



# **Análise dinâmica do comportamento de um protótipo de um veículo em estrada**

**Mestrado em Engenharia Automóvel**

Leonardo da Rocha Sathler

Leiria, junho de 2020



# **Análise dinâmica do comportamento de um protótipo de um veículo em estrada**

**Mestrado em Engenharia Automóvel**

Leonardo da Rocha Sathler

Dissertação de Mestrado realizada sob a orientação do Doutor Fernando da Conceição Batista, Professor da Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Leiria.

Leiria, junho de 2020

# **Originalidade e Direitos de Autor**

A presente dissertação é original, elaborada unicamente para este fim, tendo sido devidamente citados todos os autores cujos estudos e publicações contribuíram para a elaborar.

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição de que seja mencionado o Autor e feita referência ao ciclo de estudos no âmbito do qual o mesmo foi realizado, a saber, Curso de Mestrado em Engenharia Automóvel, no ano letivo 2019/2020, da Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Leiria, Portugal, e, bem assim, à data das provas públicas que visaram a avaliação destes trabalhos.

*“Pensar é o trabalho mais difícil que existe, e esta é provavelmente a razão por que tão poucos se dedicam a ele.”*

*- Henry Ford*

# Agradecimentos

À minha esposa Renata Garcia, sempre junto a mim em todo trajecto, pois sei que consigo posso sempre sonhar em ir além. É uma honra e me faz muito feliz poder estar ao seu lado.

Aos meu pais Márcio e Rosemary, que mesmo na distância de um outro país, me ajudam a me sentir em casa onde quer que esteja com seus cuidados, atenção e contacto diário. Sempre me deram suporte e apoiaram em todo meu percurso, mesmo que isso nos deixassem longes fisicamente.

Aos meus irmãos, Tarcísio e Guilherme, suas esposas e meus sobrinhos, me fazem orgulhoso da família que somos.

Ao meu professor e orientador Doutor Fernando da Conceição Batista, pela dedicação e orientação durante o desenvolvimento deste trabalho. Pude aprender muito consigo.

A todos os professores do mestrado e em especial ao professor e coordenador do curso de mestrado Doutor Helder Manuel Ferreira dos Santos, que sempre esteve solícito para me ajudar e orientar na minha adequação às diretrizes de Portugal.

E a Portugal, que bem nos acolheu e proporcionou-nos grandes experiências nesses anos.

## Resumo

Este trabalho teve como objetivo analisar dinamicamente um protótipo de veículo através de ferramenta computacional. O modelo estudado foi o FSIPLeiria, veículo de competição projectado por alunos da Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Leiria para participar dos eventos da *Formula Student*. Para a formulação do problema para avaliação, foram escolhidas três provas que são aplicadas em todas as competições dessa modalidade, o *Tilt Table Test*, o *SkidPad* e o *Autocross*. Para entender e configurar o comportamento do veículo nas diversas situações dessas provas, foram desenvolvidos cálculos analiticamente. O *software* de método de elementos finitos utilizado foi Ansys e para proceder com as análises, foi utilizado um modelo simplificado do protótipo, composto somente do chassis e suspensões. Foram definidos os materiais e utilizado elementos de viga para o modelo, simplificação ideal para aplicação em geometrias que possuem seção transversal contínua. Nas condições de fronteira, foram aplicadas restrições e carregamentos conforme as provas a simular baseados nos cálculos analíticos desenvolvidos e também, para o evento *Autocross*, recorrendo ao auxílio do *software* OptimumLap. Para os tipos de análises escolhidas, foi feita uma análise estrutural estática para o *Tilt Table Test*, para o *SkidPad* fez-se uma análise estrutural estática e análises dinâmicas em regime permanente (modal e de resposta harmônica), e para o *Autocross* foi feita uma análise dinâmica em regime transiente. Foi comparado os resultados com referências bibliográficas onde se propõem parâmetros construtivos para veículos e assim foi possível avaliar o modelo computacional desenvolvido no presente estudo.

**Palavras-chave:** formula student, método de elementos finitos, elemento de viga, análise estática, análise dinâmica.

# Abstract

This work aimed to dynamically analyze an automotive prototype using a computational tool. The studied model was the FSIPLeiria, a competition vehicle designed by students from the School of Technology and Management of the Polytechnic Institute of Leiria to participate in the Formula Student events. For the formulation of the problem for evaluation, three tests were chosen that are applicable to all competitions of this modality, the Tilt Table Test, SkidPad and Autocross. In order to understand and configure the behavior of the vehicle in the different situations of these tests, calculations were developed analytically. The finite element method software used was Ansys and to proceed with the analyses, a simplified model of the prototype was used, composed only of the chassis and suspensions. The materials were defined and beam elements were used for the model, as it is recommended simplification for application in geometries that have a continuous cross section. For boundary conditions, restrictions and loads were applied according to the tests to be simulated based on the analytical calculations developed and also, for the Autocross event, using the OptimumLap software. For the virtual simulations chosen, that is a static structural analysis was made for the Tilt Table Test, static structural analysis, modal and harmonic response analysis for the SkidPad and for the Autocross a transient analysis of the structure was performed. The results were compared with bibliographic references where constructive parameters for vehicles are proposed and thus it was possible to evaluate the computational model developed in the present study.

**Keywords:** formula student, finite element method, beam element, static analysis, dynamic analysis.

# Lista de Figuras

<b>Figura 1</b> – Veículo Formula IPLeiria 2009 (Pinto, 2013) .....	22
<b>Figura 2</b> – <i>Tilt Table Test</i> (website.theracettoreque.com).....	23
<b>Figura 3</b> – Layout do Evendo de <i>SkidPad</i> (Formula SAE Rules, 2019).....	23
<b>Figura 4</b> – Circuito de <i>autocross</i> Formula SAE Lincoln 2015, EUA (Sullivan, 2016). .....	24
<b>Figura 5</b> – Chassis tubular do Formula IPLeiria (Pinto, 2013).....	26
<b>Figura 6</b> – Sistema de direção do tipo pinhão-cremalheira (Gillespie, 1992).....	27
<b>Figura 7</b> – Suspensão duplo-A (Gillespie, 1992) .....	28
<b>Figura 8</b> – Amortecedor TTX25 – <i>Ohlins</i> (Gomes & Pinto, 2019).....	29
<b>Figura 9</b> – Sistema <i>Pull-rod</i> e <i>Push-rod</i> (Ferreira, 2019).....	30
<b>Figura 10</b> – Sistema de coordenadas do veículo (Adaptado de Jazar, 2008).....	30
<b>Figura 11</b> – Modelo de Bicicleta (Adaptado de Gillespie, 1992) .....	32
<b>Figura 12</b> – Tendência de comportamento de um veículo subviragem (à esquerda) e sobreviragem (à direita) (Oliveira, 2018).....	33
<b>Figura 13</b> – Posição longitudinal do CG .....	34
<b>Figura 14</b> – Modelo esquemático de um veículo em movimento (Adaptado de Nicolazzi <i>et al.</i> , 2012).....	36
<b>Figura 15</b> – Modelo esquemático de um veículo em aceleração positiva.....	38
<b>Figura 16</b> – Modelo esquemático de um veículo em aceleração negativa (travagem) (Adaptado de Nicolazzi <i>et al.</i> , 2012).....	39
<b>Figura 17</b> – Modelo esquemático de um veículo durante uma curva à esquerda (Adaptado de Klava, 2001) .....	41
<b>Figura 18</b> – Elemento de Viga BEAM188 (Ansys, 2019).....	50
<b>Figura 19</b> – Elemento de Massa Estrutural MASS21 (Adaptado de Ansys, 2019) .....	50
<b>Figura 20</b> – Elemento de Mola COMBIN14 (Ansys, 2019).....	51
<b>Figura 21</b> – Elemento de Restrição MPC184 (Ansys, 2019).....	51
<b>Figura 22</b> – Elemento de Junta de Revolução MPC184 (Ansys, 2019).....	52
<b>Figura 23</b> – Elemento de Junta de Translação MPC184 (Ansys, 2019) .....	52
<b>Figura 24</b> – Elemento de Junta Esférica MPC184 (Ansys, 2019) .....	53
<b>Figura 25</b> – Elementos CONTA177/TARGE170 em paralelo (à esquerda) e em cruzamento (à direita) (Ansys, 2019).....	53
<b>Figura 26</b> – Fluxograma do método .....	54
<b>Figura 27</b> – Modelo em CAD do protótipo FSIPLeiria.....	56
<b>Figura 28</b> – Dimensões construtivas do protótipo: Vista lateral e Vista frontal (Seco, 2017).....	57
<b>Figura 29</b> – Conjunto mola-amortecedor instalado no FSIPLeiria (Gomes & Pinto, 2019).....	58
<b>Figura 30</b> – Tela de entrada do <i>software</i> OptimumLap .....	61
<b>Figura 31</b> – <i>Vehicle Report</i> do FSAE IPLeiria no <i>software</i> OptimumLap .....	62
<b>Figura 32</b> – Circuito <i>Autocross</i> desenvolvido no <i>software</i> OptimumLap .....	63
<b>Figura 33</b> – <i>Track Report</i> do <i>software</i> OptimumLap .....	64

<b>Figura 34</b> – Mapa de travagens fornecido pelo <i>software</i> OptimumLap .....	64
<b>Figura 35</b> – Mapa de aceleração longitudinal fornecido pelo <i>software</i> OptimumLap.....	65
<b>Figura 36</b> – Mapa de aceleração lateral fornecido pelo <i>software</i> OptimumLap.....	65
<b>Figura 37</b> – Modelo CAD com redução no número de peças.....	69
<b>Figura 38</b> – Modelo importado para o Ansys SpaceClaim .....	69
<b>Figura 39</b> – Ferramentas de Vigas ( <i>Beams</i> ) no Ansys SpaceClaim .....	70
<b>Figura 40</b> – Desenho da suspensão/direção baseadas na estrutura original no Ansys SpaceClaim.....	71
<b>Figura 41</b> – Sistema pinhão-cremalheira (vermelho) acrescentado ao modelo no Ansys SpaceClaim .....	71
<b>Figura 42</b> – Modelo Importado (a) x Simplificado no Ansys SpaceClaim (b).....	73
<b>Figura 43</b> – Localização das massas pontuais aplicadas à geometria no Ansys .....	75
<b>Figura 44</b> – Geometria final do protótipo para as análises .....	75
<b>Figura 45</b> – Malhas geradas na geometria (com detalhes destacados) .....	76
<b>Figura 46</b> – Restrições no chassis para análise das suspensões .....	81
<b>Figura 47</b> – Exemplo comparação ferramentas Aceleração x Gravidade do Ansys (Ansys, 2019) .....	82
<b>Figura 48</b> – Carregamentos aplicado ao modelo no 1º Caso para <i>Tilt Table Test</i> 60° e 65° .....	83
<b>Figura 49</b> – Carregamentos aplicados ao modelo no 1º Caso para o evento de <i>SkidPad</i> .....	84
<b>Figura 50</b> – Ponto de aplicação das acelerações para o 1º Caso para o evento de <i>Autocross</i> .....	86
<b>Figura 51</b> – Pontos de aplicação das forças para o 2º Caso para o evento de <i>Autocross</i> .....	86
<b>Figura 52</b> – Esquema de projeto de análise estrutural estática para o <i>Tilt Table Test</i> .....	87
<b>Figura 53</b> – Esquema de projeto de análises estática e dinâmicas para o <i>SkidPad</i> .....	88
<b>Figura 54</b> – Esquema de projeto de análise dinâmica para o <i>Autocross</i> .....	90
<b>Figura 55</b> – Resultado do deslocamento total (Escala 3,4) para o <i>Tilt Table Test</i> 60° - 1º Caso .....	91
<b>Figura 56</b> – Resultado de tensão axial (Escala 3,4) para o <i>Tilt Table Test</i> 60° - 1º Caso .....	92
<b>Figura 57</b> – Resultado do deslocamento total (Escala 3,9) para o <i>Tilt Table Test</i> 65° - 1º Caso .....	92
<b>Figura 58</b> – Resultado de tensão axial (Escala 3,9) para o <i>Tilt Table Test</i> 65° - 1º Caso .....	93
<b>Figura 59</b> – Resultado do deslocamento total (Escala 3,5) para o <i>Tilt Table Test</i> 60° - 2º Caso .....	93
<b>Figura 60</b> – Resultado de tensão axial (Escala 3,5) para o <i>Tilt Table Test</i> 60° - 2º Caso .....	94
<b>Figura 61</b> – Resultado do deslocamento total (Escala 4) para o <i>Tilt Table Test</i> 65° - 2º Caso .....	94
<b>Figura 62</b> – Resultado de tensão axial (Escala 4) para o <i>Tilt Table Test</i> 65° - 2º Caso .....	95
<b>Figura 63</b> – Resultado de deformação total (Escala 2,3) para o <i>SkidPad</i> - 1º Caso.....	96
<b>Figura 64</b> – Resultado de tensão axial (Escala 2,3) para o <i>SkidPad</i> - 1º Caso .....	97
<b>Figura 65</b> – Resultado de deformação total (Escala 1,9) para o <i>SkidPad</i> - 2º Caso.....	97
<b>Figura 66</b> – Resultado de tensão axial (Escala 1,9) para o <i>SkidPad</i> - 2º Caso .....	98
<b>Figura 67</b> – Gráfico dos resultados dos modos naturais para o <i>SkidPad</i> - 1º Caso.....	98
<b>Figura 68</b> – Resultado do modo 8 (Escala 1,3) para o <i>SkidPad</i> - 1º Caso .....	99
<b>Figura 69</b> – Resultado do modo 9 (Escala 1,1) para o <i>SkidPad</i> - 1º Caso .....	99
<b>Figura 70</b> – Resultado do modo 10 (Escala 0,51) para o <i>SkidPad</i> - 1º Caso .....	100
<b>Figura 71</b> – Resultado do modo 11 (Escala 0,33) para o <i>SkidPad</i> - 1º Caso .....	100

<b>Figura 72</b> – Gráfico dos resultados dos modos naturais para o <i>SkidPad</i> - 2º Caso.....	101
<b>Figura 73</b> – Resultado do modo 7 (Escala 0,25) para o <i>SkidPad</i> - 2º Caso .....	101
<b>Figura 74</b> – Resultado do modo 8 (Escala 0,26) para o <i>SkidPad</i> - 2º Caso .....	102
<b>Figura 75</b> – Resultado do modo 10 (Escala 0,26) para o <i>SkidPad</i> - 2º Caso .....	102
<b>Figura 76</b> – Resultado do modo 11 (Escala 0,26) para o <i>SkidPad</i> - 2º Caso .....	103
<b>Figura 77</b> – Resultado da resposta harmônica da massa suspensa para o <i>SkidPad</i> - 1º Caso .....	104
<b>Figura 78</b> – Respostas harmônicas para as massas não-suspensas - 1º Caso.....	104
<b>Figura 79</b> – Resposta harmônica ampliada para a massa suspensa - 1º Caso.....	105
<b>Figura 80</b> – Respostas harmônicas ampliadas para as massas não-suspensas - 1º Caso.....	105
<b>Figura 81</b> – Respostas harmônicas para as massas não-suspensas - 2º Caso.....	106
<b>Figura 82</b> – Respostas harmônicas ampliadas para as massas não-suspensas - 2º Caso.....	106
<b>Figura 83</b> – Gráfico do deslocamento total máximo pelo tempo no evento <i>Autocross</i> - 1º Caso.....	109
<b>Figura 84</b> – Gráfico do deslocamento médio em cada eixo para a massa suspensa no evento <i>Autocross</i> - 1º Caso .....	110
<b>Figura 85</b> – Gráfico do deslocamento médio em cada eixo para a massa não-suspensa frontal direita no evento <i>Autocross</i> - 1º Caso.....	111
<b>Figura 86</b> – Gráfico do deslocamento médio em cada eixo para a massa não-suspensa frontal esquerda no evento <i>Autocross</i> - 1º Caso.....	111
<b>Figura 87</b> – Gráfico do deslocamento médio em cada eixo para a massa não-suspensa traseira direita no evento <i>Autocross</i> - 1º Caso.....	112
<b>Figura 88</b> – Gráfico do deslocamento médio em cada eixo para a massa não-suspensa traseira esquerda no evento <i>Autocross</i> - 1º Caso.....	112
<b>Figura 89</b> – Gráfico das tensões axiais máximas (tração) e mínimas (compressão) pelo tempo no evento <i>Autocross</i> - 1º Caso.....	113
<b>Figura 90</b> – Localizações das barras com resultado de tensões axiais máximas (tração) e mínimas (compressão) - 1º Caso .....	113
<b>Figura 91</b> – Gráfico das forças de reações na roda frontal direita pelo tempo no evento <i>Autocross</i> - 1º Caso...	114
<b>Figura 92</b> – Gráfico das forças de reações na roda frontal esquerda pelo tempo no evento <i>Autocross</i> - 1º Caso .....	114
<b>Figura 93</b> – Gráfico das forças de reações na roda traseira direita pelo tempo no evento <i>Autocross</i> - 1º Caso .	115
<b>Figura 94</b> – Gráfico das forças de reações na roda traseira esquerda pelo tempo no evento <i>Autocross</i> - 1º Caso .....	115
<b>Figura 95</b> – Gráfico do deslocamento pelo tempo no evento <i>Autocross</i> - 2º Caso.....	116
<b>Figura 96</b> – Gráficos dos deslocamentos direcionais pelo tempo da massa não-suspensa frontal direita no evento <i>Autocross</i> - 2º Caso.....	117
<b>Figura 97</b> – Gráficos dos deslocamentos direcionais pelo tempo da massa não-suspensa frontal esquerda no evento <i>Autocross</i> - 2º Caso.....	118
<b>Figura 98</b> – Gráficos dos deslocamentos direcionais pelo tempo da massa não-suspensa traseira direita no evento <i>Autocross</i> - 2º Caso.....	119
<b>Figura 99</b> – Gráficos dos deslocamentos direcionais pelo tempo da massa não-suspensa traseira esquerda no evento <i>Autocross</i> - 2º Caso .....	120
<b>Figura 100</b> – Gráfico das tensões axiais máximas (tração) e mínimas (compressão) pelo tempo no evento <i>Autocross</i> - 2º Caso.....	121

<b>Figura 101</b> – Resultado do deslocamento com setas de tendência de movimento da estrutura (comportamento de sobreviragem) -1º Caso.....	125
<b>Figura 102</b> – Resultado do deslocamento com setas de tendência de movimento da estrutura (comportamento de subviragem) - 1º Caso – Teste de Resultado.....	126
<b>Figura 103</b> – Gráfico dos deslocamentos por tempo com semelhança de comportamentos indicados.....	128
<b>Figura 104</b> – Gráfico do deslocamento médio em cada eixo para a massa suspensa no evento <i>Autocross</i> - 1º Caso .....	128
<b>Figura 105</b> – Setas de deslocamento do protótipo em simulação de aceleração inicial – <i>Autocross</i> .....	130
<b>Figura 106</b> – Setas de deslocamento do protótipo em simulação de travagem – <i>Autocross</i> .....	130
<b>Figura 107</b> – Setas de deslocamento do protótipo em simulação de curva à esquerda – <i>Autocross</i> .....	131
<b>Figura 108</b> – Setas de deslocamento do protótipo em simulação de curva à direita – <i>Autocross</i> .....	131
<b>Figura 109</b> – Deslocamentos direcionais no eixo Y da parte mais baixa do chassis – <i>Autocross</i> .....	132
<b>Figura 110</b> – Deslocamentos direcionais no eixo X da barra de direção – <i>Autocross</i> .....	133
<b>Figura 111</b> – Força axial máxima no braço da balança superior esquerda traseira - 1º Caso .....	134
<b>Figura 112</b> – Força axial máxima no braço da balança inferior direita frontal - 1º Caso .....	134
<b>Figura 113</b> – Força de reação máxima total na roda frontal esquerda em situação de curva com travagem - 1º Caso .....	136
<b>Figura 114</b> – Exemplo de aplicação de constrangimentos baseados em molas. ....	139

# Lista de Tabelas

<b>Tabela 1</b> – Características do protótipo FSIPLeiria.....	58
<b>Tabela 2</b> – Cargas atuando no protótipo na prova de <i>Tilt Table</i> .....	59
<b>Tabela 3</b> – Cargas atuando no protótipo na prova de <i>SkidPad - Lap 2</i> .....	60
<b>Tabela 4</b> – Síntese dos dados obtidos no <i>software</i> OptimumLap.....	66
<b>Tabela 5</b> – Cargas atuando no protótipo na prova de <i>Autocross</i> .....	67
<b>Tabela 6</b> – Perfis de vigas utilizados no protótipo.....	72
<b>Tabela 7</b> – Propriedades do Materiais.....	74
<b>Tabela 8</b> – Tipos de Elementos utilizado no Ansys.....	76
<b>Tabela 9</b> – Estatísticas de malha do modelo.....	77
<b>Tabela 10</b> – Contactos e mola aplicados na suspensão frontal esquerda e direção.....	78
<b>Tabela 11</b> – Contactos e mola aplicados na suspensão traseira esquerda.....	79
<b>Tabela 12</b> – Restrições aplicadas ao modelo para análise no 1º Caso.....	80
<b>Tabela 13</b> – Carregamentos aplicados para o <i>Tilt Table Test</i> para análise da suspensão.....	83
<b>Tabela 14</b> – Carregamentos aplicados para o <i>SkidPad</i> para análise da suspensão – 2º Caso.....	84
<b>Tabela 15</b> – Síntese dos carregamentos aplicados para o <i>Autocross</i> .....	85
<b>Tabela 16</b> – Síntese dos resultados para o <i>Tilt Table Test</i> .....	95
<b>Tabela 17</b> – Síntese dos resultados para o evento <i>SkidPad</i> .....	107
<b>Tabela 18</b> – Síntese dos resultados para o <i>Autocross</i> .....	122
<b>Tabela 19</b> – Comparação das reações verticais analíticas com resultados do MEF.....	123

## Lista de Símbolos

$\alpha$	[graus]	Ângulo de inclinação da pista
$\alpha_f$	[graus]	Ângulo de deriva do eixo frontal
$\alpha_r$	[graus]	Ângulo de deriva do eixo traseiro
$a$	[m/s <sup>2</sup> ]	Aceleração longitudinal
$a_c$	[m/s <sup>2</sup> ]	Aceleração centrípeta
$a_y$	[g]	Aceleração lateral
$\delta$	[graus]	Ângulo de viragem
$b$	[m]	Distância entre o eixo dianteiro e o CG
$c$	[m]	Distância entre o eixo traseiro e o CG
$c_a$	[Ns/m]	Constante de amortecimento
$C$	$[-F_C]$	Centrífuga
$C_{\alpha f}$	[N/rad]	Rigidez lateral dos pneus dianteiros
$C_{\alpha r}$	[N/rad]	Rigidez lateral dos pneus traseiros
$d$	[m]	Diâmetro externo do pneu
$D_1$	[m]	Via frontal
$D_2$	[m]	Via traseira
$f$	-----	Coefficiente de atrito de rolamento
$F_{1a}$	[N]	Força transversal agindo na roda direita no eixo frontal
$F_{2a}$	[N]	Força transversal agindo na roda direita no eixo traseiro
$F_{1b}$	[N]	Força transversal agindo na roda esquerda no eixo frontal
$F_{2b}$	[N]	Força transversal agindo na roda esquerda no eixo traseiro
$F_{a1a}$	[N]	Força de atrito aplicada na roda direita frontal
$F_{a1b}$	[N]	Força de atrito aplicada na roda esquerda frontal
$F_{a2a}$	[N]	Força de atrito aplicada na roda direita traseira
$F_{a2b}$	[N]	Força de atrito aplicada na roda esquerda traseira
$F_C$	[N]	Força centrípeta
$F_{C1}$	[N]	Força centrípeta no eixo frontal
$F_{C2}$	[N]	Força centrípeta no eixo traseiro
$F_d$	[N]	Força do amortecedor
$F_{f1}$	[N]	Força de travagem no eixo frontal
$F_{f2}$	[N]	Força de travagem no eixo traseiro

$F_{f1a}$	[N]	Força de travagem na roda dianteira direita
$F_{f1b}$	[N]	Força de travagem na roda dianteira esquerda
$F_{f2a}$	[N]	Força de travagem na roda traseira direita
$F_{f2b}$	[N]	Força de travagem na roda traseira esquerda
$F_I$	[N]	Força de inércia
$F_m$	[N]	Força motriz
$F_{m1}$	[N]	Força motriz no eixo frontal
$F_{m2}$	[N]	Força motriz no eixo traseiro
$F_{m2a}$	[N]	Força motriz na roda do lado direito do eixo traseiro
$F_{m2b}$	[N]	Força motriz na roda do lado esquerdo do eixo traseiro
$F_s$	[N]	Força da mola
$F_z$	[N]	Força de inércia de sustentação
$g$	[m/s <sup>2</sup> ]	Aceleração da gravidade
$G$	[N]	Peso do veículo
$h$	[m]	Altura do solo até o centro de gravidade
$K$	[°/g]	Gradiente de subviragem
$k$	[N/m]	Constante da mola
$[k]$	[N/m]	Matriz de rigidez
$l$	[m]	Distância entre os eixos do veículo
$m$	[kg]	Massa do veículo
$M_L$	[N/m]	Momento devido à resistência aerodinâmica
$[M]$	[kg]	Matriz de massa
$\mu$	-----	Coefficiente de atrito entre o pneu e o solo
$Q_a$	[N]	Resistência aerodinâmica
$Q_r$	[N]	Resistência ao rolamento
$Q_{r1}$	[N]	Resistência ao rolamento do eixo frontal
$Q_{r2}$	[N]	Resistência ao rolamento do eixo traseiro
$R_1$	[N]	Reação no eixo frontal
$R_2$	[N]	Reação no eixo traseiro
$R_{1a}$	[N]	Reação na roda do lado direito do eixo frontal
$R_{1b}$	[N]	Reação na roda do lado esquerdo do eixo frontal
$R_{2a}$	[N]	Reação na roda do lado direito do eixo traseiro
$R_{2b}$	[N]	Reação na roda do lado esquerdo do eixo traseiro

$\rho$	[m]	Raio da curva
$t$	-----	Relação entre a força no eixo traseiro e o peso total do veículo
$\{u\}$	[m]	Vetor de deslocamento nodal
$\{\dot{u}\}$	[m/s]	Vetor de velocidade nodal
$\{\ddot{u}\}$	[m/s <sup>2</sup> ]	Vetor de aceleração nodal
$v$	[m/s]	Velocidade tangencial
$x$	[m]	Deslocamento
$\dot{x}$	[m/s]	Velocidade
$\omega_i^2$	[rad/s]	Frequência circular natural de modo i (valor próprio)
$\{\phi_i\}$	-----	Vetor de forma do modo (vetor próprio) do modo i

## Lista de Siglas

CAD	<i>Computer-Aided Design</i> (Desenho Assistido por Computador)
CAE	<i>Computer-Aided Engineering</i> (Engenharia Assistida por Computador)
CG	Centro de Gravidade
CI	Centro Instantâneo de Rotação
CP	Centro de Pressão
ESTG	Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Leiria
IPLeia	Instituto Politécnico de Leiria
MEF	Método de Elementos Finitos
SAE	<i>Society of Automotive Engineers</i>

# Índice

<b>Originalidade e Direitos de Autor .....</b>	<b>ii</b>
<b>Agradecimentos .....</b>	<b>iv</b>
<b>Resumo .....</b>	<b>v</b>
<b>Abstract .....</b>	<b>vi</b>
<b>Lista de Figuras .....</b>	<b>vii</b>
<b>Lista de Tabelas .....</b>	<b>xi</b>
<b>Lista de Símbolos .....</b>	<b>xii</b>
<b>Lista de Siglas .....</b>	<b>xv</b>
<b>Índice .....</b>	<b>xvi</b>
<b>1 Introdução .....</b>	<b>19</b>
1.1 Objetivos do estudo .....	20
1.1.1 Objetivo Geral.....	20
1.1.2 Objetivos Específicos.....	20
1.2 Caso de Estudo - <i>Formula Student</i> .....	20
1.2.1 <i>Formula Student</i> IPLeiria.....	21
1.2.2 Eventos.....	22
1.2.2.1 <i>Tilt Table Test</i> - Apresentação .....	22
1.2.2.2 <i>SkidPad</i> - Apresentação .....	23
1.2.2.3 <i>Autocross</i> - Apresentação .....	24
<b>2 Fundamentação Teórica .....</b>	<b>25</b>
2.1 Sistemas de Veículos .....	25
2.1.1 Chassis.....	25
2.1.2 Sistema de Direção.....	26
2.1.3 Sistema de Suspensão .....	27
2.2 Dinâmica de Veículos.....	30
2.2.1 Dinâmica Vertical .....	31
2.2.2 Subviragem e Sobreviragem .....	32
2.2.3 Forças de Carregamento.....	33
2.2.3.1 Centro de Gravidade .....	34
2.2.3.2 Cargas Estáticas .....	35
2.2.3.3 Cargas Dinâmicas .....	36
2.2.3.3.1 Veículo em movimento .....	36

2.2.3.3.2	Acerações .....	38
2.2.3.3.3	Curva .....	40
2.3	Análise de Elementos Finitos .....	45
2.3.1	Tipos de Análises .....	45
2.3.1.1	Análise Estática .....	45
2.3.1.2	Análise Dinâmica .....	46
2.3.1.2.1	Análise Modal .....	46
2.3.1.2.2	Análise Harmônica.....	47
2.3.1.2.3	Análise Transiente.....	48
2.3.2	Análise de Elementos Finitos através de ferramenta computacional.....	48
2.3.3	Tipos de Elementos .....	49
<b>3</b>	<b>Método .....</b>	<b>54</b>
3.1	Dados de Entrada.....	55
3.2	Cálculo dos Carregamentos .....	59
3.2.1	<i>Tilt Table Test</i> - Carregamentos .....	59
3.2.2	<i>SkidPad</i> - Carregamentos .....	60
3.2.3	<i>Autocross</i> - Carregamentos .....	61
3.3	Solução por Elementos Finitos .....	68
3.3.1	Pré-Processamento .....	68
3.3.1.1	Simplificação do Modelo CAD .....	68
3.3.1.2	Definição dos Materiais e Geometria .....	74
3.3.1.3	Definição das Malhas e Elementos.....	76
3.3.1.4	Condições de Fronteira .....	77
3.3.1.4.1	Contactos e Elementos de Mola.....	77
3.3.1.4.2	Suportes e Fixações.....	79
3.3.1.4.3	Carregamentos.....	81
3.3.2	Processamento.....	87
3.3.2.1	<i>Tilt Table Test</i> – Análise Estática .....	87
3.3.2.2	<i>SkidPad</i> – Análise Estática e Análises Dinâmicas .....	88
3.3.2.3	<i>Autocross</i> – Análise Dinâmica .....	890
<b>4</b>	<b>Resultados.....</b>	<b>91</b>
4.1	<i>Tilt Table Test</i> – Resultados .....	91
4.2	<i>Skidpad</i> – Resultados.....	96
4.2.1	Análise Estática – <i>SkidPad</i> .....	96
4.2.2	Análise Modal – <i>SkidPad</i> .....	98

4.2.3	Análise de Resposta Harmônica – <i>SkidPad</i> .....	103
4.3	<i>Autocross</i> – Resultados.....	108
<b>5</b>	<b>Discussão</b> .....	<b>123</b>
5.1	<i>Tilt Table Test</i> – Discussão.....	123
5.2	<i>Skidpad</i> – Discussão .....	124
5.3	<i>Autocross</i> – Discussão .....	127
<b>6</b>	<b>Conclusões</b> .....	<b>137</b>
6.1	Sugestões para Trabalhos Futuros .....	138
	<b>Referências</b> .....	<b>140</b>

# 1 Introdução

Segundo Almacinha (1985), a filosofia de projetos veiculares altera muito com o passar dos anos, avançando da fase onde novos projetos eram baseados em experiência até à actualidade, onde as análises detalhadas recorrendo a meios computacionais são utilizados em grande escala, levando a um aumento considerável da importância da análise estrutural nos veículos.

Devido a uma grande evolução dos meios computacionais e dos métodos numéricos para simular problemas reais e apresentar soluções, faz com que praticamente toda a indústria automóvel recorram a essas ferramentas, seja pelo Desenho Assistido por Computador (*Computer-Aided Design*) e/ou pela Engenharia Assitida por computador (*Computer-Aided Engineering*), aumentando assim a produtividade e poupando custos.

O processo de criação de modelos virtuais complexos (com as corretas aplicações de condições de fronteira) como parte do desenvolvimento de um produto, mesmo que tenha grande vantagem sobre o método de criação dado somente com o desenvolvimento de protótipos físicos, ainda exigem muitos recursos em termos de custo e tempo comparados a um modelo virtual simplificado.

Então, uma caracterização mais simples do problema, com as ferramentas certas, pode poupar muitos recursos e agilizar a tomada de decisão e conseqüentemente, a entrega do projeto, pois esses modelos apresentam resultados muito próximos, quando bem aplicados, do método mais detalhista e oneroso.

Entretanto, para a aplicação das ferramentas computacionais do método de elementos finitos, mesmo num processo simplificado, é extremamente necessário que o executor do trabalho conheça muito bem a situação a qual se quer obter resultados, ou seja, compreender todas as variáveis do projeto para conseguir soluções fiáveis e que agregue valor ao produto. Para isso, é preciso realizar um amplo estudo de caso nessa etapa inicial do projeto, uma vez que será neste estágio que exigirá maior tempo de trabalho, pois quanto mais abrangente e aprofundado for o tratamento dos dados, mais assertivos serão os resultados. Esses modelos virtuais aliados ao desenvolvimento experimental resulta num processo ótimo para a construção de um produto.

## 1.1 Objetivos do estudo

Os objetivos estão divididos em objetivo geral e objetivos específicos.

### 1.1.1 Objetivo Geral

Este estudo tem como objetivo geral o desenvolvimento de uma análise dinâmica de um protótipo automóvel do *Formula Student* do IPEL/FEIS através de *software* de método de elementos finitos.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos são:

- Desenvolver equações dos carregamentos estáticos e dinâmicos aplicados em um veículo no contexto do *Formula Student*;
- Fazer levantamento dos dados do protótipo FSIP/FEIS;
- Calcular os carregamentos através das equações desenvolvidas e dados do veículo;
- Simplificar a geometria do protótipo através de elementos de viga do *software* de elementos finitos;
- Aplicar as condições de fronteira nos modelos em todas situações a simular;
- Proceder com a análise estrutural estática;
- Proceder com a análise dinâmica em regime permanente;
- Proceder com a análise dinâmica estrutural em regime transiente;
- Avaliar os resultados obtidos nas análises e compará-los com a teoria e literatura.

## 1.2 Caso de Estudo - *Formula Student*

O *Fórmula Student* é uma modalidade que tem como objetivo propiciar aos estudantes de engenharia a oportunidade de aplicar na prática os conhecimentos adquiridos em sala de aula, desenvolvendo um projeto completo e construindo um carro tipo Fórmula. Os trabalhos são realizados em grupo. A competição teve início nos Estados Unidos em 1981, substituindo uma versão anterior chamada *Mini-Indy*, motivada pela carência de engenheiros especializados em veículos de alta performance (SAE Brasil, 2020).

Quase duas décadas depois da sua criação, o programa FSAE chegou à Europa passando-se a designar em Inglaterra por *Formula Student* (Caldas, 2013).

O regulamento relativo às provas de competição é da responsabilidade da SAE. Neste, são referidos os regulamentos relativos à segurança dos veículos e respectivos participantes, assim como os limites técnicos/científicos relativos ao desenvolvimento do veículo por parte dos alunos envolvidos. É imposto um orçamento limitado para o projeto, que tem como objectivo estimular os alunos a encontrarem soluções simples e eficazes, estabelecendo um limite orçamental para todos os participantes, beneficiando, assim as equipas de países com realidades financeiras mais desfavoráveis. Com isto, deseja-se proporcionar aos alunos do ensino superior uma rampa de lançamento para as grandes competições existentes no panorama automóvel internacional (Pinto, 2013).

Um dos maiores objetivos do *Formula Student* passa pela aplicação dos conhecimentos dos futuros engenheiros, já que se trata de uma competição onde os estudantes mostram não só o carro mais veloz, mas também, para provar que o desenvolvimento como um todo do seu veículo é melhor, tal como o desempenho, sustentabilidade, viabilidade, produção e plano de inserção no mercado (Seco, 2017).

A competição realiza-se ao longo de três dias onde todas as equipas têm de ultrapassar várias provas, as quais se dividem em provas estáticas e provas dinâmicas.

### **1.2.1 *Formula Student* IPLeia**

O desenvolvimento do veículo *Formula IPLeia* (ver **Figura 1**) é produto do envolvimento de alunos e professores da Escola Superior de Tecnologia e Gestão (ESTG) do Instituto Politécnico de Leiria (IPL).

Segundo Pinto (2013), o projeto foi iniciado por um grupo de alunos de Engenharia Automóvel no ano lectivo 2003/2004. Em 2006 a equipa participou no *Formula Student UK*, onde conseguiu um honroso 4º lugar da Classe 3 (apresentação do projeto em computador). No ano seguinte a equipa participou novamente na prova inglesa, tendo obtido o 1º lugar da Classe 2 (veículos em fase de construção). No ano de 2008 com a conclusão do monolugar, a equipa participou nas provas Inglesa e Alemã, tendo obtido a melhor classificação Ibérica. O desenvolvimento do projeto com a passagem pelas 3 classes da competição permitiu adquirir conhecimentos e técnicas e efectuar desenvolvimentos vários no veículo, com base nas avaliações e sugestões dos juizes. Em 2009 o *Formula IPLeia* participou ainda na competição *Formula Student UK* na Classe 1 (apresentação do carro construído).



**Figura 1** – Veículo Formula IPLeiria 2009 (Pinto, 2013)

## 1.2.2 Eventos

No decorrer da competição *Formula Student*, como já mencionado, o veículo terá de passar por variadas provas, não só para se garantir que o mesmo cumpre os requisitos do regulamento, mas também para se avaliar o desempenho global (Caldas, 2013).

Nesta secção serão apresentados os eventos do *Formula Student* no qual um veículo durante a competição estará sujeito. Serão detalhados somente as provas que vão ser objeto de estudo das análises computacionais no presente trabalho, ou seja, o *Tilt Table Test*, o evento de *SkidPad* e o *Autocross*.

### 1.2.2.1 *Tilt Table Test* - Apresentação

A prova de *Tilt Table*, sendo a única prova de todos os eventos estáticos da competição onde se testa o sistema de suspensão.

O veículo é colocado sobre um equipamento de mesa hidráulica ou outro tipo de equipamento mecânico, com o condutor e depósito de combustível cheio (ver **Figura 2**). No primeiro teste, a mesa é inclinada 45 graus lateralmente e os juizes verificam a existência ou não de fuga de fluidos. No segundo teste, a mesa é inclinada até 60 graus, de maneira a simular o veículo numa situação onde a aceleração lateral é de 1,7g, pretendendo verificar, dessa forma, se o veículo consegue manter as quatro rodas em contacto com o solo nessa situação, e como tal, testar a capacidade de *Roll* (girar em torno de um eixo longitudinal no centro do veículo com movimento lateral da carroçaria) do veículo.

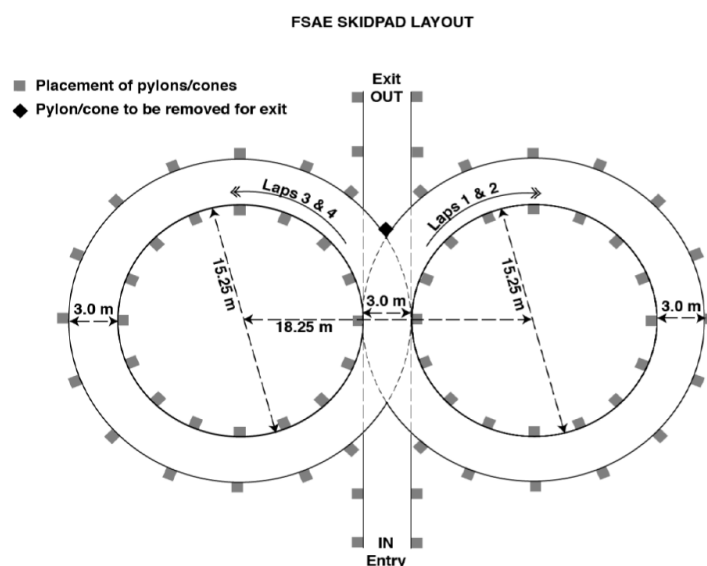


**Figura 2** – *Tilt Table Test* (website.theracotorque.com)

### 1.2.2.2 *SkidPad* - Apresentação

O objectivo principal desta prova é verificar a capacidade de curva (capacidade de aderência à estrada) do carro numa superfície plana enquanto o mesmo executa uma curva com raio constante (Caldas, 2013).

Na **Figura 3** apresenta-se o *layout* da prova. Após a entrada, os carros irão executar uma volta completa no círculo da direita, de modo a estabelecerem a curva numa situação o mais perto possível de um regime estacionário. A volta seguinte, também no círculo à direita, será cronometrada. Imediatamente após a conclusão da segunda volta no círculo da direita, o veículo entrará no círculo à esquerda e proceder-se-á do mesmo modo que no círculo da direita, terminando a prova assim que sair da zona de prova (Caldas, 2013).



**Figura 3** – Layout do Evento de *SkidPad* (Formula SAE Rules, 2019)

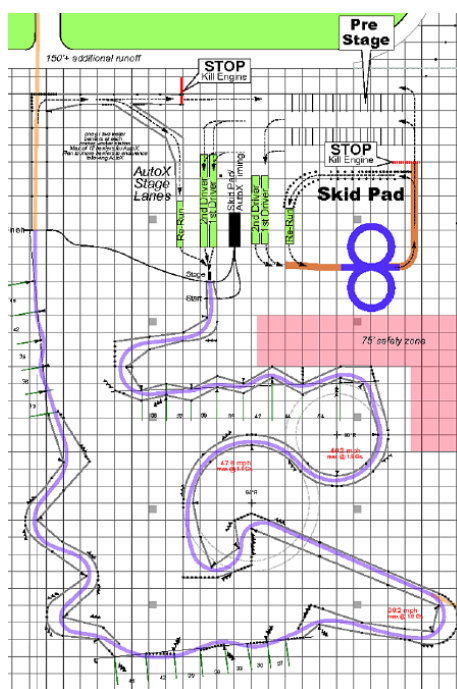
### 1.2.2.3 Autocross - Apresentação

Este evento pretende avaliar as capacidades e qualidades de manobra do veículo num percurso apertado. Cada veículo irá participar nesta prova individualmente, ou seja, sem interferência de outros veículos.

O presente evento, irá combinar as características de performance de aceleração, travagem e capacidade de curva num único evento. Para se atingir o mínimo de tempo ao longo da prova e para se ter o maior sucesso, a suspensão deverá estar projectada e afinada para uma resposta rápida a nível da direcção, minimizar os movimentos longitudinais associados à travagem e proporcionar um bom comportamento do veículo quando este executa as manobras de curva. Na **Figura 4** tem-se um exemplo de um circuito de *autocross*.

Esta prova possui algumas especificações no regulamento, tais como:

- Comprimento da prova de aproximadamente 0,8km;
- Via mínima: 3,5m;
- Retas não superiores a 45m;
- Curvas constantes com 23m a 45m de diâmetro;
- Curvas fechadas com mínimo de 9m de diâmetro externo;
- *Slalom* (“zig-zags”), composto com cones em linha reta de 7,62m a 12,19m de espaçamento entre eles;
- *Chicanes*.



**Figura 4** – Circuito de *autocross* Formula SAE Lincoln 2015, EUA (Sullivan, 2016).

## 2 Fundamentação Teórica

No capítulo de fundamentação teórica são abordados conceitos basilares sobre sistemas e comportamento de veículos e método de elementos finitos utilizados no trabalho.

### 2.1 Sistemas de Veículos

Muitos sistemas influenciam o comportamento dinâmico e compõe um veículo, tais como: sistema de direção, sistema de suspensão, sistema de transmissão e sistema de travagem. Assim como o chassis do veículo.

#### 2.1.1 Chassis

O chassis é uma estrutura que tem como função principal suportar as cargas estáticas e dinâmicas relativas ao seu desempenho enquanto veículo de competição, bem como alojar e garantir o correcto funcionamento dos órgãos mecânicos e criar um habitáculo de proteção ao piloto (Pinto, 2013).

Segundo Costa (2014), um projeto eficiente de um chassis no contexto do *Formula Student* deve seguir um conjunto de características, nomeadamente:

- Comportar-se como barras, suportando o seu próprio peso, o do piloto e dos restantes componentes.
- Preservar as relações geométricas entre os vários pontos da suspensão. Deve ter elevada rigidez torsional e elevada rigidez à flexão vertical e lateral, de modo a resistir, com pouca deformação, aos esforços impostos pela suspensão, pela transmissão, pela travagem e pela aceleração.
- Possuir o mínimo peso possível. Na competição automóvel, em geral, este fator tem bastante importância, mas nesta prova assume ainda maior importância, uma vez que para além da prova de resistência existe uma prova de aceleração e de economia de combustível.
- Fornecer segurança ao piloto em situações de acidente, tendo em consideração o impacto frontal, lateral e o capotamento do veículo.
- Apresentar baixo custo de fabrico. A competição tem como objetivo a conceção e fabrico de um veículo em pequena série, sendo avaliado em uma prova de custos.

O chassis pode ser do tipo tubular, monocoque ou híbrido. Em seguida será introduzido somente o conceito do chassis tubular que é empregado no protótipo estudado.

O chassis tubular (ver **Figura 5**) é uma estrutura constituída por tubos rectos ordenados de modo a que apenas sejam sujeitos a esforços de compressão ou tração, por forma a minimizar os esforços de flexão. Esta solução permite desenvolver chassis extremamente rígidos com pequenas quantidades de material e boas relações de resistência específica e rigidez específica (Pinto, 2013).

São utilizados em modelos de fabricação única ou em pequena escala, o chassis tubular permite a construção de estruturas leves, resistentes e versáteis, permitindo a variação nos tipos de acessórios, equipamentos e carrocerias. Sua fabricação se mostra bastante simples, baseada na soldagem manual de tubos e perfis de acordo com o projeto feito em computador.



**Figura 5** – Chassis tubular do Formula IPLeiria (Pinto, 2013)

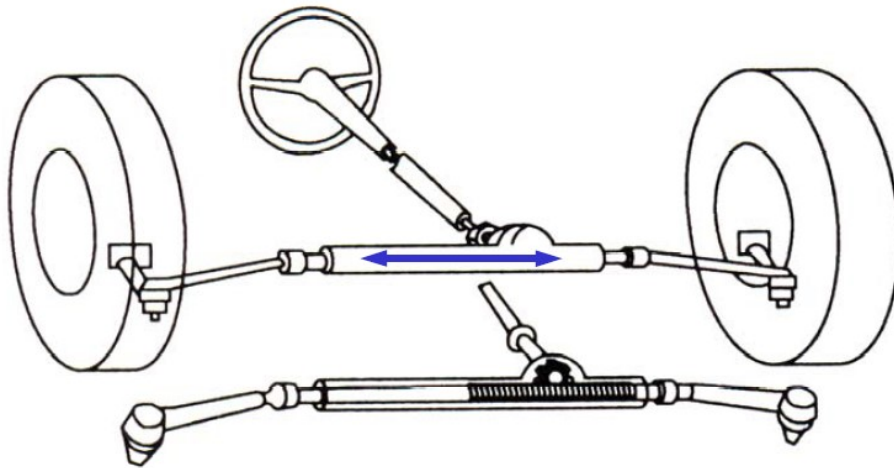
### **2.1.2 Sistema de Direção**

O sistema de direção é a interface entre condutor e veículo. Pelo sistema de direção, o piloto controla o veículo e obtém respostas pelo torque de viragem. O sistema de direção tradicional de veículos de alta velocidade são sistemas mecânicos formados por um volante, uma coluna, uma caixa e os braços. Sistemas de direção atuais utilizam engrenagens que amplificam ou modificam o ângulo de viragem (Pinheiro, 2010).

### Sistema Pinhão-Cremalheira

A cremalheira e pinhão é um tipo de atuador que traduz o movimento de rotação em movimento linear. Consiste em uma engrenagem circular, o pinhão, movimentando a cremalheira.

Este sistema de direção (ver **Figura 6**) é altamente usado em veículos de passeio devido as grandes vantagens como baixa complexidade e fácil acomodação do sistema no veículo (Gillespie, 1992).



**Figura 6** – Sistema de direção do tipo pinhão-cremalheira (Gillespie, 1992)

### **2.1.3 Sistema de Suspensão**

O sistema de suspensão está associado à capacidade de absorção de movimentos aleatórios produzidos pelas irregularidades do terreno e sustentação do veículo (Klava, 2013).

Os tipos de suspensões existentes são divididos em suspensões dependentes e independentes.

A suspensão independente permite que cada roda se mova verticalmente sem afetar a roda oposta. Os veículos de corrida utilizam esse tipo de suspensão pois permite uma grande variação de configuração, trazendo vantagens como, por exemplo, espaço para instalação do motor e melhor resistência às vibrações.

Para esse trabalho, vai ser abordada somente a suspensão independente do tipo duplo-A utilizado no protótipo FSIPLeia.

### Suspensão Duplo-A

A presença de dois braços ou balanças, um superior e outro inferior que geralmente tem um formato triangular, assemelhando-se a dois A, daí o nome duplo-A.

As características dessa suspensão são determinadas pelo comprimento dos "braços" superiores e inferiores e os ângulos de instalação, permitindo assim uma grande quantidade de movimentos diferentes para um mesmo conjunto, fornecendo um deslocamento controlado (Gillespie, 1992). Esse tipo de suspensão pode ser visto na **Figura 7**.



**Figura 7** – Suspensão duplo-A (Gillespie, 1992)

### Mola e Amortecedor

Segundo Lotto (2014), a principal função da mola de um veículo é a de isolar a massa suspensa dos deslocamentos sofridos na massa não-suspensa. Em veículos de passeio a mola helicoidal é a mais usada e normalmente com rigidez constante. O comportamento dinâmico do veículo depende de como a rigidez da mola é sentida pelo curso vertical da roda, que é chamada de rigidez equivalente da mola.

O comportamento da mola, como descrito pela equação 1, é dado pelo deslocamento ( $x$ ), força ( $F_s$ ) e constante da mola ( $k$ ).

$$F_s = kx \quad (1)$$

A principal função do amortecedor é reduzir e limitar as oscilações provocadas pela mola da suspensão. A energia transmitida para as molas, devido aos impactos provocados pela irregularidade do solo, é absorvida pelo amortecedor e dissipada em forma de calor para o ambiente. Sem a utilização desse dispositivo, a mola oscilaria indefinidamente (Ruthes, 2016).

A força interna neste componente, segundo Luz (2017), é sempre contrária em sentido à velocidade desde que dentro dos seus limites de funcionamento. O trabalho realizado por uma força em um amortecedor é sempre perdido, seja na forma de calor ou de outros tipos de energia não aproveitáveis. Logo, o amortecedor é considerado um elemento dissipativo no sistema. A força atuante no amortecedor ( $F_d$ ) será sempre função da velocidade de movimento linear dada por  $\dot{x}$ . No caso de um amortecedor de atrito viscoso, esta função é linear, proporcional a uma constante de amortecimento ( $c_a$ ) tal como apresentado na Equação 2:

$$F_d = c_a \dot{x} \quad (2)$$

Na **Figura 8** tem representado um modelo de mola-amortecedor típico utilizado nas competições *Formula Student*.



**Figura 8** – Amortecedor TTX25 – *Ohlins* (Gomes & Pinto, 2019)

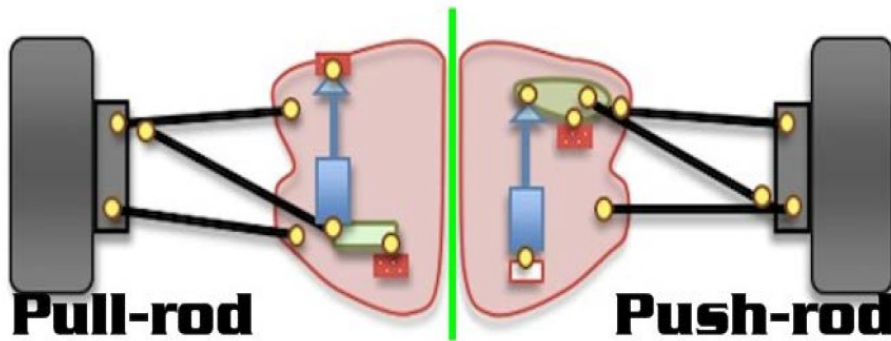
#### *Pull-rod e Push-rod*

*Pull-rod* e *push-rod* são subsistemas da suspensão duplo-A, nesses dois casos a mola-amortecedor são ativados de maneiras diferentes.

Na suspensão duplo-A via *pull-rod* (utilizado no protótipo estudado) o braço que está ligado ao conjunto mola amortecedor fica sujeito à tração quando a roda se desloca para cima ou mesmo pelo peso próprio. Possui a posição do centro de gravidade baixo e por estar trabalhando em tração, permite ser mais leve do que o *push-rod*.

O *push-rod* é composto por uma barra conectada ao braço de suspensão inferior numa extremidade e na outra é ligada ao *rocker arm* (balancim). Esta barra trabalha sobre compressão levando todo o deslocamento e esforços vindos da roda aos amortecedores, molas e barras anti-rolagem (Ferreira, 2019).

Na **Figura 9** tem o sistema *pull-rod* apresentado à esquerda e a direita tem-se o *push-rod*.



**Figura 9** – Sistema *Pull-rod* e *Push-rod* (Ferreira, 2019)

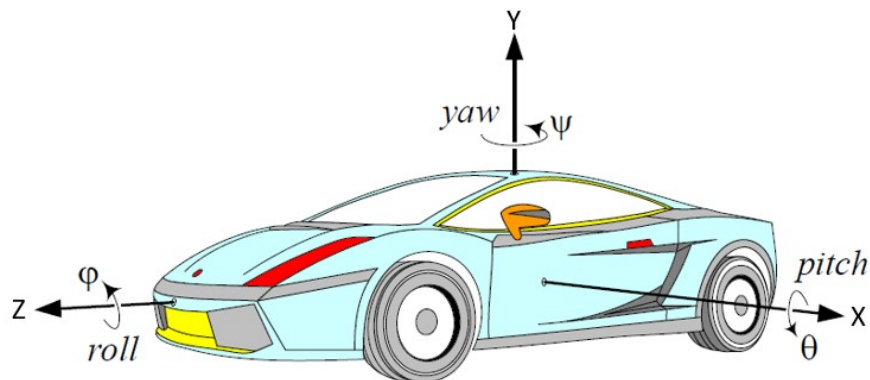
### Rocker Arm

É uma peça mecânica com função intermediária entre o *pull-rod/push rod*, amortecedor e barras anti-rolagem. Este link transmite os esforços provenientes da roda aos demais sistemas citados acima. Seu uso é frequente em veículos de alto desempenho para que a transmissão de esforços seja menor (Rocha, 2016).

## 2.2 Dinâmica de Veículos

Segundo Gillespie (1992), o estudo da dinâmica veicular é o ramo que analisa as interações entre o veículo, o condutor e o ambiente, bem como as reações de cargas envolvidas no processo.

Em dinâmica veicular, é importante o conhecimento dos vários movimentos do veículo que podem influenciar no comportamento do mesmo. Na **Figura 10** tem-se o sistema de coordenadas do veículo proposto pela SAE onde pode-se definir os movimentos mais importantes a serem considerados. Esse sistema será utilizado em todo o presente trabalho.



**Figura 10** – Sistema de coordenadas do veículo (Adaptado de Jazar, 2008)

Durante essa secção serão apresentados alguns conceitos sobre dinâmica veicular bem como algumas equações necessárias para o compreensão do presente trabalho.

### 2.2.1 Dinâmica Vertical

Segundo Freitas Jr. (2006), na dinâmica vertical interessa o deslocamento (baseado no sistema de coordenadas proposto na **Figura 10**) do Centro de Gravidade (CG) das massas suspensas do veículo na direção vertical Y (*bounce*) e as rotações em Z (*roll*) e X (*pitch*), assim como o deslocamento e velocidade do centro da roda e da suspensão (massas não-suspensas).

A dinâmica vertical estuda o comportamento do veículo e de seus ocupantes quando esses são submetidos a excitações, que podem ser externas (Pista) ou internas (motor, rodas, transmissão). Essas excitações variam de acordo com as frequências, onde de 0 a 25Hz é classificado como *ride* e acima disso, como ruído.

Os estudos do *ride* em veículos são realizados para fins de conforto humano, sendo essa definição subjetiva pois varia de pessoa a pessoa, havendo então valores limite de referência, e também para avaliação de transferência de cargas verticais e capacidade do veículo em superar irregularidades das vias.

Segundo Gillespie (1992), em altas frequências a aceleração da excitação da pista aumenta em amplitude e por isso o isolamento da carroceria é obtido ao condicionar a frequência natural ao valor mais baixo possível para um dado peso do veículo. Ele sugere então que os modos de vibrar de frequências naturais da massa suspensa se encontre entre 1 e 1,5Hz e valores de amortecimento entorno de 0,4 para veículos de passeio.

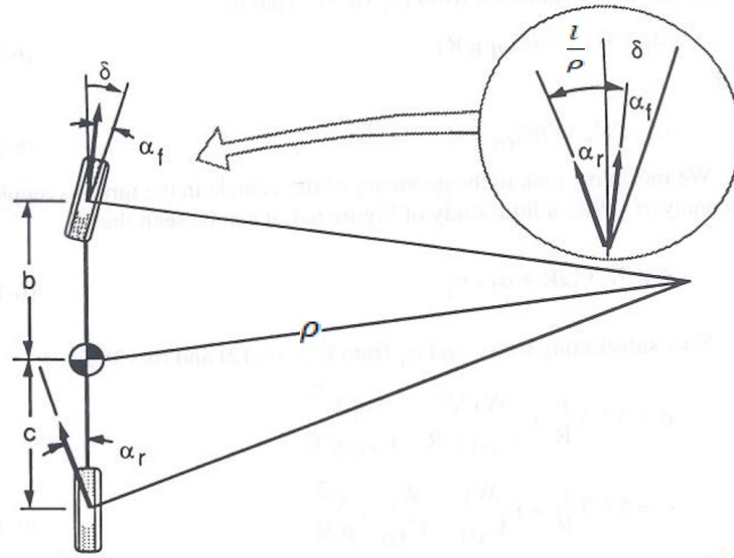
Em veículos de prova, como o *Formula Student*, Ruthes (2016), diz que, por serem mais rígidos, suas massas suspensas possuem frequência de ressonância em torno de 2 a 2,5Hz e o estudo do conforto devido aos movimentos vibratórios em veículos é feito em uma faixa de frequência que vai de 1 até 100Hz.

É comum existir, além da frequência de ressonância do sistema da suspensão como um todo, o fenômeno de ressonância das rodas, que se dá entre 10 a 15Hz, podendo ser comum a existência de picos nos gráficos de resposta em frequência de automóveis (Santos, 2007, *apud* Ruthes 2016).

Portanto, condicionando as frequências naturais a menores valores, menores serão as frequências amplificadas e assim, as excitações dos passageiros (Santos, 2007).

### 2.2.2 Subviragem e Sobreviragem

Em curvas em alta velocidade e em regime permanente, segundo Menezes (2015), para simplificar o método de equacionamento, considera-se que os raios de contorno das curvas são muito maiores que a distância entre eixos do veículo, com isso, a diferença entre ângulos de viragem das rodas internas e externas à curva seja desprezada. Dessa forma pode ser tomado o modelo de bicicleta proposto por Gillespie (1992) (ver **Figura 11**).



**Figura 11** – Modelo de Bicicleta (Adaptado de Gillespie, 1992)

O ângulo de viragem ( $\delta$ ), dado em graus, pode ser calculado de forma simplificada de acordo com a equação 3:

$$\delta = 57,3 \frac{l}{\rho} + K a_y \quad (3)$$

Onde  $K$  é o gradiente de subviragem,  $l$  é a distância entre os eixos do veículo [m],  $b$  é a distância entre o eixo frontal e o CG,  $c$  é a distância entre o eixo traseiro e o CG,  $\rho$  é o raio da curva [m],  $\alpha_f$  e  $\alpha_r$  são os ângulos de deriva do eixo frontal e traseiro, respectivamente, e  $a_y$  é a aceleração lateral [g].

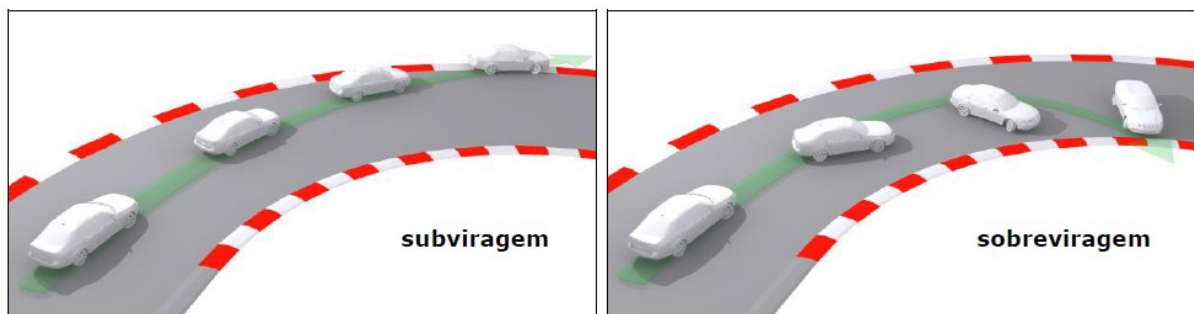
Esse gradiente  $K$ , dado em ( $^{\circ}/g$ ), consiste em dois termos que representam, cada um, a razão entre o carregamento de cada eixo com a rigidez lateral dos pneus do eixo analisado e determina a magnitude e direção da mudança de viragem para um veículo descrevendo uma curva de raio  $\rho$  e uma aceleração lateral  $a_y$ . O gradiente é denotado por:

$$K = \frac{R_1}{C_{\alpha f}} - \frac{R_2}{C_{\alpha r}} \quad (4)$$

Em que  $R_1$  é a reação no eixo frontal,  $R_2$  é a reação no eixo traseiro,  $C_{\alpha_f}$  é a rigidez lateral dos pneus dianteiros e  $C_{\alpha_r}$  é a rigidez lateral dos pneus traseiros.

Gillespie (1992), diz que o comportamento de um veículo em subviragem é quando em uma curva de raio constante, aumentando a velocidade, terá a necessidade de aumentar o ângulo de viragem ( $\delta$ ), para manter o veículo no mesmo raio. O comportamento de sobreviragem existe quando um veículo em curva de raio constante, com o aumento de velocidade, é necessário diminuir o ângulo de viragem ( $\delta$ ) para manter o veículo no mesmo raio. Um veículo com o comportamento neutro não há a necessidade de mudar o ângulo nessas mesmas condições. Na **Figura 12** tem-se esses comportamentos ilustrados.

Segundo Lotto (2014), se o valor de  $K$  é positivo ( $\alpha_f > \alpha_r$ ) o veículo tem um comportamento de subviragem. Se  $K$  é negativo ( $\alpha_f < \alpha_r$ ) o veículo tem um comportamento de sobreviragem. Conseqüentemente, se  $K=0$  o veículo tem comportamento neutro. Outros fatores influenciam no comportamento do veículo, como os ganhos cinemáticos da suspensão, transferência de carga lateral e deformação elástica de componentes da suspensão.



**Figura 12** – Tendência de comportamento de um veículo subviragem (à esquerda) e sobreviragem (à direita) (Oliveira, 2018)

### 2.2.3 Forças de Carregamento

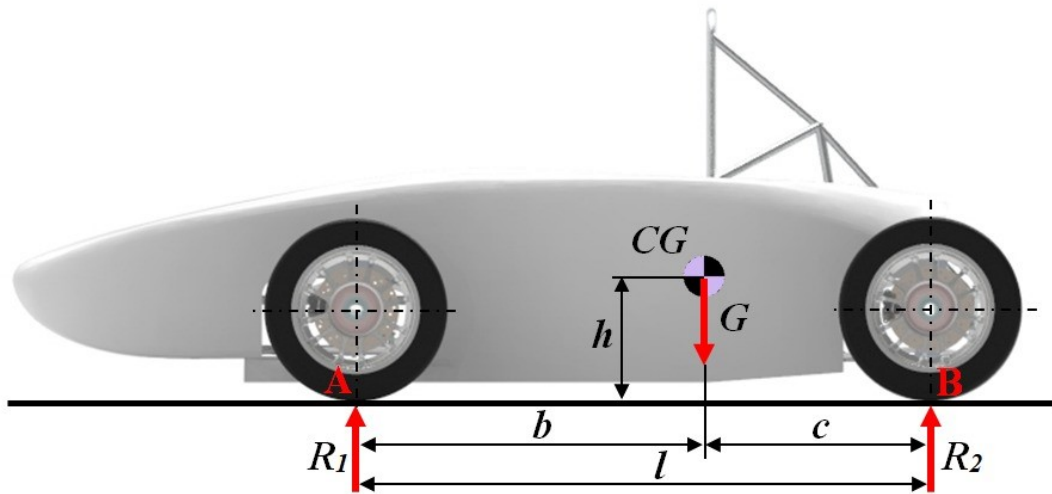
É importante compreender os esforços que estão presentes nas diversas situações em que o veículo possa estar condicionado para poder desenvolver o modelo computacional mais fiel possível da realidade e assim efetuar as análises.

Nessa secção têm-se o equacionamento desses esforços com uma formulação simples, ou seja, uma modelagem quase estática, onde são encontradas cargas médias sobre as rodas de um veículo, não considerando os efeitos das suspensões. Com isso, pode ser empregado, segundo Nicolazzi *et al.* (2012), em modelos estruturais de carregamentos ou como modelo de desempenho, dependendo da aplicação de interesse.

### 2.2.3.1 Centro de Gravidade

O Centro de Gravidade (CG) de um corpo é o ponto médio da massa onde atuam as forças Peso e Inércia. A sua posição tridimensional tem relevante importância para a determinação das cargas sobre um veículo em movimento e definição do seu equilíbrio.

Na **Figura 13** apresenta-se o posicionamento do CG e o equilíbrio das forças atuando estaticamente sobre um veículo. Onde  $G$  é o peso do veículo e  $h$  é a altura do solo até o centro de gravidade.



**Figura 13** – Posição longitudinal do CG

A considerar as reações no eixo frontal ( $R_1$ ) e eixo traseiro ( $R_2$ ) com o Peso ( $G$ ) do veículo, tem-se a seguinte equação de equilíbrio:

$$G = R_1 + R_2 \quad (5)$$

Considerando ainda a relação de equilíbrio de forças entre o eixo traseiro e o CG, pode-se definir que:

$$t = \frac{R_2}{G} \quad (6)$$

Onde  $t$  é a relação entre a força no eixo traseiro ( $R_2$ ) com o Peso ( $G$ ).

Do equilíbrio de momentos no Ponto A da **Figura 13** tem-se:

$$Gb = R_2 l \quad (7)$$

Entretanto:

$$b = \frac{R_2}{G}l \quad (8)$$

Que pode ser reescrito como:

$$b = tl \quad (9)$$

Procedendo igualmente para o eixo traseiro:

$$Gc = R_1l \quad (10)$$

Reescrevendo:

$$c = (1 - t)l \quad (11)$$

#### 2.2.3.2 Cargas Estáticas

As cargas estáticas são os carregamentos atuando em um veículo quando este está parado, ou seja, nenhuma força externa está sendo aplicada para que se altere sua condição. Sendo assim há somente o equilíbrio entre a força Peso ( $G$ ) com as reações nos eixos frontal e traseiro onde este é distribuído entre cada roda do veículo, diz-se que o sistema está em equilíbrio estático.

Com as equações 12 e 13 podem-se expressar as cargas sobre os eixos frontal e traseiro de um veículo estático no plano, dados por:

$$R_1 = G(1 - t) \quad (12)$$

$$R_2 = Gt \quad (13)$$

As reações sobre as rodas tendo como hipótese de que o veículo seja simétrico, tem-se:

$$R_{1a} = R_{1b} = \frac{G(1 - t)}{2} \quad (14)$$

$$R_{2a} = R_{2b} = \frac{Gt}{2} \quad (15)$$

De forma que  $R_{1a}$  é a reação na roda do lado direito do eixo frontal,  $R_{1b}$  é a reação na roda do lado esquerdo do eixo frontal,  $R_{2a}$  é a reação na roda do lado direito do eixo traseiro e  $R_{2b}$  é a reação na roda do lado esquerdo do eixo traseiro.

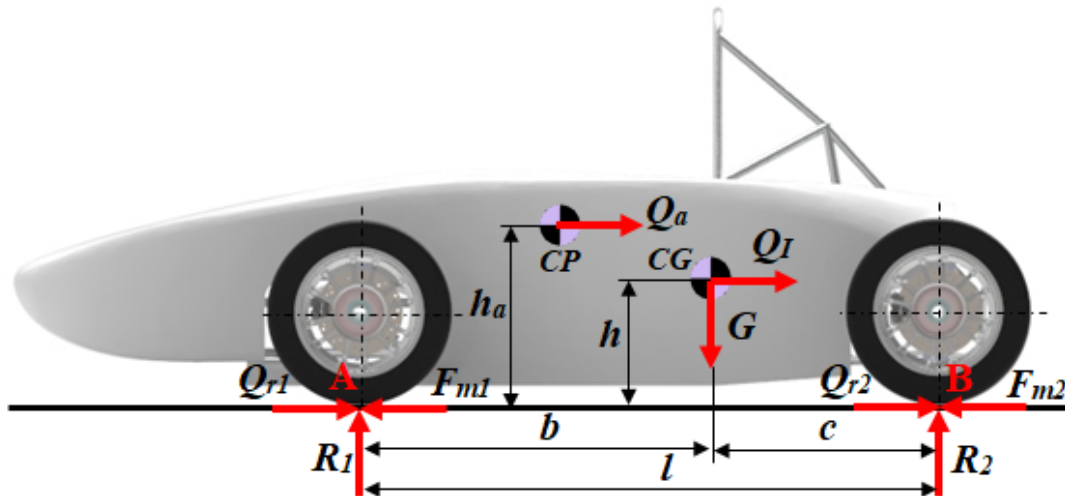
### 2.2.3.3 Cargas Dinâmicas

As cargas dinâmicas são os carregamentos atuando em um veículo quando este se encontra em situações dinâmicas, ou seja, para sair do seu estado inicial de repouso, é necessário a aplicação de uma força, caso contrário, ele permanecerá imóvel. Essa força pode ser uma força de tração ou até o Peso ( $G$ ) do veículo quando posicionado numa via em aclave/declive ou inclinação lateral.

#### 2.2.3.3.1 Veículo em movimento

Se o corpo estiver em movimento retilíneo uniforme (MRU), ou seja, sem aceleração longitudinal ou lateral, e/ou se mantiver constante a sua rotação (movimento rotacional constante), diz-se que ele está em equilíbrio dinâmico (Oliveira, 2018).

Segundo Nicolazzi *et al.* (2012), com o deslocamento do veículo no plano em equilíbrio dinâmico surgem, além do Peso ( $G$ ), forças agindo nos pontos de contacto pneu-pista, no Centro de Gravidade (CG) e no Centro de Pressão (CP) conforme vê-se na **Figura 14**.



**Figura 14** – Modelo esquemático de um veículo em movimento (Adaptado de Nicolazzi *et al.*, 2012)

Procedendo o equilíbrio de forças no Ponto A (direção do deslocamento) tem-se:

$$(F_{m1} + F_{m2}) = (Q_{r1} + Q_{r2}) + Q_I + Q_a \quad (16)$$

Onde  $F_{m1}$  é a força motriz no eixo frontal,  $F_{m2}$  é a força motriz no eixo traseiro,  $F_I$  é a força de inércia,  $Q_a$  é a resistência aerodinâmica,  $Q_{r1}$  é a resistência ao rolamento do eixo frontal e  $Q_{r2}$  é a resistência ao rolamento do eixo traseiro.

No caso da resistência de inércia, segundo Nicolazzi *et al.* (2012), somente a de translação é levada em consideração devido às massas rotativas não alterarem a distribuição de carga entre os eixos e as forças transmitidas pelos atritos nos pneus/solo.

As cargas nas rodas são modificadas pelas resistências ao movimento, dessa forma, para quantificar a variação das reações nos eixos frontal ( $R_1$ ) e traseiro ( $R_2$ ) e aplicando as condições de equilíbrio, com algum desenvolvimento e desprezando as forças aerodinâmicas, tem-se:

$$R_1 = (1 - t)G - (F_m - Q_r) \frac{h}{l} \quad (17)$$

$$R_2 = tG + (F_m - Q_r) \frac{h}{l} \quad (18)$$

Em que  $F_m$  é a força motriz ( $F_{m1} + F_{m2}$ ) e  $Q_r$  é resistência ao rolamento ( $Q_{r1} + Q_{r2}$ ). A resistência de rolamento é dado ainda como:

$$Q_r = fG \quad (19)$$

Onde  $f$  é o coeficiente de atrito de rolamento.

Para a configuração de um veículo com tração traseira, a força motriz é aplicada ao eixo traseiro ( $F_{m2}$ ), podendo descrever assim, que:

$$F_{m2} = \mu G \left[ \frac{t - f \left( \frac{h}{l} \right)}{1 - \mu \left( \frac{h}{l} \right)} \right] \quad (20)$$

E distribuindo para cada roda no eixo traseiro, tem-se:

$$F_{m2a} = F_{m2b} = \frac{\mu G}{2} \left[ \frac{t - f \left( \frac{h}{l} \right)}{1 - \mu \left( \frac{h}{l} \right)} \right] \quad (21)$$

Com as equações 17, 18 e 20, obtêm-se as reações em cada roda para os eixos frontal e traseiro:

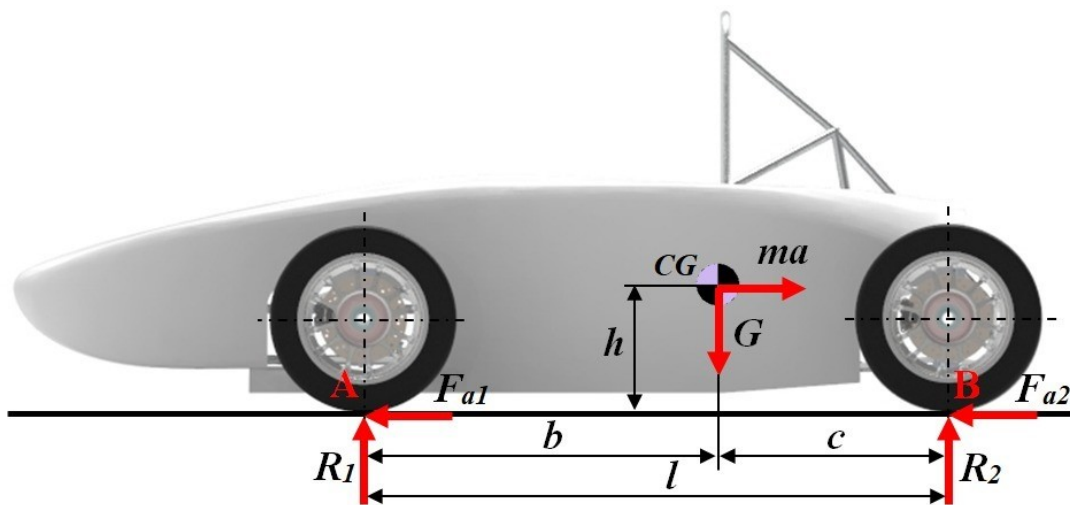
$$R_{1a} = R_{1b} = \frac{(1 - t)G - (F_{m2} - Q_r) \frac{h}{l}}{2} \quad (22)$$

$$R_{2a} = R_{2b} = \frac{tG + (F_{m2} - Q_r) \frac{h}{l}}{2} \quad (23)$$

### 2.2.3.3.2 Acelerações

Segundo Oliveira, 2018, a aceleração positiva provoca um torque em torno do CG, o que faz com a inércia ( $Q_I$ ) seja transferida para trás, reduzindo-a na frente; o inverso sucede em aceleração negativa (travagem) com a transferência de inércia de massa para a frente, que são os resultados de desequilíbrios dinâmicos a nível longitudinal.

Do pressuposto adquirido pela experiência, de que as acelerações positivas máximas ocorrem com velocidades baixas, os carregamentos neste caso (**Figura 15**) ocorrem devido à transferência inércia de massa do eixo frontal para o traseiro.



**Figura 15** – Modelo esquemático de um veículo em aceleração positiva

Com os dados da **Figura 15**, as equações de equilíbrio para o cálculo das reações em cada roda nos eixos frontal e traseiro são:

$$R_{1a} = R_{1b} = \frac{Gc - mah}{2l} \quad (24)$$

$$R_{2a} = R_{2b} = \frac{Gb + mah}{2l} \quad (25)$$

Enquanto às forças de atrito atuando em cada roda são dadas por:

$$F_{a1a} = R_{1a}\mu \quad (26)$$

$$F_{a1b} = R_{1b}\mu \quad (27)$$

$$F_{a2a} = R_{2a}\mu \quad (28)$$

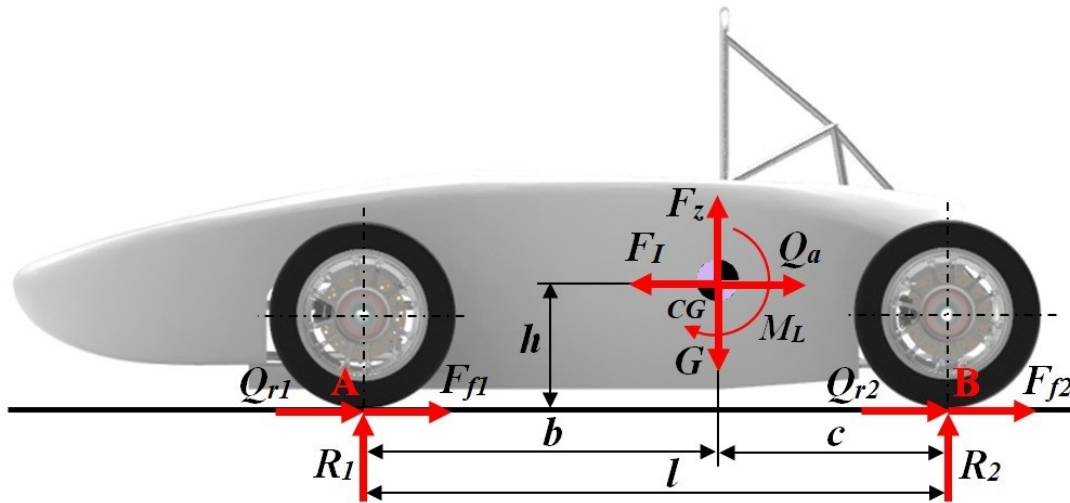
$$F_{a2b} = R_{2b}\mu \quad (29)$$

Onde  $F_{a1a}$  é a força de atrito aplicada na roda direita frontal,  $F_{a1b}$  é a força de atrito aplicada na roda esquerda frontal,  $F_{a2a}$  é a força de atrito aplicada na roda direita traseira,  $F_{a2b}$  é a força de atrito aplicada na roda esquerda traseira e  $\mu$  é o coeficiente de atrito do par pneu pista.

Para um veículo em aceleração negativa (travagem) no plano ocorre a transferência de inércia de massa do eixo traseiro para o eixo frontal. Ao analisar a **Figura 16**, o equilíbrio de forças na direção do movimento pode ser escrito pela equação:

$$F_{f1} + F_{f2} = F_I - ((Q_{r1} + Q_{r2}) + Q_a) \quad (30)$$

Em que  $F_{f1}$  é a força de travagem no eixo dianteiro e  $F_{f2}$  é a força de travagem no eixo traseiro.



**Figura 16** – Modelo esquemático de um veículo em aceleração negativa (travagem)  
(Adaptado de Nicolazzi *et al.*, 2012)

As cargas reativas às resistências ao movimento em cada roda do veículo fazendo o equilíbrio de forças resultam nas seguintes equações:

$$R_1 l = c(G - F_z) - (Q_a - F_I)h - M_L \quad (31)$$

$$R_2 l = b(G - F_z) + (Q_a - F_I)h + M_L \quad (32)$$

Em que  $F_z$  é a força de inércia de sustentação e  $M_L$  é o momento devido à resistência aerodinâmica e a força de sustentação.

Desenvolvendo as equações 31 e 32 e não considerando a força de sustentação e resistência aerodinâmica, podem ser reescritas como:

$$R_1 = (1 - t)G + (F_f - Q_r) \frac{h}{l} \quad (33)$$

$$R_2 = tG - (F_f - Q_r) \frac{h}{l} \quad (34)$$

Conforme Nicolazzi *et al.* (2012), a força de travagem nas quatro rodas é:

$$F_f = \mu(R_1 + R_2) \quad (35)$$

Ou também:

$$F_f = \mu G \quad (36)$$

As reações e as forças de travagem em cada roda, considerando equações 33, 34 e 35:

$$R_{1a} = R_{1b} = \frac{1}{2} \left[ (1 - t)G + (F_f - Q_r) \frac{h}{l} \right] \quad (37)$$

$$R_{2a} = R_{2b} = \frac{1}{2} \left[ tG - (F_f - Q_r) \frac{h}{l} \right] \quad (38)$$

$$F_{f1a} = R_{1a} \mu \quad (39)$$

$$F_{f1b} = R_{1b} \mu \quad (40)$$

$$F_{f2a} = R_{2a} \mu \quad (41)$$

$$F_{f2b} = R_{2b} \mu \quad (42)$$

Em que  $F_{f1a}$  é a força de travagem na roda dianteira direita,  $F_{f1b}$  é a força de travagem na roda dianteira esquerda,  $F_{f2a}$  é a força de travagem na roda traseira direita e  $F_{f2b}$  é a força de travagem na roda traseira esquerda.

### 2.2.3.3.3 Curva

Em um veículo descrevendo uma trajetória de curva em um plano horizontal, há transferência de inércia lateralmente para o lado externo à curva, assim, faz com que a viatura tenha a tendência em manter a trajetória retilínea, no que impulsiona o veículo para “fora”, originando cargas radiais.

A transferência lateral de peso é proporcional à aceleração centrípeta, que é obtida a partir da velocidade tangencial do corpo se deslocando na trajetória curva, que se desenvolve em direção ao centro da curva de raio ( $\rho$ ), como demonstrado pela equação 43.

$$a_c = \frac{v^2}{\rho} \quad (43)$$

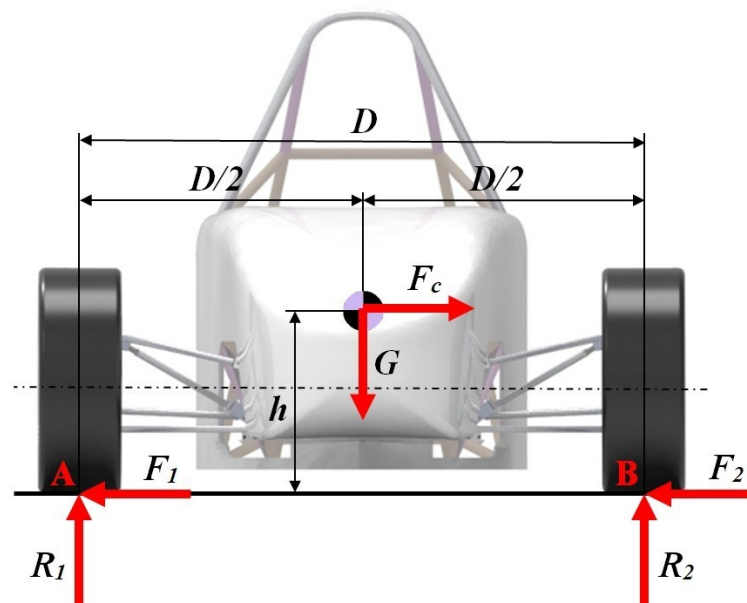
Em que  $a_c$  é a aceleração centrípeta e  $v$  é a velocidade tangencial.

Conforme a 2ª Lei de Newton, multiplicando essa aceleração pela massa do veículo, obtém-se a força centrípeta:

$$F_C = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot a_c \quad (44)$$

Segundo Oliveira (2018), a Força Centrípeta ( $F_C$ ) é a força que faz com que um corpo descreva e mantenha uma dada trajetória circular atuando em direção ao centro da curvatura da trajetória. Quando um automóvel altera a direção da trajetória ou descreve uma curva, horizontalmente, é a Força Centrípeta ( $F_C$ ) obtida através do atrito entre o pneu e o piso que atua possibilitando a manobra.

Na **Figura 17** têm-se as reações atuantes em um veículo durante uma curva à esquerda, representadas, tanto para o eixo dianteiro quanto para o eixo traseiro.



**Figura 17** – Modelo esquemático de um veículo durante uma curva à esquerda (Adaptado de Klava, 2001)

A parcela de força centrípeta que atua no eixo frontal e no eixo traseiro é, respectivamente:

$$F_{C1} = ma_c(1 - t) \quad (45)$$

$$F_{C2} = ma_c t \quad (46)$$

Em que  $F_{C1}$  é a força centrípeta no eixo frontal e  $F_{C2}$  é a força centrípeta no eixo traseiro.

Pela 3ª Lei de Newton, é percebido a existência de uma reação à Força Centrípeta ( $F_C$ ), devido à inércia, chamada Centrífuga ( $C$ ):

$$F_C = -C \quad (47)$$

$$|F_C| = |C| \quad (48)$$

A Força Centrípeta e a Centrífuga têm, pois, a mesma intensidade e direção, mas sentidos opostos. Para haver equilíbrio dinâmico na direção radial, as forças têm de ser iguais em módulo. Na relação de equilíbrio, as forças anulam-se quando somadas (Oliveira, 2018):

$$F_C + C = 0 \quad (49)$$

Como mencionado, a Centrífuga ( $C$ ) é uma reação oposta a Força Centrípeta ( $F_C$ ) que é devido à inércia da massa movida pela alteração da trajetória de um corpo. É sentida em um referencial não-inercial, por exemplo, de um motorista dentro de um veículo a curvar, que é percebido como se estivesse a “jogar para fora” da curva.

Dessa forma, utilizando esse conceito e adaptando o diagrama de forças da **Figura 17** para uma curva à direita, com a Centrífuga ( $C$ ) e equações 43, 44, 45 e 46, tem-se ao realizar o equilíbrio de momento para:

Ponto B para o eixo frontal e traseiro, respectivamente:

$$R_{1a}D_1 - mg(1 - t)\frac{D_1}{2} + ma_c(1 - t)h = 0 \quad (50)$$

$$R_{2a}D_2 - mgt\frac{D_2}{2} + ma_c t h = 0 \quad (51)$$

Igualmente para o Ponto A para o eixo frontal e traseiro, respectivamente:

$$R_{1b}D_1 - mg(1 - t)\frac{D_1}{2} - ma_c(1 - t)h = 0 \quad (52)$$

$$R_{2b}D_2 - mgt\frac{D_2}{2} - ma_c th = 0 \quad (53)$$

Em que  $D_1$  é a Vía do eixo frontal e  $D_2$  é a Vía do eixo traseiro.

Desenvolvendo essas equações para as reações nas rodas do lado direito (internas à curva), têm-se:

$$R_{1a} = \frac{m(1-t)\left(g\frac{D_1}{2} - a_c h\right)}{D_1} \quad (54)$$

$$R_{2a} = \frac{mt\left(g\frac{D_2}{2} - a_c h\right)}{D_2} \quad (55)$$

E para as reações nas rodas do lado esquerdo (externas à curva), têm-se:

$$R_{1b} = \frac{m(1-t)\left(g\frac{D_1}{2} + a_c h\right)}{D_1} \quad (56)$$

$$R_{2b} = \frac{mt\left(g\frac{D_2}{2} + a_c h\right)}{D_2} \quad (57)$$

As respectivas forças transversais atuando no modelo são dadas por:

$$F_{1a} = R_{1a}\mu \quad (58)$$

$$F_{2a} = R_{2a}\mu \quad (59)$$

$$F_{1b} = R_{1b}\mu \quad (60)$$

$$F_{2b} = R_{2b}\mu \quad (61)$$

Em que  $F_{1a}$  é a força transversal agindo na roda direita no eixo frontal,  $F_{2a}$  é a força transversal agindo na roda direita no eixo traseiro,  $F_{1b}$  é a força transversal agindo na roda esquerda no eixo frontal e  $F_{2b}$  é a força transversal agindo na roda esquerda no eixo traseiro.

Pelo exposto, a Força Centrípeta ( $F_C$ ) tem que ser equilibrada pela força de atrito, e, dependendo da sua intensidade, pode ocorrer escorregamento, que acontecerá, segundo Nicolazzi *et al.* (2012), quando  $F_C \geq \mu G$ , e se desprezar as forças de sustentação, tem-se que a velocidade máxima da curva será dada por:

$$v_{m\acute{a}x} \geq \sqrt{\mu\rho g} \quad (62)$$

Em que  $v_{m\acute{a}x}$  é a velocidade máxima da curva em [m/s].

Para calcular as reações nas rodas no caso da velocidade máxima em uma curva à direita, tendo como base o conceito de Centrífuga ( $C$ ), da **Figura 17** e pelas equações 43, 44, 45, e 46, faz-se o equilíbrio de momento nos pontos:

Ponto B, para o eixo frontal e traseiro, respetivamente:

$$R_{1a}D_1 - mg(1-t)\frac{D_1}{2} + mg(1-t)\mu h = 0 \quad (63)$$

$$R_{2a}D_2 - mgt\frac{D_2}{2} + mgt\mu h = 0 \quad (64)$$

Ponto A, para o eixo frontal e traseiro, respetivamente:

$$R_{1b}D_1 - mg(1-t)\frac{D_1}{2} - mg(1-t)\mu h = 0 \quad (65)$$

$$R_{2b}D_2 - mgt\frac{D_2}{2} - mgt\mu h = 0 \quad (66)$$

De forma semelhante ao procedimento anteriormente realizado para uma curva à esquerda, desenvolve-se essas equações para as reações nas rodas, onde têm-se então:

Para as rodas do lado direito (internas à curva):

$$R_{1a} = \frac{G(1-t)\left(\frac{D_1}{2} - \mu h\right)}{D_1} \quad (67)$$

$$R_{2a} = \frac{Gt\left(\frac{D_2}{2} - \mu h\right)}{D_2} \quad (68)$$

Para as rodas do lado esquerdo (externas à curva):

$$R_{1b} = \frac{G(1-t)\left(\frac{D_1}{2} + \mu h\right)}{D_1} \quad (69)$$

$$R_{2b} = \frac{Gt\left(\frac{D_2}{2} + \mu h\right)}{D_2} \quad (70)$$

Para as forças transversais são aplicadas as equações anteriormente já descritas (equações 58, 59, 60 e 61).

Para a situação de curvas com travagem, são aplicados em simultâneo os carregamentos de ambas as situações, sobrepondo-os no modelo.

## **2.3 Análise de Elementos Finitos**

Segundo Belytschko e Fish (2009), muitos fenômenos em engenharia podem ser descritos em termos de equações diferenciais parciais. Em geral, a solução dessas equações por meios analíticos clássicos para geometrias arbitrárias é quase impossível. O método de elementos finitos (MEF) é uma aproximação numérica com a qual essas equações diferenciais parciais podem ser resolvidas de modo aproximado, resolvendo problemas de engenharia por simulações de computador.

Para analisar um sistema físico em uma situação real, é preciso construir um modelo matemático representando esse problema em que, para uma mesma situação podem vir a serem considerados algoritmos matemáticos diferentes e técnicas de soluções diferentes.

### **2.3.1 Tipos de Análises**

São vários os tipos de análises estruturais que podem ser executados, onde pode-se destacar os mais comuns como a análise estática, a modal, harmônica, transiente, etc.

Essa seção tratará de introduzir alguns conceitos sobre as análises realizadas no presente trabalho.

#### **2.3.1.1 Análise Estática**

Um cálculo estático que procure entender os efeitos máximos das ações dinâmicas é uma importante técnica para um pré-projeto de estruturas, seja um modelo simplificado ou avançado.

Impulsionado pela necessidade de prever o comportamento veicular nas estradas, recorrem-se às análises estáticas pois é possível a imposição de simplificações ao modelo estrutural de forma a obter muitas informações sobre o comportamento da geometria frente às condições propostas. Recorrendo após com a utilização de análises dinâmicas para validação de dados e projetos.

A análise estática determina os deslocamentos, tensões, deformações e forças nas estruturas ou componentes causados por cargas que não induzem inércia significativa e efeitos de amortecimento. Condições de carga e resposta constantes são assumidas; isto é, supõe-se que as cargas e a resposta da estrutura não varie em relação ao tempo (Ansys, 2019).

### 2.3.1.2 Análise Dinâmica

Uma análise dinâmica difere da análise estática em dois aspectos importantes segundo Almacinha (1985). Primeiro, por definição, a variação com o tempo do problema dinâmico, em que entende que ações são tomadas na estrutura e suas respostas respectivas variam com o tempo. Assim, a análise deve estabelecer uma sucessão de soluções correspondentes a todos os instantes de tempo em que interessa a resposta. O segundo aspecto reside na consideração de forças inercias que se opõem às acelerações da estrutura, provocadas pela aplicação de forças dinâmicas. Torna-se mais complexo e consome maior tempo que a análise estática.

#### 2.3.1.2.1 Análise Modal

A análise modal é um processo de descrição de uma estrutura em termos das suas características naturais, frequência, amortecimento e modos de vibração, ou seja, o conjunto das suas propriedades dinâmicas. A informação modal é extremamente útil para ser usada como apoio ao projeto de qualquer estrutura. Uma destas aplicações é a modificação dinâmica estrutural, que usa os dados modais para determinar os efeitos nas características de um sistema de mudanças físicas estruturais. A análise destas mudanças pode ser feita sem se modificar fisicamente a estrutura até que se encontre um critério de projeto adequado (Meireles, 2007).

A Equação 71 é a equação básica de uma análise modal não-amortecida típica.

$$[k]\{\phi_i\} = \omega_i^2[M]\{\phi_i\} \quad (71)$$

Onde  $[k]$  é a matriz de rigidez,  $\{\phi_i\}$  é o vetor de forma do modo (vetor próprio) do modo  $i$ ,  $\omega_i^2$  é a frequência circular natural de modo  $i$  (valor próprio) e  $[M]$  é a matriz de massa.

Os modos de vibração têm propriedades especiais que são úteis em análises dinâmicas de estruturas, chamadas de relações de ortogonalidade. Se os modos de vibração são ortogonais em relação às matrizes de rigidez e de massa também serão em relação a qualquer matriz que resulte da combinação linear daquelas duas (Rocha, 2016).

### 2.3.1.2.2 Análise Harmônica

A análise harmônica é uma técnica usada para determinar a resposta em estado estacionário de uma estrutura linear a cargas que variam harmonicamente com o tempo. Em que consiste em calcular a resposta da estrutura de forma sucessiva considerando a aplicação de um conjunto definido de excitações harmônicas numa dada gama de frequência e obter um gráfico de alguma quantidade de resposta (geralmente deslocamentos) versus frequência. As respostas de "pico" são então identificadas e as tensões podem ser analisadas nessas frequências críticas (Ansys, 2019).

Uma análise harmônica, por definição, assume que qualquer carga aplicada varia harmonicamente com o tempo. As cargas aplicáveis em uma análise harmônica podem ser: deslocamentos (restrições), forças, aceleração (cargas de inércia).

Existem três métodos de análise harmônica: total, de varredura de frequência e superposição modal. Será exposto de forma resumida abaixo somente o método de superposição modal que será utilizado na presente dissertação desenvolvida.

#### Superposição modal

No guia de ajuda do Ansys (2019), explica que o método de superposição modal soma as formas de modo fatorado (auto-vetores) de uma análise modal para calcular a resposta da estrutura. Suas vantagens são:

- É mais rápido e menos computacionalmente exigido que os métodos de varredura completa de frequência para muitos problemas.
- Cargas de elementos aplicadas na análise modal anterior podem ser aplicadas na análise harmônica.
- Permite agrupar soluções sobre as frequências naturais da estrutura. Isso resulta em um rastreamento mais suave e preciso da curva de resposta.
- Efeitos pré-esforço podem ser incluídos.
- Aceita amortecimento modal (relação de amortecimento em função da frequência).

### 2.3.1.2.3 Análise Transiente

A análise dinâmica transiente é uma técnica usada para determinar a resposta dinâmica de uma estrutura sob a ação de quaisquer cargas gerais dependentes do tempo. A escala de tempo do carregamento é tal que os efeitos de inércia ou de amortecimento são considerados importantes (Ansys, 2019).

A equação básica de movimento resolvida por uma análise dinâmica transiente é dada pela equação 72:

$$\{F(t)\} = [M]\{\ddot{u}\} + [c_a]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} \quad (72)$$

Onde  $\{F(t)\}$  é o vetor de carga,  $[c_a]$  é a matriz de amortecimento,  $\{\ddot{u}\}$  é o vetor de aceleração nodal,  $\{\dot{u}\}$  é o vetor de velocidade nodal e  $\{u\}$  é o vetor de deslocamento nodal.

A equação 72, matematicamente, representa o equilíbrio dinâmico de um sistema com vários graus de liberdade, são de facto, um sistema de  $n$  equações diferenciais lineares de segunda ordem (Bonsanto, 2016).

### 2.3.2 Análise de Elementos Finitos através de ferramenta computacional

Com a necessidade de simular estruturas cada vez mais complexas surgiram os *softwares* específicos para as análises utilizando os modelos numéricos do método de elementos finitos. Existem diversos *softwares* comerciais no mercado (*e.g.* Abaqus, Nastran, Ansys).

O *software* utilizado no presente estudo foi o Ansys, que foi fundado em 1970, o programa surgiu e tinha capacidade para resolver problemas lineares e não lineares, se tornando assim, amplamente utilizado pelas indústrias. Atualmente o *software* apresenta várias opções de soluções e possui uma vasta biblioteca de elementos e ferramentas para dar suporte aos projectistas ajudando-os nas tomadas de decisões.

Todo processo de análise pelo MEF possui passos básicos a seguir, nomeadamente, o pré-processamento, o processamento (solução) e o pós-processamento.

No pré-processamento, segundo Sathler (2016), é feita a preparação do problema a ser solucionado. Esta etapa exige cerca de 70% do tempo da análise, onde é feita a modelagem do problema, são introduzidas as condições de fronteira e os carregamentos, são escolhidos os elementos e malha a utilizar e definidas as propriedades dos materiais e demais fatores que venham a influenciar na análise do modelo.

No processamento é adquirida a solução do problema, que depende das configurações impostas no pré-processamento. A solução, baseada no tipo de análise escolhida, utiliza um algoritmo numérico que tem a função de solucionar equações diferenciais parciais para chegar aos resultados preteridos.

O pós-processamento é onde pode ser feita a análise dos resultados obtidos baseados nas configurações imputadas nas fases anteriores. São fornecidos todos os dados necessários para a análise do comportamento da geometria estudada.

### **2.3.3 Tipos de Elementos**

Segundo Filho (2005), é próprio da mente humana subdividir os sistemas em seus componentes individuais, ou em seus elementos. Surgindo assim, uma ideia que a partir do entendimento do comportamento de cada elemento, é possível perceber o comportamento do conjunto. Esse raciocínio tem implicações também nos modelos matemáticos.

Ao realizar-se uma análise pelo MEF para avaliar o comportamento de uma geometria, diferentes tipos de elementos finitos podem ser utilizados, entre eles, elementos de viga, placas e ou cascas e sólidos. A escolha do tipo de elemento vai depender da geometria e dos resultados desejados, sendo essa uma tarefa para o analista do projeto.

Em seguida serão apresentados alguns conceitos dos tipos de elementos utilizados no presente trabalho.

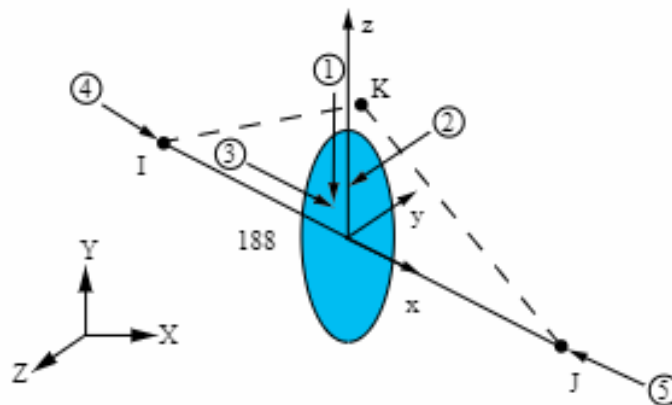
Foi escolhido o Elemento de Viga, que corresponde a um elemento linear com seis graus de liberdade em cada nó (três translações e três rotações) ocorrendo em relação aos eixos X, Y e Z, sendo que um sétimo grau de liberdade pode ser adicionado representando a magnitude de deformação. Tem sua formulação baseada na Teoria de Viga de Timoshenko.

A Teoria de Viga de Timoshenko considera a distorção por cisalhamento de primeira ordem que ocorre na seção transversal, ou seja, ocorre empenamento da seção. Pode ser vista como uma teoria mais precisa do ponto de vista físico do problema, onde se aproxima mais do comportamento real da estrutura por considerar em sua formulação o efeito do cisalhamento (Silva, 2019).

Conforme Brugnaroto *et al.* (2016), devido à formulação do elemento de viga, sua aplicação deve ser usada somente em seções do modelo que não se tem interesse no estudo da variação de tensão na secção transversal, pois estas por serem representadas por uma linha não se tem

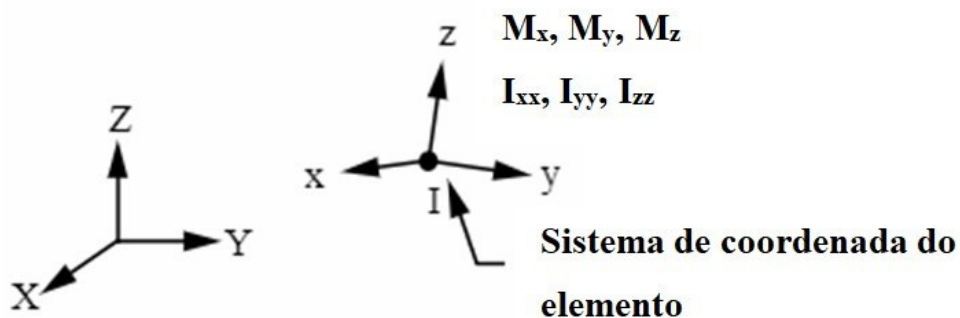
capacidade de modelar efeitos locais, como por exemplo, flexões locais da alma ou da mesa.

O elemento de viga utilizado foi o BEAM188 (viga 3D de 2 nós - **Figura 18**), que é adequado para analisar estruturas de vigas delgadas a moderadamente grossas, o elemento fornece opções para distorções restritas de seções transversais. Inclui termos de rigidez e tensão permitindo a análise de problemas de estabilidade à flexão lateral e torcional. BEAM188 é definido pelos nós I e J no sistema de coordenadas global e o nó K é o nó de orientação do elemento.



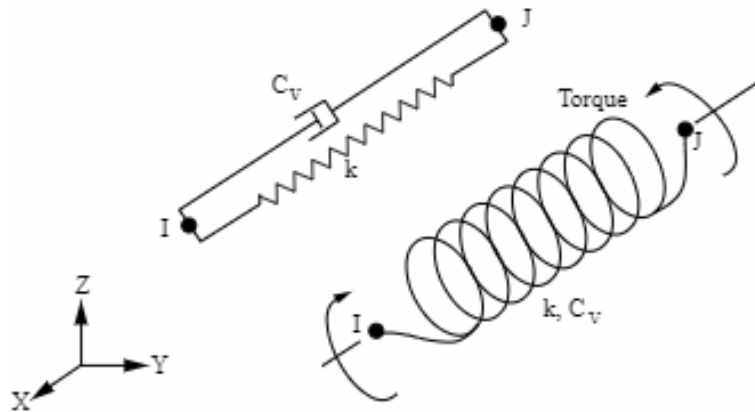
**Figura 18** – Elemento de Viga BEAM188 (Ansys, 2019)

O elemento MASS21 (**Figura 19**) é utilizado para representar massa e inércia concentradas quando aplicado ao modelo. É um elemento pontual com até seis graus de liberdade (três translações e três rotações) em torno dos eixos nodais X, Y e Z.



**Figura 19** – Elemento de Massa Estrutural MASS21 (Adaptado de Ansys, 2019)

Para representar as molas do amortecedor, utilizou-se o elemento COMBIN14 (**Figura 20**). Possui capacidade longitudinal e torcional para aplicações 3D. O amortecedor mola longitudinal é um elemento de compressão de tensão uniaxial com três graus de liberdade em cada nó (translação em X, Y e Z), não é considerado flexão ou torção. Já o amortecedor de mola de torção é um elemento puramente rotacional com três graus de liberdade em cada nó (rotação em X, Y e Z), nenhuma carga de flexão ou axial é considerada.



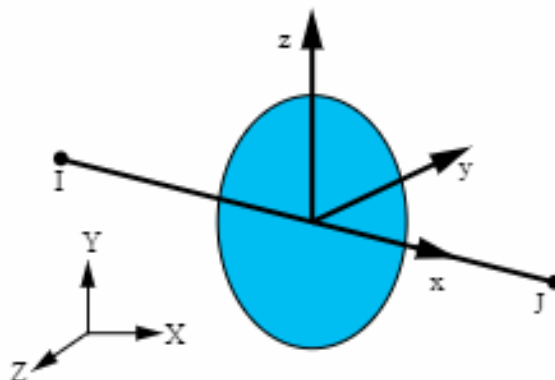
**Figura 20** – Elemento de Mola COMBIN14 (Ansys, 2019)

Para os elementos que simulam os contactos entre peças e restrições foi utilizado o MPC184, que representam restrições cinemáticas entre os nós.

Simulações numéricas geralmente envolvem modelagem de juntas entre duas partes. Essas juntas ou conexões podem precisar de restrições cinemáticas simples, como deslocamentos idênticos entre as duas partes na junção ou restrições cinemáticas mais complicadas que permitem a transmissão de movimento entre dois corpos flexíveis (Ansys, 2019).

Elementos de ligação para representar restrições rígidas ou entre dois corpos deformáveis usado para transmitir forças e movimentos, são adequados para aplicações lineares, de grande rotação e/ou não lineares de grande esforço.

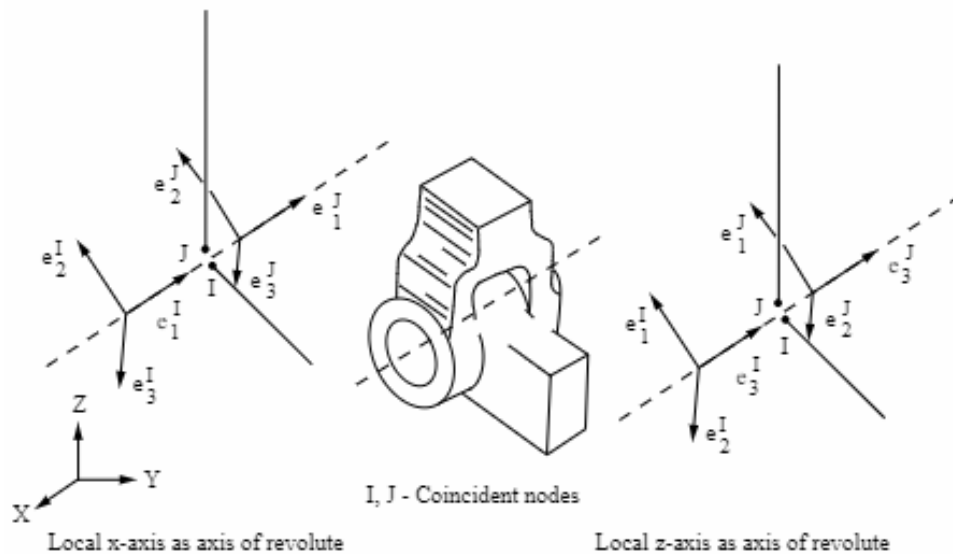
Conforme pode-se ver na **Figura 21**, dois nós definem o elemento, em que o eixo X do elemento é orientado no nó I em direção ao nó J.



**Figura 21** – Elemento de Restrição MPC184 (Ansys, 2019)

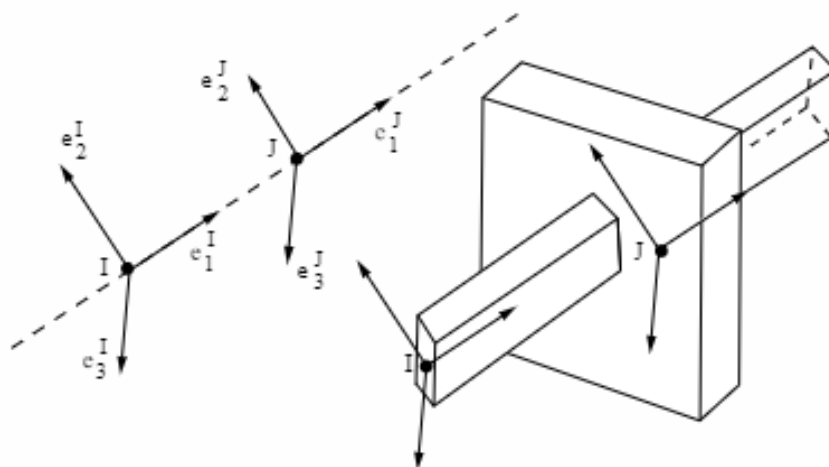
O elemento de junta possui seis graus de liberdade em cada nó, definindo seis componentes de movimento relativo (três deslocamentos relativos e três rotações relativas). Esses seis componentes do movimento relativo são de interesse primário em simulações que envolvem elementos conjuntos.

A **Figura 22** tem-se o elemento de junta de revolução onde pode-se ver a geometria e os locais dos nós para esse elemento. Dois nós (I e J) definem o elemento.



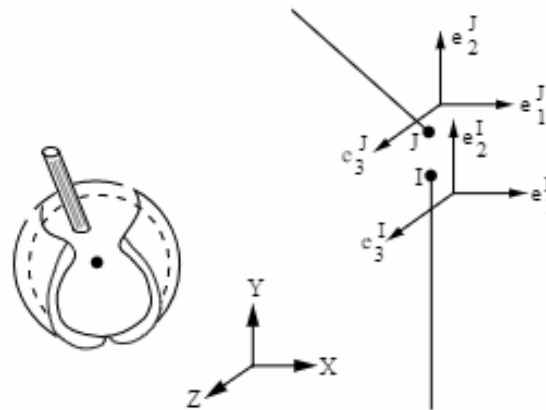
**Figura 22** – Elemento de Junta de Revolução MPC184 (Ansys, 2019)

O elemento de junta de translação (ver **Figura 23**) é um elemento de dois nós que possui um grau de liberdade relativo de deslocamento. Todos os outros graus de liberdade são fixos. Dois nós (I e J) definem o elemento.



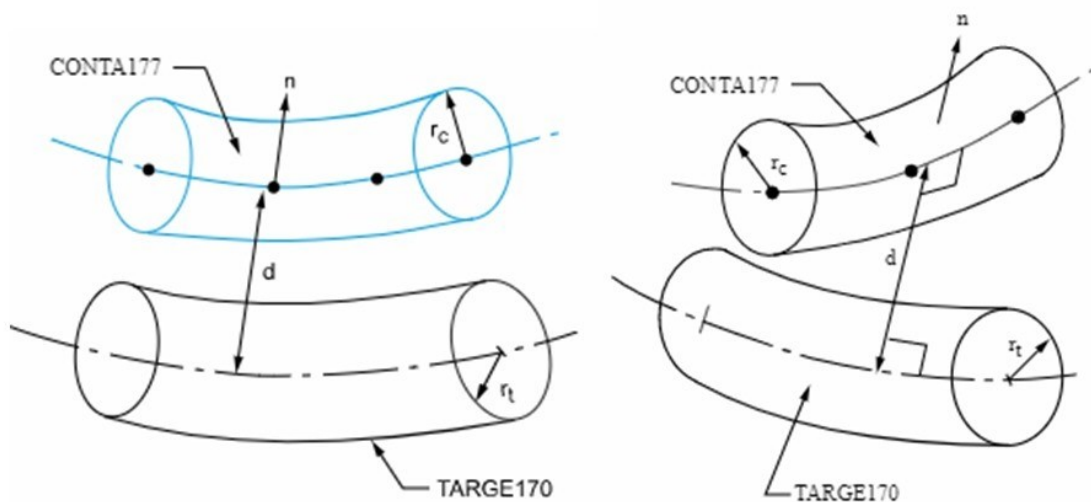
**Figura 23** – Elemento de Junta de Translação MPC184 (Ansys, 2019)

O elemento de junta esférica (ver **Figura 24**) é um elemento de dois nós com os graus de liberdade de deslocamento relativos restritos. Os graus de liberdade de rotação relativos são deixados sem restrições. Essas rotações não podem ser controladas. Dois nós (I e J) definem o elemento.



**Figura 24** – Elemento de Junta Esférica MPC184 (Ansys, 2019)

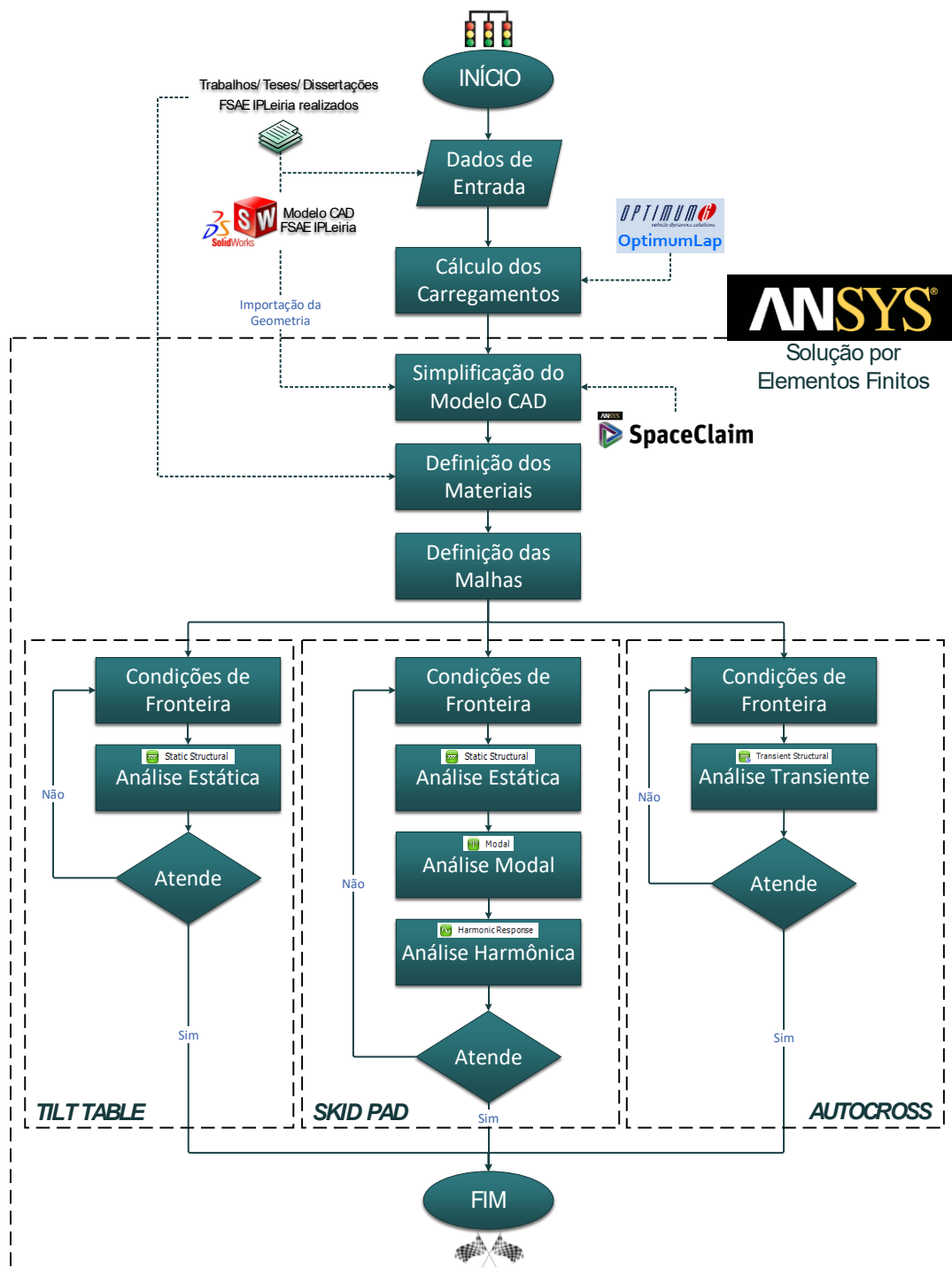
Os elementos representando os contactos viga-a-viga com deslizamentos utilizam-se o CONTA177 e o TARGE170. Estão localizados nas superfícies dos elementos tridimensionais de vigas ou tubos com ou sem nós intermediários. Esses elementos são baseados em pares, onde a superfície de origem é o CONTA177 e a de destino (alvo) é definida pelo elemento TARGE170. Na **Figura 25** tem-se esses elementos associados por meio de um conjunto de constantes reais compartilhados em dois cenários diferentes, primeiro, o contacto entre duas vigas aproximadamente paralelas e quando têm-se contacto com duas vigas se cruzando.



**Figura 25** – Elementos CONTA177/TARGE170 em paralelo (à esquerda) e em cruzamento (à direita) (Ansys, 2019)

### 3 Método

A metodologia utilizada para desenvolver as análises computacionais será descrita neste capítulo e suas etapas adotadas serão realizadas de acordo com o fluxograma apresentado na **Figura 26**.



**Figura 26** – Fluxograma do método

### 3.1 Dados de Entrada

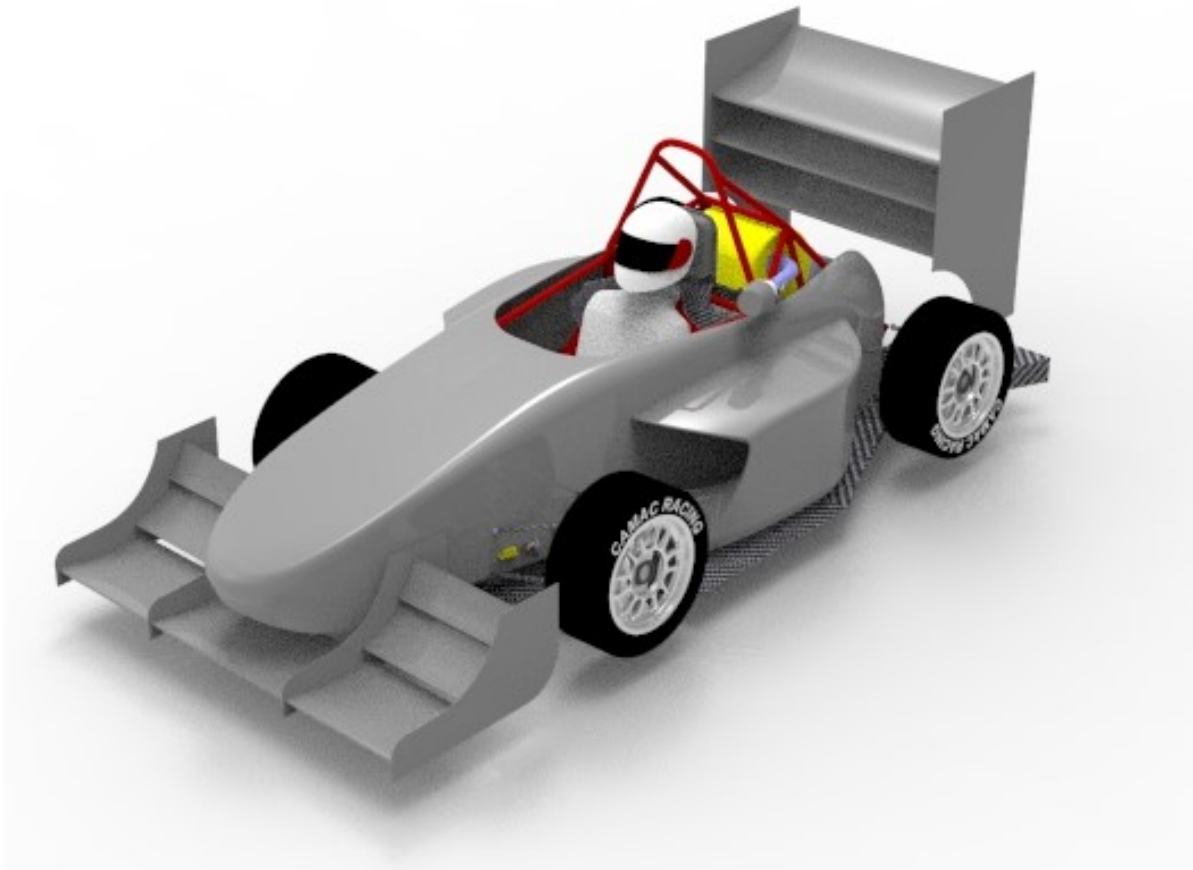
Nesta secção será feito um levantamento de informações sobre o protótipo e também apresentado o modelo em CAD do FIPLLeiria a ser analisado.

Todos os aspectos dimensionais relevantes às análises devem ser levantados e avaliados, para isso, alguns trabalhos de mestrados já realizados sobre o tema serão de grande importância assim como o modelo CAD em si. Abaixo serão apresentados os trabalhos aos quais foram baseados para essa etapa inicial:

- Francisco José de Oliveira Teixeira Pinto: “Avaliação do Desempenho Mecânico do Veículo - FIPL001”. De 2013. Em sua dissertação foi realizado um estudo experimental sobre o desempenho mecânico do veículo *Formula* IPLLeiria 001, através da análise da rigidez torsional do chassis, e da análise de um caso de estudo para aplicação de tubos, de compósito laminado, em chassis tubulares.
- Bruno Fernandes Lopes: “Projeto de chassis para *Formula Student*”. De 2016. Em sua dissertação foi relatado o processo do projeto de um chassis para um veículo de *Formula Student*.
- Henrique Filipe Lopes Correia Seco: “Estudo de industrialização do *Formula Student* IPLLeiria”. De 2017. Seu trabalho propôs desenvolver uma unidade produtiva que permitiria o fabrico em série de veículos de competição do *Formula Student* do Instituto Politécnico de Leiria (FSIPLLeiria). Foi uma importante fonte de informações sobre os materiais e equipamentos utilizados pela equipa de competição do IPLLeiria.

O arquivo em CAD foi disponibilizado pelo departamento responsável pela equipa do FSIPLLeiria. O modelo em *software* SolidWorks contem por volta de 1000 peças modeladas e/ou acrescentadas. Como ao longo dos anos o modelo veio a ter inúmeras atualizações, provavelmente devido ao avanço das competições, apresentam alguns erros ao ser aberto no *software*, nomeadamente: peças não encontradas em diretório electrónico, medidas e contrangimentos, mudanças de versões de *software*, entre outros. Estes erros serão tratados mais adiante no decorrer do desenvolvimento das etapas.

Na **Figura 27** tem-se a modelo em CAD do protótipo, onde se busca obter informações sobre a montagem e suas dimensões.

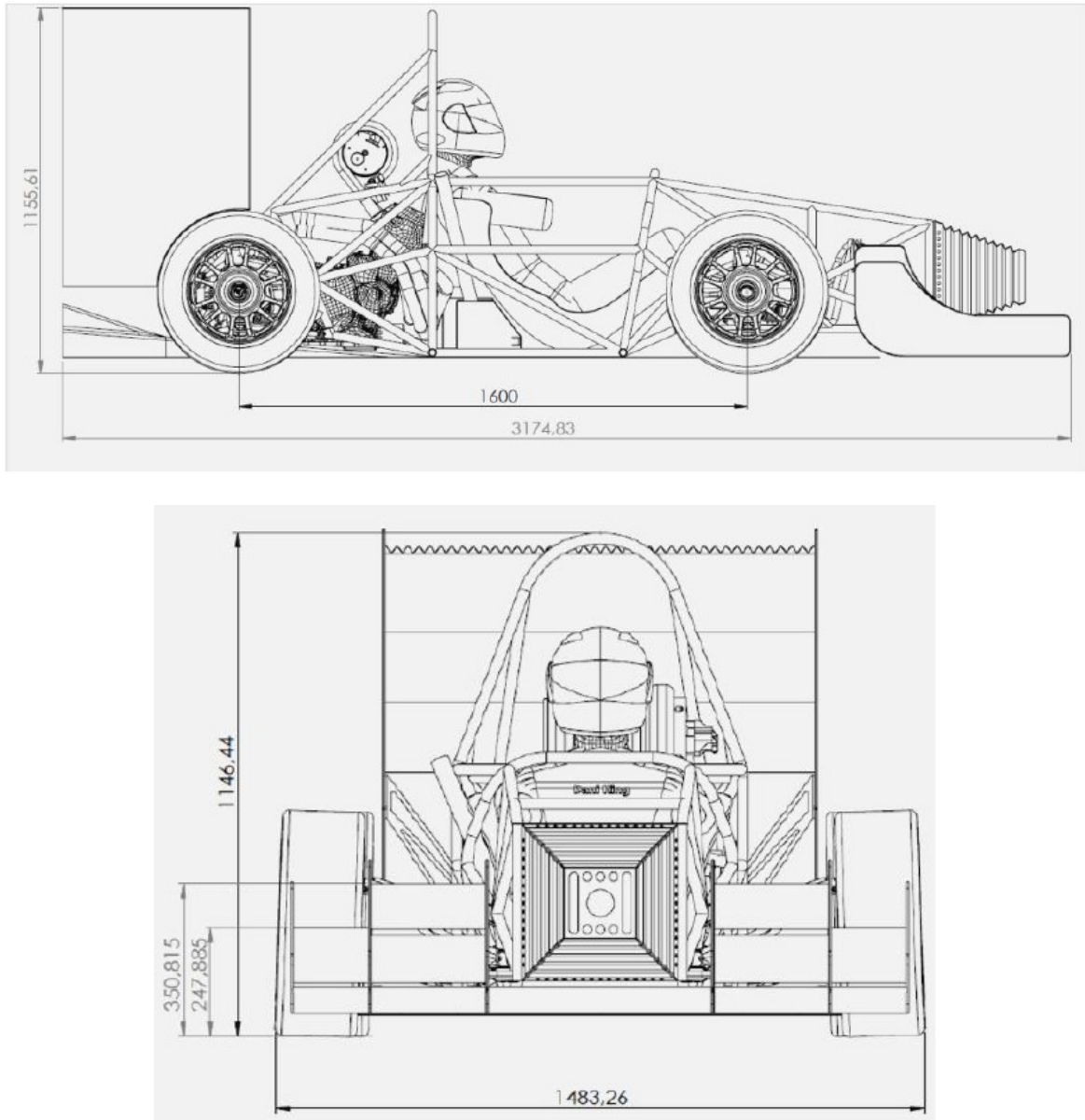


**Figura 27** – Modelo em CAD do protótipo FSIPLeiria

Em uma análise inicial do modelo em CAD, pode-se obter algumas informações importantes para o desenvolvimento do presente trabalho.

Possui suspensão independente nas quatro rodas do tipo duplo A, amortecimento do tipo *Pull-Rod* fixados nos braços superiores. O Chassis é do tipo tubular, *cockpit* aberto (*open-cockpit*), as rodas descobertas (*open-wheel*), tudo conforme às especificações e regulamentos do Formula SAE. Possui o motor posicionado na traseira do veículo assim como tração traseira. Distância do chassis ao solo sem piloto de 57,9mm e sabe-se, segundo informações obtidas com a equipa FSIPLeiria atual, que tendo em conta o peso médio para o piloto a bordo do veículo, esse deva abaixar 25mm a estrutura do chassis em relação ao solo.

Ainda com a montagem em CAD e os trabalhos obtêm-se informações referentes às dimensões do veículo necessárias para definição dos carregamentos, como pode-se observar na **Figura 28** a seguir.



**Figura 28** – Dimensões construtivas do protótipo: Vista lateral e Vista frontal (Seco, 2017)

O conjunto amortecedor/mola utilizado no veículo é da empresa *Ohlins* e tem a designação de TTX25 (Gomes & Pinto, 2019).

Ficha Técnica:

- Comprimento 200mm;
- Curso 57mm;
- Peso 394g sem mola;
- Coeficiente de rigidez ( $k$ ): 33336,4 N/m;
- Coeficiente de amortecimento ( $c_a$ ): 50000 Ns/m.

Esse conjunto é ligado junto ao chassi e ao *rocker arm* conforme **Figura 29**.



**Figura 29** – Conjunto mola-amortecedor instalado no FSIPLEiria (Gomes & Pinto, 2019)

Com os arquivos em CAD e com os trabalhos de mestrado mencionados, assim como algumas equações descritas na secção 2.2.3, consegue-se relacionar as características construtivas do protótipo e resumi-los na **Tabela 1**.

**Tabela 1** – Características do protótipo FSIPLEiria

Grandeza		Dimensão	Protótipo
Massa do Veículo	$m$	$kg$	310
Distribuição de Carga	$t$	-	0,52
Vía frontal	$D_1$	$m$	1,25
Vía traseira	$D_2$	$m$	1,25
Distancia entre Eixos	$l$	$m$	1,6
Distancia entre o Eixo Dianteiro e o CG	$b$	$m$	0,832
Distancia entre o Eixo Traseiro e o CG	$c$	$m$	0,768
Altura do CG	$h$	$m$	0,26
Diâmetro Externo do Pneu	$d$	$m$	0,44
Coefficiente de Atrito	$\mu$	-	0,85
Coefficiente de Atrito de Rolamento	$f$	-	0,01
Menor distância do Chassis ao solo	-	$m$	0,0579

## 3.2 Cálculo dos Carregamentos

Para as análises, serão utilizadas as forças que agem no protótipo na interface entre o pneu/solo e no Centro de Gravidade (CG). Serão simuladas essas forças de diversas maneiras quanto pode-se variar em cada situação que o protótipo se encontre nas provas de *Tilt Table*, *SkidPad* e *Autocross*.

O sentido, direção e amplitude dessas cargas serão baseadas nas equações desenvolvidas na secção 2.2.3, relacionando com as características levantadas e descritas na **Tabela 1**, assim como, para a prova de *Autocross*, será utilizado o *software* OptimumLap para desenvolver um circuito de corrida onde esse fornecerá dados para o cálculo das forças para essa condição.

### 3.2.1 Tilt Table Test - Carregamentos

A prova de *Tilt Table* é um teste estático onde, como já foi explanado na secção 1.2.2.1, coloca o veículo em uma mesa inclinada para verificar fugas de líquidos e testar o sistema de suspensão e carroçaria.

Para a análise estática a ser feita, o veículo vai ser testado apenas na situação de inclinação ( $\alpha$ ) de 60°, no qual simula uma aceleração de 1,7g, configurado nas condições de teste do evento. Entretanto, a título de validação, será criado um segundo teste onde será extrapolado a inclinação ( $\alpha$ ) afim de que simule o veículo perdendo a estabilidade e aderência à mesa, utilizando, portanto, para esse segundo caso, uma inclinação ( $\alpha$ ) de 65°.

Na **Tabela 2** estão sintetizados os resultados dos cálculos para os dois casos.

**Tabela 2** – Cargas atuando no protótipo na prova de *Tilt Table*

Eixo	Variável	Equação	Força [N]	
			60°	65°
Frontal	$R_{1a}$	67	141	75
	$F_{1a}$	58	208	136
	$R_{1b}$	69	588	542
	$F_{1b}$	60	866	988
Traseiro	$R_{2a}$	68	153	81
	$F_{2a}$	59	225	147
	$R_{2b}$	70	637	587
	$F_{2b}$	61	938	1071
Aceleração [m/s <sup>2</sup> ]	X	$g \sin \alpha$	8,49	8,89
	Y	$g \cos \alpha$	4,90	4,14

### 3.2.2 SkidPad - Carregamentos

A prova de *SkidPad* é uma das provas dinâmicas onde coloca o veículo em uma situação de curva de raio constante para verificar sua capacidade de curva conforme os procedimentos já explicados na secção 1.2.2.2.

Serão analisadas dinamicamente as cargas no protótipo na segunda volta (*Lap 2*), ou seja, curva para a direita e em regime estacionário.

Os dados fornecidos pelo *Layout* da pista (ver **Figura 3**) são:

- Raio externo da curva: 10,625m;
- Raio interno da curva: 7,625m;
- Largura da pista (caminho de condução): 3m.

Tomando que o veículo contornará a curva no meio do caminho de condução com uma velocidade de curvatura calculada pela equação 62 e dada a aceleração lateral pela equação 43, tem-se os seguintes dados:

- $\rho = 9,125\text{m}$ ;
- $v = 31,4\text{km/h}$  (8,72m/s);
- $a_c = 8,34\text{m/s}^2$ .

Com isso, na **Tabela 3** os resultados dos cálculos para essa situação são registados.

**Tabela 3** – Cargas atuando no protótipo na prova de *SkidPad* - *Lap 2*

Eixo	Variável	Equação	Força [N]
Frontal	$R_{1a}$	54	472
	$F_{1a}$	58	401
	$R_{1b}$	56	988
	$F_{1b}$	60	840
Traseiro	$R_{2a}$	55	511
	$F_{2a}$	59	434
	$R_{2b}$	57	1070
	$F_{2b}$	61	910

### 3.2.3 Autocross - Carregamentos

É uma prova onde se testa a manobrabilidade do veículo num curto percurso. Envolve a capacidade do veículo em acelerar, travar e percorrer trajetórias curvilíneas variadas conforme já apresentado na secção 1.2.2.3.

Para simular esse evento e determinar os carregamentos, será criado um circuito fictício baseado nas especificações das Regras da Formula SAE 2019, para isso, foi utilizado o auxílio do *software* OptimumLap da OptimumG (ver **Figura 30**), ele é disponibilizado gratuitamente, é uma ferramenta de simulação dinâmica simplificada de veículos que estima seu desempenho em 10% da realidade em uma determinada pista, resumindo o veículo em apenas 10 parâmetros que cada um representa um aspeto específico, como motor, pneus ou aerodinâmica. Com apenas alguns dados de entrada consegue-se configurar um veículo e um circuito de corrida, que uma vez definidos, o *software* fornece uma variedade de gráficos iterativos para avaliar as características de desempenho do veículo. Utiliza um modelo de massa pontual em estado quase estacionário de forma a simplificar o modelo matemático, mesmo assim muito importante para analisar as tendências de desempenho global do veículo, gerando uma grande quantidade de dados.









**Figura 30** – Tela de entrada do *software* OptimumLap

Foi configurado o veículo FSAE IPLeiria com dados de entrada conhecidos e complementado com dados de um veículo *Formula Student* pré-existent no *software*, na **Figura 31** tem-se a tela de *Vehicle Report* do *software* para o trabalho em questão.

## FSAE IPL

### Vehicle Configuration

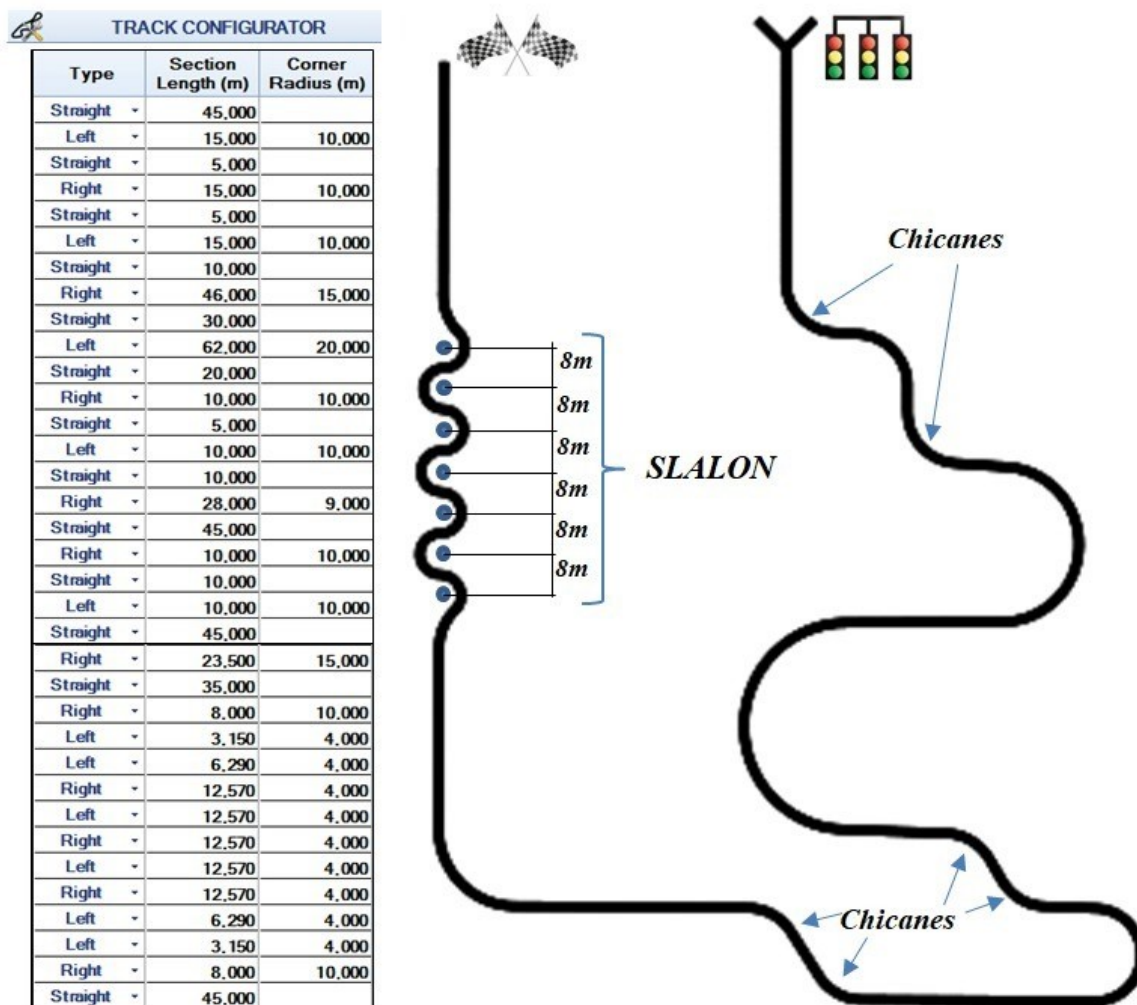
	Parameter	Value
	Total Mass	310 kg
	Max Torque	63,4 N.m @ 10549 rpm
	Type of Fuel	Gasoline
	Type of Transmission	Sequential Gearbox
	Max Power	97,24 hp @ 11351 rpm
	Power Mass Ratio	0,31 hp/kg

### Performance Metrics

	Metric	Value
	Top Speed	151,54 km/h
	Time for 0 to 100 km/h	3,25 s
	Time for 100 to 0 km/h	2,35 s
	Lateral Acceleration - Skidpad 50 m	14,69 m/s <sup>2</sup>

**Figura 31** – *Vehicle Report* do FSAE IPL Leiria no *software* OptimumLap

Da mesma forma para o circuito, agora com base nas especificações das Regras da Fórmula SAE 2019 conforme já mencionado, criou-se uma pista de *Autocross* para serem avaliados os aspetos de desempenho e retirados dados para alimentar as análises dinâmicas no *software* de Elementos Finitos. Na **Figura 32** está representado o circuito com elementos característicos das especificações das Regras para o evento *Autocross* inseridos.



**Figura 32** – Circuito *Autocross* desenvolvido no *software* OptimumLap

Conforme regulamento, o circuito não possui retas com comprimentos superiores a 45m, possui algumas *chicanes* e uma sequência de *Slalom* (“zig-zags”) com 8m de espaçamento entre cones.

Na **Figura 33** tem a tela de *Track Report* do *software* apresentado, em que podem-se destacar:

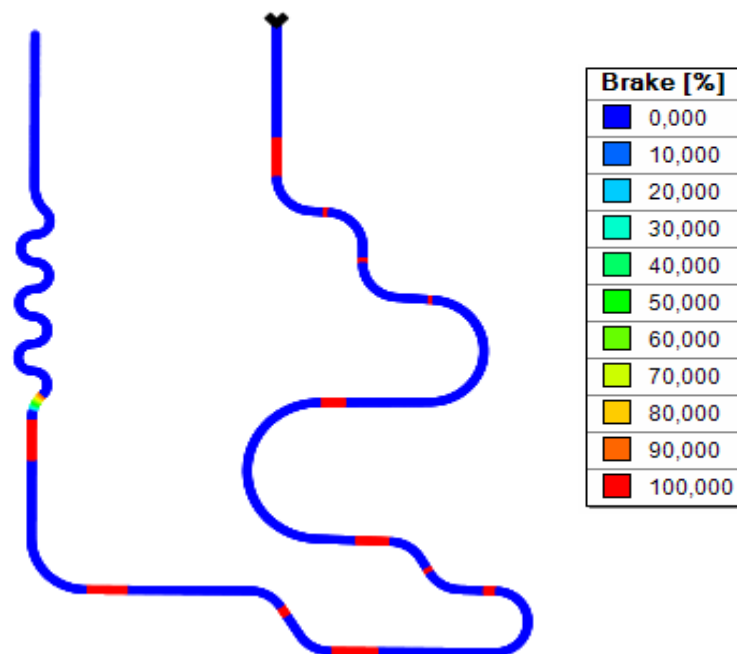
- Comprimento total da pista: 652,23m;
- Percentagem de curvas à direita: 28,55%;
- Percentagem de curvas à esquerda: 23,92%;
- Percentagem de retas: 47,53%.

## Statistics

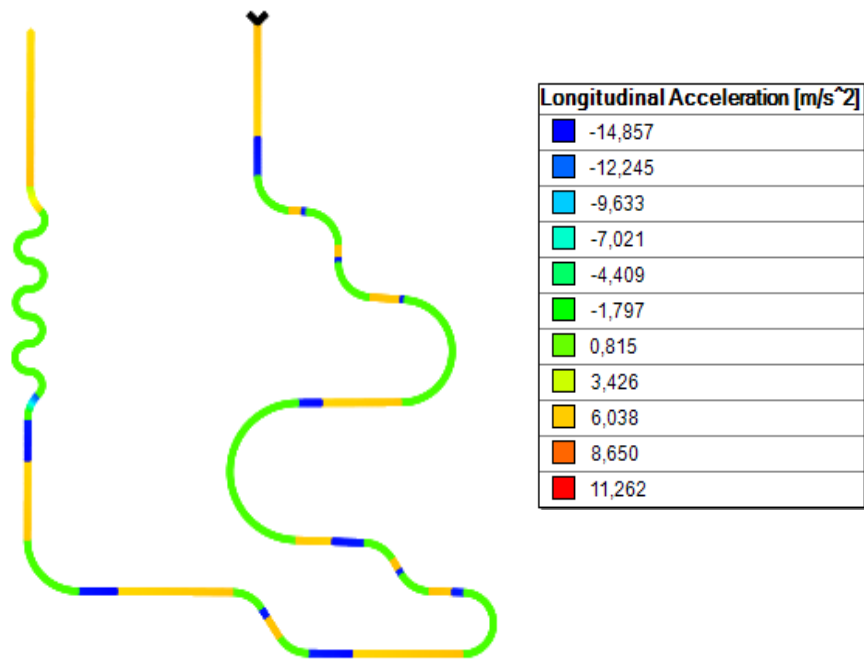
	Statistic	Value
	Total Track Length	652,23 m
	Percent Left Corners	23,92 %
	Percent Right Corners	28,55 %
	Percent Straights	47,53 %
	Average Corner Radius	8,41 m
	Minimum Corner Radius	4 m
	Longest Straight	45 m

**Figura 33** – *Track Report* do software OptimumLap

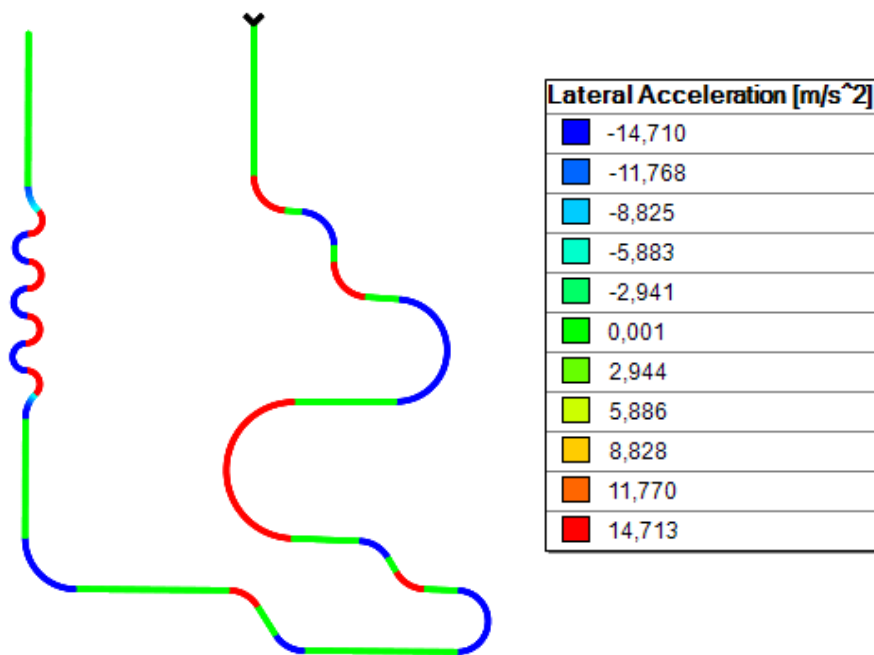
Procedendo com a simulação do *software*, são apresentados a seguir alguns gráficos da análise, na **Figura 34** tem-se o mapa de travagem, na **Figura 35** o mapa de aceleração longitudinal e na **Figura 36** a aceleração lateral.



**Figura 34** – Mapa de travagens fornecido pelo *software* OptimumLap



**Figura 35** – Mapa de aceleração longitudinal fornecido pelo *software* OptimumLap



**Figura 36** – Mapa de aceleração lateral fornecido pelo *software* OptimumLap

Com essas análises pode-se sintetizar alguns dados **Tabela 4** para balizar os cálculos que serão utilizados para levar para a solução por elementos finitos no *software* Ansys.

**Tabela 4** – Síntese dos dados obtidos no *software* OptimumLap

Tipo	Comportamento	Distância	Comprimento	Raio Curva	Tempo Inicial	Tempo Final	Aceleração Longitudinal	Aceleração Lateral
		[m]	[m]	[m]	[s]	[s]	[m/s <sup>2</sup> ]	[m/s <sup>2</sup> ]
LARGADA	PESO PROPRIO	0	0	0	0	5	0	0
RETA 1	ACELERAÇÃO INICIAL	0	0	0	5	5,03	11,26	0
	ACELERAÇÃO CONSTANTE	0	30	0	5,5	6,78	6	0
	TRAVAGEM	30	15	0	6,78	7,62	-14,5	0
CURVA 1	ESQUERDA	45	15	10	7,62	9,17	0	14,7
RETA 2	ACELERAÇÃO CONSTANTE	60	2	0	9,17	9,4	6	0
	TRAVAGEM	62	3	0	9,4	9,54	-14,5	0
CURVA 2	DIREITA	65	15	10	9,62	10,9	0	-14,7
RETA 3	ACELERAÇÃO CONSTANTE	80	3	0	10,9	11,13	6	0
	TRAVAGEM	83	2	0	11,13	11,25	-14,5	0
CURVA 3	ESQUERDA	85	15	10	11,3	12,4	0	14,7
RETA 4	ACELERAÇÃO CONSTANTE	100	8	0	12,4	13,17	6	0
	TRAVAGEM	108	2	0	13,17	13,22	-14,5	0
CURVA 4	DIREITA	110	46	15	13,3	16,1	0	-14,7
RETA 5	ACELERAÇÃO CONSTANTE	156	25	0	16,1	17,4	6	0
	TRAVAGEM	181	5	0	17,4	17,83	-14,5	0
CURVA 5	ESQUERDA	186	62	20	17,9	21,5	0	14,7
RETA 6	ACELERAÇÃO CONSTANTE	248	15	0	21,5	22	6	0
	TRAVAGEM	263	5	0	22	22,44	-14,5	0
CURVA 6	DIREITA	268	10	10	22,5	23,5	0	-14,7
RETA 7	ACELERAÇÃO CONSTANTE	278	2	0	23,5	23,6	6	0
	TRAVAGEM	280	3	0	23,6	23,73	-14,5	0
CURVA 7	ESQUERDA	283	10	10	23,8	24,6	0	14,7
RETA 8	ACELERAÇÃO CONSTANTE	293	6	0	24,6	24,9	6	0
	TRAVAGEM	299	4	0	24,9	25,25	-14,5	0
CURVA 8	DIREITA	303	28	9	25,3	28	0	-14,7
RETA 9	ACELERAÇÃO CONSTANTE	331	35	0	28	29,6	6	0
	TRAVAGEM	366	10	0	29,6	30,24	-14,5	0
CURVA 9	DIREITA	376	10	10	30,3	31,4	0	-14,7
RETA 10	ACELERAÇÃO CONSTANTE	386	8	0	31,4	31,7	6	0
	TRAVAGEM	394	2	0	31,7	31,91	-14,5	0
CURVA 10	ESQUERDA	396	10	10	32	32,8	0	14,7
RETA 11	ACELERAÇÃO CONSTANTE	406	40	0	32,8	34,7	6	0
	TRAVAGEM	446	5	0	34,7	35,12	-14,5	0
CURVA 11	DIREITA	451	23,5	15	35,2	36,7	0	-14,7
RETA 12	ACELERAÇÃO CONSTANTE	474,5	27	0	36,7	38	6	0
	TRAVAGEM	501,5	8	0	38	38,6	-14,5	0
SLALOM	CURVA 1 C/ TRAVAGEM	509,5	8	10	38,7	39,4	-12,96	-10,29
	CURVA 2	517,5	3,15	4	39,4	40,7	0	14,7
	CURVA 3	520,65	6,29	4			0	14,7
	CURVA 4	526,94	12,57	4	40,7	42,4	0	-14,7
	CURVA 5	539,51	12,57	4	42,4	43,9	0	14,7
	CURVA 6	552,08	12,57	4	43,9	45,7	0	-14,7
	CURVA 7	564,65	12,57	4	45,7	47,3	0	14,7
	CURVA 8	577,22	12,57	4	47,3	49	0	-14,7
	CURVA 9	589,79	6,29	4	49	50,3	0	14,7
	CURVA 10	596,08	3,15	4			0	14,7
	CURVA 11 C/ACELERAÇÃO	599,23	8	10	50,3	51	4,3	-9,38
RETA 13	ACELERAÇÃO CONSTANTE	607,23	45	0	51	53,37	6	0
CHEGADA	FIM	652,23	0	0	53,37	0	0	0

Para finalizar essa etapa, com esses dados criados e levantados no *software* OptimumLap, pode-se proceder com os cálculos das reações no veículo em cada parte do circuito e descrevê-los na **Tabela 5**.

**Tabela 5** – Cargas atuando no protótipo na prova de *Autocross*

Condição de Deslocamento do Veículo		Eixo	Variável	Equação	Força [N]
LARGADA	PESO PROPRIO	Frontal	$R_{1a}=R_{1b}$	14	730
		Traseiro	$R_{2a}=R_{2b}$	15	791
RETA 1	ACELERAÇÃO INICIAL	Frontal	$R_{1a}=R_{1b}$	24	446
			$F_{a1a}=F_{a1b}$	26/27	379
		Traseiro	$R_{2a}=R_{2b}$	25	1074
			$F_{a2a}=F_{a2b}$	28/29	913
TODAS AS RETAS	ACELERAÇÃO CONSTANTE	Frontal	$R_{1a}=R_{1b}$	22	606
		Traseiro	$R_{2a}=R_{2b}$	23	667
			$F_{m2a}=F_{m2b}$	21	777
		TRAVAGEM	Frontal	$R_{1a}=R_{1b}$	37
	$F_{f1a}=F_{f1b}$			39/40	797
	Traseiro		$R_{2a}=R_{2b}$	38	583
			$F_{f2a}=F_{f2b}$	41/42	496
	CURVAS À ESQUERDA	Frontal	$R_{1a}$	54	988
$F_{1a}$			58	840	
$R_{1b}$			56	472	
$F_{1b}$			60	401	
Traseiro		$R_{2a}$	55	1070	
		$F_{2a}$	59	910	
		$R_{2b}$	57	511	
		$F_{2b}$	61	434	
CURVAS À DIREITA	Frontal	$R_{1a}$	54	472	
		$F_{1a}$	58	401	
		$R_{1b}$	56	988	
		$F_{1b}$	60	840	
	Traseiro	$R_{2a}$	55	511	
		$F_{2a}$	59	434	
		$R_{2b}$	57	1070	
		$F_{2b}$	61	910	
SLALOM	CURVA 1 COM TRAVAGEM À DIREITA	Frontal	$R_{1a}$	54	1409
			$F_{1a}$	58	401
			$R_{1b}$	56	1925
			$F_{1b}$	60	840
		Traseiro	$R_{1a}=R_{1b}$	37	937
			$F_{f1a}=F_{f1b}$	39/40	797
			$R_{2a}$	55	1094
			$F_{2a}$	59	434
	CURVA 11 COM ACELERAÇÃO À DIREITA	Frontal	$R_{1a}$	54	1093
			$F_{1a}$	58	401
			$R_{1b}$	56	1610
			$F_{1b}$	60	840
		Traseiro	$R_{2a}$	55	1410
			$F_{2a}$	59	434
			$R_{2b}$	57	1969
			$F_{2b}$	61	910
		$F_{m2a}=F_{m2b}$	21	777	

### 3.3 Solução por Elementos Finitos

Nesta secção tem-se as etapas para analisar o protótipo através de *software* de MEF Ansys. Na primeira etapa será preparado o modelo usando ferramentas e recursos para simplificação das geometrias usando elementos de viga. As próximas etapas são focadas no pré-processamento, onde o modelo simplificado será importado para o Ansys *Mechanical* e serão atribuídas as situações de contacto entre as peças (juntas, buchas, pivôs, etc.), e onde também serão atribuídas as malhas e as condições de fronteira para cada caso diferente de carregamentos (*Tilt Table*, *SkidPad* e *Autocross*). Após serão realizadas as análises estáticas e análises dinâmicas, onde obteremos os deslocamentos e os contornos de tensão axial em cada caso para posterior análise.

#### 3.3.1 Pré-Processamento

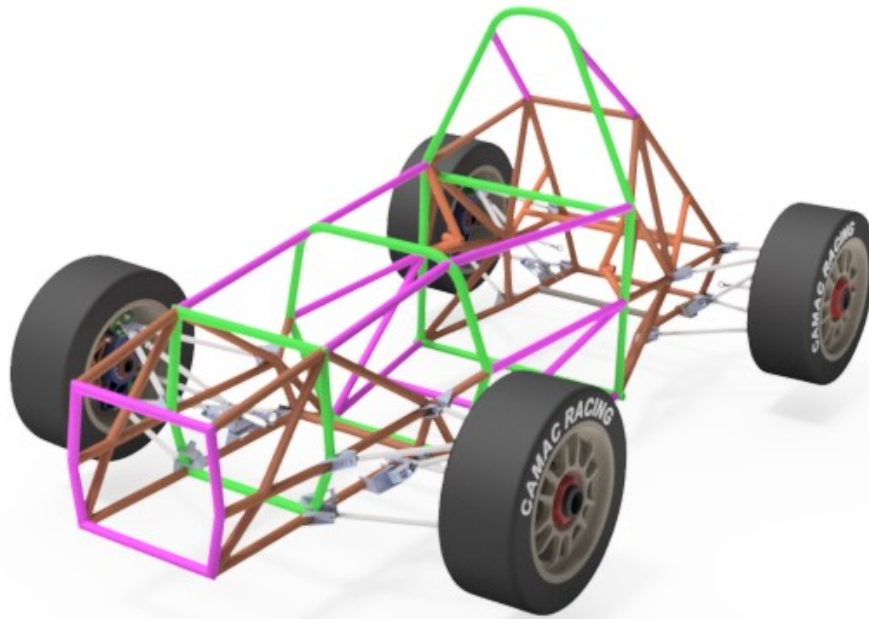
Nas secções seguintes serão tratadas todas as etapas do pré-processamento.

##### 3.3.1.1 Simplificação do Modelo CAD

Conforme mencionado na secção 3.1 sobre os erros oriundos do modelo CAD do protótipo, inicia-se, ainda no *software* SolidWorks, retirando todos os elementos secundários e os quais não serão importantes para as análises em foco, como o intuito é verificar o comportamento das estruturas do veículo FSIPLeiria nessas provas de competição, será importado ao *software* de elementos finitos somente o chassi, a suspensão e barras de direção.

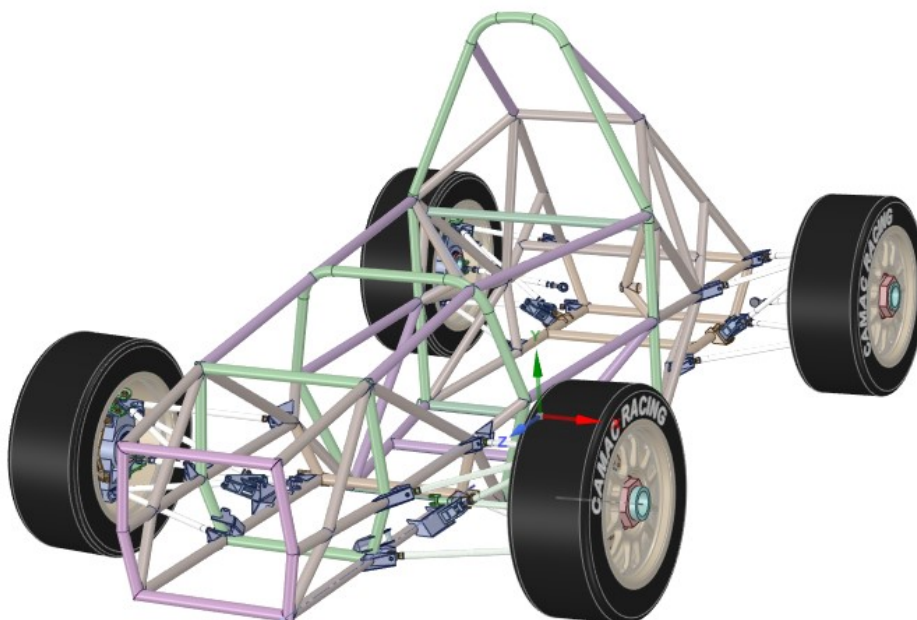
Com base no exposto no parágrafo anterior, foi feita essa redução de componentes, como se pode ver na **Figura 37**. Com esse modelo foi feita em seguida a análise dos erros ainda existentes, corrigidos e constituídos novos contactos entre as peças para o correto funcionamento do modelo.

É de salientar que, no presente trabalho não é de importância e objetivo a análise e correção das geometrias em si, como dimensões de peças anteriormente modeladas, somente a garantia das medidas importantes para as análises que serão efetuadas em Elementos Finitos nesse projeto.



**Figura 37** – Modelo CAD com redução no número de peças

Esse modelo CAD é então importado para o *software* Ansys onde procederá mais simplificações, acrescentando elementos necessários e preparando para as análises subsequentes. Na **Figura 38** tem o protótipo importado para o editor de geometrias SpaceClaim no Ansys.



**Figura 38** – Modelo importado para o Ansys SpaceClaim

Observando o arquivo importado, podemos verificar que ele é composto por vários sólidos e para simplificarmos usaremos as ferramentas existentes no *software* Ansys SpaceClaim.

Começando pelo chassis, onde os sólidos serão convertidos em vigas. Há uma ferramenta de Extração de Vigas (*Prepare* → *Beam* → *Extract*, ver **Figura 39**) que permite converter os sólidos 3D existentes em vigas, com o seu perfil extraído com base nos raios de secção transversal. Dessa forma, todos os membros sólidos aparecem como elementos de viga.

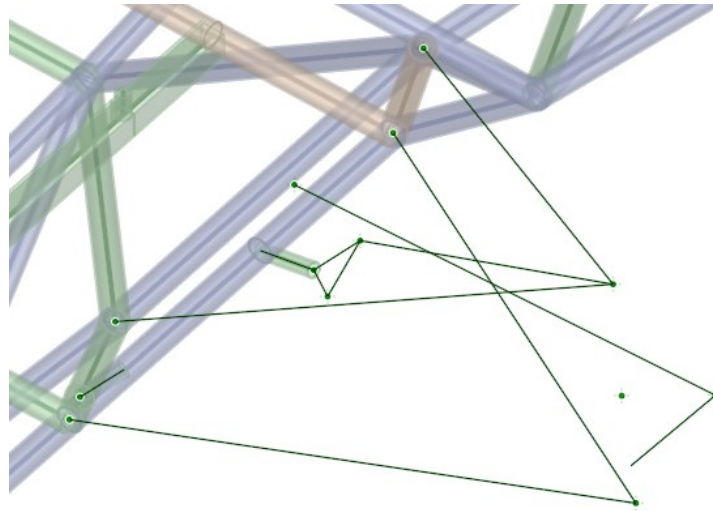


**Figura 39** – Ferramentas de Vigas (*Beams*) no Ansys SpaceClaim

Cada membro tem seu próprio perfil extraído com base em sua reivindicação de espaço da geometria sólida. Mas também é possível modificar esses perfis e criar novos, que poderão ser adicionados a todos os membros ou somente alguns. É uma ferramenta muito útil se quisermos analisar o desempenho do chassis com base em diferentes parâmetros de projeto, podendo simplesmente selecionar um perfil e, em seguida, editar o perfil de viga fazendo alterações com base nos critérios de projeto.

Segundo Seco (2017), a matéria-prima empregue no fabrico do chassis do FSIPLeiria está em conformidade com o regulamento de competição *Formula Student*, com um tubo de perfil com 1 polegada (25,4 milímetros) de diâmetro e 2,40 milímetros de espessura.

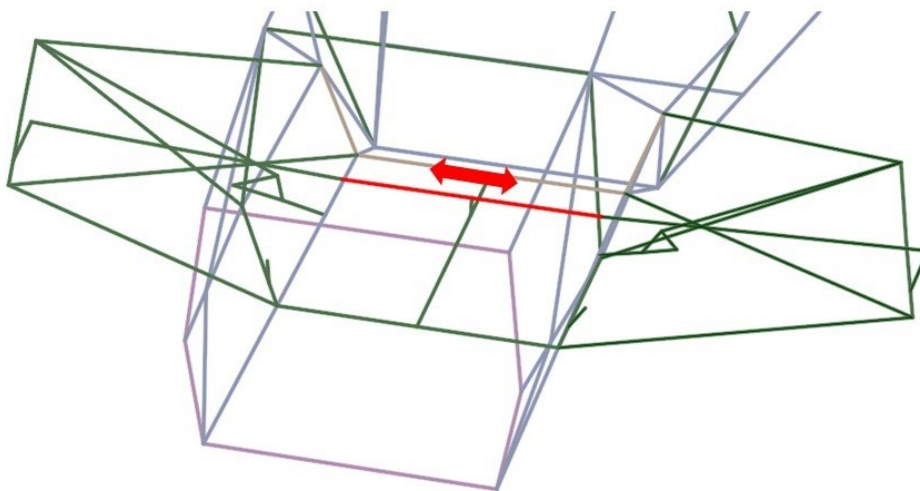
Para utilizar as ferramentas de vigas para as suspensões/direção e manga de eixo, é necessário primeiramente criar Pontos (*Point*) de coordenadas 3D das estruturas de suspensão e direção baseados na estrutura original do protótipo, em seguida usando as ferramentas de Desenho (*Sketch*) do *software* para conectar os pontos através do recurso de Linha (*Line*), na **Figura 40** tem-se esses passos representados.



**Figura 40** – Desenho da suspensão/direção baseadas na estrutura original no Ansys SpaceClaim

Agora, com a ferramenta Criar Vigas (*Prepare* → *Beam* → *Create*, ver **Figura 39**), basta selecionar diretamente as peças esboçadas para convertê-las em modelos de viga, configurando com um perfil já criado para as suspensões/direção/Manga de eixo. Esse procedimento é replicado para as outras suspensões.

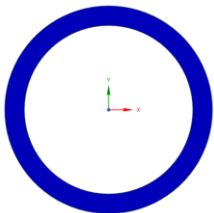
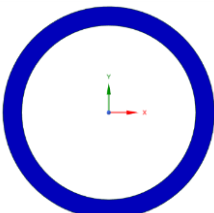
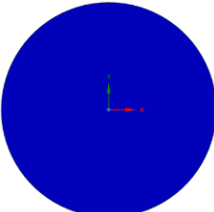
Para simular as viragens das rodas frontais nas análises dinâmicas, criou-se um elemento de viga, conforme procedimento para as suspensões, ligado ao chassis e aos braços de direção afim de o mesmo ter deslocamento axial durante as análises de forma a promover as viragens para cada manobra. Na **Figura 41** tem-se essa barra (em vermelho) com a função de um sistema de pinhão-cremalheira.



**Figura 41** – Sistema pinhão-cremalheira (vermelho) acrescentado ao modelo no Ansys SpaceClaim

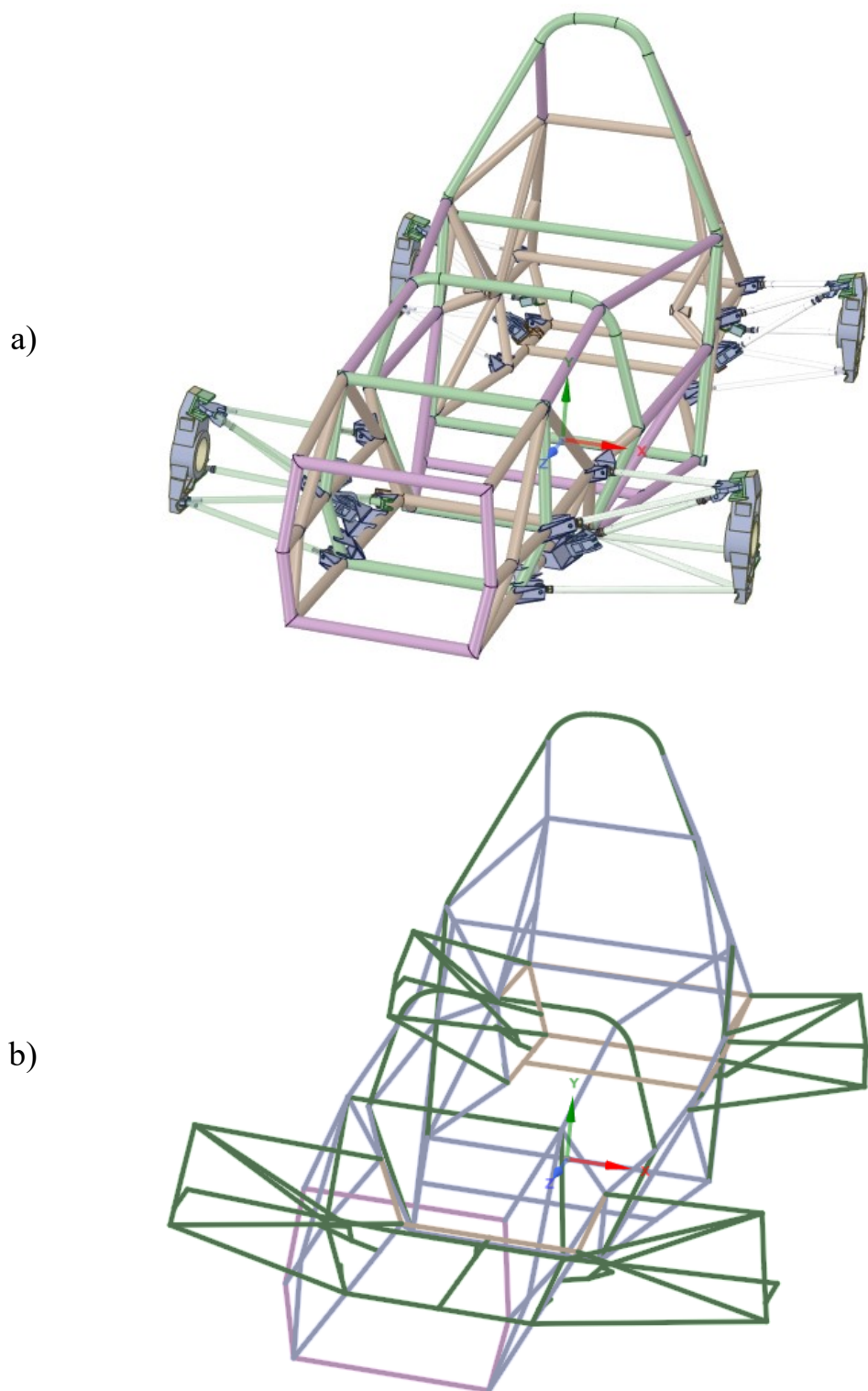
A esses elementos de vigas criados para o protótipo foram definidos os perfis conforme demonstrados na **Tabela 6**.

**Tabela 6** – Perfis de vigas utilizados no protótipo

Perfil	Ø Externo [mm]	Ø Interno [mm]	Aplicação
	25,4	20,6	Chassis
	15,2	12,5	Suspensão Direção
	40	-	Mangas de Eixo

Avaliadas as características do protótipo e removidos todos os elementos não essenciais ou de pouca influência para as análises, simplificou-se as geometrias. Os elementos de vigas criados pelas ferramentas do *software* nas simplificações eliminam qualquer erro de projeto oriundos do CAD, como imperfeições de peças e contactos entre elas, assim como para os sistemas de suspensões, que leva para o ambiente de análises mecânicas somente as propriedades importantes, reduzindo drasticamente o tempo de processamento das análises e produzindo resultados fiáveis.

Na **Figura 42** tem-se representado as simplificações realizadas no modelo.



**Figura 42** – Modelo Importado (a) x Simplificado no Ansys SpaceClaim (b)

Com as simplificações realizadas, a geometria é então importada para dentro do ambiente de modelação mecânica do Ansys.

### 3.3.1.2 Definição dos Materiais e Geometria

O material utilizado na construção do chassis do veículo Formula IPLeiria foi o aço cromo molibdênio AISI 4130. Esta escolha deveu-se a uma análise comparativa de vários tipos de aços. O material a utilizar na construção do chassis é naturalmente essencial para se obter um elevado desempenho do veículo, uma vez que a rigidez, o peso, a segurança e a fiabilidade estão intimamente ligados ao tipo de material considerado na construção da estrutura (Pinto, 2013).

Para as mangas de eixo e balancins (*rocker arm*) foram utilizados o alumínio 5052 para configurar no *software*.

Suspensão e pinhão-cremalheira utilizou-se também o aço AISI 4130.

As propriedades dos materiais são apresentados na **Tabela 7** com suas características físicas e mecânicas.

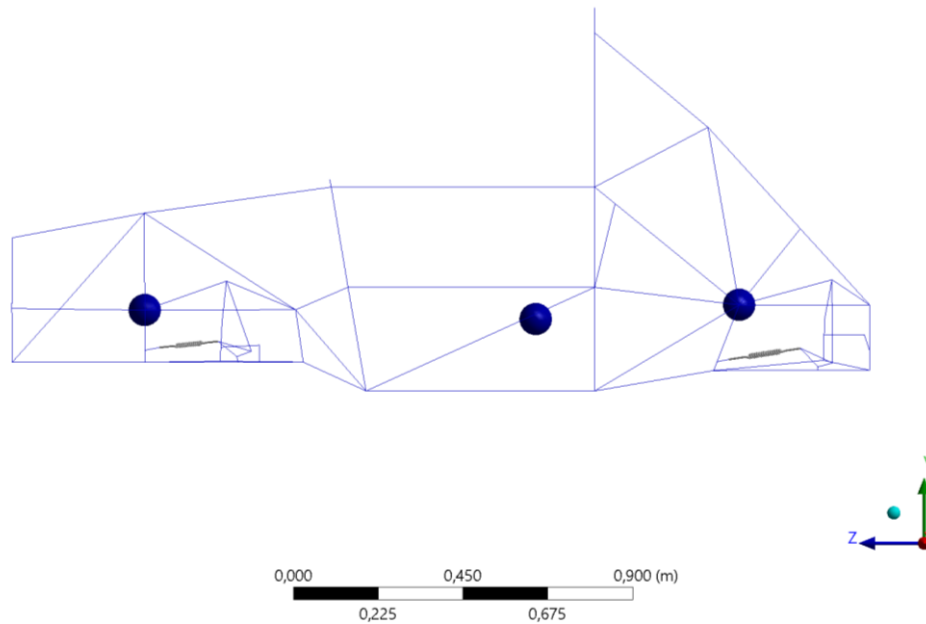
**Tabela 7** – Propriedades do Materiais

Aplicação	Material	Propriedades				
		Densidade	Módulo de Young	Coeficiente de Poisson	Resistência à tração	Tensão de cedência
		[g/cm <sup>3</sup> ]	[GPa]		[MPa]	[MPa]
Chassis	AISI 4130	7,85	205	0,29	560	460
Suspensão	AISI 4130	7,85	205	0,29	560	460
Pinhão-Cremalheira	AISI 4130	7,85	205	0,29	560	460
Manga de Eixo	Alumínio	2,68	70	0,33	290	214
<i>Rocker Arm</i>	Alumínio	2,68	70	0,33	290	214

Uma redução do número de graus de liberdade de um problema pode ser feito na aplicação de massas concentradas consideradas em pontos discretos, que é uma ferramenta de simplificação matemática para diminuir o tempo de solução do problema, que tratam problemas lineares e não-lineares com igual grau de dificuldade, portanto, a utilização de ferramentas desse tipo, segundo Almacinha (1985), são usuais na concepção de veículos.

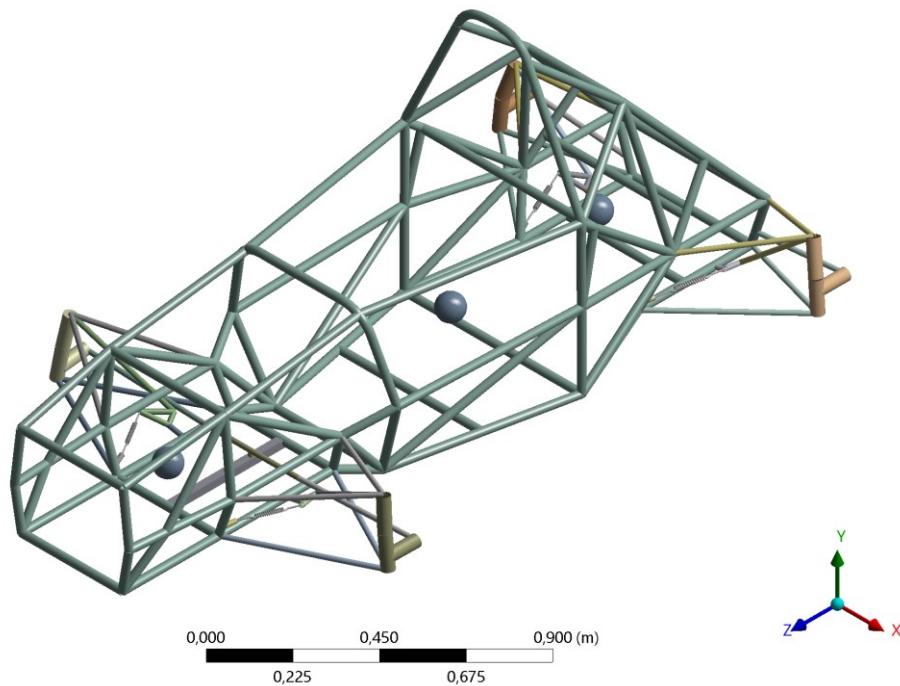
A geometria importada para o ambiente de modelo mecânico possui uma massa total de 67,2kg. Para se aproximar da situação real assim como orientar as condições de fronteira para obter resultados das análises mais fiáveis, acrescentou-se massas pontuais a essa geometria, onde três foram aplicadas, a primeira, de massa 70kg localizado na parte traseira,

simulando o motor e diferencial, a segunda, de massa 50kg na parte frontal a simular os equipamentos ali distribuídos e uma terceira, aplicado ao CG no valor de 122,8kg para representar as restantes massas (piloto e equipamentos) para se equiparar ao valor da massa total do veículo de 310kg (ver **Figura 43**).



**Figura 43** – Localização das massas pontuais aplicadas à geometria no Ansys

Na **Figura 44** é apresentada a imagem da geometria final para as análises.



**Figura 44** – Geometria final do protótipo para as análises

### 3.3.1.3 Definição das Malhas e Elementos

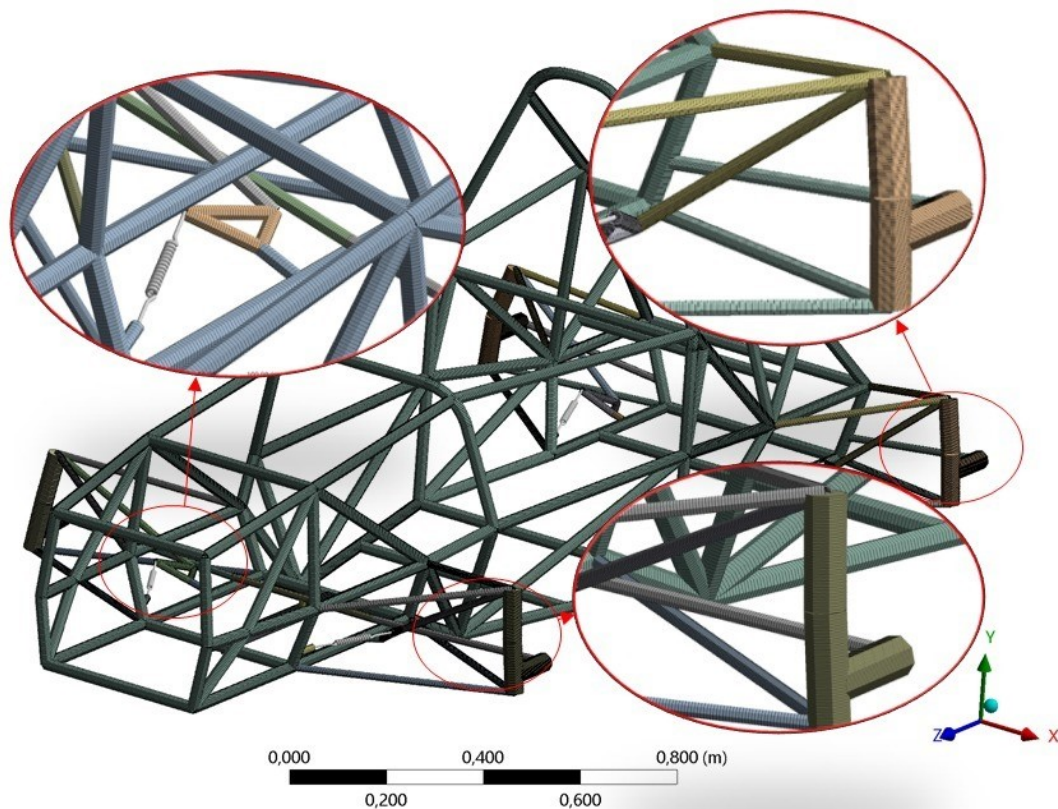
A qualidade dos resultados a obter para problema proposto depende da qualidade da discretização, ou seja, da malha desenvolvida e dos elementos escolhidos.

Os diferentes tipos de elementos utilizados no modelo Ansys para o presente trabalho estão descritos na **Tabela 8**.

**Tabela 8** – Tipos de Elementos utilizado no Ansys

Tipo de Elemento Ansys	Aplicação
BEAM188	Chassis, suspensão
MASS21	Massas pontuais aplicadas ao modelo
COMBIN14	Molas da suspensão
MPC184	Restrições e contactos
CONTA177 / TARGE170	Deslizamentos entre contactos

Com os tipos de elementos definidos, configurou-se em seguida, as malhas do modelo. Para que se tenha uma boa convergência e fiabilidade nos resultados, utilizou-se uma malha com tamanho de elementos de 4mm para o chassis, 3mm para a suspensão e 2mm para as mangas de eixo. Na **Figura 45** tem-se em detalhe as malhas geradas para a geometria do protótipo.



**Figura 45** – Malhas geradas na geometria (com detalhes destacados)

Com esse desenvolvimento, consegue-se compilar na **Tabela 9** informações e estatísticas para essa etapa de malha e elemento.

**Tabela 9** – Estatísticas de malha do modelo

	Aplicação		
	Chassis	Suspensão/Direção	Manga de Eixo
Elementos	BEAM188/MASS21/COMBIN14/MPC184/CONTA177/TARGE170		
Tamanho do elemento BEAM 188 [mm]	4	3	2
Número de elementos	13536		
Nós	27035		

#### 3.3.1.4 Condições de Fronteira

As condições de fronteira são essenciais para as análises e exigem um profundo estudo da montagem da geometria e como as peças interagem umas com as outras, como são os apoios ou como são afetadas pelos carregamentos impostos. Sendo que o mais próximo da realidade conseguir se aproximar essas condições, mais fiáveis os resultados finais.

Podem ser de natureza geométrica (deslocamentos, rotações, etc) e mecânica (forças, momentos, etc) e sua configuração é em função dos resultados das análises a que se deseja.

Nessa secção será abordado o tratamento dessa importante etapa do pré-processamento para cada tipo de análise proposta.

##### 3.3.1.4.1 Contactos e Elementos de Mola

Para definir os contactos entre os componentes da geometria do protótipo, analisou-se cada ponto onde fosse necessário a aplicação e o tipo de contacto entre as mesmas. Para tal baseou-se no comportamento das peças reais.

O tipo de contacto definido foi do tipo Ligado (*Bonded*) do *software*, essa configuração se aplica a todas as regiões de contacto, onde nenhum deslizamento ou separação entre as peças são desejados, permitindo uma solução linear, em que o comprimento do contacto não se altera durante a aplicação de um carregamento.

Nas tabelas seguintes estão descritas essas conexões com os devidos graus de liberdades entre peças. Sendo que na **Tabela 10** estão representados os contactos da suspensão frontal do lado esquerdo e na **Tabela 11** representado os contactos na suspensão traseira esquerda. Foi utilizado o mesmo método para o lado direito devido à simetria do protótipo estudado.

Nessas tabelas é possível identificar a caracterização dos seguintes tipos de junções para as suspensões frontal e traseira:

- Esféricas; Pontos A, B, C, D, E e H (Suspensão Dianteira). Pontos K, L, M, N, O, Q, R e T (Suspensão Traseira);
- Revolução; Ponto I (Suspensão Dianteira). Pontos P e S (Suspensão Traseira).
- Translação; Ponto U;
- Geral; Pontos F, G e J.

Onde tem acrescentados também, elementos de mola-amortecedor entre o *rocker arm* e o chassis (pontos a e b na **Tabela 10** e pontos b e c na **Tabela 11**) conforme o modelo projetado do CAD e com os dados técnicos do amortecedor real utilizado como já descrito na secção 3.1.

**Tabela 10** – Contactos e mola aplicados na suspensão frontal esquerda e direção

		Pontos de Contactos										
	Eixo	A	B	C	D	E	F	G	H	I*	J	U
Translação	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Livre
Rotação		Livre	Livre	Livre	Livre	Livre	0	0	Livre	0	0	0
Translação	Y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Rotação		Livre	Livre	Livre	Livre	Livre	Livre	Livre	Livre	Livre	Livre	0
Translação	Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Rotação		Livre	Livre	Livre	Livre	Livre	Livre	Livre	Livre	0	Livre	0

\* Nesses pontos são considerados sistema de coordenadas locais (próprios para esses contactos) e não o global.

**Tabela 11** – Contactos e mola aplicados na suspensão traseira esquerda

		Pontos de Contactos									
Eixo		K	L	M	N	O	P	Q	R	S*	T
Translação	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Rotação		Livre	Livre	Livre	Livre	Livre	0	Livre	Livre	0	Livre
Deslocamento	Y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Rotação		Livre	Livre	Livre	Livre	Livre	0	Livre	Livre	0	Livre
Deslocamento	Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Rotação		Livre	Livre	Livre	Livre	Livre	Livre	Livre	Livre	Livre	Livre

### 3.3.1.4.2 Suportes e Fixações

Nessa etapa do pré-processamento serão definidos os pontos de restrição de movimento da geometria com seus respectivos graus de liberdade.

Para analisar os efeitos dos carregamentos na estrutura em cada prova, serão utilizados dois casos:

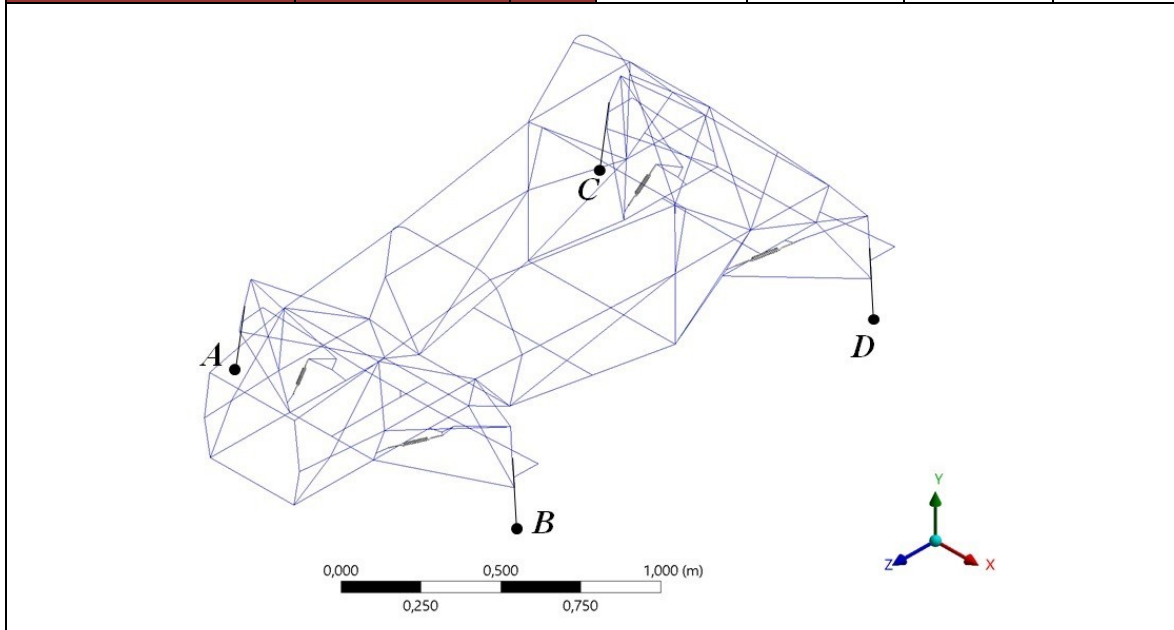
1º Caso: Constrangimentos na suspensão, ou seja, nas mangas de eixo, simulando o contacto pneu-solo, para análise dos efeitos dos carregamentos de toda a estrutura nas condições reais.

2º Caso: Constrangimentos no chassis apenas, para que seja possível a análise dos efeitos dos carregamentos na suspensão.

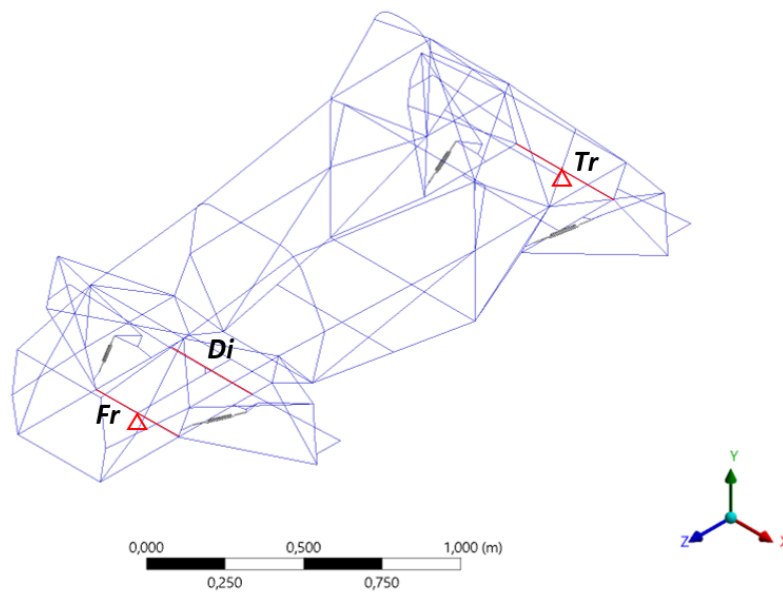
Para simular o contacto entre os pneus e o solo, para o 1º Caso, utilizou-se uma ferramenta de Deslocamento Remoto (*Remote Displacement*) do *software*, que permite aplicar contrangimentos translacionais e rotacionais a um ponto ou aresta a uma distância programada. Com isso, foi aplicado contrangimentos às mangas de eixo para cada teste, conforme **Tabela 12**, à distancia do raio do pneu de 255mm.

**Tabela 12** – Restrições aplicadas ao modelo para análise no 1º Caso

			Pontos de Restrição			
	Movimento	Eixo	A	B	C	D
<i>TILT TABLE</i>	Translação	X	Livre	0	Livre	0
	Rotação		0	0	0	0
	Translação	Y	0	0	0	0
	Rotação		0	0	Livre	Livre
	Translação	Z	Livre	Livre	Livre	Livre
	Rotação		Livre	Livre	Livre	Livre
<i>SKIDPAD</i>	Translação	X	Livre	0	Livre	0
	Rotação		Livre	Livre	Livre	Livre
	Translação	Y	0	0	0	0
	Rotação		Livre	Livre	Livre	Livre
	Translação	Z	Livre	Livre	Livre	Livre
	Rotação		Livre	Livre	Livre	Livre
<i>AUTOCROSS</i>	Translação	X	0	0	0	0
	Rotação		Livre	Livre	Livre	Livre
	Translação	Y	0	0	0	0
	Rotação		Livre	Livre	Livre	Livre
	Translação	Z	0	0	0	0
	Rotação		Livre	Livre	Livre	Livre



Para o 2º Caso, como já mencionado, foi aplicado restrições no chassis apenas, as suspensões ficaram livres. Foi utilizado a ferramenta de Suporte Simples (*Simply Support*) do *software*, essa condição de fronteira impede que os locais onde são aplicados se movam ou se deformem, permitindo apenas rotações. De tal modo, foram escolhidos dois locais (barras *Fr* e *Tr*) para aplicação desses contrangimentos (ver **Figura 46**). Nessa figura ainda tem-se a barra *Di* em que representa o pinhão-cremalheira onde para o caso de *Tilt Table Test*, será restringido o movimento dessa barra (deslocamento zero) do mesmo modo que ocorre no teste real (ver **Figura 2**).



**Figura 46** – Restrições no chassis para análise das suspensões

#### 3.3.1.4.3 Carregamentos

Esta é a última etapa do pré-processamento, onde os carregamentos serão imputados ao modelo de acordo com cada caso, ou seja, para a situação de *Tilt Table Test* e para os eventos de *SkidPad* e *Autocross*, onde ainda serão analisados conforme a metodologia de aplicação das restrições descrita anteriormente (1º Caso e 2º Caso).

É preciso, entretanto, antes de prosseguir, explicar sucintamente como é o procedimento de aplicação da ferramenta de aceleração (*Acceleration*) do Ansys, assim como a ferramenta de gravidade padrão (*Standard Earth Gravity*), que serão utilizados em todos os testes. Recorrendo assim, para essa explicação, ao Guia do Usuário do Ansys 2019.

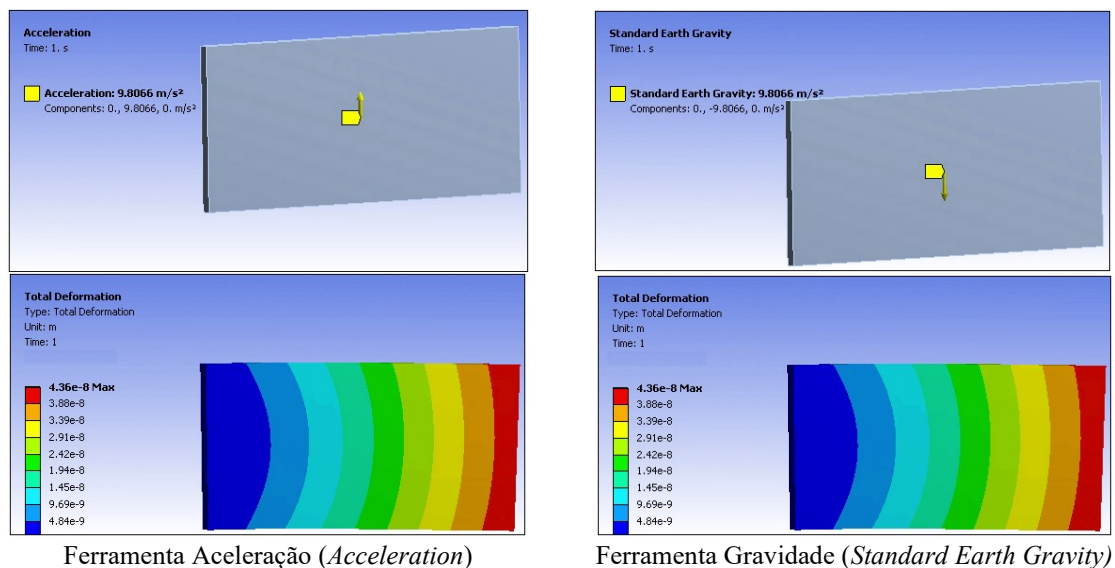
Em virtude das características físicas da aceleração (Inercial) do Ansys, essa condição de limite sempre aplica uma carga uniforme sobre todos os corpos de um modelo.

Como exemplo para entendimento, a aceleração (*Acceleration*) pode ser usada para simular a gravidade (usando efeitos inerciais), acelerando uma estrutura na direção oposta à gravidade, ou seja, acelerar uma estrutura verticalmente para cima (+Y) a  $9,80665\text{m/s}^2$ , assim vai aplicar uma força na estrutura na direção oposta (-Y), induzindo a gravidade (empurrando a estrutura no sentido da terra).

Como alternativa nesse exemplo, poderia usar a ferramenta de carga de gravidade padrão (*Standard Earth Gravity*) do Ansys para produzir o efeito da gravidade. Essa ferramenta e a aceleração (*Acceleration*) são essencialmente o mesmo tipo de carga, exceto que possuem convenções de sinais opostas e a gravidade (*Standard Earth Gravity*) tem uma magnitude fixa.

Para a gravidade aplicada, um corpo tende a se mover na direção da gravidade e, para a aceleração aplicada, um corpo tende a se mover na direção oposta à aceleração.

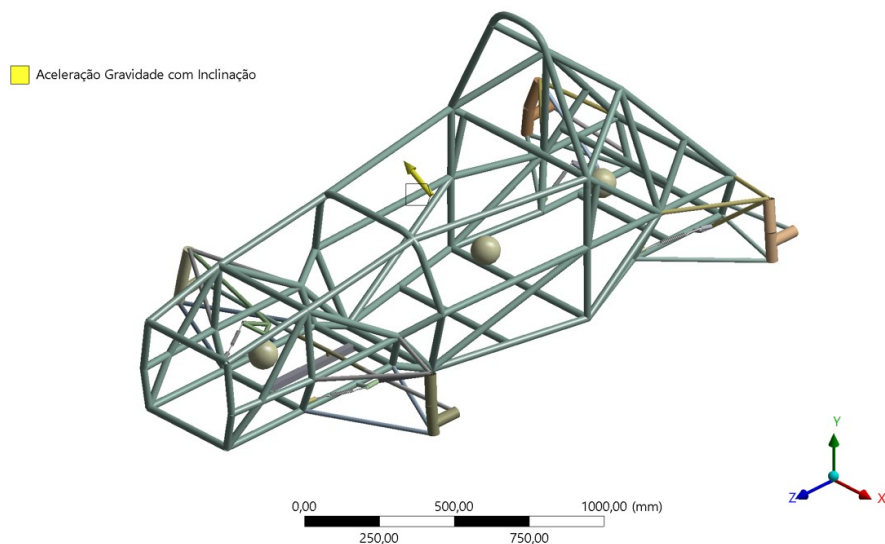
Na **Figura 47** tem-se esse exemplo onde se comparam como a aceleração e a gravidade podem ser usadas como uma carga gravitacional com o mesmo resultado.



**Figura 47** – Exemplo comparação ferramentas Aceleração x Gravidade do Ansys (Ansys, 2019)

### Tilt Table Test

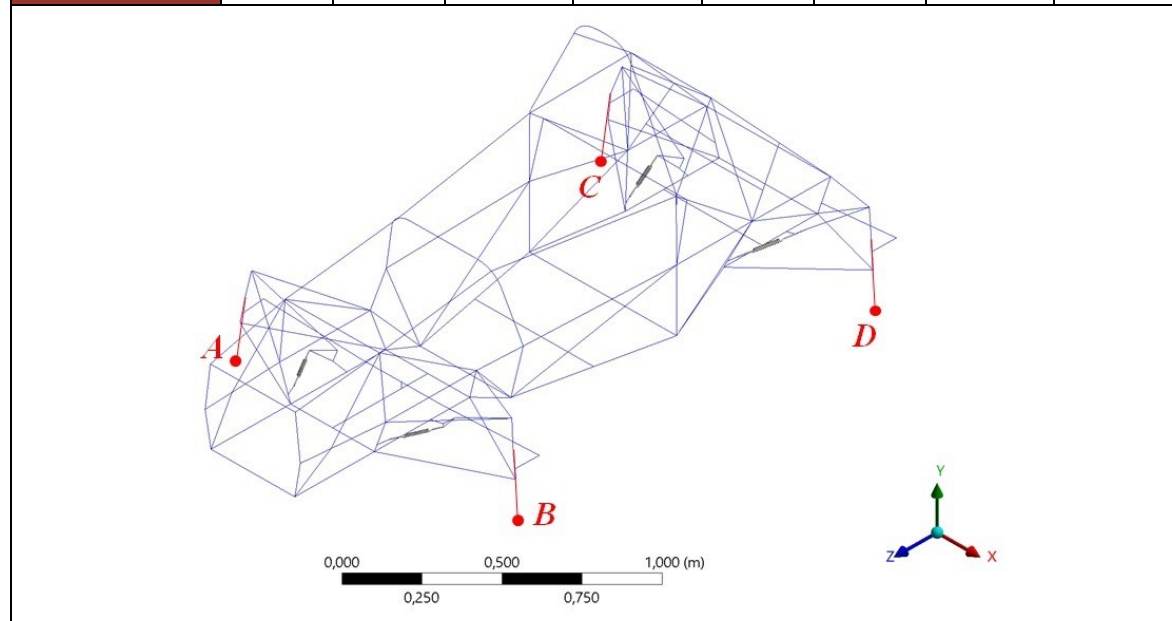
Para esse teste, conforme regras já descritas e para o 1º Caso onde se pretende analisar o chassis com os contragimentos nas mangas de eixo, aplica-se as acelerações (usando a ferramenta *Acceleration* do Ansys conforme procedimento explicado anteriormente) calculadas no Item 3.2.1 (ver **Figura 48**), tanto para inclinação de  $60^\circ$  ( $X=-8,49\text{m/s}^2$  e  $Y=4,90\text{m/s}^2$ ) quanto para inclinação de  $65^\circ$  ( $X=-8,89\text{m/s}^2$  e  $Y=4,14\text{m/s}^2$ ).



**Figura 48** – Carregamentos aplicado ao modelo no 1º Caso para *Tilt Table Test* 60° e 65°  
 Para o 2º Caso, pela **Tabela 2** onde se tem os resultados dos cálculos analíticos com base teórica, aplica-se esses carregamentos remotos (*Remote Force*) no modelo conforme tem-se na **Tabela 13**.

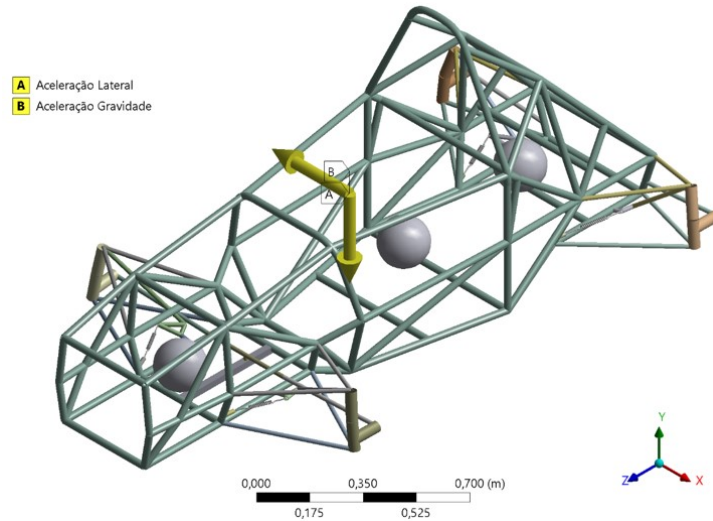
**Tabela 13** – Carregamentos aplicados para o *Tilt Table Test* para análise da suspensão

Eixo	Pontos de Aplicação de Força [N]							
	A		B		C		D	
	60°	65°	60°	65°	60°	65°	60°	65°
X	-208	-136	-866	-988	-225	-147	-938	-1071
Y	141	75	588	542	153	81	637	587
Z	0	0	0	0	0	0	0	0



## SkidPad

No 1º Caso, aplica-se aceleração lateral e gravitacional no modelo (ver **Figura 49**) seguindo os cálculos já realizados no item 3.2.2 onde se tem aceleração lateral de  $8,34\text{m/s}^2$  dado pela equação 43. Esses carregamentos serão usados também para a análise harmônica.



**Figura 49** – Carregamentos aplicados ao modelo no 1º Caso para o evento de *SkidPad*  
Para o 2º Caso atribui-se carregamentos com base na **Tabela 3** e é aplicado então como se segue na **Tabela 14**.

**Tabela 14** – Carregamentos aplicados para o *SkidPad* para análise da suspensão – 2º Caso

Eixo	Pontos de Aplicação de Força [N]			
	A	B	C	D
X	-401	-840	-434	-910
Y	472	988	511	1070
Z	0	0	0	0

The image shows a 3D wireframe model of a truss structure, similar to Figure 49. Four red dots labeled A, B, C, and D indicate the points of force application. A scale bar at the bottom indicates distances of 0,000, 0,250, 0,500, 0,750, and 1,000 meters. A 3D coordinate system with X, Y, and Z axes is shown in the bottom right.

## Autocross

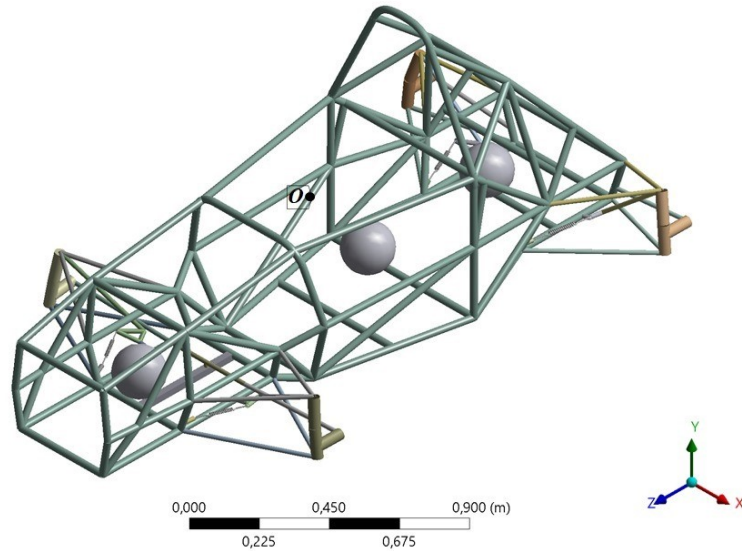
Para esse evento as condições de carregamento são mais complexas devido ao fato de ser aplicado na análise transiente onde vão variar as cargas por um tempo determinado.

Com base na **Tabela 4** fornecida pelo *software* OptimumLap e **Tabela 5** de cálculos, organizando da forma como a configuração do Ansys permite, que divide a análise por passos (*Steps*) com tempo (*Time*), pode-se sintetizar na **Tabela 15** as cargas entendidas de aceleração para o 1º Caso e de forças para o 2º Caso.

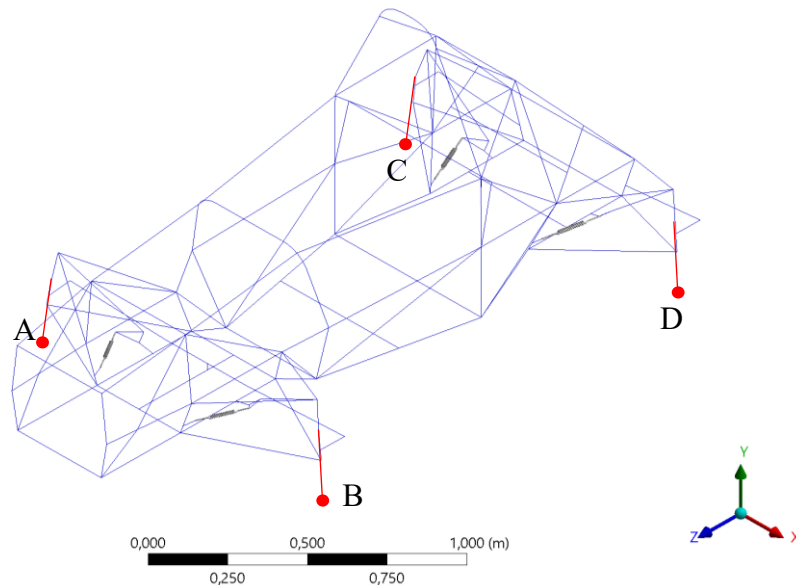
**Tabela 15** – Síntese dos carregamentos aplicados para o *Autocross*

	Step	Time	Força [N] Ponto A			Força [N] Ponto B			Força [N] Ponto C			Força [N] Ponto D			Aceleração [m/s <sup>2</sup> ]		
			X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
CONDIÇÃO INICIAL	1	2,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LARGADA	PESO PROPRIO	2	5,5	0	730	0	0	730	0	0	791	0	0	791	0	0	0
RETA 1	ACELERAÇÃO INICIAL	3	5,9	0	446	379	0	446	379	0	1074	913	0	1074	913	0	11,26
	ACELERAÇÃO CONSTANTE	4	7,6	0	606	0	0	606	0	0	667	777	0	667	777	0	6
	TRAVAGEM	5	8,4	0	937	-797	0	937	-797	0	583	-496	0	583	-496	0	-14,5
CURVA 1	ESQUERDA	6	10,0	840	988	0	401	472	0	910	1070	0	434	511	0	14,7	0
RETA 2	ACELERAÇÃO CONSTANTE	7	10,2	0	606	0	0	606	0	0	667	777	0	667	777	0	6
	TRAVAGEM	8	10,4	0	937	-797	0	937	-797	0	583	-496	0	583	-496	0	-14,5
CURVA 2	DIREITA	9	11,8	-401	472	0	-840	988	0	-434	511	0	-910	1070	0	-14,7	0
RETA 3	ACELERAÇÃO CONSTANTE	10	12,0	0	606	0	0	606	0	0	667	777	0	667	777	0	6
	TRAVAGEM	11	12,2	0	937	-797	0	937	-797	0	583	-496	0	583	-496	0	-14,5
CURVA 3	ESQUERDA	12	13,3	840	988	0	401	472	0	910	1070	0	434	511	0	14,7	0
RETA 4	ACELERAÇÃO CONSTANTE	13	14,0	0	606	0	0	606	0	0	667	777	0	667	777	0	6
	TRAVAGEM	14	14,2	0	937	-797	0	937	-797	0	583	-496	0	583	-496	0	-14,5
CURVA 4	DIREITA	15	17,1	-401	472	0	-840	988	0	-434	511	0	-910	1070	0	-14,7	0
RETA 5	ACELERAÇÃO CONSTANTE	16	18,4	0	606	0	0	606	0	0	667	777	0	667	777	0	6
	TRAVAGEM	17	18,9	0	937	-797	0	937	-797	0	583	-496	0	583	-496	0	-14,5
CURVA 5	ESQUERDA	18	22,5	840	988	0	401	472	0	910	1070	0	434	511	0	14,7	0
RETA 6	ACELERAÇÃO CONSTANTE	19	23,0	0	606	0	0	606	0	0	667	777	0	667	777	0	6
	TRAVAGEM	20	23,4	0	937	-797	0	937	-797	0	583	-496	0	583	-496	0	-14,5
CURVA 6	DIREITA	21	24,5	-401	472	0	-840	988	0	-434	511	0	-910	1070	0	-14,7	0
RETA 7	ACELERAÇÃO CONSTANTE	22	24,7	0	606	0	0	606	0	0	667	777	0	667	777	0	6
	TRAVAGEM	23	24,9	0	937	-797	0	937	-797	0	583	-496	0	583	-496	0	-14,5
CURVA 7	ESQUERDA	24	25,8	840	988	0	401	472	0	910	1070	0	434	511	0	14,7	0
RETA 8	ACELERAÇÃO CONSTANTE	25	26,1	0	606	0	0	606	0	0	667	777	0	667	777	0	6
	TRAVAGEM	26	26,5	0	937	-797	0	937	-797	0	583	-496	0	583	-496	0	-14,5
CURVA 8	DIREITA	27	29,3	-401	472	0	-840	988	0	-434	511	0	-910	1070	0	-14,7	0
RETA 9	ACELERAÇÃO CONSTANTE	28	30,9	0	606	0	0	606	0	0	667	777	0	667	777	0	6
	TRAVAGEM	29	31,5	0	937	-797	0	937	-797	0	583	-496	0	583	-496	0	-14,5
CURVA 9	DIREITA	30	32,7	-401	472	0	-840	988	0	-434	511	0	-910	1070	0	-14,7	0
RETA 10	ACELERAÇÃO CONSTANTE	31	33,0	0	606	0	0	606	0	0	667	777	0	667	777	0	6
	TRAVAGEM	32	33,2	0	937	-797	0	937	-797	0	583	-496	0	583	-496	0	-14,5
CURVA 10	ESQUERDA	33	34,1	840	988	0	401	472	0	910	1070	0	434	511	0	14,7	0
RETA 11	ACELERAÇÃO CONSTANTE	34	36,0	0	606	0	0	606	0	0	667	777	0	667	777	0	6
	TRAVAGEM	35	36,4	0	937	-797	0	937	-797	0	583	-496	0	583	-496	0	-14,5
CURVA 11	DIREITA	36	38,0	-401	472	0	-840	988	0	-434	511	0	-910	1070	0	-14,7	0
RETA 12	ACELERAÇÃO CONSTANTE	37	39,3	0	606	0	0	606	0	0	667	777	0	667	777	0	6
	TRAVAGEM	38	39,9	0	937	-797	0	937	-797	0	583	-496	0	583	-496	0	-14,5
SLALOM	CURVA 1 C/ TRAVAGEM	39	40,7	-401	1409	-797	-840	1925	-797	-434	1094	-496	-910	1653	-496	-11	-12,96
	CURVA 2 e 3 (Esquerda)	40	42,0	840	988	0	401	472	0	910	1070	0	434	511	0	14,7	0
	CURVA 4 (Direita)	41	43,7	-401	472	0	-840	988	0	-434	511	0	-910	1070	0	-14,7	0
	CURVA 5 (Esquerda)	42	45,2	840	988	0	401	472	0	910	1070	0	434	511	0	14,7	0
	CURVA 6 (Direita)	43	47,0	-401	472	0	-840	988	0	-434	511	0	-910	1070	0	-14,7	0
	CURVA 7 (Esquerda)	44	48,6	840	988	0	401	472	0	910	1070	0	434	511	0	14,7	0
	CURVA 8 (Direita)	45	50,3	-401	472	0	-840	988	0	-434	511	0	-910	1070	0	-14,7	0
	CURVA 9 e 10 (Esquerda)	46	51,6	840	988	0	401	472	0	910	1070	0	434	511	0	14,7	0
CURVA 11 C/ACELERAÇÃO	47	52,3	-401	1093	528	-840	1610	528	-434	1410	764	-910	1969	764	-9,38	4,3	
RETA 13	ACELERAÇÃO CONSTANTE	48	54,7	0	606	0	0	606	0	0	667	777	0	667	777	0	6

As acelerações são aplicadas de modo semelhante aos casos anteriores para o 1º Caso, sendo no Ponto *O* da **Figura 50** onde são representadas esses vetores das acelerações laterais, longitudinais e gravitacional, na figura também tem-se o sistema de orientação para complementar a **Tabela 15**.



**Figura 50** – Ponto de aplicação das acelerações para o 1º Caso para o evento de *Autocross*. De forma semelhante às últimas etapas também as forças são aplicadas em pontos remotos conforme pode-se ver na **Figura 51** complementando a **Tabela 15** para o 2º Caso.



**Figura 51** – Pontos de aplicação das forças para o 2º Caso para o evento de *Autocross*. Terminando assim, a etapa de pré-processamento do método de Elementos Finitos.

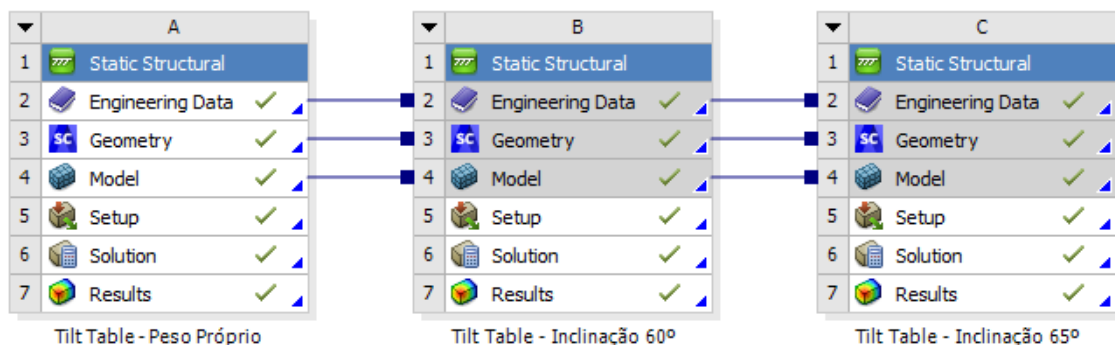
### 3.3.2 Processamento

A etapa de Processamento é onde serão configurados os sistemas de análises de acordo com as condições impostas no pré-processamento e resultados desejados para a análise do protótipo. O *software* realiza os cálculos com diferentes tipos de algoritmos numéricos para discretizar o problema de acordo com cada sistema utilizado conforme teoria na secção 2.3.

Serão então escolhidos diferentes tipos de sistemas de análises (estáticas e dinâmicas) para as situações de *Tilt Table Test*, *SkidPad* e *Autocross*, cada um com um caminho a configurar e resultados a obter.

#### 3.3.2.1 *Tilt Table Test* – Análise Estática

Para o *Tilt Table Test* será realizado o sistema de análise estrutural estática (*Static Structural*) afim de verificar o comportamento da estrutura do chassis e das suspensões para essa situação nas duas inclinações já explicadas. A **Figura 52** tem representado o esquema de projeto no Ansys.



**Figura 52** – Esquema de projeto de análise estrutural estática para o *Tilt Table Test*

O primeiro sistema apresentado na **Figura 52**, denominado ‘Tilt Table – Peso Próprio’ foi utilizado unicamente para afinação do modelo, onde foram modificados as constantes das molas afim de obter um deslocamento da carroçaria do veículo com o peso sobre a massa total do veículo mais piloto próximo de 25mm com o solo conforme mencionado na secção 3.1. Esses valores foram portanto, depois da afinação,  $k=50000\text{N/m}$  para as molas frontais e  $k=55000\text{N/m}$  para as molas traseiras, obtendo um deslocamento de  $Y=-25,54\text{mm}$  do chassis. Esses valores serão utilizados para as outras análises.

Os outros dois sistemas apresentados na **Figura 52** são as análises pretendidas para se proceder com a avaliações conforme objetivos tanto para 1º Caso quanto para o 2º Caso.

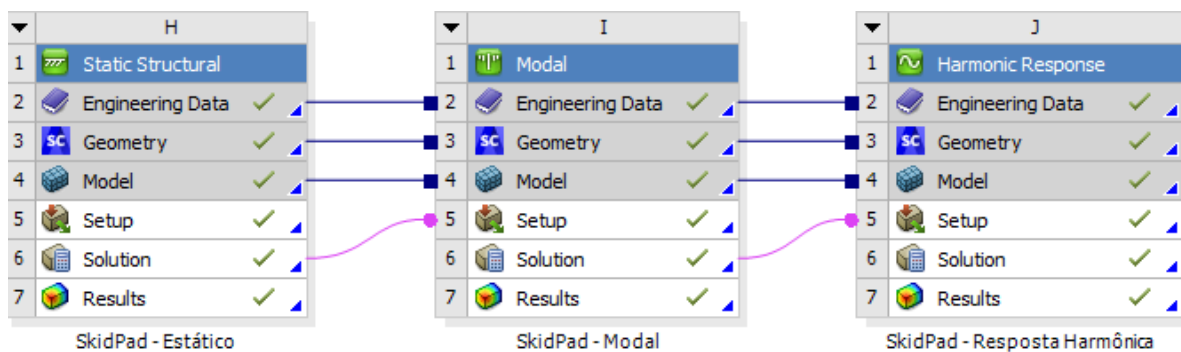
As soluções configuradas para analisar os resultados dessas análises serão:

- Deslocamento Total (*Total Deformation*);
- Tensão Axial (*Direct Stress*);
- Forças de Reação (*Force Reaction*) no eixo Y - somente 1º Caso.

Os tempos de processamento para simular os resultados para esse evento foi de 6 segundos para o 1º Caso, em cada uma das inclinações e de 9 segundos e 7 segundos para as inclinações de 60º e 65º, respectivamente, para o 2º Caso.

### 3.3.2.2 *SkidPad* – Análise Estática e Análises Dinâmicas

No *SkidPad*, além do sistema de análise estrutural estática (*Static Structural*) serão também utilizados dois sistemas de análises dinâmicas em regime permanente, a análise modal e a análise de resposta harmônica como vê-se na **Figura 53** o esquema de projeto demonstrado. Pode-se notar nessa figura que os sistemas são dependentes entre si, ou seja, a solução de uma é entrada de dados e pré-requisito que configura a análise seguinte.



**Figura 53** – Esquema de projeto de análises estática e dinâmicas para o *SkidPad*

As soluções requeridas para análise estática serão:

- Deslocamento Total (*Total Deformation*);
- Tensão Axial (*Direct Stress*);
- Forças de Reação (*Force Reaction*) no eixo Y - somente 1º Caso.

A análise dinâmica modal vai apresentar em suas saídas os modos de vibração e as frequências naturais da geometria com as restrições de movimento e pré-tensões carregadas da análise estática estrutural através dos deslocamentos totais (*Total Deformation*). Não são aplicados carregamentos nessa análise. Foi configurado para encontrar os 20 primeiros modos naturais no qual vão ser analisados os resultados dados e escolhidos os de mais relevância para avaliação.

Para a análise dinâmica de resposta harmônica, utiliza-se os modos de vibração da análise modal como entrada, ou seja, será utilizado o método de Superposição Modal, assim como carrega consigo as pré-tensões da análise estática.

É recomendado (Ansys, 2019) que a faixa de frequências modais seja por volta de 1,5 vezes maior que a faixa de frequências da resposta harmônica, dessa forma, ao saber os resultados dos modos de vibração da primeira análise pode-se configurar a faixa máxima de frequência da análise harmônica assim como o intervalo de soluções desejadas.

Esses valores foram, como poderá constatar adiante, 100Hz definido para essa faixa de frequência harmônica com 100 intervalos de solução, foi configurado também, conforme recomendado por Filho (2005), um factor de amortecimento (*Damping Ratio*) de 0,03 (3%), que é a maneira mais simples de especificar o amortecimento na estrutura, onde representa a proporção de amortecimento real pelo amortecimento crítico do sistema. Após essa primeira análise harmônica poderá fazer-se a avaliação da faixa de frequências mais importante e aumentar a resolução, diminuindo essa faixa e aumentando os intervalos de solução, afim de constatar que os picos dos gráficos correspondam aos modos de vibração escolhidos na análise modal.

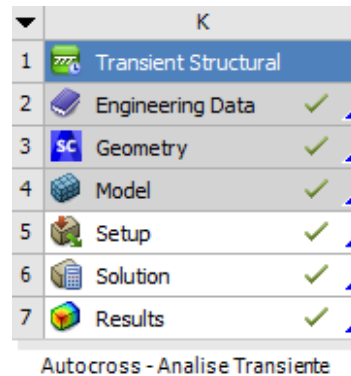
Foram aplicados os mesmos carregamentos da análise estática afim de verificar a resposta nessas condições, sendo esses carregamentos fixos enquanto varia a frequência, transformados pelo *software* em carregamentos harmônicos. As soluções configuradas para analisar os resultados serão:

- Respostas de Frequência (*Frequency Response*) por amplitude (*Deformation*) – resultados da massa suspensa e não-suspensa para o 1º Caso no eixo Y.
- Respostas de Frequência (*Frequency Response*) por amplitude (*Deformation*) – resultados da massa não-suspensa (suspensões) para o 2º Caso no eixo Y.

Os tempos de processamento para simular os resultados para o *SkidPad* foi de 49 segundos no 1º Caso e 33 segundos no 2º Caso para a análise estática. Para a análise modal foi de 2 minutos para o 1º Caso e 3 minutos e 56 segundos para o 2º Caso. Enquanto para a análise de resposta harmônica foi de 7 minutos no 1º Caso e 13 minutos para o 2º Caso.

### 3.3.2.3 Autocross – Análise Dinâmica

O sistema de análise dinâmica para o evento de *Autocross* escolhido foi o de análise estrutural transiente (*Transient Structural*), que permite analisar o comportamento do modelo durante o circuito criado onde varia os carregamentos com o tempo. A **Figura 54** tem-se o esquema de projeto desse tipo de sistema.



**Figura 54** – Esquema de projeto de análise dinâmica para o *Autocross*

Para abranger todo o circuito no tempo de prova de 54,7 segundos, ou seja, em escala real, foram divididos em 8 análises transientes, sempre cuidando para que a análise seguinte carregue dois passos (*steps*) da análise anterior para ocorrer a correcta transição entre ambas e assim sucessivamente. Foram configurados no total:

- Número de passos (*Number of Steps*): 48
- Intervalo de tempo (*Time Step*): 0,05 segundos

As soluções requeridas para essas análises serão:

- Deslocamento Total (*Total Deformation*) de toda a geometria (*All Bodies*) para verificar deslocamentos máximos resultantes;
- Deslocamento Direcional (*Directional Deformation*) nos eixos X, Y e Z para as massas suspensas e não-suspensas;
- Tensão Axial (*Direct Stress*);
- Forças de Reação (*Force Reaction*) no eixo Y - somente 1º Caso.

Os tempos de processamento para simular os resultados para o *Autocross* foi de 1 hora e 40 minutos para o 1º Caso e para o 2º Caso foi de 48 minutos.

Lembrando que, essa análise contemplando todo o percurso será feito por simples razão acadêmica, pois em uma situação real, os projectistas se concentram em situações limites onde o sistema será mais solicitado em termos de carregamentos.

## 4 Resultados

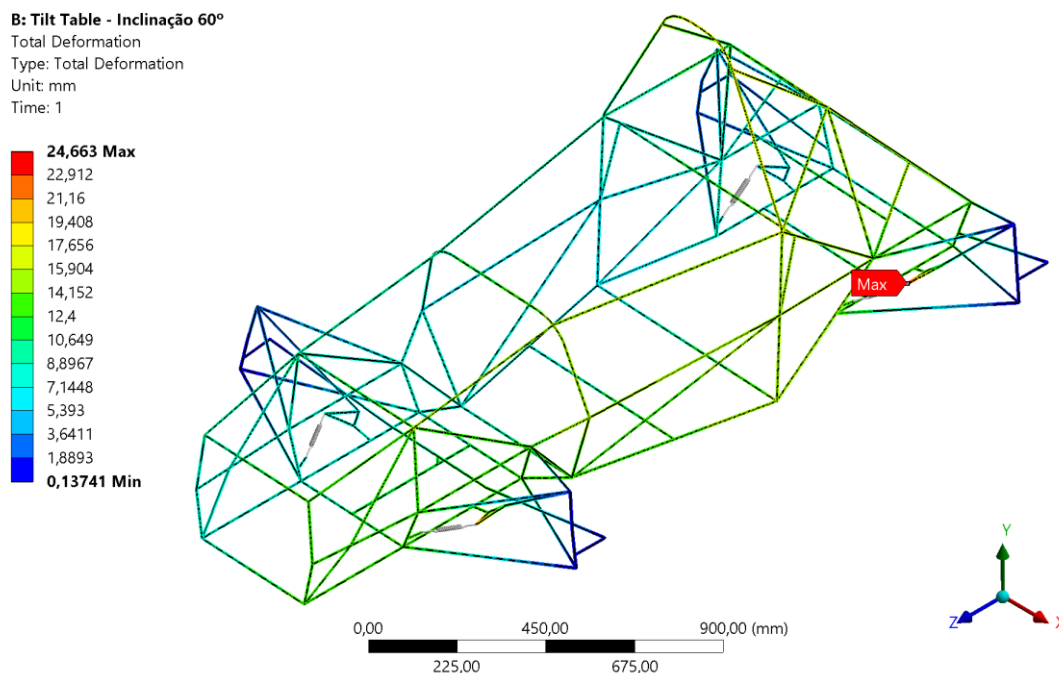
Com todas as condições de fronteira definidas e com os tipos de análises configuradas, é então feito o procedimento de Resolver (*Solve*) do *software*, onde realizará os cálculos computacionais e apresentará em seguida as soluções.

Neste capítulo serão expostos todos os resultados para as situações de *Tilt Table Test*, *SkidPad* e *Autocross* assim serão discutidos a qualidade dessas respostas do *software* comparados ao comportamento esperado do veículo real nessas condições e pela literatura apresentada. Esta é a etapa caracterizada como pós-processamento para o MEF.

### 4.1 *Tilt Table Test* – Resultados

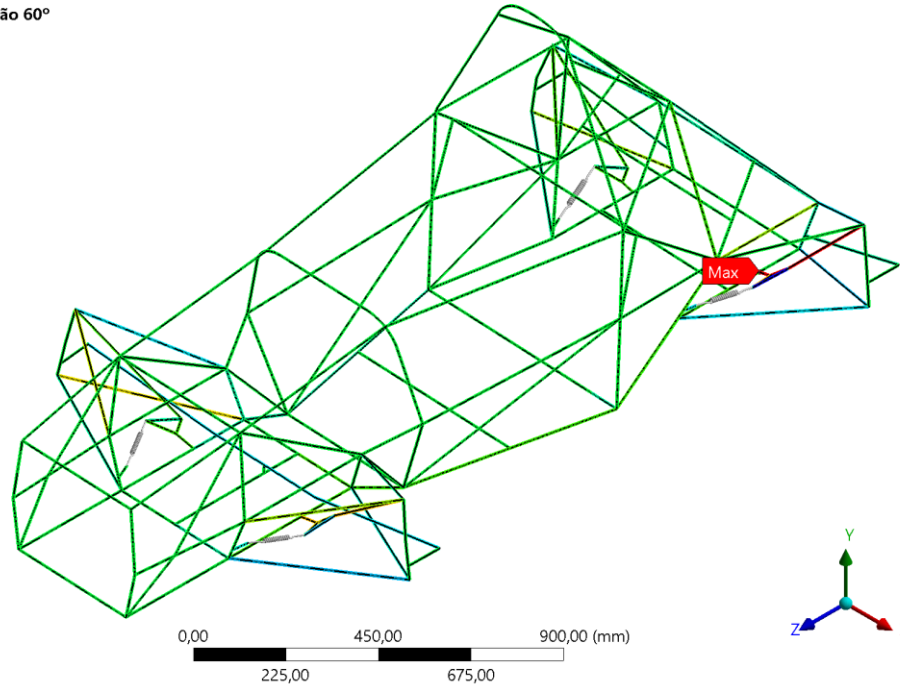
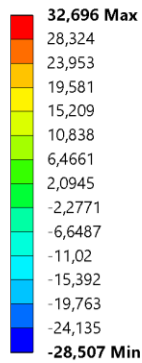
#### 1º Caso

Os resultados das análises estáticas para o 1º Caso onde se tem restrição do movimento nos contactos pneus-solo e com a carga de aceleração da gravidade atuando nas inclinações de 60° e 65° são apresentados em seguida, onde na **Figura 55** tem-se o deslocamento total e na **Figura 56** a tensão axial para a inclinação de 60° enquanto na **Figura 57** e **Figura 58** tem-se o deslocamento total e tensão axial para a inclinação de 65°, respectivamente.



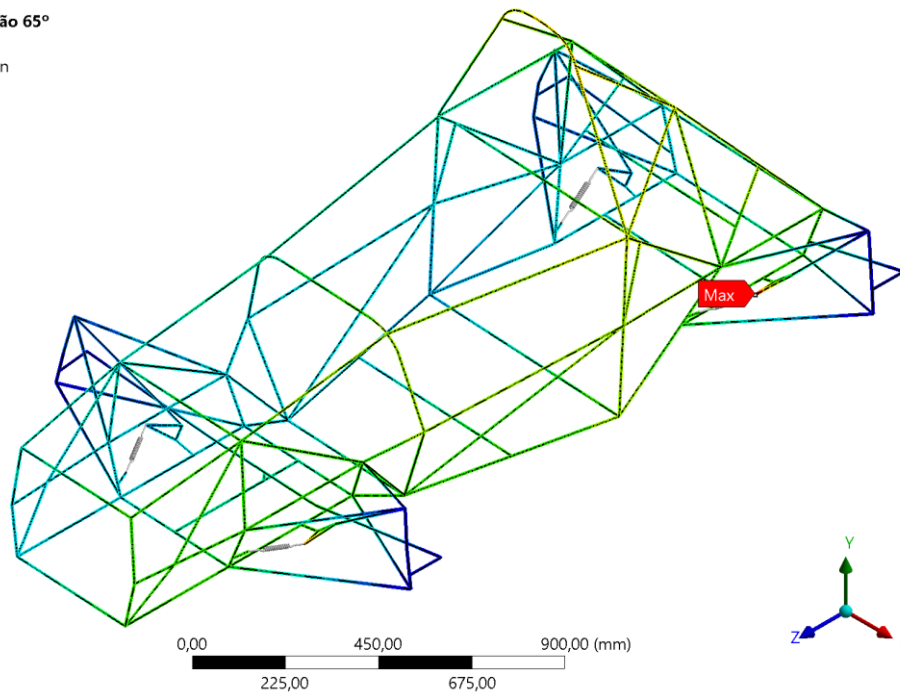
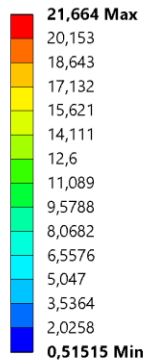
**Figura 55** – Resultado do deslocamento total (Escala 3,4) para o *Tilt Table Test* 60° - 1º Caso

**B: Tilt Table - Inclinação 60°**  
Direct Stress  
Type: Direct Stress  
Unit: MPa  
Time: 1

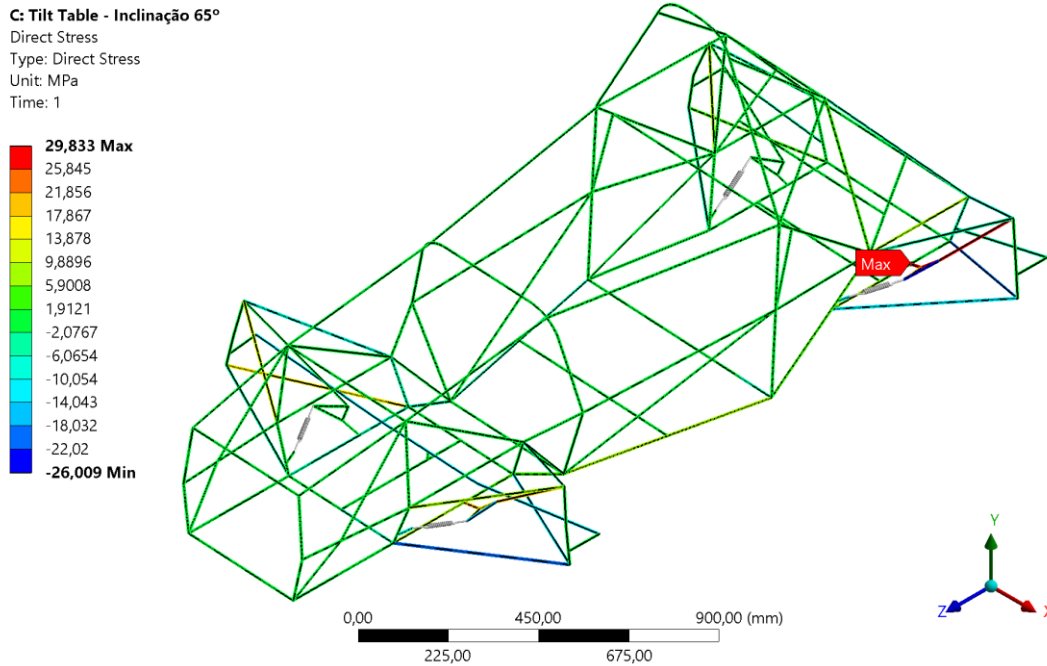


**Figura 56** – Resultado de tensão axial (Escala 3,4) para o *Tilt Table Test 60°* - 1º Caso

**C: Tilt Table - Inclinação 65°**  
Total Deformation  
Type: Total Deformation  
Unit: mm  
Time: 1



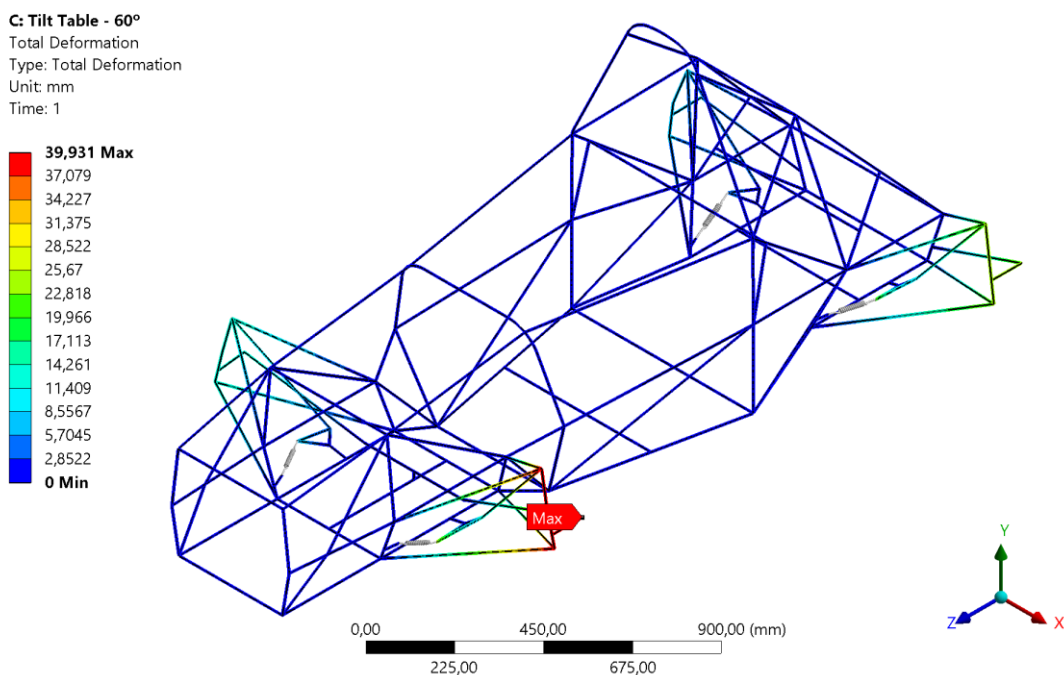
**Figura 57** – Resultado do deslocamento total (Escala 3,9) para o *Tilt Table Test 65°* - 1º Caso



**Figura 58** – Resultado de tensão axial (Escala 3,9) para o *Tilt Table Test 65°* - 1º Caso  
 2º Caso

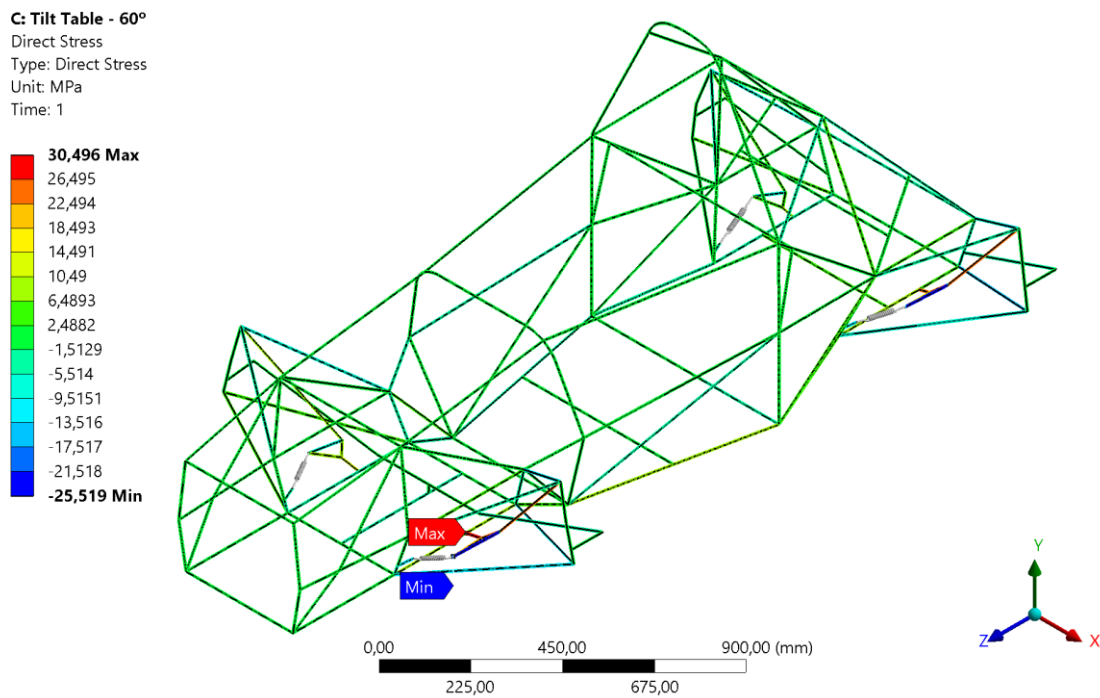
O resultado das análises estáticas para o 2º Caso onde verifica o comportamento da estrutura restringindo o chassis e com os carregamentos aplicados nas suspensões, tanto para inclinação de 60º quanto para 65º, é apresentado nas figuras seguintes.

Na **Figura 59** tem-se a deslocação total (*Total Deformation*) para inclinação 60º.



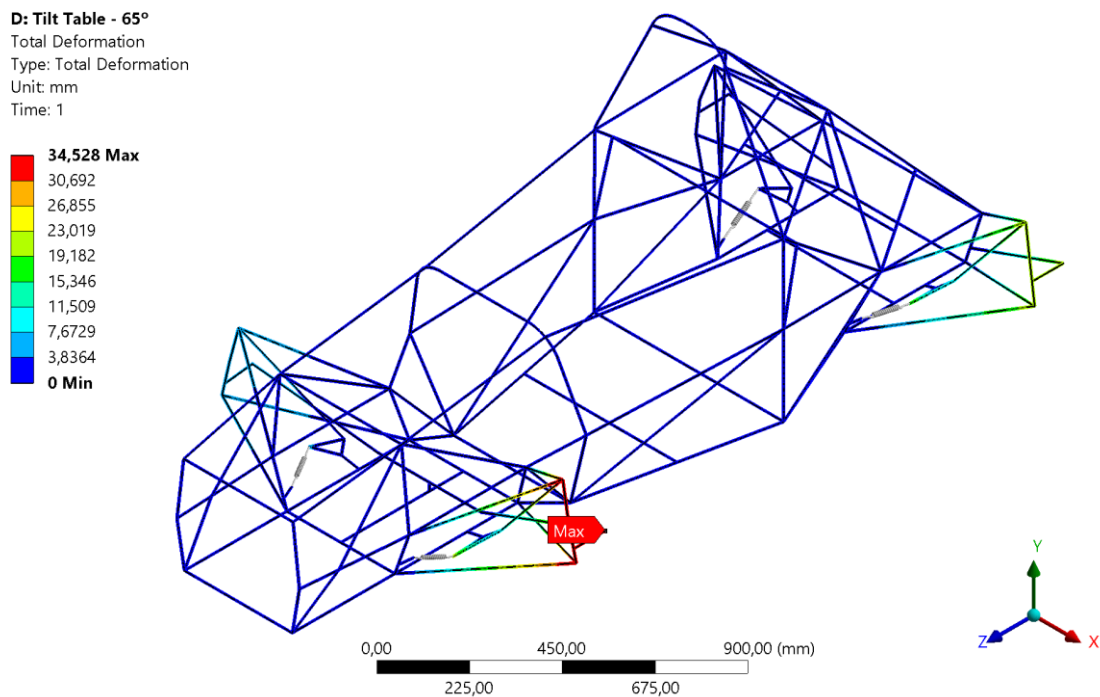
**Figura 59** – Resultado do deslocação total (Escala 3,5) para o *Tilt Table Test 60°* - 2º Caso

Na **Figura 60** tem-se a tensão axial (*Direct Stress*) nas vigas presentes para 60°.



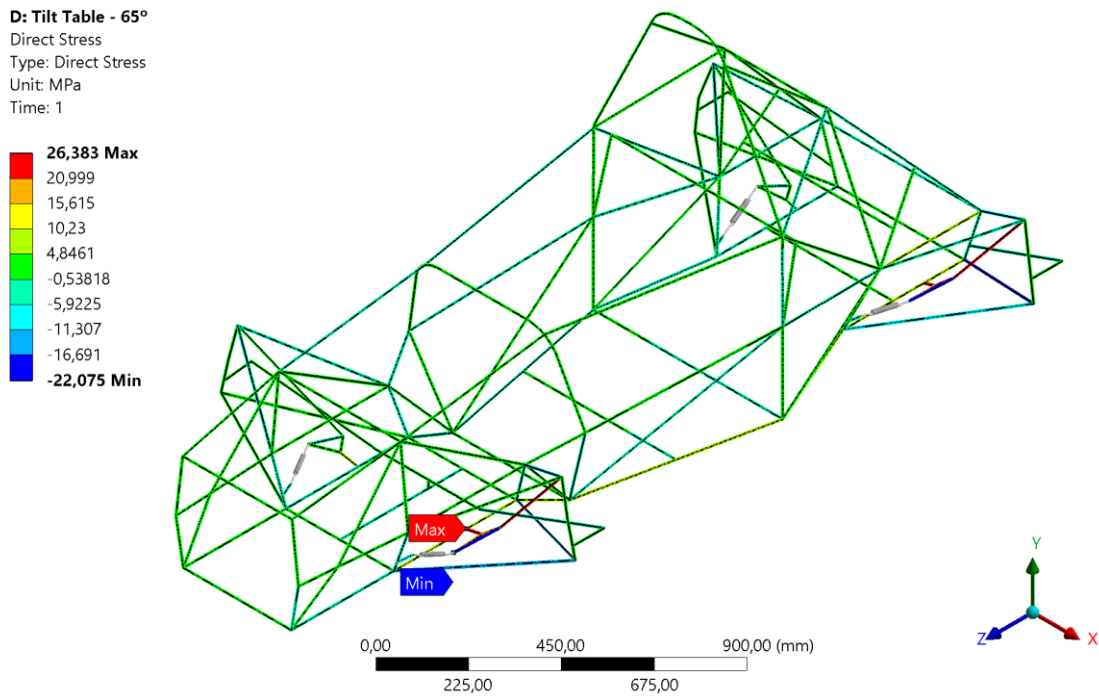
**Figura 60** – Resultado de tensão axial (Escala 3,5) para o *Tilt Table Test* 60° - 2º Caso

Na **Figura 61** tem-se a deslocamento total (*Total Deformation*) para inclinação 65°.



**Figura 61** – Resultado do deslocamento total (Escala 4) para o *Tilt Table Test* 65° - 2º Caso

Na **Figura 62** tem-se a tensão axial (*Direct Stress*) nas vigas presentes para 65°.



**Figura 62** – Resultado de tensão axial (Escala 4) para o *Tilt Table Test* 65° - 2° Caso

Resumo

Na **Tabela 16** tem-se todos os resultados compilados para uma melhor visualização.

**Tabela 16** – Síntese dos resultados para o *Tilt Table Test*

Soluções			1° Caso	2° Caso
Deslocamento Máximo [mm]	60°		24,663	39,931
	65°		21,664	34,528
Tensão Axial [MPa]	60°	Máximo	32,696	30,496
		Mínimo	-28,507	-25,519
	65°	Máximo	29,833	26,383
		Mínimo	-26,009	-22,075
Força de Reação Y [N]	60°	Roda Frente Direita	63,38	-
		Roda Frente Esquerda	560	-
		Roda Trás Direita	93	-
		Roda Trás Esquerda	800,3	-
	65°	Roda Frente Direita	17,3	-
		Roda Frente Esquerda	533,7	-
		Roda Trás Direita	-3,32	-
		Roda Trás Esquerda	736,9	-

## 4.2 Skidpad – Resultados

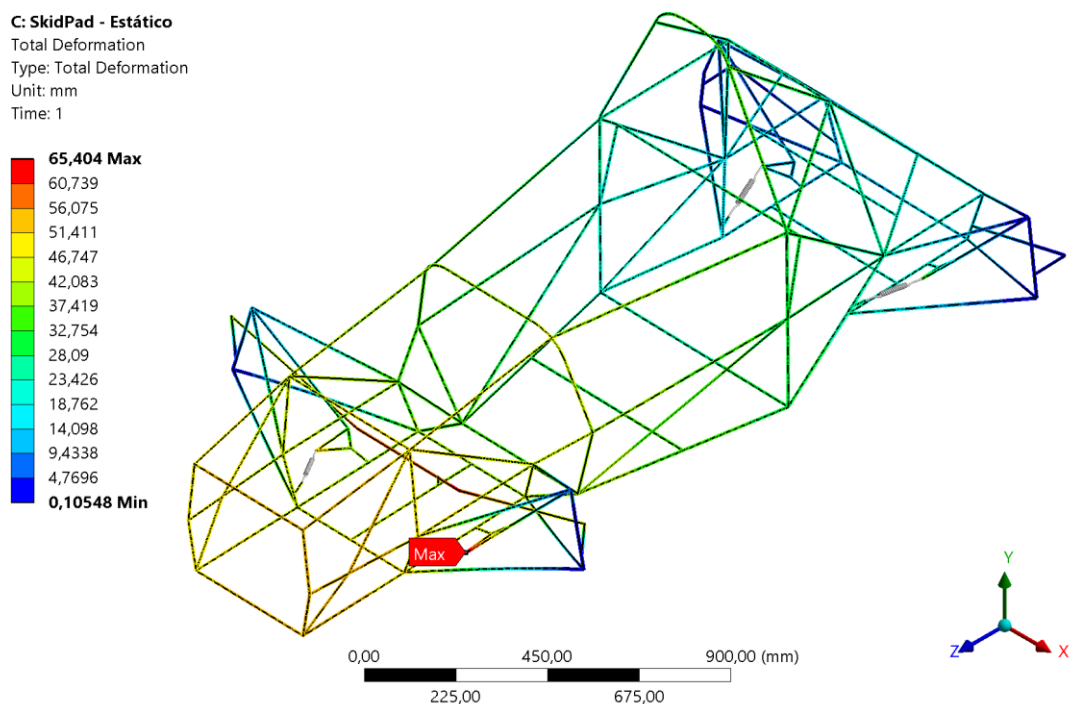
Apresenta-se nessa secção os resultados para as análises estática e dinâmicas realizadas para o *SkidPad*.

### 4.2.1 Análise Estática – *SkidPad*

Como já descrito, para proceder com as análises dinâmicas modal e de resposta harmônica, desenvolveu-se um modelo estático com restrições de teste e carregamentos já calculados para que as soluções encontradas configurem as análises subsequentes, carregando os dados de pré-tensões para as mesmas (*Pre-Stress Environment*).

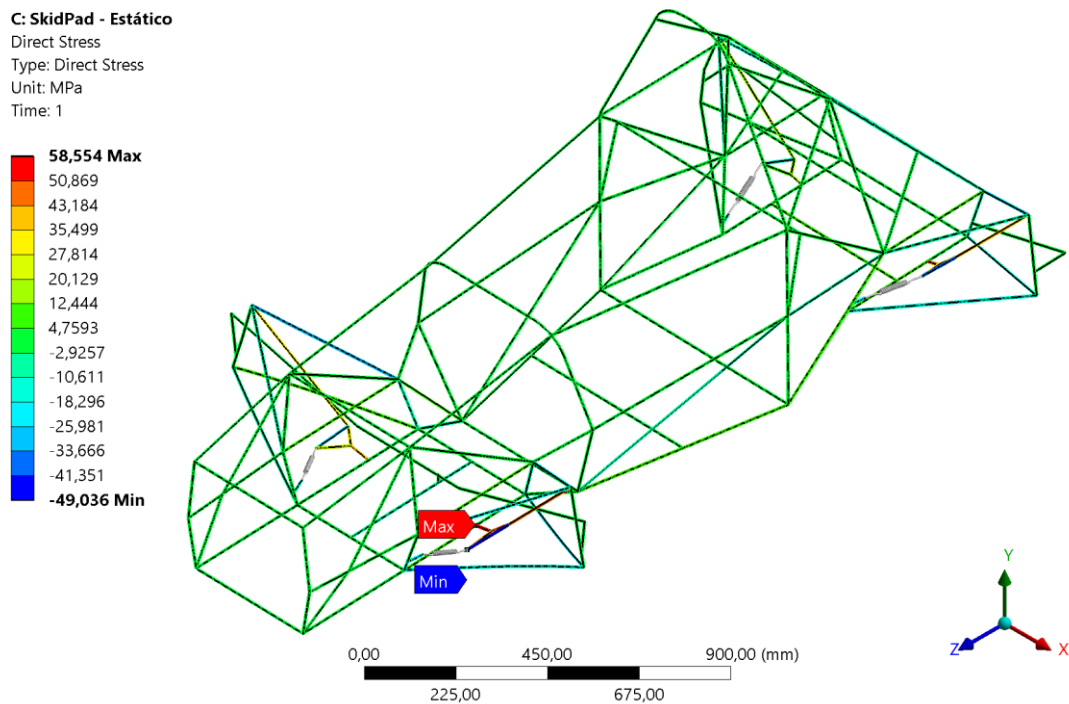
#### 1º Caso

O resultado da análise estática para o 1º Caso para o evento de *SkidPad* numa curva à direita em regime estacionário está apresentado na **Figura 63**.



**Figura 63** – Resultado de deformação total (Escala 2,3) para o *SkidPad* - 1º Caso

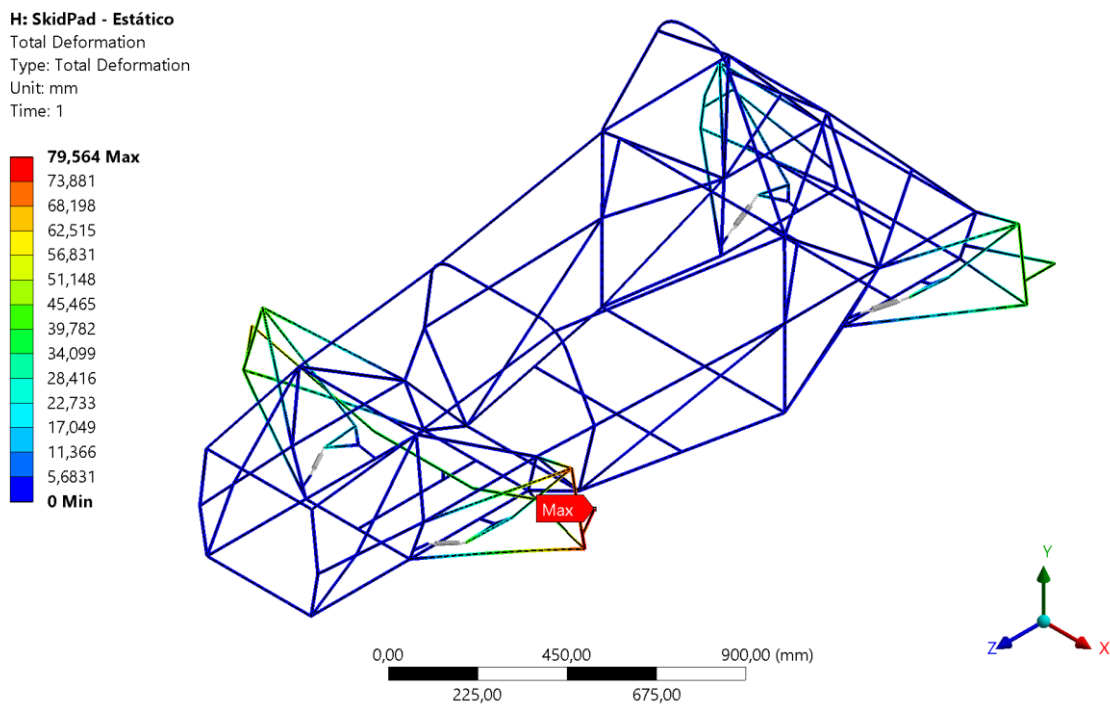
Na **Figura 64** tem-se a tensão axial (*Direct Stress*) nas vigas presentes para o 1º Caso.



**Figura 64** – Resultado de tensão axial (Escala 2,3) para o *SkidPad* - 1º Caso

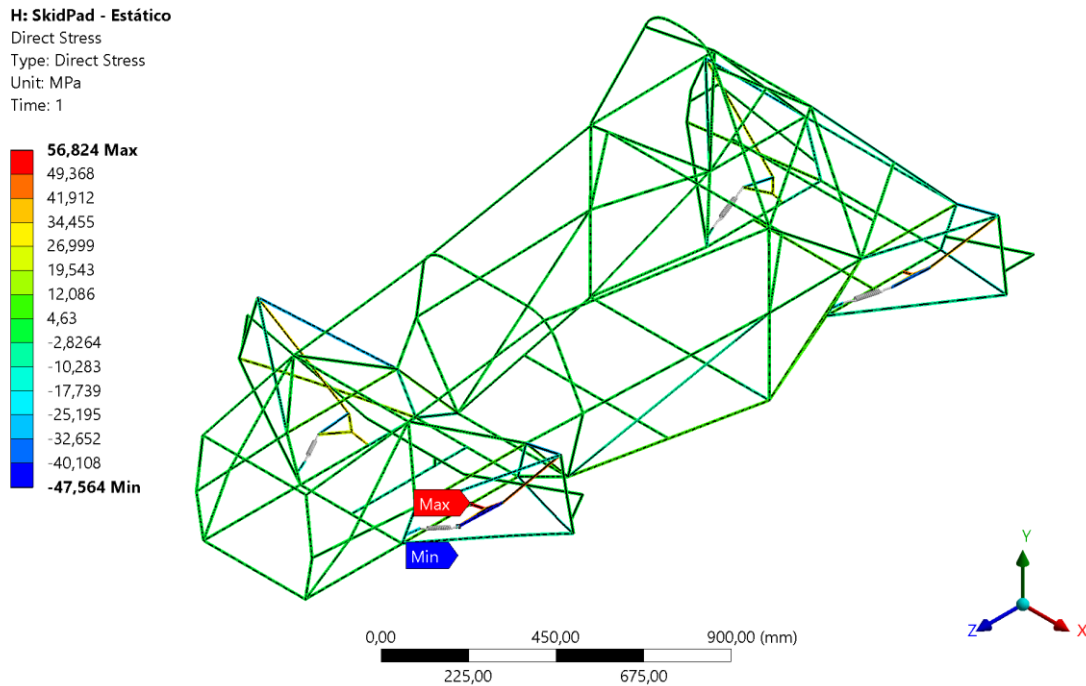
## 2º Caso

O resultado da análise estática para o 2º Caso para o evento de *SkidPad* está apresentado na **Figura 65**.



**Figura 65** – Resultado de deformação total (Escala 1,9) para o *SkidPad* - 2º Caso

Na **Figura 66** tem-se a tensão axial (*Direct Stress*) nas vigas para o 2º Caso.



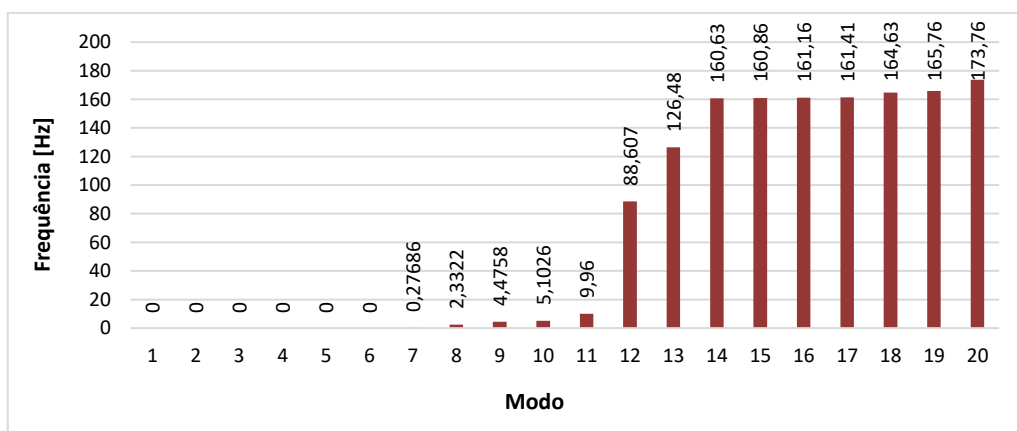
**Figura 66** – Resultado de tensão axial (Escala 1,9) para o *SkidPad* - 2º Caso

#### 4.2.2 Análise Modal – *SkidPad*

Para a análise modal, como já descrito, foram encontrados os 20 primeiros modos naturais, sendo que as seis primeiras são iguais a zero, no qual correspondem aos modos de vibração conhecidos como modos de corpo rígido, portanto, são desconsiderados.

##### 1º Caso

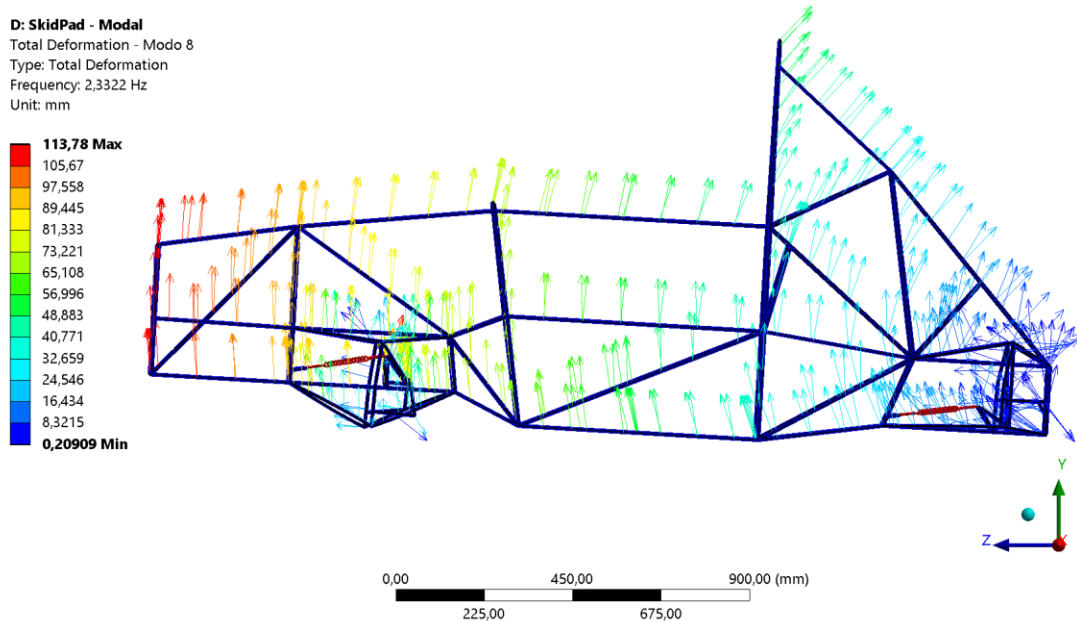
Na **Figura 67** tem-se no gráfico apresentado esses modos de vibrações naturais para o 1º Caso.



**Figura 67** – Gráfico dos resultados dos modos naturais para o *SkidPad* - 1º Caso

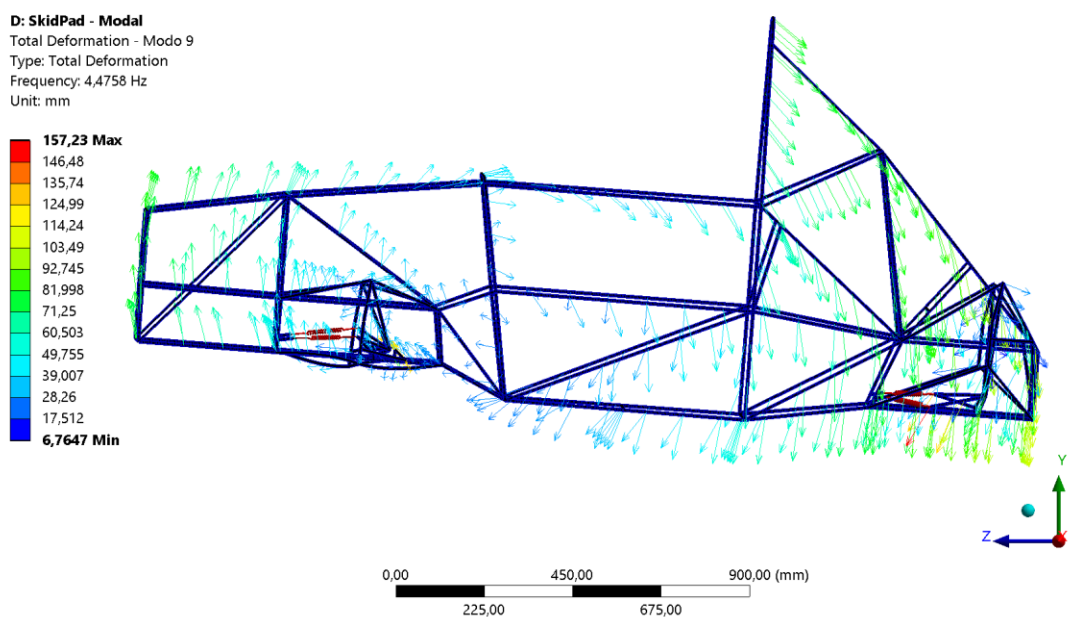
Depois de uma análise prévia, foram desconsideradas as frequências acima do modo 11 que apresentam valores mais altos, foram escolhidos para serem avaliados os modos de 8 a 11.

Na **Figura 68** tem-se a deformação da estrutura no modo 8 em que a frequência é de 2,33Hz e o deslocamento máximo foi de 113,78mm caracterizado por um movimento de *bounce*.



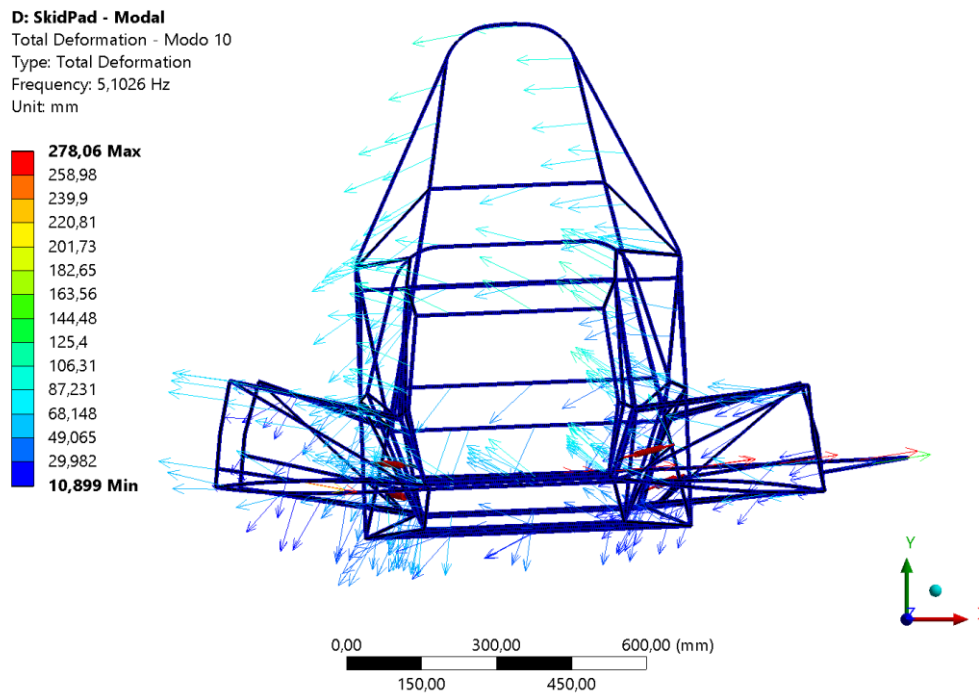
**Figura 68** – Resultado do modo 8 (Escala 1,3) para o *SkidPad* - 1º Caso

Na **Figura 69** tem-se apresentado deformação da estrutura no modo 9 em que a frequência é de 4,48Hz e o deslocamento máximo foi de 157,23mm caracterizado por um movimento de *pitch*.



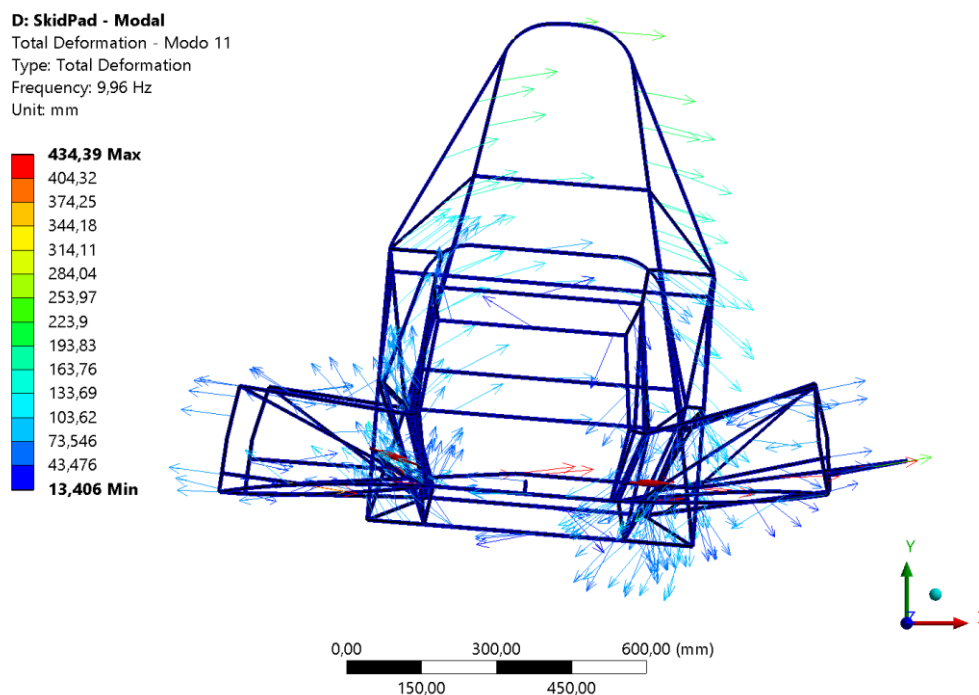
**Figura 69** – Resultado do modo 9 (Escala 1,1) para o *SkidPad* - 1º Caso

Na **Figura 70** tem-se a deformação da estrutura no modo 10 em que a frequência é de 5,10Hz e o deslocamento máximo foi de 278,06mm caracterizado por um movimento de *roll*.



**Figura 70** – Resultado do modo 10 (Escala 0,51) para o *SkidPad* - 1º Caso

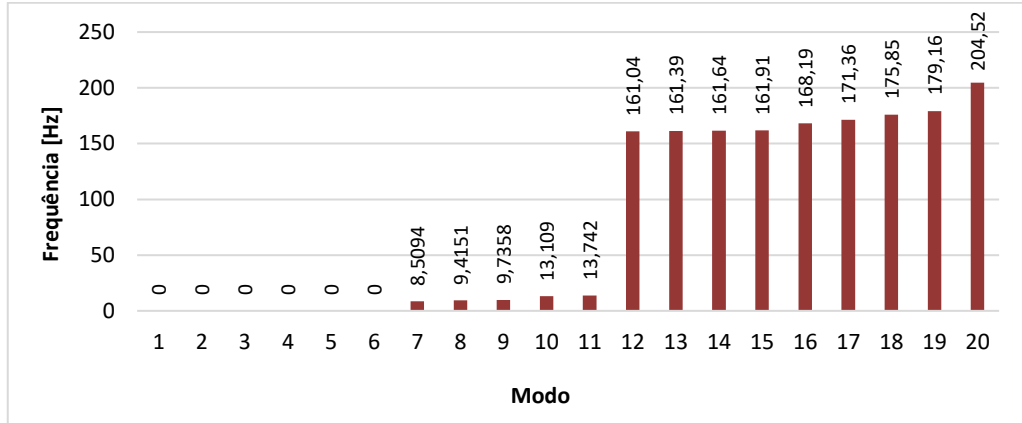
Na **Figura 71** tem-se a deformação da estrutura no modo 11 em que a frequência é de 9,96Hz e o deslocamento máximo foi de 434,39mm caracterizado por um movimento de *roll*.



**Figura 71** – Resultado do modo 11 (Escala 0,33) para o *SkidPad* - 1º Caso

## 2º Caso

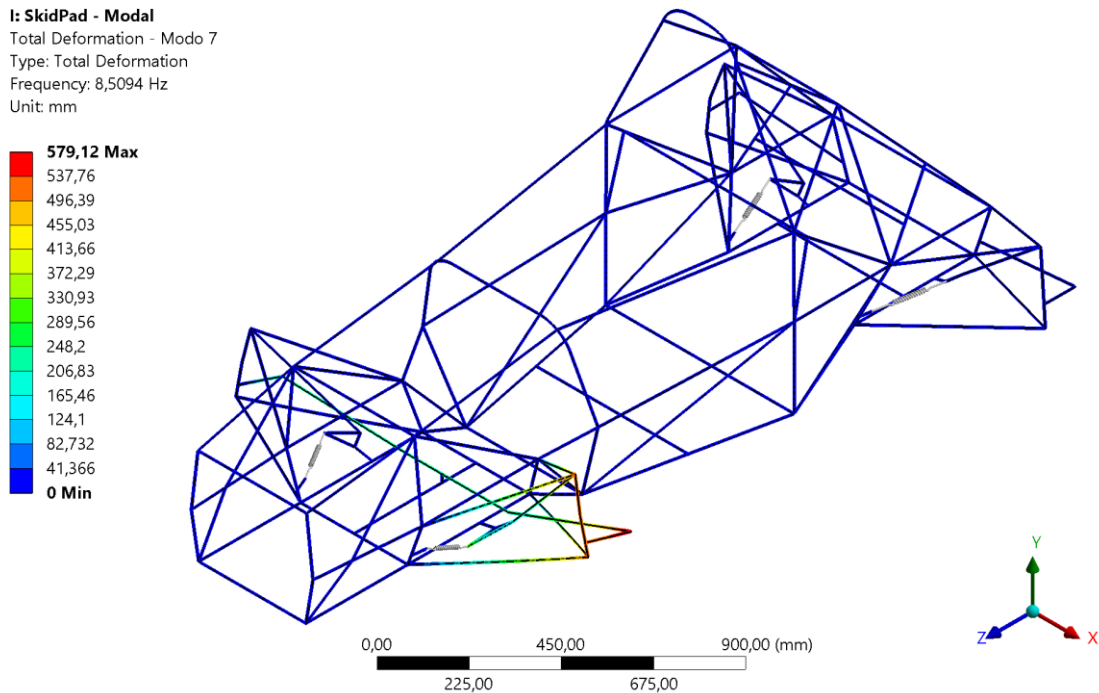
De forma análoga ao anteriormente exposto, para o 2º Caso, apresenta-se na **Figura 72** os modos de vibrações naturais para esse caso.



**Figura 72** – Gráfico dos resultados dos modos naturais para o *SkidPad* - 2º Caso

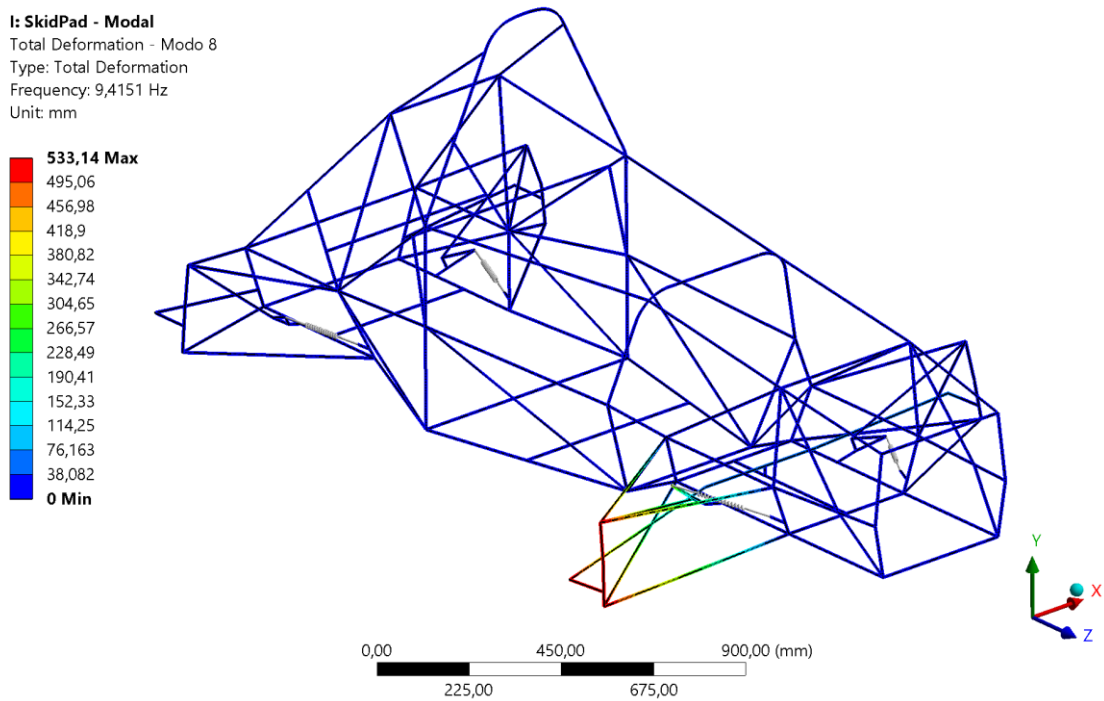
Da mesma forma que o caso anterior, foram desconsideradas as frequências acima do modo 11 que apresentavam valores mais altos, foram escolhidos para serem avaliados os modos 7, 8, 10 e 11.

Na **Figura 73** tem-se apresentado a deformação da estrutura no modo 7 em que a frequência é de 8,51Hz e o deslocamento máximo foi de 579,12mm e age na suspensão frontal esquerda.



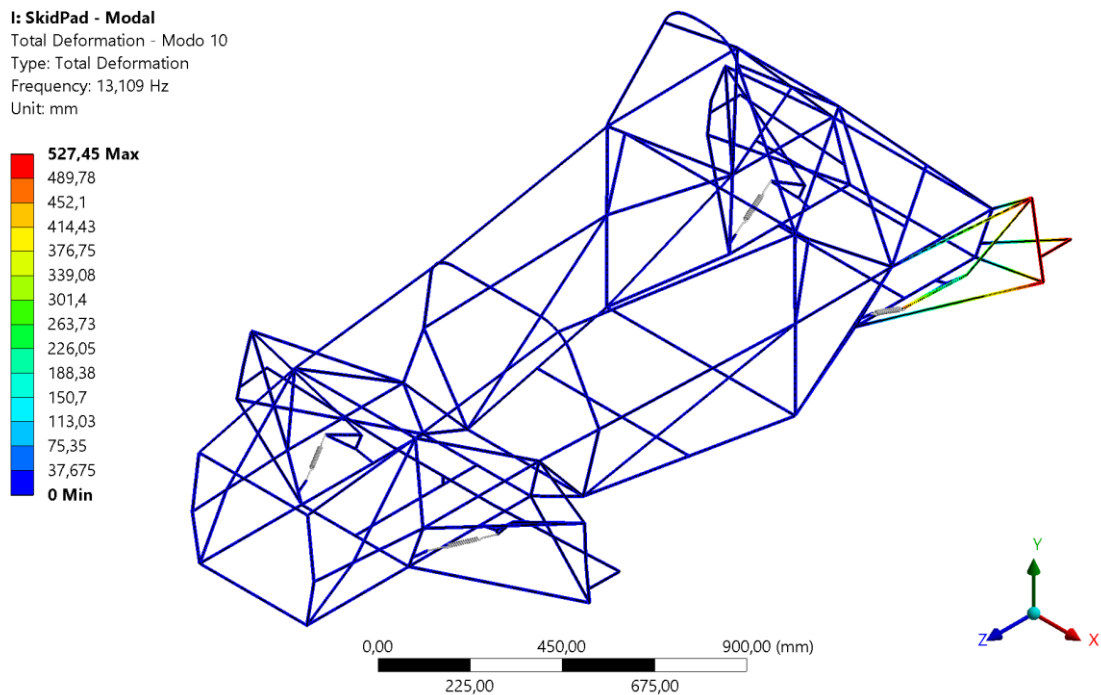
**Figura 73** – Resultado do modo 7 (Escala 0,25) para o *SkidPad* - 2º Caso

Na **Figura 74** tem-se a deformação da estrutura no modo 8 em que a frequência é de 9,42Hz e o deslocamento máximo foi de 533,14mm e age na suspensão frontal direita.



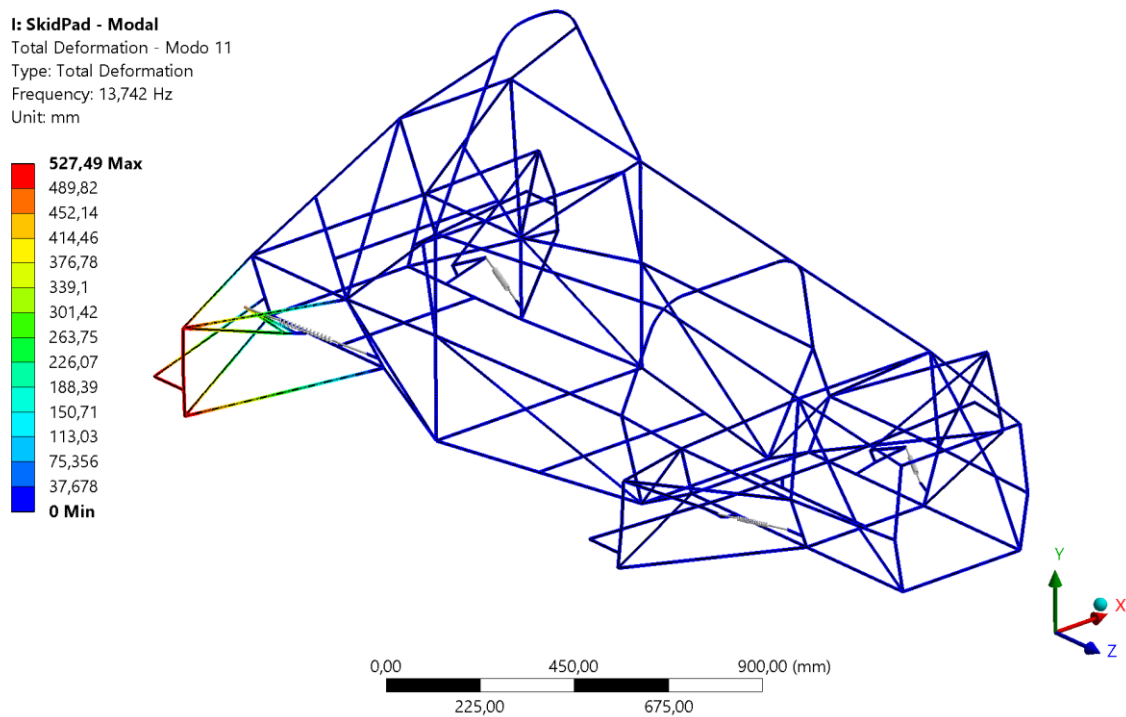
**Figura 74** – Resultado do modo 8 (Escala 0,26) para o *SkidPad* - 2º Caso

Na **Figura 75** tem-se a deformação da estrutura no modo 10 em que a frequência é de 13,11Hz e o deslocamento máximo foi de 527,45mm e age na suspensão traseira esquerda.



**Figura 75** – Resultado do modo 10 (Escala 0,26) para o *SkidPad* - 2º Caso

E na **Figura 76** tem-se a deformação da estrutura no modo 11 em que a frequência é de 13,74Hz e o deslocamento máximo foi de 527,49mm e age na suspensão traseira direita.



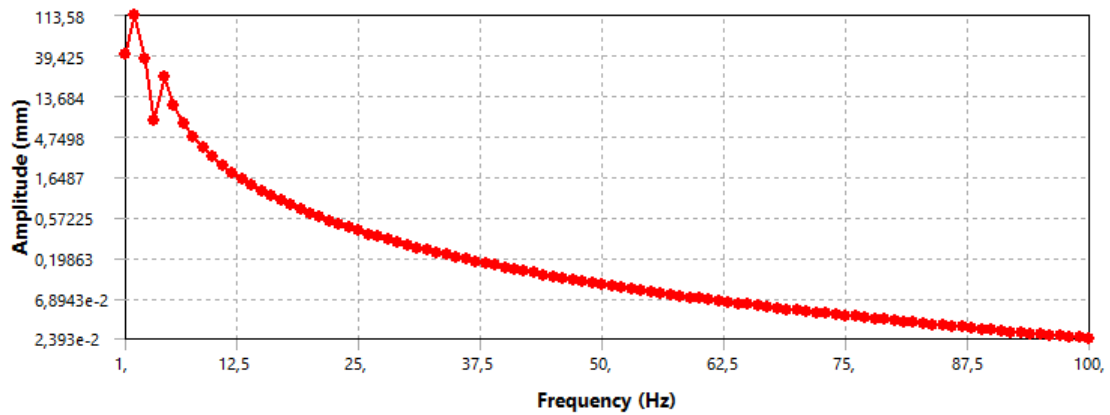
**Figura 76** – Resultado do modo 11 (Escala 0,26) para o *SkidPad* - 2º Caso

### 4.2.3 Análise de Resposta Harmônica – *SkidPad*

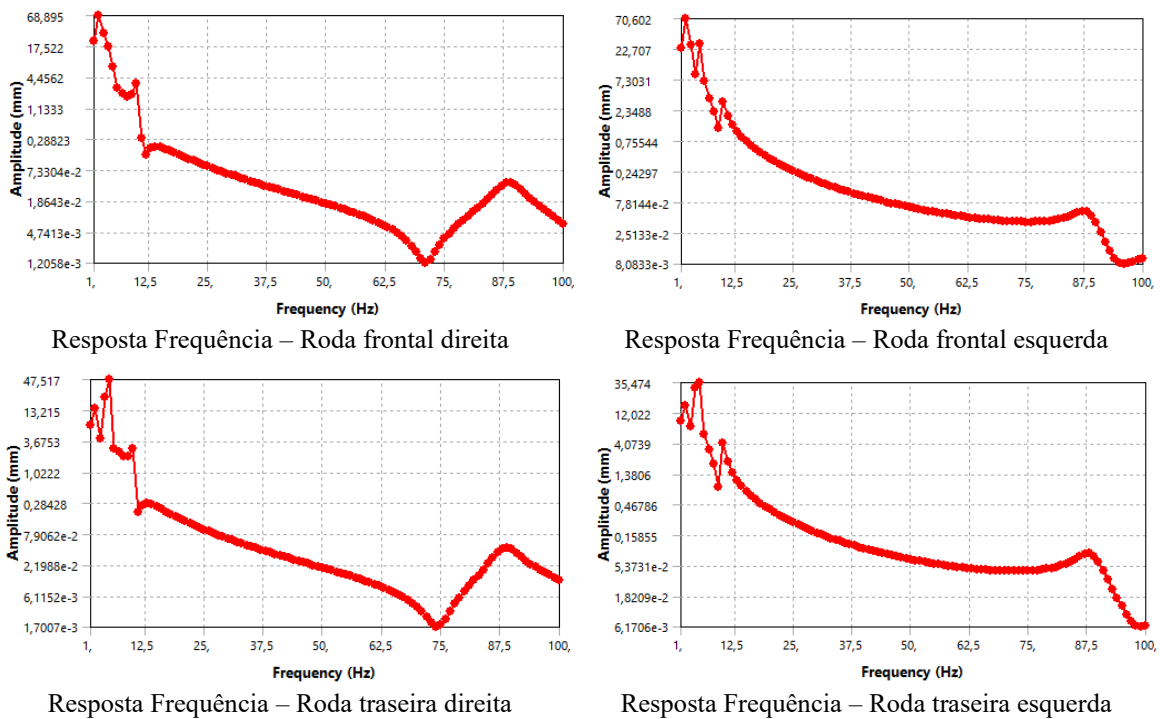
Para a análise de Resposta Harmônica, após correr a solução com as cargas fixas e variando as frequências de 0 a 100Hz, pôde obter as frequências que mais influenciam na estrutura no eixo Y (*ride*) tanto para o 1º Caso quanto para o 2º Caso.

#### 1º Caso

Na **Figura 77** tem-se apresentado o gráfico da resposta harmônica fornecido pelo *software* da massa suspensa, ou seja, do chassis.



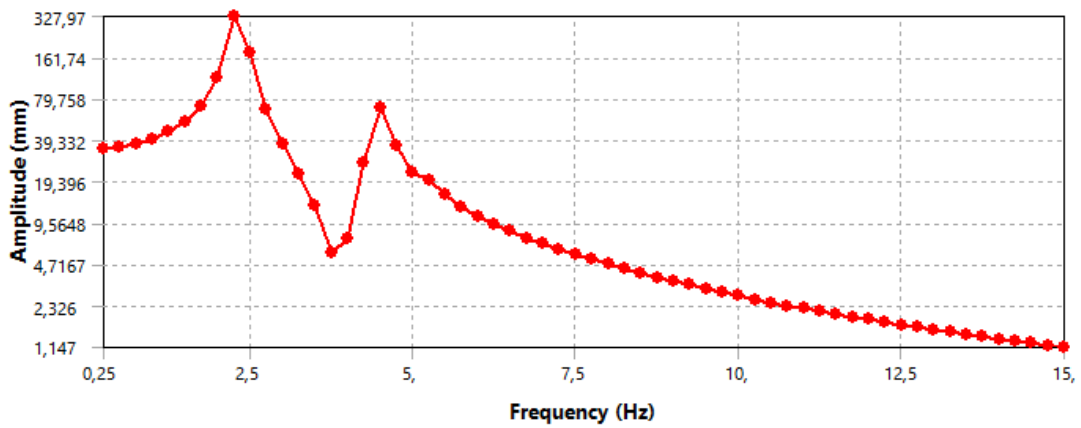
**Figura 77** – Resultado da resposta harmônica da massa suspensa para o *SkidPad* - 1º Caso  
 E na **Figura 78** são apresentados os gráficos das respostas harmônicas para as massas não-suspensas do 1º Caso, ou seja, para cada suspensão do veículo.



**Figura 78** – Respostas harmônicas para as massas não-suspensas - 1º Caso

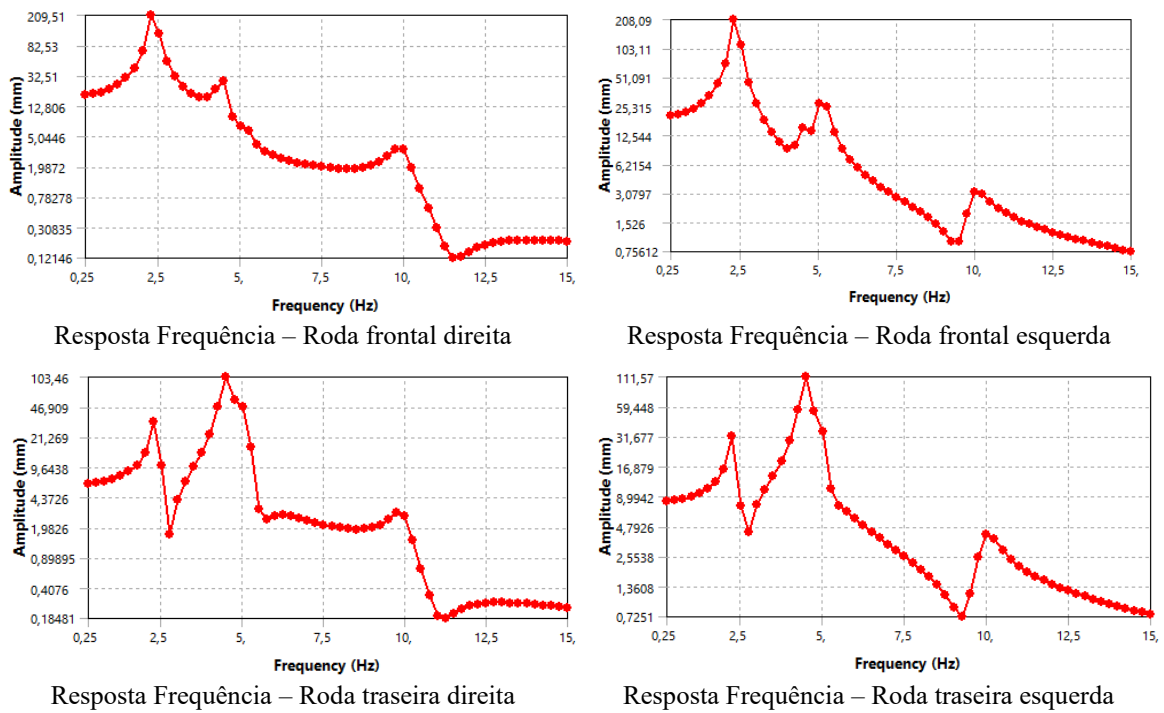
Após análise prévia pode-se notar que os resultados acima da frequência de 15Hz são muito próximas de zero, dessa forma, pode-se proceder com a ampliação desses gráficos afim de obter uma maior resolução e aproximar os pontos de pico às frequências da análise modal e constatar que as mesmas coincidam. Foi configurado portanto, uma faixa de frequência de 15Hz e 60 intervalos de solução.

Na **Figura 79** tem-se essa ampliação para o gráfico da massa suspensa.



**Figura 79** – Resposta harmônica ampliada para a massa suspensa - 1º Caso

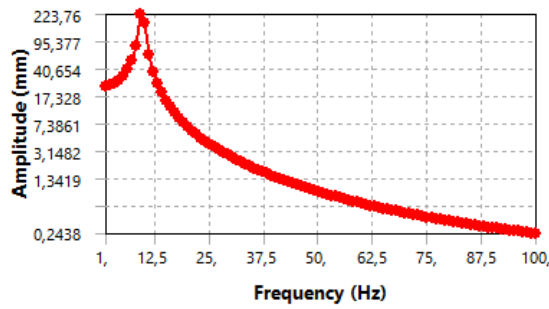
Na **Figura 80** encontra-se as ampliações dos gráficos para as massas não-suspensas para o 1º Caso.



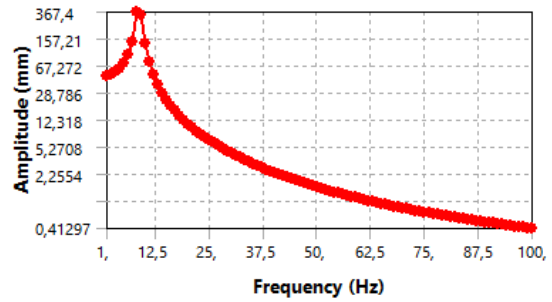
**Figura 80** – Respostas harmônicas ampliadas para as massas não-suspensas - 1º Caso

## 2º Caso

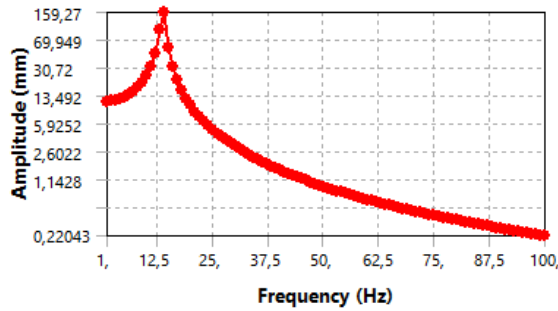
Para o 2º Caso apresenta-se na **Figura 81** as respostas harmônicas das suspensões. Nesse caso, não sendo avaliado a massa suspensa.



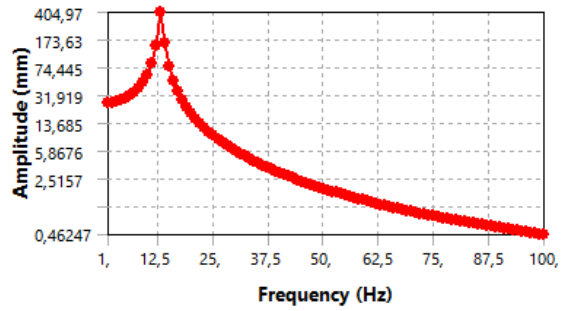
Resposta Frequência – Roda frontal direita



Resposta Frequência – Roda frontal esquerda



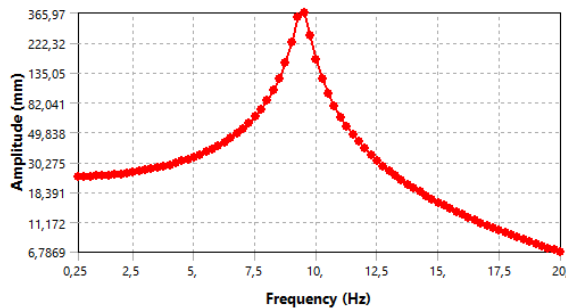
Resposta Frequência – Roda traseira direita



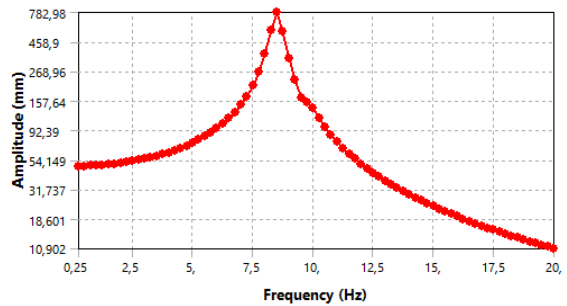
Resposta Frequência – Roda traseira esquerda

**Figura 81** – Respostas harmônicas para as massas não-suspensas - 2º Caso

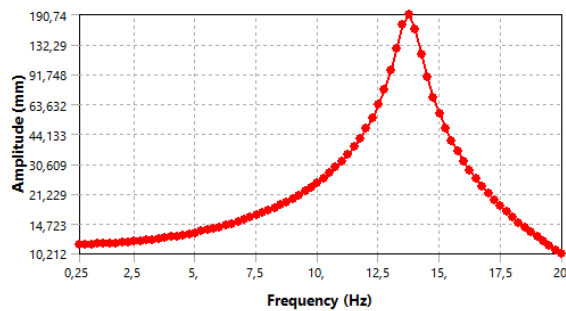
Na **Figura 82** apresenta esses gráficos ampliados em uma faixa de 20Hz e 80 intervalos de solução afim de obter respostas mais aproximadas.



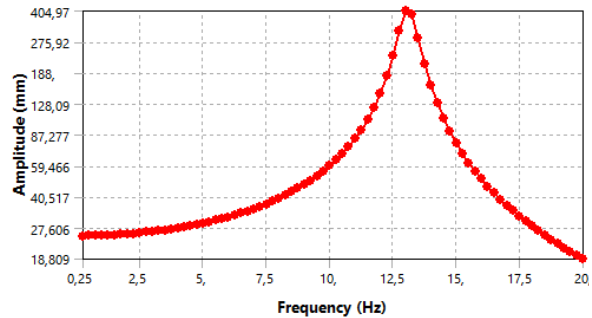
Resposta Frequência – Roda frontal direita



Resposta Frequência – Roda frontal esquerda



Resposta Frequência – Roda traseira direita



Resposta Frequência – Roda traseira esquerda

**Figura 82** – Respostas harmônicas ampliadas para as massas não-suspensas - 2º Caso

## Resumo

Para o 1º Caso, tomando por base a **Figura 79**, observa-se que as frequências de 2,25Hz e 4,5Hz apresentam maiores amplitudes para a massa suspensa enquanto que pela Figura 80, além das frequências de 2,25Hz e 4,5Hz, as de mais importância são 9,75Hz para as rodas do lado direito e 10Hz para as rodas do lado esquerdo.

Da mesma forma, para o 2º Caso, observa-se pela **Figura 82** que as frequências de 8,5Hz, 9,5Hz, 13Hz e 13,25Hz são as de maiores amplitudes para a roda frontal esquerda, roda frontal direita, roda traseira esquerda e roda traseira direita, respectivamente.

Para uma melhor análise geral, compilou-se todos esses resultados na **Tabela 17**.

**Tabela 17** – Síntese dos resultados para o evento *SkidPad*

Análises	Soluções			1º Caso	2º Caso	
Análise Estática	Deslocamento Máximo [mm]			65,40	79,56	
	Tensão Axial [MPa]		Máximo	58,55	56,82	
			Mínimo	-49,04	-47,56	
	Força de Reação Y [N]	Roda Frente Direita		579,82	-	
		Roda Frente Esquerda		1073	-	
Roda Trás Direita		345,47	-			
Roda Trás Esquerda		1037,3	-			
Análise Modal	Modo 8 [Hz]	2,33	<i>Bounce</i>	Deslocamento Total [mm]	113,78	-
	Modo 9 [Hz]	4,48	<i>Pitch</i>		157,23	-
	Modo 10 [Hz]	5,10	<i>Roll</i>		278,06	-
	Modo 11 [Hz]	9,96	<i>Roll</i>		434,39	-
	Modo 7 [Hz]	8,51	Susp. Frontal Esq.		-	579,12
	Modo 8 [Hz]	9,42	Susp. Frontal Dir.		-	533,14
	Modo 10 [Hz]	13,11	Susp. Trás Esq.		-	527,45
	Modo 11 [Hz]	13,74	Susp. Trás Dir.		-	527,49
Análise de Resposta Harmônica	Frequência [Hz]	2,25	Massa Suspensa	Amplitude Y [mm]	327,97	-
			Susp. Frontal Esq.		209,51	-
			Susp. Frontal Dir.		208,09	-
			Susp. Trás Esq.		31,89	-
			Susp. Trás Dir.		31,97	-
		4,5	Massa Suspensa		69,12	-
			Susp. Frontal Dir.		27,79	-
			Susp. Frontal Esq.		15,16	-
			Susp. Trás Dir.		103,46	-
			Susp. Trás Esq.		111,57	-
		9,75	Susp. Frontal Dir.		3,42	-
			Susp. Trás Dir.		2,93	-
		10	Susp. Frontal Esq.		3,21	-
			Susp. Trás Esq.		4,11	-
		8,5	Susp. Frontal Esq.		-	782,98
		9,5	Susp. Frontal Dir.		-	365,97
13	Susp. Trás Esq.	-	404,97			
13,25	Susp. Trás Dir.	-	125,74			

### 4.3 *Autocross* – Resultados

Na análise transiente para o *Autocross*, as soluções geraram tantos pontos de resultados quantos foram configurados no incremento de tempo (*Time Step*), nesse caso, os 54,7 segundos de prova foram divididos em intervalos de 0,05 segundo gerando com isso, 1089 pontos de valores para cada solução requerida, tanto para o 1º Caso quanto para o 2º Caso. Com esses valores é possível avaliar o modelo de muitas formas diferentes dependendo da finalidade que se destina a análise. Serão apresentados em seguida somente os resultados de interesse para comparar com a teoria desenvolvida.

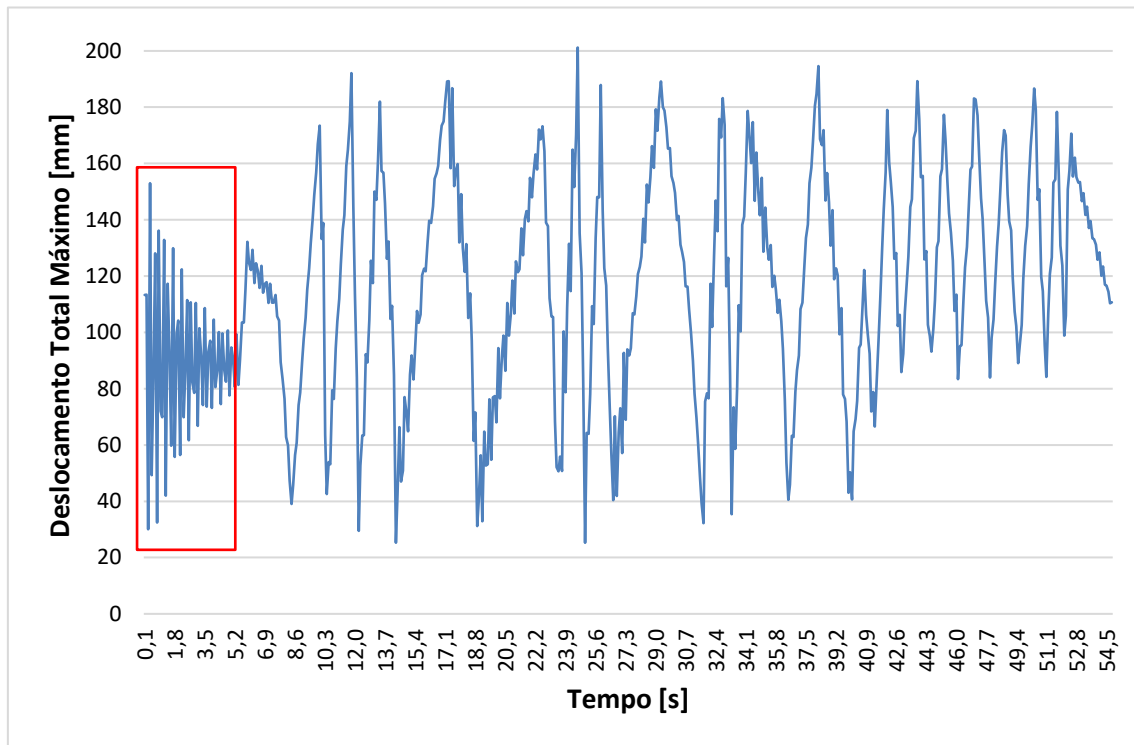
#### 1º Caso

Para o 1º Caso, primeiramente, pode-se recordar da **Tabela 12** que as restrições impostas ao modelo nas condições de contorno são escolhidas devido ao fato de as cargas nessa análise variarem com o tempo em todas as direções e, caso assim não fossem atribuídos, o modelo apresentaria translações nas suas soluções, desqualificando os resultados, mas devido a estas restrições fixas em todas as direções, os deslocamentos oriundos das análises transientes apresentam-se muito menores que deveriam ser na realidade, pois quanto mais restrição aos nós, menor os deslocamentos.

Então, para corrigir esse deslocamento e tentar aproximar ao máximo dos valores encontrados nas análises dos eventos anteriores, faz-se uso de um ‘fator de correção’, que será encontrado com base no primeiro sistema de análise do *Tilt Table Test*, onde, conforme explicado, aplicou-se somente a aceleração gravitacional, *i.e.* peso próprio, para afinar o modelo, resultando em uma distância do chassi ao solo de 25,54mm. Dessa forma, para a análise transiente, buscou-se a situação onde era aplicado carga nessas mesmas condições para obter um deslocamento direcional em Y. Essas condições são encontradas no intervalo de 2,5 a 5,5s de prova conforme **Tabela 15**, e o deslocamento encontrado foi de -6,23mm, portanto, da razão do valor afinado para o encontrado nessa análise (25,54/6,23), apresenta um fator de 4,1, onde será multiplicado esse valor com os resultados encontrados para deslocamentos, fazendo assim uma aproximação com os modelos das análises anteriores. Esse ‘fator’ criado só é possível pois todas as variáveis geométricas são iguais assim como as condições de fronteira, exceptuando as fixações e os carregamentos, por isso foi preciso buscar uma situação onde teoricamente, as respostas dos modelos de uma análise para outra fossem iguais.

Com as considerações anteriores, apresenta, conforme mencionado na secção 3.3.2.3, as soluções de deslocamentos totais (*Total Deformation*) em toda a geometria afim de averiguar qual peça ou peças tem maior deslocamento relativo, ou seja, sua mobilidade em relação ao ponto inicial onde não há carregamentos.

Na **Figura 83** apresenta um gráfico dos deslocamentos totais pelo tempo no 1º Caso.



**Figura 83** – Gráfico do deslocamento total máximo pelo tempo no evento *Autocross* - 1º Caso

O maior deslocamento encontrado foi 201,20mm encontrado no *rocker arm* da suspensão traseira no tempo de 24,6s de prova numa curva à esquerda.

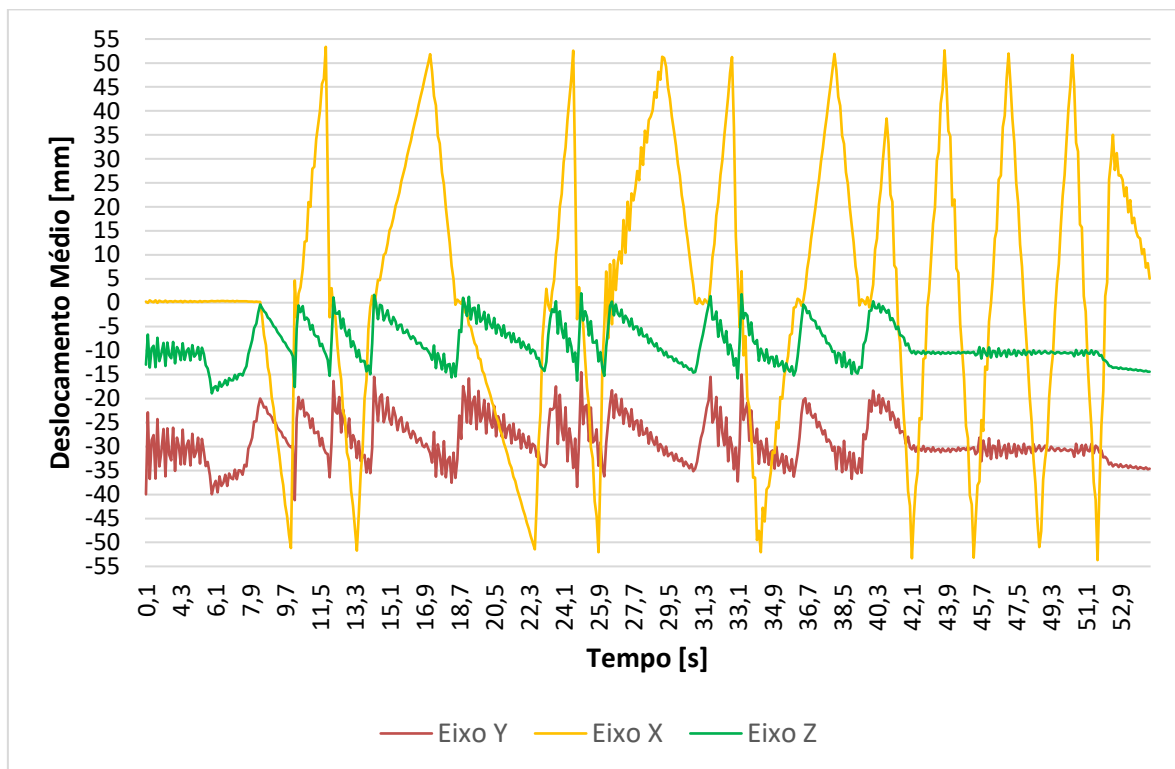
É importante apresentar uma particularidade imposta na análise transiente pelo *software*, que divide o primeiro passo em 2 sendo uma condição, nessa divisão, em um primeiro momento, por um dado tempo (configurável), todas as condições de carregamento são nulas, fazendo que a análise parta de uma condição inicial nula. Dessa forma, no instante após, na segunda parte desse passo, há a aplicação do primeiro carregamento calculado e configurado na análise, tendo assim, uma oscilação da estrutura causado por esse motivo, onde parte de uma situação nula para uma em que há aplicação de cargas num curto espaço de tempo.

Esse dado pode ser constatado ao analisar todas as figuras com gráficos de resultados do 1º Caso, onde vê-se essa oscilação, na **Figura 83** tem em detalhe destacado essa ocorrência

no início do gráfico. Sendo assim, para tentar estabilizar ao máximo a estrutura para uma análise próxima da realidade, aplicou um tempo maior na primeira situação de carregamento, ou seja, na etapa de largada da prova quando está sujeito a cargas de peso próprio.

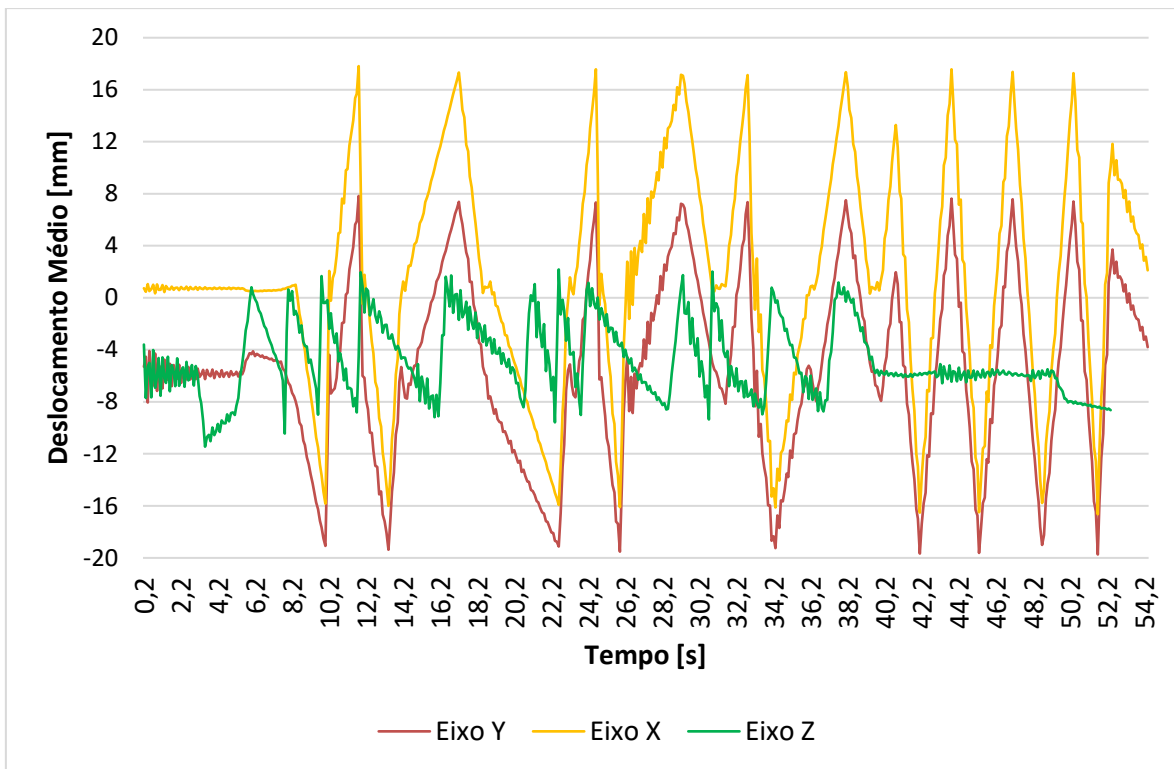
Após encontrar o deslocamento total referente a toda a geometria parte-se para as soluções de deslocamentos direcionais médios (*Directional Deformation*) nos eixos X, Y e Z para as massas suspensas e não-suspensas afim de estudar o comportamento dos mesmos durante o percurso de todo o circuito. Como se trata de um conjunto de peças, há diferentes deslocamentos em diferentes locais em cada conjunto, um máximo e um mínimo, por isso para efeito de avaliação do comportamento foram escolhidos os deslocamentos médios.

Na **Figura 84** apresenta-se os deslocamentos médios em cada um dos eixos referidos para a massa suspensa, ou seja, o chassis.



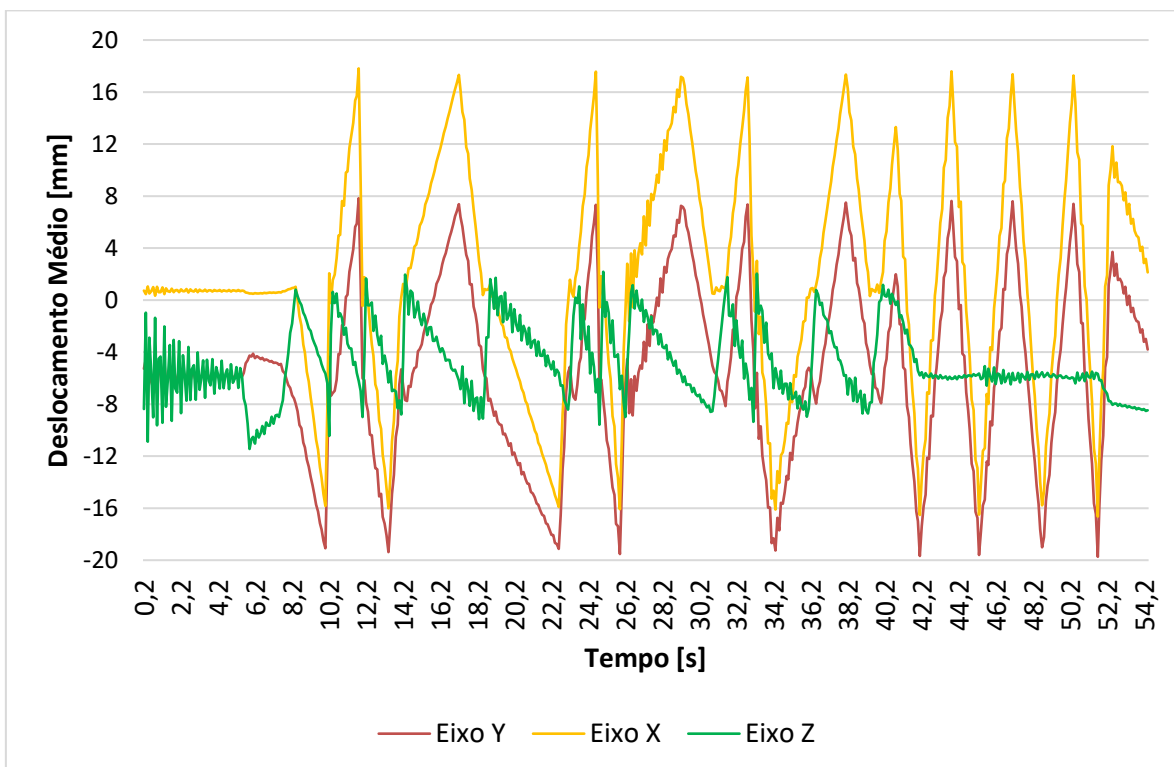
**Figura 84** – Gráfico do deslocamento médio em cada eixo para a massa suspensa no evento *Autocross* - 1º Caso

Na **Figura 85** tem-se esses deslocamentos direcionais para a massa não-suspensa frontal direita.



**Figura 85** – Gráfico do deslocamento médio em cada eixo para a massa não-suspensa frontal direita no evento *Autocross* - 1º Caso

Na **Figura 86** tem-se esses deslocamentos direcionais para a massa não-suspensa frontal esquerda.



**Figura 86** – Gráfico do deslocamento médio em cada eixo para a massa não-suspensa frontal esquerda no evento *Autocross* - 1º Caso

Na **Figura 87** tem-se os deslocamentos direcionais para a massa não-suspensa traseira direita.



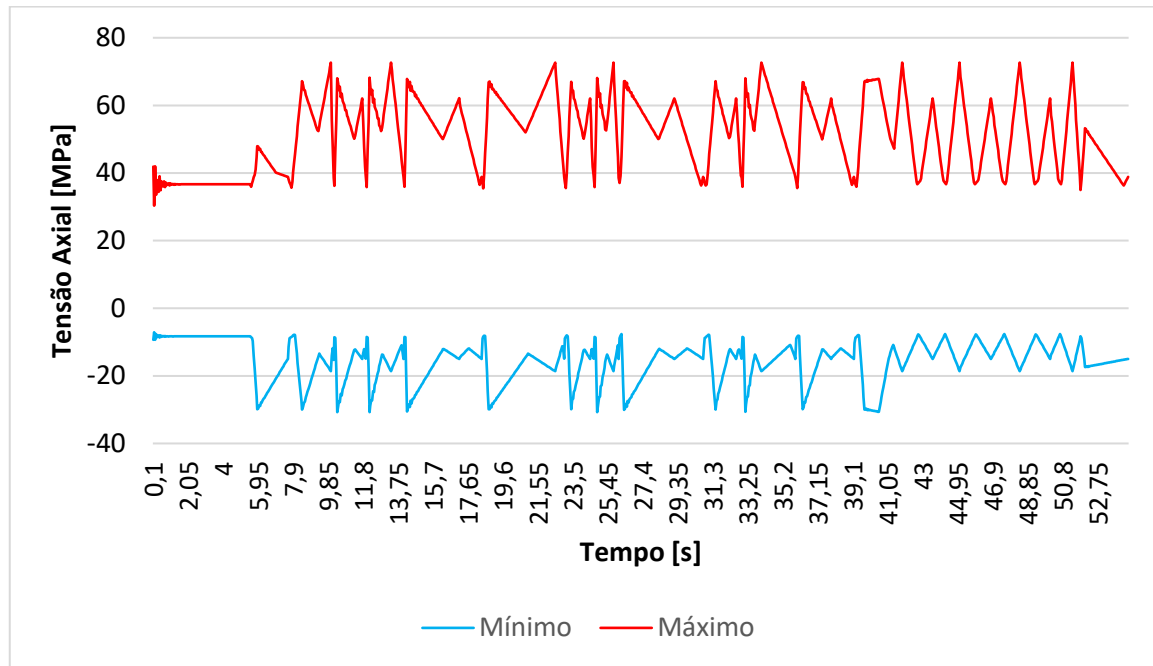
**Figura 87** – Gráfico do deslocamento médio em cada eixo para a massa não-suspensa traseira direita no evento *Autocross* - 1º Caso

E na **Figura 88** tem-se esses deslocamentos direcionais para a massa não-suspensa traseira esquerda.



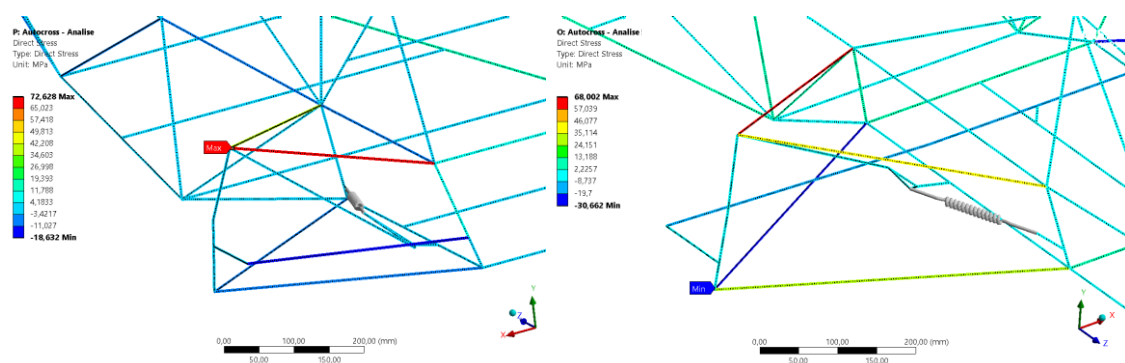
**Figura 88** – Gráfico do deslocamento médio em cada eixo para a massa não-suspensa traseira esquerda no evento *Autocross* - 1º Caso

Para as tensões axiais, na **Figura 89** tem-se o gráfico das tensões máximas e mínimas pelo tempo.



**Figura 89** – Gráfico das tensões axiais máximas (tração) e mínimas (compressão) pelo tempo no evento *Autocross* - 1º Caso

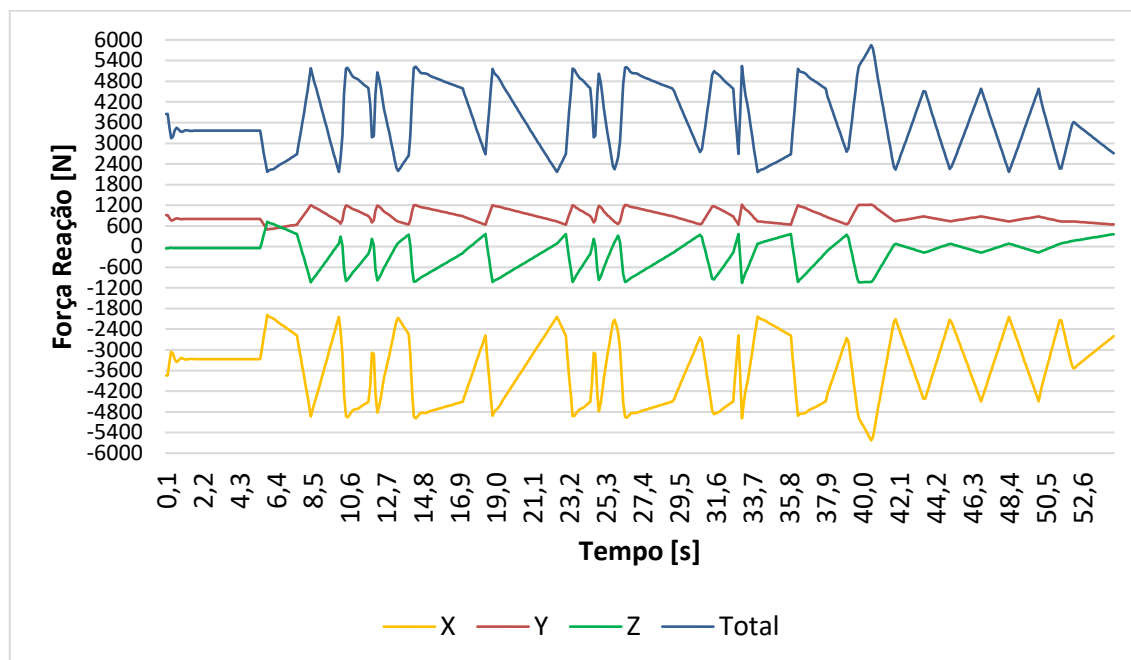
A tensão axial máxima (tração) é de 72,67MPa e a barra de maior solicitação é na balança superior da suspensão traseira esquerda e ocorre no tempo de 34s de prova. Enquanto a tensão axial mínima (compressão) é encontrado na balança inferior da suspensão frontal direita com valor de -30,66MPa e ocorre no tempo de 33,1s de prova. Na **Figura 90** tem-se demonstrado as localizações desses resultados máximos.



**Figura 90** – Localizações das barras com resultado de tensões axiais máximas (tração) e mínimas (compressão) - 1º Caso

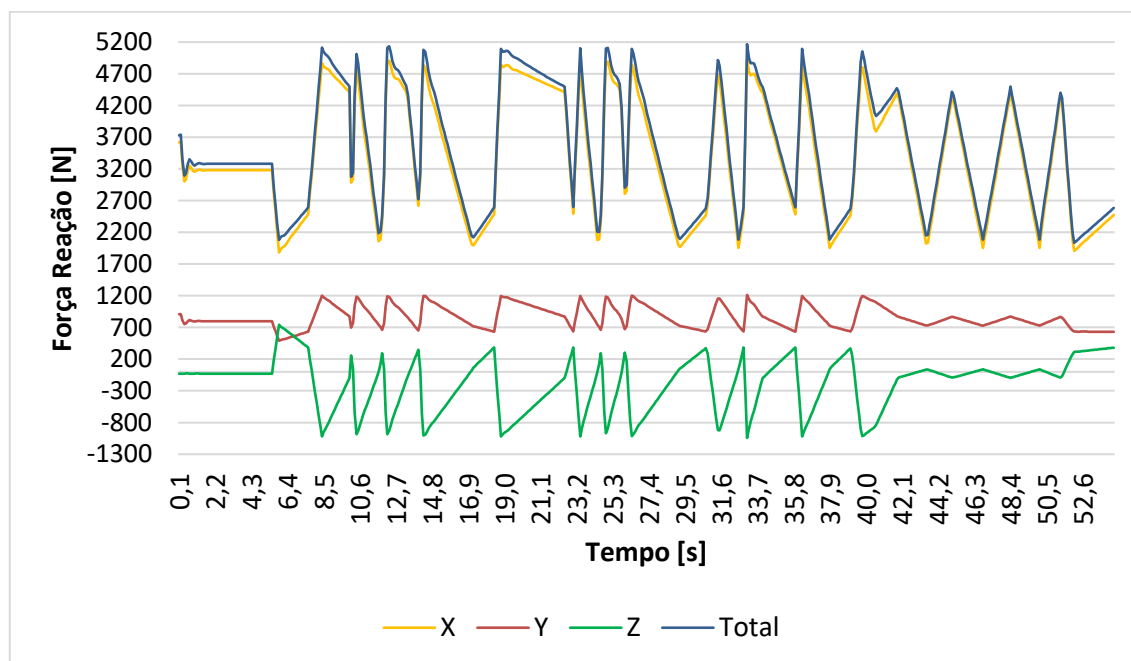
Por último, para o 1º Caso, como já mencionado, foi possível obter as forças de reações durante todo o percurso para cada roda para cada eixo de coordenada assim como a resultante das mesmas.

Na **Figura 91** tem-se apresentado as forças de reações na roda frontal direita.



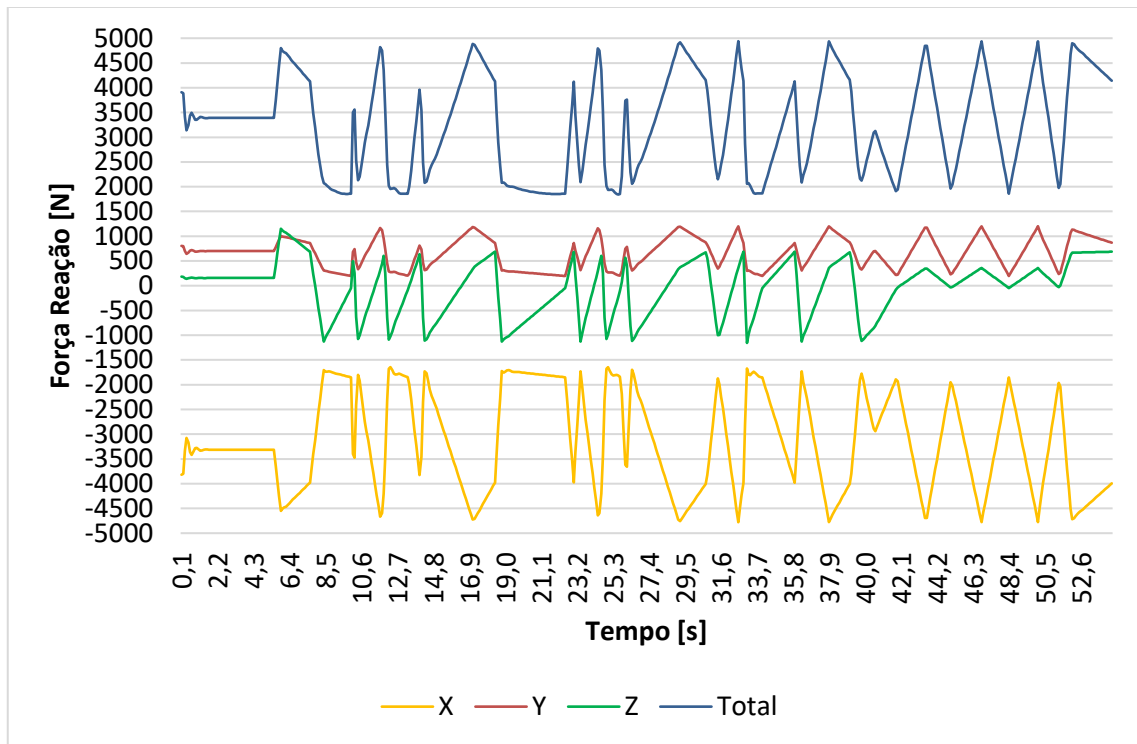
**Figura 91** – Gráfico das forças de reações na roda frontal direita pelo tempo no evento *Autocross - 1º Caso*

De modo análogo, na **Figura 92** apresenta as forças de reações na roda frontal esquerda.



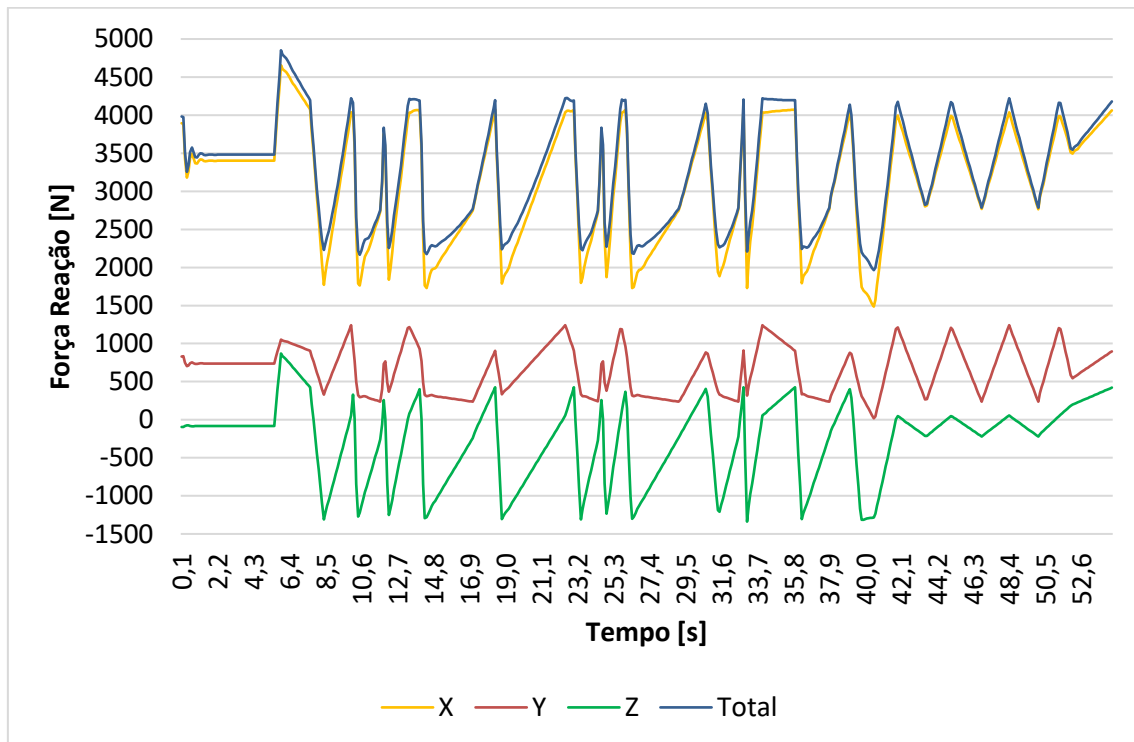
**Figura 92** – Gráfico das forças de reações na roda frontal esquerda pelo tempo no evento *Autocross - 1º Caso*

Na **Figura 93** apresenta as forças de reações na roda traseira direita.



**Figura 93** – Gráfico das forças de reações na roda traseira direita pelo tempo no evento *Autocross - 1º Caso*

Por último, na **Figura 94** apresenta as forças de reações na roda traseira esquerda.



**Figura 94** – Gráfico das forças de reações na roda traseira esquerda pelo tempo no evento *Autocross - 1º Caso*

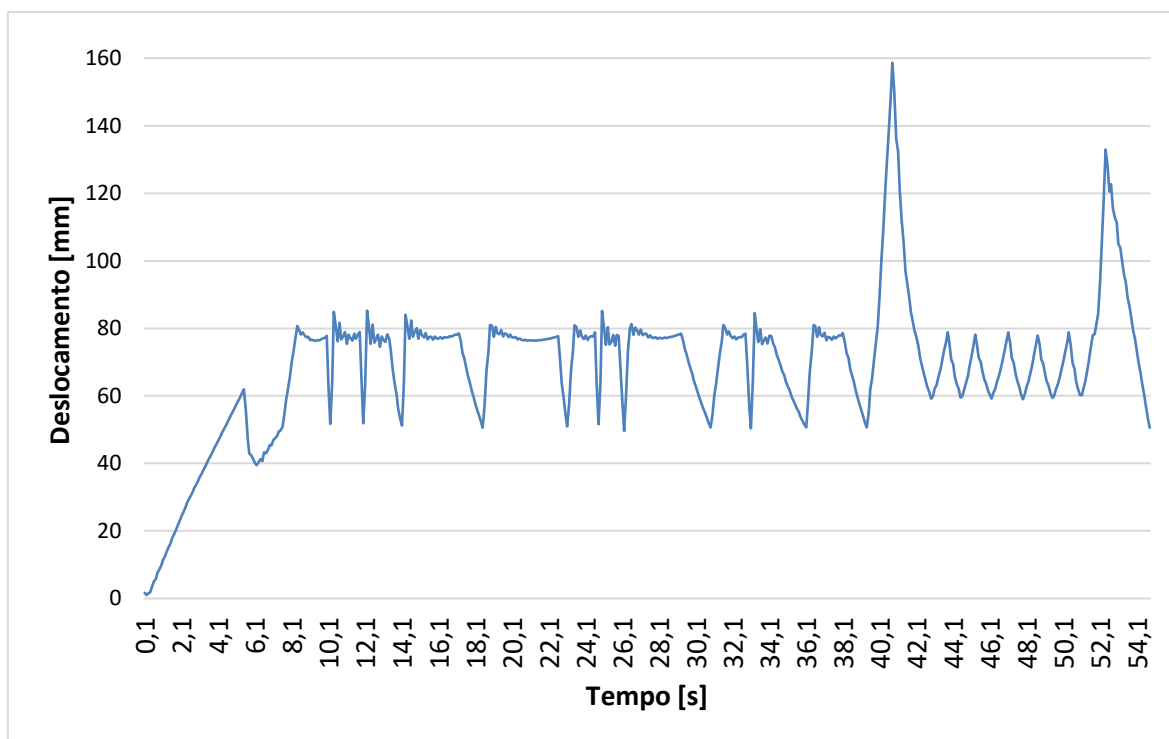
## 2º Caso

Para o 2º Caso, o interesse dos resultados se baseiam nos deslocamentos das suspensões somente, assim como encontrar as curvas de tensões axiais.

São esperados que esses resultados comparativamente com o 1º Caso, aponte situações críticas semelhantes, afim de mapear esses valores para utilizar como tomadas de decisões para possíveis melhorias de projeto.

Conforme caso anterior, busca-se os deslocamentos totais (*Total Deformation*) em toda a geometria para encontrar o maior deslocamento relativo.

Na **Figura 95** apresenta um gráfico dos deslocamentos pelo tempo no 2º Caso.

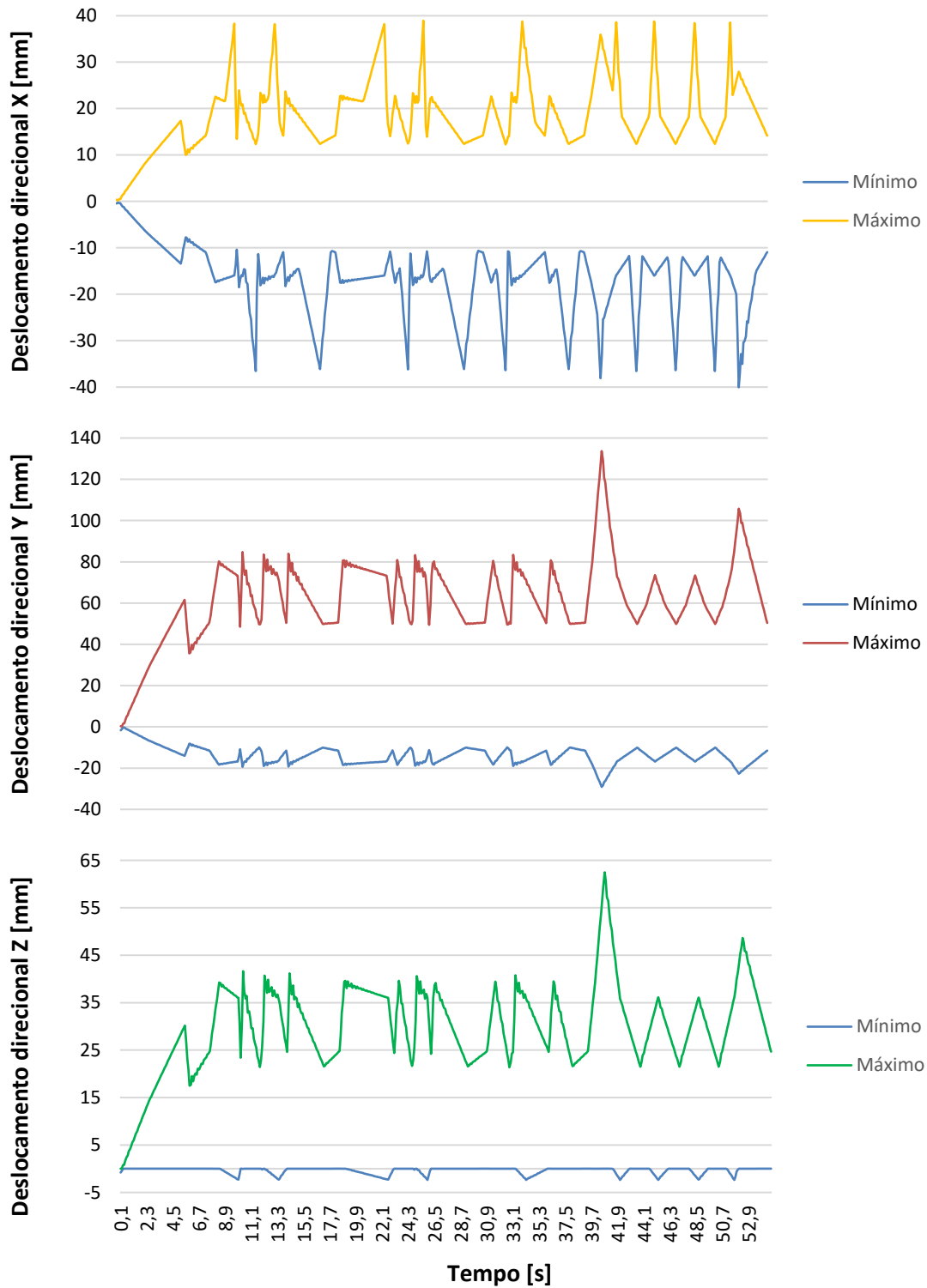


**Figura 95** – Gráfico do deslocamento pelo tempo no evento *Autocross* - 2º Caso

O deslocamento total máximo foi de 158,66mm e ocorreu no tempo de 40,8s de prova na suspensão frontal esquerda, mais precisamente na junção braço de direção-manga de eixo.

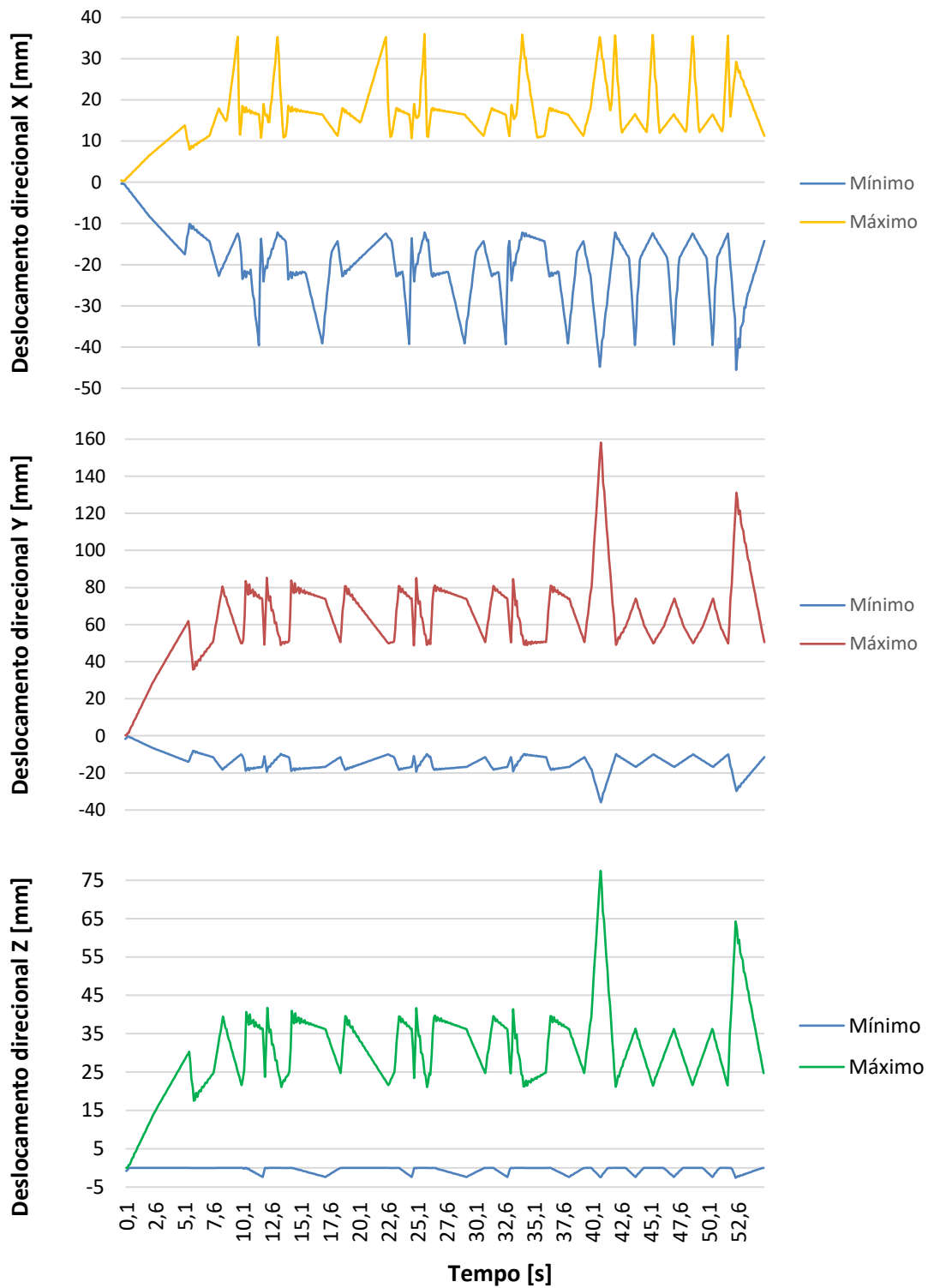
As soluções de deslocamentos direcionais (*Directional Deformation*) máximos e mínimos nos eixos X, Y e Z para as massas não-suspensas são apresentadas nas figuras em seguida.

Na **Figura 96** tem os deslocamentos direcionais para a massa não-suspensa frontal direita.



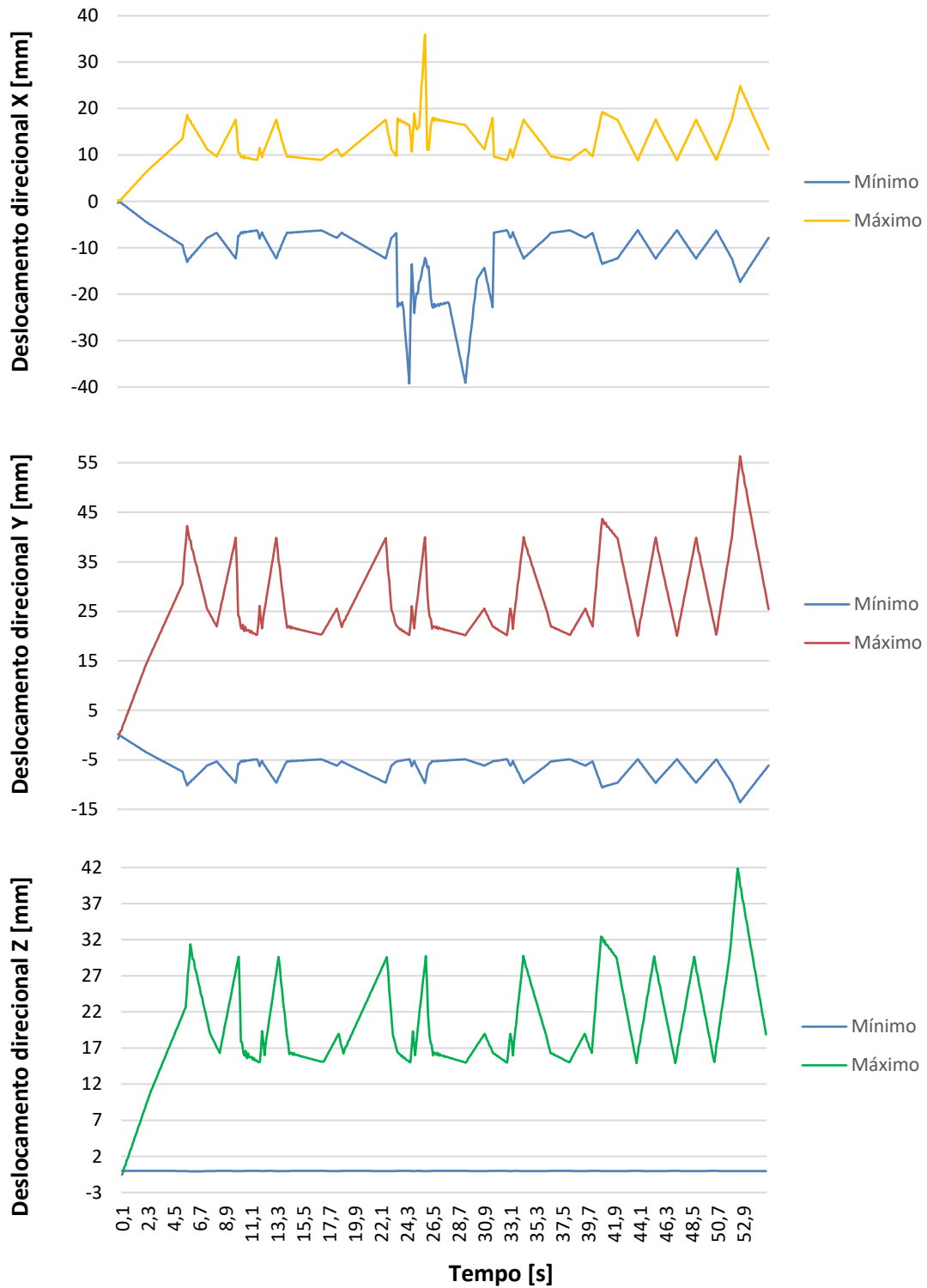
**Figura 96** – Gráficos dos deslocamentos direcionais pelo tempo da massa não-suspensa frontal direita no evento *Autocross* - 2º Caso

Na **Figura 97** tem os deslocamentos direcionais para a massa não-suspensa frontal esquerda.



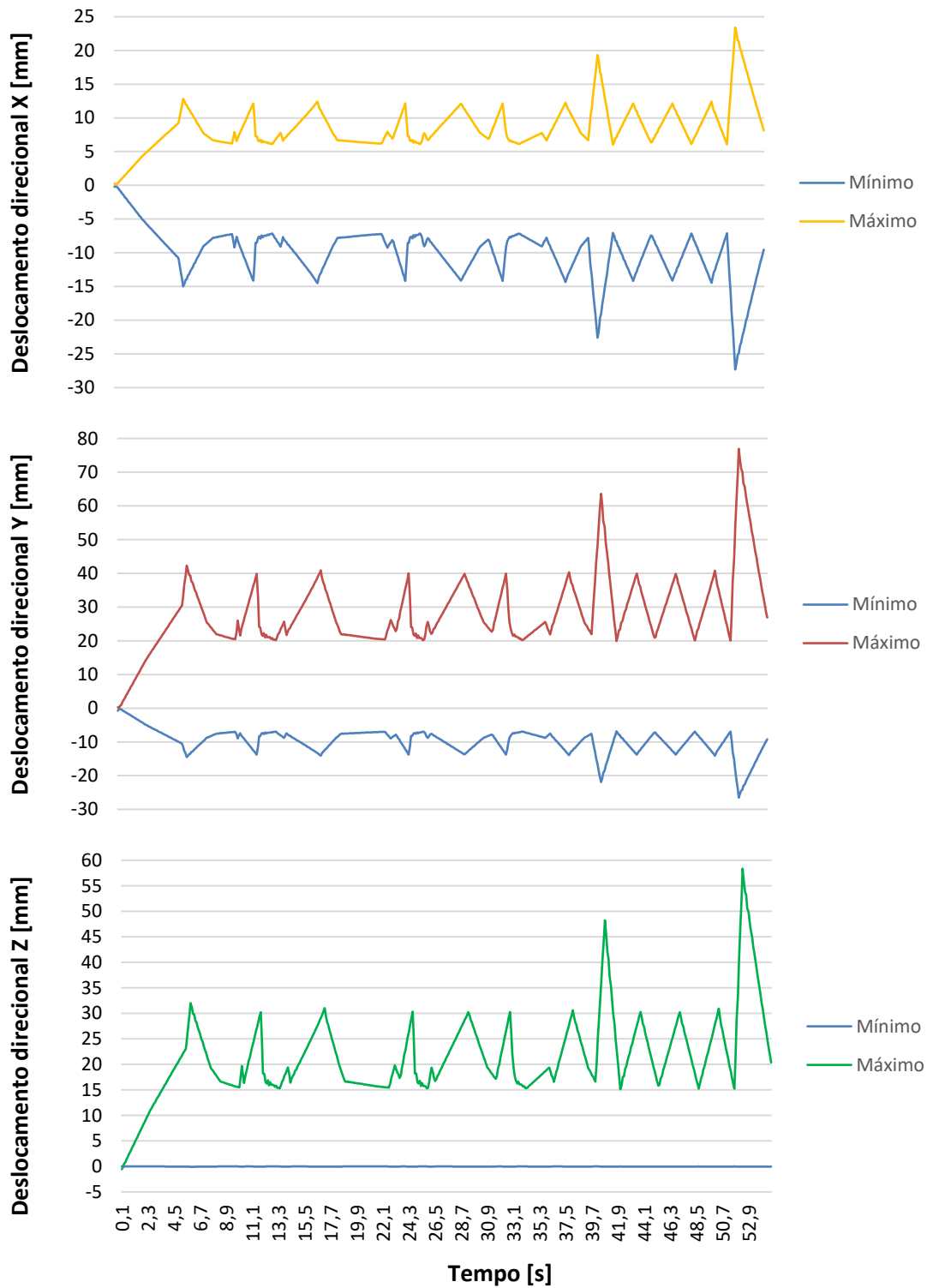
**Figura 97** – Gráficos dos deslocamentos direcionais pelo tempo da massa não-suspensa frontal esquerda no evento *Autocross* - 2º Caso

Na **Figura 98** tem os deslocamentos direcionais para a massa não-suspensa traseira direita.



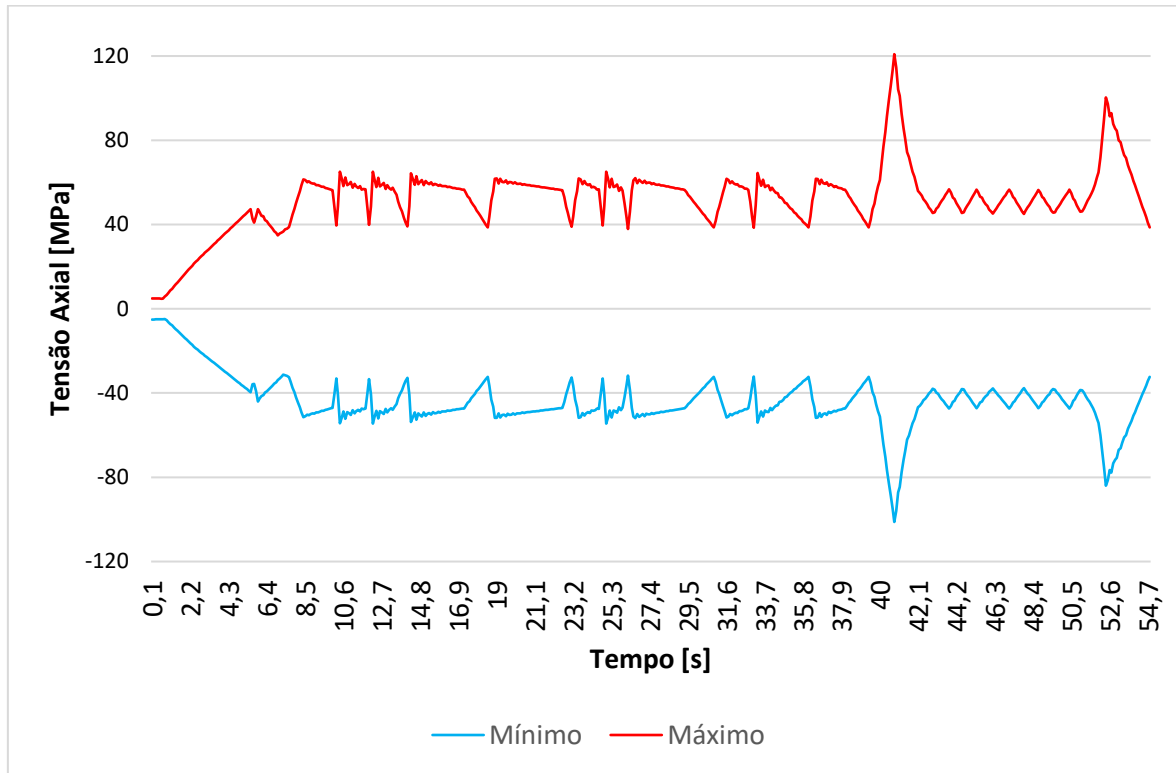
**Figura 98** – Gráficos dos deslocamentos direcionais pelo tempo da massa não-suspensa traseira direita no evento *Autocross* - 2º Caso

Na **Figura 99** tem os deslocamentos direcionais para a massa não-suspensa traseira esquerda.



**Figura 99** – Gráficos dos deslocamentos direcionais pelo tempo da massa não-suspensa traseira esquerda no evento *Autocross* - 2º Caso

A tensão axial máxima (tração) é de 120,87MPa e a barra de maior sollicitação é no apoio do chassis *rocker arm* frontal direito. A tensão axial mínima (compressão) é de 101,2MPa e é encontrada no *rocker arm* frontal direito. Ambos situados em 40,7s de prova. Na **Figura 100** tem-se o gráfico das tensões máximas e mínimas pelo tempo para o 2º Caso.



**Figura 100** – Gráfico das tensões axiais máximas (tração) e mínimas (compressão) pelo tempo no evento *Autocross* - 2º Caso

### Resumo

Com todos esses resultados obtidos de deslocamentos totais, deslocamentos médios nos eixos X, Y e Z, tensões axiais máximas de tração e tensões mínimas de compressão tanto para o 1º Caso quanto para o 2º Caso, pode compilá-los na **Tabela 18** para uma melhor visualização.

**Tabela 18** – Síntese dos resultados para o *Autocross*

Soluções			1º Caso	2º Caso	
Deslocamento Total Máximo [mm]			201,2	190,27	
Deslocamento Direcional [mm] (Máximo absoluto)	Massa Suspensa		X	-162	-
			Y	-112,34	-
			Z	-55,54	-
	Massa não-Suspensa	Frontal Direita	X	-61,42	-40
			Y	-80,4	133,66
			Z	-45,3	62,47
		Frontal Esquerda	X	-79,79	-45,54
			Y	-62,85	158,15
			Z	45,42	77,46
		Traseira Direita	X	-64,94	-39,23
			Y	-145	56,33
			Z	-64,94	41,87
		Traseira Esquerda	X	63,92	-27,32
			Y	-164,33	76,94
			Z	111,27	58,35
Tensão Axial [MPa]		Máximo	72,64	120,87	
		Mínimo	-30,66	-101,2	
Força de Reação Y [N] (Máximo absoluto)		Roda Frente Direita	1217	-	
		Roda Frente Esquerda	1212,5	-	
		Roda Trás Direita	1201,8	-	
		Roda Trás Esquerda	1241,2	-	
Força de Reação Total Máxima [N]		Roda Frente Direita	5849	-	

## 5 Discussão

Neste capítulo serão discutidos os resultados apresentados no capítulo 4.

### 5.1 *Tilt Table Test* – Discussão

Avaliando os resultados, figuras e tabela resumo da secção 4.1, pode-se notar que, como é esperado, o deslocamento é maior na suspensão quando se restringe o chassis no 2º Caso, pois se encontram livres as suspensões para se movimentarem sob as juntas de contacto com a acção das forças aplicadas. O deslocamento no 1º Caso, que se aproxima mais do caso real, apresenta um deslocamento máximo na inclinação de 60° de 24,66mm no *rocker arm* da suspensão traseira onde se tem o maior carregamento aplicado, enquanto que para a inclinação de 65° é de 21,66mm para o deslocamento máximo, encontrado no mesmo local do teste anterior. Esse valor inferior para uma inclinação maior pode-se dever ao facto de a roda traseira direita, já não se encontra em contacto com a mesa, fazendo que a força de reação nessa roda e que é uma tendência na parte superior com o aumento da inclinação, fique no sentido contrário a normal, aplicando uma força para ‘segurar’ a roda à mesa, fazendo que tenha menos deslocamento na estrutura na parte de baixo.

Para melhor compreender esses deslocamentos em conjunto com as forças de reações verticais nas rodas, variou-se a inclinação de 60° a 65° e organizou os resultados juntamente com os cálculos analíticos na **Tabela 19**.

**Tabela 19** – Comparação das reações verticais analíticas com resultados do MEF

Inclinação da mesa	Reações calculadas Analiticamente [N]				Reações dadas nas Análises do MEF [N]			
	Roda Frente Direita	Roda Frente Esquerda	Roda Trás Direita	Roda Trás Esquerda	Roda Frente Direita	Roda Frente Esquerda	Roda Trás Direita	Roda Trás Esquerda
60°	141	588	153	637	63,38	560	93	800,3
61°	128	579	139	628	56,61	555	73,8	788,1
62°	115	570	124	618	46,8	550	54,54	775,7
63°	101	561	110	608	36,9	544,7	35,3	763
64°	88	552	95	598	27,12	539,3	15,98	750
65°	75	542	81	587	17,3	533,7	-3,32	736,9

Por essa tabela, vê-se claramente a tendência das reações verticais diminuírem com a inclinação da mesa, que irá transferir cargas para as reações longitudinais de reação com atrito, onde esses aumentam com a inclinação. Nota-se similaridades nas grandezas mesmo tendo em conta que as reações calculadas analiticamente não considera os efeitos das

suspensões e o comportamento elástico dos materiais, assim como encontra cargas médias sobre as rodas do veículo num modelo quase-estático, conforme já mencionado.

Vê-se também por essa tabela, através das reações verticais, que o protótipo em estudo perderia contacto com a mesa de teste na roda direita traseira quando atingisse uma inclinação de  $65^\circ$ , com valor de  $-3,32\text{N}$ , onde o sinal negativo aponta que ali essa reação estaria “tentando segurar” a roda à mesa. Entretanto, para o evento que ocorre no *Formula Student*, onde a inclinação máxima de teste é de  $60^\circ$ , o modelo estudado estaria aprovado com essa avaliação em termos de construção dinâmica do veículo.

Os resultados das tensões axiais, que analisam todos os elementos de viga e verificam as tensões axiais, foram máximas para o 1º Caso, tanto para a inclinação de  $60^\circ$  e  $65^\circ$ , na suspensão traseira, localizado apoio do *rocker arm*, indicando uma tensão de tração. Enquanto para o 2º Caso, uma tensão tracionando a barra localizada no chassis no apoio do *rocker arm* dianteiro esquerdo assim como uma máxima de compressão nesse *rocker arm*, situação encontrada para as duas inclinações estudadas. Essas máximas nesses elementos pode-se dever pela simplificação feita nesses apoios, o que na realidade seria mais rígido, mas poderia ser um ponto a avaliar em uma estrutura baseada em elementos sólidos, onde poderia avaliar os comportamentos dessas peças com tensões locais por critérios de *Von Mises* e comprovar seu coeficiente de segurança. Entretanto, para o presente estudo, em ambos os Casos e inclinações, esses valores para as tensões se encontram bem abaixo do limite do material.

## 5.2 *Skidpad* – Discussão

Com os resultados numéricos na **Tabela 17** e visuais das figuras da secção 4.2 pode-se avaliar os resultados em seguida para o *SkidPad*.

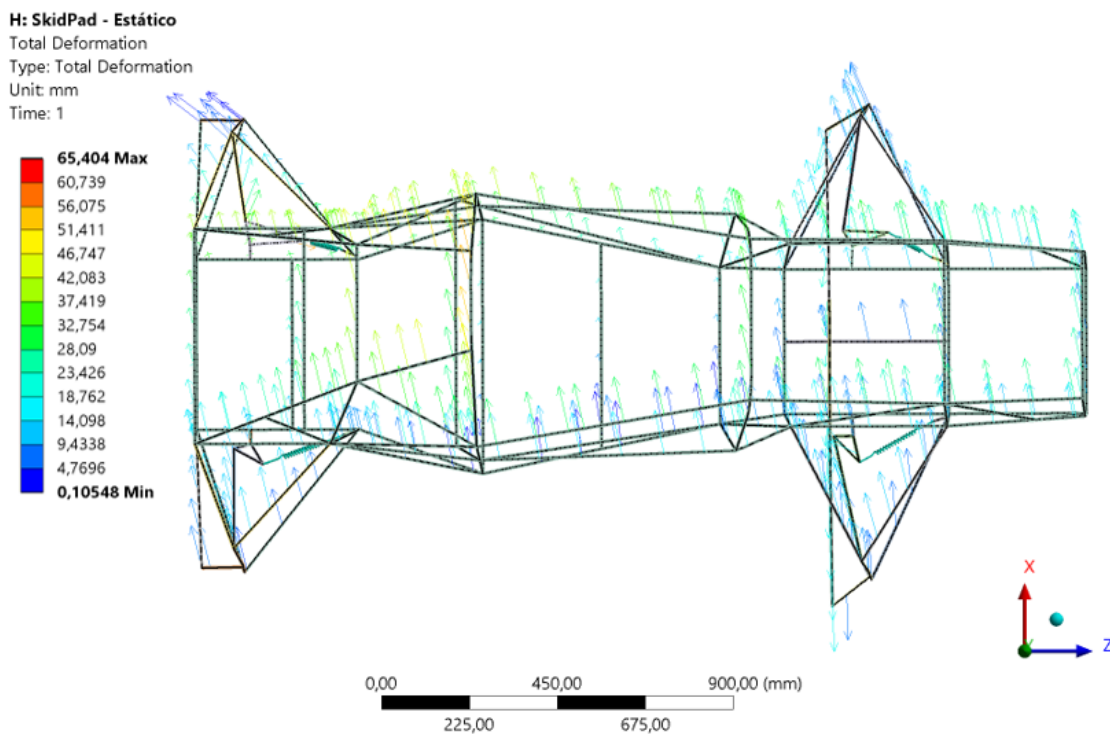
### Análise Estática

Avaliando a análise estática para o *SkidPad*, semelhante ao *Tilt Table Test*, o deslocamento que ocorre no 2º Caso é maior pois a suspensão permite uma mobilidade maior que o chassis, como tem que ser. Comparando ainda ao *Tilt Table Test*, nota-se o deslocamento relativo ao dois Casos aumentou no *SkidPad*, para o 1º Caso pode ser explicado devido à restrição de rotação no eixo X, que no primeiro teste é 0, e também rotação em Y das rodas dianteiras, que não permite viragem dos pneus, enquanto no segundo teste é livre nessas rotações. Para o 2º Caso, esse deslocamento maior deve-se pelo fato da barra de direção, onde ocorre o

maior deslocamento no *SkidPad* está livre para deslocar-se, enquanto no *Tilt Table Test* foi restringido esse movimento.

Outra maneira de avaliar o comportamento da geometria do FSIPLeiria é através do ângulo de viragem  $\delta$  dos pneus conforme visto na secção 2.2.2 (ver **Figura 11**). Esse ângulo nos diz que, numa curva à direita, como no caso do *SkidPad* simulado, se o  $\delta$  é positivo ( $+\delta$ ), pode-se constatar que o comportamento do veículo é de sobreviragem. Em carros de competição essa característica é desejada pois o controlo da viragem da traseira é feito através da contra-travagem, voltando o volante para o lado da deriva e assim obrigando a frente a contrariar a torção, contornando uma curva em uma velocidade maior do que aconteceria em um veículo com subviragem.

Na **Figura 101** tem essa representação da geometria onde pode-se notar o ângulo de viragem positivo para a curva à direita testada.

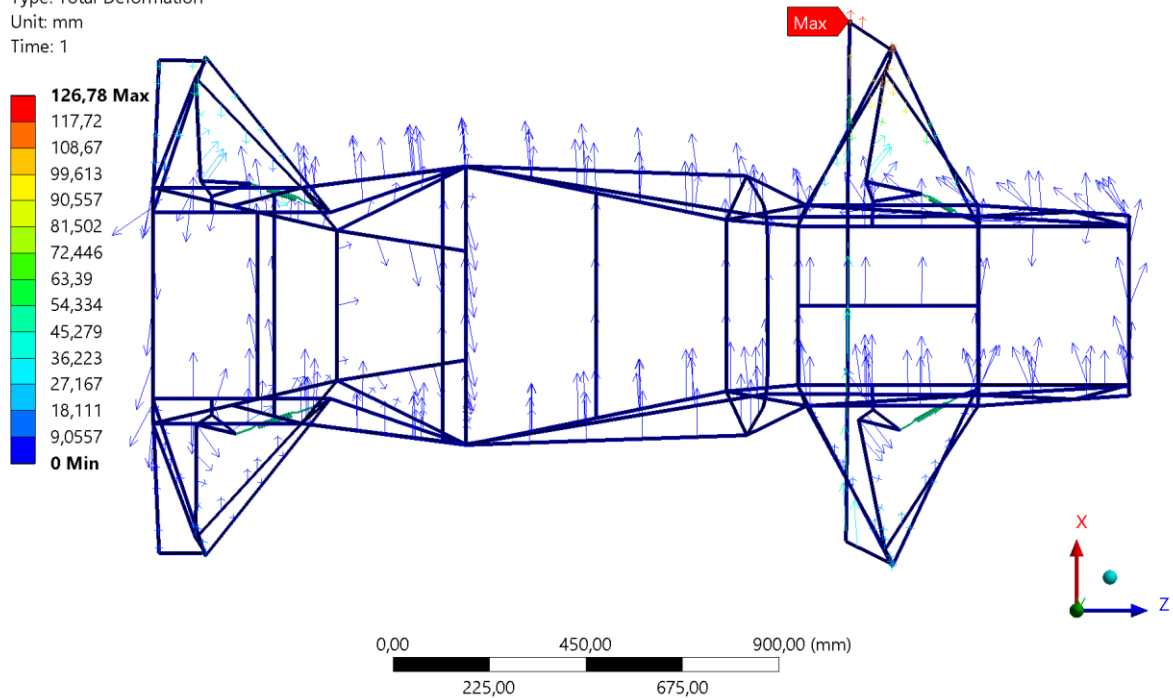


**Figura 101** – Resultado do deslocamento com setas de tendência de movimento da estrutura (comportamento de sobreviragem) - 1º Caso

Para verificar essa constatação, foi feita uma rápida análise de deslocamento total onde se transferiu parte da massa traseira para a dianteira, ficando esta com 130kg, como se invertesse a posição motor, colocando-o na frente, ou seja, como se deslocasse o CG mais para a parte frontal do veículo. Procedeu-se com a análise estática no *software* com as mesmas condições de fronteira e obteve-se o resultado como apresentado na **Figura 102**.

**A: SkidPad - Estático para Validação**

Total Deformation  
Type: Total Deformation  
Unit: mm  
Time: 1



**Figura 102** – Resultado do deslocamento com setas de tendência de movimento da estrutura (comportamento de subviragem) - 1º Caso – Teste de Resultado

Como pode notar, o ângulo de viragem para a mesma condição de curva à direita ficou negativo, ou seja, o veículo agora passa a ter um comportamento de subviragem. Validando que o modelamento da geometria, assim como contactos, restrições e carregamentos aplicados no *software* foram correctamente configurados, representando comportamento conforme teoria e realidade.

Em termos de tensão axial, para o 1º Caso, há uma máxima de compressão no valor de -49,04MPa localizado no *rocker arm* frontal esquerdo e máxima de tração no valor de 58,55MPa no apoio desse mesmo *rocker arm*. Para o 2º Caso as máximas similarmente ao 1º Caso e o *Tilt Test* (2º Caso), se encontram no apoio do balancim (*rocker arm*) e balancim da suspensão frontal esquerda. Verifica-se que os valores se encontram dentro dos parâmetros para os materiais utilizados. Indica também, por esses dois testes, os locais onde poderiam ser feitos análises mais detalhadas, como os balancins da suspensão com os apoios no chassis, obtendo o comportamento da peça isoladamente e verificando tensões e deformações na sua estrutura podendo efetuar melhorias na geometrias ali envolvidas.

### Análises Dinâmicas

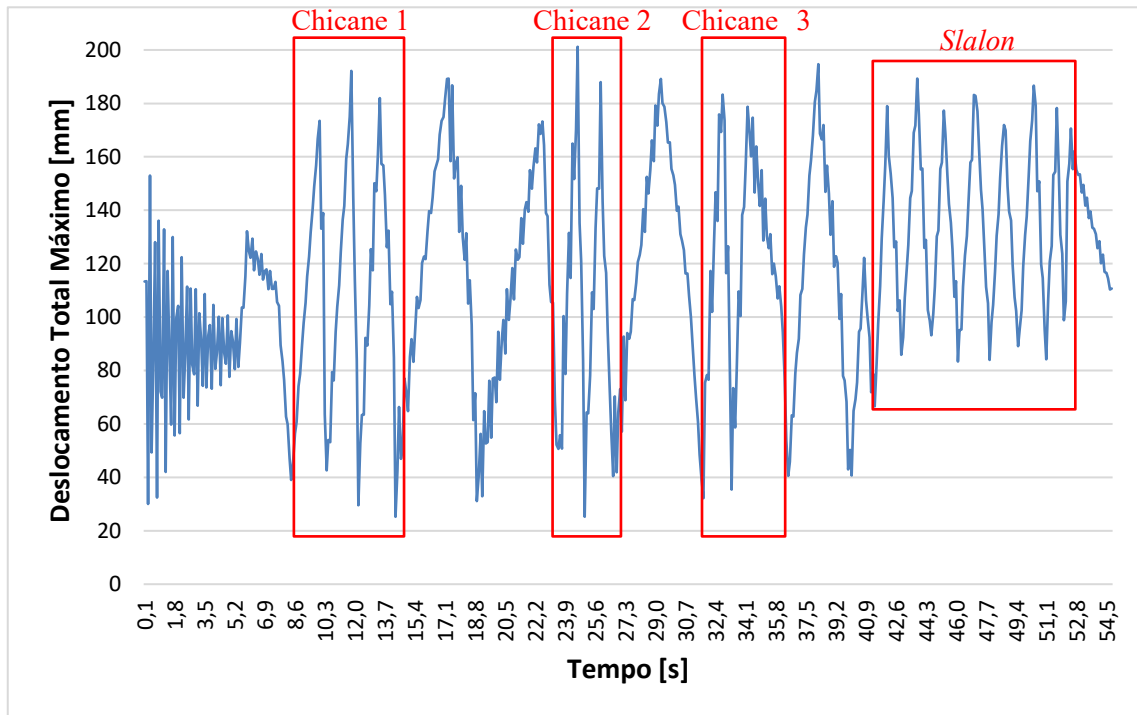
Para as análises modais e de respostas harmônicas, onde verifica-se alguns valores estabelecidos pela literatura sobre o estudo de dinâmica vertical de um veículo, o modelo desenvolvido apresentou valores coerentes com esses dados propostos na situação de carregamento proposta pelo teste de *SkidPad*. As frequências naturais do veículo se encontram numa faixa próxima a valores do *ride* (0 a 25Hz)

Relembrando a **Figura 79**, onde a frequência mais crítica para a massa suspensa encontra-se na frequência de 2,25Hz com uma amplitude de 327,97mm. Esse valor corresponde ao modo 8 de vibrar encontrado na análise modal de frequência 2,33Hz com um comportamento característico de *bounce* (vertical). Os valores recomendados na literatura para veículos de prova são na faixa de 2 a 2,5Hz, portanto, o modelo desenvolvido no presente estudo está conforme esse parâmetro, onde as simplificações impostas, assim como as condições de contorno, foram aplicadas de forma assertiva, isso partindo do pressuposto que essas geometrias do protótipo FSIPLeiria foram projetados tendo em conta essas referências de construção de automóveis.

Para as massas não-suspensas, pela **Figura 80**, nota-se que, além da frequência de ressonância do sistema da suspensão, há picos nos gráficos em torno de 10Hz, que consiste na frequência de corpo rígido dos conjuntos roda/suspensão, que na literatura informa que essa faixa vai de 10 a 15Hz. Podendo observar também pela **Figura 82** referente ao 2º Caso que avalia somente as suspensões, esses valores, observados também na **Tabela 17**, se encontram nessa faixa. Com isso, pode-se confirmar que o modelo em estudo se comporta de forma aceitável para os parâmetros propostos.

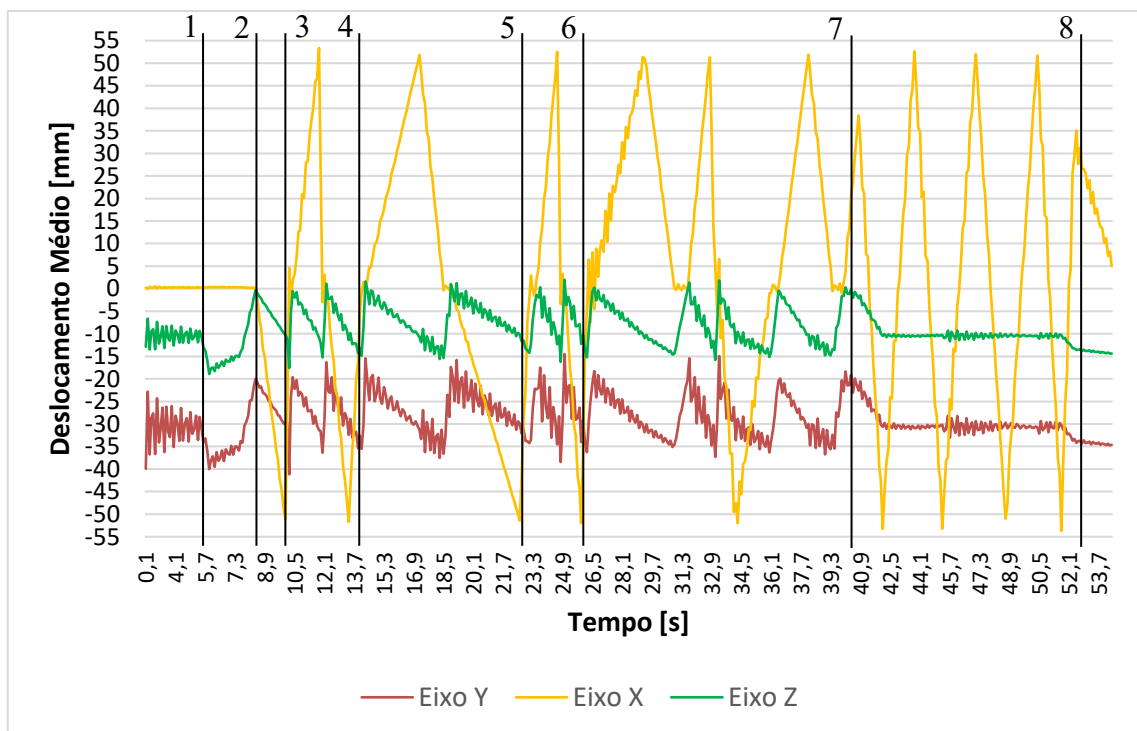
### **5.3 Autocross – Discussão**

Pode-se ver nas figuras o comportamento em deslocamento, tensões de vigas e reações totais do protótipo FSIPLeiria em cada instante da prova. Assim como a tendência dessas grandezas, pode-se notar semelhanças nos próprios gráficos em si, por exemplo, podemos ver na **Figura 103** indicados o desenho de deslocamento das chicanes e o desenho da curva característica no *Slalon* para o 1º Caso.



**Figura 103** – Gráfico dos deslocamentos por tempo com semelhança de comportamentos indicados

É possível verificar essa tendência de comportamento também nos gráficos de deslocamentos direcionais, conforme verifica-se na **Figura 84** relativo à massa suspensa, onde pode-se apontar algumas situações ocorridas durante o circuito, ver **Figura 104**.



**Figura 104** – Gráfico do deslocamento médio em cada eixo para a massa suspensa no evento *Autocross* - 1º Caso

No gráfico da **Figura 104**, traçou-se linhas verticais numeradas afim de destacar pontos importantes para avaliação.

Antes do traço 1, pode-se notar a situação já descrita anteriormente onde tem-se a oscilação inicial na estrutura que parte do repouso absoluto (sem cargas) para uma situação carregada. Após essa oscilação a estrutura se equilibra com o peso próprio, vê-se na curva Y que a mesma se estabiliza em uma posição inferior à inicial, ou seja, se estabiliza com o peso do veículo mais o piloto, permanecendo nessa posição até o instante 5,5s onde se encontra o traço 1, que é a largada do evento.

No traço 1 tem-se a aceleração máxima do veículo, nota-se que a curva do eixo Z tem um deslocamento negativo, isso deve-se ao fato que ao arrancar o veículo, a inércia tende a manter o veículo na posição inicial, ou seja, enquanto as rodas aceleram, a massa suspensa ‘fica para trás’, promovendo um grande deslocamento em Z. No eixo Y vê-se que há um deslocamento da parte traseira (-Y) do veículo maior que na parte frontal (+Y), fazendo o movimento de *pitch* de aceleração.

Pouco antes do traço 2 é onde se tem a primeira travagem, e conforme parágrafo anterior, devido a inércia de massa, o veículo tem um deslocamento em Z positivo enquanto vê-se que Y é positivo na traseira devido ao movimento de *pitch* de travagem (mergulho). Essa travagem é no início de uma curva à esquerda (traço 2), vê-se pela curva do eixo X que até então era de valor zero e nesse instante tem-se o movimento lateral negativo, havendo um movimento de *roll* em torno desse eixo devido a Centrífuga (com base no sistema de coordenadas da **Figura 10**).

Pode ser identificado que entre os traços de 3 a 4 e de 5 a 6 tem-se as chicanes, denotado por movimentos laterais (curva à direita +X) seguidos de uma curta travagem (+Z) e laterais novamente (curva à esquerda -X)

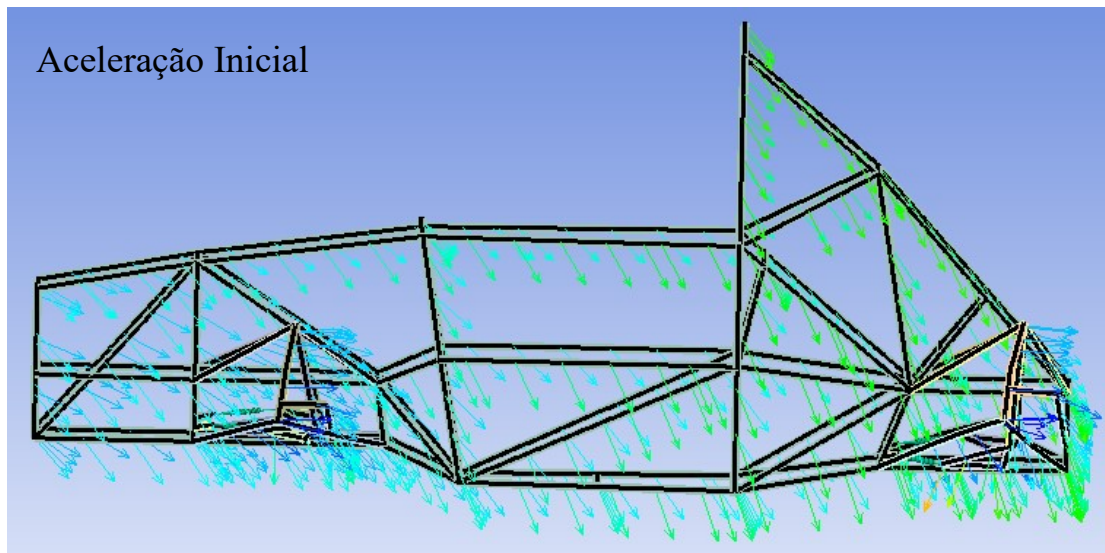
Entre os traços de 7 a 8 tem-se o *slalon*, onde inicia com uma curva com travagem à direita e termina no traço 8 com uma curva com aceleração à direita.

Essa análise pode ser expandida para todos os gráficos de resultados.

Pode-se também, junto com essas informações e **Figura 104**, apresentar em seguida figuras ilustrando o comportamento do modelo nas situações impostas pelo circuito de *Autocross*, nomeadamente aceleração, travagens, curvas à direita e curvas à esquerda. Será possível

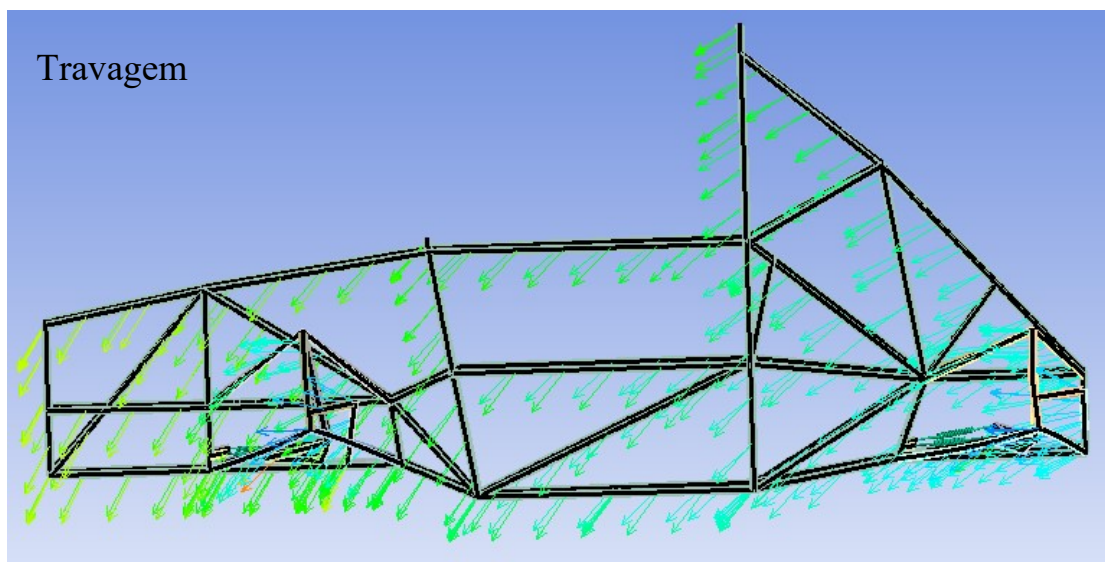
identificar que o comportamento do modelo representou de forma correcta o esperado nessas ocasiões, compatibilizando com as análises anteriores de outros testes e mostrando que o modelo de facto poderia ser usado da forma como foi desenvolvido no presente trabalho para extrair dados e ser estudado para propor melhorias ao modelo se fosse necessário pela equipa.

Na **Figura 105** demonstra o deslocamento do protótipo na situação de aceleração inicial.



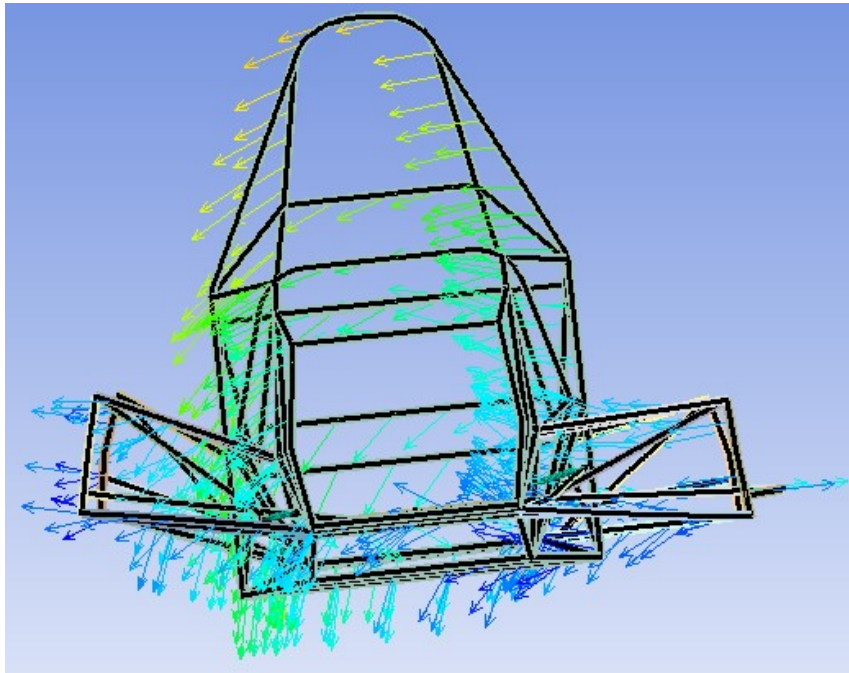
**Figura 105** – Setas de deslocamento do protótipo em simulação de aceleração inicial – *Autocross*

Na **Figura 106** demonstra o deslocamento do protótipo na situação de travagem.



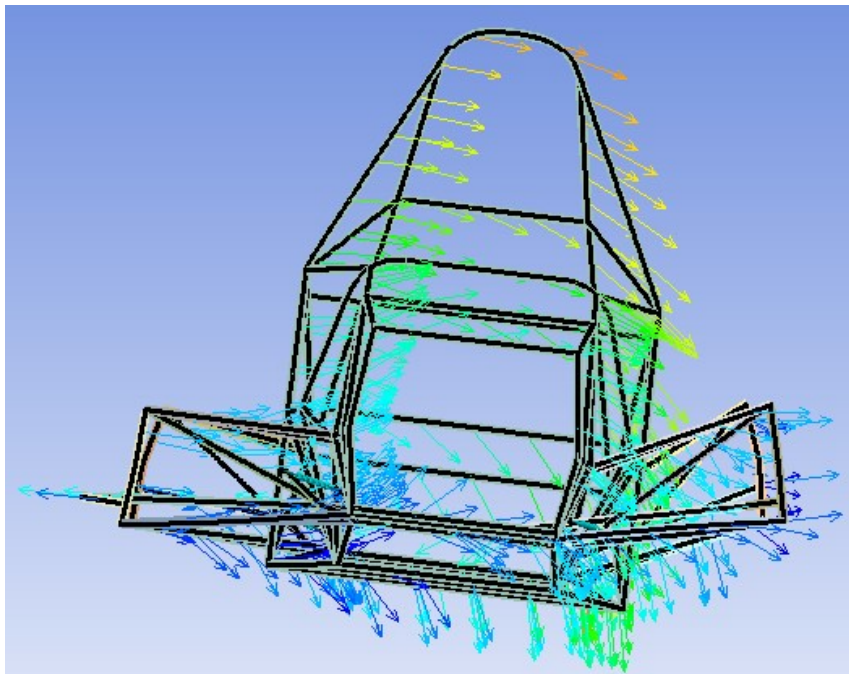
**Figura 106** – Setas de deslocamento do protótipo em simulação de travagem – *Autocross*

Na **Figura 107** demonstra o deslocamento do protótipo na situação de curva à esquerda.



**Figura 107** – Setas de deslocamento do protótipo em simulação de curva à esquerda –  
*Autocross*

Na **Figura 108** demonstra o deslocamento do protótipo na situação de curva à direita.

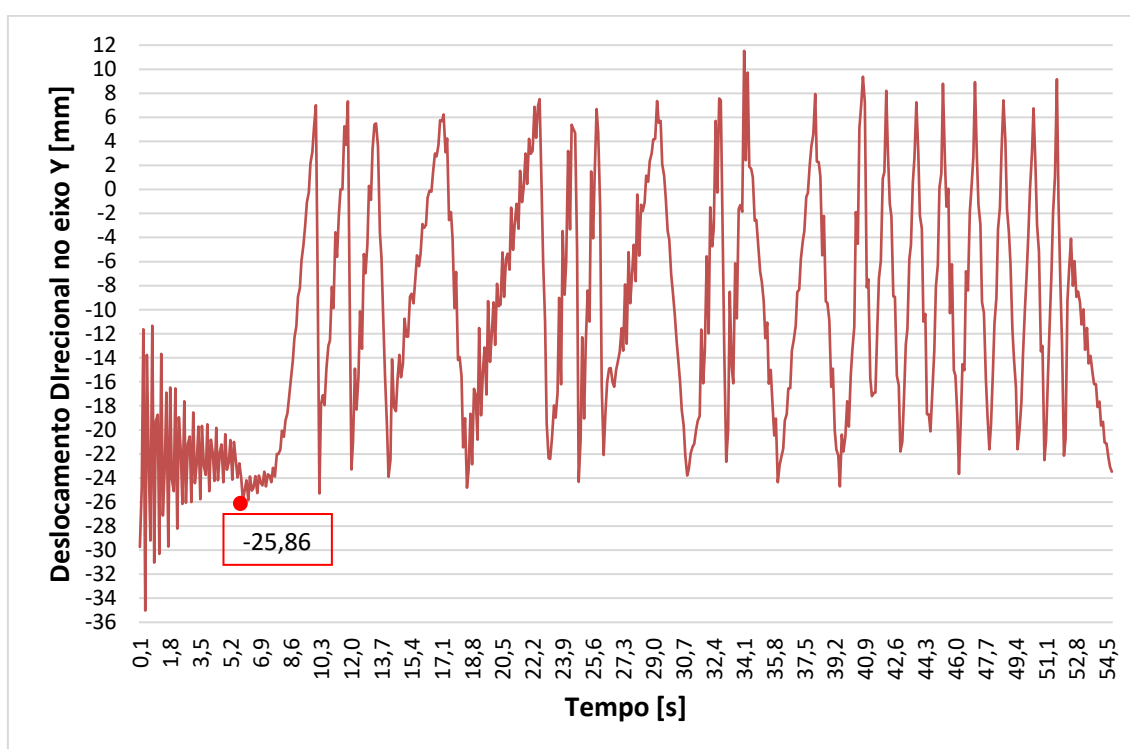


**Figura 108** – Setas de deslocamento do protótipo em simulação de curva à direita –  
*Autocross*

Ainda com base nos deslocamentos, pode-se validar muitas outras situações devido a uma grande quantidade de resultados adquiridos, mas para o presente trabalho será posto apenas mais duas situações para avaliação, deixando a possibilidade de outras avaliações para trabalhos futuros.

A primeira situação será a análise do deslocamento (com o fator de correção desenvolvido aplicado) da parte mais baixa do chassis e verificar se vai ter, em algum momento, contacto com o chão.

A **Figura 109** apresenta essa curva de deslocamentos da parte mais baixa do chassis.



**Figura 109** – Deslocamentos direcionais no eixo Y da parte mais baixa do chassis - *Autocross*

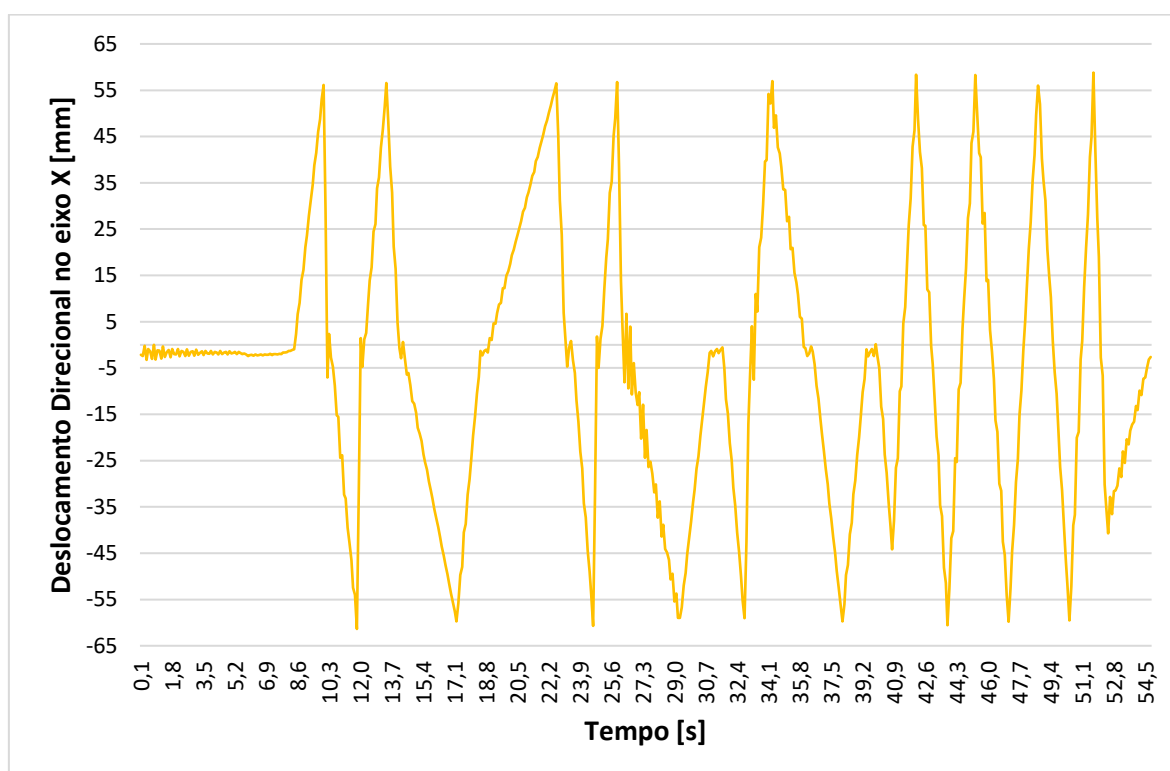
É possível verificar que o maior deslocamento foi de 25,86mm (-Y) no tempo de 5,9 segundos de prova, o que ocorre na largada, *i.e.* na aceleração máxima. O deslocamento devido a oscilação inicial não foi considerada. Dessa forma constata-se que a massa suspensa (chassis) não entra em contacto com o pavimento, que na situação mais crítica ficaria a 32,04mm do chão, o que vale lembrar ainda que tem o assoalho (difusor) do veículo, o que reduziria essa distância um pouco mais.

Essa situação é desejável pois garante que o chassis não entre em contacto com o solo durante todo o circuito, sendo esse um item avaliado durante as provas dinâmicas do *Formula*

*Student*, conforme a secção *T-TECHNICAL REQUIREMENTS* no item *T.1.4 – Ground Clearance* do regulamento do Formula SAE 2019, onde caso haja contacto de qualquer parte do veículo, intencional ou não, pode perder pontos ou até mesmo ser eliminado de um evento dinâmico.

A segunda situação mencionada será a análise da barra de direção e verificar o comportamento de viragem do veículo.

Na **Figura 110** tem-se apresentado os deslocamentos da barra de direção.



**Figura 110** – Deslocamentos direcionais no eixo X da barra de direção – *Autocross*

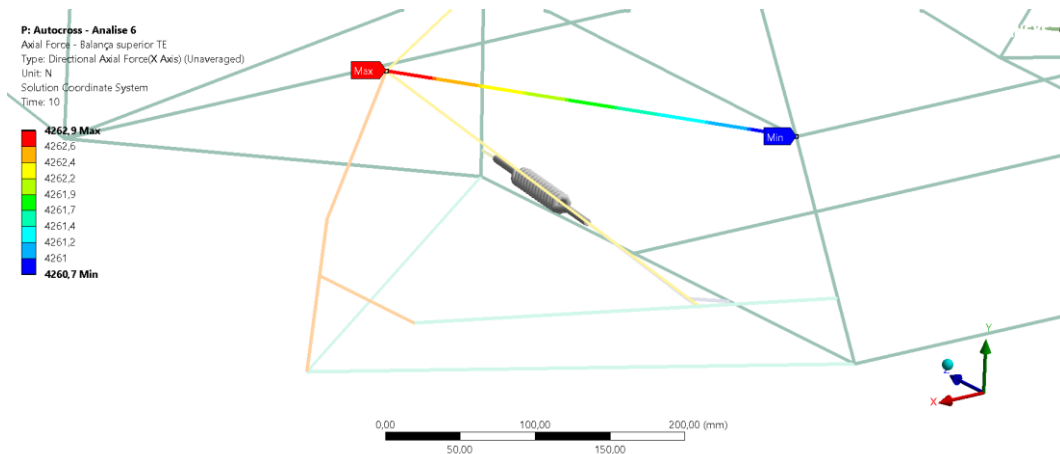
Tendo o tempo de prova e circuito conhecidos, é possível verificar ao analisar essa figura que, em curvas à esquerda a barra de direção está na direção +X enquanto curvas à direita está em -X.

Comparado com o modelo no *SkidPad* onde foi feito a análise do comportamento de viragem do veículo e com base na teoria desenvolvida no secção 2.2.2, o modelo na análise transiente apresenta comportamento de sobreviragem.

Essas duas situações expostas demonstram que o modelo desenvolvido é coerente com a teoria e realidade esperada.

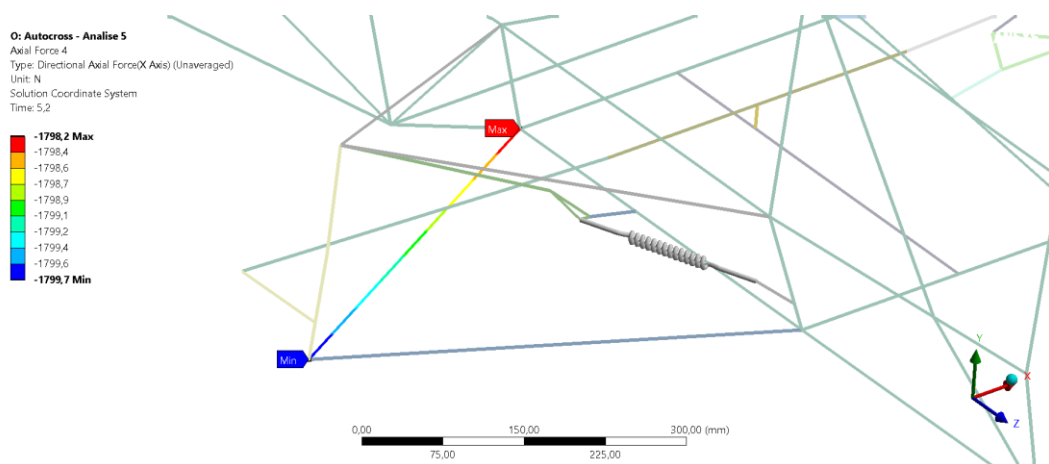
Com as figuras **Figura 89** e **Figura 90**, após a localização das máximas tensões, pode ser aplicado as soluções de forças axiais (*Axial Force*) nessas barras afim de buscar valores críticos para entender como a geometria se comporta e, se necessário, apresentar melhorias.

Na **Figura 111** tem-se esse o resultado da força axial de 4262,9N para a barra com tensão máxima.



**Figura 111** – Força axial máxima no braço da balança superior esquerda traseira - 1º Caso

Na **Figura 112** tem-se esse o resultado da força axial de -1799,7N para a barra com tensão mínima.



**Figura 112** – Força axial máxima no braço da balança inferior direita frontal - 1º Caso

É simples confirmar esses valores com a teoria, pois sabe-se, que a tensão uniaxial é definido por uma força  $F$  aplicado uniformemente sobre uma área  $A$ , então, a tensão mecânica uniaxial  $\sigma$ , dado em Pa, pode ser escrito pela equação 73.

$$\sigma = F/A \quad (73)$$

Com essa equação, conhecendo as forças e com a área da secção dado pela **Tabela 6** tem-se que a tensão máxima é 72,58MPa e a tensão mínima é -30,64MPa, onde comparando com os resultados dados, é confirmado essa teoria.

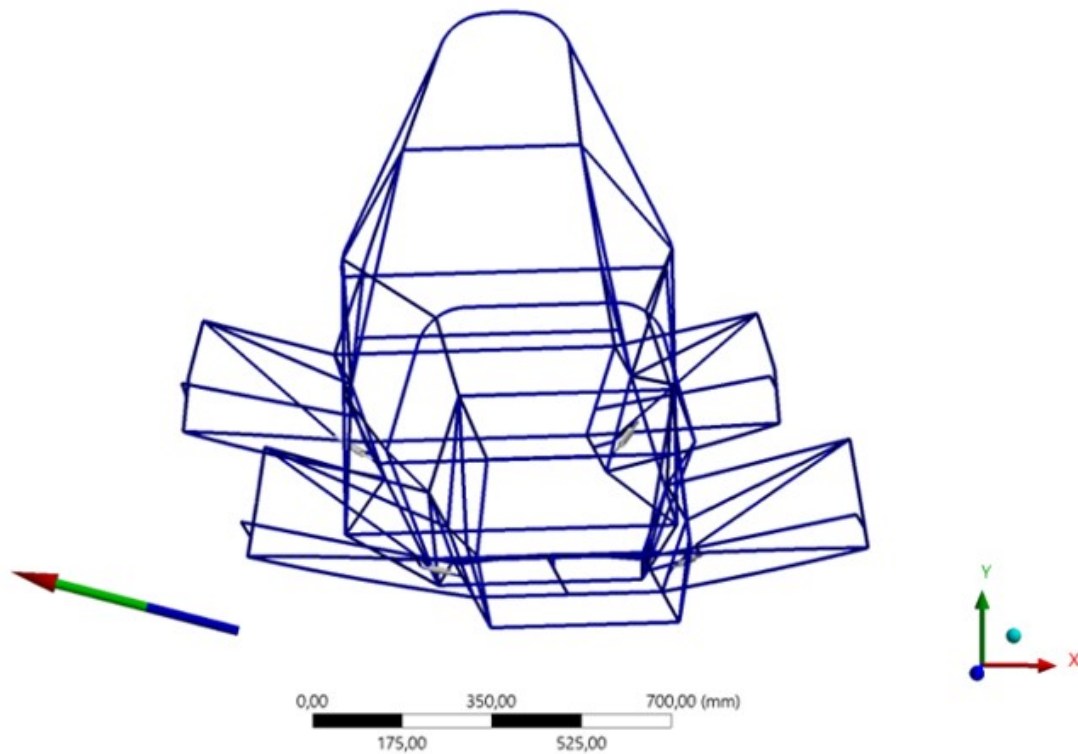
Para o 2º Caso também poderia fazer a mesma avaliação de forças axiais nos locais onde as tensões se mostraram maiores, que nesse caso, a máxima tensão de tração foi de 120,87MPa e ocorreu no apoio do *rocker arm* dianteiro esquerdo enquanto que a tensão máxima de compressão ocorreu no *rocker arm* dianteiro esquerdo, ambos no tempo de 40,8 segundos de prova na situação de curva com travagem.

Pode-se verificar também que para os materiais escolhidos, as tensões axiais encontradas estão dentro dos parâmetros de segurança.

Uma outra informação muito importante que podemos notar nos gráficos dessas análises versus tempo pode ser visto nos gráficos de forças de reações do 1º Caso e nos gráficos do 2º Caso, que contêm o pico de maior intensidade no mesmo sítio e instante, no tempo de 40,8 segundos de prova, precisamente onde são aplicados os maiores carregamentos, que é na curva com travagem. Nesse caso, a análise feita no 1º Caso pode ser valorizada, pois nessa análise são aplicados somente acelerações, e comparando com o 2ª Caso onde foram aplicadas as cargas calculadas analiticamente, se comportam da mesma maneira para as mesmas condições de pista.

É de salientar que, as reações em X e Z apresentadas pelo *software* para as condições de constrangimentos, assim como os deslocamentos, apresentam diferenças com o esperado e calculado pelas equações analíticas. Portanto, os valores apresentados nesses eixos somente são válidos para perceber como o modelo se comporta com essas restrições, podendo também ser um caso de estudo para futuros trabalhos, entender e aplicar de forma diferente esses constrangimentos.

Na **Figura 113** tem apresentado a força de reação máxima total na roda direita frontal no valor de 5849N onde há a situação de curva à direita com travagem no tempo de 40,8 segundos de prova, para o 1º Caso.



**Figura 113** – Força de reação máxima total na roda frontal direita em situação de curva com travagem - 1º Caso

Conforme esperado pela análise analítica, essa seria a condição crítica de projeto, que se confirmou através da análise transiente.

Como já mencionado anteriormente, essa situação de limite seria o alvo principal da avaliação de um projectista. Primeiramente poderia ser desenvolvido a análise transiente através dos elementos de viga como este trabalho, verificado o seu comportamento e após, analisado as peças da estrutura que apresentaram maiores condições de carregamento através de elementos sólidos, projectando os componentes da forma mais eficiente, reduzindo custos e apresentando produtos mais fiáveis aos clientes.

## 6 Conclusões

Com o estudo inicial da dinâmica das forças que atuam no veículo em situações a qual o mesmo está exposto, seja estático ou em movimento, conseguiu-se, juntamente com os dados oriundos do CAD e de informações de trabalhos já desenvolvidos, calcular todas as forças atuantes (modelo quase-estático) no protótipo FSIPLeia nas situações de prova, seja no *Tilt Test Table*, no *SkidPad* ou no *Autocross*.

Pelo *software* associado de desenho do Ansys, aplicou-se elementos de vigas na geometria importada do CAD de origem, obedecendo todos os pontos dimensionais e característicos de projeto do veículo, simplificando a estrutura que foi importada para o ambiente de modelamento mecânico do Ansys.

Foi aplicado no Ansys todos os contactos entre as peças conforme restrições de movimentos das juntas reais existentes e colocado elementos de massas pontuais para o peso do motor, piloto e equipamentos, aproximando o modelo simplificado ao protótipo real. Para cada análise configurou-se as cargas nas situações calculadas pelas equações analíticas e com apoio do *software* OptimumLap, concluindo assim, a etapa de especificações técnicas onde implementou todas as variáveis do projeto.

Embora o objetivo central do presente trabalho ser a abordagem da análise dinâmica do comportamento de um veículo, fez-se uso de análises estáticas apresentando sua importância no cálculo e dimensionamento de estruturas veiculares.

Na análise estática no *Tilt Table Test*, além de servir inicialmente para afinar o modelo com os dados obtidos, concluiu-se que, para essa condição, o protótipo FSIPLeia passaria no teste sem deslocamento da mesa, e que a situação limite, onde haveria perda de contacto com a mesa seria em uma inclinação de  $65^\circ$ , onde ocorreria primeiro na roda traseira esquerda do protótipo. Comparado com as soluções analíticas os resultados se mostraram coerentes, mesmo com esse desenvolvimento analítico se tratar de um modelamento simplificado, ou seja, quase estático e baseado em forças médias.

Enquanto para a análise estática no evento *SkidPad*, obteve-se resultados do veículo quando o mesmo estivesse nessa condição de prova, pelo comportamento da estrutura com os deslocamentos encontrados, confirmou que o modelo desenvolvido nessa situação também

se mostrou coerente com a literatura e ao qual seus resultados foram pré-requisitos para as análises dinâmicas em regime permanente seguintes.

A análise modal para o *SkidPad* apresentou resultados de modos de vibração para o protótipo onde pode constatar movimentos característicos de dinâmica vertical, como o *bounce* para o primeiro modo, *pitch* para o segundo e *roll* para as seguintes. Esses modos naturais foram utilizados pela análise de resposta harmônica através do método de superposição modal.

A resposta harmônica encontrada para a massa suspensa foi de 2,25Hz de ressonância, onde o indicado por autores na literatura é de 2 a 2,5Hz e para as massas não-suspensas foi encontrado valores em torno de 10Hz, onde recomendam-se na teoria na faixa de 10 a 15Hz. Pode, portanto, enquadrar o modelo dentro desses parâmetros.

Fez-se uso da análise dinâmica estrutural em regime transiente, onde aplicou-se carregamentos variando no tempo, obtendo assim gráficos de deslocamentos das massas suspensas e massas não-suspensas, assim como encontrou-se valores para forças resultantes e tensões axiais. Observou-se pelo resultados, comportamentos esperados para cada situação durante o percurso do circuito, como movimentos característicos de *pitch* e *roll* assim como o de sobreviragem. Com o resultado das tensões axiais pode-se identificar barras que mais foram solicitadas durante essa prova, podendo ser um tópico de estudo de melhoria ao modelo. Identificou-se também que a situação crítica para essa prova é na curva com travagem, como era esperado pelos carregamentos impostos.

Portanto, com essas análises, utilizando uma metodologia onde aplicou-se estrangimentos nos contactos pneu/pista e outro caso onde se desenvolveu um modelo com as suspensões livres, afim de verificar as suspensões nessa situação, conseguiu-se obter resultados dinâmicos coerentes com a literatura e realidade através de uma modelação usando elementos de viga com simplificações na geometria, comprovando, salvo melhor opinião, que pode-se chegar a resultados importantes e de qualidade sem muito custo computacional/tempo.

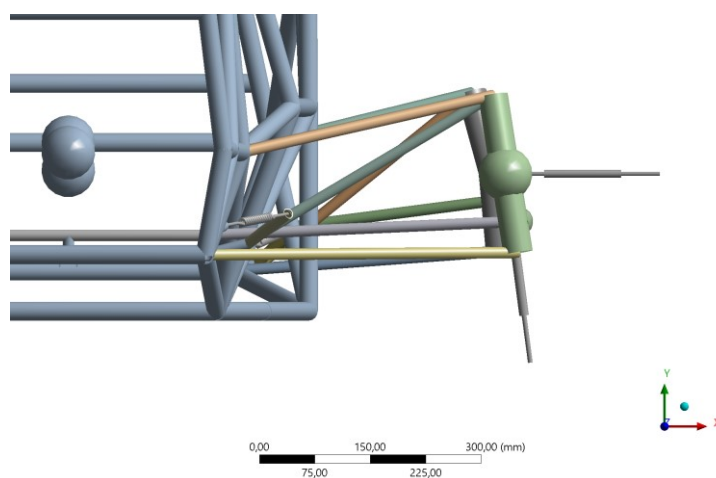
## **6.1 Sugestões para Trabalhos Futuros**

Para trabalhos futuros, sugere-se a realização de análises com diferentes tipos de elementos sobre essa geometria, como viga, cascas e sólidos, comparando os resultados entre si e atestando a fiabilidade de cada método assim como a aplicabilidade de cada tipo de análise por tempo/custos para um projeto.

Outra sugestão poderá ser identificar, através de uma análise com elementos de vigas, situações críticas nos modelos, como por exemplo a situação encontrada no presente trabalho, de curva com travagem, com avaliação de tensões e forças axiais, como foi feito na **Figura 111 e Figura 112**, e assim fazer análises pontuais na estrutura com elementos sólidos para obter tensões locais com critérios de projeto e propor melhorias.

Pode-se também, desenvolver equações mais complexas, tendo em consideração por exemplo, sistemas massa-mola e multicorpos com modelos dinâmicos de vários graus de liberdade afim de encontrar resultados analíticos mais fiéis ao modelo a ser estudado e assim, em conjunto com o modelo no MEF e, se possível, com o veículo real nessas condições, fazer comparações de comportamentos entre eles.

Com os sistemas analíticos desenvolvidos no parágrafo anterior e como visto no presente estudo que as fixações aplicadas ao modelo nas condições de contorno influenciam muito nos resultados apresentados, é possível também desenvolver uma metodologia de estudo para aplicação de condições de fronteira ao modelo de formas diferentes. Pode-se sugerir, por exemplo, uma restrição conforme apresentado na **Figura 114**, em que, ao invés de usar pontos remotos para fixações, utilizar molas para simular rigidez aos pneus, tanto vertical como lateralmente, assim como aplicar massas pontuais nas massas não-suspensas afim de obter características mais próximas ainda da realidade. Poderia também, semelhante a **Figura 114**, desenvolver um sistema de molas em várias direções fazendo um estudo detalhado da rigidez de cada elemento para simular o pneu, posteriormente em conjunto com toda a geometria do veículo, obter resultados para análises.



**Figura 114** – Exemplo de aplicação de constrangimentos baseados em molas.

## Referências

- Almacinha, J A S 1985, 'Análise Dinâmica de Estruturas de Veículos', Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.
- Ansys, Inc. 2019, User's Manual, In: ANSYS Workbench v.19.0.
- Azevedo, D F O 2016, Análise estrutural com Ansys Workbench: Static Structural, Mogi das Cruzes-SP (Brasil).
- Belytschko, T, Jacob, F 2009, Um primeiro curso em elementos finitos, LTC, Rio de Janeiro-RJ (Brasil).
- Bonsanto, A 2016, 'Análise Estrutural de Protótipo Automotivo', Trabalho de Conclusão do Curso de Bacharel (pré-Bolonha UE), Universidade Luterana do Brasil, Canoas-RS (Brasil).
- Brugnaroto, S G, Goedel, F & Pravia, Z M C 2016, 'Modelagem De Elementos e Ligações de Estruturas De Aço Combinando Elementos Finitos De Viga E Casca', Contribuição tecnocientífica ao Construmetal 2016 – Congresso Latino-americano da Construção Metálica – 20 a 22 de setembro de 2016, São Paulo-SP (Brasil).
- Caldas, F J C 2013, 'Projecto Suspensão Formula Student', Dissertação de Mestrado, Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, Lisboa.
- Costa, B A 2014, 'Conceção e dimensionamento do chassis e sistema de travagem de um veículo de competição do tipo Formula SAE', Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa.
- Ferreira, P M F 2019, 'Estudo comparativo de dois tipos de sistemas de suspensão de um carro Fórmula Student', Dissertação de Mestrado, Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, Lisboa.
- Filho, A A 2005, Elementos finitos: A Base da Tecnologia CAE - Análise Dinâmica, Érica, Tatuapé-SP (Brasil).
- Freitas Jr., L M P 2006, 'Estudo da Dinâmica Vertical de uma Suspensão Veicular tipo Macpherson', Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, São Paulo-SP (Brasil).
- Formula SAE Rules 2019, Version 1.0, 25 July 2018, SAE International, p. 134, USA.

- Gillespie, T D 1992, Fundamentals of Vehicle Dynamics. SAE – Society of Automotive Engineers (ISBN 1-56091-736-9), USA.
- Jazar, R N 2008, Vehicle Dynamics: Theory and Application, Springer, USA
- Klava, B 2003, ‘Desenvolvimento das etapas de análise e otimização estrutural de uma manga de eixo’, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC (Brasil).
- Lopes, B F 2016, ‘Projeto de chassis para Formula Student’, Dissertação de Mestrado, Instituto Politécnico de Leiria, Leiria.
- Lotto, R S 2014, ‘Dinâmica Lateral: Construção e Validação de um Modelo de Simulação Multicorpos de um Veículo FSAE usando Modelo Semi-Empírico de Pneu’, Dissertação de Mestrado, Centro Universitário da FEI, São Paulo-SP (Brasil).
- Luz, C F 2017, ‘Análise de resposta à frequência em suspensões de carros populares do mercado automotivo brasileiro’, Trabalho de Conclusão de Curso de Bacharel, Centro Tecnológico da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC (Brasil).
- Meireles, J F B 2007, ‘Análise Dinâmica de Estruturas por Modelos de Elementos Finitos Identificados Experimentalmente’, Tese de Doutorado, Universidade do Minho, Guimarães.
- Nicolazzi, L C, Rosa, E & Leal, L C M 2012, Uma introdução à modelagem quase-estática de automóveis, Publicação interna do GRANTE – Departamento de Engenharia Mecânica – GRANTE, Florianópolis-SC (Brasil).
- Oliveira, P M 2018, Elementos de Cinemática e Dinâmica Automóvel, Copyright© 2018 Pedro A T M Oliveira & Ciência Rodoviária (CR), Lisboa.
- Pinheiro, M P G F 2010, ‘Análise Comparativa da Influência da Torção de um Chassi de FSAE no Comportamento Dinâmico do Veículo’, Dissertação de Mestrado, Centro Universitário da FEI, São Paulo-SP (Brasil).
- Pinto, F J O T 2013, ‘Avaliação do Desempenho Mecânico do Veículo FIPL001’, Dissertação de Mestrado, Instituto Politécnico de Leiria, Leiria.

Gomes, P, Pinto, R 2019, 'Avaliação do comportamento dinâmico de um veículo', Trabalho de Projeto, Instituto Politécnico de Leiria, Leiria.

Rocha, V R 2016, 'Análise de uma suspensão para um veículo de fórmula SAE via elementos finitos', XV Prémio Denatran, Brasil.

Ruthes, J P 2016, 'Análise de Sensibilidade de Suspensão Veicular', Trabalho de Conclusão de Curso de Bacharel (pré-Bolonha UE), Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville-SC (Brasil).

Santos, V L 2007, 'Estudo da dinâmica vertical de um veículo através da teoria de sistemas multicorpos', Trabalho de Conclusão de Curso de Bacharel (pré-Bolonha UE), Universidade de São Paulo, São Paulo-SP (Brasil).

Sathler, L R 2016, 'Projeto e Análise Estrutural de Mangas de Eixo para Suspensão Dianteira e Traseira de Protótipo Automotivo', Trabalho de Conclusão de Bacharel (pré-Bolonha UE), Universidade Luterana do Brasil, Canoas-RS (Brasil).

Seco, H F L C 2017, 'Estudo de industrialização do Formula Student IPLeiria', Dissertação de Mestrado, Instituto Politécnico de Leiria, Leiria.

Silva, T C 2019, 'Estudo analítico das teorias de viga de Bernoulli e Timoshenko para condições de contorno variadas', Revista de Engenharia Civil IMED. Fundo, v. 6, n.1, p.57-70, ISSN 2358-6508, <https://seer.imed.edu.br/index.php/revistaec/article/view/2997>. Acesso em: 18 nov. 2019, doi: <https://doi.org/10.18256/2358-6508.2019.v6i1.2997>.

Society of Automotive Engineers 2020, Retirado de <http://portal.saebrasil.org.br/programas-estudantis/formula-sae-brasil>

Sullivan, Q J B 2016, 'The Design, Implementation, Evaluation and Results of a Race Car for the Collegiate Formula SAE Electric Competition', Master of Science thesis, Portland State University, Portland - EUA.