceber que as novas sequências perfeitas do conjunto de  $P$  deverão ser uma melhor escolha do que as sequências de Chu. Com base nesta simulação, é espectável que as sequências do conjunto  $P$ , simplificadas com quatro fases, tenham o mesmo desempenho do que as sequências polifásicas de Chu.

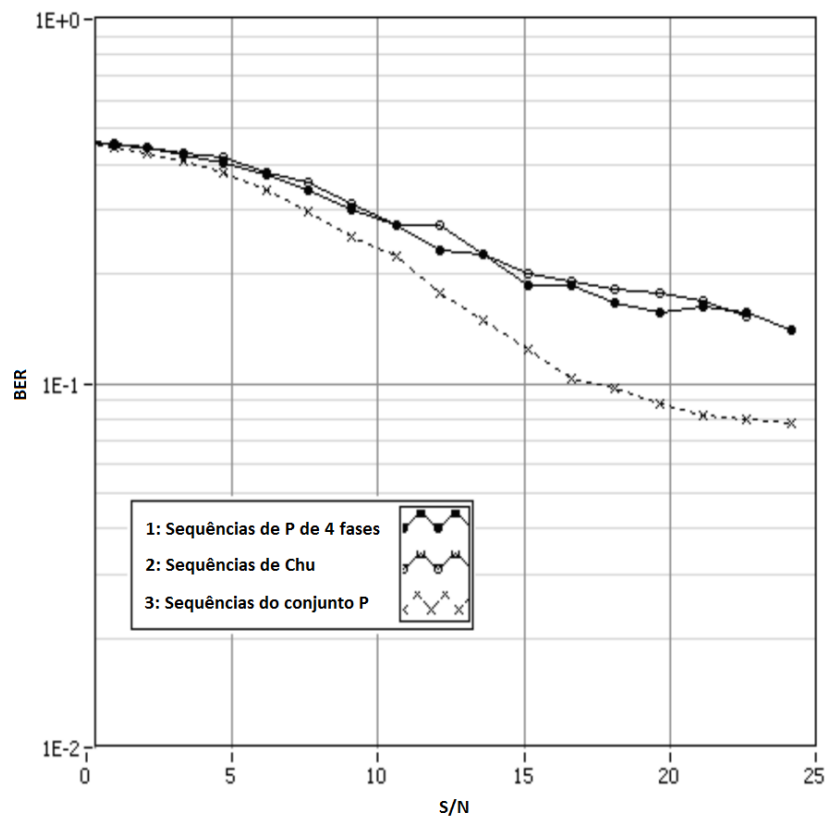


Fig. 5.2.2: BER em função de relação  $S/N$ , quando uma função de autocorrelação periódica é utilizada para detecção, num cenário de transmissão DS-CDMA assíncrono com ruído AWGN,  $S/N = 20$  dB e interferências de desvanecimento “Rayleigh flat-fading”, com 4 utilizadores em simultâneo (#Códigos = 4).

O cenário da figura 5.2.3 utilizou os mesmos parâmetros e interferências da simulação anterior (figura 5.2.2), mas desta vez a BER representada é uma função do número de utilizadores em simultâneo (#Códigos). Mais uma vez é possível afirmar que as novas sequências perfeitas do conjunto de  $P$  devem ser melhor do que as sequências de Chu. Com base nesta simulação alternativa, também é espectável que as sequências do conjunto  $P$ , simplificadas com quatro fases, tenham o mesmo desempenho do que as sequências polifásicas de Chu.

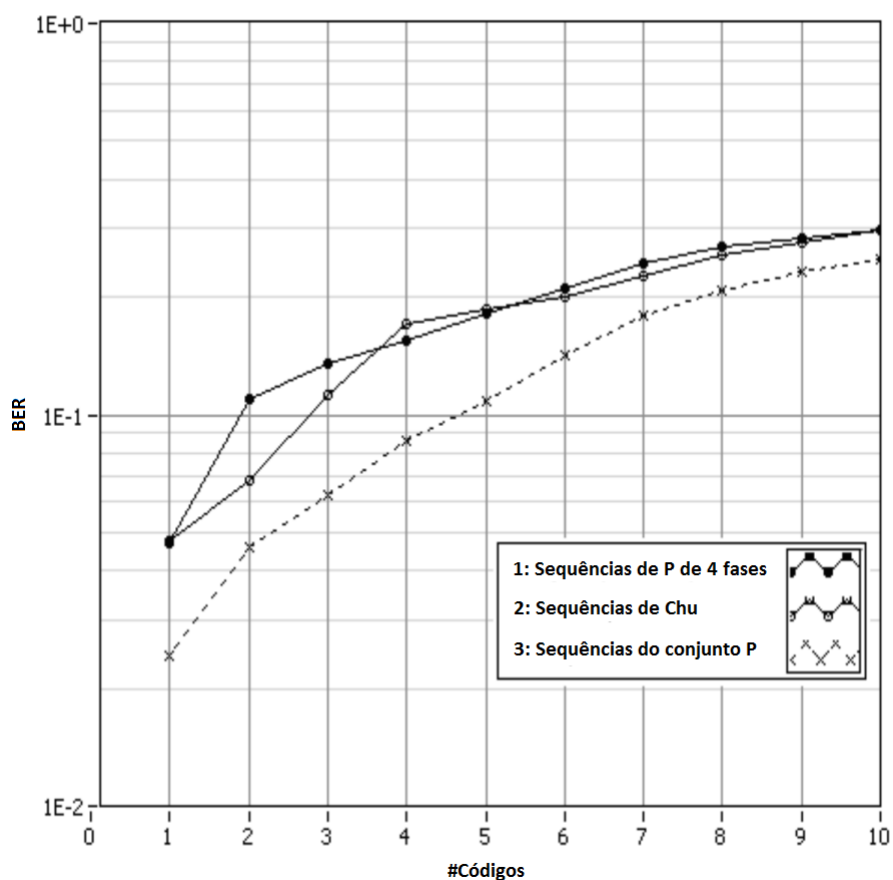


Fig. 5.2.3: BER em função do número de utilizadores em simultâneo (#Códigos), quando uma função de autocorrelação periódica é utilizada para deteção, num cenário de transmissão DS-CDMA assíncrono com ruído AWGN,  $S/N = 20$  dB e interferências de desvanecimento “Rayleigh flat-fading”.

O cenário da figura 5.2.4 utilizou os mesmos parâmetros e interferências da simulação anterior (figura 5.2.3), mas desta vez a BER representada foi avaliada

recorrendo a uma função de autocorrelação aperiódica [Fan, 1995]. Ou seja, esta situação corresponde à detecção de um código quando não existem códigos adjacentes (do mesmo utilizador). Mais uma vez é possível afirmar que as novas sequências perfeitas do conjunto de  $P$  devem ser melhor do que as sequências de Chu. Com base nesta simulação alternativa, também é espectável que as sequências do conjunto  $P$ , simplificadas com quatro fases, tenham o mesmo desempenho do que as sequências polifásicas de Chu.

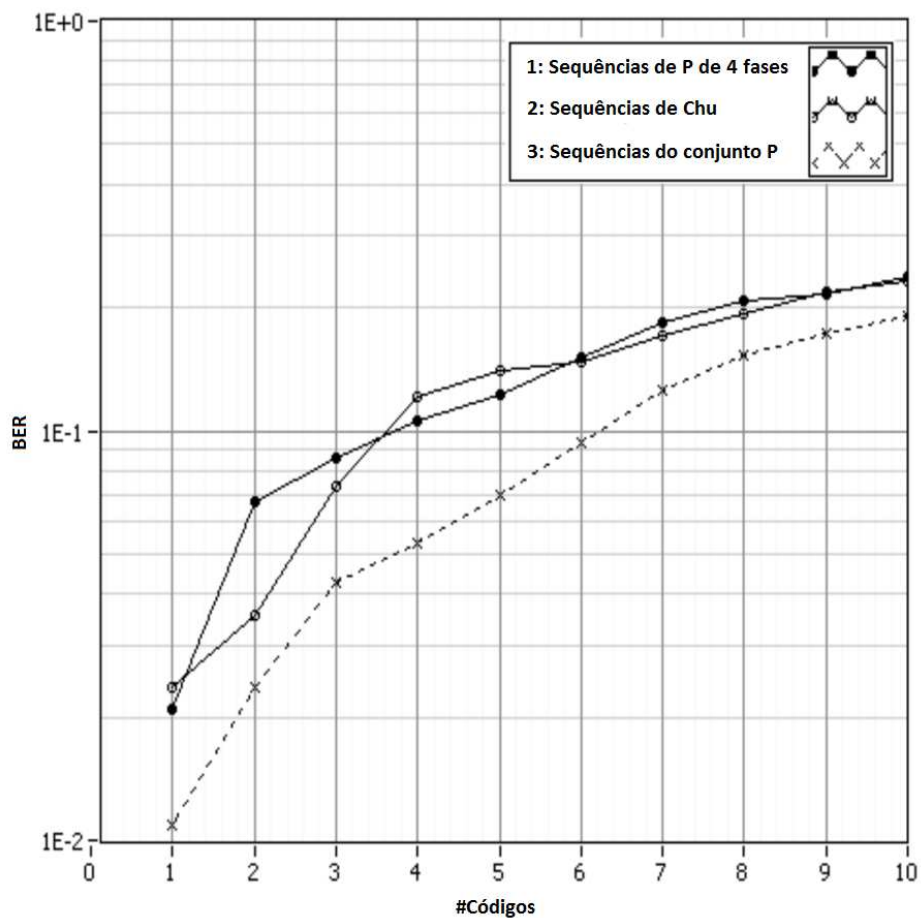


Fig. 5.2.4: BER em função do número de utilizadores em simultâneo (#Códigos), quando uma função de autocorrelação aperiódica é utilizada para detecção, num cenário de transmissão DS-CDMA assíncrono com ruído AWGN,  $S/N = 20$  dB e interferências de desvanecimento “Rayleigh flat-fading”.

As sequências de conjunto  $P$  parecem ser melhor do que as sequências de Chu quando o desvio de fase da modulação  $M$ -ary QAM é  $-\pi/50 \leq \theta_r \leq +\pi/50$  (Figuras

5.2.2, 5.2.3 e 5.2.4). Foram simulados diferentes valores do parâmetro  $M$  da modulação. Todos os valores  $4 \leq M \leq 64^2$  resultam em BER aproximadamente iguais às BER apresentadas nas figuras 5.2.2, 5.2.3 e 5.2.4. Os melhores resultados ocorrem quando o  $M$  selecionado foi maior. No entanto, não existem vantagens significativas em ter um parâmetro  $M > 64^2$ .

Observou-se que as novas sequências perfeitas de conjunto  $P$  podem ser uma boa alternativa às sequências de Chu devido ao facto dessas sequências de Chu requererem mais sincronismo no circuito do desmodulador do que as novas sequências perfeitas. Essa afirmação é válida tanto para o caso periódico como para o caso aperiódico, quando mais de 3 sequências são utilizadas e  $N = 31$ . Com base nesses resultados é expectável que melhores BER possam ser alcançadas se forem utilizadas sequências com maiores comprimentos.

#### 5.2.1.2 Novas sequências perfeitas derivadas das sequências de máximo comprimento

As sequências perfeitas geradas com base numa IDFT aplicada a sequências de máximo comprimento, apresentadas na *propriedade I* do capítulo 3, serão utilizadas para descobrir se elas são viáveis em sistemas DS-CDMA [Pereira, 2009]. Essas novas sequências complexas perfeitas não são uni modulares, no entanto elas foram transformadas para aproximarem sequências complexas que possuem um número finito de amplitudes. Após o processo de quantificação dos níveis de amplitudes da parte real e parte imaginária, tais sequências passaram a ser denominadas por códigos M-ary PPAC (Perfect Periodic Autocorrelation) e podem ser modulados por uma modulação M-ary QAM.

Mais uma vez, utilizou-se o cenário de simulação DS-CDMA descrito em [Akansu, 2007]. Os resultados de desempenho, em termo das taxas de erro obtidas, estão apresentados nas figuras 5.2.5 e 5.2.6. Considerou-se que todos os códigos transmitidos simultaneamente foram recebidos sincronamente ou assincronamente com uma variação

de amplitude uniformemente distribuída em torno da amplitude do código selecionado. Portanto, todos os códigos têm a mesma potência média do código selecionado aleatoriamente e utilizado para encontrar a taxa de erro média de bit. A modulação M-ary QAM foi utilizada para transportar as partes reais e imaginárias dos novos códigos complexos. A modulação BPSK foi utilizada para transportar códigos bipolares de Gold ou códigos bipolares e ortogonais de Gold.

As figuras 5.2.5 e 5.2.6 mostram o valor médio da BER em função do número de utilizadores simultâneos (#Códigos) em cenários de transmissão CDMA síncronos e assíncronos, respetivamente.

Na figura 5.2.5, existem 6 gráficos diferentes que representam o valor médio da BER para diferentes códigos. O gráfico 1 representa os códigos ortogonais de Gold ( $N = 64$ ) e o gráfico 2 ilustra os códigos de Gold ( $N = 63$ ). Esses códigos são bipolares. Por esse motivo, a modulação selecionada foi BPSK. As BER desses códigos são piores do que os dos novos códigos PPAC[Gold] ternário ou os códigos PPAC[Gold] M-ários, com  $N = 63$ . Os códigos ternários possuem três amplitudes distintas (-1, 0, +1) para cada uma das partes (reais e imaginárias) dos complexos. Por esse motivo, a modulação utilizada foi a 9-ary QAM. As BER dos códigos com essa modulação estão representadas nos gráficos 3 e 5 da figura 5.2.5. Uma modulação com mais níveis, do tipo 256x256-ary QAM, também foi utilizada para modular os novos códigos PPAC[Gold]. As BER dos códigos com essa modulação estão representadas nos gráficos 4 e 6 da figura 5.2.5.

Outras simulações, com mais níveis de modulação M-ary QAM, também foram efetuadas. No entanto, os ganhos em termos das melhorias das BER são insignificantes. Por esse motivo, esses cenários não foram representados.

A figura 5.2.5 mostra claramente a viabilidade da utilização dos novos códigos PPAC[Gold] (códigos derivados de uma IDFT aplicada aos códigos bipolares de Gold).

A figura 5.2.6 apresenta resultados semelhantes ao da figura anterior 5.2.5 (utilizando cenários de transmissão síncronos e não assíncronos). Desta vez, as sequências de Chu também foram utilizadas e moduladas com a 256x256-ary QAM.

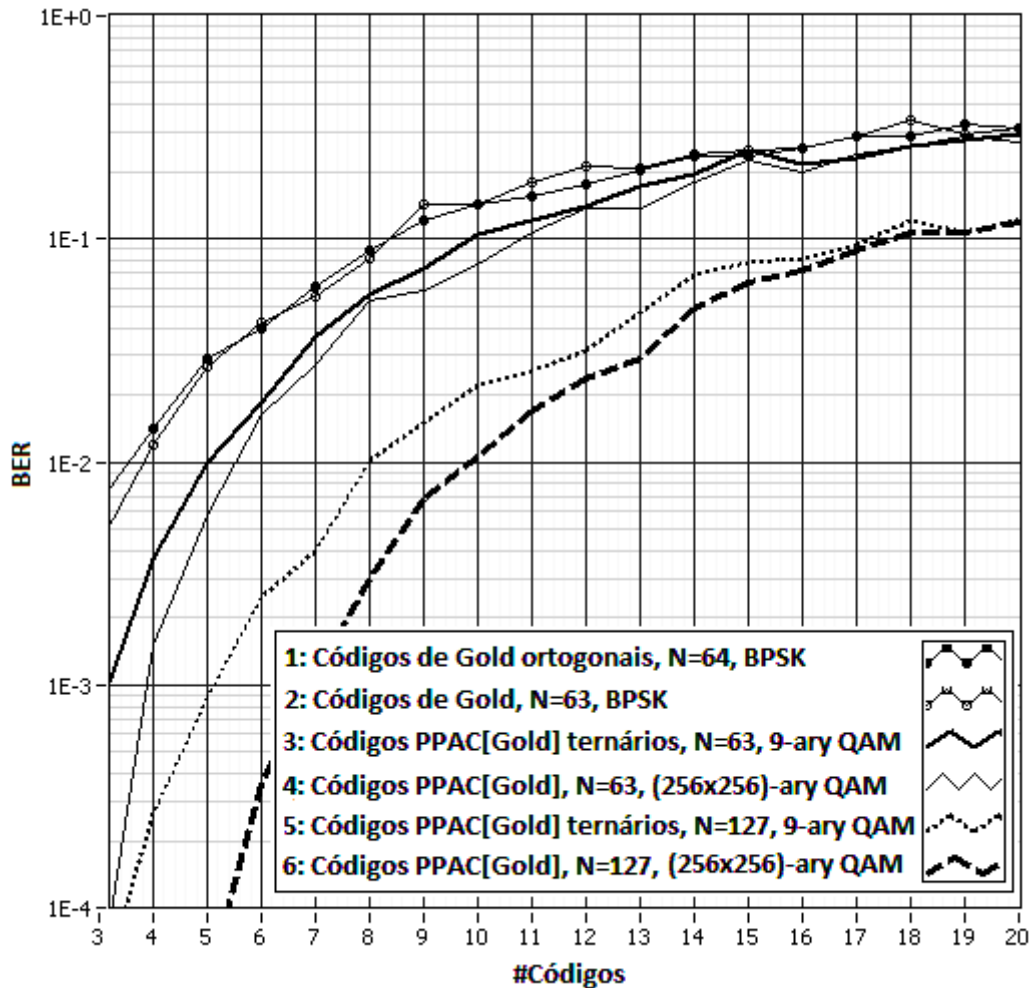


Fig. 5.2.5: BER *versus* número de códigos transmitidos em simultâneo (#Códigos), para diferentes conjuntos de códigos, utilizando cenários de transmissão assíncronos CDMA.

Das figuras 5.2.5 e 5.2.6 é possível concluir que os novos códigos M-ary PPAC[Gold] são claramente melhores do que as sequências de Chu e os códigos de Gold. Esta performance deve-se ao facto dos M-ary PPAC[Gold] serem quase sequências perfeitas e o MaxCC ser aproximadamente igual a  $\sqrt{N+1}$ . O valor absoluto da correlação cruzada sem desfasamento entre os diferentes códigos (transmissão

CDMA síncrona) é igual ao valor 1 e muito inferior ao valor  $\sqrt{N+1}$ , quando  $N \gg 1$ . Por esse motivo, a figura 5.2.6 (transmissão CDMA síncrona) apresenta melhores resultados do que a figura 5.2.5 (transmissão CDMA assíncrona).

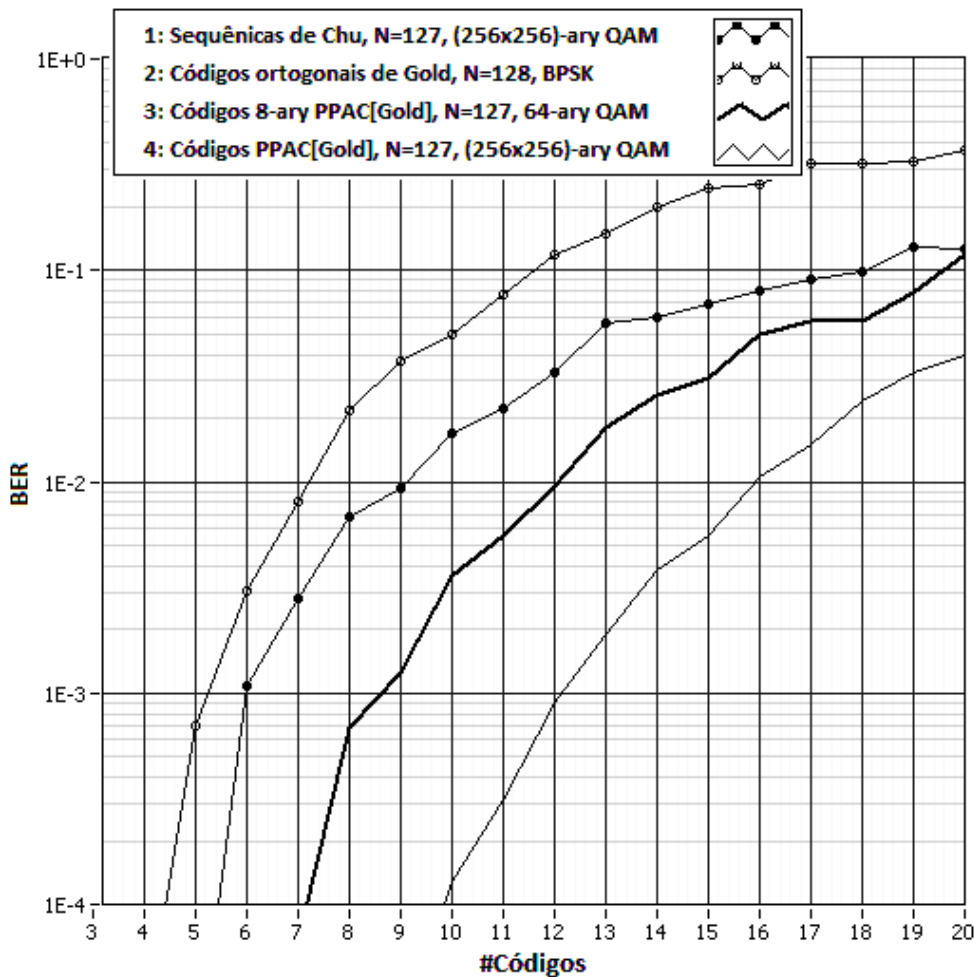


Fig. 5.2.6. BER *versus* número de códigos transmitidos em simultâneo (#Códigos), para diferentes conjuntos de códigos, utilizando cenários de transmissão síncronos CDMA.

### 5.2.2 Códigos mutuamente ortogonais e complementares de Gold

As sequências perfeitas geradas com base numa IDFT aplicada às sequências de máximo comprimento, apresentadas na *propriedade I* do capítulo 3, podem ser transformadas em sequências MOC e serem utilizadas em sistemas CDMA [Pereira, 2009]. Essas novas sequências MOC foram criadas recorrendo à *propriedade III* do

capítulo 3. As sequências reais MOC não são exatamente perfeitas e têm vários níveis de amplitude. É importante referir que elas, também, podem ser transformadas em sequências reais com um número finito de amplitudes. Após o processo de quantificação dos níveis de amplitudes, tais sequências são denominados por códigos M-ary MOC Gold. Por simulação, verificou-se que esses códigos de amplitude discreta têm o mesmo desempenho do que os códigos MOC Gold quando  $M \geq 2^8$ . As figuras 5.2.7 e 5.2.8 foram utilizadas para realçar os benefícios dos novos códigos M-ary MOC Gold em detrimentos de outros códigos mais antigos e bem conhecidos (códigos dos conjuntos de Gold e de Golay).

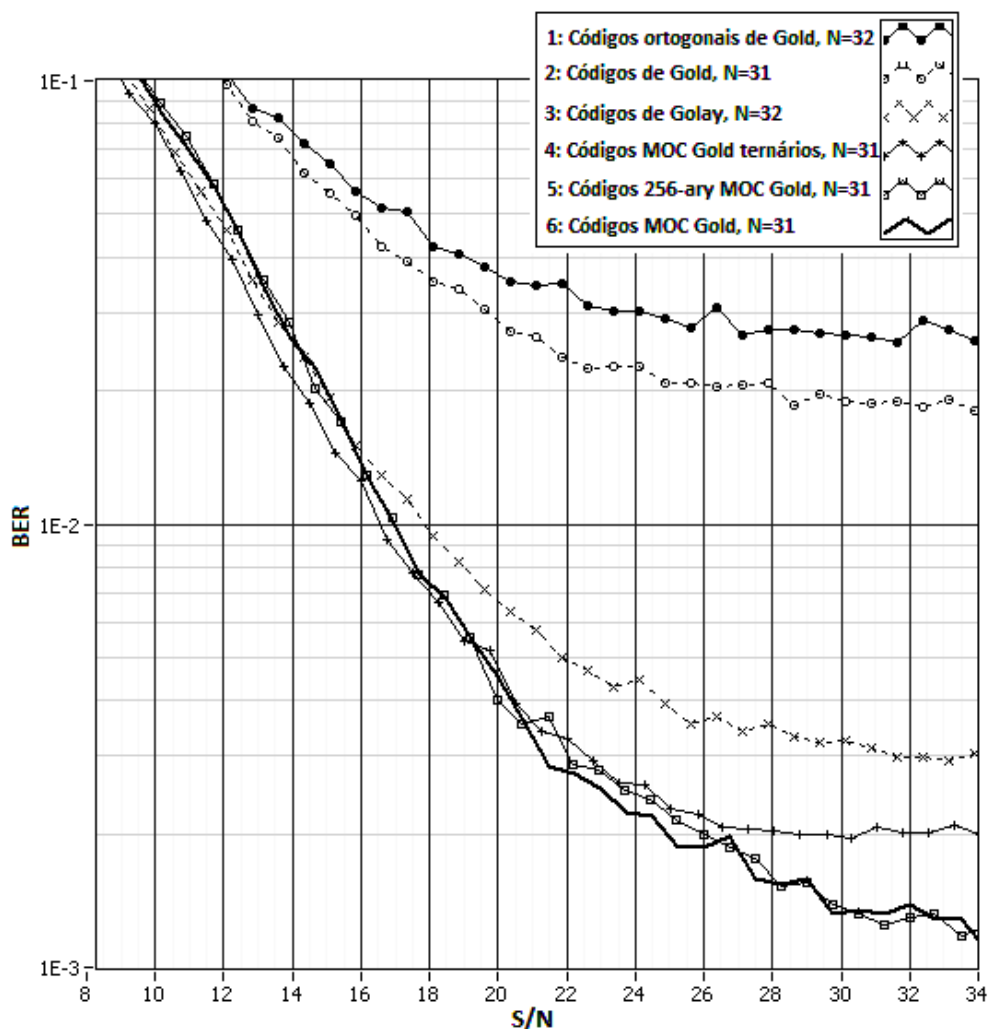


Fig. 5.2.7: BER versus  $S/N$ , com diferentes conjuntos de códigos, com interferências “Rayleigh flat-fading”, num cenário CDMA assíncrono com dois utilizadores em simultâneo. A deteção foi baseada no valor máximo da função de autocorrelação periódica.

Cada sequência perfeita gerada com base na *propriedade I* pode ser utilizada para criar um par de sequências MOC. Por esse motivo, as sequências MOC derivadas dos códigos de Gold existem em quantidade dupla dos conjuntos de Gold. Essas novas sequências têm um desempenho semelhante ao de um conjunto de Gold com o mesmo tamanho, considerando um cenário DS-CDMA assíncrono com interferências de “Rayleigh flat-fading”. As figuras 5.2.7 e 5.2.8 (BER *versus* S/N) foram obtidas nessas condições de simulação quando somente dois códigos são selecionados (o melhor par de cada conjunto). A detecção foi baseada no valor máximo da função de autocorrelação periódica para o caso da BER da figura 5.2.7 e no valor máximo da função de autocorrelação aperiódica para o caso da BER da figura 5.2.8. Nos cenários, todos os códigos foram transmitidos com a mesma potência e com as mesmas condições.

Os testes DS-CDMA da figura 5.2.7 foram efetuados com os códigos ortogonais de Gold, os códigos de Gold, os códigos de Golay, os códigos ternários MOC Gold, os códigos 256-ary MOC Gold e os códigos MOC Gold. Todos os códigos têm um comprimento semelhante  $N = 31$  ou  $32$ . Os códigos de Golay apresentam claramente melhores BER do que os códigos ortogonais de Gold ou os códigos de Gold. Por sua vez, todas as variantes dos códigos de M-ary MOC Gold apresentam melhores resultados (menores BER) do que os códigos de Golay. Para raios S/N inferiores a 27 dB, os códigos M-ary MOC Gold podem ser simplesmente ternário ( $M = 3$ ). Tal como se pode ver na figura 5.2.7, não existem vantagens significativas em ter códigos com maiores resoluções.

A figura 5.2.8 apresenta umas BER com melhores resultados do que as BER da figura 5.2.7. Mais uma vez os códigos utilizados foram os códigos ortogonais de Gold, os códigos de Gold, os códigos de Golay, os códigos MOC Gold ternários, os códigos 256-ary MOC Gold e os códigos MOC Gold. Todos os códigos têm um comprimento semelhante  $N = 31, 32$ . No entanto, a figura 5.2.8 tem mais um gráfico, o número 7, com códigos ternários MOC Gold de comprimento 63. Esses códigos foram acrescentados para realçar que o comprimento é um parâmetro fundamental no desempenho dos novos códigos M-ary MOC Gold. Na realidade, basta selecionar M igual a 3 para obter excelentes resultados.

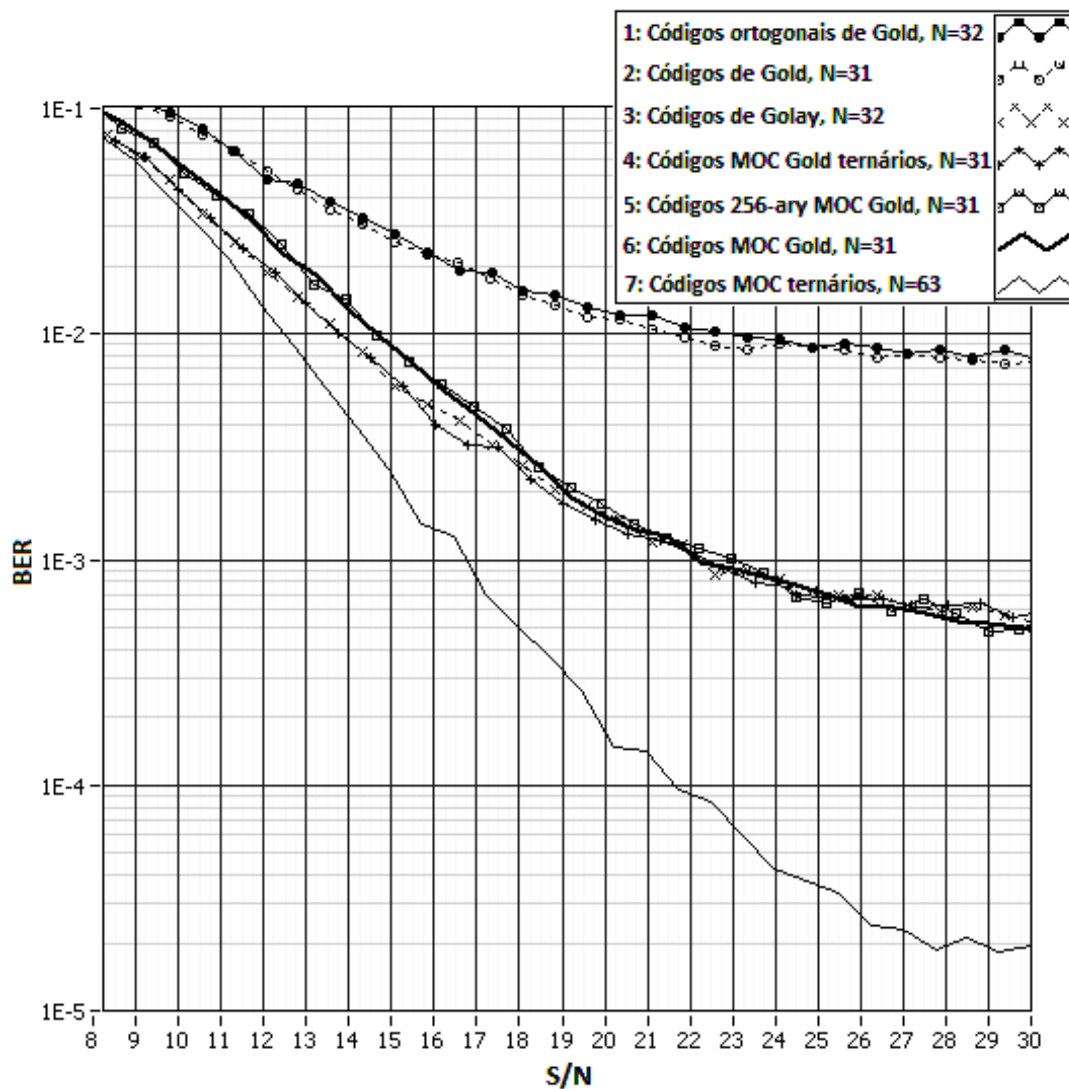


Fig. 5.2.8: BER *versus*  $S/N$ , com diferentes conjuntos de códigos, com interferências “Rayleigh flat-fading”, num cenário CDMA assíncrono com dois utilizadores em simultâneo. A deteção foi baseada no valor máximo da função de autocorrelação aperiódica.

### 5.2.3 Códigos derivados das sequências 2-D perfeitas

Nesta secção, serão apresentados resultados de simulação DS-CDMA recorrendo à

função de probabilidade de erro  $P_e \approx 1 - \phi \left[ \left( \frac{N_0}{2E_b} + \frac{1}{6N^3} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^K r_{k,i} \right)^{-1/2} \right]$  que foi previamente

definida em (4.2.1), no capítulo 4. A vantagem da utilização desse modelo analítico é de

poder prever taxas de erro reduzidíssimas sem estar dependente do tempo de processamento das simulações. No capítulo 4, também foram introduzidas algumas melhorias nesse modelo  $P_e$  com vista à determinação mais rápida de resultados mesmo quando os códigos são longos ou em quantidade muito elevada.

Nesta secção, serão avaliadas as novas sequências 2-D perfeitas das secções 3.4 e 3.7 do capítulo 3. As tabelas 3.4.1 e 3.7.2 contêm um resumo de como construir essas novas sequências perfeitas que serão aqui utilizadas. Por exemplo, os códigos  $Sgn\left\{\text{Re}\left[IDFT\left(WH \times T^{12}\left(OG_{19}\right)\right)\right] + \text{Im}\left[IDFT\left(WH \times T^{12}\left(OG_{19}\right)\right)\right]\right\}$  foram previamente apresentados como sendo códigos bipolares que possuem ótimas propriedades de correlação. Esses códigos estão presentes na figura 5.2.9, onde os códigos que fazem referência à “Tabela II” são os códigos da tabela 3.7.2 e os códigos que fazem referência à “Tabela I” são os códigos da tabela 3.4.1. Outros tipos de códigos também foram selecionados e apresentados na figura 5.2.9 para efeito de comparação de BER entre famílias de códigos diferentes, sendo o comprimento escolhido  $N$  igual a 31 ou 32. Esses códigos bipolares são os códigos de Walsh-Hadamard, códigos ortogonais de Gold, códigos de Gold, os códigos Walsh-Like 32 [Akansu, 2007] e os códigos Zigbee [IEEE 802.15]. Os códigos bipolares aleatórios foram gerados utilizando a polaridade da saída de um gerador AWGN, para cada um dos  $N$  chips.

Como pode ser evidenciado na figura 5.2.9, a maioria dos códigos antigos (Gold, Walsh-Hadamard, etc) têm uma probabilidade de erro (valor médio) com pior desempenho do que os novos códigos. Os códigos da tabela 3.4.1 (coluna 1) são ligeiramente melhores, mas os novos códigos bipolares  $Sgn\left\{\text{Re}\left[IDFT\left(WH \times T^{12}\left(OG_{19}\right)\right)\right] + \text{Im}\left[IDFT\left(WH \times T^{12}\left(OG_{19}\right)\right)\right]\right\}$  devem ser uma melhor escolha, porque os códigos bipolares requerem uma menor complexidade de hardware do que os códigos complexos. Esses novos códigos bipolares, de comprimento 32, permitem obter uma probabilidade de erro da ordem dos  $10^{-10}$  quando coexistem dois códigos diferentes num sistema DS-CDMA assíncrono, com modulação BPSK. Todos os outros códigos bipolares que foram testados apresentaram um pior desempenho.

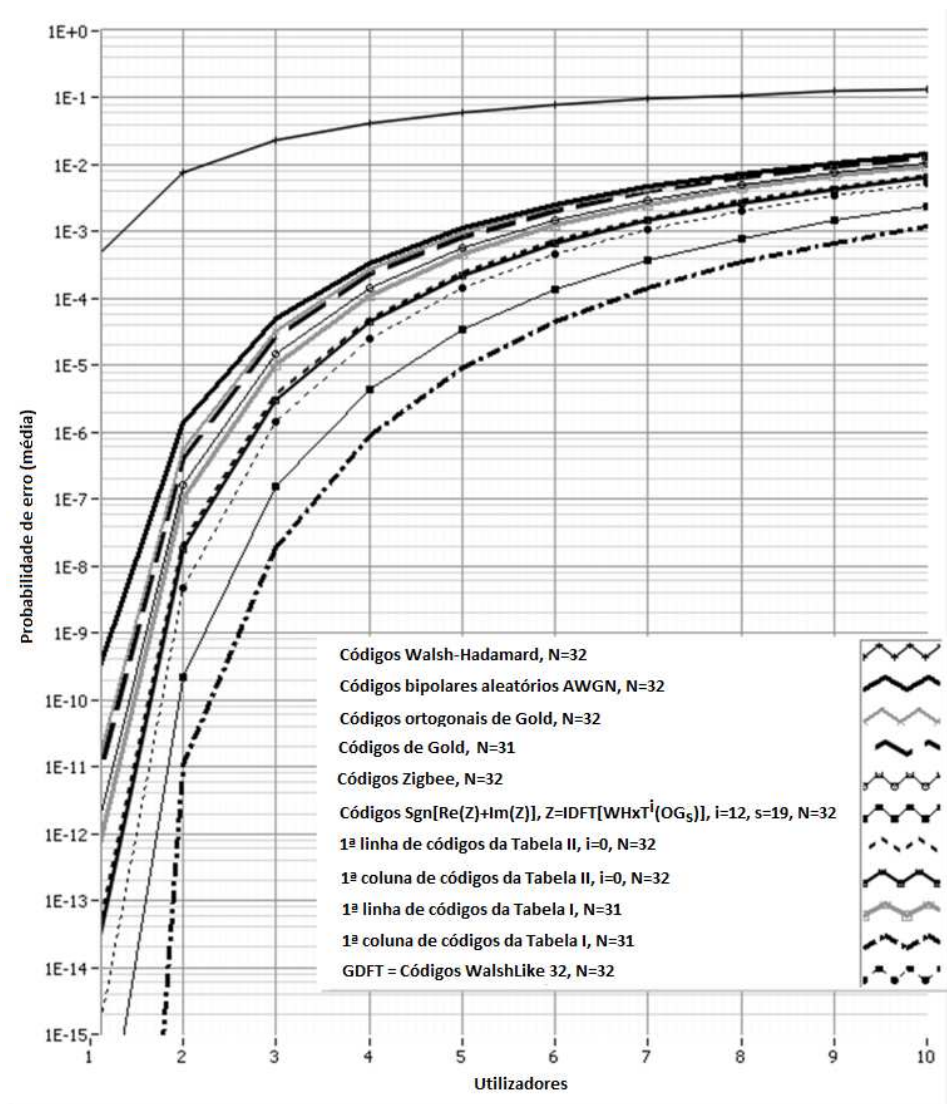


Fig. 5.2.9: Média da probabilidade de erro ( $P_e$ ) em função do número máximo de utilizadores em simultâneo. Tabela I = tabela 3.4.1 e Tabela II = tabela 3.7.2.

Para validar o modelo analítico  $P_e$ , cujos resultados foram apresentados na figura 5.2.9, recorreu-se ao sistema DS-CDMA anterior de simulação mais realista com interferências “Rayleigh flat-fading” e ruído AWGN. Este novo cenário foi representado na figura 5.2.10. Mais uma vez, é possível afirmar que os novos códigos bipolares são melhores do que os códigos Walsh-Hadamard e os códigos Walsh-Like. O modelo analítico  $P_e$  é semelhante ao modelo de simulação CDMA com BPSK quando  $S/N = 28$  dB e quando existem pelo menos 4 utilizadores em simultâneo.

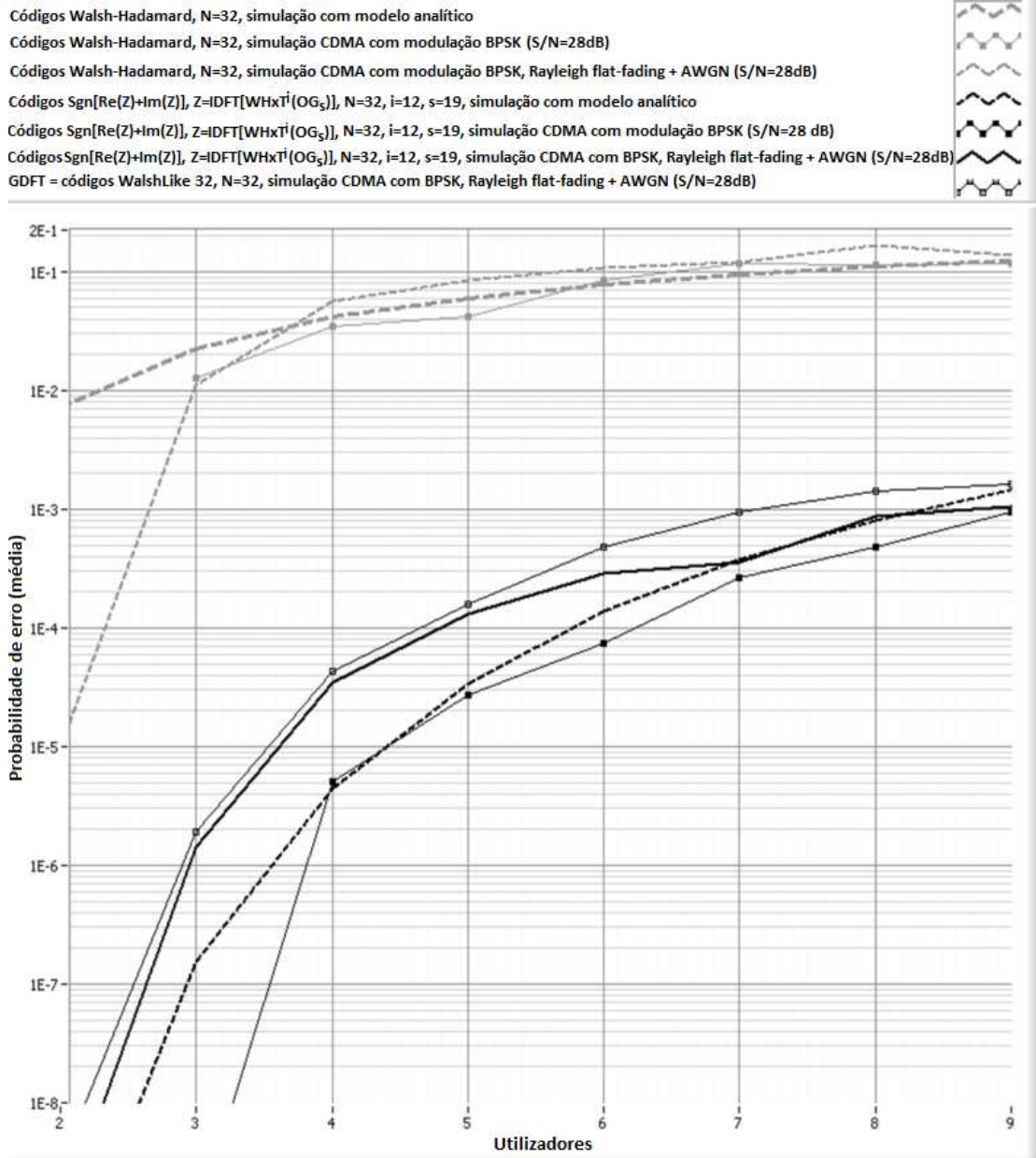


Fig. 5.2.10: Média da probabilidade de erro ( $P_e$ ) em função do número máximo de utilizadores em simultâneo.

Quando o número máximo de utilizadores em simultâneo é maior do que 4, pode-se dizer que o modelo analítico  $P_e$  corresponde razoavelmente bem a uma simulação DS-CDMA, com ruído AWGN (mas, sem “Rayleigh flat-fading”). Por esse motivo, a figura 5.2.11 apresenta o modelo analítico  $P_e$  com somente 4 utilizadores.

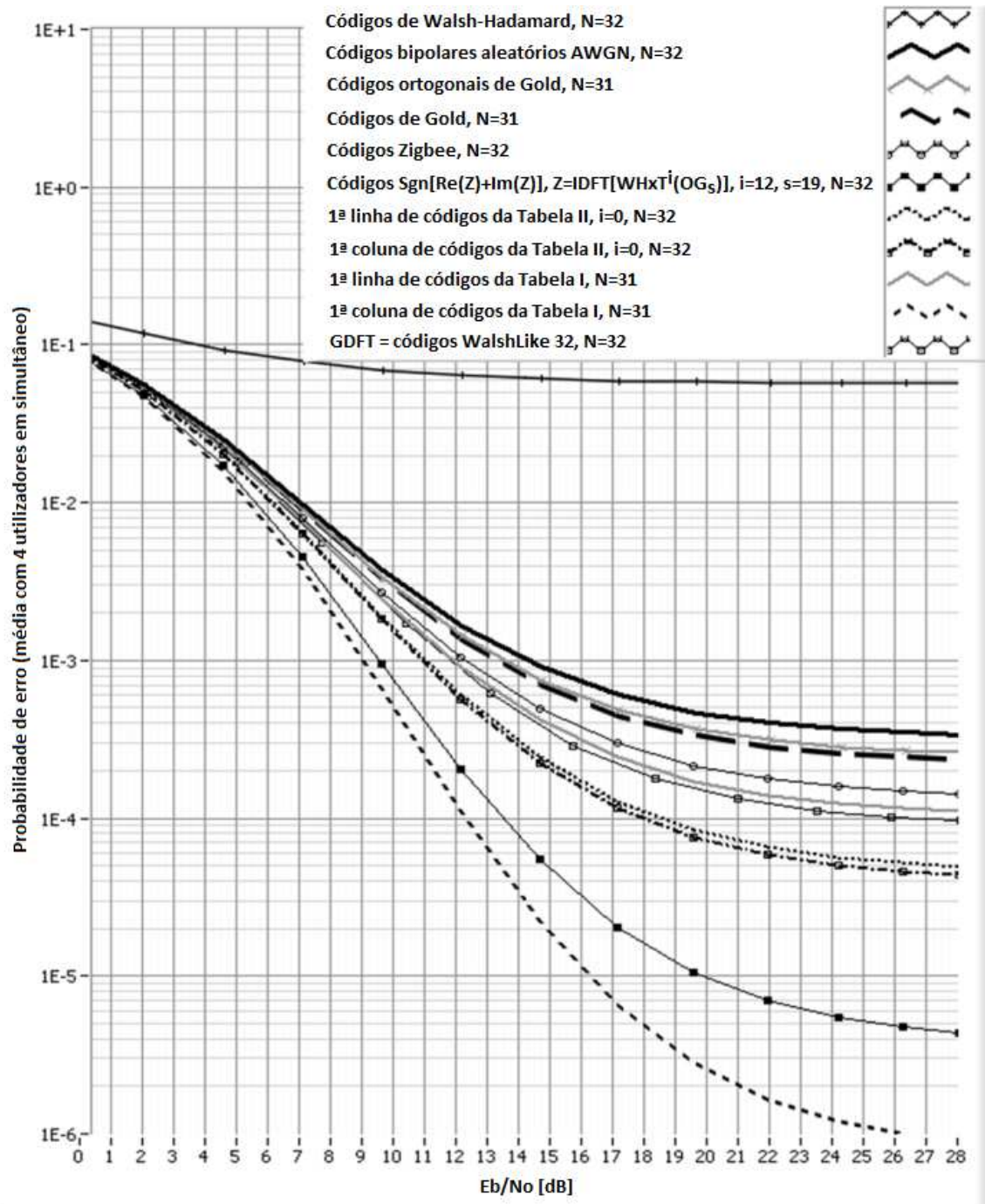


Fig. 5.2.11: Média da probabilidade de erro  $P_e$  em função de  $E_b/N_0$ , quando o número de utilizadores em simultâneo é 4. Tabela I = tabela 3.4.1 e Tabela II = tabela 3.7.2.

Com base nos resultados da figura 5.2.10, pode-se concluir que a probabilidade de erro  $P_e$  coincide bem quando são transmitidos assincronamente 4 códigos em

simultâneo, considerando  $N = 32$ . Mais uma vez, os novos códigos são os melhores comparativamente com os outros códigos bem conhecidos. Esses bons resultados estão apresentados na figura 5.2.11. Os novos códigos bipolares  $Sgn\left\{\text{Re}\left[IDFT\left(WH \times T^{12}\left(OG_{19}\right)\right)\right] + \text{Im}\left[IDFT\left(WH \times T^{12}\left(OG_{19}\right)\right)\right]\right\}$  apresentam menores probabilidades de erros (em média) do que muitos outros códigos bipolares (Gold, Walsh-Hadamard, ZigBee, WalshLike 32, etc).

A BER pode ser considerada como sendo uma boa estimativa da função probabilidade de erro  $P_e$  (4.2.1) se as probabilidades de ocorrências dos bits "0" e "1" forem iguais. No capítulo anterior, foi apresentada uma nova expressão do majorante de  $P_e$ . Essa expressão foi definida em (4.2.3) e é igual a:

$$\max\{P_e\} \approx 1 - \phi\left[\left(\frac{N_0}{2E_b} + \frac{1}{6N^3}(K-1)(2N^2 + 6(N-1)C_a^2)\right)^{-1/2}\right].$$

O número de utilizadores em simultâneo (#Códigos) é igual a  $K$  e o comprimento dos códigos é  $N$ . O valor máximo das autocorrelações aperiódicas desfasadas ( $l \neq 0$ ) foi definido por  $C_a = \max\{|C_x(l)| : 1 \leq l \leq N-1\}$ . A figura 5.2.12 representa do majorante do BER em

função de  $\frac{E_b}{N_0}$  para diversas famílias de códigos de comprimento 16, 31 ou 32, e em

quantidade  $Q$  igual a 15 ou 16. Para efeito de comparação de desempenho, selecionou-

-se os códigos  $Sgn\left\{\text{Re}\left[IDFT\left(WH \times T^0\left(OG_0\right)\right)\right] + \text{Im}\left[IDFT\left(WH \times T^0\left(OG_0\right)\right)\right]\right\}$  da tabela 3.7.2

(primeira linha da tabela quanto não existe rotação cíclica). Na figura 5.2.12 esses

códigos bipolares utilizam a notação

$$Sgn\left\{\text{Re}\left\{PPAC\left[\left(WH\right) \times OG\right]\right\} + \text{Im}\left\{PPAC\left[\left(WH\right) \times OG\right]\right\}\right\}.$$

Esses novos códigos bipolares foram selecionados com base nas últimas 16 linhas da matriz apresentada na figura

3.6.1. A figura 5.2.1 revela que estes novos códigos bipolares deverão proporcionar um

melhor desempenho do que os códigos ZigBee, num sistema CDMA assíncrono com modulação BPSK.

Os novos códigos bipolares derivados das sequências ortogonais e perfeitas da tabela 3.7.2 apresentam taxas médias e limites superiores (majorantes) de BER muito mais baixos do que muitos outros códigos conhecidos. A superioridade dos novos códigos é mais uma vez reforçada.

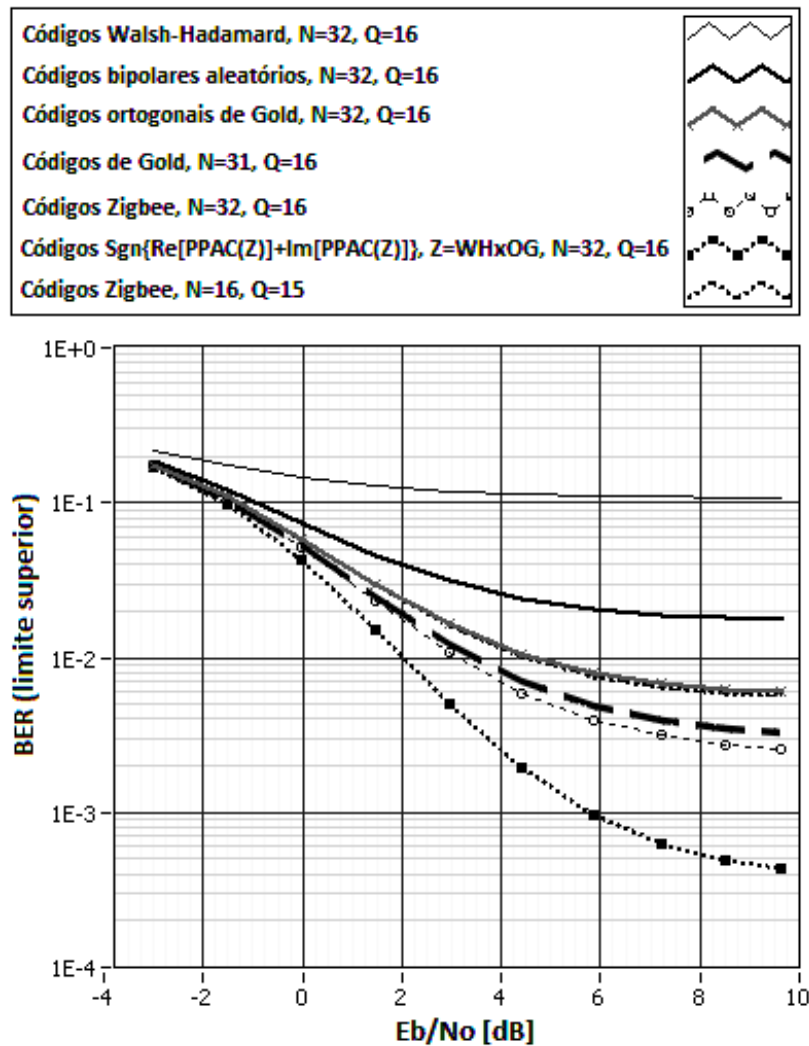


Fig. 5.2.12: Majorante do BER *versus*  $E_b/N_0$ .

Nas figuras 5.2.13 e 5.2.14 esses códigos bipolares  $Sgn\{Re\{PPAC[(WH)\times OG]\} + Im\{PPAC[(WH)\times OG]\}\}$  utilizam a notação alternativa  $Sgn\{Re(Z) + Im(Z)\}$  com  $Z = IDFT(WH \times OG)$ .

A figura 5.2.9 revela que os novos códigos  $Sgn\left\{\text{Re}\left[IDFT\left(WH \times T^{12}\left(OG_{19}\right)\right)\right]+\text{Im}\left[IDFT\left(WH \times T^{12}\left(OG_{19}\right)\right)\right]\right\}$  apresentam uma melhoria de 10 dB em relação aos códigos  $Sgn\{\text{Re}(Z)+\text{Im}(Z)\}$  com  $Z=IDFT(WH \times OG)$ , quando são utilizados 4 códigos em simultâneo e  $E_b/N_0=28$  dB. As figuras 5.2.13 e 5.2.14 revelam esses ganhos e indicam a importância de efetuar uma rotação prévia aos códigos ortogonais de Gold (OG). Ou seja, quando  $Z=IDFT(WH \times T^{12}OG_{19})$  obtêm-se melhores códigos bipolares para sistemas de comunicação CDMA.

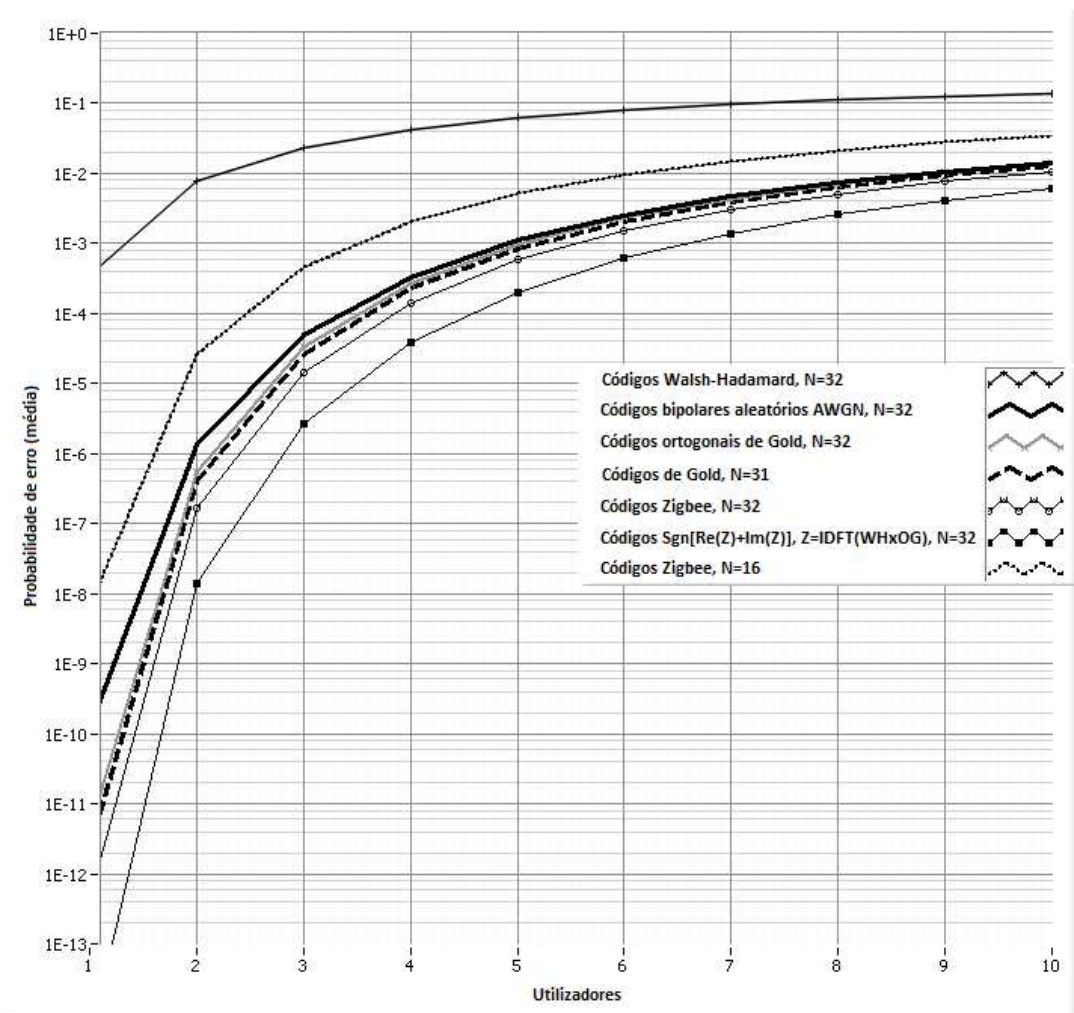


Fig. 5.2.13: Média da probabilidade de erro ( $P_e$ ) em função do número máximo de utilizadores em simultâneo.  $E_b/N_0=28$  dB.

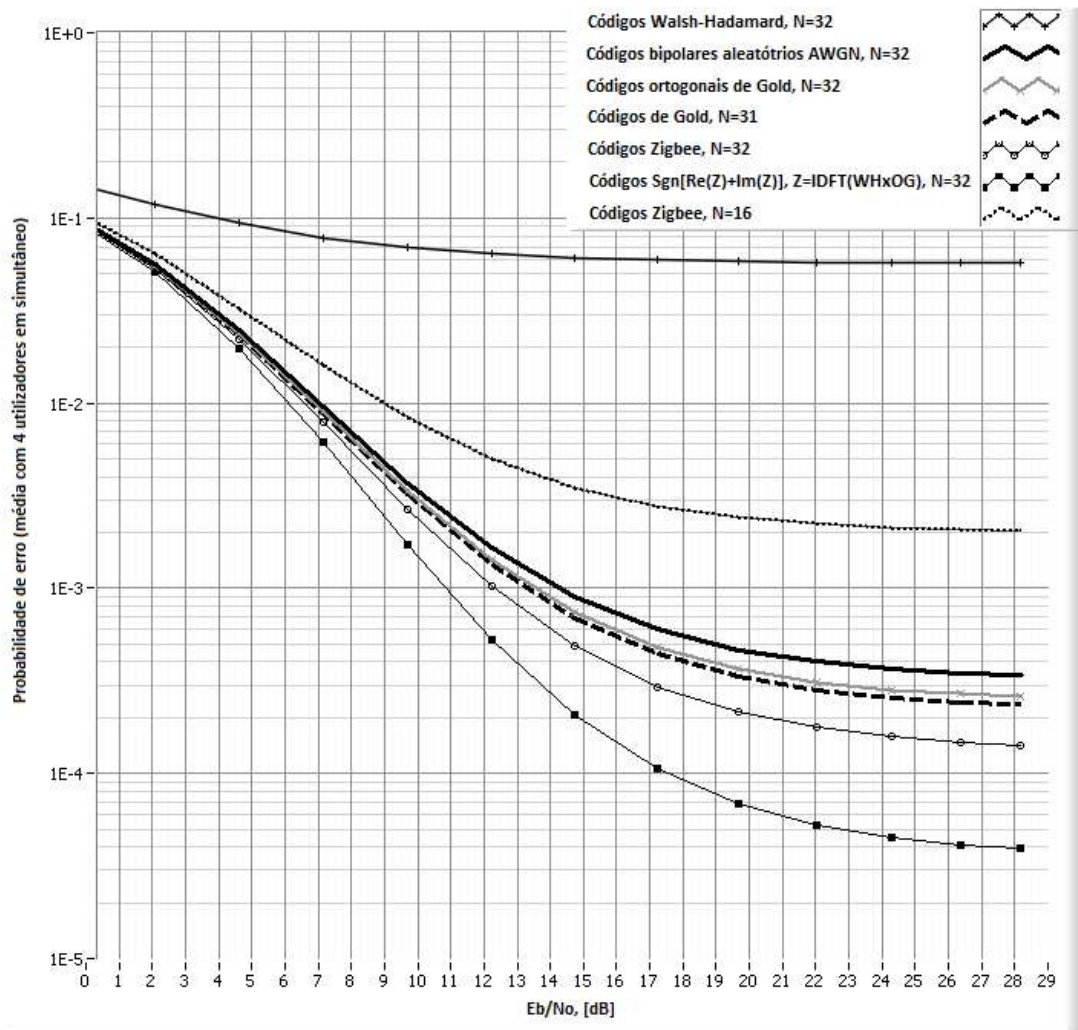


Fig. 5.2.14: Média da probabilidade de erro  $P_e$  em função de  $E_b/N_0$ , quando o número de utilizadores em simultâneo é 4.

Para efeito de uma nova comparação de desempenho, com diferentes comprimentos (31, 63 e 127), selecionou-se os códigos da tabela 3.4.1 (primeira coluna da tabela quanto  $C_o = 1$ ). Esses códigos complexos possuem uma parte real e imaginária que são mutuamente ortogonais e complementares. Após somar essas duas partes obtém-se uma sequência real perfeita. Utilizando a função sinal  $Sgn(\cdot)$  cria-se códigos bipolares aproximadamente perfeitos. Esses códigos  $Sgn\{\text{Re}[IDFT(Gold)]+\text{Im}[IDFT(Gold)]\}$  foram testados com o modelo  $P_e$  (4.2.1) e estão representados na figura 5.2.15. Nessa figura, outros códigos também foram utilizados. Estes códigos são: os códigos de Gold; os códigos utilizados no sistema UMTS (Universal Mobile Telecommunication System)

[Harri, 2001], quando o OVSF (Orthogonal Variable Spreading Factor) é 512; e os códigos bipolares  $Sgn\{Re[IDFT(Gold)]\} \cup Sgn\{Im[IDFT(Gold)]\}$ .

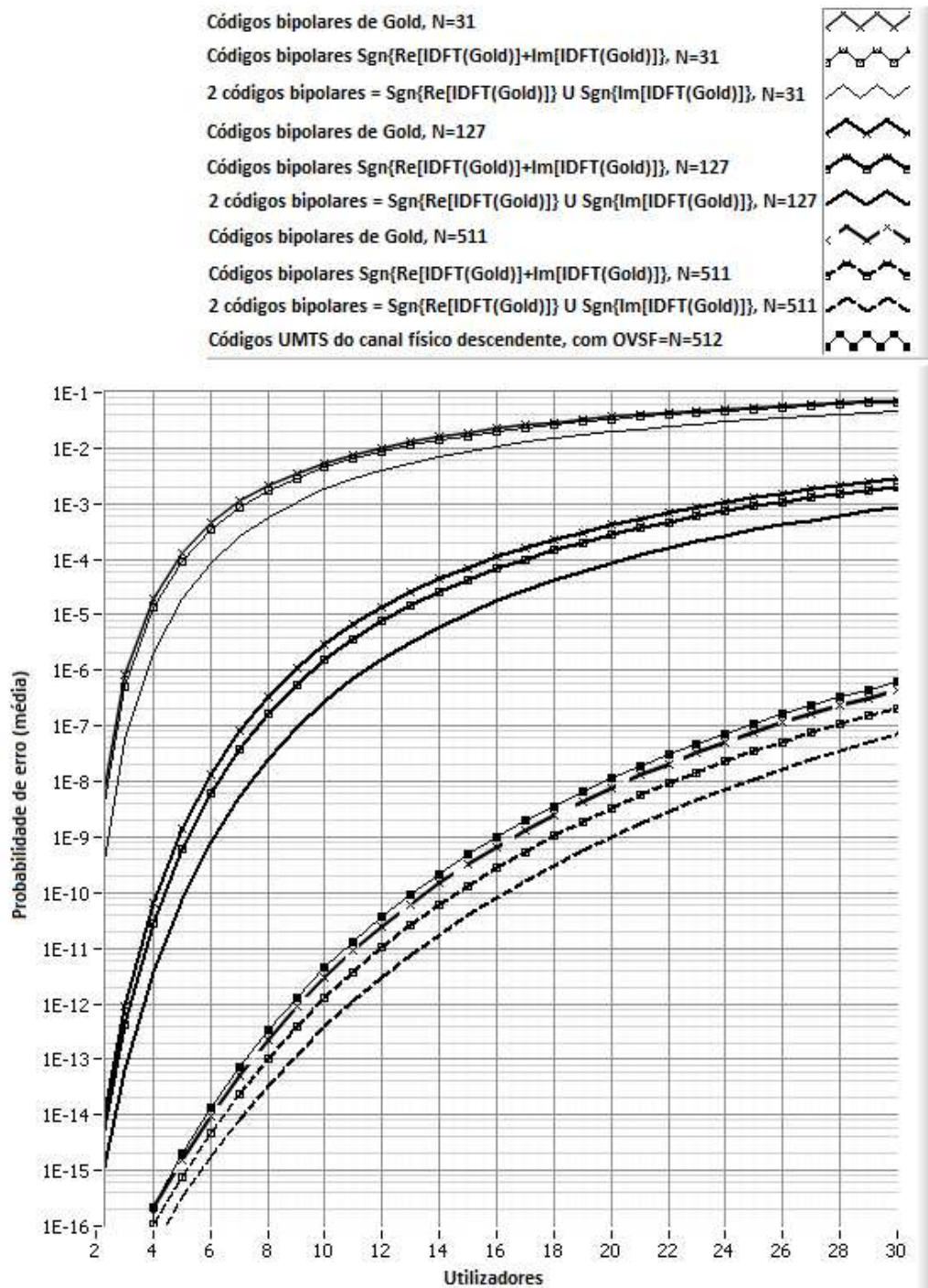


Fig. 5.2.15: Média da probabilidade de erro ( $P_e$ ) em função do número máximo de utilizadores em simultâneo.

Com base na figura 5.2.15, é espectável que os novos códigos derivados de sequências perfeitas sejam melhores do que os códigos de Gold ou os códigos utilizados no sistema UMTS. O sistema UMTS é um sistema WCDMA que utiliza uma modulação QPSK para transportar a parte real e imaginária das sequências (dos utilizadores) misturadas com subconjuntos de códigos de Gold. No cálculo da estimativa da função  $P_e$  do UMTS considerou-se que as autocorrelações aperiódicas em (4.2.1) não são influenciadas pelo tipo da modulação.

### 5.3 Novos códigos em sistemas OCDMA

#### 5.3.1 As SSFBG geram sequências perfeitas

O modelo simplificado de uma SSFBG, que foi desenvolvido no capítulo 4, permitiu descobrir que a sua envolvente espectral refletida (transformada no sinal temporal) é aproximadamente proporcional a expressão:

$$x_{SSFBG}(n) \propto \sqrt{N} \times IDFT \left\{ \sum_{i=0}^{N-1} \exp[j(\theta_i)] \times \delta(\lambda - i\Delta_\lambda) \right\} \quad (5.3.1)$$

quando a entrada da SSFBG é um impulso unitário de amplitude  $\frac{\sqrt{N}}{A^2}$ . A

largura de banda de um chip é  $B \approx \frac{2L}{\pi N_G} \lambda_D$ . Mostrou-se que quando

$\pi N_G \gg L$ , a envolvente espectral refletida de cada *chip* é aproximadamente igual a um filtro passa banda retangular com amplitude  $|\kappa_1 L|^2$  dentro da

banda  $B$  e amplitude  $|\kappa_1 L|^2 \times \varepsilon$  fora da banda, com  $\varepsilon = \frac{1}{1 + \left(\pi \frac{N_G}{L}\right)^2}$ . Quando

$\frac{B}{2} < \Delta_\lambda < B$ ,  $\theta_i = \phi_i + \phi_{i+1}$  e  $A^2 = \varepsilon^{N-2} |\kappa_1 L|^4$ . Quando  $\Delta_\lambda \geq B$ ,  $\theta_i = \phi_i$  e

$A^2 = \varepsilon^{N-1} |\kappa_1 L|^2$ . Quando  $\Delta_\lambda \geq \frac{B}{2}$ , obtém-se  $P/C \approx 20 \log \left( \frac{N}{\sqrt{N+1}} \right)$  se os códigos utilizados corresponderem às *propriedades XV* ou *V*. Ou seja, os códigos gravados nas SSFBG podem ser *m-sequences*, códigos de Gold ou alguns códigos do conjunto  $P(y, x)$ . Os sinais codificados nas SSFBG resultam da aplicação de uma IDFT em códigos uni modulares. Por outras palavras, no domínio do tempo, os sinais óticos codificados com SSFBG podem ser vistos como sendo aproximadamente sequências perfeitas.

As SSFBG podem ser gravadas com quaisquer códigos, no entanto, somente alguns terão vantagens em termos de rácios de potências de contrastes. Uma alternativa aos códigos utilizados nas SSFBG é utilizar códigos polifásicos e uni modulares. Por exemplo, quando  $\Delta_\lambda \geq B$ , as sequências perfeitas derivadas das sequências de Chu (3.2.4) poderão ser uma solução. Existe uma infinidade de códigos que podem ser testados nas SSFBG. No entanto, a maioria dos investigadores, em sistema de comunicação OCDMA com SSFBG, grava os seus CODEC com códigos de Gold. O conjunto  $P(y, x)$  possui quatro vezes mais códigos do que o conjunto de Gold. O próprio conjunto de Gold pertence ao conjunto  $P(y, x)$ . Por esse motivo, alguns dos códigos de  $P(y, x)$  foram selecionados e utilizados em SSFBG nas simulações apresentadas na secção seguinte.

### 5.3.2 Resultados WDM/OCDMA-PON com códigos de Gold e $P(y, x)$ gravados em SSFBG

A figura 4.4.1 apresenta um exemplo de uma estrutura SSFBG gravada com um código de  $N$  chips recorrendo a um só comprimento de onda  $\lambda_D$ . A figura 5.3.1 pode ser vista como a sobreposição de quatro estruturas idênticas à figura 4.4.1. A 1ª SSFBG é gravada com  $\lambda_1$ , a 2ª é gravada com  $\lambda_2$  e assim sucessivamente até  $\lambda_4$ . Supondo que não existe sobreposição entre os chips das quatro SSFBG, obtém-se uma nova SSFBG descrita na figura 5.3.1.

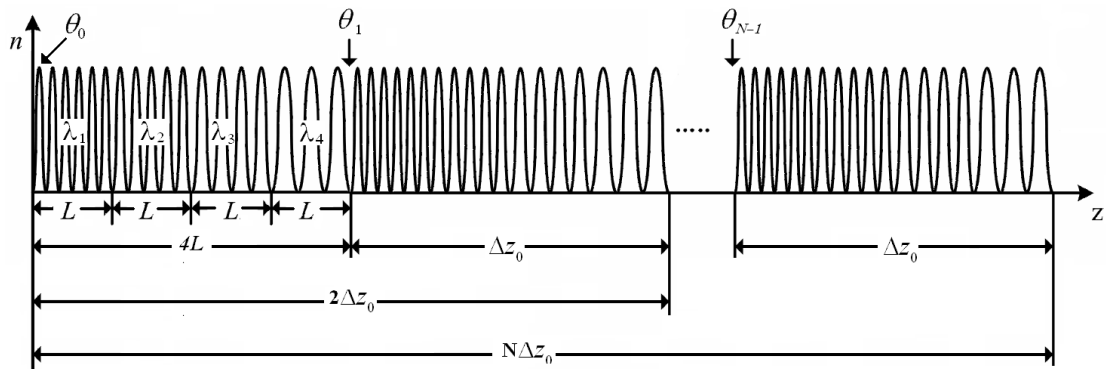


Fig. 5.3.1: Estrutura específica de uma SSFBG.

Um exemplo de um sistema de comunicação WDM/OCDMA-PON, com múltiplos canais implementados com SSFBG, é apresentado na figura 5.3.2.

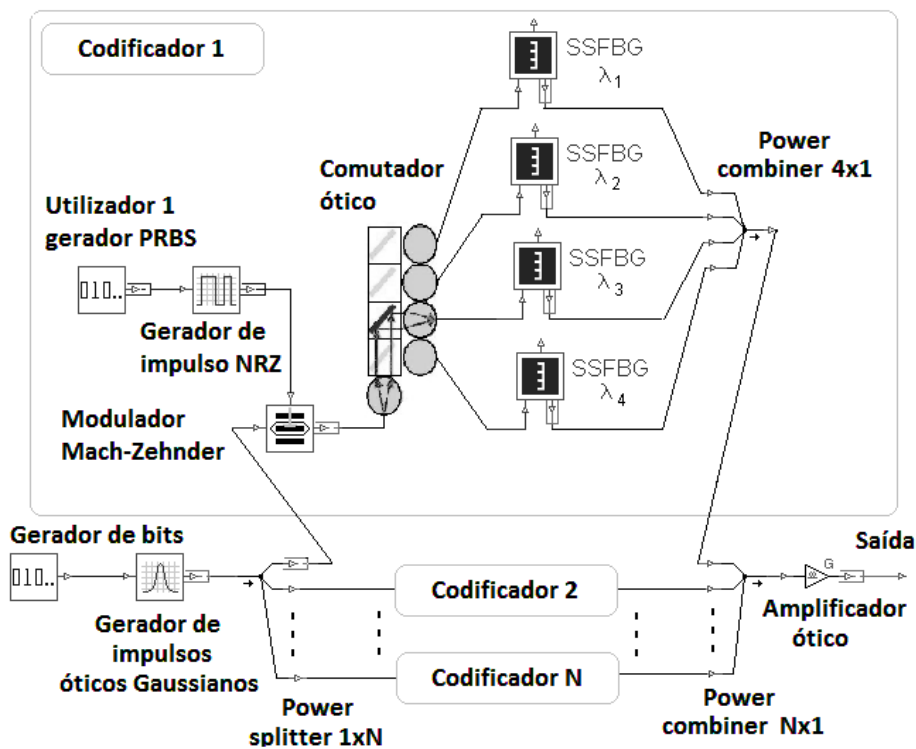


Fig. 5.3.2: Transmissor WDM/OCDMA de quatro canais implementados com codificadores SSFBG.

O decodificador com SSFBG de um utilizador (correspondente ao comprimento de onda  $\lambda_i$ ,  $1 \leq i \leq 4$ ) pode ser visualizado na figura 5.3.3. Este é constituído por uma

SSFBG, um fotodíodo PIN e um filtro passa baixo de Bessel. A SSFBG tem a mesma estrutura do codificador da figura 5.3.1 e a gravação de cada *chip* do código foi efetuada por ordem inversa da gravação do código do codificador.

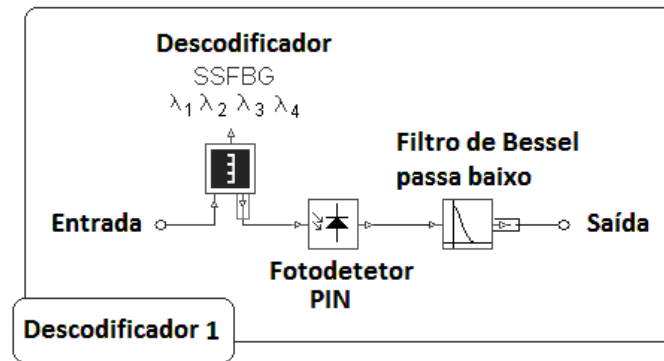


Fig. 5.3.3: Descodificador WDM/OCDMA.

No transmissor WDM/OCDMA-PON da figura 5.3.2, um gerador de bits seguido por um gerador de impulsos óticos Gaussianos e um divisor de potência (Power splitter)  $1 \times N$  é responsável pela criação de  $N$  impulsos. Cada impulso Gaussiano é modulado por um Mach-Zehnder (Modulador Mach-Zehnder) com a informação de um utilizador digital, emulado por uma sequência binária pseudo-aleatório (PRBS) e injetado num gerador de impulsos NRZ (Non-Return-to-Zero). Cada codificador tem 4 SSFBG escritas com quatro diferentes comprimentos de onda  $\lambda_i$ ,  $1 \leq i \leq 4$ . Um comutador ótico seleciona de forma inteligente uma das 4 SSFBG, com o objetivo de evitar as interferências dos canais adjacentes (ACI). Um *Power combiner*  $4 \times 1$  reagrupa o sinal ótico selecionado no passo anterior. Um outro *Power combinador*  $N \times 1$  adiciona todos os sinais codificados pelas SSFBG na entrada do amplificador ótico. Depois de todas essas operações, um sinal ótico de saída é enviado para a rede PON para todos os utilizadores.

O gabinete central da rede PON (CO) é responsável pela monitorização da rede. O CO deverá ser responsável pela seleção dos comprimentos de ondas atribuídos a cada utilizador. O desempenho de uma rede PON pode ser melhorado através do reforço da segurança e da minimização das interferências do tipo ACI. Por exemplo, recorrendo ao

método *wavelength-hopping* o CO pode efetuar mudanças pré determinadas de atribuições de comprimentos de ondas a cada utilizador. A figura 5.3.2 apresenta uma possível solução para quatro comprimentos de ondas  $\lambda_i$ ,  $1 \leq i \leq 4$ . Em cada unidade de rede ótica (ONU) existirá pelo menos um descodificador SSFBG que incorporará um código gravado com quatro comprimentos de ondas diferentes ( $\lambda_i$ ,  $1 \leq i \leq 4$ ). Desta forma, será possível prever que os rácios de potências de contrastes sejam os mesmos para os quatro comprimentos de ondas se as ACI forem desprezadas. Os mesmos códigos podem ser reutilizados se as SSFBG forem escritas com comprimentos de ondas diferentes. A separação entre dois comprimentos de ondas consecutivos do conjunto  $\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4\}$ , deve ser superior a  $N\Delta_\lambda$ . O CO será responsável por encriptar os dados transmitidos e efetuar, em cada instante, os saltos secretos entre os  $\lambda_i$  atribuídos a cada utilizador. Para simplificar a análise deste sistema WDM/OCDMA-PON com *wavelength-hopping* optou-se, nesta fase preliminar, por considerar que cada descodificador SSFBG implementa um só comprimento de onda ( $\lambda_1 \neq 0$ ,  $\lambda_2 = 0$ ,  $\lambda_3 = 0$ ,  $\lambda_4 = 0$ ) e não existem saltos.

O número de canais de comunicação de um sistema WDM/OCDMA-PON pode ser aumentado para melhorar a capacidade de transferência informativa do sistema. Por exemplo, o CO pode atingir 100 Gb/s, se forem utilizados 32 canais com 0,8 nm de largura entre 1539 nm e 1565 nm. Nesse sistema WDM/OCDMA-PON, cada canal deverá transportar 3,125 GB/s para poder atingir os 100 Gb/s. Tal sistema de comunicação WDM/OCDMA-PON poderá reaproveitar a infra-estrutura PON atual.

Nas simulações efetuadas, com base no circuito da figura 5.3.2, foram selecionados códigos com um ótimo rácio  $P/C$ . Esses códigos foram gravados em SSFBG com diferentes comprimentos de ondas e sem sobreposição. A maioria dos investigadores, em sistemas OCDMA com SSFBG, utiliza códigos de Gold os quais possuem excelentes rácios  $P/C$  e  $P/W$ . Por exemplo, na última década, vários investigadores efetuaram simulações com códigos de Gold de 511 chips. Esses sistemas OCDMA geralmente só utilizam uma dezena de códigos diferentes. Um aumento da capacidade de um sistema OCDMA será possível através da reutilização dos mesmos códigos. Por

exemplo, um só código poderá ser gravado utilizando diferentes  $\lambda_i$ . Com este simples método será possível criar muitas SSFBG escritas com diferentes combinações de códigos e comprimentos de ondas.

As simulações WDM/OCDMA-PON com SSFBG e vários  $\lambda_i$ , aqui apresentadas na tabelas 5.3.1, 5.3.2 e 5.3.3, foram implementadas por aplicação do método matricial definido em (2.5.8) [Erdogan, 1997]. As SSFBG escolhidas utilizaram códigos com comprimento  $N=31$  e um índice de refração efetivo  $n_{eff}=1,485$ . O parâmetro  $\kappa L=0,024$ . Ou seja, o comprimento de cada secção FBG (Fiber grade Bragg) é  $L=600\mu m$  e a variação do índice de refração selecionado foi  $4\times 10^{-5}$ . Nas simulações foi utilizado um impulso Gaussiano com duração  $T_{FWHM}=2,5$  ps (Full Width at Half Maximum). Com estes parâmetros, um espectro de potência refletiva da SSFBG está apresentado na figura 5.3.4, para um canal centrado no comprimento de onda 1550 nm.

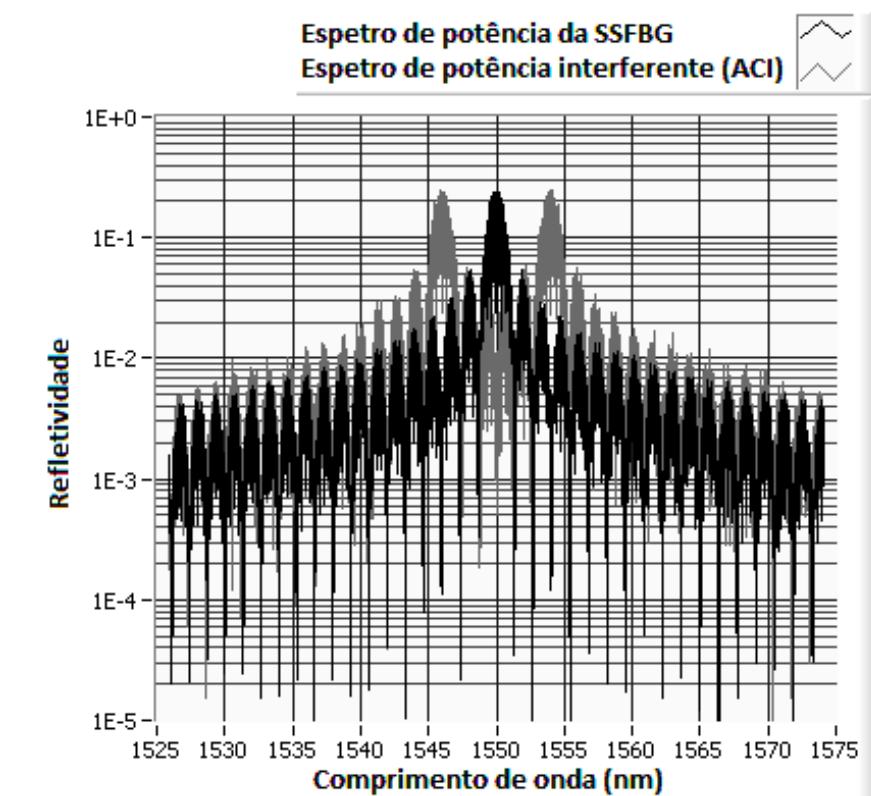


Fig. 5.3.4: Espectro de potência de uma SSFBG (cor preta) com dois canais interferentes (cor cinzenta) quando  $\kappa L=0,024$ .

Nessa figura, também existem dois canais adjacentes interferentes em 1546 nm e 1554 nm (dois canais adjacentes interferentes ACI). As  $N$  fases de cada código complexo são  $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{N-1}$  e podem ser visualizadas na figura 5.3.1.

A Figura 5.3.5 mostra um sinal óptico de um codificador SSFBG com ISI (Inter Symbol Interferences). As simulações dos decodificadores SSFBG foram efetuadas para um débito de 2,5 Gb/s (duração de um bit = 400 ps).

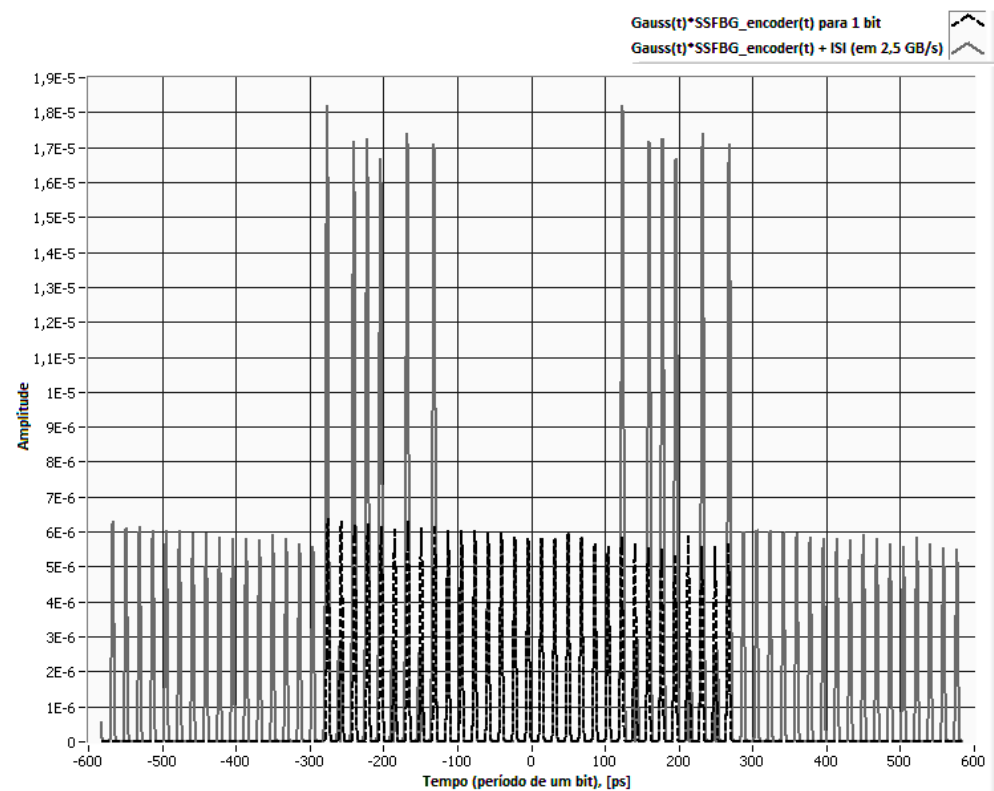


Fig. 5.3.5: Sinal óptico de um codificador SSFBG com ISI.

Resultados de simulações OCDMA-PON com SSFBG, gravadas no comprimento de onda  $\lambda = 1550$  nm, estão apresentados nas tabelas 5.3.1, 5.3.2 e 5.3.3. A tabela 5.3.1 foi preenchida com os resultados  $P/W$  e  $P/C$  das 33 SSFBG gravadas com códigos de Gold, quando  $N = 31$ ,  $\kappa L = 0,024$  e um débito de 2,5 Gb/s. A tabela 5.3.2 apresenta os resultados  $P/W$  e  $P/C$  das 128 SSFBG gravadas com códigos do conjunto  $P(y, x)$ , quando  $N = 31$ ,  $\kappa L = 0,024$  e o mesmo débito de 2,5 Gb/s. A terceira tabela mostra os

resultados  $P/W$  e  $P/C$  das 128 SSFBG gravadas com os mesmos 128 códigos do conjunto  $P(y, x)$ , quando o único parâmetro diferente é  $\kappa L = 0,115$ .

As tabelas 5.3.1, 5.3.2 e 5.3.3 apresentam os rácios de potências de contrastes  $P/W$  e  $P/C$  em valores médios e em valores máximos. O valor máximo  $P/W$  é obtido para a SSFBG gravada com o melhor código. O valor máximo  $P/C$  diz respeito a um par de SSFBG diferente (considerando todas as combinações possíveis entre códigos diferentes). A primeira linha das tabelas 5.3.1, 5.3.2 e 5.3.3 representa os resultados das simulações com ACI em 1546 nm e em 1554 nm. Também foram consideradas as interferências ISI quando o débito é 2,5 Gb/s. Neste cenário, o espectro de cada SSFBG não foi limitado com um filtro passa banda (BPF). Na segunda linha dessas três tabelas, só foram consideradas as ISI. Na terceira linha das tabelas 5.3.1, 5.3.2 e 5.3.3 foram selecionadas as mesmas interferências ACI e ISI, e o espectro de cada SSFBG não foi limitado com um filtro passa banda de 4 nm. Na quarta e última linha dessas três tabelas, foram simuladas mais fontes de interferências. Além das ACI e ICI, foi implementado o efeito do ruído térmico (de -48 dB) e simulado o ruído do tipo “Beat Noise”. Para que as simulações fossem mais fidedignas com um sistema real, também foi implementado o modelo matemático de um fotodíodo PIN [Bowers, 1985]. Esse fotodetector foi implementado com uma largura de banda maior do que a frequência de corte de um filtro passa-baixo de Bessel de 1ª ordem (ou seja, 31 GHz).

A última linha das tabelas 5.3.1, 5.3.2 e 5.3.3 revela dados mais realísticos das SSFBG com três tipos de gravação. As SSFBG gravadas com o conjunto  $P(y, x)$  e como parâmetro  $\kappa L = 0,024$  são ligeiramente melhores em termos do valor máximo dos rácios  $P/W$  e  $P/C$ . Isto quer dizer que será possível encontrar pelo menos dois códigos do conjunto  $P(y, x)$  que permitirão obter um  $P/W = 8,8$  dB e um  $P/C = 10,6$  dB. Estes resultados são ligeiramente melhores do que os que estão apresentados na tabela 5.3.1, com os códigos de Gold. Mudando o parâmetro de gravação das SSFBG para  $\kappa L = 0,115$ , obtém-se um  $P/W = 11$  dB e um  $P/C = 11$  dB. Por outras palavras, as SSFBG foram gravadas com um comprimento superior (incremento de 4,8) e apresentaram uma melhoria de 2,2 dB no  $P/W$  e uma melhoria de 0,4 dB no  $P/C$ .

Tabela 5.3.1:  $P/W$  e  $P/C$  com 33 SSFBG gravadas com códigos de Gold, quando  $N = 31$ ,  $\kappa L = 0,024$  e duração de um bit = 400 ps (débito = 2,5 Gb/s).

	$\lambda$ (nm)	$P/W$ [dB]		$P/C$ [dB]	
		<i>Média</i>	<i>Max</i>	<i>Média</i>	<i>Max</i>
Com ACI 1546 nm + 1554 nm, ISI e sem BPF	1550	10.3	16.2	10.6	23.8
Com ISI e sem ACI e sem BPF	1550	10.4	17.3	10.7	29.2
Com ACI 1546 nm + 1554nm, ISI e BPF = 4 nm	1550	10.4	17.2	10.6	26.5
Com ISI, com ACI 1546 nm + 1554nm, PIN <i>Photodiode</i> , ruído térmico = -48 dB e <i>Beat Noise</i>	1550	5.4	8.6	5.1	9.5

Tabela 5.3.2:  $P/W$  e  $P/C$  com 128 SSFBG gravadas com códigos  $P(y, x)$ , quando  $N = 31$ ,  $\kappa L = 0,024$  e duração de um bit = 400 ps (débito = 2,5 Gb/s).

	$\lambda$ (nm)	$P/W$ [dB]		$P/C$ [dB]	
		<i>Média</i>	<i>Max</i>	<i>Média</i>	<i>Max</i>
Com ACI 1546 nm + 1554 nm, ISI e sem BPF	1550	10.2	16.0	10.0	28.0
Com ISI e sem ACI e sem BPF	1550	10.3	17.4	10.0	29.2
Com ACI 1546 nm + 1554nm, ISI e BPF = 4 nm	1550	10.3	17.5	10.0	26.8
Com ISI, com ACI 1546 nm + 1554nm, PIN <i>Photodiode</i> , ruído térmico = -48 dB e <i>Beat Noise</i>	1550	5.6	8.8	5.0	10.6

Tabela 5.3.3:  $P/W$  e  $P/C$  com 128 SSFBG gravadas com códigos  $P(y, x)$ , quando  $N = 31$ ,  $\kappa L = 0,115$  e duração de um bit = 400 ps (débito = 2,5 Gb/s).

	$\lambda$ (nm)	$P/W$ [dB]		$P/C$ [dB]	
		<i>Média</i>	<i>Max</i>	<i>Média</i>	<i>Max</i>
Com ACI 1546 nm + 1554 nm, ISI e sem BPF	1550	9.5	17	9.4	25
Com ISI e sem ACI e sem BPF	1550	9.5	16	9.4	35
Com ACI 1546 nm + 1554nm, ISI e BPF = 4 nm	1550	9.5	16	9.4	26
Com ISI, com ACI 1546 nm + 1554nm, PIN <i>Photodiode</i> , ruído térmico = -48 dB e <i>Beat Noise</i>	1550	6.2	11	4.6	11

Os códigos de Gold e do conjunto  $P(y, x)$  adaptam-se perfeitamente às SSFBG. Quando  $N = 31$ , é difícil encontrar mais do que 4 códigos de Gold que sejam úteis num sistema CDMA com transmissão assíncrona. No entanto, com os códigos bipolar alternativos do conjunto  $P(y, x)$ , é possível encontrar mais códigos úteis do que os que estão disponíveis no conjunto de Gold. As propriedades de correlação dos códigos do conjunto  $P(y, x)$  são iguais ou até melhores aos do conjunto de Gold. Evidentemente, os resultados das tabelas 5.3.2 e 5.3.3 poderiam ser melhores se códigos mais compridos fossem utilizados. Por exemplo, os códigos do conjunto  $P(y, x)$ , de comprimento 511, seriam uma ótima escolha para gravar as SSFBG.

Outros investigadores implementaram SSFBG gravadas com 10 códigos de Gold de 511 *chips* e têm reivindicado um  $P/C$  máximo de 26 dB. Utilizando o majorante de Welch pode-se prever um rácio de 27 dB, o que é quase o mesmo.

Com base no novo limite superior da probabilidade de erro em função dos rácios  $P/C$  e  $E_b/N_o$ , que foi previamente definido em (4.3.4), é possível avaliar o pior caso da probabilidade de erro num sistema de comunicação WDM/OCDMA-PON. A Figura 5.3.6 mostra esse limite superior (4.3.4) com base numa representação de uma envolvente 3D, quando  $Q = 3$  e  $N = 31$ . Por exemplo, deve-se obter uma probabilidade de erro mais baixa do que  $10^{-5}$  quando os dois rácios  $P/C$  e  $E_b/N_o$  são pelo menos iguais a 15 dB.

Na tabela 5.3.3, mostrou-se que é possível seleccionar um par de códigos bipolares do conjunto  $P(y, x)$  com um  $P/C$  máximo de 11 dB. Isto significa que a probabilidade de erro do pior caso será  $9 \times 10^{-4}$ . Nesse cenário, será necessário recorrer a um método de correção de erros para garantir uma transmissão binária sem erros. No entanto, é necessário lembrar que a figura 5.3.6 mostra somente o pior cenário da probabilidade de erro. O valor médio da probabilidade de erro foi definido em (4.2.1) e poderá ser utilizado. Evidentemente, esta probabilidade será muito mais baixa do que o pior caso (4.3.4).

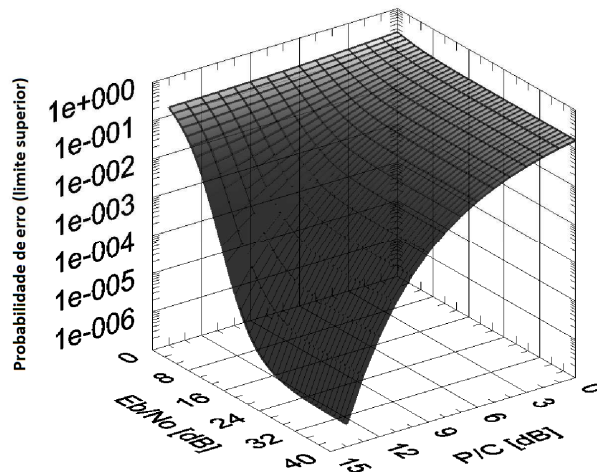


Fig. 5.3.6: Representação 3D do limite superior da função probabilidade de erro (4.3.4) em função dos rácios  $P/C$  e  $E_b/N_o$ , quando dois códigos são utilizados em simultâneo e  $N = 31$ .

O limite superior da função de probabilidade de erro (4.3.4) em função dos rácios  $P/C$  e  $E_b/N_o$ , quando 10 códigos de Gold ou de  $P(y, x)$  são utilizados em simultâneo e  $N = 511$ , está representado na figura 5.3.7. Os códigos de Gold ou de  $P(y, x)$  têm um  $P/C$  aproximadamente igual a  $10 \times \log(N)$ . Ou seja, 27 dB quando o  $N$  é igual a 511 *chips*. Nesse cenário obtm-se um majorante da probabilidade de erro de  $10^{-13}$  quando  $E_b/N_o$   aproximadamente igual a 27 dB.

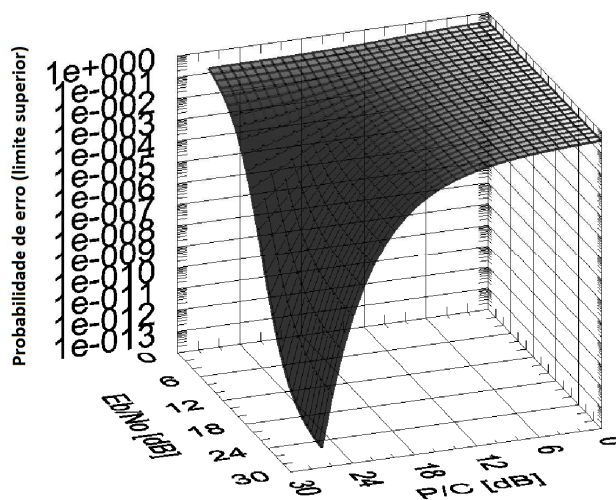


Fig. 5.3.7: Representação 3D do limite superior da função probabilidade de erro (4.3.4) em função dos rácios  $P/C$  e  $E_b/N_o$ , quando 10 códigos são utilizados em simultâneo e  $N = 511$ .

A figura 5.3.8 representa o mesmo limite superior da probabilidade de erro quando são utilizadas 20 SSFBG em simultâneo. Nesse novo cenário só se consegue garantir um majorante da probabilidade de erro de  $10^{-6}$  quando  $E_b/N_o$  é aproximadamente igual a 27 dB.

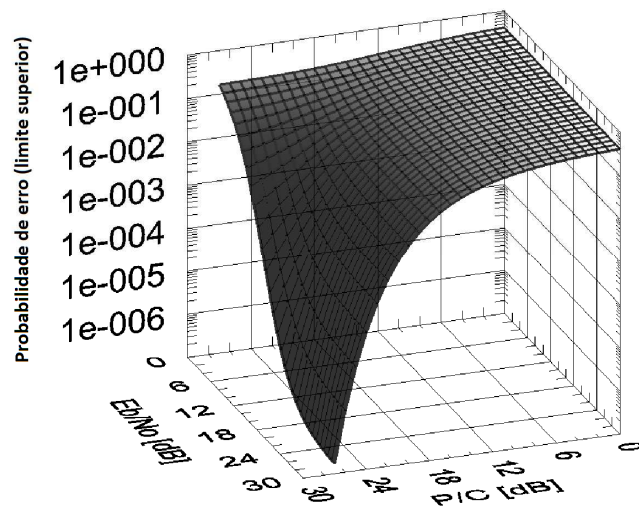


Fig. 5.3.8: Representação 3D do limite superior da função probabilidade de erro (4.3.4) em função dos raios  $P/C$  e  $E_b/N_o$ , quando 20 códigos são utilizados em simultâneo e  $N = 511$ .

Para confirmar a validade do majorante representado na figura 5.3.6, optou-se por efetuar simulações similares recorrendo ao *software* da Optiwave. A figura 5.3.9 representa um cenário OCDMA-PON com dois utilizadores. Ou seja, cada utilizador codifica a sua transmissão com uma SSFBG gravada com um código de Gold (seleção aleatória do código) de comprimento  $N = 31$ . Muitos dos dispositivos das figuras 5.3.2 e 5.3.3 estão presentes no novo cenário OCDMA-PON da figura 5.3.9. Esse sistema de comunicação OCDMA-PON recorre a dois utilizadores transmitindo 1 Gbps cada, em simultâneo, e de forma assíncrona. A ligação ótica entre os codificadores SSFBG e descodificadores SSFBG é de 110 km sobre fibra monomodo com atenuação de 0,2 dB/km (no comprimento de onda de 1550 nm). À entrada dessa fibra, utilizou-se um amplificador ótico de 20 dB. Ou seja, à entrada dos descodificadores existirá uma perda de 2 dB provocada pelos 110 km de fibra. Os códigos de Gold que foram utilizados têm um  $P/C$  aproximadamente de 15 dB. Considerando que a relação sinal ruído de cada

SSFBG é muito superior ao valor  $P/C$ , pode-se dizer que a BER dependerá essencialmente desse rácio de potência de contraste  $P/C$ . Sendo assim, a atenuação anterior de 2 dB afetará essencialmente o  $P/C$  e esse rácio passará a ser de 13 dB. Utilizando o majorante do BER da figura 5.3.6 obtém-se uma BER de  $5 \times 10^{-5}$ .

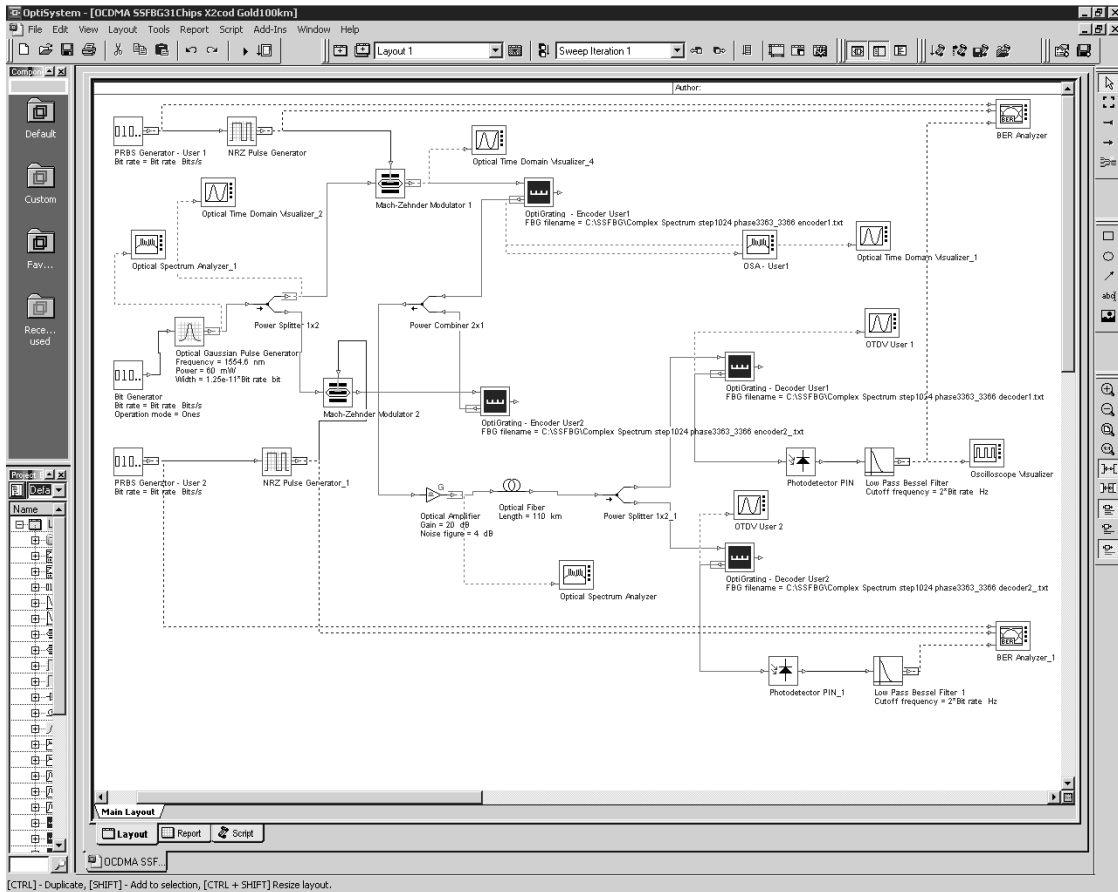


Fig. 5.3.9: Cenário OCDMA-PON do *software* da Optiwave com dois utilizadores (2 SSFBG gravadas com 2 códigos de Gold com  $N = 31$ ).

A figura 5.3.10 mostra o diagrama Olho e a média da BER alcançada no cenário OCDMA-PON da figura 5.3.9 para o utilizador 1 (Codec SSFBG 1 gravado com um código de Gold com  $N = 31$ ) e com taxa de transmissão binária de 1 Gbps sobre fibra de 110 km. A BER mínima, quando as amostragens dos bits são efetuadas ao centro da duração de cada bit, é  $5,7 \times 10^{-6}$ . Esse valor mínimo da BER é onze vezes mais baixo do que o máximo (majorante teórico) que foi estimado com recurso à figura 5.3.6.

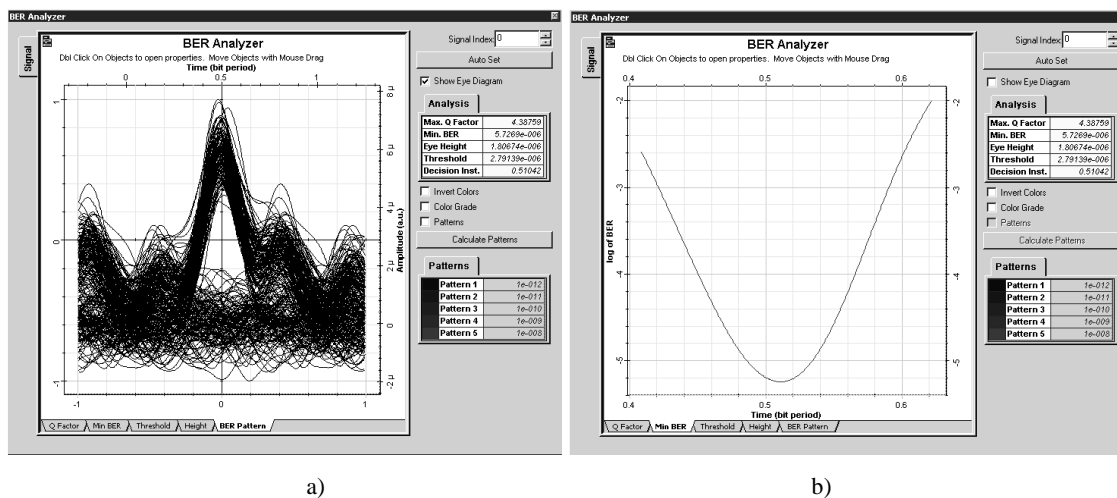


Fig. 5.3.10

- a) Diagrama Olho dos sinais decodificados OCDMA-PON do utilizador 1 (Codec SSFBG 1 gravado com um código de Gold com  $N = 31$ ) e transmissão de 1 Gbps sobre fibra de 110 km.
- b) Log da BER mínima em função do tempo de amostragem dentro da duração de um bit (resultante do diagrama Olho).

A figura 5.3.11 mostra o diagrama Olho e a média da BER alcançada no cenário OCDMA-PON da figura 5.3.9 para o segundo utilizador (Codec SSFBG 2 gravado com um código de Gold, diferente, com  $N = 31$ ) e com taxa de transmissão binária de 1 Gbps sobre fibra de 110 km. A BER mínima, quando as amostragens dos bits são efetuadas ao centro da duração de cada bit, é  $2,5 \times 10^{-15}$ . Esse valor mínimo da BER é  $2 \times 10^{10}$  vezes mais baixo do que o máximo (majorante teórico) que foi estimado com recurso à figura 5.3.6. A seleção dos códigos de Gold gravados nas SSFBG explicam a discrepância entre as BER dos dois utilizadores. Os dois códigos de Gold foram selecionados aleatoriamente e aplicados ao cenário da figura 5.3.9.

Pode-se concluir que a seleção adequada dos códigos é extremamente importante quando se pretende dimensionar um sistema OCDMA-PON para transmissão de 1 Gbps sem erros e a mais de 100 km. Uma segunda conclusão importante é que o novo majorante da BER de um sistema OCDMA-PON (4.3.4) comprova-se no cenário da figura 5.3.9. Ou seja, não será necessário utilizar o *software* da Optiwave para poder prever a BER máxima de um sistema OCDMA-PON se os rácios  $P/C$  dos códigos utilizados forem conhecidos.

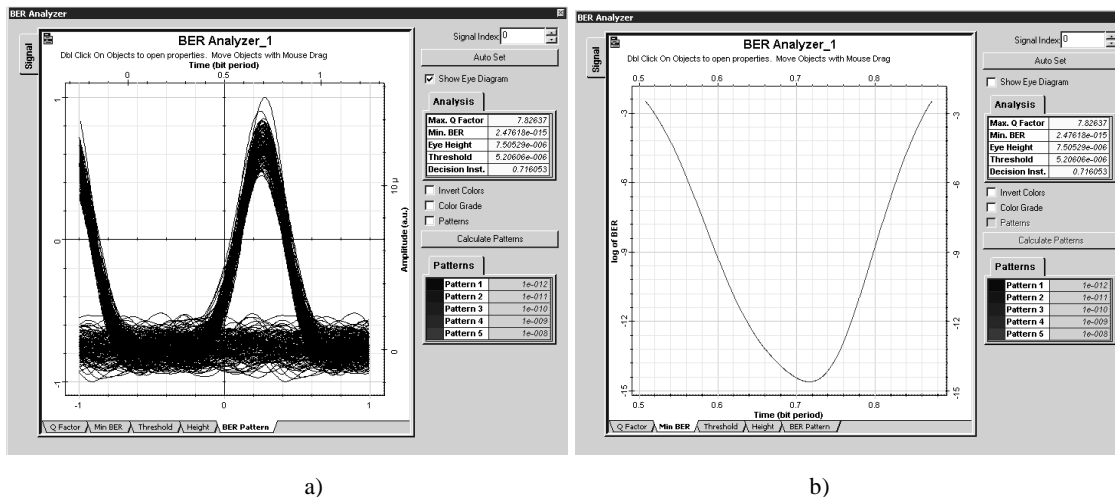


Fig. 5.3.11

- a) Diagrama Olho dos sinais decodificados OCDMA-PON do utilizador 2 (Codec SSFBG 2 gravado com um código de Gold com  $N = 31$ ) e transmissão de 1 Gbps sobre fibra de 110 km.
- b) Log da BER mínima em função do tempo de amostragem dentro da duração de um bit (resultante do diagrama Olho).

No cenário OCDMA-PON da figura 5.3.9, a fibra de 110 km foi substituída por uma de 100 km para evitar ter 2 dB de atenuação. Fig. 5.3.12: a) mostra o diagrama Olho dos sinais decodificados OCDMA-PON do utilizador 1 (Codec SSFBG 1 gravado com um código de Gold com  $N = 31$ ) e transmissão de 1 Gbps sobre essa fibra de 100 km. A BER mínima do primeiro utilizador baixou para  $5,3 \times 10^{-11}$ . A figura 5.3.13 representa resultados semelhantes quando o segundo utilizador (Codec SSFBG 2 gravado com um código de Gold, diferente, com  $N = 31$ ) é considerado. Desta vez a BER mínima baixa para  $3,2 \times 10^{-22}$  se a amostragem for efetuada do instante correto (em 0,76 da duração de um bit). Se a amostragem for efetuada ao centro do bit, a BER do utilizador 1 será somente de  $10^{-4}$  enquanto que a BER do utilizador 2 será  $5 \times 10^{-11}$ . Esse facto revela a importância da precisão no processo de sincronização com os bits recebidos. Não obstante, o nível de *Threshold* também influenciará a BER.

Num novo cenário OCDMA-PON da figura 5.3.9, a fibra de 110 km foi substituída por uma de 20 km (distâncias das atuais PON). A BER mínima do primeiro e do segundo utilizador baixou para um valor quase nulo, como pode ser constatado nas figuras 5.3.14 e 5.3.15.

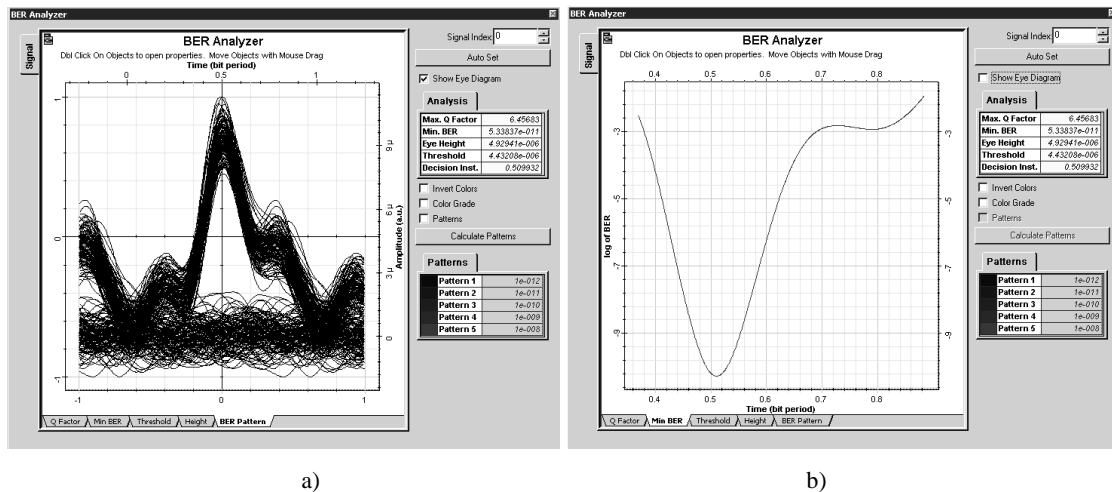


Fig. 5.3.12

- a) Diagrama Olho dos sinais descodificados OCDMA-PON do utilizador 1 (Codec SSFBG 1 gravado com um código de Gold com  $N = 31$ ) e transmissão de 1 Gbps sobre fibra de 100 km.
- b) Log da BER mínima em função do tempo de amostragem dentro da duração de um bit (resultante do diagrama Olho).

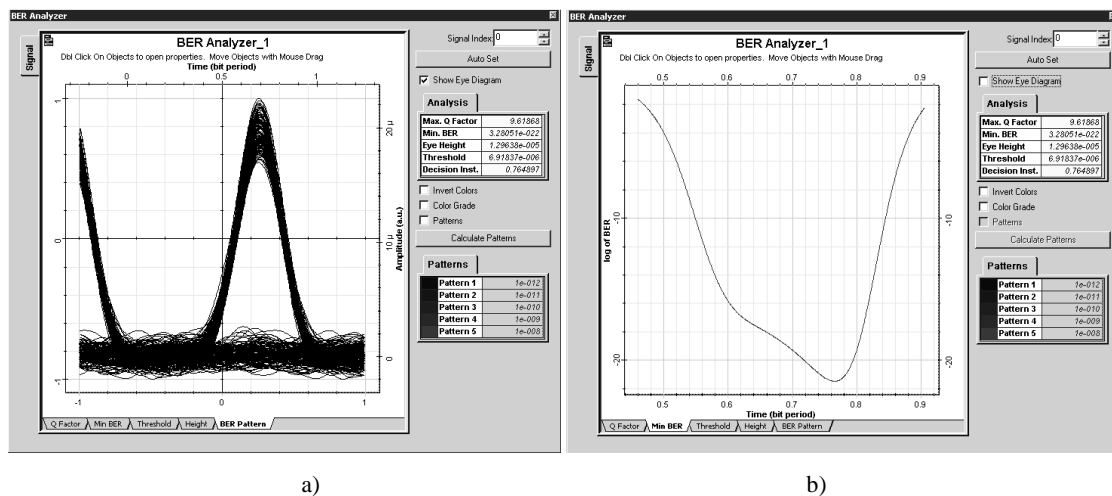


Fig. 5.3.13

- a) Diagrama Olho dos sinais descodificados OCDMA-PON do utilizador 2 (Codec SSFBG 2 gravado com um código de Gold com  $N = 31$ ) e transmissão de 1 Gbps sobre fibra de 100 km.
- b) Log da BER mínima em função do tempo de amostragem dentro da duração de um bit (resultante do diagrama Olho).

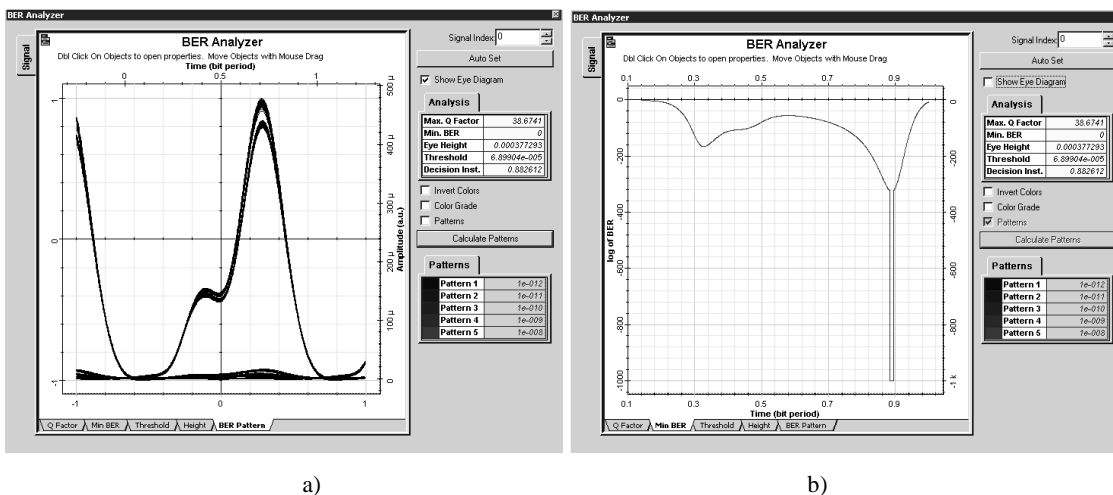


Fig. 5.3.14

- a) Diagrama Olho dos sinais decodificados OCDMA-PON do utilizador 1 (Codec SSFBG 1 gravado com um código de Gold com  $N = 31$ ) e transmissão de 1 Gbps sobre fibra de 20 km.
- b) Log da BER mínima em função do tempo de amostragem dentro da duração de um bit (resultante do diagrama Olho).

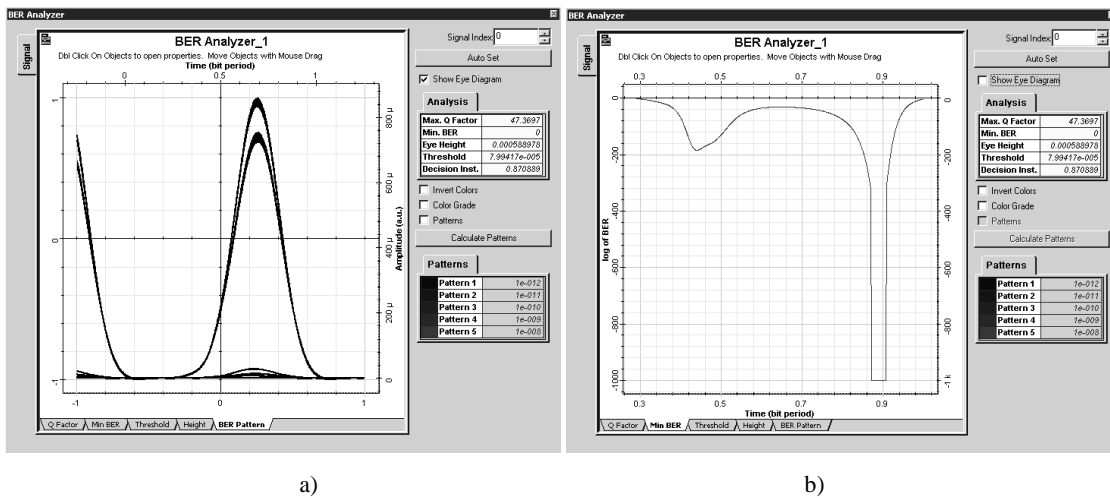


Fig. 5.3.15

- a) Diagrama Olho dos sinais decodificados OCDMA-PON do utilizador 2 (Codec SSFBG 2 gravado com um código de Gold com  $N = 31$ ) e transmissão de 1 Gbps sobre fibra de 20 km.
- b) Log da BER mínima em função do tempo de amostragem dentro da duração de um bit (resultante do diagrama Olho).

A precisão da sincronização das amostragens já não é tão primordial quando o comprimento da fibra é de 20 km e o débito por utilizador é de 1Gbps. A amostragem poderá ser efetuada entre 0,4 e 0,9 da duração de um bit.

Todas figuras de 5.3.10 até 5.3.15 foram obtidas com débitos de 1 Gbps por utilizador. Num novo cenário OCDMA-PON (da figura 5.3.9), com 20 km de fibra, foi incrementar o débito de 1 Gbps até 4 Gbps por utilizador. Fig. 5.3.16: a) mostra o diagrama Olho dos sinais decodificados OCDMA-PON do utilizador 1 (Codec SSFBG 1 gravado com um código de Gold com  $N = 31$ ) e transmissão de 4 Gbps sobre essa fibra de 20 km. A BER mínima do primeiro utilizador é de  $10^{-5}$ . A figura 5.3.17 representa resultados semelhantes quando o segundo utilizador (Codec SSFBG 2 gravado com um código de Gold, diferente, com  $N = 31$ ) é considerado. Desta vez a BER mínima baixa para  $5,3 \times 10^{-8}$ .

Em todas as figuras 5.3.10 até 5.3.15 não existem sobreposições dos símbolos adjacentes (ISI mínima) quando o débito está dimensionado para 1 Gbps. Quando o débito aumenta para 4 Gbps, cria-se uma sobreposição acentuada dos símbolos com os símbolos adjacentes (ISI em excesso) o que provoca um aumento da BER.

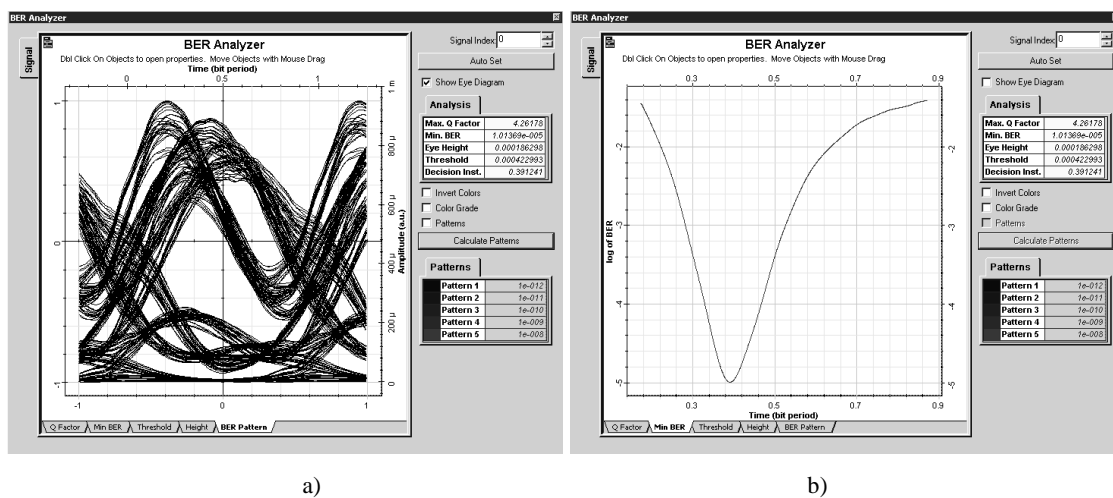


Fig. 5.3.16

a) Diagrama Olho dos sinais decodificados OCDMA-PON do utilizador 1 (Codec SSFBG 1 gravado com um código de Gold com  $N = 31$ ) e transmissão de 4 Gbps sobre fibra de 20 km.

b) Log da BER mínima em função do tempo de amostragem dentro da duração de um bit (resultante do diagrama Olho).

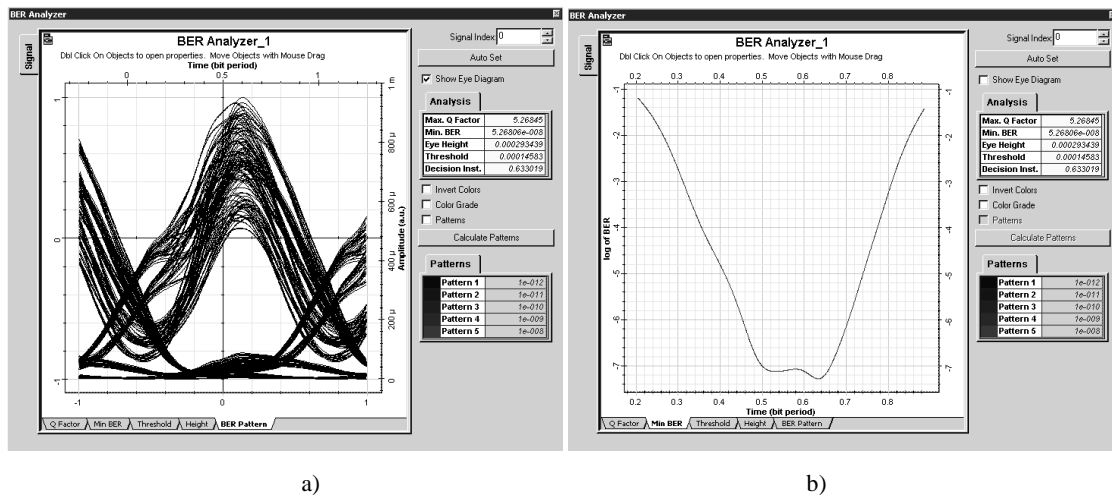


Fig. 5.3.17

- a) Diagrama Olho dos sinais decodificados OCDMA-PON do utilizador 2 (Codec SSFBG 2 gravado com um código de Gold com  $N = 31$ ) e transmissão de 4 Gbps sobre fibra de 20 km.
- b) Log da BER mínima em função do tempo de amostragem dentro da duração de um bit (resultante do diagrama Olho).

As diversas simulações efetuadas com base no cenário da figura 5.3.9 mostram a viabilidade da utilização de SSFBG, gravadas com códigos de Gold de 31 *chips*, em transmissão OCDMA-PON. A infraestrutura PON poderá ter um alcance de 110 km com débitos de 1 Gbps por utilizadores, no cenário selecionado. O sistema foi testado com somente dois utilizadores. No entanto, é previsível que se possa utilizar muitos mais. Recomenda-se uma quantidade não superior a  $\left\lfloor \frac{\sqrt{N}}{2} \right\rfloor$ . Ou seja, quanto mais compridos forem os códigos, mais códigos em simultâneo poderão ser utilizados. Se o comprimento for de 511 *chips*, então será possível ter mais de 10 utilizadores (10 sinais óticos de 10 SSFBG) em simultâneo com uma BER muito inferior ao valor de referência  $10^{-9}$ . As figuras 5.3.7 e 5.3.8, do majorante do BER quando  $N = 511$  *chips*, permitem prever que será possível atingir BER muito baixas (quando não existe ISI significativa). Se for utilizado FEC (Forward Error Correction), então esse sistema OCDMA-PON poderá transmitir sem erros a mais de 100 km e com débitos superiores a 1 Gbps. Não é necessário utilizar o simulador da Optiwave para chegar a essa conclusão. O novo modelo do majorante do BER de um sistema OCDMA-PON com SSFBG deverá ser um excelente estimador. No entanto, o ruído “beat noise” não pode ser desprezado. Para códigos demasiados curtos, será necessário determinar um novo

rácio  $P/C$  antes de utilizar o majorante do BER de um sistema OCDMA-PON com SSFBG.

### Sumário

A relevância dos diversos novos conjuntos de sequências perfeitas com baixos valores de correlações cruzadas está patente neste capítulo. As diversas simulações efetuadas mostraram que os novos códigos são viáveis e resistentes a diversos tipos de interferências, as quais são frequentemente encontradas em sistemas de comunicação CDMA e OCDMA. Por exemplo, os novos códigos perfeitos derivados das sequências de Chu, as novas sequências perfeitas derivadas das sequências de máximo comprimento, os novos códigos mutuamente ortogonais e complementares de Gold e os novos códigos derivados das sequências 2-D perfeitas foram avaliados quando estes são implementados num sistema CDMA, com uma quantidade variável de utilizadores, com uma transmissão assíncrona, com diversos tipos de modulação, com diversos tipos de interferências do tipo “Rayleigh flat-fading” e com ruído identificado por AWGN. Para simplificar a avaliação das diversas famílias dos novos códigos, foi identificado em (4.2.1) um modelo matemático para analisar o comportamento desses códigos num sistema CDMA com base numa probabilidade de erro em função das propriedades de correlações dos códigos. Dessa forma, os novos códigos foram avaliados por dois modelos diferentes de simulações e ambos confirmaram a superioridade dos novos conjuntos de códigos (que foram apresentados previamente no capítulo 3). Neste capítulo, foi possível descobrir que os novos códigos têm um melhor desempenho em termo de BER do que muitos outros códigos bem conhecidos (Gold, Ortogonal de Gold, Walsh-Hadamard, Zigbee, Golay, *m-sequence*, de Chu, GDFT, etc).

As simulações dos novos códigos foram alargadas a um sistema OCDMA, mais especificamente a um sistema WDM/OCDMA-PON com SSFBG gravadas com códigos do conjunto de Gold e do conjunto  $P(y,x)$ . Mostrou-se que os sinais codificados por SSFBG são aproximadamente sequências perfeitas. No entanto, nem todos os conjuntos de códigos poderão ser úteis. Foram analisadas diversas SSFBG,

gravadas com diferentes parâmetros. Conclui-se que os códigos do conjunto  $P(y, x)$  oferecem quatro vezes mais códigos do que o conjunto de Gold. Por esse motivo, deverá ser útil gravar as SSFBG com esses novos códigos de  $P(y, x)$  devido ao facto desse conjunto ter quase as mesmas propriedades de correlação do que os códigos de Gold. Para finalizar, foram apresentados alguns resultados que permitem estimar a probabilidade de erro de um sistema de comunicação WDM/OCDMA-PON em função do rácio de potência de contraste  $P/C$  das SSFBG utilizadas. Considerando que as SSFBG mantêm aproximadamente o mesmo  $P/C$  do conjunto de códigos que foi utilizado nas gravações, então será possível prever o desempenho de um sistema WDM/OCDMA-PON aquando do dimensionamento teórico desse sistema. Para aumentar o grau de precisão, da previsão do BER desse sistema, é aconselhável que as SSFBG sejam gravadas com alguns dos códigos recomendados no capítulo 3 e utilizando os parâmetros de gravação definidos no capítulo 4. Desta forma, será possível prever com maior exatidão os rácios das potências de contrastes  $P/W$  e  $P/C$ . E por consequência, a estimativa do BER de um sistema WDM/OCDMA-PON que utilize essas SSFBG será mais fidedigna.

### Referências

A. N. **Akansu**, R. Poluri, “Walsh-like Nonlinear Phase Orthogonal Codes for Direct Sequence CDMA Communications”, *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 55, pp. 3800-3806, **2007**.

J. E. **Bowers**, C. A. Burrus, et al, “InGaAs PIN Photodetectors With Modulation Response to Millimetre Wavelengths”, *Electronic Letters*, vol. 21, no. 18, pp. 812-814, Aug. **1985**.

T. **Erdogan**, “Fiber grating spectra”, *J. Lightwave Technol.*, vol. 15, no. 8, pp. 1277-1294, Aug. **1997**.

P.Z. **Fan** and M. Darnell "Aperiodic autocorrelation of Frank sequences", *IEE Proc-Commun.*, vol. 142, no. 4, Aug. **1995**.

**Harri** Holma and Antti Toskala (editors), "WCDMA for UMTS", *John Wiley & Sons*, **2001**.

Homepage of **IEEE 802.15** WPAN Task Group 4 (TG4). [Online]: <http://grouper.ieee.org/groups/802/15/pub/TG4.html>.

**Pereira**, J.; Silva, H. A.; "Generalized Chu Polyphase Sequences", Proc International Conf. on Telecommunications - ICT, Marrakech, Morocco, Vol. 1, pp. 47 - 52, May **2009**.

**Pereira**, J.; Silva, H. A.; "Perfect Periodic Autocorrelation Codes Derived From M Sequences", Proc Conf. on Telecommunications - ConfTele, Santa Maria da Feira, Portugal, Vol. 1, pp. 165 - 168, May **2009**.

**Pereira**, J.; Silva, H. A.; "M-ary Mutually Orthogonal Complementary Gold Codes", Proc European Signal Processing Conf. - EUSIPCO, Glasgow, United Kingdom, pp. 1636 - 1640, Aug. **2009**.

## 6. Conclusões

### 6.1. Síntese do trabalho realizado

Os atuais sistemas de comunicação CDMA (Code Division Multiple Access) e OCDMA (Optical Code Division Multiple Access) utilizam conjuntos de códigos que são bem conhecidos. Esses códigos apresentam excelentes propriedades de autocorrelação e correlação cruzada. No entanto, é sempre possível melhorar a tecnologia atual se forem descobertos e utilizados novos conjuntos matemáticos com melhores características de correlação. Nesta tese foram apresentados diversos novos conjuntos de sequências perfeitas (ortogonais e *pseudo* ortogonais) destinados a esses sistemas CDMA e OCDMA. Tal como o OFDM (Orthogonal Frequency-Division Multiplexing), as novas sequências perfeitas utilizam uma IDFT (Inverse Discrete Fourier Transform) no processo construtivo. No caso mais simples, essas sequências complexas perfeitas podem ser transformadas em códigos bipolares e aplicadas em sistemas de comunicação CDMA ou OCDMA onde o benefício da IDFT é previamente incorporado nos códigos bipolares. No entanto, também é possível utilizar diretamente as sequências perfeitas em sistemas do tipo CDMA sem ser necessário transformá-las em códigos bipolares. Nessa situação, os sistemas CDMA terão um desempenho ainda melhor.

Todos os novos conjuntos matemáticos de sequências perfeitas que foram descobertos, apresentam boas propriedades de autocorrelação e correlação cruzada. Por esse motivo, essas sequências perfeitas ou códigos perfeitos deverão ser excelentes substitutos dos códigos vulgarmente utilizados em sistemas de comunicação atuais genéricos do tipo CDMA. Para descobrir novos conjuntos matemáticos de sequências perfeitas, uma IDFT foi aplicada às sequências de Chu, às sequências de máximo comprimento, às sequências de Gold, às sequências ortogonais de Gold, às sequências de Walsh-Hadamard e às sequências de Golay. Utilizando o mesmo método, também foram descobertos e apresentados vários maiores conjuntos de sequências perfeitas num formato matricial 2-D.

Neste documento, utilizou-se um modelo matemático de probabilidade de erro em função das propriedades de correlação dos códigos utilizados num sistema CDMA com modulação BPSK (Binary Phase Shift Keying). Esse modelo foi alterado para poder fornecer um novo majorante dessa probabilidade de erro. Esse majorante irá garantir um valor máximo da probabilidade de erro aquando do dimensionamento inicial de um sistema CDMA ou OCDMA. Essa função de probabilidade de erro foi reescrita para que possa ser definida em função do rácio de potência de contraste dos códigos seleccionados. Esse rácio é vulgarmente utilizado em sistemas OCDMA. Optou-se por testar um sistema OCDMA utilizando CODEC (codificadores/descodificadores) definidos por SSFBG (Super Structured Fiber Bragg Grating) gravadas com diferentes conjuntos de códigos. Para tal, foi necessário descobrir quais eram os melhores códigos e quais eram os parâmetros de gravação mais adequados. Essa tarefa foi concluída recorrendo a um novo modelo matemático simplificado do espectro da potência refletida de uma SSFBG, considerando que ela é constituída por uma serie de FBG (Fiber Bragg Grating) cujo espectro de potência refletida é conhecida. Com esse novo modelo, foi possível confirmar que os códigos de Gold ou os códigos de  $P(y, x)$  permitem manter os mesmos rácios de potência de contraste  $P/C$  (quando certas condições são verificadas) após serem gravados numa SSFBG.

As diversas simulações efetuadas mostraram que as novas sequências perfeitas são viáveis e resistentes a diversos tipos de interferências. Por exemplo, foram avaliadas as novas sequências perfeitas derivadas das sequências de Chu, as novas sequências perfeitas derivadas das sequências de máximo comprimento, as novas sequências mutuamente ortogonais e complementares de Gold e as novas sequências derivadas das sequências perfeitas 2-D, quando estas são utilizadas em sistemas de comunicação móveis e em sistemas de comunicação em redes óticas passivas. Os cenários CDMA e OCDMA utilizados requererem uma quantidade variável de utilizadores/códigos com transmissão assíncrona e estão sujeitos a diversos tipos de modulação, interferências e ruídos. As novas sequências e os novos códigos foram avaliados por dois modelos diferentes de simulação e ambos confirmaram a superioridade dos novos conjuntos de códigos (sequências perfeitas adaptadas aos sistemas de comunicação). Conclui-se que os novos códigos têm um melhor desempenho em termo de taxa de erro do que muitos

outros códigos bem conhecidos (Gold, Ortogonal de Gold, Walsh-Hadamard, Zigbee, Golay, *m-sequence*, de Chu, GDFT, etc).

As simulações dos novos códigos foram alargadas a um sistema OCDMA, mais especificamente a um sistema WDM/OCDMA-PON (Wavelength Division Multiplexing Optical Code-Division Multiple-Access Passive Optical Network) com SSFBG gravadas utilizando códigos do conjunto de Gold e do conjunto  $P(y,x)$ . Verificou-se que os sinais codificados por SSFBG são aproximadamente sequências perfeitas. Por esse motivo, deverá ser útil gravar as SSFBG. Nomeadamente, recomenda-se a gravação com os novos códigos de  $P(y,x)$  devido ao facto desse conjunto ter quase as mesmas propriedades de correlação do que os códigos de Gold e existir em quantidade quatro vezes superior. Foi estimada a probabilidade de erro de um sistema de comunicação WDM/OCDMA-PON em função do rácio de potência de contraste  $P/C$  das SSFBG utilizadas. Considerando que as SSFBG mantêm aproximadamente o mesmo  $P/C$  do conjunto de códigos que foi utilizado nas gravações, então será possível prever o desempenho de um sistema WDM/OCDMA-PON aquando do dimensionamento teórico desse sistema.

Todos os novos conjuntos matemáticos, aqui apresentados, podem ser implementados eletronicamente ou no domínio ótico (com SSFBG ou outros CODEC). O anexo A é o documento que identifica o pedido provisório de patente de um CODEC que gerar vários tipos de sequências perfeitas e ortogonais construídas com base no circuito eletrónico recursivo dos códigos de Golay. Essa patente nacional foi registada no INPI (Instituto Nacional da Propriedade Industrial) em 26 de julho de 2012, com número: 20121000058884 e nome "Codificador e decodificador de sequências ortogonais perfeitas de Golay ". Os inventores e entidades envolvidos nesta patente são o doutorando, o Professor Henrique J. A. da Silva, a FCTUC (Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra), o IT (Instituto de Telecomunicações) e o IPL (Instituto Politécnico de Leiria). Nessa patente, o doutorando mostra como gerar sequências perfeitas a partir de um simples gerador recursivo de códigos de Golay. Os novos códigos gerados possuem melhores características de autocorrelação periódica e

aperiódica do que os códigos de Golay. Adicionalmente, esses novos códigos possuem valores de correlação cruzada periódica e aperiódica mais baixos do que os valores gerados pelos códigos de Golay. O novo CODEC que foi patenteado pode gerar um conjunto de  $N$  códigos bipolares de comprimento  $N$ . Esses novos códigos bipolares foram testados e comparados com os códigos de ortogonais de Gold (com os mesmos comprimentos e as mesmas quantidades) num sistema CDMA com modulação BPSK. Conclui-se que em termos de probabilidade de erro os novos códigos (do Anexo A) são melhores. A relevância da patente pode ser analisada recordando que a empresa norte americana QUALCOMM registou em 2011 uma patente “*Golay Code Generation*”, *Pub. No.: US2011/0209035 A1*. Essa empresa possui muitas patentes relacionadas com CODEC para sistemas CDMA. A patente do novo CODEC de códigos OPDG (Orthogonal Perfect DFT of Golay) pretende ser uma solução alternativa muito melhor do que aquela que a empresa QUALCOMM registou em 2011.

## 6.2. Propostas para trabalho futuro

Em trabalhos futuros, uma patente de um CODEC específico será objeto de divulgação através de publicações em revistas da especialidade. No prazo de 12 meses, a patente deverá ser estendida ao território dos EUA (Estados Unidos da América) para poder competir com as patentes da QUALCOMM. Em simultâneo, o novo CODEC patenteado será gravado num circuito eletrónico e aplicado em sistemas de deteção de obstáculos por sonar com tecnologia CDMA. Esse sonar CDMA servirá de base para o desenvolvimento, a criação, a produção e a comercialização de outros tipos de aplicações desse novo CODEC.



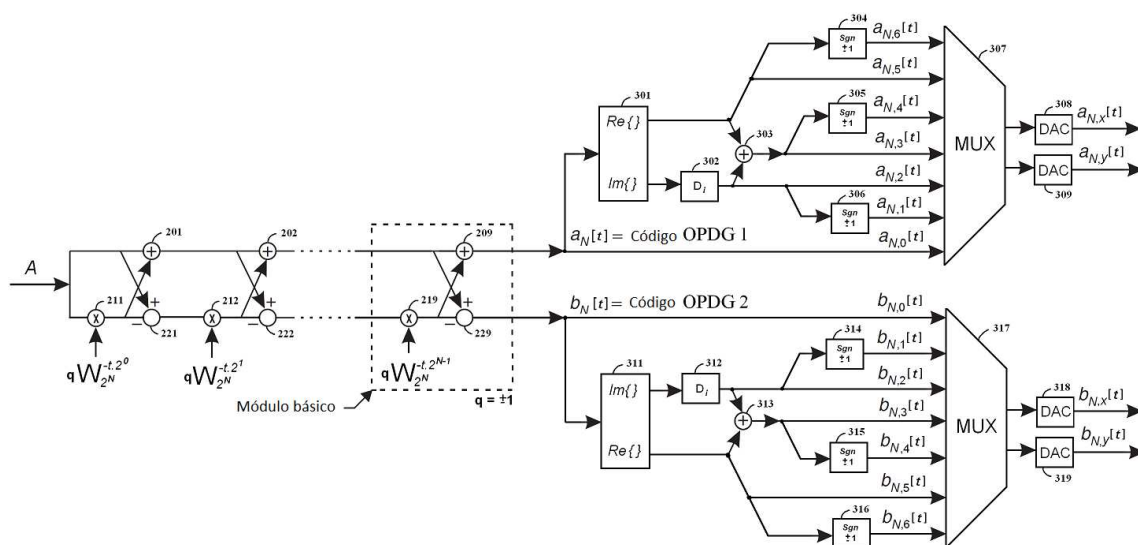


## Anexo A - Pedido Provisório de Patente do CODEC dos códigos OPDG

“Codificador e decodificador de sequências ortogonais perfeitas de Golay”

### RESUMO

Nesta invenção um gerador eficiente de códigos de Golay é transformado para construir um gerador de um par de sequências ortogonais e perfeitas de comprimento  $L=2^N$ , com base em  $N$  módulos eletrônicos. Por definição, uma sequência discreta “ $a$ ” é dita perfeita quando a sua função de autocorrelação periódica  $C_{aa}(t)$  é idêntica a um impulso unitário  $\delta(t)$  (função delta de Dirac). Adicionalmente a parte real e parte imaginária dessas novas sequências são ortogonais para quaisquer deslocamentos cíclicos entre elas. Essas sequências ortogonais perfeitas podem ser implementadas recorrendo a *software* e *hardware*. No caso do *hardware*, podem ser utilizados circuitos integrados para aplicações específicas (ASIC), dispositivos eletrônicos programáveis como FPGA (Field-Programmable Gate Array) ou CPLD (Complex Programmable Logic Device). Os circuitos geradores, dos novos códigos, podem ser utilizados em sistemas de detecção ou análise de sinais aplicados à robótica, em múltiplos sistemas de comunicações e em aplicações com radares.



## DESCRIÇÃO

“Codificador e decodificador de sequências ortogonais perfeitas de Golay”

### **Campo da invenção**

A presente invenção é essencialmente destinada a sistemas de transmissão de dados com codificação por espalhamento espectral do código recorrendo aos códigos de Golay transformados em códigos OPDG (Orthogonal Perfect DFT Golay). No entanto, a invenção não se limita a esse único campo de aplicação. Outros campos como sistemas de sonares ou radares poderão utilizar a invenção.

### **Estado da técnica mais próximo**

O sistema Zigbee está definido na norma IEEE 802.15.4-2003 para uma rede de comunicação sem fios de baixo custo e de baixa potência. A performance desse sistema de comunicação Zigbee pode ser melhorada se forem utilizadas sequências PN (pseudo-random noise) alternativas, com melhores propriedades de correlação. Por exemplo, uma solução foi evidenciada no artigo: *Pereira, J.; Silva, H. A.; "Alternative Zigbee Codes Derived From Orthogonal Perfect DFT Sequences", Proc Sixth IEEE Conf. on Wireless Communication and Sensor Networks - WCSN, Allahabad, India, Vol. 1, pp. 211 - 216, December, 2010.* Uma outra solução foi apresentada no artigo: *Pereira, J.; Silva, H. A.; "Orthogonal perfect discrete Fourier sequences", IET Signal Processing, Vol. 6, No. 2, pp. 107 - 103, April, 2012.*

Por definição, uma sequência de valores discretos e de comprimento finito é dita Perfeita se os valores de autocorrelação periódica desfasados forem todos nulos, tal como acontece com uma função de Dirac. Duas sequências, de um determinado conjunto, são ditas ortogonais se a função de correlação cruzada for igual a zero para um desfasamento

nulo. Quaisquer códigos ou sequências que tenham uma função de autocorrelação perfeita ou aproximadamente perfeita e que sejam ortogonais ou quase ortogonais são candidatos ideais para serem utilizados em sistemas de comunicação assíncronos do tipo DS-CDMA (Direct-Sequence Code-Division Multiple Access). Alternativamente, também podem ser utilizados em sistemas de equalização inicial, em sistemas de estimação de canais de transmissão, em sistemas de sincronização de comunicações, em sistemas de radar, em sistemas de sonares e em muitos outros sistemas onde existem problemas de recepção dos sinais que estejam a ser contaminados por sinais de percursos múltiplos. Se esses códigos forem bipolar  $\{-1, +1\}$ , então eles poderão ser utilizados com uma modulação BPSK (Binary Phase Shift Keying). Geralmente os códigos bipolares ou aproximadamente bipolares apresentam desejáveis baixos valores de PAPR (Peak-to-Average Power Ratio) que facilitam a suas implementações com circuitos eletrônicos. Uma outra propriedade importante em sistemas DS-CDMA é a quantidade de códigos ortogonais ou quase ortogonais disponíveis e que possam ser utilizados em simultâneo em sistemas assíncronos. Os códigos ortogonais de Gold são um bom exemplo disso e apresentam excelentes propriedades de correlação. Por exemplo, podemos gerar 32 códigos ortogonais de Gold de comprimento 32 que podem ser ótimos candidatos para sistemas DS-CDMA.

Códigos bipolares alternativos podem ser derivados das “*Orthogonal Perfect DFT Sequences*”. Esses códigos são ótimos candidatos em sistemas de comunicações onde é desejável minimizar os efeitos MPI (Multipath Interference), MCI (Multicarrier Interference), ISI (Inter Symbol Interference) e MAI (Multiple Access Interference).

As interferências MAI e ISI podem ser reduzidas se os códigos selecionados forem ortogonais para quaisquer defasamentos ou se tiveram valores de correlação cruzada muito baixos. Não obstante, os códigos ou as sequências deverão ter, também, valores médios muito baixos de autocorrelação aperiódica defasada (em valores absolutos). Esta última propriedade garante uma baixa taxa de erros de detecção dos códigos utilizados num sistema DS-CDMA com modulação BPSK.

Os pares de códigos complementares de Golay são ótimos candidatos para serem utilizados em sistemas de comunicação ou radar. Exemplo de publicação: *P. Donato, M. Funes, M. Hadad, D. Carrica, "Optimised Golay correlator," Electronics Letters 45 (7) (2009) pp. 380–381.*

Existem códigos alternativos aos códigos de Golay que apresentam uma ligeira melhoria de performance DS-CDMA. Esses códigos são os códigos M-ary Mutually Orthogonal Complementary Gold Codes. Cujas publicações são: *Pereira, J.; Silva, H. A.; "M-ary Mutually Orthogonal Complementary Gold Codes", Proc European Signal Processing Conf. - EUSIPCO, Glasgow, United Kingdom, pp. 1636 - 1640, August, 2009.*

Infelizmente, características favoráveis de autocorrelação são geralmente alcançadas em detrimento das características de correlação cruzadas e vice-versa. Por esse motivo, deve existir um compromisso entre as duas propriedades de auto e cross-correlação. Simultaneamente, também é desejável conseguir essas ótimas propriedades de correlação no caso periódico e aperiódico. Com base nesses objetivos foi proposta uma patente em 2011: "Golay Code Generation", Pub. No.: US2011/0209035 A1.

### **Descrição pormenorizada da invenção**

Nesta invenção, um gerador eficiente de códigos de Golay é transformado para construir um gerador de um par de sequências ortogonais e perfeitas de comprimento  $L = 2^N$ , com base em  $N$  módulos eletrônicos. Por definição, uma sequência discreta " $a$ " é dita perfeita quando a sua função de autocorrelação periódica  $C_{aa}(t)$  é idêntica a um impulso unitário  $\delta(t)$  (função delta de Dirac). Recordamos que os pares de códigos de Golay não são sequências perfeitas. Com um par de códigos de Golay  $\{a, b\}$ , o impulso unitário só é obtido após somar as suas duas funções de autocorrelação ( $C_{aa} + C_{bb}$ ). Uma outra desvantagem dos códigos de Golay é o facto de eles não serem ortogonais para quaisquer desfasamentos ou deslocamentos cíclicos entre os códigos  $a$  e  $b$  de um par. No entanto, esta última propriedade verificar-se-á com a presente invenção. Apesar das desvantagens dos códigos de Golay, é possível encontrá-los em inúmeras aplicações. Por exemplo, em

sistemas de detecção ou análise de sinais aplicados à robótica, em múltiplos sistemas de comunicações e em aplicações com radares.

Nesta invenção apresenta-se uma solução para transformar os códigos de Golay em sequências ortogonais perfeitas cuja parte real e parte imaginária são sequências reais ortogonais para quaisquer deslocamentos cíclicos  $t$  entre elas ( $C_{\text{Re}[a]\text{Im}[a]}(t) = 0$  e  $C_{\text{Re}[b]\text{Im}[b]}(t) = 0$  com  $0 \leq t < N$  quando  $N > 1$ ). Essas sequências ortogonais perfeitas podem ser implementadas recorrendo a *software* e *hardware*. No caso do *hardware*, podem ser utilizados circuitos integrados para aplicações específicas (ASIC), dispositivos eletrônicos programáveis como FPGA (Field-Programmable Gate Array) ou CPLD (Complex Programmable Logic Device).

A invenção consiste num circuito para implementar um codificador e um decodificador (CODEC) de um par complementar de sequências ortogonais e perfeitas de Golay (OPDG). Os pares OPDG são sequências discretas de comprimento finito  $L$  que podem ser transformadas em códigos reais ou em códigos bipolares  $\{-1, +1\}$  existentes em quantidade igual ao comprimento  $L$ . Todos esses tipos de códigos gerados têm ótimas propriedades de auto e cross-correlação periódica e aperiódica.

As figuras 1, 2 a), 2 b), 3 a), 3 b), 4 a) e 4 b) mostram como implementar um CODEC de um par de códigos OPDG. As figuras 5, 6, 7, 8 e 9 foram utilizadas para exemplificar a aplicabilidade dos códigos OPDG quando o comprimento é igual a 32. As figuras 10, 11, 12, 13, 14, 15 e 16 evidenciam a superioridade dos códigos OPDG comparativamente aos códigos de Golay. É importante enfatizar que a invenção do novo CODEC OPDG também permite gerar ótimos conjuntos de códigos em quantidade igual ao comprimento  $L$ .

Apresentam-se as tabelas I, II, III e IV com o objetivo de realçar a viabilidade dos novos códigos comparativamente aos códigos de Golay e as tabelas V, VI, VII e VIII para evidenciar a aplicabilidade dos novos códigos OPDG comparativamente a um outro conjunto de códigos bem conhecido e denominado por conjunto de códigos ortogonais de

Gold. Estes códigos ortogonais de Gold existem na mesma quantidade dos novos códigos OPDG. Ou seja, a quantidade é igual ao comprimento  $L$ .

As 4 tabelas I, II, III e IV apresentam diversas propriedades de correlação para diferentes conjuntos de sequências e permitem verificar que algumas das propriedades das sequências OPDG e das sequências derivadas das OPDG são melhores do que as das sequências de Golay.

As 4 tabelas V, VI, VII e VIII apresentam diversas propriedades de correlação para diferentes conjuntos de sequências e permitem verificar que algumas das propriedades das sequências bipolares derivadas das OPDG são melhores do que as das sequências ortogonais de Gold e existem na mesma quantidade  $L$  (igual ao comprimento).

Códigos (com correlações periódicas normalizadas, $L=32$ , $q=-1$ )	Autocorrelação em-fase máxima	Autocorrelação desfasada máxima	Autocorrelação desfasada média	Correlação cruzada em-fase	Correlação cruzada desfasada
(Golay 1) U (Golay2)	32	12	1,55	0	12
(OPDG 1) U (OPDG 2)	32	0	0	0	20,4
Sgn[Re(OPDG 1)] U Sgn[Re(OPDG 2)]	32	12	3,61	0	8
Re(OPDG 1) U Im(OPDG 1)	18	5,8	2,11	0	0
Sgn[Re(OPDG 1)] U Sgn[Im(OPDG 1)]	32	12	3,94	2	6
Re(OPDG 2) U Im(OPDG 2)	16	5,8	2,17	0	0
Sgn[Re(OPDG 2)] U Sgn[Im(OPDG 2)]	32	8	4,13	0	8
[Re(OPDG 1)+Im(OPDG 1)] U [Re(OPDG 2)+Im(OPDG 2)]	32	0	0	0	16
Sgn[Re(OPDG 1)+Im(OPDG 1)] U Sgn[Re(OPDG 2)+Im(OPDG 2)]	32	8	2,84	0	12

Tabela I - Propriedade de autocorrelação e correlação cruzada periódica de diversos códigos de comprimento  $L = 32$ .

A tabela I revela algumas das propriedade de autocorrelação e correlação cruzada periódica de vários códigos derivados dos códigos OPDG, quando o codificador da figura 8 é utilizado. Esses códigos são comparados com os códigos de Golay de mesmo comprimento ( $L = 32$ ). A propriedade de autocorrelação perfeita é evidenciada com os códigos (OPDG 1) U (OPDG 2) e os códigos [Re(OPDG 1) + Im(OPDG 1)] U [Re(OPDG 2) + Im(OPDG 2)]. É de realçar que os códigos bipolares Sgn[Re(OPDG 1) + Im(OPDG 1)] U Sgn[Re(OPDG 2) + Im(OPDG 2)] apresentam um valor máximo desfasado de autocorrelação menor do que os códigos de Golay. Em termos de correlação cruzada periódica e valor máximo desfasado de autocorrelação periódica, os códigos

$\text{Re}(\text{OPDG } 1) \cup \text{Im}(\text{OPDG } 1)$  e  $\text{Re}(\text{OPDG } 2) \cup \text{Im}(\text{OPDG } 2)$  revelam melhores características do que os códigos de Golay.

Os mesmos testes da tabela anterior foram efetuados utilizando funções de autocorrelação e correlação cruzada aperiódica.

Códigos (com correlações aperiódicas normalizadas, $L=32$ , $q=-1$ )	Autocorrelação em-fase máxima	Autocorrelação desfasada máxima	Autocorrelação desfasada média	Correlação cruzada em-fase	Correlação cruzada desfasada
(Golay 1) $\cup$ (Golay 2)	32	7	1,4	0	13
(OPDG 1) $\cup$ (OPDG 2)	32	7,5	2,47	0	20,4
$\text{Sgn}[\text{Re}(\text{OPDG } 1)] \cup \text{Sgn}[\text{Re}(\text{OPDG } 2)]$	32	15	3,24	0	7
$\text{Re}(\text{OPDG } 1) \cup \text{Im}(\text{OPDG } 1)$	18	7,4	1,83	0	2,65
$\text{Sgn}[\text{Re}(\text{OPDG } 1)] \cup \text{Sgn}[\text{Im}(\text{OPDG } 1)]$	32	15	3,05	2	7
$\text{Re}(\text{OPDG } 2) \cup \text{Im}(\text{OPDG } 2)$	16	7,4	1,79	0	2,92
$\text{Sgn}[\text{Re}(\text{OPDG } 2)] \cup \text{Sgn}[\text{Im}(\text{OPDG } 2)]$	32	11	3,59	0	9
$[\text{Re}(\text{OPDG } 1)+\text{Im}(\text{OPDG } 1)] \cup [\text{Re}(\text{OPDG } 2)+\text{Im}(\text{OPDG } 2)]$	32	5,9	2,01	0	16,1
$\text{Sgn}[\text{Re}(\text{OPDG } 1)+\text{Im}(\text{OPDG } 1)] \cup \text{Sgn}[\text{Re}(\text{OPDG } 2)+\text{Im}(\text{OPDG } 2)]$	32	8	2,35	0	12

Tabela II - Propriedade de autocorrelação e correlação cruzada aperiódica de diversos códigos de comprimento  $L = 32$ .

Mais uma vez os códigos bipolares  $\text{Sgn}[\text{Re}(\text{OPDG } 1) + \text{Im}(\text{OPDG } 1)] \cup \text{Sgn}[\text{Re}(\text{OPDG } 2) + \text{Im}(\text{OPDG } 2)]$  apresentam ótimas propriedades de autocorrelação e correlação cruzada. Da mesma forma, os outros códigos derivados dos códigos OPDG também evidenciam ótimos resultados comparativamente aos códigos de Golay.

Códigos (com correlações periódicas normalizadas, $L=64$ , $q=-1$ )	Autocorrelação em-fase máxima	Autocorrelação desfasada máxima	Autocorrelação desfasada média	Correlação cruzada em-fase	Correlação cruzada desfasada máxima
(Golay 1) $\cup$ (Golay 2)	64	12	2,03	0	24
(OPDG 1) $\cup$ (OPDG 2)	64	0	0	0	40,8
$\text{Sgn}[\text{Re}(\text{OPDG } 1)] \cup \text{Sgn}[\text{Re}(\text{OPDG } 2)]$	64	20	7,11	0	16
$\text{Re}(\text{OPDG } 1) \cup \text{Im}(\text{OPDG } 1)$	34	12	2,88	0	0
$\text{Sgn}[\text{Re}(\text{OPDG } 1)] \cup \text{Sgn}[\text{Im}(\text{OPDG } 1)]$	64	28	7,78	2	14
$\text{Re}(\text{OPDG } 2) \cup \text{Im}(\text{OPDG } 2)$	32	12	2,91	0	0
$\text{Sgn}[\text{Re}(\text{OPDG } 2)] \cup \text{Sgn}[\text{Im}(\text{OPDG } 2)]$	64	16	7,62	0	16
$[\text{Re}(\text{OPDG } 1)+\text{Im}(\text{OPDG } 1)] \cup [\text{Re}(\text{OPDG } 2)+\text{Im}(\text{OPDG } 2)]$	64	0	0	0	32
$\text{Sgn}[\text{Re}(\text{OPDG } 1)+\text{Im}(\text{OPDG } 1)] \cup \text{Sgn}[\text{Re}(\text{OPDG } 2)+\text{Im}(\text{OPDG } 2)]$	64	12	5,21	0	24

Tabela III - Propriedade de autocorrelação e correlação cruzada periódica de diversos códigos de comprimento  $L = 64$ .

Os mesmos testes da tabela I foram efetuados utilizando códigos semelhantes de comprimento 64 (derivados dos códigos OPDG). Os novos resultados obtidos estão apresentados na tabela III. Mais uma vez, alguns dos códigos derivados dos OPDG

apresentam características de autocorrelação e correlação cruzada periódica melhor do que os códigos de Golay.

Códigos (com correlações aperiódicas normalizadas, $L=64$ , $q=-1$ )	Autocorrelação em-fase máxima	Autocorrelação desfasada máxima	Autocorrelação desfasada média	Correlação cruzada em-fase	Correlação cruzada desfasada máxima
(Golay 1) U (Golay 2)	64	13	1,83	0	19
(OPDG 1) U (OPDG 2)	64	15	3,19	0	40,3
Sgn[Re(OPDG 1)] U Sgn[Re(OPDG 2)]	64	15	5,12	0	17
Re(OPDG 1) U Im(OPDG 1)	34	14	2,52	0	5,16
Sgn[Re(OPDG 1)] U Sgn[Im(OPDG 1)]	64	25	5,53	2	14
Re(OPDG 2) U Im(OPDG 2)	32	14	2,55	0	5,52
Sgn[Re(OPDG 2)] U Sgn[Im(OPDG 2)]	64	19	5,18	0	12
[Re(OPDG 1)+Im(OPDG 1)] U [Re(OPDG 2)+Im(OPDG 2)]	64	11	2,46	0	30
Sgn[Re(OPDG 1)+Im(OPDG 1)] U Sgn[Re(OPDG 2)+Im(OPDG 2)]	64	14	3,53	0	24

Tabela IV - Propriedade de autocorrelação e correlação cruzada aperiódica de diversos códigos de comprimento  $L = 64$ .

Os mesmos testes da tabela anterior (tabela III) foram efetuados utilizando funções de autocorrelação e correlação cruzada aperiódica com os mesmos códigos de comprimento 64. Por exemplo, os códigos Sgn[Re(OPDG 2)] U Sgn[Im(OPDG 2)] evidenciam melhores características de correlação cruzada do que os códigos de Golay.

Códigos (com correlações periódicas normalizadas, $L=32$ , $q=-1$ )	Autocorrelação em-fase máxima	Autocorrelação desfasada máxima	Autocorrelação desfasada média	Correlação cruzada em-fase	Correlação cruzada desfasada máxima	Correlação cruzada desfasada média
Orthogonal Gold Codes, $Q=32$	32	20	4,43	0	20	12,25
Re(OPDG 1)+D <sub>i</sub> [Im(OPDG 1)], $Q=32$	32	0	0	23,8	23,8	18,24
Sgn[Re(OPDG 1)]+D <sub>i</sub> [Im(OPDG 1)], $Q=32$	32	12	3,17	24	24	14,7
Re(OPDG 2)+D <sub>i</sub> [Im(OPDG 2)], $Q=32$	32	0	0	21,5	21,8	18,17
Sgn[Re(OPDG 2)]+D <sub>i</sub> [Im(OPDG 2)], $Q=32$	32	16	3,29	24	24	14,37

Tabela V - Propriedade de autocorrelação e correlação cruzada periódica de diversos códigos de comprimento  $L = 32$ .

Na tabela V são apresentadas propriedades de autocorrelação e correlação cruzada periódica de diversos códigos de comprimento  $L = 32$ . Os códigos de referência escolhidos são os códigos ortogonais de Gold que existem numa quantidade igual ao comprimento e possuem excelentes propriedades de correlação. Os outros códigos, derivados dos códigos OPDG, selecionados neste teste comparativo são Re(OPDG 1) + D<sub>i</sub>[Im(OPDG 1)], Sgn{Re(OPDG 1) + D<sub>i</sub>[Im(OPDG 1)]}, Re(OPDG 2) + D<sub>i</sub>[Im(OPDG 2)] e Sgn{Re(OPDG 2) + D<sub>i</sub>[Im(OPDG 2)]}. Todos os códigos selecionados existem em quantidade  $Q = 32$ . Os códigos Re(OPDG 1) + D<sub>i</sub>[Im(OPDG 1)] e Re(OPDG 2) +

$D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 2)]$  destacam-se dos outros por serem códigos com autocorrelação perfeita. Os códigos bipolares  $\text{Sgn}\{\text{Re}(\text{OPDG } 1) + D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 1)]\}$  e  $\text{Sgn}\{\text{Re}(\text{OPDG } 2) + D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 2)]\}$  revelam valores máximo e médios de autocorrelação desfasada inferiores aos códigos ortogonais de Gold.

Códigos (com correlações aperiódicas normalizadas, $L=32, q=1$ )	Autocorrelação em-fase máxima	Autocorrelação desfasada máxima	Autocorrelação desfasada média	Correlação cruzada em-fase	Correlação cruzada desfasada máxima	Correlação cruzada desfasada média
Orthogonal Gold Codes, $Q=32$	32	12	2,98	0	13	10,34
$\text{Re}(\text{OPDG } 1)+D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 1)], Q=32$	32	8,4	1,92	23,8	23,8	18,11
$\text{Sgn}\{\text{Re}(\text{OPDG } 1)+D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 1)]\}, Q=32$	32	14	2,71	24	24	14,29
$\text{Re}(\text{OPDG } 2)+D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 2)], Q=32$	32	7,6	1,76	21,5	21,5	16,38
$\text{Sgn}\{\text{Re}(\text{OPDG } 2)+D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 2)]\}, Q=32$	32	12	2,65	24	24	13,03

Tabela VI - Propriedade de autocorrelação e correlação cruzada aperiódica de diversos códigos de comprimento  $L = 32$ .

Na tabela VI são apresentadas propriedades de autocorrelação e correlação cruzada aperiódica de diversos códigos de comprimento  $L = 32$ . Os códigos de referência escolhidos são os mesmos da tabela V. Os códigos  $\text{Re}(\text{OPDG } 1) + D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 1)]$ ,  $\text{Sgn}\{\text{Re}(\text{OPDG } 1) + D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 1)]\}$ ,  $\text{Re}(\text{OPDG } 2) + D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 2)]$  e  $\text{Sgn}\{\text{Re}(\text{OPDG } 2) + D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 2)]\}$  revelam valores máximos e médios de autocorrelação desfasada inferiores aos códigos ortogonais de Gold. Estas últimas propriedades irão influenciar os ótimos valores de probabilidade de detecção de erros das figuras 15 e 16.

Códigos (com correlações periódicas normalizadas, $L=64, q=1$ )	Autocorrelação em-fase máxima	Autocorrelação desfasada máxima	Autocorrelação desfasada média	Correlação cruzada em-fase	Correlação cruzada desfasada máxima	Correlação cruzada desfasada média
Orthogonal Gold Codes, $Q=32$	64	28	5,93	0	36	20,9
$\text{Re}(\text{OPDG } 1)+D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 1)], Q=32$	64	0	0	42,7	42,7	34,95
$\text{Sgn}\{\text{Re}(\text{OPDG } 1)+D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 1)]\}, Q=32$	64	24	4,64	44	44	26,94
$\text{Re}(\text{OPDG } 2)+D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 2)], Q=32$	64	0	0	43,7	43,7	34,91
$\text{Sgn}\{\text{Re}(\text{OPDG } 2)+D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 2)]\}, Q=32$	64	20	4,65	46	46	26,28

Tabela VII - Propriedade de autocorrelação e correlação cruzada periódica de diversos códigos de comprimento  $L = 64$ .

Os mesmos testes da Tabela V foram efetuados com os mesmos códigos quando o comprimento é incrementado para o valor 64. Mais uma vez os códigos  $\text{Re}(\text{OPDG } 1) + D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 1)]$ ,  $\text{Sgn}\{\text{Re}(\text{OPDG } 1) + D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 1)]\}$ ,  $\text{Re}(\text{OPDG } 2) + D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 2)]$  e  $\text{Sgn}\{\text{Re}(\text{OPDG } 2) + D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 2)]\}$  revelam valores máximos e médios de autocorrelação desfasada inferiores aos códigos ortogonais de Gold.

2)] e  $\text{Sgn}\{\text{Re}(\text{OPDG } 2) + D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 2)]\}$  revelam valores máximos e médios de autocorrelação desfasada inferiores aos códigos ortogonais de Gold.

Códigos (com correlações aperiódicas normalizadas, $L=64, q=1$ )	Autocorrelação em-fase máxima	Autocorrelação desfasada máxima	Autocorrelação desfasada média	Correlação cruzada em-fase	Correlação cruzada desfasada máxima	Correlação cruzada desfasada média
Orthogonal Gold Codes, $Q=32$	64	23	3,96	0	23	18,35
$\text{Re}(\text{OPDG } 1)+D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 1)], Q=32$	64	16	2,67	42,7	42,7	34,34
$\text{Sgn}\{\text{Re}(\text{OPDG } 1)+D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 1)]\}, Q=32$	64	21	3,78	44	44	25,92
$\text{Re}(\text{OPDG } 2)+D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 2)], Q=32$	64	17	2,65	43,7	43,7	32,11
$\text{Sgn}\{\text{Re}(\text{OPDG } 2)+D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 2)]\}, Q=32$	64	20	3,77	46	46	23,24

Tabela VIII - Propriedade de autocorrelação e correlação cruzada aperiódica de diversos códigos de comprimento  $L = 64$ .

Os mesmos testes da Tabela VI foram efetuados com os mesmos códigos quando o comprimento é incrementado para o valor 64. Mais uma vez os códigos  $\text{Re}(\text{OPDG } 1) + D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 1)]$ ,  $\text{Sgn}\{\text{Re}(\text{OPDG } 1) + D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 1)]\}$ ,  $\text{Re}(\text{OPDG } 2) + D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 2)]$  e  $\text{Sgn}\{\text{Re}(\text{OPDG } 2) + D_i[\text{Im}(\text{OPDG } 2)]\}$  revelam valores máximos e médios de autocorrelação desfasada inferiores aos códigos ortogonais de Gold. Estas últimas propriedades irão influenciar os ótimos valores de probabilidade de detecção de erros das figuras 15 e 16.

### Descrição das figuras

A figura 1 - Diagrama simplificado da aplicação dos códigos OPDG num sistema de comunicação de dados na presença de ruído - representa um diagrama simplificado de como podem ser aplicados os códigos OPDG num sistema de comunicação de dados. O primeiro bloco (Codificador OPDG) representa a presente invenção, ou seja um gerador de códigos OPDG. O par de códigos OPDG são representados por  $a_N[t]$  e  $b_N[t]$ . O segundo bloco esquematiza um par de conversores digital-analógico (DAC). O terceiro bloco (Meio de transmissão) simboliza os meios de transmissão dos dois sinais de entrada  $a_N''[t]$  e  $b_N''[t]$ . O quarto bloco inclui um par de conversores analógico-digital (ADC) cujas entradas são os sinais anteriores contaminados por ruído. O quinto bloco implementa uma função de correlação de códigos OPDG e serve para decodificar os

códigos OPDG da presente invenção. A confirmação da detecção correta será efetuada mediante um bloco "Detetor de limiar", cuja função é determinar se o nível de correlação efetuada pelo bloco anterior (Descodificador OPDG) está ou não acima de um determinado nível predefinido. Acima desse nível o código OPDG é detetado. Abaixo desse nível o código OPDG não é detetado.

A figura 2 a) - Circuito gerador (codificador) de um par de sequências ortogonais perfeitas (OPDG 1 e OPDG 2) de comprimento  $L = 2^N$ , de acordo com a representação da invenção ( $W_L = \exp(-j2\pi/L)$  é um "twiddle factor" e  $L$  é um inteiro) - apresenta o codificador (ou gerador) de um par de sequências discretas, ortogonais e perfeitas  $a_N[t]$  (designado por código OPDG 1) e  $b_N[t]$  (designado por código OPDG 2).

A parte da invenção do codificador, da figura 2 a), consiste num circuito gerador de códigos que possuem uma função de autocorrelação periódica perfeita igual ao impulso unitário (ou função delta de Dirac). O par de códigos OPDG 1 e OPDG 2 são códigos ortogonais e perfeitos de comprimento finito  $L$ . Esse codificador é constituído por  $N$  módulos básicos que são compostos por um somador, um diferenciador e um multiplicador por um "Twiddle Factor"  $W_L = \exp(-j2\pi/L)$ . Todos os elementos de um módulo básico podem ser implementados por *hardware*. O valor  $q$  pode tomar o valor -1 ou +1. O valor  $t$  representa o índice das sequências (ou o deslocamento temporal). As sequências ortogonais e perfeitas geradas têm comprimentos  $L = 2^N$ . O valor  $A$  representa um sinal de entrada constante (ou sequência constante de  $N$  valores discretos) que pode tomar valores todos iguais a -1 ou +1. O valor  $A$  poderá tomar valores reais diferentes se, por exemplo, uma normalização da autocorrelação for implementada.

A figura 2 b) é um codificador de códigos OPDG quando os módulos básicos são utilizados num processo recursivo. As duas saídas de um módulo básico da figura 2 a) são guardadas num componente de memória. Esse componente de memória terá duas saídas que serão utilizadas como entradas do módulo básico quando o índice  $n$  do módulo (igual à iteração do processo recursivo) for superior ou igual a 2. Na primeira iteração, quando  $n = 1$ , as entradas do módulo serão iguais a um vetor constante igual a  $A$  e de comprimento  $L = 2^N$ .

As figuras 3 - a) Transformação da sequência complexa  $a_N$ , de acordo com a representação da invenção. b) Transformação da sequência complexa  $b_N$ , de acordo com a representação da invenção - exemplificam como decompor as sequências complexas ortogonais perfeitas em suas partes reais e imaginárias (por exemplo, recorrendo ao *hardware*). As saídas  $a_{N,X}[t]$ ,  $a_{N,Y}[t]$ ,  $b_{N,X}[t]$  e  $b_{N,Y}[t]$ , das figuras 3 a), 3 b) e 5, são sequências discretas de valores analógicos resultantes dos conversores DAC (Digital-to-Analog Conversor). A seleção das sequências é efetuada com base num multiplexer (MUX). O valor  $D_i$  efetua um atraso para conseguir implementar o efeito de um deslocamento temporal cíclico. As sequências  $a_N[t] = \text{OPDG 1}$  e  $b_N[t] = \text{OPDG 2}$  são sequências complexas que podem ser decompostas e transformadas eletronicamente em códigos reais ou em códigos reais bipolares. Para tal, a invenção incorpora um circuito transformador dessas sequências  $a_N$  e  $b_N$ . Essas sequências complexas são decompostas em duas sequências reais utilizando um circuito eletrónico  $\text{Re}\{\}$  e  $\text{Im}\{\}$ , para extrair a parte real e a parte imaginária respetivamente.

Um circuito eletrónico  $D_i$  será responsável por criar sequências atrasadas temporalmente de um valor igual ao índice  $i$  de uma sequência  $\text{Im}\{\}$  em relação à sequência  $\text{Re}\{\}$ . Um outro circuito identificado por  $\text{Sgn } \pm 1$  (função sinal) será responsável por gerar sequências bipolares  $\{-1, +1\}$ . O circuito MUX irá permitir selecionar a sequência que se quer utilizar. A última parte do circuito transformador das sequências  $a_N$  e  $b_N$  consiste num simples conversor digital/analógico (DAC). As quatro sequências de saída resultantes serão designadas por sequências  $a_{N,X}[t]$ ,  $a_{N,Y}[t]$ ,  $b_{N,X}[t]$  e  $b_{N,Y}[t]$  e dependem essencialmente do multiplexador MUX.

A figura 4 a) - Circuito descodificador de um par de sequências ortogonais perfeitas, de acordo com a representação da invenção - ilustra o descodificador das sequências ortogonais perfeitas  $a_N[t]$  e  $b_N[t]$ . O descodificador implementa uma função de autocorrelação quando as sequências de entrada são as sequências corretas ( $a'_N[t] = a_N[t]$ )

e  $b'_N[t] = b_N[t]$ ). No caso de uma detecção correta obtém-se dois tipos opcionais de sinais de saída: uma função de autocorrelação proporcional ao impulso unitário  $\delta(t)$  e uma função constante proporcional à amplitude  $A$  do codificador da figura 2 a). No caso de uma detecção incorreta obtém-se uma correlação cruzada nula ( $t = 0$ ).

A invenção também inclui um descodificador de um par de sequências OPDG 1 e OPDG 2. Esse circuito é constituído por  $N$  módulos eletrónicos básicos que são compostos por um somador, um diferenciador e um multiplicador por um “Twiddle Factor”  $W_L = \exp(-j2\pi/L)$ . Mais uma vez, o valor  $q$  pode tomar o valor  $-1$  ou  $+1$  e o valor  $t$  representa o índice das sequências (ou o deslocamento temporal). O último módulo desse circuito implementa eletronicamente a parte real de uma FFT (Fast Fourier Transform) identificado por  $\text{Re}\{\text{FFT}\}$ . A saída dessa transformada será igual a um impulso unitário de Dirac com amplitude igual a  $A[q]^N 2^{2N+1}$ . Esse impulso aparecerá deslocado temporalmente de um valor  $2^N - 1$ . A entrada do bloco  $\text{Re}\{\text{FFT}\}$  é um valor complexo que pode ser utilizado para extrair uma sequência constante igual ao valor  $A^2 2^{2N+2}$ . Essa operação requer a utilização de um circuito eletrónico que possa implementar o valor ao quadrado do valor absoluto (igual a operação de multiplicação de uma sequência complexa com o seu conjugado). Dependendo do tipo de aplicação, os blocos [432] e/ou [433] poderão ser omissos.

A figura 4 b) é um descodificador de códigos OPDG quando os módulos básicos são utilizados num processo recursivo. As duas saídas de um módulo básico da figura 4 a) são guardadas num componente de memória. Esse componente de memória terá duas saídas que serão utilizadas como entradas do módulo básico quando o índice  $n$  do módulo (igual à iteração do processo recursivo) for inferior ou igual a  $N$ . Na primeira iteração, quando  $n = N$ , as entradas do módulo serão iguais aos códigos que se pretende descodificar (par de vetores: OPDG 1 e OPDG 2 de comprimento  $L = 2^N$ ). Na última iteração, quando  $n = 1$ , as duas saídas poderão ser somadas tal como acontece com o descodificador OPDG da figura 4 a), quando se recorre ao componente 431.

A figura 5 - Diagrama simplificado da aplicação dos códigos OPDG reais num sistema de comunicação de dados na presença de ruído, de acordo com a representação da invenção -

mostra como integrar todos os circuitos da invenção num sistema de comunicação com codificação e decodificação de sequências OPDG. O codificador OPDG é identificado pelo bloco “Codificador OPDG”. O circuito de transformação das sequências  $a_N$  e  $b_N$  é designado pelo bloco “Último andar do codificador com DAC” e representa os circuitos das figuras 2 a), 2 b), 3 a) e 3 b). Os quatro meios de transmissão são designados pelo bloco “Meio de transmissão”. As quatro sequências poderão ser recebidas com um sinal de ruído aditivo designado por “Ruído”. O circuito de pré-receção das 4 sequências, contaminadas com ruído, é designado pelo bloco “Primeiro andar do decodificador com ADC” e representa basicamente um circuito eletrónico conversor (ADC) e filtros para minimizar o efeito do ruído. O último bloco da figura 5 representa o decodificador OPDG designado por “Decodificador OPDG” e pode ser equivalente ao circuito eletrónico das figuras 4 a), 4 b) ou ao circuito simplificado da figura 7.

A figura 6 - Diagrama simplificado da aplicação de códigos bipolares OPDG  $\{-1, +1\}$  num sistema de comunicação de dados na presença de ruído, de acordo com a representação da invenção - ilustra o sistema de comunicação da figura 5 quando um só sinal  $a_{N,4}[t]$ , da figura 3 a), é utilizado e transmitido pelo meio de transmissão. Esse sinal é uma sequência bipolar  $\{-1, +1\}$  que depende do deslocamento cíclico  $D_i$  aplicado. Devido ao facto do valor  $i$  poder tomar  $L$  valores diferentes ( $0 \leq i < L$ ), será possível gerar  $L$  sequências bipolares distintas de comprimento  $L$ . Esses códigos bipolares possuem ótimas propriedades de correlação. A deteção da sequência correta poderá ser efetuada com um circuito que permite estimar o valor da autocorrelação. Esse circuito é designado pelo bloco “Estimador de autocorrelação de  $a_{N,4}[t]$ ” e pode ser o circuito das figuras 4 a), 4 b) ou o circuito da figura 7.

O circuito da figura 7 - Circuito para efetuar uma função de correlação dos códigos  $a'_{N,4}[t]$  - implementa uma função de correlação clássica onde o sinal de entrada é multiplicado pela sequência  $a_{N,4}[t]$  (que possui um deslocamento cíclico específico  $i$ ). O integrador irá implementar eletronicamente um somatório de  $L$  elementos discretos. Este circuito é uma alternativa ao decodificador das figuras 4 a), 4 b), quando as sequências

têm um comprimento curto. Quando o comprimento ( $L = 2^N$ ) é longo, é preferível utilizar o circuito da invenção das figuras 4 a) ou 4 b).

A figura 8 - Circuito gerador (codificador) de um par de sequências OPDG de comprimento 32, de acordo com a representação da invenção - exemplifica a implementação do circuito codificador da figura 2 a) quando  $N = 5$ . Foram utilizados 5 módulos eletrônicos básicos da figura 2 a).

A figura 9 - Circuito descodificador de um par de sequências OPDG de comprimento 32, de acordo com a representação da invenção - exemplifica a implementação do circuito descodificador da figura 4 a) quando  $N = 5$ . Foram utilizados 5 módulos eletrônicos básicos da figura 4 a). Dependendo do tipo de aplicação, os blocos [932] e [933] poderão ser omissos.

A figura 10 - Funções de autocorrelações periódicas para diversos códigos - representa funções de autocorrelações periódicas para diversos códigos gerados com base no codificador da figura 8. A superioridade dos códigos OPDG 1 e OPDG 2 são realçados em relação aos códigos de Golay. As autocorrelações periódicas das sequências OPDG 1, OPDG 2,  $[\text{Re}(\text{OPDG } 1) + \text{Im}(\text{OPDG } 1)]$  e  $[\text{Re}(\text{OPDG } 2) + \text{Im}(\text{OPDG } 2)]$  são proporcionais a um impulso unitário de Dirac. Tal facto não acontece com os pares de códigos complementares de Golay (Golay 1 e Golay 2).

A figura 11 - Funções de correlações cruzadas periódicas para diversos códigos - representa as funções de correlações cruzadas periódicas para diversos códigos. As sequências complementares  $\text{Re}(\text{OPDG } 1)$  e  $\text{Im}(\text{OPDG } 1)$  são ortogonais para quaisquer deslocamentos cíclicos  $0 \leq i < L$ . O mesmo sucede com o par de sequências  $\text{Re}(\text{OPDG } 2)$  e  $\text{Im}(\text{OPDG } 2)$ , mas não se verifica com os pares complementares de Golay (Golay 1 e Golay 2). Nesta última propriedade reside a grande diferença entre os códigos de Golay e os códigos OPDG da presente invenção.

A figura 12 - Funções de correlações cruzadas aperiódicas para diversos códigos - representa as funções de correlações cruzadas aperiódicas para diversos códigos. Um par

de sequências complementares  $\text{Re}(\text{OPDG } 1)$  e  $\text{Im}(\text{OPDG } 1)$  apresenta valores baixos de correlação para quaisquer deslocamentos cíclicos  $0 \leq i < L$ . O mesmo sucede com o par de sequências  $\text{Re}(\text{OPDG } 2)$  e  $\text{Im}(\text{OPDG } 2)$ , mas não se verifica tão eficientemente com os pares complementares de Golay (Golay 1 e Golay 2).

A figura 13 - Valores absolutos das funções de autocorrelações aperiódicas para quatro códigos bipolares - apresenta valores absolutos das funções de autocorrelações aperiódicas para quatro códigos bipolares. As sequências bipolares derivadas das sequências OPDG apresentam valores absolutos máximos, desfasadas, inferiores às das sequências de Golay.

De forma semelhante, a figura 14 - Valores absolutos das funções de autocorrelações periódicas para quatro códigos bipolares - apresenta valores absolutos das funções de autocorrelações periódicas para quatro códigos bipolares. As sequências bipolares derivadas das sequências OPDG apresentam valores absolutos máximos, desfasados, inferiores às das sequências de Golay.

Os códigos bipolares derivados das sequências OPDG apresentam uma baixa taxa de erros de deteção, quando esses são utilizados num sistema DS-CDMA com modulação BPSK. A figura 15 - Probabilidade de erro em função da relação sinal ruído ( $E_b/N_0$ ) quando são utilizados quatro códigos em simultâneo - mostra a probabilidade de erro em função da relação sinal ruído ( $E_b/N_0$ ) quando são utilizados quatro códigos em simultâneo. O modelo matemático "Probabilidade de erro" *utilizado*, nas figuras 15 e 16, foi previamente apresentado no artigo: Pereira, J.; Silva, H. A.; "Orthogonal perfect discrete Fourier sequences", *IET Signal Processing*, Vol. 6, No. 2, pp. 107 - 103, April, 2012.

Na figura 16 - Probabilidade de erro em função do número de códigos utilizados simultaneamente - é possível visualizar os gráficos das probabilidades de erros em função do número de códigos utilizados simultaneamente. As duas figuras anteriores evidenciam a superioridade dos códigos bipolares derivados das sequências OPDG em relação aos códigos ortogonais de Gold para os mesmos comprimentos e as mesmas quantidades.

## Descrição das principais representações da invenção

Apesar da invenção ser suscetível de ser representada por diversas formas e diversas modificações, a presente representação foi ilustrada na forma de desenhos detalhados. Deverá ser compreendido que esta forma de representação não serve para limitar a invenção numa determinada forma de divulgação. Pelo contrário, os desenhos servem para contemplar todas as possíveis modificações, equivalentes, e representações alternativas que estejam no mesmo espírito da invenção definida pelas reivindicações.

De acordo com a invenção do CODEC, a autocorrelação e correlação cruzada dos códigos desse CODEC são particularmente favoráveis ao uso em sistemas de comunicação CDMA.

Numa parte da invenção um conjunto de  $2^N$  códigos, de comprimento  $2^N$ , pode ser construído. Por exemplo, numa aplicação específica do CODEC, cada código pode ser assignado a um utilizador de uma célula (zona geográfica) de comunicação CDMA. Cada utilizador recorrerá ao seu código para transmitir a sua informação, num meio de transmissão partilhado por  $2^N$  utilizadores, em cada uma das células de comunicação CDMA.

A figura 1 é um diagrama de um exemplo de utilização de um par de códigos OPDG da presente invenção. O bloco 101 é o gerador do código OPDG e o bloco 105 é o detetor do código OPDG transmitido num meio (célula 103) de transmissão CDMA, na presença de ruído ou de uma interferência. A deteção ou não do código OPDG assignado a um determinado utilizador, pelo bloco 106, será proporcional à informação transmitida pelo utilizador do código OPDG.

A figura 2 a) é o codificador específico dos códigos OPDG que representa a invenção. O codificador é constituído por  $N$  módulos eletrónicos. Cada módulo básico é constituído por um somador, um diferenciador e um multiplicador por um vetor complexo derivado de um “twiddle factor” ( $W_L = \exp(-j2\pi/L)$ ) específico e relacionado com o número do

módulo. As ligações específicas dos três operadores (do módulo básico da figura 2 a)) irão permitir a geração dos códigos OPDG de um determinado comprimento. Essa geração é um processo recursivo. Ou seja, a geração de um código OPDG de comprimento  $2^N$  é obtido com base num código de comprimento  $2^{N-1}$ . O primeiro módulo será gerado utilizando uma entrada unitária constante (por exemplo,  $A = \pm 1$ ). O valor  $A$  é um vetor constante que pode ser igual a 1 quando o utilizador do código OPDG quer transmitir a informação binária “0” e pode ser  $A = -1$  quando o utilizador quer transmitir a informação binária “1”. Cada módulo básico irá utilizar as saídas do módulo básico anterior. As saídas do último módulo básico irão ser utilizadas para gerar um par de códigos OPDG. A saída  $a_N[t]$  é designada por código OPDG 1 e a saída  $b_N[t]$  é designada por código OPDG 2. Esse par de códigos OPDG representa o resultado do processo recursivo de codificação da presente invenção. As propriedades únicas desses códigos são conseguidas com base nas ligações específicas de cada módulo eletrónico básico. As ligações específicas dentro de cada módulo básico e o encadeamento recursivo de cada módulo são fundamentais na presente invenção e permitem gerar pares de códigos muito específicos que possuem autocorrelação perfeita (igual ao impulso de Dirac) e correlação cruzada nula. Ao contrário dos códigos de Golay, os códigos OPDG possuem autocorrelação perfeita sem ser necessário somar as duas autocorrelação de cada código OPDG 1 e OPDG 2. A desvantagem dos códigos de Golay é que eles só apresentam uma função de autocorrelação perfeita (igual ao impulso de Dirac) se as duas funções de autocorrelação individuais, de cada código complementares de Golay, forem somadas entre elas.

O gerador (codificador) de códigos OPDG incorpora um conjunto de somador 201-209, um conjunto de diferenciadores 221-229 e um conjunto de multiplicadores 211-219 (multiplicação por um vetor complexo “twiddle factor” específico). O valor correto do vetor “twiddle factor” em cada módulo é fundamental para a geração de um par de códigos OPDG com autocorrelação perfeita e cross-correlação nula.

A figura 8 é equivalente ao gerador da figura 2 a) quando existem 5 módulos básicos que permitem gerar códigos OPDG de comprimento 32.

A figura 2 b) apresenta um codificador OPDG, onde só é utilizado um módulo básico recursivo. Em vez de ter  $N$  módulos ligados em cadeia, utiliza-se só um que é chamado recursivamente  $N$  vezes. Esse método é vantajoso quando o valor  $N$  é elevado. O processo recursivo é definido com dois vetores complexos de entradas  $a_{n-1}[t]$  e  $b_{n-1}[t]$  e dois vetores complexos de saídas  $a_n[t]$  e  $b_n[t]$ , sendo  $n$  um número inteiro  $1 \leq n \leq N$ , onde a saída  $a_n[t]$  é igual à expressão  $a_n[t] = a_{n-1}[t] + q.W_{2^N}^{-t.2^{n-1}}.b_{n-1}[t]$  e a saída  $b_n[t]$  é igual à expressão  $b_n[t] = a_{n-1}[t] - q.W_{2^N}^{-t.2^{n-1}}.b_{n-1}[t]$ , com  $q = \pm 1$ . A condição inicial é  $a_0[t] = A$  e  $b_0[t] = A$ , onde  $A$  é um vetor constante real, e cada módulo utiliza um vetor complexo igual a  $q.W_{2^N}^{-t.2^{n-1}}$ , de comprimento  $L = 2^N$ , onde  $W_L = \exp(-j2\pi/L)$ . As duas saídas  $a_n[t]$  e  $b_n[t]$  são armazenadas num componente de memória antes de serem injetadas nas duas entradas do módulo básico (com índice  $n$ ) na iteração seguinte. A condição inicial é  $a_0[t] = A$  e  $b_0[t] = A$  só é executada a primeira vez, aquando da primeira iteração  $n = 1$ .

As figuras 3 a) e b) são utilizadas para representar uma das várias transformações que podemos aplicar aos códigos OPDG. A Figura 3 a) mostra como aplicar um conjunto de transformações aos códigos  $a_N[t]$  e a figura 3 b) ilustra como aplicar um mesmo conjunto de transformações aos códigos  $b_N[t]$ . Essas duas figuras 3 a) e 3 b) são complementares da figura 2 a). Os códigos OPDG 1, da figura 2 a), serão os códigos de entrada da figura 3 a). Os códigos OPDG 2, da figura 2 a), serão os códigos de entrada da figura 3 b).

Os multiplexadores 307 e 317 irão permitir que o utilizador possa utilizar os códigos de saída pretendidos que podem ser:  $a_{N,X}[t]$ ,  $a_{N,Y}[t]$ ,  $b_{N,X}[t]$  e  $b_{N,Y}[t]$ .

O bloco 301 e 311 separam a parte real e a parte imaginária de um vetor complexo. As saídas dos blocos 302 e 312 ilustram a implementação de uma translação dos elementos de um vetor de entrada ( $\text{Im}\{\}$ ). Esse deslocamento é efetuado de um valor  $i$  proporcional ao índice do vetor de entrada. Os blocos 303 e 313 são circuitos somadores eletrónicos.

Os blocos 304, 305, 306, 314, 315 e 316 são circuitos eletrônicos que implementam a conversão de um sinal analógico num sinal digital com dois níveis de amplitude equivalente à amplitude +1 e -1. Essa conversão é similar à função sinal “Sgn( $r$ )” de um número real  $r$  que devolve +1 se  $r$  for positivo e devolve -1 se o número  $r$  for negativo.

Os multiplexadores 307 e 317 manipulam vetores binários que representam determinados tipos de códigos complexos, reais ou bipolares. Todos os vetores têm comprimento  $L=2^N$ .

O código  $a_{N,6}[t]$  é um código bipolar obtido com base na parte real do vetor  $a_N[t]$ .

O código  $b_{N,6}[t]$  é um código bipolar obtido com base na parte real do vetor  $b_N[t]$ .

O código  $a_{N,5}[t]$  é um código do tipo real obtido com base na parte real do vetor  $a_N[t]$ .

O código  $b_{N,5}[t]$  é um código do tipo real obtido com base na parte real do vetor  $b_N[t]$ .

O código  $a_{N,4}[t]$  é um código bipolar obtido com base na parte real do vetor  $a_N[t]$  somado à parte imaginária do código  $a_N[t]$  quando esse vetor sofre um deslocamento  $D_i$ .

O código  $b_{N,4}[t]$  é um código bipolar obtido com base na parte real do vetor  $b_N[t]$  somado à parte imaginária do código  $b_N[t]$  quando esse vetor sofre um deslocamento  $D_i$ .

O código  $a_{N,3}[t]$  é um código real obtido com base na parte real do vetor  $a_N[t]$  somado à parte imaginária do código  $a_N[t]$  quando esse vetor sofre um deslocamento  $D_i$ .

O código  $b_{N,3}[t]$  é um código real obtido com base na parte real do vetor  $b_N[t]$  somado à parte imaginária do código  $b_N[t]$  quando esse vetor sofre um deslocamento  $D_i$ .

O código  $a_{N,2}[t]$  é um código real obtido com base na parte imaginária do código  $a_N[t]$  quando esse vetor sofre um deslocamento  $D_i$ .

O código  $b_{N,2}[t]$  é um código real obtido com base na parte imaginária do código  $b_N[t]$  quando esse vetor sofre um deslocamento  $D_i$ .

O código  $a_{N,1}[t]$  é um código bipolar obtido com base na parte imaginária do código  $a_N[t]$  quando esse vetor sofre um deslocamento  $D_i$ .

O código  $b_{N,1}[t]$  é um código bipolar obtido com base na parte imaginária do código  $a_N[t]$  quando esse vetor sofre um deslocamento  $D_i$ .

O código  $a_{N,0}[t]$  é o código  $a_N[t]$ .

O código  $b_{N,0}[t]$  é o código  $b_N[t]$ .

Os blocos 308, 309, 318 e 319 são conversores digitais/analógicos (DAC) e poderão ser necessários para gerar os sinais analógicos que serão injetados nos meios de transmissão.

O codificador da figura 2 a), de um par de códigos OPDG, necessita de um decodificador capaz de reverter a operação da codificação específica. O conjunto de um codificador e decodificador é denominado por CODEC. O CODEC de códigos OPDG é constituído por o codificador da figura 2 a) ou da figura 2 b) e o decodificador da figura 4 a) ou da figura 4 b). Em certas situações o codificador da figura 2 a) ou da figura 4 b) poderá ser complementado pelos circuitos das figuras 3 a) e 3 b).

A figura 4 a) representa a presente invenção na parte do decodificador do CODEC OPDG. Esse decodificador é constituído por  $N$  módulos eletrônicos básicos.

Cada módulo básico é constituído por um somador, um diferenciador e um multiplicador por um vetor complexo derivado de um “twiddle factor” ( $W_L = \exp(-j2\pi/L)$ ) específico a cada um dos módulos. As ligações específicas dos três operadores (do módulo básico da figura 4 a)) irão permitir a descodificação dos códigos OPDG de um determinado comprimento. Essa geração é um processo recursivo. Ou seja, a descodificação de um código OPDG de comprimento  $2^N$  é obtido com base na descodificação de um código de comprimento  $2^{N-1}$ .

O descodificador de códigos OPDG incorpora um conjunto de somador 401-409, um conjunto de diferenciadores 421-429 e um conjunto de multiplicadores 411-419 (multiplicação por um vetor complexo “twiddle factor” específico). O valor correto do vetor “twiddle factor” em cada módulo é fundamental para a descodificação correta de um par de códigos OPDG que possuem autocorrelação periódica e aperiódica perfeita e cross-correlação nula. O fator  $q$  selecionado para gerar o codificador da figura 2 a) pode ser o valor +1 ou -1. O mesmo valor  $q$  deverá ser selecionado no descodificador (do mesmo CODEC) da figura 4 a).

Os códigos de entrada  $a'_N[t]$  e  $b'_N[t]$  do primeiro módulo básico da figura 4 a) podem ser iguais aos códigos  $a_N[t]$  e  $b_N[t]$  da figura 2 a), respetivamente. No entanto, códigos de entrada  $a'_N[t]$  e  $b'_N[t]$  também poderão ser os códigos  $a_{N,X}[t]$ ,  $a_{N,Y}[t]$ ,  $b_{N,X}[t]$  e  $b_{N,Y}[t]$  das figuras 3 a) e 3 b). Adicionalmente, códigos de entrada  $a'_N[t]$  e  $b'_N[t]$  também poderão ser os códigos referidos anteriormente quando esses estão contaminados por ruído ou uma outra fonte de interferência.

As saídas do último módulo básico da figura 4 a) são ligadas entre elas por intermédio de um somador representado pelo bloco 431. Aplicando uma operação de módulo ao quadrado à saída, desse bloco 431, obtém-se um sinal  $A^2 2^{2N+2}$  gerado pelo bloco 433.

O bloco 432 da figura 4 a) efetua a operação parte real de uma FFT (Fast Fourier Transform) que permite gerar o sinal igual a um impulso unitário de Dirac com amplitude  $A[q]^N 2^{2N+1}$ . Esse impulso aparecerá deslocado temporalmente de um valor  $2^N - 1$ .

A figura 9 representa a presente invenção do decodificador dos códigos OPDG da figura 8, ou da figura 2 a) quando o codificador é constituído por 5 módulos eletrônicos básicos.

A figura 4 b) apresenta um decodificador OPDG, onde só é utilizado um módulo básico recursivo. Em vez de ter  $N$  módulos ligados em cadeia, utiliza-se só um que é chamado recursivamente  $N$  vezes. Esse método é vantajoso quando o valor  $N$  é elevado. O processo recursivo é definido por dois vetores complexos de entradas  $a_n[t]$  e  $b_n[t]$ , dois vetores complexos de saídas  $a_{n-1}[t]$  e  $b_{n-1}[t]$ , sendo  $n$  um número inteiro  $1 \leq n \leq N$ . A saída  $a_{n-1}[t]$  é igual à expressão  $a_{n-1}[t] = q \cdot W_{2^N}^{-t \cdot 2^{n-1}} \cdot \{a_n[t] + b_n[t]\}$  e a saída  $b_{n-1}[t]$  é igual à expressão  $b_{n-1}[t] = a_n[t] - b_n[t]$ , com  $q = \pm 1$ . Na última iteração, dois vetores de saída  $a_0[t]$  e  $b_0[t]$  são somados para gerar um vetor complexo uni modular. Cada módulo específico de uma iteração, representado por um índice  $n$ , utiliza um vetor complexo igual a  $q \cdot W_{2^N}^{-t \cdot 2^{n-1}}$ , de comprimento  $L = 2^N$ , onde  $W_L = \exp(-j2\pi/L)$ . As duas saídas  $a_{n-1}[t]$  e  $b_{n-1}[t]$ , do módulo, são armazenadas num componente de memória antes de serem injetadas nas duas entradas do módulo básico (de índice  $n$ ) na iteração seguinte. A condição inicial é  $a_N[t]$  e  $b_N[t]$  só é executada a primeira vez, aquando da primeira iteração  $n = N$ . Ao contrário do codificador OPDG, aqui o índice da iteração é decrementado de uma unidade, começando em  $n = N$  e terminando em  $n = 1$ .

A figura 5 é um diagrama de um exemplo de utilização de códigos OPDG quando os circuitos das figuras 3 a) e 3 b) são incorporados na presente invenção. O bloco 501 é o gerador dos códigos OPDG da figura 2 a) ou da figura 2 b) e o bloco 505 é o detetor dos códigos OPDG transmitido num meio (célula 503) de transmissão CDMA, na presença de ruído ou de uma interferência. A deteção ou não de um código OPDG assignado a um determinado utilizador será proporcional à informação transmitida pelo utilizador do código OPDG. O bloco 502 representa a invenção representada pelas figuras 3 a) e 3 b). O bloco 504 representa a invenção da figura 4 a) ou da figura 4 b) com um conversor ADC incorporado (tal como na figura da representação semelhante identificada por figura 1).

A figura 6 representa a figura 5 quando o código OPDG selecionado no bloco 602 (equivalente à representação das figuras 3 a) e 3 b)) é o código bipolar  $a_{N,4}[t]$ . O bloco 604 (Estimador da autocorrelação de  $a_{N,4}[t]$ ) pode ser o decodificador representado pela figura 4 a) ou figura 4 b) ou mesmo o decodificador clássico da figura 7.

Na figura 7 está representado uma função de correlação do vetor recebido  $a'_{N,4}[t]$  com o vetor de referência  $a_{N,4}[t]$ . A multiplicação dessa função de correlação é efetuada pelo bloco 701 e a função de integração (ou somatório) é efetuada pelo bloco 702.

O objeto da invenção não deverá ser interpretado por uma limitação baseada numa ordenação diferente das ilustrações aqui referidas.

Deve ser tido em conta que o objeto da invenção pode ser implementado recorrendo a *hardware* ou eletrónica específica, tal como circuitos ASIC (application specific integrated circuit), dispositivos eletrónicos programáveis como FPGA (Field-Programmable Gate Array) ou CPLD (Complex Programmable Logic Device) e dispositivos lógicos programáveis tal como Gate Arrays, software e firmware a correr em dispositivos computacionais, tais como microprocessadores microcontroladores ou dispositivos de processamento digital de sinais (DSP). Também, deve ser tido em conta que apesar dos CODEC OPDG poderem ser implementados num só dispositivo, tal como um ASIC, eles poderão ser distribuídos por vários dispositivos.

A invenção não está limitada ao dispositivo de implementação dos CODEC OPDG. O método utilizado nos CODEC OPDG poderá contemplar diferentes implementações ou um misto de tecnologias ligadas ao *hardware*, *firmware* e *software* (tal como Java, C, C++, Matlab<sup>TM</sup>, LabView, Verilog, VHDL e outras linguagens de “assembly” específica de cada processador ou máquina).

Programas de computadores (*software* e ou *firmware*) podem incorporar o método do CODEC OPDG com base num suporte de memória e deverão estar abrangidos pelo espírito da invenção.

Todas as linguagens de programação referidas aqui, têm um objetivo pedagógico para ajudar o leitor a entender o princípio da invenção. Adicionalmente, quaisquer elementos equivalentes de implementação da presente invenção deverão ir para além da estrutura e da funcionalidade equivalente que possam ser implementados em sistemas do futuro (tecnologia atualmente não disponível).

Deve ser realçado, para os que dominam a arte da habilidade, que a presente invenção incorpora quaisquer tipos de representação equivalentes que sejam por diagramas de blocos, circuitos ilustrativos, algoritmos, passos funcionais, diagramas de fluxos, gráficos de fluxos, diagramas de sinais, sistemas de diagramas, códigos e representações de vários processos que possam ser inseridos na memória de um ou vários sistemas computadorizados e executados. O termo computadorizado deverá abranger outros termos do tipo “processador”, “controlador” e não deverão referir-se unicamente ao *hardware*, mas também aos suportes de armazenamento de informação do tipo ROM (read-only memory), RAM (random access memory) ou outros tipos de memória não voláteis.

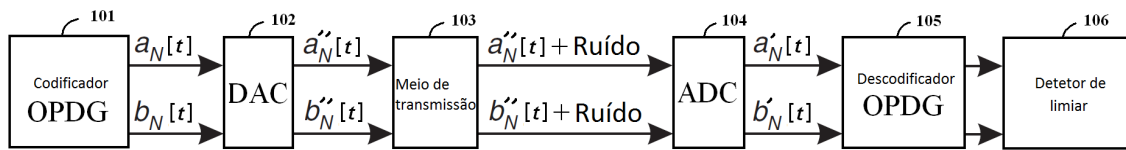


Figura 1

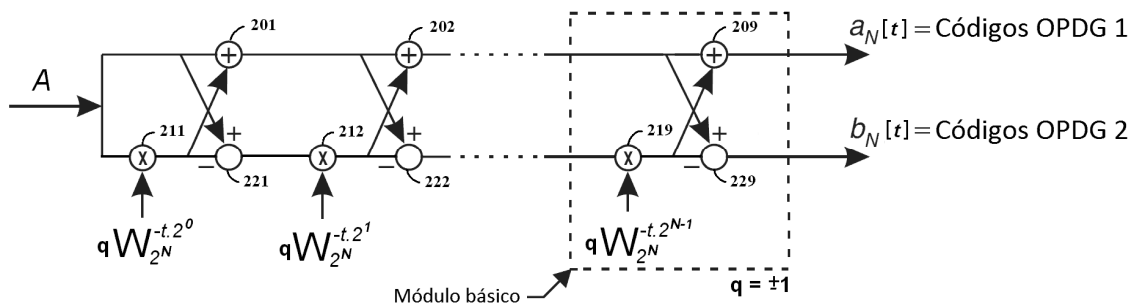


Figura 2 a)

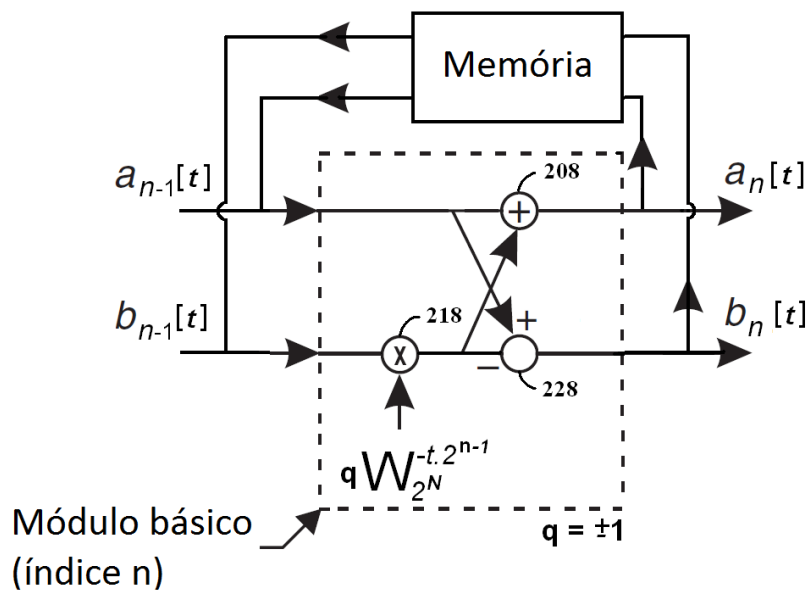


Figura 2 b)

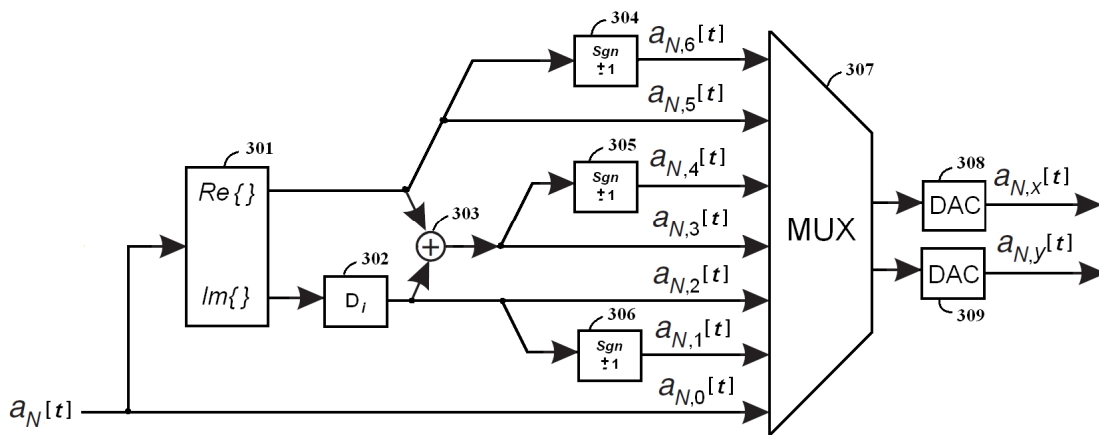


Figura 3 a)

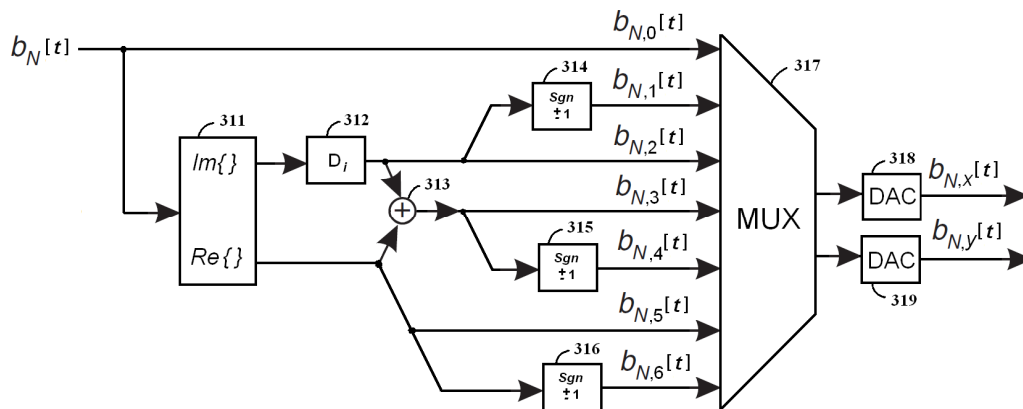


Figura 3 b)

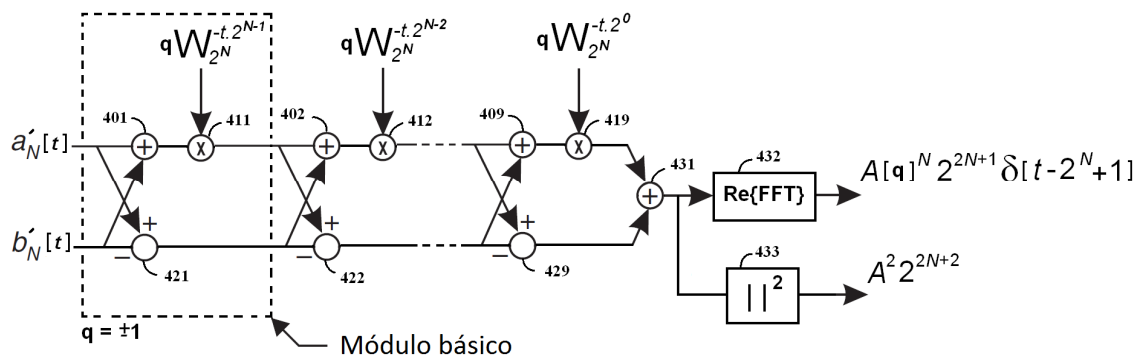


Figura 4 a)

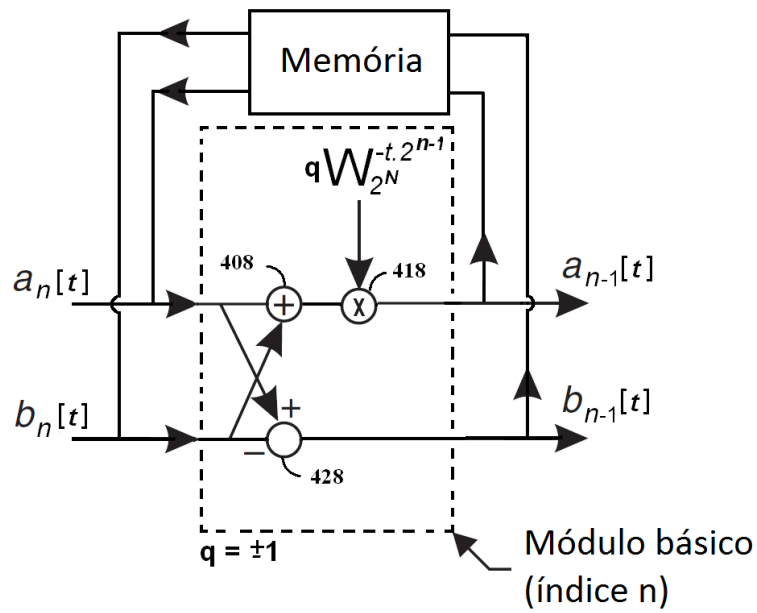


Figura 4 b)

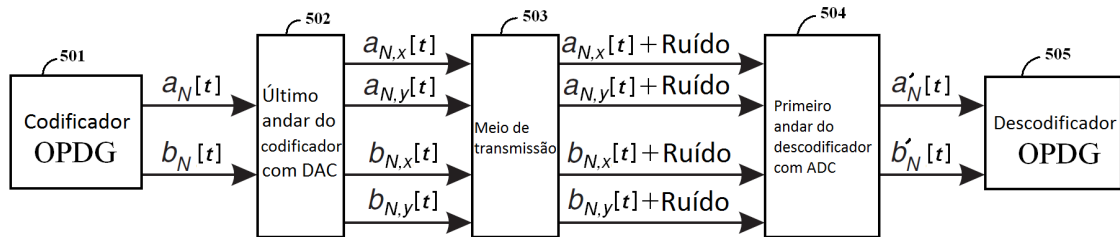


Figura 5

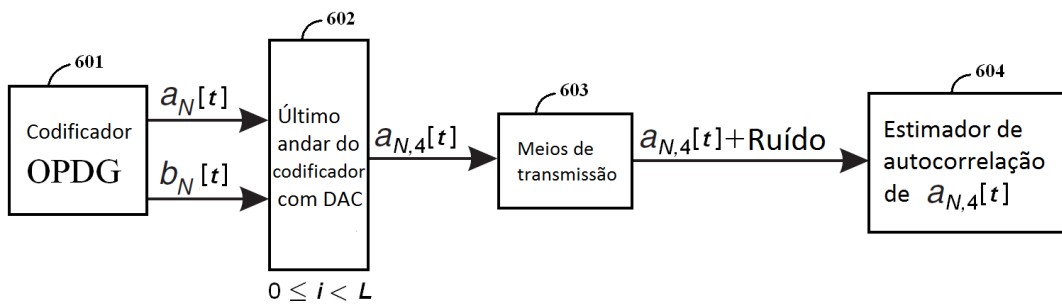


Figura 6

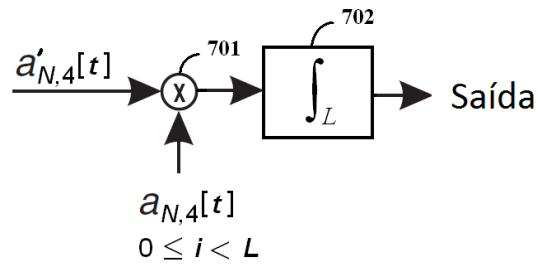


Figura 7

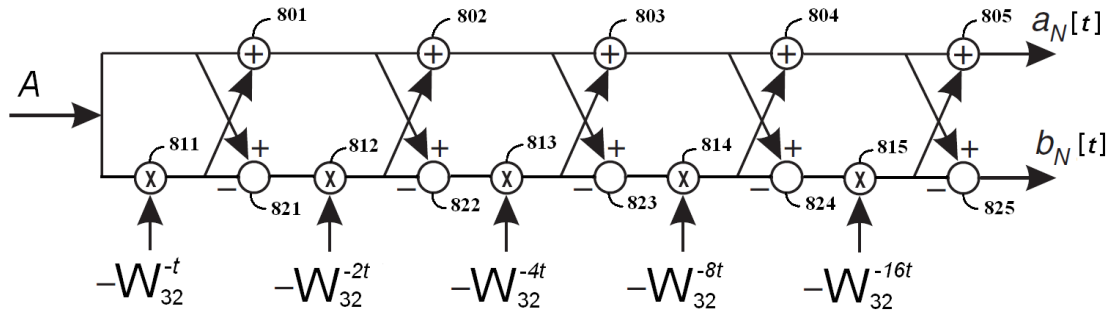


Figura 8

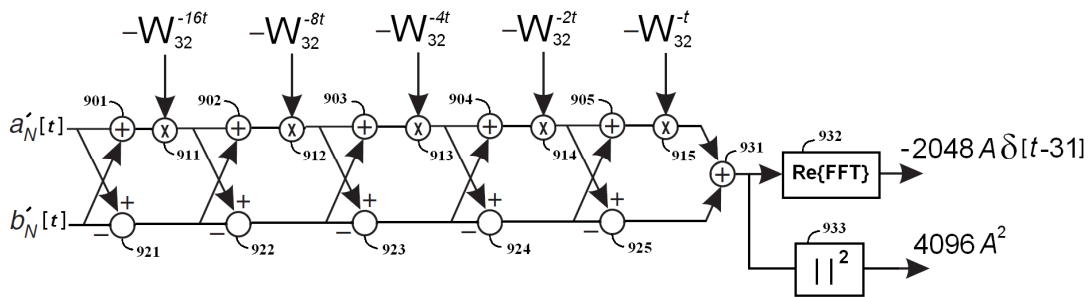


Figura 9

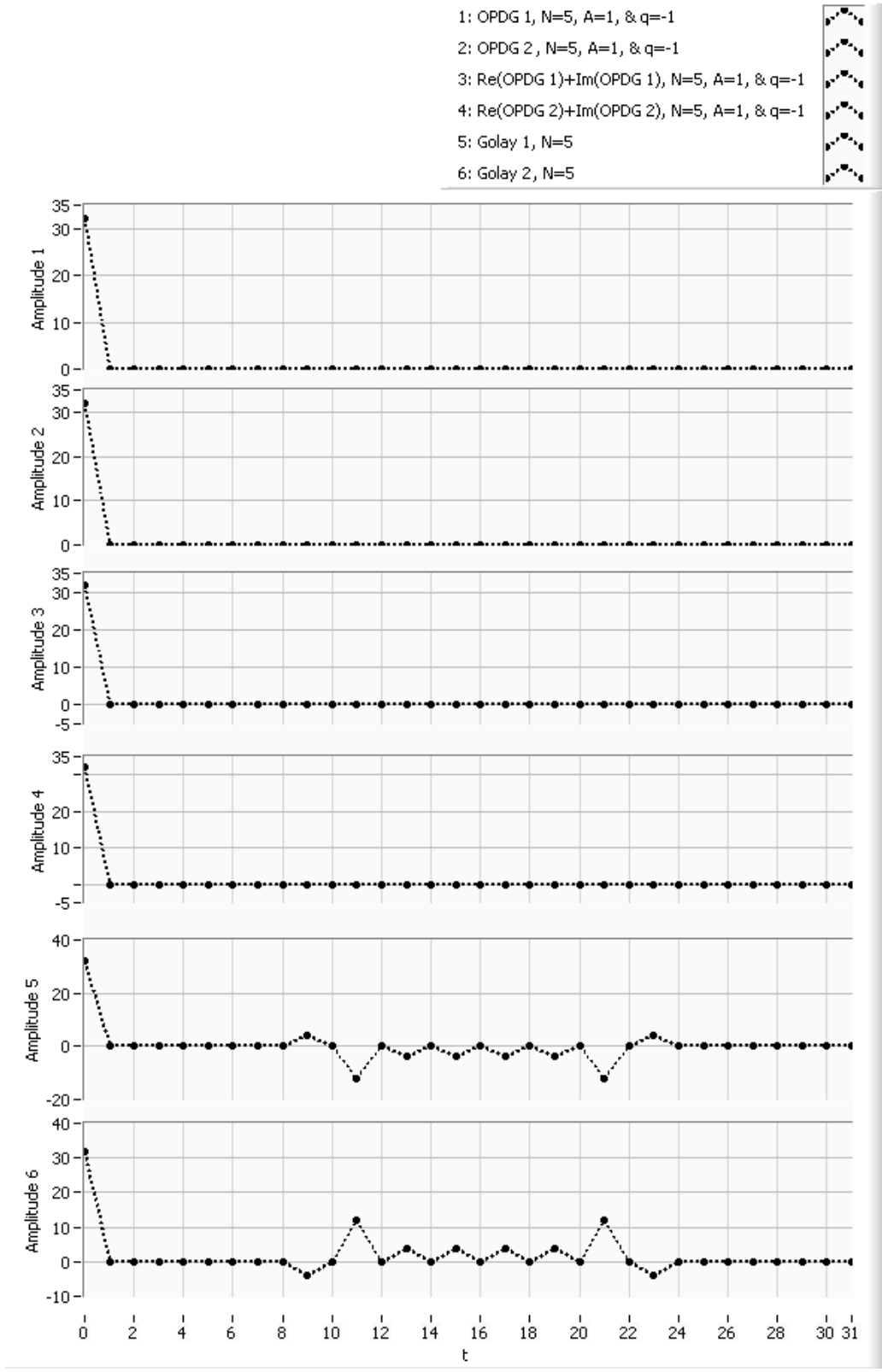


Figura 10

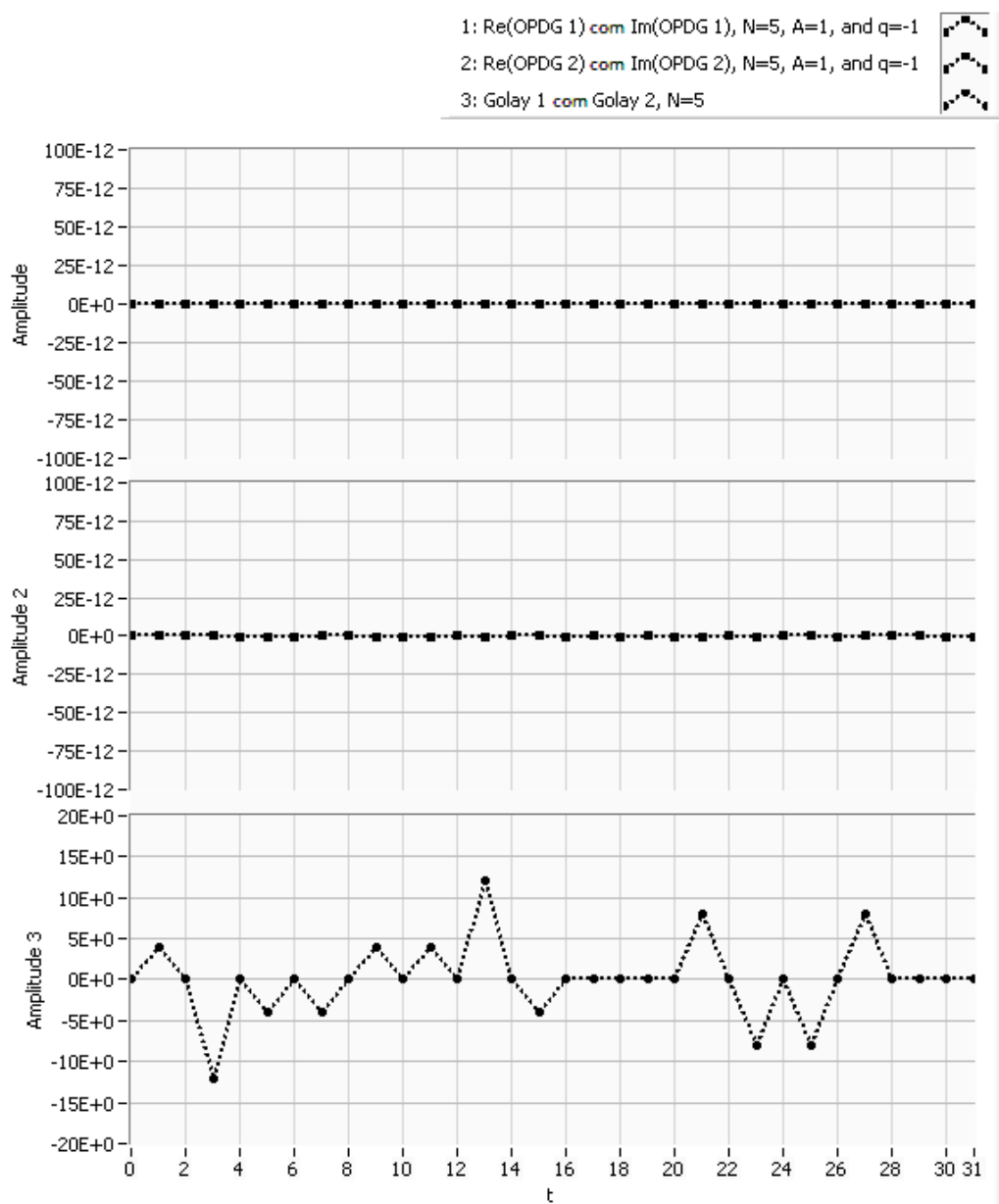


Figura 11

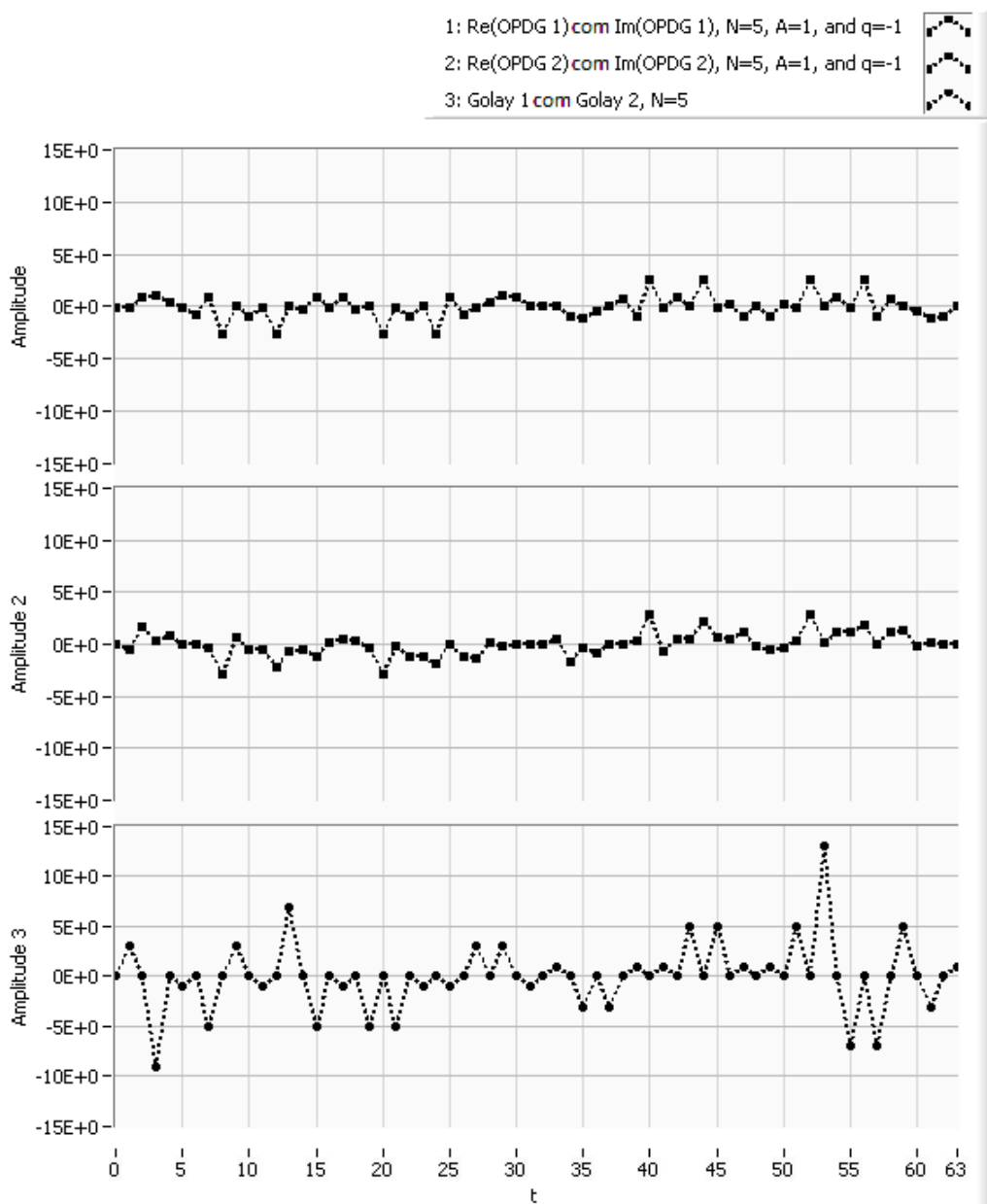


Figura 12

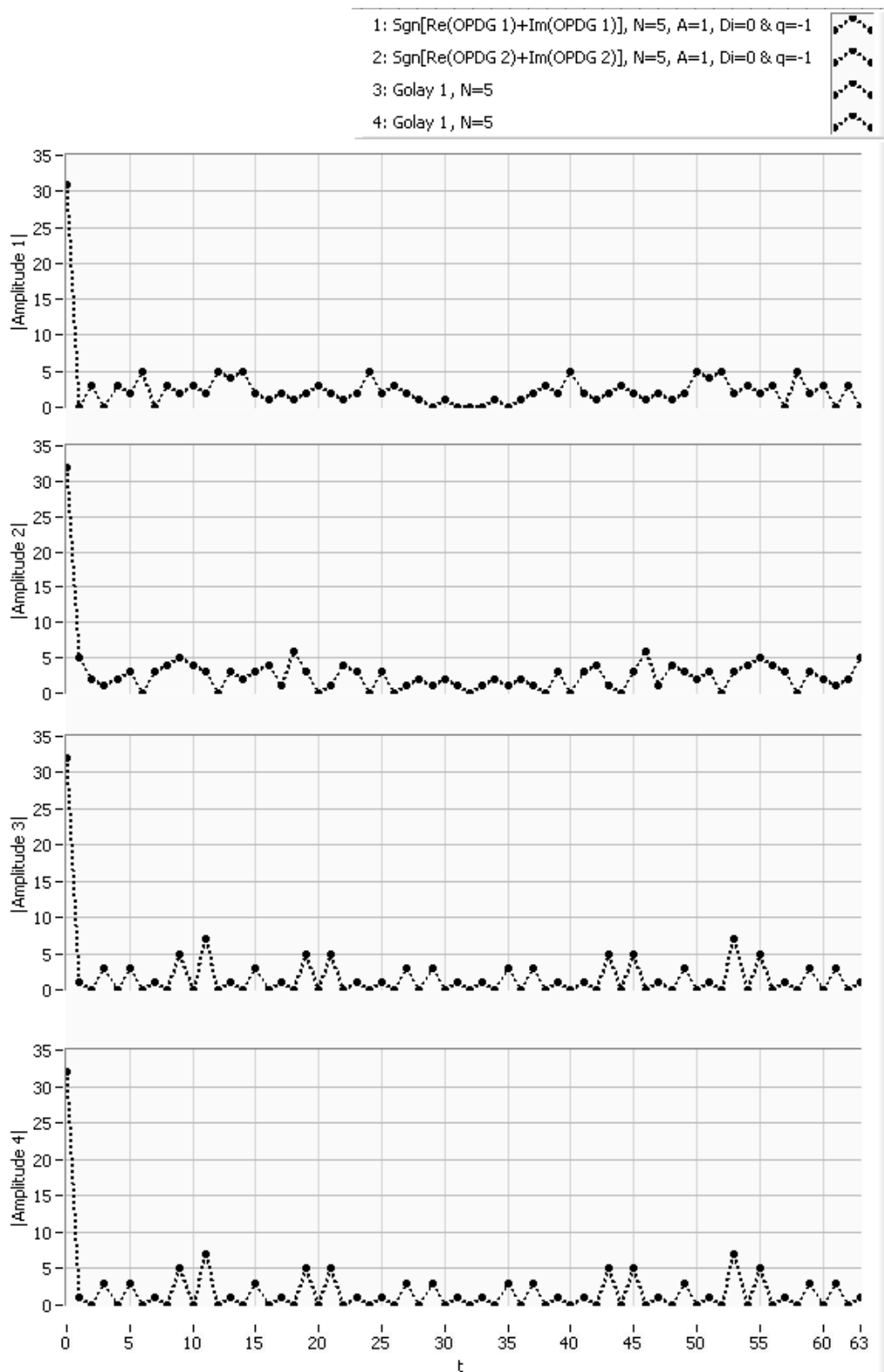


Figura 13

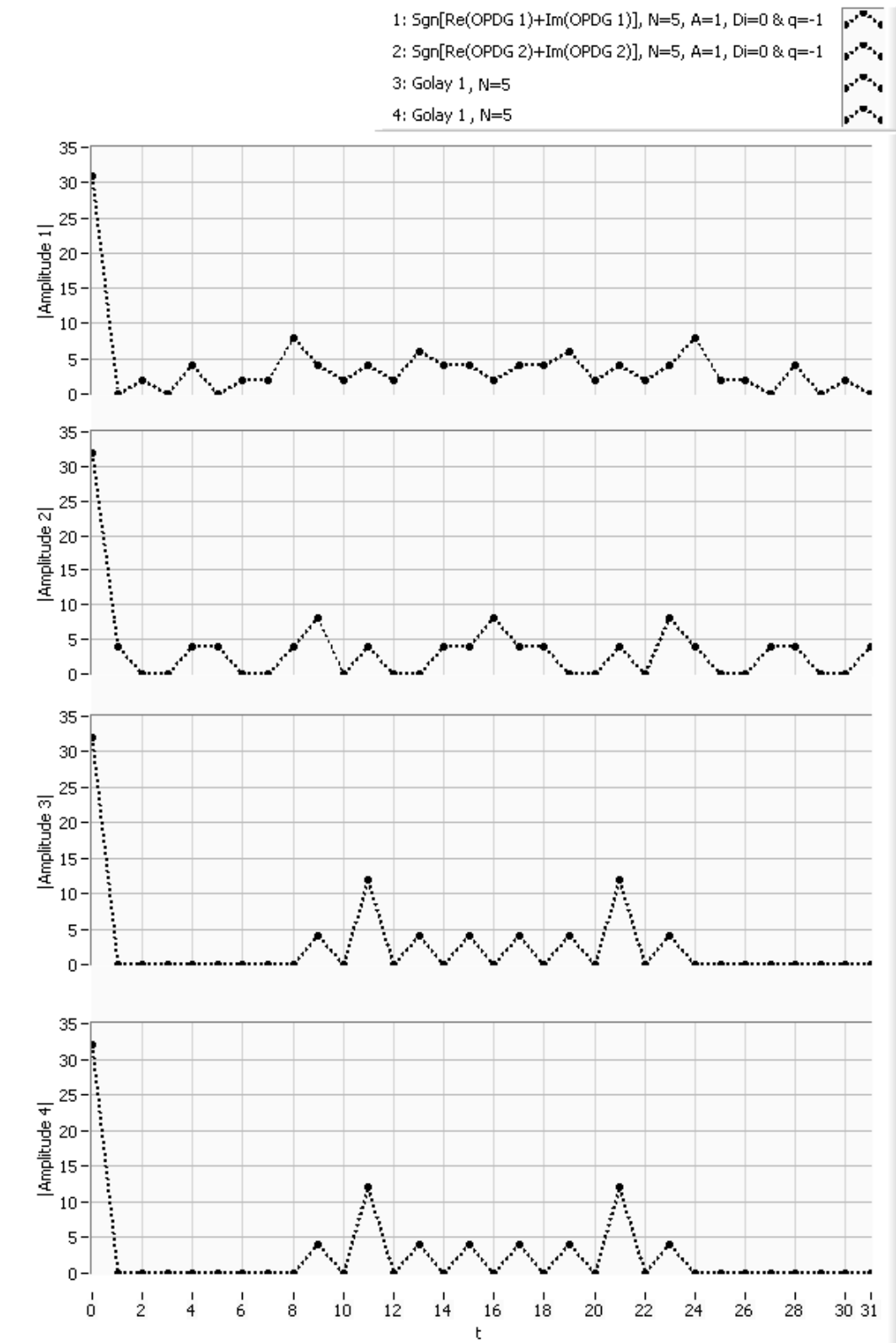


Figura 14

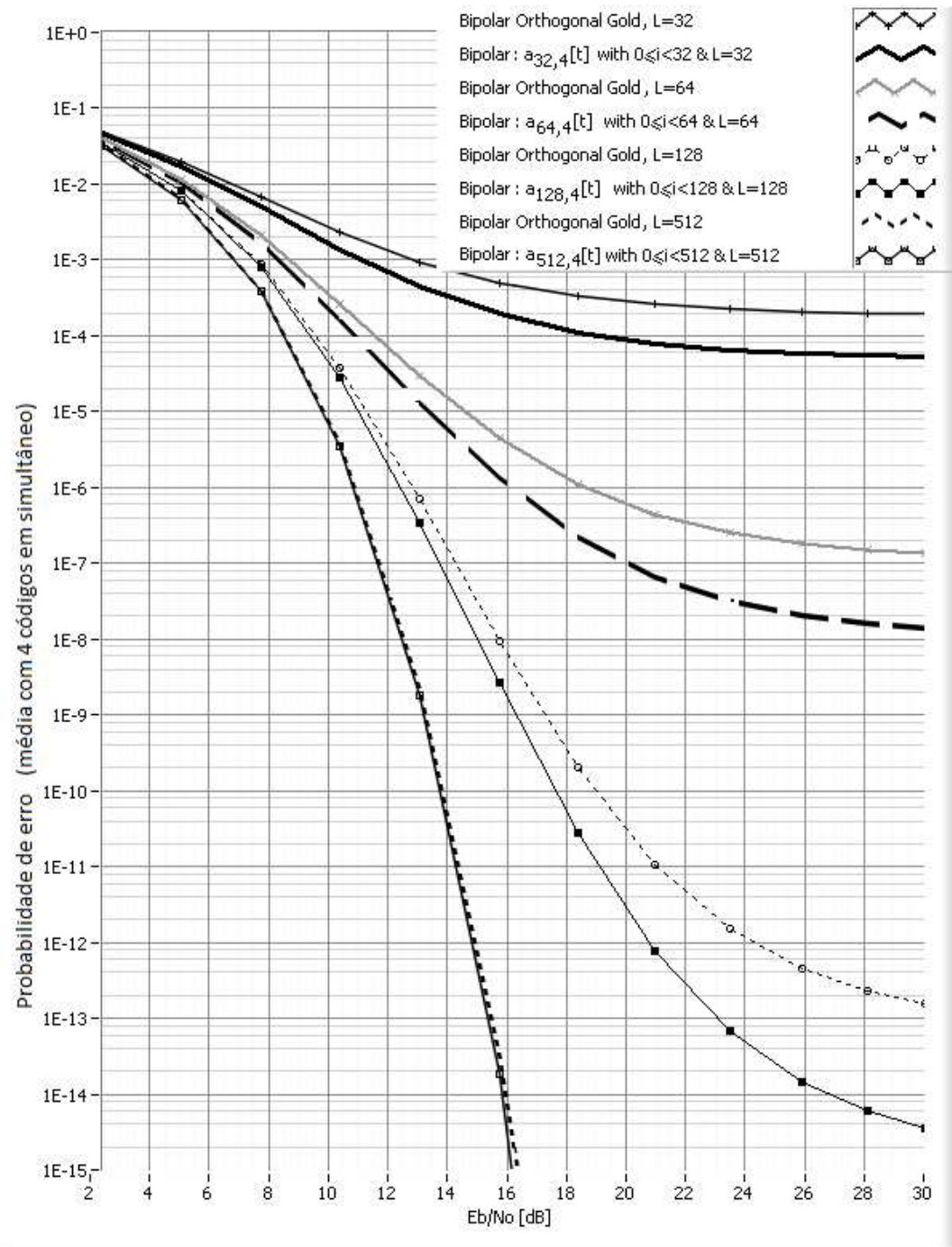


Figura 15

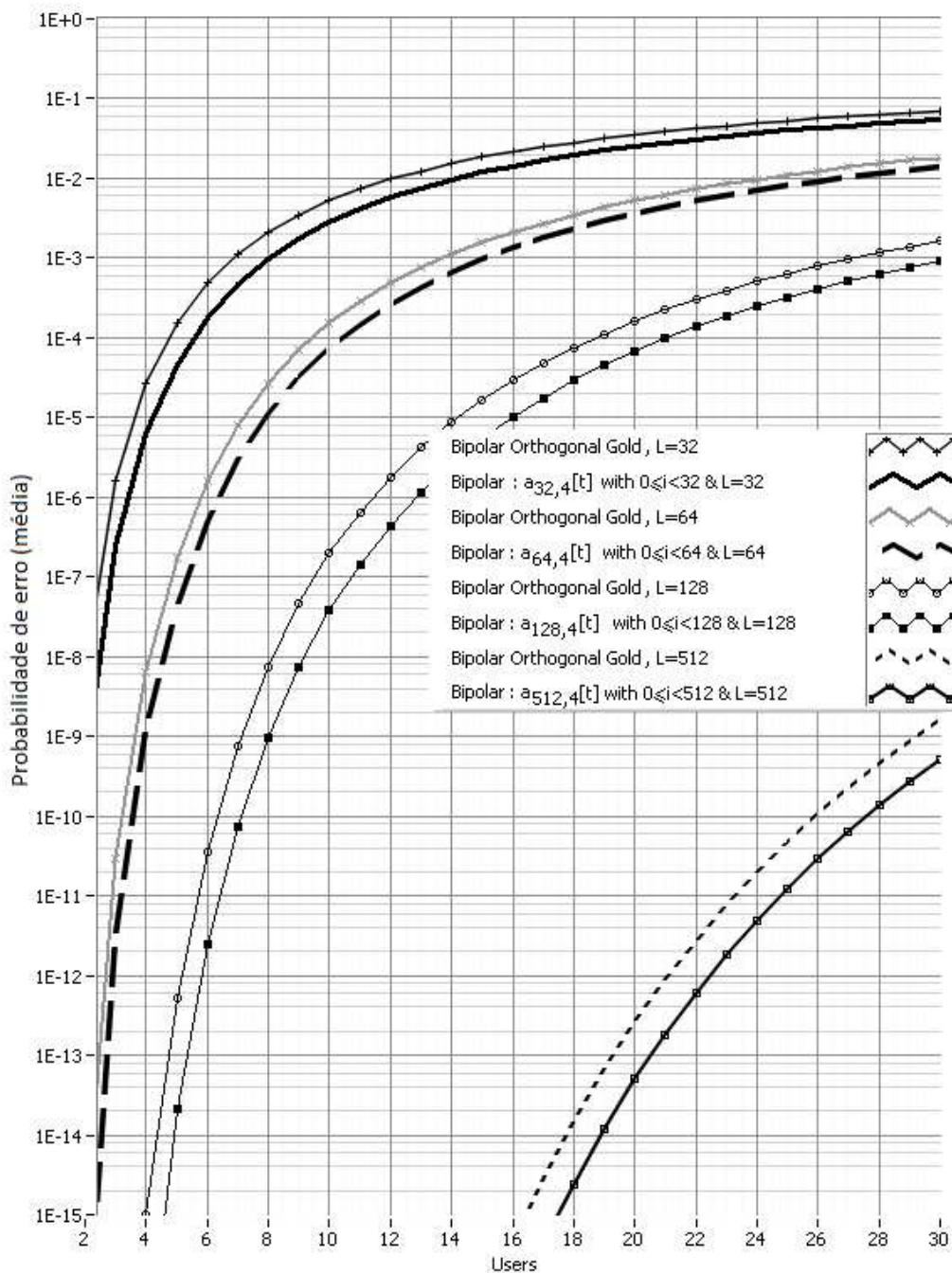


Figura 16

## REIVINDICAÇÕES

1. Codificador de sequências ortogonais perfeitas de Golay caracterizado por ser constituído por  $N$  módulos gerador de códigos OPDG, onde cada módulo é constituído por:

a. um somador, um diferenciador e um multiplicador os quais estão interligados da seguinte forma:

i. a saída de um módulo é multiplicada por um vetor, a saída do multiplicador é adicionada com uma segunda saída de um módulo e essa segunda saída do módulo é subtraída com a saída do multiplicador;

b. dois vetores complexos de entradas:

$$a_{n-1}[t] \text{ e } b_{n-1}[t],$$

e dois vetores complexos de saídas:

$$a_n[t] \text{ e } b_n[t], \text{ sendo } n \text{ um número inteiro } 1 \leq n \leq N,$$

onde a saída  $a_n[t]$  é igual à seguinte expressão:

$$a_n[t] = a_{n-1}[t] + q \cdot W_{2^N}^{-t \cdot 2^{n-1}} \cdot b_{n-1}[t],$$

e a saída  $b_n[t]$  é igual à seguinte expressão:

$$b_n[t] = a_{n-1}[t] - q \cdot W_{2^N}^{-t \cdot 2^{n-1}} \cdot b_{n-1}[t], \text{ com } q = \pm 1,$$

e a condição inicial é  $a_0[t] = A$  e  $b_0[t] = A$  onde  $A$  é um vetor constante real;

c. e cada módulo utiliza um vetor complexo igual a

$$q \cdot W_{2^N}^{-t \cdot 2^{n-1}}, \text{ onde } W_L = \exp(-j2\pi/L) \text{ e } L = 2^N.$$

2. Codificador de acordo com a reivindicação 1 caracterizado por poder utilizar um conjunto de conversores DAC que geram dois pares de vetores identificados pelos códigos  $a_{N,X}[t]$ ,  $a_{N,Y}[t]$ ,  $b_{N,X}[t]$  e  $b_{N,Y}[t]$  complementam o codificador de códigos OPDG, onde cada gerador desses quatro vetores é constituído por:

a. um conjunto extrair da parte real e imaginária (de um vetor complexo);

- b. um conjunto de componentes de memória que efetuam o deslocamento ou translação de vetores;
- c. um conjunto de somadores, um conjunto de extratores de sinais (de números reais);
- d. um conjunto de multiplexadores; e
- e. um conjunto de conversores DAC;

os quais estão interligados da seguinte forma:

- i. a saída de um módulo é ligada a um extrator da parte real e imaginária (de um vetor complexo);
  - ii. a saída imaginária (ou real) do extrator anterior é ligada a um componente de memória que permita efetuar o deslocamento ou translação de um vetor;
  - iii. essa última saída do componente de memória é somada à saída da parte real (ou parte imaginária) do extrator da parte real e imaginária (de um vetor complexo);
  - iv. a saída desse somador é ligada a um componente extrator de sinal (de um número real) e a uma entrada de um multiplexador;
  - v. as entradas do multiplexador ligam a todas as saídas referidas anteriormente; e
  - vi. a saída de um multiplexador é ligada a um ou mais conversores DAC, sendo o multiplexador um componente opcional tal como os DAC.
3. Codificador de acordo com a reivindicação 1 caracterizado por utilizar em cada um dos módulos multiplicadores, somadores e diferenciadores implementados com portas lógicas XOR, AND, INVERTER e OR.
4. Codificador de acordo com a reivindicação 1 caracterizado por a saída de um módulo poder ser substituída por uma componente de memória, onde duas saídas do componente de memória ligam às duas entradas do módulo num processo recursivo.

5. Decodificador de sequências ortogonais perfeitas de Golay caracterizado por ser constituído por  $N$  módulos, onde cada módulo é constituído por:

- a. um somador, um diferenciador e um multiplicador os quais estão interligados da seguinte forma:
  - i. duas saídas de um módulo são somadas, a saída desse somador é multiplicada por um vetor complexo, as mesmas duas saídas de um módulo são subtraídas;
- b. dois vetores complexos de entradas

$$a_n[t] \text{ e } b_n[t],$$

dois vetores complexos de saídas

$$a_{n-1}[t] \text{ e } b_{n-1}[t], \text{ sendo } n \text{ um número inteiro } 1 \leq n \leq N,$$

a saída  $a_{n-1}[t]$  é igual à seguinte expressão:

$$a_{n-1}[t] = q \cdot W_{2^N}^{-t \cdot 2^{n-1}} \cdot \{a_n[t] + b_n[t]\}$$

e a saída  $b_{n-1}[t]$  é igual à seguinte expressão:

$$b_{n-1}[t] = a_n[t] - b_n[t], \text{ com } q = \pm 1;$$

- c. dois vetores de saída  $a_0[t]$  e  $b_0[t]$  podem ser somados para gerar um vetor complexo uni modular.

6. Decodificador de acordo com a reivindicação 5 caracterizado por poder utilizar um conjunto de um extrair do valor absoluto ao quadrado e um implementador da parte real de uma FFT (Fast Fourier Transform) complementam o decodificador de códigos OPDG.

7. Decodificador de acordo com a reivindicação 5 caracterizado por utilizar multiplicadores, somadores e diferenciadores implementados com portas lógicas XOR, AND, INVERTER e OR (em cada um dos módulos).

8. Decodificador de acordo com a reivindicação 5 caracterizado por a saída de um módulo poder ser substituída por uma componente de memória, onde duas

saídas do componente de memória ligam às duas entradas do módulo num processo recursivo.



