Desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Relatório de Projeto

Mónica Raquel Silva Ramos Alexandre

Trabalho realizado sob a orientação de

Professor Doutor Hugo Alexandre Lopes Menino

Leiria, março 2015

Mestrado em Educação Matemática no Pré-Escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS SOCIAIS

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LEIRIA

Agradecimentos

Aos meus avós maternos que são uma referência, sempre!

Aos meus filhos, Inês e Francisco, pelo tempo e momentos dos quais fomos privados.

Ao meu marido, amigo, confidente, companheiro que, esteve presente com toda a sua racionalidade, calma, honestidade, compreensão, amor e humor!

À minha mãe e à minha madrinha (mãe de coração) pela ajuda, carinho e apoio.

À minha amiga de coração, Sofia, que com tranquilidade e persistência lutou para que nunca desistisse, e, me dizia: *Calma, objetivos pequeninos! Hoje vais em que página?...*

Ao Orientador, Professor Doutor Hugo Menino, pela orientação, compreensão, simplicidade, humanidade, disponibilidade e incentivo que tão prontamente me dirigiu.

Aos professores, colegas e amigos que permitiram e me apoiaram na aplicação das tarefas, Anabela, Lucinda, Luísa e Zé.

Aos alunos que participaram e colaboraram na concretização deste projeto, pela disponibilidade e desempenho, sem eles a realização deste estudo não teria sido possível.

À formadora, colega e amiga Fátima Gonçalves, referência e estímulo no momento decisivo na inscrição deste mestrado.

À amiga e irmã de coração, Rosa Abreu, por me mostrar que somos normais e 3D, pelas boas energias.

A toda a minha família e amigos que me apoiaram neste projeto, um MUITO OBRIGADA, A TODOS!

Resumo

Este estudo teve como objetivo principal investigar o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do 1.º ciclo do ensino básico, procurando compreender o impacto da implementação de uma sequência de tarefas de cunho exploratório, envolvendo o estudo de padrões e sequências.

As tarefas foram implementadas, no letivo 2013/2014, em quatro turmas do 1.º ciclo do ensino básico, uma de cada ano de escolaridade. A sequência de tarefas foi organizada em seis tarefas envolvendo padrões e sequências de repetição e de crescimento, privilegiando os contextos visuais/figurativos. Os alunos realizaram as tarefas, interagindo socialmente através do trabalho em pequeno grupo, e em grupo-turma durante os momentos da discussão coletiva. Procurou-se clarificar as estratégias e representações utilizadas, as generalizações formuladas e as dificuldades sentidas.

A metodologia adotada foi qualitativa de natureza interpretativa, com uma organização de estudo de caso (casos múltiplos ou comparativos), dando ênfase à investigação sobre a prática.

A recolha de dados teve como principais instrumentos o diário de bordo, as produções escritas dos alunos, a observação participante e as gravações de áudio e vídeo.

Os resultados mostraram, que nos diferentes anos de escolaridade, os alunos usaram uma diversidade de representações e de estratégias, que se revelou essencial na capacidade de generalização e de aprendizagens algébricas. A linguagem natural foi uma representação privilegiada em todos os anos de escolaridade, permitiu a expressão, explicação e justificação de ideias, raciocínios, dificuldades e generalização de sequências. No estudo de caso do 1.º ano, dado a faixa etária dos alunos, foram realizadas generalizações próximas com concretização.

Nos estudos de caso dos 3.º e 4.º anos, atendendo à idade, maturidade, capacidade de abstração e conhecimentos, observaram-se estratégias mais complexas e formais, proporcionando uma maior diversidade no estabelecimento de conexões e de generalizações desconstrutivas. As generalizações construtivas próximas foram observadas nos estudos de caso do 1.º e do 2.º anos. As generalizações desconstrutivas e distantes foram observadas no caso do 2.º ano e não foram visíveis no do 1.º ano.

Os alunos revelaram compreensão algébrica, desenvolveram o estabelecimento de conexões, tendo-se aferido uma maior profundidade nos dois últimos anos de ciclo. A exploração de tarefas envolvendo padrões e sequências permitem a transversalidade dentro da própria Matemática. Desta forma, é fundamental continuar a explorar este tipo de tarefas, desde os primeiros anos de escolaridade, de modo a desenvolver o pensamento algébrico.

Palavras-chave: Estratégias, generalizações, tarefas exploratórias, padrões e sequências, pensamento algébrico e representações.

Abstract

This study's purpose is to ascertain the development of algebraic thinking in elementary school students, by understanding the impact of the implementation of a series of exploratory tasks related to the study of patterns and sequences.

The tasks were implemented in the 2013/2014 school year, among four classes, one for each grade. The sequence of tasks was structured in six tasks related to patterns and sequences of repetition and growth, primarily employing visual and figurative setups. The tasks were performed, with the students socially interacting amongst themselves, both in small work groups and in class group during moments of collective debate. Attempts were made to elucidate the strategies and representations used, the generalizations formulated and the difficulties felt.

The methodology applied was qualitative of interpretative nature, with an organization of case studies (multiple or comparative cases), emphasizing the research related to the practice.

The primary data collection instruments used were the log, the students' written works, participant observation and audio and video recordings.

The results revealed that, in all grades, the students used a diversity of representations and strategies, which turned out to be fundamental to the generalization ability and to the algebraic learning. The natural language was a representation in focus in all the grades, which allowed the communication, clarification and justification of ideas, ratiocinations, difficulties and the generalization of sequences. Given the age group, in the first grade case study, were used near generalizations with implementation.

In the case studies of the third and fourth grades, taking in to account the age, maturity, abstraction ability and knowledge, more formal and complex strategies were observed, resulting in a wider diversity in the establishment of connections and deconstructive generalizations. The near constructive generalizations were observed in the first and second grades' case studies. The far and deconstructive generalizations were observed in the second grade case but that didn't occurred in the first grade case.

The students revealed an algebraic understanding, were able to develop the formation of connections, particularly in the third and fourth grade, where that fact was visible to a much higher degree. Tasks assessment allows a transverse line within Mathematics. Thus, it is essential to continue to explore, from the early years of education, this type of tasks to develop algebraic thinking.

Keys words: Strategies, generalizations, exploratory tasks, patterns and sequences, algebraic thinking and representations.

Índice Geral

Agradecimentos....ii

Resumo....iii

Abstract....v

Capítulo I

1. INTRODUÇÃO.... 1

    1.1. Motivação.... 1

    1.2. Pertinência do Estudo.... 3

    1.3. Objetivo e questões de investigação 6

Capítulo II

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.... 7

    2.1. Capacidades Transversais.... 7

    2.2. Pensamento algébrico.... 13

    2.3. Padrões e Sequências 14

        2.3.1. Padrões de repetição.... 16

        2.3.2. Padrões de crescimento.... 16

    2.4. Tarefas exploratórias.... 17

    2.5. Representações.... 19

    2.6. Estratégias.... 21

    2.7. Generalizações.... 30

Capítulo III

3. METODOLOGIA.... 32

    3.1. Opções metodológicas.... 32

    3.2. Participantes do estudo.... 36

    3.3. Procedimentos.... 36

    3.4. Instrumentos de Recolha de dados 38

    3.5. Análise dos dados 40

Capítulo IV

4. PREPARAÇÃO DA SEQUÊNCIA DE TAREFAS 43

4.1. Opções gerais 43

4.2. Descrição das tarefas 45

Capítulo V

5. RESULTADOS 49

5.1. Caso do 1.º ano de escolaridade 49

5.1.1. Apresentação do caso 49

5.1.2. Tarefas envolvendo padrões de repetição 50

5.2. Caso do 2.º ano de escolaridade 57

5.2.1. Apresentação do caso 57

5.2.2. Tarefas envolvendo padrões de repetição 57

5.3. Caso do 3.º ano de escolaridade 65

5.3.1. Apresentação do caso 65

5.3.2. Tarefas envolvendo padrões de repetição 66

5.4. Caso do 4.º ano de escolaridade 79

5.4.1. Apresentação do caso 79

5.4.2. Tarefas envolvendo padrões de repetição 79

5.5. Análise comparativa dos casos 93

Capítulo VI

6. CONCLUSÃO 100

6.1. Síntese do estudo 100

6.2. Súmula conclusiva 102

6.3. Limitações do estudo e Recomendações 107

Referências Bibliográficas 109

Anexos 118

Índice de Tabelas

Tabela 1 - *Estratégias definidas por Ponte, Branco e Matos (2009a, p.44-46* 22

Tabela 2 - *Resposta de três alunos (Ponte, Branco & Matos, 2009a, p. 47).* 25

Tabela 3 - *Sequência dos laços – Tabela e material manipulativo (Vale, 2009, p.57).* 29

Tabela 4 - *Calendarização do período de implementação da sequência de tarefas.* 38

Tabela 5 - *Planificação das tarefas 1, 2 e 3 – Padrões de repetição.* 46

Tabela 6 - *Planificação das tarefas 4, 5 e 6 – Padrões de crescimento.* 47

Tabela 7 - *Representações matemáticas utilizadas pelos alunos na realização das tarefas envolvendo padrões de repetição* 94

Tabela 8 - *Estratégias de generalização utilizadas pelos alunos na realização das tarefas envolvendo padrões de repetição* 95

Tabela 9 - *Nível de generalização utilizadas pelos alunos na realização das tarefas envolvendo padrões* 98

Tabela 10 - *Tipo de generalização utilizadas pelos alunos na realização das tarefas envolvendo padrões de repetição* 98

Índice de Figuras

Figura 1 - *Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura (Ponte, 2005b).* 17
Figura 2 - *Quadro das tarefas matemáticas (Stein & Smith, 2009).* 18
Figura 3 - *Sequência pictórica (Ponte, Branco & Matos, 2009a, p. 44).* 22
Figura 4 - *Sequência de quadrados, resposta de uma aluna (Ponte, Branco & Matos, 2009a, p. 45).* 23
Figura 5 - *Sequência de quadrados, resposta de uma aluna (Ponte, Branco & Matos, 2009a, p. 45).* 23
Figura 6 - *Sequência (Ponte, Branco & Matos, 2009a, p. 46).* 24
Figura 7 - *Sequência de quadrados, procedimento de uma aluna (Ponte, Branco & Matos, 2009a, p. 46).* 24
Figura 8 - *Sequência crescente (Ponte, Branco & Matos, 2009a, p. 47).* 25
Figura 9 - *Tarefa "Números geométricos" (Canavarro, 2007, p.103).* 26
Figura 10 - *Primeira sequência da tarefa "Números geométricos", resposta de um grupo de alunos (Canavarro, 2007, p.104).* 26
Figura 11 - *Segunda sequência da tarefa "Números geométricos", resposta de um grupo de alunos (Canavarro, 2007, p.104).* 26
Figura 12 - *Terceira sequência da tarefa "Números geométricos", resposta de um grupo de alunos (Canavarro, 2007, p.104-105).* 27
Figura 13 - *Sequência dos laços (Vale, 2009, p.56).* 28
Figura 14 - *Tarefa 1 – Padrão de repetição com quadrados e triângulos.* 46
Figura 15 - *Tarefa 2 – Padrão de repetição com quadrados, triângulos e círculos.* 46
Figura 16 - *Tarefa 3 – Padrão de repetição com quadrados e círculos.* 46
Figura 17 - *Tarefa 4 – Padrão de crescimento com pintainhos.* 47
Figura 18 - *Tarefa 5 – Padrão de crescimento com quadrados.* 48
Figura 19 - *Tarefa 6 – Padrão de crescimento com triângulos.* 48
Figura 20 - *Representações externas ativas utilizadas pelos alunos na reprodução da sequência. (Tarefa 1 – Questão 6: Qual a figura que irá estar por cima do 20? Porquê?)* 53

Capítulo I

1. INTRODUÇÃO

O presente estudo foi desenvolvido no âmbito do Mestrado em Educação Matemática no Pré-Escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico e procura estudar o impacto da aplicação de uma sequência de tarefas, abordando a exploração de padrões de repetição, na aprendizagem dos alunos ao nível do pensamento algébrico.

Este capítulo começa por referir as ideias principais que serviram de motivação para a realização deste estudo seguindo-se a sua pertinência e a descrição dos objetivos e questões orientadoras desta investigação.

1.1. Motivação

O relatório do TIMSS 2011 (ME, 2012) refere que os alunos portugueses, do 4.º ano de escolaridade, obtiveram um desempenho inferior na dimensão do conhecimento e raciocínio, revelaram também um desempenho abaixo da média global nacional no tema Números. No relatório das provas de aferição de 4.º ano de 2012, os alunos manifestaram dificuldade ao nível do estabelecimento de relações numéricas, da comunicação matemática; verificando-se a necessidade da continuação de tarefas que contemplem a partilha e discussão de diferentes estratégias de resolução. De acordo com o relatório dos testes intermédios do 2.º ano de 2013, Números e Operações e Geometria e Medida foram considerados as áreas temáticas que carecem de maior intervenção didática; os alunos revelaram dificuldade na apresentação e explicação de raciocínios matemáticos.

O Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007) introduz o tema Álgebra nos 2.º e 3.º ciclos, assumindo como um dos quatro eixos fundamentais, do ensino-aprendizagem, o pensamento algébrico, tendo uma iniciação já no 1.º ciclo. No Programa do 1.º Ciclo do Ensino Básico (ME,1990) o tema Álgebra não surgia como tema individualizado, integrava-se no Bloco 1 – Números e Operações. O Programa de Matemática do Ensino Básico (2007) revela uma continuação do programa anterior (ME, 1990), apresentando porém alguns aspetos inovadores no 1.º ciclo, entre outros, destaca-se o pensamento algébrico.

Do ponto de vista de Oliveira (2009), o pensamento algébrico marca a grande diferença relativamente ao programa do ensino básico anterior (ME, 1990) no que respeita ao aluno, no seu percurso escolar, é essencial começar a pensar algebricamente mais cedo; a capacidade de generalização deve ser promovida deste as etapas iniciais do ensino básico, pois trata-se de um aspeto central na Álgebra e na Matemática; o uso do simbolismo algébrico deve ser gradual devido ao importante papel das múltiplas representações e deve surgir *uma forte articulação e continuidade entre os vários tópicos da Álgebra* (p. 84). Esta autora refere ainda *a reconhecida dificuldade que a utilização do simbolismo algébrico e a manipulação algébrica representam para os alunos* (p. 84). O Programa de Matemática do Ensino Básico (2007) sugere que no 3.º ciclo é fundamental proporcionar *aos alunos experiências informais antes da manipulação algébrica formal (por exemplo, na resolução de equações, sistemas de equações e inequações)* (p. 55), apontando portanto para um uso gradual do simbolismo.

Silvestre, Faria, Sousa, Cristo, Santos, Molarinho e Veladas (2010) citando Seeley (2004) referem que os padrões constituem um importante objeto de estudo e um instrumento de pensamento matemático, uma vez que as crianças trabalham com padrões desde a sua entrada na escola. Seeley defende que a categorização e generalização informal são o primeiro passo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Em paralelo, os padrões promovem o desenvolvimento do *sentido do número,* do *sentido das operações, e em anos de escolaridade mais avançados desenvolve a capacidade de compreender relações complexas* (p.92).

Entre outros objetivos, o Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007) estabelece como objetivos gerais do ensino na matemática: reconhecer regularidades e compreender relações; explorar regularidades e formular e investigar conjeturas matemáticas. Esperando que os alunos realizem atividades matemáticas com autonomia, quer na resolução de problemas quer na exploração de regularidades, formulando e testando conjeturas, sendo capazes de as analisar e sustentar de forma a terem um maior envolvimento na construção do seu conhecimento matemático e uma apropriação mais intensa desse mesmo conhecimento. Este documento salienta o facto de a exploração de situações relacionadas com regularidades de acontecimentos, formas, desenhos e conjuntos de números ser importante no 1.º ciclo do ensino básico. Evidenciando também, que é importante que os alunos procurem *regularidades em sequências de números finitas ou infinitas (estas usualmente chamadas sucessões)* (p.14)*,* observando também, *padrões de pontos e representá-los tanto geométrica como numericamente, fazendo conexões entre a geometria e a aritmética* (p.14). O desenvolvimento de atividades com regularidades generalizáveis, segundo regras que os alunos podem formular por si próprios, favorece o desenvolvimento da capacidade de abstração e contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Os Princípios e Normas para a Matemática Escolar, NCTM (2007), referem que um ensino que valorize a inter-relação das diversas ideias matemáticas fomenta nos alunos não só a aprendizagem da matemática como também o reconhecimento da sua utilidade.

O Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico (ME, 2013) considera o tópico de Sequências e Regularidades no 2.º ano de escolaridade, surgindo depois, apenas, no 6.º ano. Esta particularidade acusa uma falta de continuidade de trabalho. Este documento também não contempla objetivos como a compreensão e desvaloriza as capacidades transversais, preconizando um ensino que, nos faz recuar vários anos. Recordando Paulo Abrantes, Brunheira (2013) refere que *Os bons velhos tempos, são velhos mas não eram bons – e isso até a minha avó sabia* (p.1). Atualmente o novo documento curricular contraria o que se tem feito para a renovação do ensino da matemática, em vez de encontrarem condições que proporcionem essa renovação e de ajudarem a corrigir erros, defendem o retorno ao que consideram como os *bons velhos tempos* dos exames em todos os níveis de ensino (Santos & Canavarro, 2013).

A oportunidade de ter sido colocada em Apoio Educativo, durante o tempo que se realizou esta investigação, numa escola com quatro turmas (uma de cada ano de escolaridade), o facto de ter sido professora de alguns dos alunos em anos anteriores são aspetos que permitem uma maior proximidade com todos os alunos da escola. A apresentação deste quadro, o gosto que fui desenvolvendo pelo tema, durante a minha prática profissional, e as suas potencialidades no ensino são fatores que despertaram a curiosidade em realizar uma investigação envolvendo os quatro anos de escolaridade.

1.2. Pertinência do Estudo

Este estudo assenta na assunção de que tarefas desafiadoras envolvendo a exploração de padrões são potenciadoras do desenvolvimento de capacidades transversais como a comunicação, o raciocínio matemático e as conexões (Boavida, Paiva, Cebola

& Vale, 2008; Vale & Pimentel, 2010; Ponte & Velez, 2011b). O estudo de padrões e sequências permite a construção e ampliação de conceitos matemáticos, de procedimentos e ideias matemáticas, que posteriormente serão úteis na resolução de problemas e na aprendizagem de outros conceitos e relações de maior grau de complexidade.

Luís, Bártolo e Serrazina (1996) referem que as regularidades e padrões são um tema rico, que permite trabalhar conceitos de forma lúdica e estimula alunos com mais dificuldades. Estes autores indicam que regra geral, os alunos que revelam mais dificuldades em matemática, sentem-se mais estimulados com a realização de tarefas envolvendo este tema, superando as suas expectativas e realizando as tarefas mais rapidamente do que os outros. Ao valorizar estes desempenhos, a confiança e a autoestima aumentam assim como, a forma positiva de ver a matemática.

O documento NCTM (2007) refere a Álgebra como um fio condutor curricular desde os primeiros anos de escolaridade, defendendo que se deve trabalhar desde o pré-escolar. O mesmo documento defende que um ensino que valorize a inter-relação das diversas ideias matemáticas conduz a uma aprendizagem da matemática e ao reconhecimento da sua utilidade. O trabalho com padrões contribui para a compreensão da Álgebra (NCTM, 2007; Vale & Pimentel, 2005).

Barbosa e Borralho (2011) defendem que a exploração de padrões em contexto de tarefas de investigação pode contribuir para a compreensão da álgebra, promovendo o estabelecimento de conexões matemáticas, *desenvolve a comunicação matemática através do uso de uma linguagem (escrita e oral) não ambígua e adequada à situação e melhora a imagem da Matemática* (p.10).

A continuação da realização de investigação no âmbito do ensino e da aprendizagem da Álgebra, nos vários anos de escolaridade, é defendida por Branco (2008), que considera ser fundamental compreender como o desenvolvimento do pensamento algébrico pode ser fomentado nos primeiros anos de escolaridade e de que modo o *trabalho nesses anos de escolaridade pode contribuir para uma melhor compreensão da Álgebra formal em anos posteriores* (p. 191).

O professor deve preocupar-se em desenvolver oportunidades para que os alunos possam refletir sobre erros cometidos e dificuldades experienciadas no desenvolvimento do seu trabalho, de modo a compreenderem a sua desadequação às situações propostas (Hiebert & Wearne, 1993 citados por Barbosa, 2009). Por vezes, os alunos cometem erros de utilização indevida da proporcionalidade direta, ou utilizam estratégias desadequadas à questão colocada, daí ser indispensável proporcionar momentos de reflexão sobre estas situações de modo a contribuir significativamente *para o desenvolvimento do seu conhecimento matemático e para aprofundar a sua compreensão acerca do processo de generalização* (Barbosa, 2009, p. 378).

O desenvolvimento do pensamento algébrico nos primeiros anos de escolaridade é fundamental, servindo quer de preparação e resolução do insucesso da Álgebra em anos mais posteriores, quer na forma de investigar a Aritmética, *que muitas vezes não se apoia na compreensão de conceitos mas apenas na mecanização de procedimentos* (Pimentel, 2010, p. 129). A investigação realizada por esta investigadora revelou que os alunos tiveram um ótimo desempenho na realização de *experiências matemáticas significativas na procura de integração entre a aritmética e a álgebra valorizando (…) e aspectos de descoberta de padrões e de generalização*. Esta autora defende que seria pertinente estudar as implicações desta abordagem investigando em especial *o impacto a médio e longo prazo da introdução do pensamento algébrico em alunos do 1.º ciclo* (p. 476).

Atendendo a que existe um número reduzido de estudos no 1.º ciclo do ensino básico, no âmbito da investigação de sequências pictóricas e regularidades como apoio para o desenvolvimento do pensamento algébrico, Morais (2012) considera ser importante *continuar um estudo desta natureza com os mesmos alunos* (p. 196), de modo a analisar eventuais evoluções e/ou regressões na realização de tarefas envolvendo sequências pictóricas e regularidades, *e se esta experiência tem impacto nas suas aprendizagens e desempenho futuros* (p. 196). A autora menciona que os alunos desenvolvem capacidades de representação e de generalização, durante a realização de tarefas que envolvam sequências pictóricas e, que seria *interessante analisar nomeadamente o impacto a médio e longo prazo da promoção do pensamento algébrico nestes alunos* (p.196).

É essencial *continuar a apostar em tarefas de cariz exploratório, na investigação de padrões visuais*, de modo a que os professores adotem metodologias que ajudem os alunos na *desconstrução e reconstrução dos padrões e dos seus termos, potenciando assim o estabelecer de relações funcionais entre as variáveis* (Leão, 2012, p. 84). Este autor acrescenta que o trabalho de exploração de padrões deve ter início no 1.º ciclo do ensino básico e, posteriormente, um acompanhamento do aluno durante o 2.º ciclo do ensino básico.

1.3. Objetivo e questões de investigação

Numa perspetiva atual, onde os resultados obtidos por alunos portugueses em provas nacionais e internacionais salientam que Números e Operações são uma das áreas temáticas que requer uma maior intervenção didática; apontam para a necessidade da realização de tarefas promotoras do desenvolvimento e explicitação do raciocínio matemático; da comunicação matemática, de partilha e discussão de diferentes estratégias de resolução, este estudo poderá dar o seu contributo. De acordo com as sugestões metodológicas expostas anteriormente, este estudo pretende investigar o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do 1.º ciclo do ensino básico, através de uma sequência de tarefas de cunho exploratório, compreendendo o estudo de padrões e sequências, a partir da qual se procura compreender o impacto da sua implementação. Na sequência de tarefas estão presentes capacidades transversais tais como o raciocínio matemático e a comunicação matemática e também, o estabelecimento de conexões.

No âmbito desta problemática geral, procura-se investigar com este trabalho o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos de 1.º ciclo do ensino básico, para o qual se delinearam as seguintes questões:

i) Qual a compreensão algébrica revelada pelos alunos na resolução de tarefas envolvendo a exploração de padrões?

ii) Que estratégias adotam, os alunos, na procura de generalizações?

iii) Em que nível de generalização se encontram os alunos?

iv) De que modo a exploração de padrões contribui para a construção e compreensão de ideias numéricas?

Com a finalidade de responder a estas questões, os alunos de quatro turmas do 1.º ciclo do ensino básico (1.º ano, 2.º ano, 3.º ano e 4.º ano) resolvem tarefas, envolvendo padrões e sequências com o intuito de clarificar as representações e estratégias por eles utilizadas, as generalizações formuladas e as dificuldades sentidas. Pretende-se analisar o trabalho desenvolvido pelos alunos durante a aplicação de uma sequência de seis tarefas assim como, o seu contributo na promoção do sucesso na aprendizagem da Álgebra.

Capítulo II

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Capacidades Transversais

Para além dos temas matemáticos, o Programa de Matemática do Ensino Básico (2007), salienta a importância de três capacidades transversais – a Resolução de problemas, o Raciocínio matemático e a Comunicação matemática – que devem ter um papel central no tratamento de cada tema. Além destas capacidades, este programa valoriza também outras capacidades, como a representação e o estabelecimento de conexões dentro e fora da Matemática.

As capacidades a desenvolver nos alunos são consideradas como transversais a todo o currículo, encontrando-se presentes no ensino de todo e qualquer tópico do Programa de Matemática do Ensino Básico (2007), (Rodrigues, 2009). Esta autora salienta que a transversalidade evidencia-se pela importância das três capacidades na aprendizagem da matemática, uma vez que estas *se encontram intimamente associadas à promoção da compreensão matemática* (p.38).

Os alunos devem ser envolvidos em experiências significativas de matemática, permitindo-lhe uma construção do conhecimento, firme e motivada (Cabrita & Fonseca, 2012). Em matemática, estas experiências realizam-se, em geral, através da resolução de tarefas, devidamente sequenciadas de acordo com hipotéticas trajetórias de aprendizagem (Serrazina & Oliveira, s/d; Simon, 1995; Simon & Tzur, 2004 citados por Cabrita & Fonseca, 2012). Estas autoras defendem que as trajetórias devem incluir tarefas de caráter aberto, evoluindo gradualmente a sua complexidade. Uma tarefa aberta, *ao mobilizar processos complexos de pensamento, capacidades cognitivas de ordem superior, a par de outras capacidades e atitudes, também os desenvolve* (p. 539).

Um número significativo de investigações, nacionais e internacionais evidenciam a possibilidade de ensinar e aprender a resolver problemas, a comunicar e a raciocinar matematicamente. Contudo, existem, também, vários estudos que frisam que esta tarefa não é simples, nem para os alunos, nem para os professores (Boavida & Menezes, 2012b).

A condução de aulas a partir de tarefas desafiantes, desenvolvidas numa lógica de ensino exploratório, é uma prática ainda pouco consolidada (Franke, Kazemi & Battey, 2007 citados por Canavarro & Santos, 2012, p. 101). Canavarro e Santos (2012) referem que se trata de um tipo de prática letiva apropriada para o desenvolvimento de capacidades transversais nos alunos e, à abordagem compreensiva de tópicos matemáticos. Estas autoras mencionam que as tarefas determinam as oportunidades de aprendizagem matemática dos alunos. A seleção de tarefas apropriadas e diversificadas e o seu desenvolvimento na aula, com os alunos, são dois elementos fundamentais na prática letiva do professor, constituindo também, um grande desafio. Estas autoras mencionam a importância da investigação em educação matemática *continuar a procurar compreender e aprofundar o conhecimento neste domínio* (p. 102). Para criar e manter uma determinada cultura de sala é necessário a *negociação de normas de ação e interação* que auxiliem a constituição e desenvolvimento de uma *comunidade de discurso matemático* (Sherin, 2002 citado por Boavida & Menezes, 2012a, p. 293). Boavida (2005) nomeia este tipo de cultura como *cultura de argumentação* (p.95), na qual as respostas inesperadas são valorizadas, estimulando a partilha e análise das diferentes estratégias de resolução e o estabelecimento de conexões, fomentando a reflexão e a criatividade das ideias matemáticas. A seleção das tarefas e as ideias que surgem dos alunos são importantes contudo, é fundamental saber gerir essas ideias assim como, o poder de argumentação, justificação e reflexão.

Uma gestão curricular que envolva o estabelecimento de conexões matemáticas dotará os alunos de uma competência matemática qualitativamente superior, atendendo a que *o saber que é fecundo é inter-relacional e conectado, e simultaneamente libertará tempo para uma integração continuada e não pontual das várias capacidades transversais* (Rodrigues, 2009, p.40).

Com base no exposto anteriormente, torna-se fundamental que os conteúdos sejam abordados de forma integrada, promovendo o estabelecimento de conexões entre os vários tópicos da matemática e não de forma compartimentada, deste modo o ensino fará e terá mais sentido para os alunos.

Raciocínio matemático – O Programa de Matemática do Ensino Básico (2007) reconhece o raciocínio matemático como uma capacidade fundamental, que envolve a *formulação e teste de conjeturas e, numa fase mais avançada, a sua demonstração* (p.8)*; construção de cadeias argumentativas que começam pela simples justificação* de passos e evoluem progressivamente para argumentações mais complexas, recorrendo à linguagem dos Números, da Álgebra e da Geometria (p.8).

O documento NCTM (2007) admite que para a compreensão da matemática é fundamental ser capaz de raciocinar. Os alunos, em todos os níveis de escolaridade, terão de compreender e admitir que a matemática faz sentido, a partir do desenvolvimento de ideias, da exploração de fenómenos, da justificação de resultados e da utilização de conjeturas matemáticas em todas as áreas de conteúdo, envolvendo expetativas e diversos níveis de aprofundamento. Este mesmo documento defende que os alunos devem adquirir e desenvolver capacidades em vários tipos de raciocínio – algébrico e geométrico, proporcional, estatístico e probabilístico – com níveis crescentes de aprofundamento.

Vários autores reconhecem, no ensino e aprendizagem, o raciocínio matemático como fundamental em toda a atividade matemática (Pereira & Ponte, 2011, Boavida & Oliveira, 2012, Pimentel & Vale, 2012). Na matemática é importante não apenas saber *como se faz* mas sim, compreender o porquê de procedimentos e resultados, é essencial captar a natureza das ligações entre ideias matemáticas, procurar analogias entre algo que é novo com o que é conhecido, formular conjeturas com base em observações, explicar e justificar ideias e posições valendo-se de argumentos matemáticos. É importante que os alunos aprendam matemática com compreensão, para tal é necessário ajudá-los a desenvolver o hábito de pensar que está relacionado com o *porquê das coisas* (Boavida & Oliveira, 2012, p.1). De acordo com Oliveira (2008) a expressão *raciocínio matemático* é usada para indicar *um conjunto de processos mentais complexos através dos quais se obtêm novas proposições (conhecimento novo) a partir de proposições conhecidas ou assumidas (conhecimento prévio)* (p. 3). Para Ponte, Branco e Matos (2008) *raciocinar envolve sobretudo encadear asserções de forma lógica e justificar esse encadeamento* (p. 89).

Em concordância com o referido anteriormente torna-se fundamental desenvolver tarefas, promotoras de raciocínio, nas quais os alunos tenham oportunidade de conjeturar, testar as suas conjeturas, partilhar e discutir raciocínios de modo a desmontar procedimentos e complementar conceções. Estes fatores conduzem à promoção da capacidade de generalização.

Comunicação matemática – A comunicação é um processo matemático indispensável e transversal. Através da comunicação há partilha, modificação e consolidação de ideias por parte de cada indivíduo, permitindo também a ampliação do conhecimento matemático, argumentando e interagindo com as ideias dos outros (Ponte & Serrazina, 2000). A comunicação é um processo fundamental da atividade matemática em que estão envolvidos professor e alunos, no decorrer da aula. A comunicação assume um carácter transversal face a outros processos matemáticos. Devido à transversalidade da comunicação no processo didático pode dizer-se que a comunicação é a essência do ensino e da aprendizagem da matemática escolar (Menezes, 2005).

O estudo intitulado *Classroom organization and dynamics* propõe uma nova forma de conceber a comunicação na aula de Matemática, que contrasta com a visão da comunicação como transmissão de informação do professor para os alunos. Estes autores introduzem a ideia da comunicação como um processo interativo, de sucessivas aproximações visando a compreensão através da negociação de significados (Bishop & Goffree, 1986, citados por Boavida & Menezes, 2012a).

Comunicação na sala de aula, baseada na partilha de ideias matemáticas, permite a interação de cada aluno com as ideias expostas para se poder apropriar delas e aprofundar as suas. A comunicação permite aprender, mas também contribui para uma melhor compreensão do próprio pensamento (Boavida, Paiva, Cebola & Vale, 2008). A comunicação é, assim, entendida como um processo de interação social que, para se concretizar, necessita de ser *alimentada* por tarefas matemáticas ricas, enquadradas num ambiente de sala de aula desafiante e no qual o professor desempenha um papel chave (Guerreiro, 2011; Menezes, 2005).

A discussão coletiva não ocorre espontaneamente e precisa de ser preparada e acompanhada pelo professor. Boavida e Menezes (2012a) referem que para conseguir que esta discussão seja matematicamente produtiva, é uma tarefa *extremamente exigente e intrincada* em que o *papel do moderador da discussão é particularmente difícil* (citando Sfard, 2003, p. 375). Estes autores declaram que Stein *et al*. (2008) *descrevem bem as complexidades deste trabalho, propondo a metáfora da orquestração para descrever o papel desempenhado pelo professor neste momento da aula cognitivamente forte* (p.291). Os desafios com que tem que lidar são muitos, a sua origem é fortemente variada e a sua natureza é bastante diversa (Boavida, 2005).

É fundamental, criar condições e hábitos que permitam que os alunos se pronunciem mas que aprendam, igualmente, a escutar. Comunicar uma ideia ou um raciocínio, de forma clara, exige a organização e clarificação do próprio pensamento. O modo como o professor gere a discussão, permite criar um ambiente de partilha de estratégias e de erros dos alunos, que os ajudará a refletir sobre os erros e as razões pelas quais os cometem, bem como validar estratégias e analisar erros através da interação entre alunos ou ainda, a encontrar novas estratégias. A discussão coletiva é extremamente importante como forma de promoção de aprendizagens. A discussão permite aos alunos validarem as respostas uns dos outros contribuindo para que os que erram se apercebam do erro e da razão pela qual o cometeram (Carvalho & Ponte, 2012).

Comunicação é um recurso que auxilia os alunos no estabelecimento de conexões entre as suas ideias e as novas aprendizagens. Os alunos aprendem a comunicar matematicamente e o professor incentiva os alunos a pensarem, a questionarem e a comunicarem as suas ideias, dado que a comunicação se constitui como *um processo social onde os participantes interagem trocando informações e influenciando-se mutuamente* (Ponte, 2005a, p. 274).

No papel de questionador, o professor estimula os alunos a expressarem como pensaram, referindo as estratégias usadas. Neste papel, o professor procura compreender os procedimentos dos alunos, identificando e explorando situações. A comunicação é uma capacidade que, devido à sua transversalidade, incita nos alunos a aprendizagem e apropriação de ideias fundamentais para o ensino.

Conexões – O trabalho com padrões é um ótimo contexto para o desenvolvimento de conceitos matemáticos e analogamente, permite preparar os alunos para aprendizagens posteriores. Este tema, dentro do ensino básico, é considerado como transversal pela possibilidade de conexões com todos os tópicos da matemática (Vale, Barbosa, Borralho, Barbosa, Cabrita, Fonseca & Pimentel, 2009, p.13).

Estabelecer conexões é um processo cognitivo que envolve a criação ativa de ligações entre conceitos, procedimentos, pessoas e experiências. Estas autoras reforçam que sem conexões os alunos limitam-se a recordar, de forma isolada, factos, conceitos e procedimentos. Salientam ainda, que parte do insucesso em matemática se deve ao facto de os alunos recorrerem à memorização e não à compreensão (Ewell, 1997 citado por Vale & Pimentel, 2010).

O Programa de Matemática do Ensino Básico (2007) indica que o *estabelecimento de conexões é essencial para uma aprendizagem da Matemática com compreensão e para o desenvolvimento da capacidade de a utilizar e apreciar* (p.6). O mesmo documento refere ainda que estabelecer conexões juntamente com a Geometria e os Números e Operações *contribui para evitar a abordagem à Álgebra apenas como um conjunto de regras e procedimentos a memorizar* (p.56). Assim, a Matemática deve ser encarada não como um conjunto de temas e ideias espartilhadas mas sim, de forma transversal, promovendo um ensino ativo, motivador, com base na compreensão e com o estabelecimento de conexões entre as ideias matemáticas. Deste modo preparam-se os alunos para o futuro, contribuindo para que se tornem cidadãos ativos, críticos e responsáveis.

O documento NCTM (2007) refere que *quando os alunos conseguem estabelecer conexões entre ideias matemáticas, a sua compreensão é mais profunda e duradoura* (p.71). Este documento refere que um ensino que valorize *a inter-relação das diversas ideias matemáticas*, promove nos alunos não só a aprendizagem da matemática, como também o reconhecimento da sua utilidade. Apesar de a matemática ser, muitas vezes, apresentada de forma compartimentada ela não é um conjunto de temas ou normas soltas, é sim, *um campo de estudo integrado* (p.71). O mesmo documento reforça ainda, a ideia de que quando alunos mais novos usam relações que se usam *dentro e entre os conteúdos e os processos matemáticos*, aprofundam *o seu conhecimento sobre a matemática* e ampliam a *capacidade de aplicar conceitos e destrezas com maior eficácia* (p.154). As Normas reforçam ainda a noção de que *relacionar ideias matemáticas* envolve conjugar *ideias novas e outras que lhe estão relacionadas e que foram previamente consideradas*. O estabelecimento destas conexões possibilita que a matemática seja vista como um *corpo unificado de conhecimentos* (p.234). Desta forma a matemática é vista como um todo e não como uma segmentação de conceitos, procedimentos e processos isolados.

Rocha (2010) explicita que os relatórios de 2000, 2001, 2003 referentes às provas de aferição do 1.º ciclo, indicam que nos itens onde se avalia o conhecimento de conceitos e procedimentos, o desempenho dos alunos é mais elevado, diminuindo nos itens em que são avaliados o raciocínio, a comunicação e a resolução de problemas, nas áreas temáticas que foram consideradas. A autora menciona que há que ser persistente, de modo a que os professores não descurem o trabalho com tarefas que envolvam o estabelecimento de conexões, tarefas estas mais exigentes mas necessárias a *uma aprendizagem da matemática com compreensão e ao desenvolvimento da capacidade de apreciar o papel da matemática em diversos contextos/situações* (p.100).

Segundo Menezes (2011) *a aprendizagem da Matemática não ocorre por mera transmissão de saberes do professor para os alunos* (p.67). Surge assim a necessidade de tornar a transmissão desses saberes mais exequível e prática.

No estudo realizado no 1.º ciclo do ensino básico, em turmas dos 1.º e 3.º anos de escolaridade, envolvendo a exploração de números — inteiros positivos e não inteiros positivos — com auxílio de representações geométricas, Cebola (2011), indica que determinados episódios de sala de aula selecionados com um determinado intuito, pretendem evidenciar que o estabelecimento de conexões matemáticas pode surgir no 1.º ciclo do ensino básico, logo desde o 1.º ano e também, *mostrar que a exploração de certas representações leva à construção e compreensão de conceitos matemáticos* (p.46). O papel do professor é fundamental na seleção das tarefas e na condução da aula, em especial no momento da partilha, apresentação e discussão dos trabalhos realizados pelos alunos e no momento de síntese.

Citando Carreira (2010)

> (…) as conexões matemáticas são o verdadeiro currículo, aquele que nenhum documento oficial pode fielmente exprimir porque corresponde a inúmeros caminhos possíveis e a tantas outras formas de tratar a Matemática, os conceitos, as ideias, as tarefas e as questões na sala de aula.
> Assim, estabelecer conexões deverá ser uma prática deliberada e habitual que urge ir fazendo com os alunos! (p.1)

O professor tem, portanto, um papel fundamental, na seleção das tarefas, permitindo aos alunos o desenvolvimento de conexões, possibilitando a expansão de determinadas capacidades, orientando a discussão e a partilha de ideias.

2.2. Pensamento algébrico

O estudo da álgebra esteve, durante o século passado, praticamente ausente dos currículos de matemática do primeiro ciclo do ensino básico, pelo facto de se considerar que a aritmética é acessível e que a álgebra é complicada, devendo surgir mais tarde. Contudo, nos últimos anos têm surgido recomendações curriculares nacionais e internacionais para a sua introdução a partir dos primeiros anos (Pimentel, 2011; NCTM, 2000; ME, 2001; ME, 2007). O Programa de Matemática do Ensino Básico (2007) reconhece o pensamento algébrico como um dos quatro eixos fundamentais em torno dos quais se desenvolve o ensino-aprendizagem. A Álgebra surge no 1.º ciclo com a iniciação ao pensamento algébrico.

Canavarro (2007) defende que a introdução do pensamento algébrico no início da escolaridade é importante atendendo a que possibilita uma *abordagem à Matemática mais integrada e* interessante, através da qual os alunos constroem *conhecimento relevante, com compreensão, ampliando o seu património quer ao nível de processos, quer dos produtos matemáticos* (p.113). Os alunos adquirem conhecimento que lhes será útil em aprendizagens posteriores, em especial no domínio da Álgebra. Naturalmente, os alunos desenvolverão uma boa postura em relação à Matemática.

O pensamento algébrico surge como uma orientação transversal do currículo, diz respeito à simbolização, ao estudo de estruturas e à modelação. É fundamental desenvolver o sentido do símbolo antes de se desenvolver o uso automático de regras (Vale, Barbosa, Borralho, Barbosa, Cabrita, Fonseca & Pimentel, 2009). Estes autores referem que a observação de padrões, a sua descrição e generalização são uma abordagem importante na transição da aritmética para a álgebra e, que a realização de tarefas envolvendo o estudo de padrões são um meio de introduzir a álgebra devido à representação dinâmica das variáveis. Tarefas que envolvam o estudo de padrões são um meio para trabalhar a generalização, concedendo forma e significado aos símbolos algébricos, em síntese permite que os alunos compreendam a álgebra no seu todo.

Pensamento algébrico pode ser definido como algo que se expressa quando os alunos formulam generalizações acerca de dados e relações matemáticas, a partir de conjeturas e argumentos, apresentados através de uma linguagem cada vez mais formal e ajustados à idade (Kaput, 1999). Pensamento algébrico nos primeiros anos compreende o desenvolvimento de formas de pensar através de atividades tais como, analisar relações entre quantidades, detetar a estrutura, estudar a mudança, generalizar, resolver problemas, modelar, justificar, provar e predizer (Pimentel, 2011, citando Kieran, 2004), solicitando o *desenvolvimento de modos de pensamento que resultam, entre outros, de detetar a estrutura, estudar a mudança, generalizar e justificar* (Pimentel, 2011, p.8). Ao trabalhar-se de forma integrada, pensamento aritmético e algébrico nos primeiros anos permite-se que a aritmética e a álgebra sejam vistas como interligadas. Desta forma, o estudo da álgebra em anos seguintes terá mais probabilidade de ser facilitado por ser uma ampliação inata da matemática dos primeiros anos.

2.3. Padrões e Sequências

Ao sermos deparados com o termo padrão, imediatamente, pensamos em padrões visuais, como os que são visíveis em tecidos, papel de parede e peças de arte. O conceito de padrão não se esgota nestes exemplos, o termo padrão é utilizado *quando nos referimos a uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons, onde se detetem regularidades* (Barbosa, Borralho, Barbosa, Cabrita, Vale, Fonseca & Pimentel, 2011, p.9).

Os padrões são considerados um *tema transversal a vários níveis de escolaridade e servem propósitos imediatos de diferentes conteúdos* (Vale, Barbosa, Fonseca, Pimentel, Borralho & Cabrita, 2008). As tarefas que envolvem padrões permitem, aos alunos, a aquisição de uma melhor compreensão dos conceitos assim como a comunicação do seu raciocínio e o estabelecimento de conexões com outros tópicos da matemática. Esta compreensão admite um raciocínio matemático que ajuda os alunos a resolverem problemas e a desenvolverem o pensamento abstrato (Vale, Fão, Portela, Geraldes, Fonseca, Gigante, Lima & Pimentel, 2007).

Devlin (1998), citado por Vale, Barbosa, Borralho, Barbosa, Cabrita, Fonseca e Pimentel (2011, p.9), refere que:

> (…) ao longo dos anos, a Matemática tornou-se cada vez mais e mais complicada, as pessoas concentraram-se cada vez mais nos números, fórmulas, equações e métodos e perderam de vista o que aqueles números, fórmulas e equações eram realmente e porque é que se desenvolveram aqueles métodos. Não conseguem entender que a Matemática não é apenas manipulação de símbolos de acordo com regras arcaicas mas sim a compreensão de padrões – padrões da natureza, padrões da vida, padrões da beleza (p.206).

Como enunciam Vale et al. (2009) pretende-se que os alunos experienciem diversas práticas de aprendizagem, valorizando a descoberta, a continuação, o completar e construir padrões e o trajeto em direção à explicitação de uma lei de formação. Ponte e Velez (2011b) referem que a realização de tarefas com sequências pictóricas estão entre situações que contribuem para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Ponte, Branco e Matos (2009a) mencionam que o estudo de sequências e regularidades deve estar presente em todo o ensino básico e ter como objetivo principal contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos. Estes autores referem ainda que na análise de uma sequência pictórica os alunos *identificam regularidades e descrevem características locais e globais das figuras que a compõem* (p.40). Afirmam que tarefas com sequências pictóricas e com sequências numéricas compreendem a procura de regularidades e o estabelecimento de generalizações, estas quando descritas em linguagem natural exigem uma grande capacidade de abstração.

Um dos grandes objetivos do professor de matemática é que os alunos aprendam matemática de forma significativa e compreensiva e fundamentalmente que gostem da Matemática e que a considerem útil no seu dia-a-dia. De acordo com este propósito o estudo de padrões permite que os alunos estabeleçam relações, conexões, formulem conjeturas e que as testem e também, que façam generalizações. Os padrões são um tema rico que admite uma exploração transversal, dentro da própria Matemática.

2.3.1. Padrões de repetição

Padrão de repetição é definido por Barbosa et al. (2011), como sendo um *padrão no qual há um motivo identificável que se repete de forma cíclica indefinidamente* (p.20), defendendo que se deve trabalhar desde muito cedo este tipo de padrões. Salientam o facto de ser desejável uma exploração aprofundada que abarque ideias matemáticas fortes, incluindo processos de generalização, inicialmente, devem usar-se materiais manipulativos e posteriormente representações pictóricas.

É importante a continuação de um padrão no sentido contrário (para a esquerda), porém este tipo de procedimento é difícil uma vez que envolve a reversibilidade de pensamento. Este tipo de tarefa deve estender-se, também, à descoberta de um elemento em falta, revelando-se uma tarefa mais exigente do que a simples continuação do padrão, para a frente (Vale, Barbosa, Borralho, Barbosa, Cabrita, Fonseca & Pimentel, 2009, p.15).

Os padrões de repetição podem ser trabalhados de forma aprofundada, onde se incluem tópicos como a multiplicação, múltiplos e divisores, relações numéricas, raciocínio proporcional, processos de generalização, promovendo a entrada no domínio da álgebra. É importante pedir ao aluno que identifique o grupo de repetição, para se poder abordar questões sobre a globalidade, abstraindo-se assim dos objetos concretos. Durante a exploração de tarefas com padrões mobilizam-se processos de comunicação, argumentação e justificação (Vale & Pimentel, 2010).

O ensino deve contemplar experiências que partam do concreto para o abstrato, privilegiando-se a utilização de materiais manipuláveis, somente assim a matemática fará sentido e será compreendida pelo aluno.

2.3.2. Padrões de crescimento

Vale e Pimentel (2010) referem que nos padrões de crescimento, cada termo muda de forma previsível relativamente ao anterior, *na análise dessa mudança podem ser utilizados diferentes modos de ver que conduzem a outras tantas representações numéricas e/ou algébricas* (p.35).

Segundo Barbosa et al. (2011), *a descoberta de padrões contribui para o desenvolvimento da abstração e de outras capacidades matemáticas*, nomeadamente o pensamento algébrico. Os padrões de crescimento, proporcionam *uma grande diversidade* *em situações que propiciam explorações muito ricas e variadas*. Estes autores fazem referência a padrões de crescimento lineares e não lineares, isto é, *cuja tradução algébrica pode ser feita, ou não, através de uma expressão polinomial do 1.º grau* (p. 24). Salientam ainda, o facto deste tipo de padrão ser relevante na transição da aritmética para a álgebra, reforçando que as dificuldades sentidas pelos alunos se devem à falta de experiências com padrões em contextos figurativos.

2.4. Tarefas exploratórias

Ponte (2005b) refere que a atividade que realizam e a reflexão que fazem sobre ela são dois fatores importantes na aprendizagem dos alunos, dado que, estar envolvido numa atividade implica uma certa tarefa. Uma tarefa é considerada como o objetivo da atividade, que *pode ser formulada pelo professor e proposta ao aluno, ser da iniciativa do próprio aluno e resultar de uma negociação entre o professor e o aluno* (p.11). Este autor realça a importância da formulação e seleção das tarefas assim como, o modo de as propor e de conduzir a sua realização na aula. Os problemas, os exercícios, as investigações, os projetos e as tarefas de modelação são exemplos de diferentes tipos de tarefas. Duas dimensões essenciais das tarefas são o grau de desafio matemático e o grau de estrutura. O grau de desafio matemático varia entre os polos de *desafio reduzido e elevado* e, prende-se com o grau de dificuldade de uma questão. O grau de estrutura varia entre os polos *aberto e fechado* e prende-se com a informação do que é pedido e do que é dado. Ao se cruzarem as duas dimensões obtém-se quatro quadrantes (exercício, problema, exploração e investigação) conforme o apresentado na figura 1.

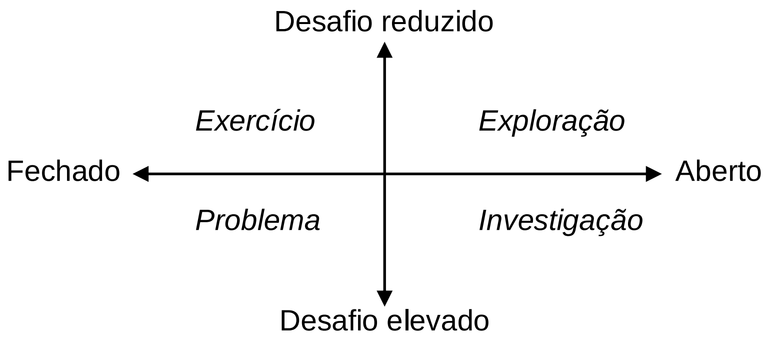


Figura 1 - *Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura (Ponte, 2005b).*

O foco nas tarefas matemáticas baseia-se na ideia de que as tarefas realizadas em sala de aula formam a base para a aprendizagem dos alunos (Doyle, 1988, citado por

Stein & Smith, 2009). Estas autoras defendem que tarefas que exijam que os alunos pensem e estabeleçam conexões, são uma oportunidade para estes pensarem e desenvolverem o raciocínio. Expõem, ainda, o quadro das tarefas matemáticas (representado na figura 2), que revela o percurso das fases das tarefas matemáticas.

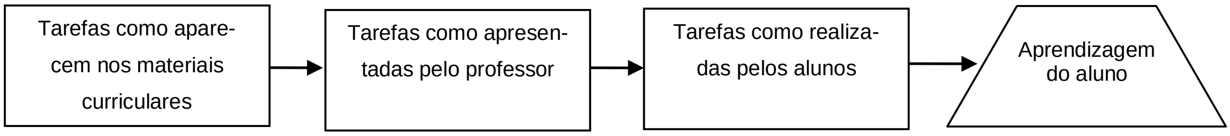


Figura 2 - *Quadro das tarefas matemáticas (Stein & Smith, 2009).*

No quadro das tarefas matemáticas, as autoras destacam três fases, através das quais passa a tarefa: inicialmente, como elas surgem no currículo ou materiais de ensino, em seguida, como elas são apresentadas pelo professor; e por fim, como elas são de facto desenvolvidas pelos alunos na sala de aula. Todas as fases, mas sobretudo a de implementação, *são vistas como influências importantes sobre o que alunos realmente aprendem* (p.24). A natureza das tarefas poderá alterar-se ao passar de uma fase para outra. Contribuindo para isso, a forma como o professor apresenta a tarefa, as suas ações, o modo de gestão da aula, o tempo dado para a realização da tarefa e o grau de responsabilidade dado aos alunos. Ponte (2005b) também refere a duração (*curta, média ou longa*) e o contexto (*realidade ou matemático*) como sendo dimensões importantes a ter em conta na proposta de tarefas.

Tarefas com sequências compreendem a exploração, a investigação, a realização de conjeturas e a sua prova, funcionando como um desafio para os alunos (Alvarenga & Vale, 2007; Vale & Pimentel, 2005; Vale, 2009). Tarefas exploratórias promovem a oportunidade de desenvolver um raciocínio mais flexível, o uso e compreensão das potencialidades de diferentes tipos de representações matemáticas (Barbosa, 2009). O papel do professor é, também, fundamental na seleção das tarefas e na condução da aula, no momento da partilha, na apresentação e discussão dos trabalhos, e na síntese (Menezes, 2005; Cebola, 2011).

O trabalho diário com diferentes tipos de tarefas provoca, nos alunos, o crescimento de ideias implícitas acerca da essência da Matemática, consequentemente os alunos veem uma Matemática com sentido e compreensão, consciencializando-se sobre o trabalho que é necessário para alcançarem o sucesso.

De acordo com Borralho e Barbosa (2009) a investigação de padrões num âmbito de tarefas de investigação admite *desenvolver a capacidade de os alunos, partindo de situações concretas, generalizarem regras*, *ou seja, ajuda os alunos a pensar algebri-*

camente (p.61). Estes autores afirmam que a inclusão de tarefas de investigação envolvendo o estudo de padrões, são favoráveis para trabalhar o pensamento algébrico.

2.5. Representações

Cabrita, Vieira, Vizinho, Almeida, Almeida, Nunes e Dias (2007) definem representar como

> um processo matemático que envolve a linguagem oral e escrita e o uso, com compreensão, de símbolos, convenções, notações,… para expressar ideias/conceitos matemáticos (…) A concretização/operacionalização deste processo pode resultar em diferentes tipos ou formas de representação, em função do "recurso" predominantemente usado (símbolos, gráficos,…) (p.10).

Uma representação é caracterizada como *uma configuração que representa algo, de alguma forma* (Goldin, 2008, p. 180, citado por Ponte & Velez, 2011b, p.11). Alguns autores fazem referência a representações externas e internas (Goldin, 2008; Valério, 2005). As representações externas são consideradas de *semióticas*, como existem fisicamente, são mais acessíveis de se observarem seja em papel, em palavras escritas ou, gráficos. As representações internas não se podem observar de imediato, consequentemente, é complicado descobrir como se distinguem, consistem no *reflexo das representações externas* (Ponte & Velez, 2011c, p. 55). Nas representações internas estão *as imagens mentais que correspondem às formulações internas construídas pelo indivíduo sobre uma dada realidade*. Nas representações externas estão as *organizações simbólicas externas (símbolos, figuras, diagramas, gráficos, etc.) cujo objectivo é representar ou codificar uma determinada "realidade matemática"* (Nobre, Amado & Ponte, 2011, p.243 - 244).

Referindo-se às representações externas Jerome Bruner (1999), considera três formas de representações: (i) as *activas* – traduzem-se através da ação; (ii) *as icónicas* – advêm da *organização visual* ou *sensória e do recurso a imagens de resumo e, (iii) as simbólicas* – representam-se através de *palavras ou linguagem* (citado por Ponte & Velez, 2011b, p.11-12; Ponte & Velez, 2012, p. 664; Canavarro & Pinto, 2012, p.55). Assim, estes autores definem representações, em Matemática, como sendo *caracteres, configurações pictóricas ou mesmo objectos que representam alguma ideia, objecto, ou relação matemática* (Ponte & Velez, 2011b, p.12). Ponte e Serrazina (2000) também fazem referência às representações simbólicas (algarismos ou dígitos, sinais das operações e sinal de igual), icónicas (figuras, gráficos e diagramas) e ativas (objetos usados como material didático) e à linguagem oral e escrita (língua materna), como sendo diferentes modos de representação de conceitos e ideias matemáticas.

Webb, Boswinkel e Dekker (2008) diferenciam três tipos de representações*: informais, preformais e formais,* referem três etapas distintas para a possibilidade do trajeto que os alunos podem construir na aprendizagem das representações: *(i) a fase informal*, na qual *os conceitos são abordados de forma concreta num contexto familiar*; *(ii) a fase pré-formal,* onde o nível de *complexidade vai aumentando para representações mais abstratas e formais*; e por fim, *(iii) a fase formal,* que consiste na utilização de *notações matemáticas formais*. Na ótica destes autores, os alunos recorrem inicialmente a representações informais e, progressivamente, executam-nas de modo formal (Webb, Boswinkel & Dekker, 2008 citados por Ponte & Velez, 2012, p.664)

As representações matemáticas não devem ser interpretadas de forma isolada, fazem sentido quando observadas num contexto e num sistema de representação com normas e significados bem estabelecidos. O termo representação reporta tanto ao processo como ao resultado. As representações devem ser tratadas como princípios fundamentais no apoio à compreensão, dos conceitos e das relações matemáticas, na comunicação, argumentos e conhecimentos matemáticos, na identificação de conexões entre conceitos (NCTM, 2007). Este documento refere que *representações distintas focam, geralmente, aspectos diferentes de relações e conceitos complexos*, para os alunos se tornarem conhecedores de vários conceitos matemáticos *necessitam de uma diversidade de representações que suportem a sua compreensão* (p.77).

Em Portugal, o Programa de Matemática do Ensino Básico (2007) dá também, especial atenção às representações como orientação metodológica e como recomendação no trabalho dos diferentes conceitos e tópicos, assumindo como um dos seus objetivos gerais que os alunos devem *conhecer e compreender os diferentes tipos de representações, ser capazes de as utilizar em diferentes situações e de seleccionar a representação mais adequada à situação* (p.5). Este programa refere ainda que *as representações matemáticas* exercem um papel fundamental na aprendizagem da matemática e, *o trabalho com os conceitos matemáticos mais importantes deve envolver, sempre que possível, mais do que uma forma de representação* (p.9). Os alunos devem obter destreza ao trabalhar com diversos tipos de representação matemática, ideia igualmente defendida pelo NCTM (2007). As autoras Vale e Pimentel (2010) referem que a utilização de diferentes representações na *descoberta e generalização de padrões é também um aspecto fundamental na descoberta de conexões e numa consequente aprendizagem da matemática com compreensão* (p.34).

As representações matemáticas assumem um papel fundamental no raciocínio matemático, em particular no pensamento algébrico (Ponte & Velez, 2011a). Estas, têm vindo a obter uma crescente atenção por parte da investigação em Educação Matemática (Ponte & Velez, 2011a citando Bishop & Goffree, 1986; Janvier, 1987). Para conhecer minimamente o raciocínio matemático é imprescindível *que os alunos o comuniquem, o que só é possível através de diferentes representações* (Pereira & Ponte, 2011, p.348).

Como menciona o NCTM (2007), ao aceder às *representações matemáticas* e às *ideias que elas expressam*, *os alunos ficam com um conjunto de ferramentas que aumentam significativamente a sua capacidade de pensar matematicamente* (p. 75), o mesmo documento refere que ao observar as representações dos alunos, *os professores poderão conseguir compreender os modos de interpretação e de raciocínio dos alunos* (p. 76). Com o exposto anteriormente torna-se evidente o papel fundamental das representações quer na comunicação de raciocínios quer na aprendizagem dos alunos.

2.6. Estratégias

Ponte, Branco e Matos (2009b) diferenciam as estratégias utilizadas na resolução de questões que compreendem sequências e que conduzem à generalização. Estes autores fazem a distinção entre estratégias *locais* e estratégias globais. As *estratégias locais* indicam como passar de um termo para o termo seguinte, envolvendo um raciocínio recursivo; as *estratégias globai*s estabelecem *uma relação de natureza geral que descreve toda a regularidade*, essa relação pode ser *representada por palavras ou por uma expressão algébrica – o termo geral* (p.4).

A exploração de sequências e regularidades permite desenvolver a capacidade de generalização conduzindo à identificação de uma lei de formação (Ponte, Branco & Matos, 2009a). Ao generalizar sequências pictóricas os alunos podem seguir diversas estratégias. Algumas das estratégias que surgem com maior frequência apresentam-se na tabela seguinte:

Estratégia	Descrição
Representação e contagem	O aluno representa todos os termos da sequência até ao termo solicitado e conta os elementos que o constituem para determinar o termo da sucessão.
Aditiva	Tem por base uma abordagem recursiva, em que o aluno compara termos consecutivos e identifica a alteração que ocorre de um termo para o seguinte.
Objecto inteiro	O aluno considera um termo de uma dada ordem e com base nesse termo determina o termo de uma ordem múltipla desta.
Decomposição dos termos	O aluno decompõe um termo de uma sequência pictórica, identifica o seu processo de construção e estabelece uma relação entre esse termo e a sua ordem, o que pode ser indicado por uma expressão algébrica.

Tabela 1 - *Estratégias definidas por Ponte, Branco e Matos (2009a, p.44-46)*

De acordo com Ponte, Branco e Matos (2009a) na primeira estratégia, de *representação e contagem,* o aluno apresenta, desenhando ou construindo, *todos os termos da sequência até ao termo solicitado e conta os elementos que o constituem para determinar o termo da sucessão numérica correspondente* (p. 44).

Numa sequência pictórica crescente, estes autores referem que quando é pedida a explicação de uma analogia entre a ordem de um termo e algum aspeto da sua formação, o aluno pode adotar várias abordagens. Em seguida, apresentam-se exemplos de algumas das estratégias que emergem com maior frequência na investigação realizada neste âmbito.

Ponte, Branco e Matos (2009) realizaram um estudo com alunos de 7.º ano de escolaridade, uma aluna adota a estratégia de *representação e contagem* para encontrar o termo de ordem 10 numa sequência pictórica na qual, cada figura é composta por um conjunto de pontos e onde se observam os três primeiros termos: *eu desenhava todas as figuras a partir da 4.ª posição, até à 10.ª, depois contava o número de pintas* (p. 44).

Uma outra aluna adota, também, esta estratégia para encontrar o número de quadrados do 8.º termo da sequência representada na figura 2, na qual são conhecidos os primeiros quatro termos.

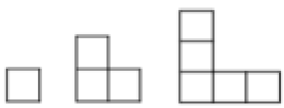


Figura 3 - *Sequência pictórica (Ponte, Branco & Matos, 2009a, p. 44).*

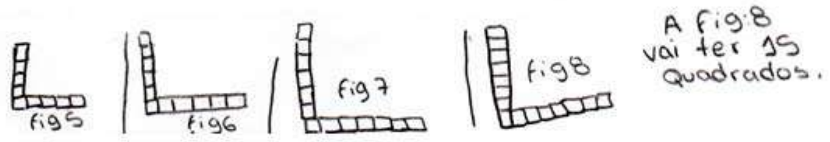


Figura 4 - *Sequência de quadrados, resposta de uma aluna (Ponte, Branco & Matos, 2009a, p. 45).*

Nesta estratégia não se verifica uma generalização de caráter global, perante tal situação, estes autores defendem que é fundamental que o professor questione o aluno acerca do processo que utilizou na representação dos termos da sequência. Este questionamento ajuda a compreender a análise que o aluno faz da sequência como também, conhecer a estratégia que está na base da sua representação e contagem (Ponte, Branco & Matos, 2009a). A aluna explica a análise da sequência que está por trás da sua representação:

> *Da figura dois para a figura três tem que se acrescentar um aqui e um aqui (p. 45 - representado na figura 3)*.

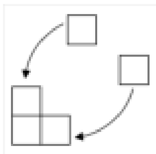


Figura 5 - *Sequência de quadrados, resposta de uma aluna (Ponte, Branco & Matos, 2009a, p. 45).*

A segunda estratégia, *estratégia aditiva,* baseia-se numa abordagem recursiva, onde o aluno relaciona termos consecutivos e reconhece a mudança que surge de um termo para o seguinte (Ponte, Branco & Matos, 2009a). Esta estratégia identifica-se no exemplo anterior e que a aluna aplica para generalizar, exprimindo-se numa linguagem natural: *o número de quadrados da fig. Anterior mais (+) 2* (p.45).

Esta estratégia não é a mais eficaz para encontrar termos mais distantes, pode criar dificuldades ao aluno na determinação da relação entre cada termo e a sua ordem, levando-o a generalizações erradas (Ponte, Branco & Matos, 2009a). Estes autores ilustram esta situação com o exemplo seguinte:

> (…) dado que, de um termo para o seguinte, o número de quadrados aumenta duas unidades, alguns alunos tendem a apresentar como termo geral da sequência numérica relativa ao número de quadrados a expressão 2*n*. No entanto, esta estratégia também permite chegar ao termo geral. Para isso basta partir do 1.º termo e considerar *n* "saltos" de 2 unidades. Assim, para obter o termo geral desta forma basta ter em conta o 1.º termo da sequência, o número de passos, enquanto número generalizado, e a diferença entre termos consecutivos (p.45).

Na terceira estratégia, e*stratégia do objecto inteiro*, o aluno vê um termo de uma determinada ordem e com base nesse encontra o termo de uma ordem múltipla desta (Ponte, Branco & Matos, 2009). Estes autores exemplificam com o que é descrito em seguida:

> (…) o aluno determina o termo de ordem 10 com base no termo de ordem 5 ou determina o termo de ordem 36 com base nos termos de ordem 4 e 9, multiplicando-os. Esta estratégia conduz, muitas vezes, a generalizações erradas, como no caso da sequência seguinte: (p.45)

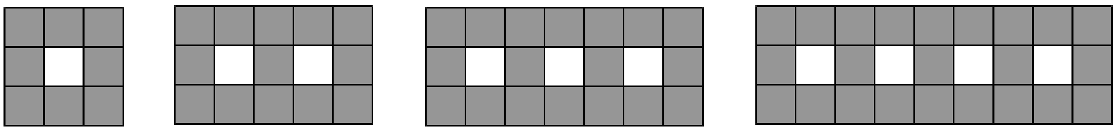


Figura 6 - *Sequência (Ponte, Branco & Matos, 2009a, p. 46).*

Os quadrados cinzentos do termo de ordem 10 foram considerados o dobro do número de quadrados do termo de ordem 5, para uma aluna. Para diferentes termos, a aluna tem em conta a razão entre as suas ordens. Nesta sequência, com o uso desta estratégia não se obtém uma resposta correta, dado que existe sobreposição de quadrados cinzentos:

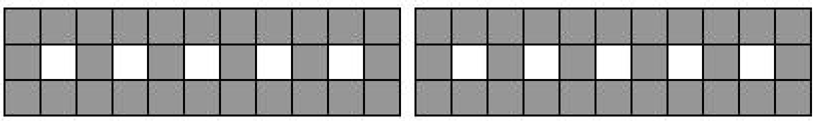


Figura 7 - *Sequência de quadrados, procedimento de uma aluna (Ponte, Branco & Matos, 2009a, p. 46).*

Depois de analisar atentamente a constituição dos termos da sequência, os alunos conferem que ao duplicarem o termo de ordem 5, obtêm uma figura semelhante ao termo que pretendem encontrar no entanto, com mais 3 quadrados cinzentos. Uma aluna explica como procedeu: *Fiz o dobro do número de quadrados da figura cinco. Fiz 28 mais 28 e foi dar 56. Mas tive de retirar 3 quadrados* (Ponte, Branco & Matos, 2009, p.46). Estes autores referem que, a estratégia do *objecto inteiro* dificulta a generalização quando não se observam as propriedades da figura porém, ao analisar atentamente os termos da sequência é possível descobrir corretamente os termos de algumas ordens. Esta estratégia é eficaz quando existe proporcionalidade direta.

A quarta estratégia, e*stratégia da decomposição dos termos*, *potencia o surgimento de diferentes expressões algébricas para generalizar a sequência numérica associada à sequência pictórica em análise quadrados* (Ponte, Branco & Matos, 2009, p.47). Nesta estratégia, o aluno decompõe um termo de uma sequência pictórica, identifica o seu processo de construção, permitindo-lhe encontrar termos de ordem mais distante, deste modo o aluno estabelece uma relação entre um termo e a sua ordem, o que pode ser indicado por uma expressão algébrica. Estes autores apresentam esta situação com as respostas de três alunos do 7.º ano relativas à sequência representada em seguida:

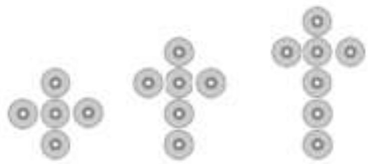


Figura 8 - *Sequência crescente (Ponte, Branco & Matos, 2009a, p. 47).*

Número de CD do 32.º termo	Termo geral
Desenho os quatro cd`s base, e depois acrescento 32 cd`s por baixo que representam o n.º da figura.	$4 + x$
A figura n.º 32, terá 36 quadrados, 2 na horizontal e 34 na vertical. A figura constrói-se a partir dos 4 quadrados de base da fig mais os do n.º da fig.	$n + 2 + 2$
Fazia 32 cd`s na vertical e mais 3 na horizontal e 1 em cima.	$n + 3 + 1 = \propto$

Tabela 2 - *Resposta de três alunos (Ponte, Branco & Matos, 2009a, p. 47).*

Nos primeiros ciclos do ensino básico, o ensino da álgebra deve permitir que os alunos generalizem utilizando uma linguagem natural e representações pictóricas antes da introdução da simbologia algébrica ou de gráficos. É importante que os alunos evoluam gradualmente, que iniciem uma abordagem do ensino deste tema com o uso de estratégias informais, onde descubram e verifiquem as soluções, adotando progressivamente estratégias mais formais. É fundamental que as estratégias e notações tenham significado para eles próprios e tenham um significado de acordo com o problema (Ponte & Branco, 2011, p.63-64).

Canavarro (2007) menciona uma investigação centrada no desenvolvimento do pensamento algébrico, na qual, as aulas foram lecionadas por professores de 1.º e 2.º ciclos que participaram no Programa de Formação Contínua em Matemática da responsabilidade da Universidade de Évora. O episódio apresentado, em seguida, refere-se à exploração da tarefa “Números geométricos” aplicado numa turma de 2.º ano de escolaridade.

Números geométricos

Observe as sequências de figuras e para cada uma…

1. Desenhe o termo seguinte;

2. Determine quantas pintas ele tem;

3. Determine o número de pintas do 10.º termo;

4. Como determinar o número de pintas de qualquer termo?

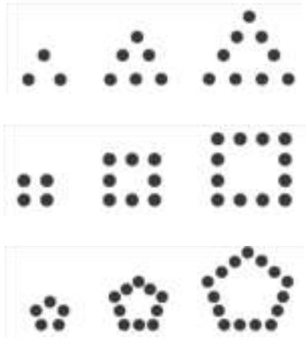


Figura 9 - *Tarefa "Números geométricos" (Canavarro, 2007, p.103).*

Os alunos trabalharam a pares e foi-lhes distribuído material manipulativo. Depois do trabalho autónomo das três primeiras questões propôs-se a discussão coletiva. Os alunos responderam corretamente às duas primeiras questões, desenharam com alguma facilidade alguns termos dos padrões contudo, nenhum desenhou o 10.º termo. Os alunos identificaram as sequências numéricas contidas em cada um dos casos e associaram às tabuadas que já tinham aprendido. Os alunos explicavam a regularidade descoberta.

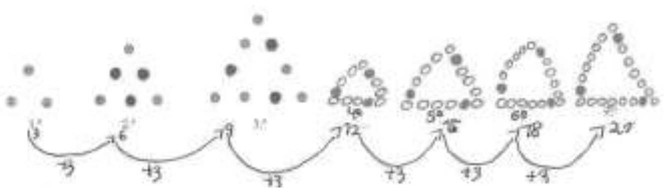


Figura 10 - *Primeira sequência da tarefa "Números geométricos", resposta de um grupo de alunos (Canavarro, 2007, p.104).*

> A 1.ª figura tem três pintas. Para passar de figura para a seguinte aumenta-se 3 pinta. O número de pintas das figuras representam a tabuada do 3 (Canavarro, 2007, p.104).

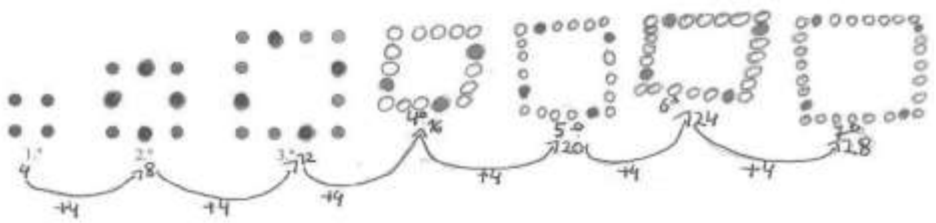


Figura 11 - *Segunda sequência da tarefa "Números geométricos", resposta de um grupo de alunos (Canavarro, 2007, p.104).*

> A 1.ª figura tem quatro pintas. Para passar de uma figura para a seguinte aumenta-se 4 pintas. O número de pintas das figuras representam a tabuada do 4 (Canavarro, 2007, p.104).

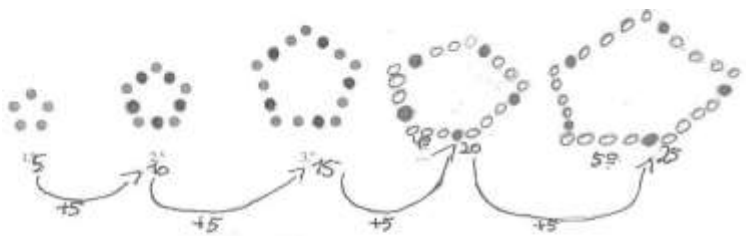


Figura 12 - *Terceira sequência da tarefa "Números geométricos", resposta de um grupo de alunos (Canavarro, 2007, p.104-105).*

> A 1.ª figura tem cinco pintas. Para passar de uma figura para a seguinte aumenta-se 5 pintas. O número de pintas das figuras representam a tabuada do 5 (Canavarro, 2007, p.105).

A professora da turma registou as seguintes conclusões no quadro:

> O triângulo tem 3 lados e de um triângulo para o seguinte aumentamos sempre 3 pintas; O quadrado tem 4 lados e de um quadrado para o seguinte aumentamos sempre 4 pintas; O pentágono tem 5 lados e de um pentágono para o seguinte aumentamos sempre 5 pintas (Canavarro, 2007, p.105).

Em seguida, a professora questionou os alunos incentivando-os a conseguirem obter uma regra para determinar o número de pintas de um termo de qualquer ordem e desconhecido, incitando deste modo, à generalização. Os alunos conseguiram chegar a uma conclusão geral:

> Para descobrimos quantas pintas leva qualquer figura, basta multiplicar o número do termo que se quer por 3, 4 ou 5 consoante seja um triângulo, quadrado ou pentágono.
> Ex: quantas pintas tem o termo 20.º na sequência dos triângulos?
> Tem 20 × 3 = 60

Após a aplicação desta tarefa e observando os resultados obtidos destacam-se alguns aspetos significativos que ajudaram no desenvolvido do pensamento algébrico destes alunos:

> Existe um registo visível do valor de cada termo da sequência do número de pintas bem como do número de ordem respectivo, o que facilita a associação das variáveis implícitas;
> Existe o registo escrito, através da repetição sucessiva de arcos com setas e das expressões + 3, + 4, e + 5, das regras que permitem obter os sucessivos termos das sequências, dando a ver a estrutura matemática presente;
> Em cada termo do padrão, é sempre pintada uma das pintas em cada lado e na mesma posição relativa, o que permite compreender a razão da variação do número de pintas entre termos (*uma pinta nova por cada lado* — como afirmou uma aluna);
> A lei de formação da sequência do número de pintas é identificada com outro recurso matemático importante (tabuada), o que ajuda a estabelecer relações e a explicitar a sequência através do termo geral;
> A regra obtida é descrita de uma forma simples, clara e condensando os três padrões, o que lhe aumenta o grau de generalidade (Canavarro, 2007, p.105-106).

Para concluir, esta autora refere que é muito significativo a introdução do pensamento algébrico nos primeiros anos de escolaridade atendendo a que possibilitam uma *abordagem à Matemática mais integrada e interessante na qual os alunos desenvolvam as suas capacidades matemáticas motivados por uma actividade rica e com sentido* (p.113)*,* permitindo que se construa um conhecimento importante e com compreensão. Assim, os alunos ampliam o seu património a nível de métodos e de produtos matemáticos que poderão utilizar mais tarde.

A introdução do pensamento algébrico em aulas de matemática traz alguns desafios já sentidos noutros países, nomeadamente as conceções e visões dos professores sobre a Matemática a ensinar aos alunos e também as conceções e expetativas do que os alunos podem e são capazes de aprender (Blanton & Kaput, 2008; Kaput, Carraher, & Blanton, 2008 citados por Canavarro, 2007). A autora menciona que a condução de aulas promotoras de generalização exigem um trabalho refletido e contínuo, tornando-se mais rigorosas e complexas para o professor dado que, são ricas no estabelecimento de conjeturas, na discussão e confronto de ideias, no poder de argumentação e na construção de generalizações coletivas (Blanton & Kaput, 2008; Boavida *et al.*, 2008; Cusi & Malara, 2007; Kieran, 2007 citados por Canavarro, 2007; Pires, 2011). Destaca-se ainda a importância do trabalho colaborativo (Canavarro, 2007), contendo dinâmicas dirigidas para a discussão coletiva e apoio direto na sala de aula, onde os professores tenham oportunidade de se ajudar, colaborar e refletir sobre o seu trabalho, construindo assim o seu conhecimento profissional (Pires, 2011).

Vale (2009) desenvolveu um estudo no âmbito do projeto *Matemática e padrões no ensino básico: perspectivas e experiências curriculares de alunos e professores (p. 35) no qual se pretendia* analisar o impacto de uma proposta didática centrada no estudo de padrões. O exemplo exposto em seguida diz respeito a uma turma de 3.º ano de escolaridade, após a observação de uma sequência de laços os alunos tinham de responder a algumas questões: *1. Quantos blocos tem cada uma das figuras?; 2. Quantos blocos tem a figura seguinte?; 3.Quantos blocos terá a 100.ª figura? (Vale, 2009, p. 56).*

Figura 13 - *Sequência dos laços (Vale, 2009, p.56).*

A professora solicitou que os alunos registassem numa tabela os resultados encontrados nas duas primeiras questões, de acordo com Vale (2009) esta abordagem conduziu apenas a uma generalização próxima, não reconhecendo o modo de ver dos alunos. De um modo recursivo os alunos indicam a quantidade de blocos de qualquer figura, descobrem que cada figura tem mais dois blocos do que a anterior no entanto, não compreendem a estrutura do padrão que observam. Neste caso, é fundamental que o professor estimule os alunos a explicitarem o seu modo de ver oralmente ou por escrito, conduzindo-os à generalização distante. Ao colocar a questão:

> "Explica oralmente e por escrito o que vês em cada figura." Uma resposta obtida foi "Na figura 3, vejo um hexágono amarelo ao meio e três triângulos verdes para a esquerda e outros três triângulos verdes para a direita". De seguida pede "Traduz agora o que vês em linguagem matemática." E o aluno escreveu "1 + 3 + 3 ou 1 + 2x3". "E o que acontece nas outras figuras?" - pergunta a professora.(...). De seguida a professora pergunta "Quantos blocos terá a 100ª figura?" Um aluno responde fazendo o desenho, ver a Fig.8, que ilustra um pensamento superior, uma generalização visual distante e construtiva (p.57).

Com o auxílio da professora os alunos reconstruíram a tabela na qual era evidente o modo de ver dos alunos e a generalização numérica, o auxílio do material manipulativo também foi muito importante para a compreensão da estrutura do padrão. Na organização dos dados, a tabela teve um papel crucial especialmente com a descrição matemática da forma de contagem dos blocos ou seja, com a representação numérica das expressões, estes aspetos facilitaram o acesso à generalização distante.

Número da figura	Número de blocos
1	1 + 1 +1 = 1 + 2 x 1
2	1 + 2 +2 = 1 + 2 x 2
3	1 + 3 +3 = 1 + 2 x 3
4	1 + 4 +4 = 1 + 2 x 4
…	…
100	1 + 100 +100 = 1 + 2 x 100

Tabela 3 - *Sequência dos laços – Tabela e material manipulativo (Vale, 2009, p.57).*

Após a aplicação e análise desta proposta didática a autora concluiu que os exemplos expostos, revelaram que os alunos usaram representações distintas trabalhando em simultâneo a aritmética e a álgebra, mostrando como a representação da generalização pode ser explorada a níveis distintos. Os alunos usaram o raciocínio recursivo e funcional de forma ajustada, as estratégias foram numéricas e figurativas. A autora menciona o facto de alunos de diferentes anos de escolaridade conseguirem adotar as suas próprias estratégias, de modo a realizarem generalizações próximas e distantes, tendo sempre o cuidado de *estabelecer uma relação entre o número de ordem da figu-*

ra e o seu número de elementos, ou seja, entre variáveis independente e dependente (Vale, 2009, p. 61).

2.7. Generalizações

Ao entrar na escola, uma criança possui alguma experiência *em generalizar e em abstrair a partir de casos particulares — o que é a essência da Álgebra* (Pereira & Saraiva, 2010, p.28). Estes autores dizem que a generalidade é natural, *faz parte do "fazer sentido" do ser humano*, no entanto, a aprendizagem da álgebra não é um processo fácil, envolve saber trabalhar com símbolos de forma significativa. É conhecido, por exemplo, que muitos alunos sentem dificuldade em dar sentido a uma expressão algébrica ou a uma letra nessa expressão, em atribuírem significado a letras, em transitarem da linguagem natural para a algébrica ou em escreverem simbolicamente uma generalização. Cabe ao professor criar e adaptar tarefas diversificadas que permitam que os alunos formulem conjeturas, estabeleçam estratégias de resolução, argumentem e comuniquem matematicamente. Desta forma, introduzir na aula de matemática *tarefas que permitam aos alunos explorar e investigar pode facilitar o desenvolvimento de raciocínios e a aprendizagem de processos matemáticos, nomeadamente os algébricos* (p.28).

A exploração de tarefas envolvendo padrões figurativos permite desenvolver nos alunos a capacidade de generalizar e de representar relações (Orton, Orton & Roper, 1999 citados por Pinheiro & Barbosa, 2013)**.** Generalizações são um importante contributo para a transição da aritmética para a álgebra (Vale, Barbosa, Borralho, Barbosa, Cabrita, Fonseca & Pimentel, 2011). *A colocação de questões mobilizadoras do raciocínio que permitam desmontar processos, completar ideias e provar afirmações são importantes na promoção da capacidade de generalização* (Fonseca & Alexandrino, 2013, p.33). Nos primeiros anos, o desenvolvimento do pensamento algébrico *requer o estímulo de modos de pensamento que resultam de analisar relações entre quantidades, reparar na estrutura, estudar a mudança e, particularmente, generalizar* (Pimentel, Vale, Freire, Alvarenga, & Fão, 2010, p.53).

Vale e Pimentel (2010) indicam que ao observar um padrão podem ser usados vários modos de ver a mudança de cada termo. O processo de generalização é portanto, condicionado por esse modo de ver, relacionando cada termo com o anterior ou com a ordem que ocupa na sequência. As autoras referem que o primeiro modo utiliza o raciocínio recursivo designado de *generalização próxima* de acordo com Stacey (1989) ou, *generalização aritmética* de acordo com Radford (2006), este modo não permite descrever o que acontece com um termo de qualquer ordem. O segundo modo é denominado de *generalização distante* segundo Stacey (1989) e de *generalização algébrica* de acordo com Radford (2006). Alunos e professores devem fazer a aprendizagem do uso do raciocínio funcional, permitindo relacionar qualquer termo com a sua ordem, fornecendo de imediato a descrição sobre a forma de conhecer qualquer termo da sequência. As autoras mencionam ainda que esta aprendizagem é facilitada por:

> - Tarefas prévias de contagens visuais, recorrendo a arranjos rectangulares, à simetria e às propriedades das operações;
> - Uso inicial de padrões de crescimento figurativos, de modo a poder rentabilizar a aprendizagem visual prévia e facilitar a compreensão;
> - Utilização de material manipulável na representação dos primeiros termos da sequência;
> - Identificação clara do número de cada figura, por exemplo com a colocação de cartões numerados por baixo de cada figura construída;
> - Uso de uma tabela para organização dos dados;
> - Descrição oral e/ou escrita, por parte de cada aluno, do modo como vê cada figura, de modo a evitar apenas o registo do número total de objectos em cada figura, que conduziria a uma abordagem puramente numérica dificultando o processo de generalização distante;
> - Registo na tabela, para cada figura, não (ou não apenas) do número total de objectos mas antes da expressão numérica correspondente ao modo como a figura é vista e traduzindo a descrição verbal efetuada anteriormente (p. 35).

Vale et al. (2009) referem que no 1.º ciclo do ensino básico pretende-se que os alunos realizem múltiplas experiências de aprendizagem que desenvolvam a descoberta, a continuação e construção de padrões, o percurso em direção à explicitação de uma lei de formação assim como, a generalização de propriedades dos números ou das operações. Estes autores explicitam que um meio notável para trabalhar a generalização é a realização de tarefas envolvendo o estudo de padrões. Além destes aspetos, Ponte, Pereira e Quaresma (2013) mencionam que o professor desempenha um papel fundamental na condução da aula de modo a conduzir a aprendizagem e o reforço de aprendizagens anteriores dos alunos como também, *aspetos de natureza transversal*, tais como o desenvolvimento da capacidade de raciocínio, de generalização e justificação matemática (p.79).

Face ao exposto relativamente à iniciação do estudo da álgebra, o professor deverá promover, desde cedo, tarefas diversificadas onde os alunos possam formular conjeturas, desenvolver processos que os conduzam à generalização, onde exprimam, comuniquem e justifiquem as suas generalizações, em suma, tarefas que admitam uma matemática com compreensão.

Capítulo III

3. METODOLOGIA

Neste capítulo, apresentam-se as opções metodológicas realizadas e a sua justificação. Em seguida faz-se uma breve descrição dos participantes, dos instrumentos de recolha de dados e da sua análise, justificando as opções realizadas.

3.1. Opções metodológicas

O presente estudo tem como principal objetivo investigar o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos de 1.º ciclo do ensino básico através da exploração de uma sequência de tarefas com padrões de repetição e de crescimento, privilegiando os contextos visuais/figurativos. Desta forma, pretendo conhecer as estratégias e representações que os alunos adotam para descrever padrões e na procura de generalizações, identificando a evolução que demonstram relativamente às estratégias de generalização.

Com este estudo não se pretende fazer generalizações mas sim, compreender as potencialidades de uma sequência de tarefas, seguida de uma reflexão sobre a prática profissional, e como esta poderá ser melhorada. A reflexão faculta aos professores possibilidades para o seu desenvolvimento, tornando-os melhores profissionais, mais responsáveis e conscientes (Oliveira & Serrazina, 2002).

Este estudo segue uma abordagem característica de uma metodologia qualitativa de natureza interpretativa (Bogdan & Biklen, 1994, Carmo & Ferreira, 1998; Fortin, 1999; Coutinho, 2011), tendo como intenção interpretar e compreender o desempenho assim como, os processos utilizados pelos alunos, e em algumas situações, identificar as dificuldades e estratégias utilizadas pelos mesmos, procurando apreender as suas perspetivas. Pretende-se, portanto, compreender o processo e não tanto os resultados evidenciados pelos alunos, a atenção foca-se no processo e importância dada ao conteúdo, *mais importante que o rigor é a relevância dos significados, e daí que o propósito do investigador não seja de generalizar mas particularizar* (Shaw, 1999 citado por Coutinho, 2011, p.27).

Atendendo ao objetivo do estudo e às questões que dele advêm, esta investigação segue uma metodologia qualitativa de natureza interpretativa, adotando uma organização de estudo de caso. A opção de uma metodologia qualitativa prende-se com o facto de este estudo considerar as cinco características citadas por Bogdan e Biklen (1994): *1. a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal*. Não sendo professora titular das quatro turmas mas o facto de ter sido professora de alguns alunos em anos transatos e, atualmente a exercer funções de apoio educativo, são aspetos que permitem que exista alguma proximidade entre mim e os alunos. Estes fatores permitem que me considerem um elemento familiar na sala de aula; ao aplicar as tarefas nas turmas exerço o duplo papel de professora e investigadora, desempenhando portanto, o papel de observadora participante; *2. a investigação qualitativa é descritiva*, os dados recolhidos são principalmente descritivos, incluindo transcrições das gravações áudio, o diário de bordo e os documentos escritos dos alunos; *3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos*, como já referido anteriormente a ênfase do estudo centra-se no processo e conteúdo e não tanto nos resultados obtidos; *4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva*, a recolha de dados não é feita com o intuito de confirmar ou invalidar hipóteses pré-estabelecidas mas sim, compreender hipóteses que surgem no decorrer da investigação, o processo de análise dos dados é como um funil*; 5. o significado é de importância vital na abordagem qualitativa*, o professor/investigador preocupa-se em compreender os participantes e as suas perspetivas, o modo como eles experienciam e interpretam as suas experiências (p. 47-50).

Com a recolha de dados pretende-se compreender a experiência sentida pelos participantes, como referido anteriormente, não se pretende testar hipóteses, desta forma a teoria é *do tipo interpretativo*, visto não ser *anterior aos dados mas, surge a partir desses mesmos dados* (Coutinho, 2011, p.27). Uma das características apontadas por Fortin (1999) acerca da abordagem qualitativa é que esta se *apoia no raciocínio indutivo* (p.148), o investigador abstém-se de recorrer a uma teoria já existente para compreender o que observa. A revisão da literatura é aprofundada próximo do final da investigação e por fim, compara os resultados obtidos com os de outros estudos, de tipo qualitativo, relacionados com o seu. A *forma indutiva* é mencionada por Carmo e Ferreira (1998) como uma das formas de análise de informação no método qualitativo. Estes autores referem que através de *padrões provenientes da recolha de dados* se desenvolvem ideias que levam à compreensão dos factos, a teoria resulta de *baixo* *para cima* baseando-se nos dados que auferiram e como estes estão inter-relacionados (p.179).

Esta investigação recai sobre a minha prática profissional no sentido de *compreender bem os modos de pensar e as dificuldades próprias dos alunos* (Ponte, 2002, p.5). A minha prática é o contexto da investigação, neste contexto tenho a intenção de compreender como abordar o tema *Padrões e Sequências*, identificar estratégias e representações adotadas pelos alunos, assim como as dificuldades por eles sentidas na procura de generalizações ao realizarem tarefas com explorações de padrões. A investigação sobre a prática é considerada *um processo fundamental na construção do conhecimento sobre essa mesma prática* sendo vista como *uma actividade de grande valor para o desenvolvimento profissional dos professores que nela se envolvem activamente* (Ponte, 2002, p.6).

O facto de ser professora e investigadora, em simultâneo, coloca-me numa posição privilegiada, atendendo a que me permite conhecer diversos problemas da sala de aula e procurar compreendê-los. Bogdan e Biklen (1994) afirmam que

> os professores, ao agirem como investigadores, não só desempenham os seus deveres mas também se observam a si próprios, dão um passo atrás e distanciam-se dos conflitos imediatos, tornam-se capazes de ganhar uma visão mais ampla do que se está a passar. (p. 286)

A possibilidade de refletir sobre a minha prática de uma forma mais organizada e aprofundada é assim facilitada através deste estudo. Assim, há alguns aspetos a ter em consideração, Ponte (2002) indica quatro razões para que os professores façam pesquisa sobre a sua própria prática: (i) para a aquisição de mais instrumentos para enfrentar problemas provenientes dessa mesma prática; (ii) como modo distinto de *desenvolvimento profissional e organizacional*; (iii) para colaborarem para a estruturação de *um património de cultura e conhecimento dos professores como grupo profissional*; e (iv) *como contribuição para o conhecimento mais geral sobre os problemas educativos*, conforme o propósito deste estudo. Este autor, citando Beillerot (2001), refere ainda que uma investigação deve satisfazer três condições: *(i) produzir conhecimentos novos*, é importante que a investigação traga algo de novo, que não se limite à reprodução de algo já existente*; (ii) ter uma metodologia rigorosa*, deverá adotar uma natureza metódica e sistemática; *(iii) ser pública*, terá de ser comunicada com a finalidade de ser apreciada e avaliada (p.7).

Com este estudo pretende-se conhecer as estratégias utilizadas pelos alunos na procura de generalizações assim como a compreensão e dificuldades manifestadas por estes durante a realização das tarefas. Neste estudo, as tarefas propostas são contempladas em seis aulas para cada turma, uma por semana. As tarefas serão apresentadas oralmente e por escrito (questionário de exploração).

O facto de ser professora e observadora (observação participante) tem a vantagem de não gerar alterações nas atitudes dos alunos e nos fenómenos a observar por outro lado, dificulta a recolha dos dados. As aulas serão gravadas em áudio e vídeo.

Relativamente à metodologia, esta procura ser rigorosa nomeadamente no que diz respeito à recolha de dados. Todos os alunos das turmas realizam as mesmas tarefas, por último, as produções escritas dos alunos são recolhidas. O diário de bordo contempla os registos dos principais acontecimentos decorridos em cada aula assim como, a minha reflexão final, este instrumento possibilita um distanciamento relativamente aos factos e casos de estudo.

Para se descobrir aspetos novos, ocultos de uma situação, Ponte (2006) considera fundamental *um distanciamento e uma capacidade de interrogar de modo muito livre os acontecimentos* (p.8). Seguindo as sugestões deste autor, como estratégia de distanciamento: usar o estudo de caso, um referencial teórico robusto que permite observar de forma diferente a minha realidade, permitindo conhecer determinados aspetos ou consequências do meu trabalho.

Este estudo organiza-se em quatro estudos de caso, casos múltiplos ou comparativos (Bogdan & Biklen, 1994; Yin, 2010): o caso do 1.º ano de escolaridade; o caso do 2.º ano de escolaridade; o caso do 3.º ano de escolaridade e o caso do 4.º ano de escolaridade.

Estudo de caso propõe *conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, (…) com o objetivo de compreender em profundidade o "como" e os "porquês" dessa entidade* (Ponte, 2006, p.2), demonstrando a sua identidade própria. É uma investigação que cai sobre uma situação particular vista como única ou especial, tentando encontrar o que é próprio dela, contribuindo para o entendimento global de um facto importante. Seguindo a mesma linha de orientação Coutinho (2011) define estudo de caso como *um plano de investigação que envolve o estudo intensivo e detalhado de uma entidade bem definida: o caso*. Esta autora menciona que a finalidade da pesquisa é *holística (sistémica, ampla, integrada), visando preservar e compreender o caso no seu todo e na sua unicidade* (p.293).

Ponte (2006) declara que um estudo de caso pode utilizar vários instrumentos e estratégias, adotando modelos e envolvendo diversas técnicas de recolha e análise de dados. Este método de investigação é de *natureza empírica*, apoia-se no trabalho de campo ou em análise documental, permite o estudo de uma entidade; os resultados podem ser apresentados através de narrativa, assume um forte cunho descritivo e analítico, podendo a situação ser confrontada com outras teorias já existentes.

3.2. Participantes do estudo

Esta investigação desenvolve-se numa escola do 1.º Ciclo do Ensino Básico do concelho de Pombal. Os participantes do estudo são os 69 alunos da escola, 18 alunos da turma do 1.º ano, 16 alunos da turma do 2.º ano, 16 alunos da turma do 3.º ano e 19 alunos da turma de 4.º ano, com idades compreendidas entre os 6 e os 9 anos de idade, apresentando um nível etário em conformidade com o ano de escolaridade que frequentam. A escolha das quatro turmas para a realização deste estudo prende-se com o facto de eu ser professora de apoio educativo nas referidas turmas e de sentir curiosidade e interesse em investigar as questões inerentes ao presente estudo. Dadas as circunstâncias, a recolha de dados nas diferentes turmas é-me acessível.

O presente estudo abrange todos os alunos da escola, através da realização de tarefas em trabalho de pares heterogéneos e, no momento da discussão coletiva, em grupo-turma. A oportunidade de estudar quatro anos de escolaridade diferentes parece-me um desafio bastante interessante, uma vez que dá a possibilidade de comparar os diferentes resultados obtidos durante a recolha dos dados.

3.3. Procedimentos

Após a definição do estudo passou-se à fase seguinte, solicitei autorização à Direção do Agrupamento de Escolas, ao qual pertence a escola (Anexo 1). Deferido o pedido de autorização solicitado, informaram-se os Encarregados de Educação dos alunos para obter autorização para a recolha de dados, adquirir permissão para a gravação áudio e vídeo das aulas bem como, para a utilização dos documentos dos alunos na produção escrita deste estudo (Anexo 2).

Em seguida, deu-se início à fase da seleção, adaptação e elaboração da sequência de tarefas, organizada por seis tarefas: três envolvendo padrões de repetição e três com padrões de crescimento. Para a realização deste estudo propõe-se, aos alunos, a realização de seis tarefas de natureza exploratória, tarefas estas baseadas em recomendações didáticas e que se encontram em anexo (anexos 5 – 10). As tarefas foram adaptadas de Carvalho, Gaio, Ribeiro, Nunes, Veloso, Valério, Almeida, Mestre e Canário (2009), de Vale, Barbosa, Borralho, Barbosa, Cabrita, Fonseca e Pimentel (2009), de Pimentel, Vale, Freire, Alvarenga e Fão (2010), de Vale, Barbosa, Borralho, Barbosa, Cabrita, Fonseca e Pimentel (2011) e de Tavares, Gonçalves, Menino e Cadima (2011). *Projeto Desafios Matemática*. Lisboa: Santillana. Posteriormente, preparou-se a sua implementação, no que concerne à preparação e construção de materiais manipulativos.

A avaliação das aprendizagens dos alunos assumiu uma natureza formativa e reguladora, e foram tidos em consideração a observação do desempenho dos alunos durante a realização do trabalho desenvolvido em sala de aula, contemplando a participação oral (desenvolvimento da comunicação matemática, capacidade de mobilizar conhecimento, estabelecimento de conexões), os registos escritos e as interações durante a apresentação dos trabalhos desenvolvidos pelos alunos.

Durante a fase de implementação das tarefas, no final de cada aula, fez-se uma síntese e reflexão do decorrer da aula no diário de bordo (Anexo 3), permitindo descrever objetivamente o trabalho desenvolvido com os alunos durante a aula. A fase da recolha de dados decorreu durante o período de implementação da sequência de tarefas, nos meses de janeiro e fevereiro de 2014, de acordo com a calendarização apresentada na tabela 3.

Sequência de Tarefas		**Calendarização**	**Duração**
Sequências de repetição	**Tarefa 1 –** Sequência com quadrados e triângulos	20 janeiro – 4.º ano 21 janeiro – 2.º ano 22 janeiro – 1.º ano 23 janeiro – 3.º ano	**120 min** (1.º e 2.º ano) **90 min** (3.º e 4.º ano)
	Tarefa 2 – Sequência com quadrados, triângulos e círculos	27 janeiro – 4.º ano 28 janeiro – 2.º ano 29 janeiro – 1.º ano 30 janeiro – 3.º ano	**90 min** (1.º e 2.º ano) **60 min** (3.º e 4.º ano)
	Tarefa 3 – Sequência com quadrados e círculos; formação de um padrão com círculos	3 fevereiro – 4.º ano 4 fevereiro – 2.º ano 5 fevereiro – 1.º ano 6 fevereiro – 3.º ano	**90 min** (1.º e 2.º ano) **60 min** (3.º e 4.º ano)
de cres-	**Tarefa 4 –** Sequência com pintainhos	10 fevereiro – 4.º ano 11 fevereiro – 2.º ano 12 fevereiro – 1.º ano 13 fevereiro – 3.º ano	**60 min**

	Tarefa 5 – Sequência com quadrados	17 fevereiro – 4.º ano 18 fevereiro – 2.º ano 19 fevereiro – 1.º ano 20 fevereiro – 3.º ano	**120 min** (1.º e 2.º ano) **90 min** (3.º e 4.º ano)
	Tarefa 6 – Sequência com triângulos	24 fevereiro – 4.º ano 25 fevereiro – 2.º ano 26 fevereiro – 1.º ano 27 fevereiro – 3.º ano	**120 min** (1.º e 2.º ano) **90 min** (3.º e 4.º ano)

Tabela 4 - *Calendarização do período de implementação da sequência de tarefas.*

Após a fase da recolha de dados seguiu-se a fase da análise dos dados (detalhada na seção 3.5) e a escrita do relatório. Dado o volume e riqueza dos dados optou-se, neste relatório, por se apresentar unicamente a análise relativa às tarefas envolvendo padrões de repetição. Uma análise de todos os dados recolhidos revelava-se difícil no tempo e no espaço disponível.

3.4. Instrumentos de Recolha de dados

Um estudo qualitativo admite várias fontes de informação, tais como as observações, entrevistas, documentos pessoais e oficiais, fotografias, desenhos, conversas informais, correio eletrónico (Coutinho, 2011). Um estudo de caso admite uma grande diversidade de instrumentos, estratégias, envolvendo diversas técnicas de recolha e análise de dados; é considerado uma investigação de natureza empírica, baseando-se em trabalho de campo e em análise documental (Ponte, 2006).

Atendendo à natureza deste estudo, a seleção dos instrumentos de recolha de dados prevê a obtenção de dados, essencialmente, de caráter descritivo de modo a obter-se informação diversificada. Deste modo, os instrumentos de recolha de dados a utilizar são a observação das aulas (observação participante, atendendo a que a investigadora também assume o papel de professora), o diário de bordo, a transcrição da gravação das aulas em áudio e vídeo e, os documentos escritos, produzidos pelos alunos durante a realização das tarefas, de forma a permitir a triangulação dos dados. O diário de bordo e as produções escritas dos alunos, são a principal fonte de dados, assumindo um papel crucial nos quatro estudos de caso. No caso do 1.º ano de escolaridade a transcrição integral da gravação áudio e vídeo será essencial atendendo à dificuldade ainda sentida pelos alunos ao nível da comunicação escrita. Durante esta fase recolheram-se os dados da mesma forma, *com procedimentos claros e bem definidos, de modo a possibilitar a sua posterior interpretação* (Ponte, 2002, p. 18). Com a recolha de dados pretende-se observar, descrever e interpretar os processos desenvolvidos pelos alunos, como aconteceram em tempo real, num ambiente natural de sala de aula.

Observação das aulas – A observação possibilita a existência de informação nomeadamente no que diz respeito à aprendizagem dos alunos, as suas capacidades de cálculo, os seus procedimentos de raciocínio e de resolução de problemas (Ponte & Serrazina, 2000). A fonte direta dos dados é o ambiente natural onde decorre a ação, a investigadora desempenha igualmente o papel de professora tratando-se, portanto, de um estudo com observação participante, facto que dificulta a recolha dos dados. Na investigação qualitativa, a observação participante é uma das estratégias mais representativas (Bogdan & Biklen, 1994).

Diário de bordo – A utilização do diário de bordo tem vindo a generalizar-se, é um documento *onde o investigador regista os acontecimentos relevantes que lhe vão surgindo, bem como as ideias e preocupações que lhe vão surgindo*; quando necessário este documento, permite ao investigador, o distanciamento dos acontecimentos do dia-a-dia (Ponte, 2002, p. 18-19).

O diário de bordo conterá o registo dos principais acontecimentos ocorridos durante as aulas assim como a reflexão final, tendo um caráter descritivo e reflexivo. Desta forma, irá possibilitar, se necessário, a reestruturação e ou reformulação das tarefas seguintes bem como, o seu processo de implementação nas aulas. O diário de bordo abrange os pontos a observar e os principais aspetos sobre os quais deve recair a minha reflexão, para cada aula.

Transcrição da gravação das aulas em áudio e vídeo – Atendendo a que a minha atenção estará centralizada no trabalho da sala de aula, a gravação das aulas em áudio e vídeo permitirá a obtenção de pormenores do trabalho em grupo e da discussão em grupo-turma e de outros que possivelmente passam despercebidos, durante a realização do trabalho dos alunos.

Documentos produzidos pelos alunos – Outro processo de recolha de dados são os documentos produzidos pelos alunos, durante a realização das tarefas. Neste estudo, os dados produzidos pelos alunos *são utilizados como parte dos estudos em que a tónica principal é a observação participante* (Bogdan & Biklen, 1994, p. 176).

3.5. Análise dos dados

Bogdan e Bicklen (1994) caracterizam a análise de dados como um processo complexo de procura e de organização sistemático, compreende o *trabalho com os dados*, assim como a *sua organização,* a separação em *unidades manipuláveis,* a *síntese*, a *procura de padrões, descoberta dos aspectos importantes do que deve ser aprendido e a decisão sobre o que vai ser transmitido aos outros* (p. 205).

Atendendo à natureza do estudo, do qual fazem parte 69 participantes, sendo desenvolvida uma sequência de seis tarefas, a trabalho de pares, os dados a recolher serão muito diversificados, em função do elevado número de participantes. A análise de dados da presente investigação assume uma natureza indutiva. Com a análise de dados pretende-se interpretar e dar sentido ao material disponível a partir da recolha de dados, compreender fenómenos a partir de padrões provenientes da recolha de dados, organizar e subdividir os dados, sintetizá-los, procurar padrões, descobrir o que é relevante, o que deve ser aprendido, e o que se vai comunicar (Bogdan & Biklen, 1994; Carmo & Ferreira, 1998), procurando evidenciar aspetos relevantes, relativamente às questões do presente estudo.

De acordo com o objetivo, questões de investigação e fundamentação teórica deste estudo, a análise dos dados foi realizada com base na interpretação da comunicação oral dos alunos durante a realização das tarefas em grupo, na discussão coletiva, nas produções escritas e na análise dos diários de bordo. Atendendo ao volume da informação recolhida e ao seu cunho descritivo, foi necessário organizar e sintetizar de modo a ser exequível a sua análise. Para tal, construíram-se tabelas, que se encontram em anexos (de anexo 11 a 14) com a recolha da informação contida nas produções escritas dos alunos e outras com base nas categorias de análise relacionadas com as representações e estratégias de generalização utilizadas e, consequentemente, a sua associação a uma generalização próxima e distante.

A análise de dados desta investigação comporta dois níveis: *1.º nível de análise*, que organiza a informação recolhida, tentando reduzir os dados, procurando regularidades e padrões, e identificar aspetos relevantes para a definição de categorias; *2.º nível de análise*, que inclui a descrição e interpretação dos resultados em função das categorias definidas.

Para a análise dos dados obtidos neste estudo, os domínios delineados na definição das categorias foram as *representações* e as *estratégias de generalizaçã*o utilizadas pelos alunos durante a realização das tarefas que envolveram padrões de repetição e padrões de crescimento.

Representações – No que diz respeito às representações matemáticas utilizadas pelos alunos nas tarefas envolvendo padrões de repetição e de crescimento, os dados obtidos encontram-se agrupados na categoria de representações externas *ativas* (gestual ou manipulação de material didático), *icónicas* (figuras, desenhos, gráficos, esquemas, diagramas, tabelas) e *simbólicas* (linguagem simbólica da matemática: algarismos ou dígitos, sinais matemáticos, expressões numéricas ou algébricas), linguagem oral e escrita ou seja a linguagem natural (língua materna, linguagem corrente da matemática) referidas por Bruner (1999), Ponte e Serrazina (2000) e por Ponte e Velez (2011b, 2011c, 2012). Para Bruner (1999) a linguagem natural é considerada como uma representação simbólica, Goldin (2008) considera-a como um tipo de formação distinto (conceções formais). Neste estudo a linguagem natural, utilizada oralmente ou por escrito pelos alunos ao explicarem o seu raciocínio para encontrarem termos mais distantes ou descobrirem a lei de formação de uma sequência, foi analisada isoladamente das representações simbólicas. Nos primeiros anos de escolaridade, a linguagem natural é encarada como um meio privilegiado para explicitarem ideias, raciocínios e estratégias.

Estratégias de generalização – As estratégias de generalização, utilizadas pelos alunos na generalização de sequências repetitivas e crescentes, encontram-se agrupadas em quatro categorias: *1. Representação e contagem, 2. Aditiva, 3. Objecto inteiro e 4. Decomposição dos termos*. As três primeiras representam tipos de estratégias construtivas e a última representa um tipo de estratégia desconstrutiva. Estas estratégias são mencionadas como as que surgem com maior frequência em investigações relacionadas com a exploração de sequências de crescimento, também elas apresentadas por Ponte, Branco e Matos (2009a). No presente estudo foram as adotadas para a análise dos dados obtidos na exploração de tarefas com sequências de repetição e de crescimento.

Emergência de ideias numéricas – A emergência de ideias numéricas, pode dizer-se que, de certa forma, encontra-se relacionada com o sentido do número, os alunos constroem, compreendem e estabelecem relações/conexões de ideias numéricas, com conteúdos anteriormente adquiridos, relacionam números entre si, compreendem a relação entre os números e a sequência, inferem sobre a continuação de um padrão, através de situações algébricas, apresentam ideias matemáticas em contextos algébricos. O Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007) refere que certas capacidades, possibilitam que os alunos adotem *as suas próprias abordagens*, utilizem *suas próprias referências numéricas e reconheçam o seu próprio grau de simplificação de cálculos* (p.10). Este documento realça ainda, o facto de os alunos desenvolverem a sua capacidade de estimação e utilizá-la *na análise da razoabilidade dos resultados dos problemas*, reforça também a importância da discussão coletiva na promoção de estratégias e agilidade, ensinando a definir quais os registos mais adequados e convenientes para cada um. O documento das normas (NCTM, 2007) apoia, entre outros focos, o uso de relações entre os números e as várias operações aritméticas, dando sentido aos números, auxiliando no desenvolvimento do sentido do número.

Os aspetos, anteriormente, referidos contribuem para estimular, fomentar o desenvolvimento do raciocínio, promover a construção de ideias mais precisas e complexas, através da utilização de materiais concretos e/ou desenhos os alunos. Os alunos conseguem resolver situações, que surgem pela primeira vez, sem que determinados temas tenham sido previamente trabalhados.

Capítulo IV

4. PREPARAÇÃO DA SEQUÊNCIA DE TAREFAS

O tema de ensino/aprendizagem sobre o qual incide o presente estudo tem por base um conjunto de ideias e orientações curriculares, apresentadas neste capítulo, e que servem de suporte para o desenvolvimento do pensamento algébrico na exploração de sequências de repetição e de crescimento, na observação das representações utilizadas pelos alunos e na formulação de generalizações.

Apresenta-se de forma sucinta a sequência de tarefas que foi elaborada e respetiva planificação que inclui, para cada tarefa, o tópico e subtópico do programa, os objetivos e o tempo de duração previsto.

4.1. Opções gerais

O Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007) bem como o NCTM (2007) apontam para o desenvolvimento de tarefas que promovam o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos desde os primeiros anos de escolaridade. Vários autores referem a dificuldade sentida pelos alunos, de anos de escolaridade mais avançados, no domínio da álgebra, sugerindo a realização de experiências informais e diversificadas, com tarefas que envolvam a exploração de padrões e sequências pictóricas no ensino da Matemática antes do estudo formal da álgebra (Borralho & Barbosa, 2009; Ponte & Sousa, 2010; Ponte & Velez, 2011b). Seguindo estas sugestões e orientações, é da responsabilidade do professor selecionar e adotar metodologias que mobilizem e contribuam para o desenvolvimento do pensamento algébrico, partindo de experiências informais e evoluindo para estratégias mais formais no domínio da álgebra, para que os alunos realizem aprendizagens com sentido.

O atual Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico (ME, 2013) contempla o conteúdo *Sequências e regularidades* no domínio *Números e Operações* para o 2.º ano de escolaridade, sendo que este conteúdo só volta a surgir no 6.º ano. Esta opção curricular perspetiva uma descontinuidade no estudo destas temáticas, o que contraria as perspetivas teóricas dos autores que têm estudado a problemática do ensino e aprendizagem da álgebra nos primeiros anos, alguns deles citados no parágrafo anterior.

O papel do professor, além de outros, é decidir os temas e as abordagens que serão mais valorizadas e adequadas à faixa etária dos seus alunos com o intuito de desenvolver oportunidades de aprendizagem significativas e de qualidade.

A presente sequência de tarefas foi selecionada após a realização de várias pesquisas e momentos de reflexão, a sua planificação seguiu as recomendações e orientações do Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007), envolvendo o tópico Regularidades e subtópico Sequências no 1.º ciclo, sendo o seu objetivo principal investigar o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do 1.º ciclo do ensino básico.

Nesta sequência de tarefas dá-se especial atenção à exploração de padrões de repetição e de crescimento, permitindo que os alunos formulem e testem conjeturas, argumentem e explicitem as suas ideias, encontrem a lei de formação e cheguem à generalização (ME, 2007; Vale, Barbosa, Borralho, Barbosa, Cabrita, Fonseca & Pimentel, 2009; Vale, 2012). Na realização de cada tarefa, durante a exploração das sequências, é facultado, aos alunos, a possibilidade de usarem diferentes representações (linguagem oral e escrita, ativa, icónica e simbólica) bem como diferentes estratégias de generalização (representação e contagem, aditiva, objeto inteiro e decomposição dos termos) (ME, 2007; Ponte, Branco & Matos, 2009a; Ponte & Velez, 2011a, 2011b, 2011c). As tarefas foram organizadas com um aumento progressivo do grau de dificuldade, havendo o cuidado de criar a oportunidade de os alunos construírem e mobilizarem conhecimentos a partir de outros adquiridos anteriormente. Para a realização das tarefas os alunos trabalharam em grupo, grupos de dois ou três elementos, optando-se por grupos heterogéneos em vez de homogéneos. Esta opção permitiu, por um lado, que os alunos partilhassem e explicitassem, entre eles, as suas ideias e, por outro lado, possibilitou que alunos com maiores dificuldades na disciplina de matemática tivessem um apoio maior ao aperceberem-se de que, não compreendiam a tarefa ou que não a conseguiam realizar (Castro & Ricardo, 1994). Adicionalmente, ajudou os alunos a trabalharem em grupo, uma vez que muitos deles ainda não estavam familiarizados com esta metodologia de trabalho. Além destes aspetos promoveu o desenvolvimento de atitudes nas crianças tais como, cooperação, confiança, autorresponsabilização, humildade, generosidade e solidariedade (Pato, 1995, Johnson & Johnson, 1999 citados por Ribeiro, C., 2006).

A formação de grupos homogéneos não iria ajudar os alunos com maiores dificuldades, possivelmente, seria um impedimento para estes ao iniciarem algumas tarefas e iriam perder-se nas discussões de grupo-turma atendendo ao pouco envolvimento e participação na realização das tarefas, dificultando assim a sua captação de atenção.

4.2. Descrição das tarefas

As tarefas selecionadas para a realização deste estudo são de natureza exploratória e investigativa, resultaram de várias pesquisas, atendendo aos seguintes critérios de seleção: tarefas abertas e de exploração ou investigação, ajustadas à idade dos alunos participantes neste estudo, apropriadas aos conteúdos desejados, e com possibilidade de diferentes níveis de aprofundamento.

Desta forma, as tarefas são diversificadas permitindo o desenvolvimento do conhecimento dos alunos relativamente ao tópico Sequências e Regularidades. Assim, as três primeiras tarefas (anexo 5, 6 e 7) permitem investigar padrões de repetição do tipo AB AB…, ABC ABC… e AAB AAB…, explorar a analogia das figuras com a sua posição na sequência, realizar contagens por saltos, aprofundar o conhecimento sobre números pares e ímpares e múltiplos de um número. Com estas tarefas pretende-se que os alunos observem e descrevam os padrões de repetição representados, reconheçam e identifiquem a unidade que se repete, relacionem a ordem de cada uma das figuras com a mesma forma geométrica ou seja, relacionem o termo com a sua ordem na sequência, formulem generalizações e explicitem oralmente e/ou por escrito a lei de formação para cada sequência. Além do referido anteriormente, a terceira tarefa requer que os alunos completem um padrão com lacunas e o continuem para a esquerda bem como, que criem e reproduzam o seu próprio padrão.

A tabela seguinte apresenta uma breve descrição das tarefas 1, 2 e 3.

Tarefas	Tópicos e Subtópicos	Objetivos Específicos	Fonte	Duração
Tarefa 1 – Sequência com quadrados e triângulos	**Regularidades** • Sequências **Números naturais** • Relações numéricas • Múltiplos e divisores (3.º e 4.º ano)	• Desenvolver o conhecimento dos alunos sobre sequências: descrever, continuar, e analisar sequências; • Investigar regularidades, explorando a relação das figuras com a sua posição na sequência; • Identificar o grupo de repetição numa sequência; •Relacionar o elemento da sequência repetitiva com a sua ordem e generalizar essas relações; • Explorar as relações entre a ordem de uma figura na sequência e o número de objetos que a constitui; • Identificar o método de generalização para determinar elementos da sequência que não estão representados; • Estabelecer relações numéricas-números pares, ímpares, múltiplos; • Estabelecer generalizações e apresentá-las oralmente e/ou por escrito.	Adaptadas de: Carvalho, Gaio, Ribeiro, Nunes, Veloso, Valério, Almeida, Mestre e Canário (2009)	**120 min** (1.º e 2.º ano) **90 min** (3.º e 4.º ano)
Tarefa 2 – Sequência com quadrados, triângulos e círculos				**90 min** (1.º e 2.º ano) **60 min** (3.º e 4.º ano)
Tarefa 3 – Sequência com quadrados e		• Criar sequências pictóricas repetitivas; • Incentivar a continuação de sequên-	Adaptada de: Vale, Barbosa,	**90 min** (1.º e 2.º ano)

círculos; formação de um padrão com círculos		cias para a esquerda; • Estabelecer relações numéricas-números pares, ímpares, múltiplos; • Identificar o método de generalização para determinar elementos da sequência que não estão representados; • Identificar e justificar a regra de formação da sequência. • Estabelecer generalizações e apresentá-las oralmente e/ou por escrito.	Borralho, Barbosa, Cabrita, Fonseca e Pimentel (2009); Vale, Barbosa, Borralho, Barbo-Barbosa, Cabrita, Fonseca e Pimentel (2011)	**60 min** (3.º e 4.º ano)

Tabela 5 - *Planificação das tarefas 1, 2 e 3 – Padrões de repetição.*

A primeira tarefa apresentada aos alunos, *Padrão de repetição com quadrados e triângulos, é uma sequência repetitiva, cuja* unidade que se repete é composta por dois elementos (quadrado e triângulo), e são conhecidos os dez primeiros termos:

□ △ □ △ □ △ □ △ □ △ ...

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 …

Figura 14 - *Tarefa 1 – Padrão de repetição com quadrados e triângulos.*

A segunda tarefa é uma sequência repetitiva denominada *Padrão de repetição com quadrados, triângulos e círculos* na qual, a unidade que se repete é composta por três elementos (quadrado, triângulo e círculo), e são conhecidos os dez primeiros termos:

□ △ ○ □ △ ○ □ △ ○ □ …

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 …

Figura 15 - *Tarefa 2 – Padrão de repetição com quadrados, triângulos e círculos.*

A terceira e última tarefa envolvendo padrões de repetição, *Padrão de repetição com quadrados e círculos*, contém lacunas e requer a sua continuação para a esquerda. A unidade que se repete é composta por três elementos (quadrado, quadrado e círculo):

___ ___ ___ □ □ ○ □ ___ ○ □ □ ___

Figura 16 - *Tarefa 3 – Padrão de repetição com quadrados e círculos.*

Nesta tarefa também é solicitado que os alunos criem o seu próprio padrão, pintando onze círculos, reproduzindo-o em seguida.

As tarefas 4, 5 e 6 (anexo 8, 9 e 10) envolvem a exploração de padrões de crescimento, possuem características diferentes das anteriores, têm uma figura que se altera de acordo com a sua ordem na sequência e atendendo a uma lei de formação. Com estas tarefas pretende-se que os alunos observem e descrevam os padrões de crescimento, reconheçam a mudança de cada termo relativamente ao anterior, estabeleçam uma relação entre um termo e a sua ordem na sequência, determinem a quantidade de figuras/formas que constituem um determinado termo, formulem generalizações, explicitem oralmente e/ou por escrito as suas ideias e a lei de formação de cada uma das sequências. Vale et al (2009) referem que na transição da aritmética para a álgebra, os padrões de crescimento desempenham um papel muito significativo.

A tabela seguinte apresenta uma breve descrição das tarefas 4, 5 e 6.

<table>
<tr><th>Tarefas</th><th>Tópicos e Subtópicos</th><th>Objetivos Específicos</th><th>Fonte</th><th>Duração</th></tr>
<tr><td>Tarefa 4 – Sequência com pintainhos</td><td rowspan="3">Regularidades
• Sequências
Números naturais
• Relações numéricas
• Múltiplos e divisores (3.º e 4.º ano)</td><td rowspan="3">• Investigar regularidades, explorando a relação das figuras com a sua posição na sequência;
• Explorar as relações entre a ordem de uma figura na sequência e o número de objetos que a constitui;
• Estabelecer relações numéricas-números pares, ímpares, múltiplos;
• Identificar o método de generalização para determinar elementos da sequência que não estão representados;
• Representar, analisar, descrever e generalizar padrões através de palavras, desenhos, tabelas e/ou expressões simbólicas;
• Identificar e justificar a regra de formação da sequência;
• Estabelecer generalizações e apresentá-las oralmente e/ou por escrito.</td><td>Adaptada de: Pimentel, Vale, Freire, Alvarenga e Fão (2010)</td><td>60 min</td></tr>
<tr><td>Tarefa 5 – Sequência com quadrados</td><td>Adaptada de: Carvalho, Gaio, Ribeiro, Nunes, Veloso, Valério, Almeida, Mestre e Canário (2009)</td><td>120 min (1.º e 2.º ano)
90 min (3.º e 4.º ano)</td></tr>
<tr><td>Tarefa 6 – Sequência com triângulos</td><td>Adaptada de: Tavares, Gonçalves, Menino e Cadima (2011). Projeto Desafios Matemática. Lisboa: Santillana</td><td>120 min (1.º e 2.º ano)
90 min (3.º e 4.º ano)</td></tr>
</table>

Tabela 6 - *Planificação das tarefas 4, 5 e 6 – Padrões de crescimento.*

A quarta tarefa apresentada aos alunos, *Padrão de crescimento com pintainhos*, é uma sequência crescente, e são conhecidos os três primeiros termos:

Fig.1 Fig. 2 Fig. 3

Figura 17 - *Tarefa 4 – Padrão de crescimento com pintainhos.*

A quinta tarefa trata-se também de uma sequência crescente, *Padrão de crescimento com quadrados*, e são apresentados aos alunos os quatro primeiros termos:

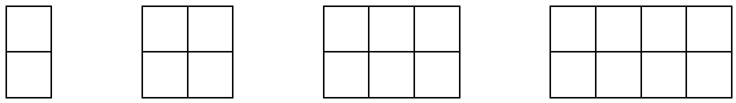


Fig.1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4

Figura 18 - *Tarefa 5 – Padrão de crescimento com quadrados.*

A sexta tarefa, *Padrão de crescimento com triângulos*, é uma sequência crescente na qual são conhecidos os três primeiros termos:

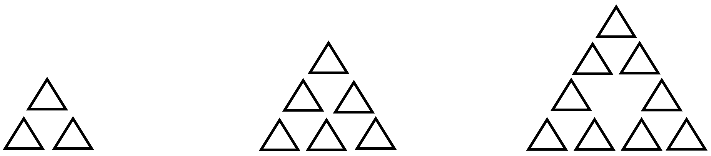


Fig.1 Fig. 2 Fig. 3

Figura 19 - *Tarefa 6 – Padrão de crescimento com triângulos.*

Todas as tarefas foram apresentadas oralmente e projetadas no quadro interativo, a sequência foi reproduzida no quadro branco, privilegiando deste modo um contexto figurativo, com recurso a materiais manipulativos – cartões com figuras e figuras em esponja Eva. As tarefas foram sempre acompanhadas de material manipulativo e trabalho escrito, realizaram-se as mesmas tarefas para as quatro turmas e a trabalho de pares, à exceção de um grupo constituído por três alunos na turma do 4.º ano, ou, quando faltou algum aluno.

Durante a realização das tarefas, circulou-se pelos diferentes grupos de pares com o intuito de acompanhar o seu trabalho, ajudar ou esclarecer alguma dúvida que pudesse surgir. Após a resolução de algumas questões ou no final da tarefa discutiram-se as questões em grupo-turma, onde cada grupo partilhava as suas ideias, estratégias e representações.

Os documentos escritos contêm os registos dos alunos, realizado no contexto das tarefas realizadas em sala de aula, no caso do 1.º ano de escolaridade, devido à sua dificuldade a nível da escrita, em algumas questões deu-se mais ênfase à oralidade. No final as produções escritas foram recolhidas, antes de os alunos realizarem correções e da discussão em grande grupo, de forma a serem evidentes as aprendizagens e dificuldades sentidas por estes. Por fim, houve a apresentação, reflexão e discussão em grupo-turma dos processos e resultados obtidos pelos diferentes grupos.

Capítulo V

5. RESULTADOS

O trabalho desenvolvido foi sistematizado na forma de quatro estudos de caso, apresentados neste capítulo e encontra-se organizado em cinco pontos, nos quatro primeiros pontos apresentam-se os casos, no quinto faz-se uma análise comparativa dos casos. Os primeiros quatro pontos estão divididos em três secções: na primeira secção, *apresentação do caso*, descrevem-se características gerais de cada turma, referindo-se alguns aspetos alusivos ao contexto escolar e vivências dos alunos; na segunda e terceira secções, *tarefas envolvendo padrões de repetição* e *tarefas envolvendo padrões de crescimento*, respetivamente. Apresenta-se também a análise da resolução de todas as tarefas da sequência de tarefas realizadas pelos alunos, dando ênfase às representações e estratégias de generalização, correspondendo às categorias que emergiram da análise dos dados. Na última secção, *análise comparativa dos casos*, faz-se uma análise comparativa dos quatro casos, destacando as principais representações e estratégias de generalização utilizadas pelos alunos.

5.1. Caso do 1.º ano de escolaridade

5.1.1. Apresentação do caso

O caso do 1.º ano de escolaridade é uma turma constituída por dezoito alunos, nove do sexo masculino e nove do sexo feminino. Estes alunos têm idades compreendidas entre os cinco e os seis anos, encontrando-se a frequentar o 1.º ano de escolaridade pela primeira vez.

A análise da avaliação sumativa realizada no final do 1.º período, nas diferentes áreas da componente do currículo, mostra que o aproveitamento global da turma se situa no *Satisfaz Bem*. Nas disciplinas de Português e Matemática, dois alunos começam a demonstrar algumas dificuldades.

Os alunos desta turma revelam um comportamento agitado e são muito conversadores, possuem um ritmo de trabalho heterogéneo contudo, manifestam curiosidade, interesse e vontade em aprender novos conteúdos, o que é bastante positivo. Relativamente à interação com os adultos, esta turma revela espontaneidade e confiança evidenciando à-vontade na participação das atividades e nas conversas.

5.1.2. Tarefas envolvendo padrões de repetição

As aulas tiveram início com uma breve explicação do trabalho a desenvolver durante a aplicação da sequência de tarefas, das regras básicas para a realização de trabalho em grupo, da necessidade de se respeitarem, entreajudarem e partilharem as suas ideias de modo a que o trabalho fosse profícuo. Em seguida, organizaram-se os alunos de acordo com os grupos de trabalho, para realizarem as tarefas a pares. Os alunos não estavam familiarizados com o trabalho de grupo nem com este tipo de tarefas com sequências. Os registos apresentados da resolução das tarefas foram sempre realizados por 2 alunos, exceto quando faltou algum aluno.

Nesta seção apresentam-se episódios significativos relativos à realização das tarefas com padrões de repetição, procurando analisar a forma como os alunos identificam um padrão, identificam o grupo de repetição, identificam e reconhecem os termos próximos da sequência, identificam e reconhecem termos mais afastados da sequência, criam e descrevem sequências de repetição, constroem e compreendem ideias numéricas a partir de situações algébricas, representam ideias matemáticas em contextos algébricos e ainda que estratégias de generalização utilizam.

A circulação por entre os diferentes grupos permitiu acompanhar o trabalho dos alunos bem como, esclarecer alguma dificuldade que pudesse surgir. Os alunos revelaram dificuldades ao trabalhar em grupo, nomeadamente na partilha das suas ideias, assim como, no aguardar pela sua vez. Frequentemente foi necessário chamá-los à atenção para estes aspetos. Dadas as dificuldades dos alunos que se prendem ao nível da leitura e da escrita, na sua maioria, as questões foram resolvidas oralmente. Leram-se as questões para toda a turma de forma gradual, conforme os grupos iam respondendo.

Identificação do padrão – Nas três tarefas envolvendo sequências de repetição, todos os alunos identificaram o padrão apresentado pela repetição das figuras, identificaram e reconheceram os seus termos, os alunos usaram a linguagem natural e a representação icónica. Os exemplos seguintes ilustram estes dois tipos de representação.

Resposta da maioria dos grupos na identificação do padrão, utilizando a linguagem natural:

> **Grupo 1**: Afonso: Está aqui sempre quadrado, triângulo, quadrado, triângulo, a repetir.
> **Grupo 2**: Andreia: Porque repetimos as formas.
> **Grupo 4**:Edgar: Um padrão é um conjunto de coisas iguais.
> Mariana: Estamos sempre a repetir, quadrado, triângulo, quadrado, triângulo.
> **Grupo 8**: Martim S: O padrão é sempre quadrado, triângulo, quadrado, triângulo. Há uma fila de coisas e depois voltas a repeti-las (anexo 18 – DB1 T1 C1)

Os alunos identificaram e expressaram a existência de um padrão pela repetição das figuras, e utilizaram a representação icónica, como já foi referido anteriormente, atente-se no registo usado por alguns grupos na tarefa 1, questão 1: *Podemos considerar que existe um padrão? Como é que pensaste?:*

> **Grupos (1, 3, 4, 6, 9):** Sim. □ △ □ △ □ △ □ △ □ △ □ △ □ △ □ △ □ (anexo 11)

Identificação do grupo de repetição – Na primeira tarefa, ao identificar o grupo que se repete houve necessidade de ajudar na interpretação desta questão, a maioria dos alunos não sabia o que significava o grupo que se repete, apenas 3 grupos identificaram a unidade que se repete. Na segunda e terceira tarefas, a maioria dos alunos identificou o grupo de repetição.

Na primeira tarefa, após a minha explicação, a maioria dos grupos reconheceu a unidade e o grupo de repetição e foi capaz de o identificar utilizando uma linguagem natural, no entanto, ao realizar o registo escrito reproduziram a sequência. Nas tarefas seguintes, a maioria dos grupos identificou e registou corretamente as figuras que compunham a unidade de repetição, utilizando uma representação simbólica e icónica, como se pode observar no registo produzido, na *Tarefa 2, questão 2: Por quantas figuras é composta o grupo que se repete? Quais são?:*

> **Grupos (1,2, 3, 4, 5, 6, 8) :** 3. □ △ ○ (anexo 11)

Os alunos identificaram a regularidade presente nas sequências contudo, sentiram dificuldade em identificar a unidade que se repete (anexo 11), revelaram dificuldades em registar por escrito as suas ideias, é-lhes mais fácil fazê-lo oralmente, por vezes, o que expressavam oralmente não correspondia ao registo escrito. A linguagem natural foi uma das representações externas que esteve muito presente na realização de todas as tarefas.

Identificação de termos próximos da sequência – Os alunos, na sua maioria, não utilizaram o material manipulativo, alguns utilizaram os dedos na contagem até ao termo solicitado, associando cada dedo a uma figura, usando assim uma representação externa ativa, outros associaram a sequência pictórica à sequência numérica dos números naturais.

Na tarefa1, questão 5: *Qual é a próxima figura? E o próximo número?*, surgiram muitas dúvidas na sua interpretação, houve necessidade em explicar o significado do termo *próxima* (a figura que vem a seguir, a figura seguinte), alguns alunos indicaram o número 11 oralmente, contudo, não sabiam como o representar com algarismos. Todos os grupos registaram que a figura seguinte seria o quadrado com o número 11, manifestando assim o uso da estratégia aditiva, os alunos observaram e identificaram a alteração que ocorria de um termo para o seguinte.

Na tarefa 2, questão 4: *Qual é o número que pensas que estará por baixo do próximo quadrado?*, todos os grupos utilizaram a estratégia de representação e contagem, não utilizaram o material manipulativo, a maioria dos grupos contou oralmente e associou o número à figura:

> **Grupo 8: Martim S.:** 10, juntas mais o triângulo é o 11, o 13 é a bola.
> **Professora:** É bola?
> **Martim S.:** Círculo. (a rir)
> **Professora:** A seguir ao 11?
> **Martim S.:** É o 12.
> **Professora:** Mas tu disseste 13.
> **Martim S.:** Nã, nã.
> **Professora:** Então?
> **Martim S.:** A seguir ao 10 vem o 11 com triângulo e a seguir o 12 com a bola.
> **Sofia:** Círculo!
> **Martim S.:** O 13 é a seguir com quadrado. (anexo 19 – DB2 T2 C1)

O grupo 4 utilizou os dedos, associando os números à figura, revelando também a estratégia de representação e contagem e uma representação ativa. Os restantes grupos responderam corretamente (13), continuaram a sequência oralmente correspondendo o número à figura.

Os grupos 3 e 9 não conseguiram responder corretamente devido a erros de contagem, registaram 14, afirmando que tinham contado como se pode observar:

> **Grupo 3: Dinis:** O 11 é triângulo, o 13 círculo e o 14 é quadrado.
> **Carolina:** É o 14. (anexo 19 – DB2 T2 C1)

Na terceira tarefa era pedido aos alunos para completarem as lacunas existentes na sequência e continuarem-na para a esquerda, este tipo de procedimento é complexo, no entanto, todos os grupos conseguiram realizá-lo com sucesso usando as estratégias de representação e contagem e a aditiva. Na questão 5 desta mesma tarefa, *Se a sequência continuar para a direita, qual será o 18.º termo?* apenas o grupo 9 não utilizou o material manipulativo como se pode observar no comentário seguinte:

Grupo 9: (após terem contado as figuras até ao termo de ordem 12, representadas na folha de trabalho, voltaram ao início da sequência e contaram) 13, 14, 15, 16, 17, 18, é círculo. (anexo 20 – DB3 T3 C1)

Neste episódio verifica-se que os alunos identificam a regularidade existente na sequência, voltam a iniciar a contagem após a unidade de repetição, os restantes grupos reproduziram a sequência até ao termo de ordem 18 e identificaram a figura que lhe correspondia.

Identificação de termos mais afastados da sequência e generalização – Na realização das tarefas os alunos conseguiram responder, com concretização, a questões que envolviam a identificação de termos mais distantes, para tal, desenharam cada termo da sequência e/ou utilizaram o material manipulativo e representaram as sequências até aos termos pretendidos, utilizando respetivamente representações externas icónicas (desenho dos termos da sequência) e/ou ativas (recurso ao material manipulativo ou aos dedos). Ao recorrerem ao material manipulativo, reproduziram as sequências presentes nas três tarefas, representando todos termos até à ordem desejada, evidenciando assim, o uso da representação externa ativa (representado na figura 20). A representação icónica e simbólica estiveram presentes na realização do registo escrito.


Figura 20 - *Representações externas ativas utilizadas pelos alunos na reprodução da sequência. (Tarefa 1 – Questão 6: Qual a figura que irá estar por cima do 20? Porquê?)*

Alguns alunos revelaram dificuldade em contar além do número 30, a ajuda do colega do grupo foi fundamental para ultrapassar algumas das dificuldades sentidas. Para responder a questões que envolviam termos mais distantes os alunos utilizaram representações externas ativas, representaram a sequência até ao termo desejado, utilizando o material manipulativo, refletindo o uso da estratégia de representação e contagem. Observe-se o episódio do grupo 4:

Grupo 4: Edgar: Quadrado. Se o 20 é triângulo (reproduziram a sequência com as peças do material manipulativo até ao 31) o 31 é quadrado. (anexo 18 – DB1 T1 C1)

Ao explorar uma questão envolvendo o termo de ordem 100, apenas três grupos conseguiram responder corretamente. Apresenta-se em seguida a resposta de uma aluna:

Eliana (apontando para a sequência representada no quadro)**:** Aqui é o 10 e tem triângulo. Eu vou contar de 10 em 10 e aqui fica o 20 (apontando para debaixo do 10 e vai descendo no quadro, em simultâneo escrevem-se os números que a aluna vai dizendo), aqui mais 10 é 30, mais dez 40, mais dez 50, mais dez 60, mais dez 70, mais dez 80, mais 10 é 90 e mais dez 100, vai ter um triângulo.
Afonso: Eu só consigo contar até mais ou menos ao 30. (anexo 18 – DB1 T1 C1)

Neste episódio verifica-se o uso da estratégia construtiva do objeto inteiro, com base no termo de ordem 10 a aluna determinou corretamente o termo de ordem 100 dado que é seu múltiplo, permitindo uma generalização construtiva e distante. Questões que envolvam termos distantes revelam um grau de dificuldade muito elevado para estes alunos. O nível de abstração da maioria dos alunos parece ser limitativa da capacidade de identificar termos mais afastados e de realizar generalizações, estes referiram que se tratava de um número muito grande e manifestaram algum cansaço.

Este tipo de estratégia (construtiva do objeto inteiro) induziu os alunos em erro para sequências em que a sua unidade era composta por três figuras, como se pode observar no episódio seguinte (Tarefa 2, questão 7: *Qual será a 20.ª figura? Como pensaram?):*

Professora: Como pensaram?
Alunos: Se a figura 10 é um quadrado então a 20 também vai ser um quadrado, porque 10 mais 10 é igual a 20, então o 20 também vai ser quadrado.
(…) Alunos: A contar de 10 em 10 e deu 20. (anexo 19 – DB2 T2 C1)

Alguns alunos relacionaram cada termo da sequência com o anterior e/ou com o próximo, não conseguiram relacioná-lo com a ordem que ocupam na sequência, poucos alunos conseguiram fazer generalizações construtivas distantes apenas com a utilização do material manipulativo, nesta faixa etária os materiais didáticos e a concretização desempenham um papel fundamental na aquisição de aprendizagens, como já foi referido anteriormente.

Criação e descrição de sequências de repetição – Os alunos revelaram muitas dificuldades na criação de um padrão (pintando 11 círculos), bem como na sua reprodução (pintando duas filas cada uma com 10 círculos). Três grupos responderam corretamente a esta questão, criaram um padrão do tipo AB AB e conseguiram reproduzi-lo. Os grupos 2, 4 e 5 criaram padrões do tipo AAB AAB e o grupo 1 do tipo ABCD ABCD contudo, na reprodução dos mesmos pintaram os círculos obtendo-se respetivamente, AAB AAB AAB A AAB AAB AAB A e ABCD ABCD AB ABCD ABCD AB. Estes grupos reproduziram o padrão corretamente na 1.ª fila de círculos e não o continuaram na segunda fila, não completaram a unidade de repetição, limitaram-se a repetir o que tinham feito na primeira fila. Durante a circulação pelos diferentes grupos:

Professora: Reproduziram e continuaram o padrão?
Alunos: Sim. (anexo 20 – DB3 T3 C1)

Durante a discussão geral esta confusão foi desfeita, os alunos observaram que de facto não estava correto pois assim, alteravam o grupo de repetição:

> **Professora:** Qual o grupo que se repete?
> **Grupo 6: Eliana e Vasco:** Não tem.
> **Professora:** Temos aqui um padrão?
> **Eliana e Vasco:** Não. (Alteraram e construíram um padrão do tipo AB AB.) (anexo 20 – DB3 T3 C1)

O grupo 9 pintou os dez círculos obtendo um padrão do tipo AAAA BB CCCC D e na sua reprodução registou AA E F B A E G H I BB II BB II BB, ao serem questionados verificou-se que para os alunos o padrão era a repetição da cor no entanto, na sua reprodução não respeitaram as cores escolhidas nem tão pouco o grupo de repetição. Após a discussão geral o grupo 9 construiu e reproduziu um padrão do tipo ABC ABC.

Emergência de ideias numéricas – Na realização das três tarefas compreendendo padrões de repetição, apropriando-se da linguagem natural, os alunos mencionaram ter construído a sequência até ao termo desejado, com recurso ao material manipulativo e, posteriormente realizaram contagens. A estratégia construtiva de representação e contagem foi usada por todos os grupos. Na primeira tarefa os alunos realizaram contagens de 2 em 2 contudo, não estabeleceram a relação com os números pares, dado que se tratava de um conteúdo ainda não abordado nas aulas. Observando a sequência apresentada, os alunos evidenciaram o uso de uma representação externa ativa e da linguagem natural, aferiram que para obter triângulos contavam de 2 em 2, refletindo o uso de uma estratégia construtiva aditiva e de representação e contagem. Veja-se o seguinte diálogo, da tarefa 1 (questão 7: *Conseguem pensar noutros números que também tenham triângulos por cima? Quais são esses números?):*

> **Alunos:** (em coro) 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24,…
> **Professora:** Como conseguimos obter estes números?
> **Alunos:** A contar de 2 em 2. (anexo 18 – DB1 T1 C1)

Na tarefa 1, para a realização da questão 6: *Qual a figura que irá estar por cima do 20?,* após a construção da sequência os alunos responderam sem qualquer dificuldade. Efetuaram contagens até ao 20 e facilmente identificaram o triângulo como a figura que estaria por cima do 20. Sem o auxílio do material manipulativo não teriam conseguido, apenas o grupo 1 conseguiu, o aluno Afonso ao desfazer a sequência disse:

> **Grupo 1**: Afonso: Olha professora, nós temos aqui este 10 (apontando para a sequência da folha de registo) e é um triângulo, então, juntamos mais 10 e fica 20 e também dá triângulo. (anexo 18 – DB1 T1 C1)

Para a realização das tarefas estes alunos necessitaram de muita concretização. A situação apresentada em seguida demonstra a construção e compreensão de ideias numéricas, onde se observa alguma destreza em relação aos números e operações (adição), Tarefa 1, questão 8: *Qual será a figura que estará por cima do 31? Porquê?*

> **Grupo 1: Afonso:** É parecido com a de há pouco, se juntar mais 21 também pode ser. O 30 dá triângulo e o 31 é a seguir, é um quadrado. (anexo 18 – DB1 T1 C1)

No caso do 1.º ano de escolaridade, a maioria dos alunos conseguiu responder de forma correta às questões das tarefas com concretização, utilizando o material manipulativo, refletindo o uso da representação ativa e da estratégia representação e contagem. Ao explicitarem as suas ideias também utilizaram a linguagem natural. Algumas questões foram exploradas em grupo-turma, devido à extensão das tarefas, à faixa etária dos alunos e aos números distantes que abrangiam, foi difícil trabalhar com números maiores do que o 20.

Durante a realização da primeira tarefa sentiu-se uma grande dificuldade no sentido dos alunos trabalharem a pares, foram recordados, frequentemente, da importância da partilha das ideias e das regras de trabalho em grupo. Estas dificuldades foram-se atenuando com o desenvolvimento das tarefas seguintes.

A discussão geral possuiu um papel muito importante pois permitiu a partilha de informação/ideias, a explicação de raciocínios que conduziu à compreensão de conceitos e reformulação de ideias erradas. Durante a discussão coletiva da tarefa 3, questão 2: *Para continuar a sequência de que figuras vamos precisar em maior quantidade? Porquê?*, intuitivamente, os alunos estabeleceram uma relação de razão, verificaram que a quantidade dos quadrados era duas vezes a quantidade dos círculos, que havia 2 quadrados para um círculo ou 4 quadrados para 2 círculos, como se pode observar no excerto seguinte:

> **Professora:** Que relação existe entre o número de quadrados e o dos círculos? (os alunos ficaram pensativos, a questão não foi adequada a este grupo etário.)
> **Professora:** O que é o 4 em relação ao 2?
> **Edgar:** É outra vez o 2.
> **Professora:** É quantas vezes o 2?
> **Alguns alunos:** É duas vezes.
> **Martim S. e Eduardo:** 2 mais 2 é 4. (anexo 20 – DB3 T3 C1)

Durante a realização das tarefas observaram-se algumas dificuldades a nível conceptual, na oralidade, por parte de alguns alunos por exemplo ao identificar o círculo como bola, esta dificuldade foi observada noutras situações e até com outros anos de escolaridade no entanto, ao registarem utilizaram a designação correta.

5.2. Caso do 2.º ano de escolaridade

5.2.1. Apresentação do caso

O caso do 2.º ano de escolaridade é constituído por dezasseis alunos, sete do sexo masculino e nove do sexo feminino. Estes alunos têm idades compreendidas entre os sete e os oito anos (um aluno de nacionalidade ucraniana), encontrando-se a frequentar o 2.º ano de escolaridade pela primeira vez.

A análise da avaliação sumativa referente ao 1.º período, nas diferentes áreas da componente do currículo, mostra que o aproveitamento global da turma se situa no *Satisfaz Bem*. A professora da turma refere que cinco alunos manifestam dificuldades a Português e Matemática. No Português as dificuldades surgem na leitura e interpretação de textos e enunciados, na escrita de frases e textos e, na ortografia. Na Matemática as dificuldades dos alunos centram-se no trabalho com os números (leitura, escrita, composição e decomposição), no cálculo mental, na resolução de problemas e comunicação matemática.

Este grupo de alunos é pouco autónomo na realização das tarefas propostas, alguns alunos solicitam, frequentemente, apoio na leitura e interpretação das tarefas, sendo chamados à atenção para se concentrarem na sua realização. A turma é muito heterogénea quer ao nível do aproveitamento quer ao nível do comportamento.

5.2.2. Tarefas envolvendo padrões de repetição

As aulas tiveram o seu início à semelhança das aulas do 1.º ano de escolaridade, foi explicado aos alunos o trabalho a desenvolver durante a aplicação da sequência de tarefas, as regras para a realização de trabalho em grupo, bem como a importância pelo respeito, entreajuda e partilha de ideias. Em seguida, organizaram-se os alunos de acordo com os grupos de trabalho, para realizarem as tarefas a pares. Os registos apresentados da resolução das tarefas foram produzidos por 2 alunos, salvo quando faltou algum aluno.

Episódios significativos relativos à realização das tarefas com padrões de repetição são aqui apresentados, pretendendo analisar as categorias já referidas anteriormente no caso do 1.º ano de escolaridade.

A circulação pelos diferentes grupos de trabalho possibilitou o acompanhamento do trabalho dos alunos, o esclarecimento de dúvidas ou dificuldades que pudessem surgir. Os alunos trabalharam relativamente bem em grupo, nomeadamente na partilha das suas ideias, apenas o grupo 1 funcionou menos bem pois um dos elementos avançava no questionário e não esperava pelas colegas. Houve a necessidade de os relembrar das regras de trabalho em grupo e da importância da partilha das ideias. Durante a discussão coletiva foi necessário pedir para esse mesmo aluno ter mais calma pois queria responder a tudo, de modo a dar oportunidade aos colegas. Os alunos evidenciaram alguma falta de concentração, mediante estes aspetos e a gestão da discussão geral não foi muito fácil.

Tratando-se de um grupo de 2.º ano de escolaridade, a diversidade ao nível da aprendizagem, leitura, interpretação e escrita é muito evidente e comum neste ano de escolaridade. Alguns alunos atrasaram-se na realização da tarefa devido ao seu ritmo de leitura. Atendendo ao ano de escolaridade, devido às dificuldades sentidas na interpretação, e à semelhança do caso do 1.º ano de escolaridade, foram lidas as primeiras 5 questões e esclarecidas as questões 2: *Qual o grupo que se repete?* e 5: *Qual é a próxima figura? E o próximo número?.*

Identificação do padrão – Todos os alunos identificaram a existência de um padrão, nas três tarefas envolvendo padrões de repetição, através da repetição das figuras. Os alunos identificaram e reconheceram os seus termos, a linguagem natural e a representação icónica foram muito utilizadas. Os exemplos seguintes ilustram estes tipos de representação:

Grupo 6: Rita: Porque está sempre um quadrado e um triângulo.
Grupo 2: Diogo: Porque está sempre repetido.
Professora: O que se repete?
Raquel: Quadrado e triângulo.
Grupo 4: Leo: Porque está sempre a fazer quadrado e triângulo, quadrado e triângulo.
(anexo 21 – DB4 T1 C2)

Em conformidade com o caso do 1.º ano, na tarefa 1, *questão 1: Podemos considerar que existe um padrão? Como é que pensaste?* Os alunos identificaram, expressaram e registaram a existência de um padrão pela repetição das figuras:

Grupo 2: Sim. Nos pensamos que os □ e os △ se repete.
Grupo 3: Sim. □ △ □ △ □ △ □ △ □ △
Grupo 6: Sim. □ △ … (anexo 12)
Grupo 7: Sim. Pensei assim. Como o quadrado e o triângulo estavam repetidos. (anexo 12)

Identificação do grupo de repetição – Na primeira tarefa ao identificar o grupo de repetição, houve novamente a necessidade de ajudar os alunos na interpretação da questão 2 *Qual o grupo que se repete?, o*ralmente, utilizando a linguagem natural, os alunos identificaram corretamente o grupo de repetição da sequência, como se pode verificar nos registos seguintes:

> **Grupo 3:** Professora: Qual o grupo que se repete?
> **Bruna:** Quadrado e o triângulo. (anexo 21 – DB4 T1 C2)

No entanto, ao realizar o registo escrito registaram quadrado triângulo, quadrado triângulo, quadrado triângulo, utilizando uma representação icónica:

> **Grupo 3:** □ △ □ △ □ △ □ △ □ △
> **Grupo 5:** □ △ □ △ (anexo 12)

O grupo 7 deu uma resposta sem grande significado *O grupo que se repete é o de cima.*, os restantes quatro grupos identificaram e registaram corretamente o grupo de repetição. Nas tarefas seguintes, a maioria dos alunos identificou o grupo de repetição bem como as figuras que compunham a unidade de repetição, utilizaram a representação simbólica e icónica.

Na primeira tarefa, após a minha explicação, a maioria dos grupos reconheceu a unidade e o grupo de repetição e foi capaz de o identificar utilizando uma linguagem natural, no entanto, ao realizar o registo escrito reproduziram a sequência. Nas tarefas seguintes, a maioria dos grupos identificou e registou corretamente as figuras que compunham a unidade de repetição, tarefa 2, questão 2: *Por quantas figuras é composta o grupo que se repete? Quais são?*:

> **Grupos 1,2,3,4,6:** 3. □ △ ○
> **Grupo 7:** 3. Quadrado, triângulo e círculo. (anexo 12)

Os alunos conseguiram reconhecer a regularidade presente nas sequências no entanto, evidenciaram alguma dificuldade no registo escrito da identificação da unidade que se repete assim como, em registar por escrito as suas ideias. O mesmo sucedeu com o caso do 1.º ano, os alunos sentem dificuldade ao nível da expressão escrita, têm mais facilidade em o fazer oralmente, utilizando a linguagem natural.

A linguagem natural, representação icónica e simbólica foram representações externas que estiveram muito presentes na realização de todas as tarefas.

Identificação de termos próximos da sequência – Os alunos utilizaram, maioritariamente, o material manipulativo, outros utilizaram os dedos na contagem até ao termo solicitado, associando cada dedo a uma figura, usando assim uma representação externa ativa, e a estratégia de representação e contagem. Outros ainda, associaram a sequência pictórica à sequência numérica dos números naturais, fazendo uso da estratégia aditiva. No episódio seguinte os alunos, de uma forma recursiva, compara-ram e observaram a alteração que ocorre de um termo para o termo e figura seguintes, usando a estratégia aditiva, tarefa 1, questão 5: *Qual é a próxima figura? E o próximo número?*:

> **Grupo 7: Professora:** Como pensaram?
> **Mariana:** A seguir é o número 10 é um triângulo. (Esclareceu-se que era após a sequência exposta.)
> **Mariana e Rodrigo:** É o 11 e o quadrado. (anexo 21 – DB4 T1 C2)

Na questão 4, da segunda tarefa, *Qual é o número que pensas que estará por baixo do próximo quadrado?*, quatro grupos responderam corretamente, usaram a estratégia aditiva e a de representação e contagem, e, quatro responderam de forma incorreta. Os grupos que responderam incorretamente revelaram dificuldades em interpretar corretamente a questão, provavelmente, por dificuldades de leitura, indicando, por exemplo o quadrado (apontando para o início do padrão).

Na terceira tarefa, todos os grupos conseguiram completar as lacunas existentes na sequência e continuarem-na para a esquerda, utilizando a representação icónica e a estratégia de representação e contagem. Na questão 5 desta mesma tarefa, *Se a sequência continuar para a direita, qual será o 18.º termo?,* alguns grupos apresentaram dificuldade na interpretação da questão. Alguns colegas explicaram que era a figura que estava na posição 18 ou a figura que estava por cima do 18. A generalidade dos alunos construiu a sequência com o material manipulativo e contou até ao 18 a partir do 12. Nesta questão, a maioria dos grupos identificou o círculo como o termo de ordem 18 e explicou que tinham reproduzido a sequência com as peças, usando representações ativas e estratégias de representação e contagem. Apenas o grupo 3 respondeu quadrado, explicando que tinham feito o padrão com o material manipulativo no entanto, cometeram um erro na contagem. Observe-se os registos produzidos pelos diferentes grupos, na tarefa 3, questão 5: *Se a sequência continuar para a direita, qual será o 18.º termo?*:

> **Grupos 1,2,5,6,7,8:** ○
> **Grupo 3:** □ (anexo 12)

De uma forma geral, os alunos identificaram a regularidade presente na sequência, um grupo iniciou a contagem após a unidade de repetição, os restantes grupos reproduziram a sequência até ao termo de ordem 18 e identificaram a figura que lhe correspondia, utilizaram representações ativas e icónicas, no registo escrito, e a estratégia de representação e contagem.

Na realização das três tarefas envolvendo padrões de repetição, usando a linguagem natural, os alunos mencionaram ter construído a sequência até ao termo desejado, com recurso ao material manipulativo e, posteriormente realizaram contagens, as estratégias construtivas de representação e contagem e a aditiva foram as utilizadas pela maioria dos grupos.

Identificação de termos mais afastados da sequência e generalização – Os alunos conseguiram responder a questões que envolviam a identificação de termos mais distantes, alguns com concretização, com o recurso ao material manipulativo e com a representação das sequências até aos termos pretendidos, utilizando assim representações externas icónicas (desenho dos termos da sequência) e/ou ativas (recurso ao material manipulativo). Ao recorrerem ao material manipulativo, reproduziram as sequências presentes nas três tarefas, representando todos termos até à ordem desejada, verificando-se o uso da representação externa ativa e da estratégia de representação e contagem. A representação icónica e simbólica estiveram presentes na realização do registo escrito. Outros alunos conseguiram generalizar. Na primeira tarefa associaram os números ímpares aos quadrados e os pares aos triângulos. Durante a realização da tarefa, ao identificar os números que estavam por baixo dos triângulos os alunos identificaram-nos sempre como os números pares. Atente-se no episódio seguinte, que ocorreu com o grupo 6 na tarefa 1, questão 8: *Qual será a figura que estará por cima do 31? Porquê?*, onde se verifica o uso da estratégia da decomposição dos termos:

> **Grupo 6:** Rita e Daniel: Quadrado.
> **Professora:** Porquê?
> **Rita:** 30+1 é 31, que é ímpar, tem de ter quadrado por cima. (anexo 21 – DB4 T1 C2)

O mesmo também aconteceu com os grupos 1, 6 e 7, os alunos conseguiram estabelecer a relação entre o seu termo e a ordem:

> **Grupo 1:** Quadrado. Se fosse 30 era triângulo por isso, 31 é quadrado.
> **Grupo 6:** Quadrado. O 31 é ímpar e os números ímpares têm quadrados por cima.
> **Grupo 7:** □ Fomos ao exercício 7, faltava o 31 entre o 30 e o 32 (triângulos). (anexo12)

Ainda na primeira tarefa, ao explorar a questão 10: *Qual a figura que pensam que estará por cima do 100? Porquê?*, todos os grupos conseguiram responder corretamente. O grupo 4 representou a sequência com o material manipulativo, utilizando uma estratégia de representação e contagem. O grupo 5 respondeu que seria triângulo dado tratar-se de um número par, verificando-se a utilização da estratégia da decomposição dos termos, estes alunos estabeleceram e aplicaram a relação existente entre o termo e a sua ordem. Os restantes grupos utilizaram a estratégia do objeto inteiro como se pode verificar pelas respostas apresentadas em seguida:

> **Grupo 1:** Triângulo. O 101 é quadrado, o 100 tem de ser triângulo é 10x10.
> **Grupo 2:** △. Vi no 10 um ▵ e contei de 10 em 10.

Grupo 6: △ é no mesmo lugar do 10 então é △.
Grupo 7: Triângulo. Contei de 10 em 10. (anexo 12)

Nos episódios expostos anteriormente verifica-se que a maioria dos grupos usou a estratégia construtiva do objeto inteiro, com base no termo de ordem 10, possibilitando uma generalização construtiva e distante. Com base nestes factos, observou-se uma maior capacidade de abstração e uma certa facilidade, por parte destes alunos, na realização de generalizações envolvendo termos mais distantes.

Na tarefa 2, questão 7: *Qual será a 20.ª figura? Como pensaram?,* cinco grupos responderam corretamente utilizando a estratégia de representação e contagem*, dado tratar-se de uma sequência na qual a sua* unidade de repetição era composta por três figuras e um pouco à semelhança do ocorrido no caso do 1.º ano, dois grupos (1,3) não utilizaram o material manipulativo e foram induzidos em erro ao usarem a estratégia construtiva do objeto inteiro, identificaram o quadrado como a 20.ª figura, como se pode observar no episódio seguinte:

Professora: Como pensaram?
Grupo1: Bernardo: O 10 é um quadrado então, a 20 também tem de ser um quadrado. Pensámos em duplicar e depois ficou o quadrado no 20. Se está um quadrado na dezena, no 20 como são duas dezenas tem de estar a mesma figura. (anexo 22 – DB5 T2 C2)

Na terceira tarefa, questão 7: *Qual o termo de ordem 30? Explica,* o grupo 6 respondeu quadrado, alegando que tinham continuado a sequência a partir do 20 até ao 30 e que tinham visto o quadrado por cima do 30. Os alunos utilizaram a estratégia de representação e contagem mas enganaram-se na reprodução da sequência. O grupo 7 respondeu círculo contudo, inicialmente tinham respondido quadrado.

Mariana: O. 20 tinha um quadrado, o 30 é mais 10 por isso também é quadrado. (anexo 23 – DB6 T3 C2)

Ao verificarem pela sequência construída com os materiais observaram que o termo de ordem 30 era um círculo e corrigiram a resposta para círculo no entanto, mantiveram a explicação que tinham para o quadrado, não alteraram a justificação. Quando os alunos não têm em atenção a unidade que se repete numa sequência, a utilização da estratégia do objeto inteiro indu-los em erro.

Os grupos 2, 3, 5 e 8 responderam corretamente, construíram o padrão até ao termo de ordem 30, usando assim a estratégia de representação e contagem. O grupo 1 referiu que o termo de ordem 30 seria um círculo:

Grupo 1: Bernardo: O 3 é círculo. Acrescentas zero e fica trinta e também é bola.
Professora: Bola?
Tiago: Círculo.

Professora: Como é que acrescentas zero e fica trinta? (anexo 23 – DB6 T3 C2)

Apesar do raciocínio do aluno estar correto, este não conseguiu explicar que seria 10 vezes o 3, que estava a determinar um termo de uma ordem múltipla, um múltiplo do 3.

A maioria dos alunos relacionou cada termo da sequência com o anterior e/ou com o próximo, conseguiram relacioná-lo com a ordem que ocupa na sequência, alguns alunos conseguiram fazer generalizações construtivas distantes com a utilização do material manipulativo. Nesta faixa etária os materiais didáticos e a concretização continuam a desempenhar um papel fulcral para a compreensão e aquisição de aprendizagens.

Criação e descrição de sequências de repetição – Os alunos criaram o seu padrão (pintando 11 círculos), e reproduziram-no (pintando duas filas cada uma com 10 círculos) sem qualquer dificuldade. Os grupos 1 e 6 criaram um padrão do tipo ABCD ABCD; o grupo 2 criou um padrão do tipo AAB AAB; os grupos 3 e 5 criaram um padrão do tipo AB AB; o grupo 7 criou um padrão do tipo ABC ABC e o grupo 8 criou um padrão do tipo ABBCC ABBCC. Todos os grupos reproduziram o padrão criado de forma correta.

Emergência de ideias numéricas – Na primeira tarefa, os alunos realizaram contagens de 2 em 2, estabeleceram a relação com os números pares e ímpares.

Na tarefa 1 (*questão 11: Nas primeiras 20 figuras, quantos triângulos há? Porquê?),* o grupo 4 construiu a sequência com o material manipulativo, usando a estratégia de representação e contagem, sem a sua concretização não conseguiam responder. Atente-se no diálogo seguinte:

Professora: Expliquem como pensaram?
Grupo 4: Leo: Nestas 10 figuras há 5 triângulos, nas 20 há 10, são mais 5. (anexo 21 – DB4 T1 C2)

Na tarefa 1 (*questão 12: Nas primeiras 100 figuras, quantos quadrados há?)*, inicialmente o grupo 2 respondeu 85 quadrados. Foi-lhes solicitado que explicassem o seu raciocínio, o porquê. Os alunos olharam uns para os outros e fez-se silêncio, até que o Bernardo começou a falar:

Bernardo: Não, são 50 quadrados e 50 triângulos.

Professora: Porquê?

Bernardo: Então nas 10 do quadro há 5 de cada, é metade do número das figuras. 50 mais 50 dá 100. Porque tem de ser metade desse número das figuras (do 100), tem de ser metade de quadrados e metade de triângulos para fazer os 100. (anexo 21 – DB4 T1 C2)

No episódio acima relatado verifica-se o uso da estratégia de decomposição dos termos, verificando-se o uso do conceito de razão, 5 quadrados ou 5 triângulos para as 10 figuras. Alguns alunos generalizaram, contudo sentem imensa dificuldade em escrever a forma como pensam, o mesmo sucedeu com o grupo 3, pensaram de forma correta mas sentiram dificuldade em explicitar o seu raciocínio:

Grupo 3: Gustavo e Bruna: É 50.
Gustavo: Eram precisos 50 para dar 100, 50 mais 50 dá 100. (anexo 21 – DB4 T1 C2)

As situações apresentadas em seguida demonstram a construção e compreensão de ideias numéricas, onde se observa alguma destreza em relação aos números e operações:

Na questão 11, da tarefa 1: *Nas primeiras 20 figuras, quantos triângulos há? Porquê?*, os grupos registaram:

Grupo 1: 10 triângulos. Em 10 há 5, 20 é o dobro de 10 por isso, tem de ter o dobro de triângulos.
Grupo 3: 10. Porque 10 + 10 = 20; 10.
Grupo 4: O antigo tinha 10, se agora tinha 20 é preciso 10 + 10.
Grupo 6: Há 10 triângulos. É só contar os números pares e por isso e o triângulos (anexo 12)

Na Questão 12, da tarefa1: *Nas primeiras cem figuras, quantos quadrados há? Porquê?*, os grupos registaram:

Grupo 1: 50. Está lá 10 e são 5 quadrados por isso tem de ser 50.
Grupo 4: 50. É preciso 50 + 50
Grupo 5: 50. porque 50 é metade de 100; 50 quadrados.
Grupo 6: O número 50 é metade de 100.
Grupo 7: Quontamos os quadrados da sequencia dez vezes. (anexo 12)

Na questão 9, da tarefa 2*: Em 30 figuras quantos círculos há? Como pensaram?*, observem-se alguns registos dos alunos:

Grupo 3: 10 fiz o padrão.
Grupo 6: 10 contamos de 2 em 2 no padrão. (anexo 12)

Na tarefa 3, questão 8*: E o de ordem 65? Como descobriste?*, para esta questão a maioria dos grupos representou a sequência até ao termo de ordem 30.

O grupo 8, formado de novo nesta aula e composto por duas alunas com alguma dificuldade na matemática, não conseguiu resolver esta questão, sugeriu-se que avançassem para a seguinte. Mais tarde…

Grupo 8: Lara: Professora, acho que já conseguimos.
Professora: Então expliquem como pensaram.
Francisca: O 30 é círculo. Pensámos que aqui podíamos ir mais e chegámos lá.

Professora: Chegámos lá, onde?
Francisca: Ao resultado. (As alunas sentem alguma dificuldade em explicar o seu raciocínio.)
Lara: Fizemos até ao 30 e deu círculo.
Francisca: Fizemos outra vez a sequência toda e demos um saltinho e ficámos (ficou a pensar)
Lara: No 60.
Francisca: E depois fizemos mais 5, era fácil contar pelos dedos e vimos que era 65, que era quadrado.
Grupo 7: Mariana: Fizemos a sequência até ao 20 e depois continuámos.
Rodrigo: De 10 em 10.
Mariana: Até ao 60. O 60 deu no quadrado e depois mais 5 e deu círculo. (anexo 23 – DB6 T3 C2)

Na discussão coletiva esta questão foi esclarecida, pois a resposta estava incorreta, os alunos justificaram que era porque repetiram a sequência a seguir ao 20.

Tiago: Não pode ser porque iam ter 3 quadrados. Tem de ser depois do círculo.
Professora: Porquê?
Alguns alunos: Porque o grupo que repete acaba no círculo. (anexo 23 – DB6 T3 C2)

A discussão coletiva foi de extrema importância pois através dela os alunos conseguiram desfazer mal entendidos e compreender o porquê de alguns raciocínios. À exceção do grupo 5, todos os grupos restantes responderam corretamente – quadrado. O grupo 1 verificou que o 30 era círculo.

Grupo 1: Bernardo: Mais 30 dá 60 e é círculo também.
Tiago: E depois mais 3 e mais 3 dá círculo e é 66. O 65 é um a menos e dá no quadrado. (anexo 23 – DB6 T3 C2)

No final de cada tarefa houve uma discussão em grande grupo que contribuiu para que os alunos compreendessem conceitos e reformulassem ideias erradas, permitiu ainda que todos os alunos conseguissem estabelecer relações/conexões com os números pares e ímpares, realizassem contagens de 3 em 3, explorassem os conceitos de dobro e de metade e de razão.

5.3. Caso do 3.º ano de escolaridade

5.3.1. Apresentação do caso

O caso do 3.º ano de escolaridade é constituído por dezasseis alunos, cinco do sexo masculino e onze do sexo feminino. Estes alunos têm oito anos de idade e encontram-se a frequentar o 3.º ano de escolaridade pela primeira vez.

A análise da avaliação sumativa referente ao 1.º período, nas diferentes áreas da componente do currículo, mostra que o aproveitamento global da turma se situa no *Satisfaz Bem*. A professora da turma refere que oito alunos manifestam dificuldades a

Português ao nível da escrita de textos e gramática, quatro alunos demonstram dificuldades na Matemática ao nível da interpretação e resolução de problemas.

Este grupo de alunos revela boas capacidades e vontade de aprender no entanto, realizam as tarefas com um ritmo de trabalho distinto. Alguns alunos têm um ritmo de trabalho lento e necessitam de ser chamados à atenção devido à sua falta de concentração e pouco empenho na realização das tarefas. Trata-se de uma turma heterogénea quer ao nível do aproveitamento quer ao nível do comportamento e empenho.

5.3.2. Tarefas envolvendo padrões de repetição

À semelhança das outras turmas, a aula iniciou-se com uma breve explicação de como se iria desenvolver o trabalho ao longo da implementação da sequência de tarefas. Foram referidas as regras de trabalho de grupo assim como, a importância pelo respeito entre colegas, a entreajuda e partilha de ideias. De seguida a turma foi organizada de acordo com os grupos de trabalho, foi distribuída uma folha de registo e uma esferográfica preta por cada grupo. As sequências foram projetadas no quadro branco e a folha de trabalho no quadro interativo, dado tratar-se de uma turma de 3.º ano de escolaridade o material manipulativo não foi distribuído logo de início mas estava preparado para o caso de haver necessidade. Todas as questões foram lidas. Os alunos reagiram de forma positiva à proposta da tarefa e começaram de imediato a responder ao questionário.

Nesta secção apresentam-se acontecimentos significativos referentes à realização das tarefas com padrões de repetição, pretende-se analisar as categorias já referidas anteriormente no caso dos 1.º e 2.º anos de escolaridade.

Tal como nos 1.º e 2.º anos, a circulação pelos diferentes grupos de trabalho permitiu o acompanhamento do trabalho dos alunos, o esclarecimento de dúvidas ou dificuldades que pudessem surgir. Os alunos evidenciaram gosto na realização das tarefas, colaboraram muito bem uns com os outros, dentro do próprio grupo, conseguiram partilhar e discutir as suas ideias.

Identificação do padrão – Na primeira tarefa envolvendo um padrão de repetição, na questão 1: *Podemos considerar que existe um padrão? Como é que pensaste?* à exceção de um grupo (grupo 8), todos os outros identificaram a existência de um padrão pela repetição das figuras quadrado e triângulo.

Nas restantes tarefas todos os grupos identificaram e reconheceram a existência de um padrão pela repetição das figuras. Os alunos identificaram e reconheceram os termos do padrão, utilizando essencialmente a linguagem natural, ainda que, a representação icónica tenha sido utilizada por alguns grupos. Os exemplos seguintes realçam o tipo de representação utilizada pela maioria dos grupos:

Tarefa 1, questão 1: *Podemos considerar que existe um padrão? Como é que pensaste?:*

> **Grupo 2:** Sim. Há um quadrado, um triângulo, um quadrado, um triângulo, …
> **Grupo 4:** Sim. Olhando para as figuras. As figuras repetence.
> **Grupo 7:** Sim. Porque na figura tem quadrado, triângulo e sempre assim. (anexo 13)

Tarefa 2, questão 1: *Qual o padrão que vês?, o*ralmente, todos os alunos identificaram o padrão representado pela repetição das figuras quadrado, triângulo e círculo. Contudo, nos registos escritos os grupos 1 e 3 registaram apenas quadrado, triângulo e círculo, não referindo a sua repetição. Durante a circulação pelos grupos, os alunos foram questionados e, oralmente, identificaram o padrão pela repetição das três figuras mas registaram apenas quadrado, triângulo e círculo, nestes grupos verificou-se a dificuldade dos alunos em registarem por escrito os seus pensamentos e raciocínios.

> **Grupos 1 e 3:** □ △ ○
> **Grupos 2 e 6:** Quadrado, triângulo, círculo ….
> **Grupo 5:** É quadrado, triângulo, circulo, quadrado, triângulo, circulo …
> **Grupos 4 e 8:** □ △ ○ □ △ ○ **…** (anexo 13)

Identificação do grupo de repetição – Na primeira tarefa ao identificar o grupo de repetição, a questão 2: *Qual o grupo que se repete?, o*ralmente, utilizando a linguagem natural, os alunos identificaram corretamente o grupo de repetição da sequência, como se pode verificar nos registos seguintes:

> **Grupo 1:** É o das figuras (quadrado e triângulo).
> **Grupos 3, 6, 7 e 8:** Quadrado e triângulo (anexo 24 – DB7 T1 C3)

O grupo 4 fez um registo ambíguo: *É o das figuras.*, o grupo 5 registou *É o grupo dos quadrados e dos triângulos.* Ambos os registos são pouco claros relativamente à identificação e reconhecimento do grupo que se repete. Os restantes dois grupos identificaram e registaram corretamente o grupo de repetição usando a linguagem natural.

Na segunda tarefa, questão 2: *Por quantas figuras é composta o grupo que se repete? Quais são?,* existiram dúvidas ao nível da interpretação e na identificação do grupo de repetição. Os grupos 1 e 6 responderam corretamente; o grupo 2 respondeu que o grupo de repetição é composto por um número infinito de figuras e ao identificá-las registaram *quadrado, triângulo e círculo*, os restantes grupos responderam pela repetição das figuras, não identificaram propriamente o grupo que se repete, e usaram a linguagem natural, as representações simbólicas e icónicas como se pode observar pelos registos seguintes:

> **Grupos 1:** 3. □ △ ○
> **Grupos 6:** Três. Quadrado, triângulo e círculo.
> **Grupo 2:** ∞ Quadrado, triângulo e círculo.
> **Grupo 4:** 3. □ △ ○ □ △ ○
> **Grupo 7:** 10. □ △ ○ □ △ ○
> **Grupo 8:** 10. □ △ ○ □ △ ○ □ △ ○ □ **…**
> **Grupo 5:** 10. Quadrado, triângulo, círculo, quadrado, triângulo, círculo…
> **Grupo 3:** 10. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10. (anexo 13)

Pelos registos expostos verifica-se que a identificação do grupo de repetição num padrão é algo que ainda não está muito claro para os alunos bem como, a interpretação das questões utilizando alguns termos, cujo significado os alunos desconhecem.

Na tarefa 3, questão 3: *Qual o grupo que se repete?*, apenas o grupo 7 não identificou o grupo de repetição e registou *O grupo que se repete é o □ □ ○ □ □ ○,* os restantes grupos identificaram o grupo de repetição, assim como as figuras que compunham a unidade de repetição. Utilizaram a representação icónica e a linguagem natural, como se pode observar pelos seus registos:

> **Grupo 1:** O grupo que se repete é □ □ e um ○.
> **Grupos 2, 4, 6:** Quadrado, quadrado e círculo.
> **Grupo 3, 5, 8:** □ □ ○. (anexo 13)

Os alunos conseguiram reconhecer a regularidade presente nas sequências no entanto, alguns alunos evidenciaram dificuldade no registo escrito e na identificação da unidade que se repete. A linguagem natural e as representações simbólica e icónica foram as representações externas mais utilizadas na realização das três tarefas envolvendo padrões de repetição.

Identificação de termos próximos da sequência – Na realização das três tarefas, na identificação de termos próximos da sequência apenas alguns alunos utilizaram o material manipulativo. Na realização da terceira tarefa foram visíveis duas estratégias para identificação de termos: (a) a reprodução mental dos elementos da sequência a partir dos já representados na folha, associada à contagem desses termos (b) a representação através do desenho, até ao termo solicitado. Os alunos usaram as representações externas ativa e simbólica assim como também a linguagem natural e a estratégia de representação e contagem.

Na questão 5: *Qual é a próxima figura? E o próximo número?, da* tarefa 1 todos os grupos responderam corretamente usando a estratégia aditiva, os alunos compreenderam e identificaram a alteração que ocorre de um termo para o termo e figura seguintes, registaram que a próxima figura seria o quadrado e o número 11.

Na tarefa 2, questão 4: *Qual é o número que pensas que estará por baixo do próximo quadrado?*, todos os grupos responderam sem qualquer dificuldade. Alguns grupos continuaram/representaram a sequência visualmente, manifestando o uso da estratégia de representação e contagem, outros pensaram 10+3=13, dado que se tinham apercebido na questão anterior que os números dos quadrados eram obtidos a contar de 3 em 3 refletindo o uso da estratégia da decomposição dos termos, evidenciaram o estabelecimento de uma relação entre o termo e a sua ordem.

O grupo 2 identificou a figura na sequência da folha de registo como se pode verificar no diálogo seguinte:

> **Grupo 2: Bruna:** Vimos no padrão da folha (apontando para a sequência representada na folha de registo e para as respetivas figuras) quando repetimos o 1 não pode ser 11, é sempre mais 3, o 11dá triângulo, o 12 dá círculo. (anexo 25 – DB8 T2 C3)

Este grupo associou a sequência pictórica à sequência numérica dos números naturais, fazendo uso da estratégia aditiva mas também da estratégia da decomposição dos termos.

Na terceira tarefa, na questão 1: *Observa e completa a sequência*., todos os grupos completaram de forma correta as lacunas existentes na sequência e continuarem-na para a esquerda, usando a representação icónica e a estratégia de representação e contagem.

Na questão 5: *Se a sequência continuar para a direita, qual será o 18.º termo?*, da terceira tarefa, todos os grupos responderam círculo, não revelando qualquer dificuldade nesta questão. Uns imaginaram e construíram mentalmente a sequência, outros continuaram a sequência na folha de registo continuando a desenhar os termos seguintes. Outros ainda, reproduziram a sequência com o material manipulativo, evidenciando o uso da linguagem natural, de representações ativas e icónicas e, da estratégia de representação e contagem, como se pode verificar nos episódios seguintes:

> **Grupo 6: Professora:** Como pensaram?
> **Lara:** Eu construí a sequência na minha cabeça.
> **Paulo:** Eu contei aqui (aponta para a sequência da folha de registo) e vi que calhou o círculo no 18.

Grupo 1: Carolina: É o quadrado.
Professora: Como pensaram?
Carolina: Contei no padrão até ao 18.
Professora: Então conta. (As alunas começaram a contar na reprodução da sequência e verificaram que obtinham um círculo no 18.)
Carolina: É um círculo, eu enganei-me, saltei um aqui.
Professora: E agora não saltaste?
Carolina: Não.
Professora: Tens a certeza?
Carolina: Sim.
Letícia: O 18 também é múltiplo do 3, é um círculo. (anexo 26 – DB9 T3 C3)

Neste último episódio verifica-se que a aluna conseguiu estabelecer a relação existente entre os círculos e a sua ordem, revelando o uso da estratégia de decomposição dos termos.

Identificação de termos mais afastados da sequência e generalização – Nas três tarefas envolvendo padrões de repetição, os alunos responderam a questões que envolveram a identificação de termos distantes. Alguns alunos concretizaram, recorrendo ao material manipulativo ou desenharam e representaram as sequências até aos termos solicitados, utilizando assim representações externas icónicas e simbólicas (desenho dos termos da sequência) e/ou ativas (recurso ao material manipulativo). A linguagem natural também esteve muito presente quer nos registos escritos, quer ao nível da oralidade. A maioria dos alunos usou as estratégias de representação e contagem, e a de decomposição dos termos, alguns alunos utilizaram a estratégia aditiva e a do objeto inteiro, conseguindo generalizar para termos mais distantes.

Na tarefa 1, questão 6: *Qual a figura que irá estar por cima do 20? Porquê?*, todos os grupos conseguiram responder corretamente, conseguiram generalizar, associaram os números ímpares aos quadrados e os pares aos triângulos, usando a estratégia de decomposição dos termos. Os grupos 1, 3, 6, 7 e 8 construíram a sequência até ao termo de ordem 20 confirmando que o triângulo estava por cima do 20, usando a estratégia de representação e contagem, como se pode observar nos episódios seguintes:

Grupo 6: Triângulo Continuando a sequência é o triângulo que fica por cima do número vinte.
Grupos 7 e 8:
Triângulo. □△□△□△□△□△ □ △ □ △ □ △ □ △ □ △
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 (anexo 13)

No próximo episódio, o grupo utilizou a estratégia do objeto inteiro, admitindo uma generalização construtiva.

Professora: Como pensaram?
Grupo 2: Diana: Se 10 mais 10 é 20, só temos de ir ver na dezena qual é a figura.
Bruna: É o triângulo. (anexo 24 – DB7 T1 C3)

Nos episódios apresentados em seguida, os alunos utilizaram a estratégia construtiva do objeto inteiro (grupo 4) e a estratégia desconstrutiva da decomposição dos termos (grupo 5). Os alunos identificaram o processo de construção da sequência e estabeleceram uma relação entre o termo e a sua ordem, esta estratégia facilita a generalização para termos mais distantes.

Grupo 4: △ Porque fizemos um cálculo (explicaram oralmente 10 + 10 = 20 e 20 é par)
Grupo 5: △ Os números que estão por baixo dos triângulos são pares e o 20 é par. (anexo 13)

Na tarefa 1, questão 8: *Qual será a figura que está por cima do 31? Porquê?*, a maioria dos grupos associou a figura do quadrado aos números ímpares. Apenas os grupos 1 e 7 representaram a sequência com o material manipulativo, utilizando a estratégia de representação e contagem, os restantes grupos usaram a estratégia desconstrutiva da decomposição dos termos.

Grupo 1: Quadrado. Porque é assim que se segue o padrão.
Grupo 7: Quadrado. (Reproduziram com desenhos a sequência até ao termo de ordem 31, fazendo a correspondência da figura à sua ordem na sequência.)
Grupo 2: Quadrado. Porque os números dos quadrados são ímpares.
Grupo 3: Quadrado. Os números que acabam em 1, 3, 5, 7, e 9 são quadrados.
Grupo 4: □ Porque os quadrados são os números ímpares.
Grupo 5: Quadrado. Porque os números que estão por baixo dos quadrados são ímpares e o 31 é ímpar. (anexo 13)

Na questão 10: *Qual a figura que pensam que estará por cima do 100? Porquê?*, da tarefa 1, cinco grupos (3, 5, 6, 7, e 8) responderam que era o triângulo por cima do número 100 atendendo a que o 100 era um número par, associaram o triângulo aos números pares, usaram a estratégia desconstrutiva de decomposição dos termos. O grupo 2 identificou o triângulo através das dezenas, argumentando que nas dezenas (10, 20, 30,…) surgem triângulos, usaram a estratégia do objeto inteiro, o grupo 1 respondeu que era assim que o padrão seguia (reproduziram até ao 100 com o material manipulativo), utilizaram a estratégia de representação e contagem.

Na tarefa 2, questão 7: *Qual será a 20.ª figura? Como pensaram?,* a maioria dos grupos respondeu de forma correta usando a estratégia de representação e contagem. Os grupos 1, 4, 5, 6, 7 e 8 construíram a sequência até ao termo de ordem 20, utilizando o material manipulativo ou fazendo a sua representação através de desenhos e responderam corretamente, usando assim, a estratégia de representação e contagem.

A unidade de repetição da sequência da tarefa 2 é composta por três figuras e um pouco à semelhança do ocorrido nos casos do 1.º ano e do 2.º ano, o grupo 2 não utilizou o material manipulativo e foi induzido em erro ao fazerem uso da estratégia construtiva do objeto inteiro, identificaram o quadrado na 20.ª figura, como se pode observar pelo diálogo seguinte:

> **Grupo 2: Bruna e Diana:** 10 mais 10 é 20.
> **Bruna:** A figura 10 é um quadrado então, a 20 também é um quadrado. 10 mais 10 são 20. (anexo 25 – DB8 T2 C3)

O grupo 3 inicialmente respondeu quadrado justificando da mesma forma que o grupo2. Mais tarde, após a construção do padrão alteraram a resposta para triângulo, contudo, deram uma justificação pouco coerente: *os números que acabam em 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 são triângulos*. Mais tarde, na discussão geral, os alunos aperceberam-se que a sua justificação não era válida, que não fazia sentido, pois tal facto acontecia em todas as figuras.

Na terceira tarefa, questão 7: *Qual o termo de ordem 30? Explica,* todos os grupos responderam corretamente. Os grupos 5, 6, 7 e 8 responderam quadrado, representaram a sequência até ao termo de ordem 30, verificando-se o uso da estratégia de representação e contagem. Atente-se no episódio seguinte:

> **Grupo 8: Tomé:** Construímos a sequência e o 30 é círculo.
> **Professora:** Conseguem pensar noutra forma sem ser através da construção da sequência? (Os alunos começam a contar de 3 em 3 até 30.)
> **Tomé e Luana:** 3, 6, … 30.
> **Tomé:** Ah! Assim não era preciso construir a sequência. (anexo 26 – DB9 T3 C3)

Com este diálogo os alunos apercebem-se de que poderiam encontrar o termo de ordem 30 através de contagens de 3 em 3, usando a estratégia construtiva aditiva, esta situação ocorreu também com o grupo 5, como se pode verificar no diálogo seguinte:

> **Grupo 5: Joel:** Contámos quantos grupos tínhamos, e são 10 grupos.
> **Isabel:** Construímos a sequência e vimos que tínhamos 10 grupos, 10 vezes 3 é 30, dá círculo.
> **Professora:** E sem construírem a sequência, eram capaz de responder?
> **Isabel e Joel:** Não.
> **Professora:** Onde aparecem os círculos?
> **Isabel e Joel:** No 3, 6, 9, 12.
> **Isabel:** É na tabuada do 3, nos múltiplos do 3.
> **Joel:** Os números que estão debaixo dos círculos são múltiplos do 3 e o 30 é múltiplo do 3. (anexo 26 – DB9 T3 C3)

A estratégia aditiva foi utilizada pelo grupo 3 como se pode verificar pelo seu registo:

> **Grupo 3:** É o O. Pensamos de 3 em 3. (anexo 13)

Quatro grupos conseguiram generalizar, usando a estratégia desconstrutiva da decomposição dos termos, os alunos observaram o modo de construção da sequência e conseguiram estabelecer uma relação entre o termo e a sua ordem, indicando, em alguns casos, uma expressão algébrica. Atente-se nos registos seguintes:

Grupo 1: É o círculo. Porque o 30 é múltiplo de 3 por isso é ○
Grupo 2: Círculo. O 30 é da tabuada do 3 e os círculos reprezentam a tabuada do 3.
Grupo 4: É o círculo. Porque trinta é múltiplo de 3.
Grupo 5: O termo é o círculo. Porque 10 x 3 = 30 (10 grupos de 3) (anexo 13)

Diversos alunos conseguiram realizar generalizações construtivas e desconstrutivas distantes, alguns com recurso ao material manipulativo, outros através da identificação do processo de construção da sequência e estabelecendo uma relação entre o termo e a sua ordem.

Criação e descrição de sequências de repetição – Na tarefa 3, questão 9: *Cria o teu padrão pintando 11 círculos. Agora, reproduz esse padrão.,* inicialmente alguns alunos sentiram dúvida em criar o seu próprio padrão e definirem o grupo de repetição, em especial o grupo 3. Os alunos construíram o padrão em grupo e alguns questionaram se era só para reproduzir ou se continuavam. Uma vez mais se observou uma dificuldade ao nível da interpretação, os alunos foram questionados relativamente ao significado da palavra reproduzir.

Alunos: É fazer de novo, é voltar a fazer. (anexo 26 – DB9 T3 C3)

Com o contributo da discussão em grupo-turma os colegas conseguiram compreender o significado da palavra reproduzir, uma vez mais se observou a entreajuda e o benefício positivo da discussão coletiva.

Em grupo, todos os alunos criaram o seu padrão e reproduziram-no corretamente. O grupo 1 criou um padrão do tipo ABB ABB, os grupos 2,4,5,7,8 criaram um padrão do tipo AB AB, o grupo 3 criou um padrão do tipo A A B C D D E E E F F, o grupo 6 criou um padrão do tipo AAB AAB.

Emergência de ideias numéricas – Durante a realização da primeira tarefa, os alunos conseguiram generalizar, associaram os números ímpares aos quadrados e os pares aos triângulos, surgiram os múltiplos de 2 ao identificar os números que estavam por baixo dos triângulos, estabeleceram também relações com os múltiplos de 5 e de 10, de metade, do conceito de razão, efetuaram contagens de 2 em 2, de 5 em 5, de 10 em 10.

Na Tarefa 1 (*questão 11: Nas primeiras 20 figuras, quantos triângulos há? Porquê?)*, todos os grupos responderam corretamente. O grupo 1 observou na sequência construída e contaram os 10 triângulos, utilizaram a estratégia de representação e contagem. Observando a sequência, os grupos 2 e 8 explicaram através da metade, 10 era metade de 20 por isso tinham 10 triângulos, referiram também, que eram 10 quadrados, o grupo observou que a quantidade de cada figura era metade do número total das figuras que compunham a sequência. Em analogia com os grupos referidos anteriormente, os restantes associaram o facto de em 10 figuras terem 5 triângulos logo, em 20 figuras tinham mais 5 ou seja, 10 triângulos, intuitivamente serviram-se do conceito razão, havia 5 triângulos em 10 figuras portanto, tinham 10 triângulos em 20 figuras. Os diálogos apresentados em seguida, reforçam as situações apresentadas e demonstram a construção e compreensão de ideias numéricas, verifica-se a destreza e profundidade dos alunos em relação aos números e operações, estes auferem de um poder de abstração tal, que lhes possibilita realizar generalizações mais distantes:

Grupo 1: 10 triângulos. Porque no padrão há 10 triângulos.
Grupo 2: 10, porque nas 10 figuras há 5 triângulos, agora é só juntar 5 + 5 = 10.
Grupo 3: 10 triângulos. Porque em cada sequência de 10 há sempre 5 triângulos.
Grupo 4: 10 . Em 10 figuras há 5 em 20 há + 5 e 5 + 5 = 10
Grupo 5: 10 triângulos. Porque metade de 20 são 10.
Grupo 6: Há 10 triângulos. Nas primeiras 10 figuras há 5 triângulos. (anexo 13)

Na Tarefa 1 (*questão 12: Nas primeiras 100 figuras, quantos quadrados há?)*, todos os grupos responderam 50 quadrados, uns realizaram contagens de 5 em 5 até chegarem ao 100, outros verificaram que o 50 era metade de 100. O grupo 1, 3, 6 e 8 construíram a sequência até ao 10 e contaram os quadrados de 5 em 5 até perfazer as 100 figuras. Os grupos 2, 4, 5, e 8 registaram que 50 é metade de 100. Presenciem-se os diálogos seguintes:

Grupo 3: Ana Luísa: Pensámos de 5 em 5, contámos de 5 em 5 até 100.
Grupo 2: Bruna: Nesta sequência há 5 quadrados e 5 triângulos, é metade de 10.
Diana: No 100, 50 é metade do 100 então, 50 é a resposta.
Grupo 7: Mariana: São 50. Porque 50 mais 50 é 100.
Professora: Porquê?
Rodrigo: 10 figuras têm 5 quadrados, dez acrescenta-se um zero e fica 100, acrescentamos um zero ao 5 e fica 50.
Professora: O que queres dizer quando acrescentas um zero? Porque dizes que acrescentas um zero?
Rodrigo: Porque 10 é só acrescentar um zero para ficar 100.
Professora: Então o que fizeram a esses números?
Ficam em silêncio.
Professora: O que fizeram ao 10 para se transformar em 100?
Mariana e Rodrigo: Acrescentámos um zero.
Professora: Porquê? (Ficaram pensativos, retirei-me, mais tarde voltei e continuaram a não me conseguir explicar.) (anexo 24 – DB7 T1 C3)

Na discussão coletiva este aspeto foi discutido e, em grande grupo, a Diana referiu que se multiplicava por 10 como se pode ver pelo diálogo seguinte:

Professora: Porquê?
Diana: Porque é preciso 10 vezes o 10 para dar 100.
Professora: O que queres dizer com isso?
Diana: São precisas 10 filas das 10 figuras para dar 100.
Alunos (3): É 10 vezes essa sequência (apontando para a sequência exposta no quadro). (anexo 24 – DB7 T1 C3)

Ao serem questionados relativamente ao que era o 5 em relação ao 10 e, o 50 em relação ao 100, os alunos responderam que era metade, quando questionados para termos mais distantes (200, 400, 500, 1000) responderam sem hesitação.

Na tarefa 2, questão 9*: Em 30 figuras quantos círculos há? Como pensaram?*, à exceção do grupo 3, que respondeu 9 círculos, todos os restantes responderam 10 círculos, explicaram que conseguiram responder após a construção da sequência.

Professora: Só conseguiam completando o padrão?
Grupo 3: Alunos: Sim.
Professora: Expliquem como pensaram?
Ana Luísa: Até ao 10 tem 3 círculos.
Guilherme: 3 vezes o 3 é 9. São 9 círculos (anexo 25 – DB8 T2 C3)

Durante a discussão geral os alunos aperceberam-se de que não é funcional construir a sequência para números distantes nem tão pouco, contar de 3 em 3, posteriormente surgiu a ideia de dividir o número total das figuras por 3. Atente-se nos diálogos seguintes:

Professora: Em 40 figuras, há quantos quadrados, quantos triângulos e quantos círculos? (Os alunos ficaram pensativos. Alguns alunos concretizaram, foram buscar mais peças e responderam corretamente:14 – 13 – 13).
Lara: Professora, não temos peças suficientes.
Diana: No fim das 30, podemos voltar a contar do início.
Letícia: Usamos estas 10 da ficha.
Carolina: Também podemos desenhar. (anexo 25 – DB8 T2 C3)

Ao concretizar, os alunos conseguiram responder.

Professora: E sem o material ou os desenhos conseguiam responder?
Alunos: Não.
Professora: Agora vejam se conseguem arranjar uma forma para saber a quantidade de cada peça sem ser através de desenhos ou das peças. (Os alunos ficaram pensativos.) (anexo 25 – DB8 T2 C3)

Apontando para o grupo de repetição os alunos foram questionados.

Professora: O que tenho aqui?
Alunos: O que se repete.
Professora: O grupo de repetição. Quantas figuras compõem o grupo de repetição?
Alunos:3.
Professora: Em 30 figuras quantos grupos tenho? (Ficam a pensar.)
Bruna: 10.
Alunos: Concordam com a Bruna?
Alunos: Sim.
Professora: Porquê?
Bruna: 10 vezes o 3 é 30.
Professora: Porquê 10 vezes 3?
Bruna: São três figuras.
Professora: Então em 30 figuras, quantos grupos de repetição tenho?
Alunos: 10.
Professora: E em 33 figuras?
Rodrigo e Isabel: 11.
Professora: Porquê?
Rodrigo: 11 + 11 + 11 dá 33, é 11 vezes o 3.
Professora: E em 39 figuras? (Os alunos ficaram um pouco surpreendidos e pensativos).
Professora: Pensem quantos grupos de repetição é que vamos ter em 39 figuras.
Joel: 13.
Professora: Porquê?
Joel: Porque 13 grupos têm 13 quadrados, 13 triângulos e 13 círculos, dá as 39.
Professora: E o que é o 39?
Alunos: É um número ímpar?
Bruna: Ai, é múltiplo do 3.
Professora: O que significa termos uma quantidade de figuras que é múltipla de 3?

Guilherme: Que o grupo que se repete está todo.
Alguns alunos: Acaba num círculo.
Professora: Agora em 40 figuras, quantos grupos de repetição vou ter?
Lara e Rodrigo: 14 quadrados, 13 triângulos e 13 círculos.
Professora: E em 600 figuras?
Alguns alunos: 200. 200 + 200 + 200 dá 600.
Professora: E em 1000 figuras?
Joel e Rodrigo (Após alguns momentos): É dividir por 3.
Professora: Quanto é?
Bruna e Diana: 300, …
Tomé: E agora 100 a dividir por 3.
Iara: É 30.
Mariana: 33.
Rodrigo: E sobra 1.
Alguns alunos: É um quadrado.
Professora: Então, temos quantos grupos de repetição completos?
Alunos: 333.
Rodrigo: E mais uma figura do outro.
Professora: Quantos quadrados, triângulos e círculos vamos ter?
Alguns alunos: 333
Bruna: Isso é 999, não é 1000.
Joel e Isabel: 334 quadrados, 333 triângulos e 333 círculos.
Professora: Agora, imaginem um número qualquer de figuras e eu quero saber quantas figuras de cada vou ter ou seja, quero saber quantos quadrados, quantos triângulos e quantos círculos vou ter. (Os alunos ficaram pensativos).
Rodrigo e Bruna: Divides por 3.
Professora: Porquê?
Alguns alunos: Porque são 3 figuras no grupo.
Professora: Porque são 3 figuras no grupo de repetição. Então agora imaginem que tínhamos 2570 figuras, quantos quadrados, quantos triângulos e quantos círculos vou ter? (Alguns alunos suspiram.)
Bruna: Tens de dividir por 3. (anexo 25 – DB8 T2 C3)

Como os alunos ainda não tinham aprendido o algoritmo da divisão distribuiu-se o 2570 pelas 3 figuras, como se apresenta no esquema seguinte:

8x3=24
80x3=240
800x3=2400

□	△	○	
800	800	800	⇨ De 2570 ainda sobra 170
50	50	50	⇨ De 170 ainda sobra 20
6	6	6	⇨ De 20 ainda sobra 2
1	1		
857	857	856	

Professora: Então, temos quantos grupos de repetição?
Alunos: 856
Alguns alunos: E começa outro.
Rodrigo: Temos 857 quadrados, 857 triângulos e 856 círculos. (anexo 25 – DB8 T2 C3)

Após a discussão geral, os alunos verificaram que ao dividir o número total das figuras por 3, obtém o número dos grupos de repetição, conhecendo a quantidade dos quadrados, dos triângulos e dos círculos; quando sobra um o número a quantidade dos quadrados aumenta um; quando sobram 2, obtém um quadrado e um triângulo a mais do que o círculo.

Com o contributo da discussão em grande grupo todos os alunos conseguiram estabelecer relações com os múltiplos de 3, associar os círculos aos múltiplos de 3, alguns alunos conseguiram abstrair-se e realizar generalizações, pensando em termos mais distantes; na divisão do total de figuras por 3 ao sobrar 1 significava que teriam mais um quadrado; ao sobrar 2 significava que teriam mais um quadrado e um triângulo. Pensa-se que, sem a discussão geral, esta ideia não ficaria tão clarificada contudo, alguns alunos não conseguiram compreender este raciocínio, sendo evidente ainda, a sua necessidade de concretização. Foi através da discussão geral que os alunos, em grande grupo, conseguiram generalizar para termos mais distantes, compreendendo o significado de se ter de dividir por 3, associando ao número de grupos de repetição e compreendendo o significado do resto.

Na tarefa 3, questão 2: *Para continuar a sequência de que figuras vamos precisar em maior quantidade? Porquê?*, todos os grupos referiram que necessitavam de mais quadrados, observe-se os diálogos e os registos realizados pelos diferentes grupos:

> **Grupo 3: Guilherme:** É o quadrado, porque em cada grupo de 3 há 2 quadrados.
> **Grupos 1:** Porque se repetem 2 vezes
> **Grupo2:** Porque o quadrado se repete 2 vezes no grupo de repetição
> **Grupo 3:** Porque em cada grupo de 3 há 2 □
> **Grupos 5:** Porque sestão 8 vezes o quadrado e 4 vezes o círculo.
> **Grupos 7:** Porque as 12 figuras têm mais quadrados.
> **Grupos 8:** Porque asseguir ao círculo são dois quadrados. (anexo 13)

Na tarefa 3, questão 6: *Em 20 figuras, quantos quadrados há? Porquê?*, todos os grupos responderam 14 argumentando que tinham construído a sequência até ao 20 ou com o material manipulativo ou desenhando na folha de registo, usando respetivamente a representação ativa e icónica, bem como o uso da estratégia de representação e contagem. Os alunos estabeleceram a correspondência entre os números e as respetivas figuras, contaram de 2 em 2. O grupo 5 referiu que nas 20 figuras tinham 7 conjuntos de 2 quadrados e 7 vezes o 2 é 14, então deu 14; o grupo 6 referiu que em 10 tinham 7 quadrados então em 20 figuras iam ter 14, estabeleceram um conceito de razão e usaram a estratégia do objeto inteiro o esta situação foi discutida em grupo-turma. Observem-se os diálogos apresentados em seguida:

> **Grupo 5: Isabel:** Pensámos, … juntámos de 2 em 2, 2, 4, 6, 8, 10, 14.
> **Joel: 7** vezes o 2 é 14.
> **Isabel:** Nestas 20 temos aqui 7 vezes 2 quadrados, 7 grupos de 2 quadrados.
> **Grupo 6: Lara:** Em 10 há 7 quadrados.
> **Paulo:** E depois contámos mais 7 e dá 14 quadrados.
> **Lara:** Nas 20, há 14 quadrados. (anexo 26 – DB9 T3 C3)

Na discussão de grupo-turma esta situação foi esclarecida, pois a resposta estava correta no entanto, o raciocínio não, estavam a fazer uma generalização incorreta, à semelhança do que aconteceu em grupos de outros anos de escolaridade.

O grupo 4 construiu a sequência e verificou que obtinham 6 círculos e 14 quadrados. Ao explicarem como pensaram registaram *6+4=10 e 14+6=20*. As alunas justificaram que no 6+4, 6 representava os círculos e o 4 era do 14 para fazer os amigos do dez, depois registaram *14+6* onde o 14 representa os quadrados e o 6 representa os círculos. Uma vez mais, se observa a dificuldade que os alunos ainda sentem em se expressar por escrito. Observem-se os registos destes grupos:

> **Grupo 1:** Contamos de 2 em 2 (na reporodução da sequência)
> **Grupos 7:** Fizemos o padrão com 30 figuras
> **Grupo 4:** 6+4=10 e 14+6=20 (Oralmente explicaram que tinham construído a sequência e observado que tinham 14 quadrados e 6 círculos)
> **Grupo 5:** Porque 7 x 2 = 14 (Oralmente explicaram que em10 figuras havia 7 quadrados, e que depois contaram mais 7 e deu 14);
> **Grupos 5:** Porque sestão 8 vezes o quadrado e 4 vezes o círculo.
> **Grupos 6:** Porque em 10 figuras há 7 quadrados e sete mais 7 quadrados dá 14 quadrados.
> **Grupos 8:** Porque fizemos o padrão. (anexo 13)

Na tarefa 3, q*uestão 8: E o de ordem 65? Como descobriste?*, todos os grupos responderam corretamente – quadrado – todos se debruçaram a partir da sequência construída até ao 30. O grupo 2 explicou que se esqueceu do 60 e o 5 era quadrado então, o 65 também era quadrado, não conseguiram explicar o porquê de terem eliminado o 60, neste caso poderiam ter explicado tratar-se de um múltiplo de 3 e que poderiam iniciar a sequência, esta situação foi esclarecida em discussão geral.

> **Bruna:** O 5 é quadrado, pusemos aqui o 6 e fica 65, é quadrado (apontando para a sequência da folha.
> **Professora:** Porquê? (Não conseguiram explicar.)
> (...) **Professora:** O 65 é igual a 5?
> **Alunos:** Não.
> **Professora:** A Bruna e a Diana esqueceram o 60 e fizeram só para o 5, pode ser?
> **Alguns alunos:** Não. (Outros ficam pensativos.)
> **Guilherme:** Oh professora, o 60 é múltiplo do 3.
> **Alguns alunos:** O 60 é círculo.
> **Professora:** Então elas podiam "esquecer" o 60 nesta situação?
> **Alguns alunos:** Sim, porque tinha acabado o grupo que se repete.
> **Alguns alunos:** Assim podiam começar a sequência.
> **Professora:** Outra forma de pensar?
> **Grupo 4: Iara:** Nós aproveitámos a pergunta 7, o 30 acaba no círculo, andámos para a frente mais 30 e mais 5, andámos mais 35 e deu quadrado.
> **Grupo 3: Guilherme:** O 66 é múltiplo do 3. O 65 é antes é o segundo quadrado. (anexo 26 – DB9 T3 C3)

Todos os alunos conseguiram estabelecer relações com os múltiplos de 3, associar os círculos aos múltiplos de 3. Com o contributo da discussão em grande grupo, a maioria dos alunos conseguiu generalizar, pensando em termos mais distantes. Através da discussão geral conseguiram generalizar para termos mais distantes, compreendendo o significado de se ter a preocupação e o cuidado em concluir o grupo de repetição.

Em conformidade com o exposto anteriormente, a discussão coletiva realizada no final de cada tarefa revelou ser de extrema importância pois através dela promoveram-se aprendizagens e os alunos conseguiram aperceber-se de erros cometidos e o motivo pelo qual os cometeram, ouviram a justificação de outros colegas e compreenderam a sua explicação e raciocínio.

5.4. Caso do 4.º ano de escolaridade

5.4.1. Apresentação do caso

O caso do 4.º ano de escolaridade é constituído por dezanove alunos, oito do sexo masculino e onze do sexo feminino. Estes alunos têm nove anos de idade e encontram-se a frequentar o 4.º ano de escolaridade pela primeira vez.

A análise da avaliação sumativa referente ao 1.º período, nas diferentes áreas da componente do currículo, mostra que o aproveitamento global da turma se situa no *Satisfaz Bem*. A professora da turma refere que cinco alunos têm um ótimo desempenho em todas as componentes do currículo e seis revelam bom desempenho, cinco demonstram um desempenho satisfatório e quatro um desempenho pouco satisfatório evidenciando dificuldades de aprendizagem no Português e na Matemática. No Português as dificuldades sentidas residem na gramática e produção escrita de textos, na Matemática incidem na interpretação e resolução de problemas.

Esta turma é um pouco heterogénea quer ao nível do aproveitamento quer ao nível do comportamento e empenho, a maioria dos alunos revela boas capacidades e vontade de aprender no entanto, realizam as tarefas com um ritmo de trabalho distinto. Os alunos têm comportamentos adequados ao funcionamento das atividades letivas e, regra geral, relacionam-se bem entre si e com os adultos.

5.4.2. Tarefas envolvendo padrões de repetição

Assim como aconteceu nos outros anos de escolaridade, a aula teve início com a explicação do trabalho a desenvolver ao longo da implementação da sequência de tarefas, estas seriam realizadas a trabalho de pares, à exceção de um grupo que seria formado por três alunos, dado a constituição da turma (19 alunos), e, que estes se manteriam até ao final da implementação das tarefas, salvo se surgisse algum contratempo ou necessidade de os alterar, ou na falta de algum aluno.

Apesar de se tratar de uma turma de quarto ano, as regras de trabalho de grupo foram referidas e também, a necessidade do respeito, entreajuda e partilha de ideias entre colegas de grupo. Em seguida, a turma foi organizada de acordo com os grupos de trabalho, tendo sido distribuída uma folha de registo e uma esferográfica preta por cada grupo. As sequências foram projetadas no quadro branco e a folha de trabalho no quadro interativo. Tratando-se de uma turma de 4.º ano de escolaridade, inicialmente, o material manipulativo não foi distribuído contudo, estava preparado para assim que necessitassem dele, as questões foram lidas com exceção da tarefa 2. Positivamente, os alunos começaram a responder de imediato ao questionário.

Nesta secção surgem acontecimentos significativos alusivos à realização das tarefas envolvendo padrões de repetição, pretende-se analisar as categorias anteriormente referidas no caso dos 1.º, 2.º e 3.º anos de escolaridade.

Conforme aconteceu nos anos anteriores (1.º, 2.º e 3.º anos), a circulação pelos diferentes grupos de trabalho facilitou o acompanhamento do trabalho dos alunos, assim como, o esclarecimento de dúvidas ou dificuldades que casualmente pudessem despontar.

Inicialmente, os alunos conseguiram trabalhar relativamente bem em grupo, aspeto que foi progredindo com o decorrer da implementação das tarefas, gradualmente, os alunos conseguiram ter mais facilidade ao nível da colaboração e partilha de informação dentro do próprio grupo, além destes pormenores, os alunos demonstraram agrado na realização das tarefas.

Identificação do padrão – Na questão 1: *Podemos considerar que existe um padrão? Como é que pensaste?, da* primeira tarefa envolvendo um padrão de repetição, inicialmente, o grupo 7 afirmou que era uma sequência mas não considerou a existência de um padrão:

> **Grupo 7: M.ª João:** Um padrão é um tecido em xadrez.
> **Professora:** Porque dizes que o tecido em xadrez é um padrão?
> **M.ª João:** Porque repete preto branco preto branco.
> **Professora:** E o que veem nesta sequência?
> **M.ª João e Ana Filipa:** Figuras.
> **M.ª João:** Figuras que se repetem, quadrado triângulo, quadrado, triângulo. (anexo 27 – DB10 T1 C4)

As alunas ficaram pensativa, ao abandonar o grupo e voltar a regressar mais tarde, verificou-se que tinham alterado a resposta e considerado a existência de um padrão. Através de questões que foram colocadas, as alunas reconheceram estar na presença de um padrão, novamente, se testemunha a facilidade de alguns alunos na expressividade oral e a sua dificuldade na realização dos registos escritos. Os restantes grupos identificaram a existência de um padrão pela repetição das figuras quadrado e triângulo, utilizaram, maioritariamente, a linguagem natural, ainda que, a representação icónica tenha sido utilizada por um grupo, como se pode verificar pelos registos dos alunos, aqui apresentados:

> **Grupo 1:** Sim. Porque há um quadrado, um triângulo, um quadrado um triângulo, …
> **Grupo 2:** Sim olhando para a folha vi lá um padrão: □ △ □ △ □ △ □ △ □
> **Grupo 3:** Sim há uma sequência de quadrados e triângulos.
> **Grupo 4:** Sim. Pensamos porque é sempre quadrado, triângulo e o quadrado é sempre número ímpar e o triângulo é sempre número par.
> **Grupo 6:** Sim. Porque é um quadrado, triângulo, quadrado, triângulo … e é sempre assim.
> **Grupo 7:** Sim. O padrão é uma sequência e o que está em cima é uma sequência. Um padrão é uma sequência com 2 ou mais elementos que se repetem. (anexo 14)

No registo do grupo 4, verifica-se que os alunos conseguiram estabelecer uma conexão e associar os números ímpares aos quadrados e os números pares aos triângulos, uma observação que os poderá ajudar, futuramente, na realização de generalizações para termos mais distantes.

Na tarefa 2, questão 1: *Qual o padrão que vês?, o* grupo 3 identificou quadrado, triângulo e círculo, o grupo 7 identificou quadrado triângulo círculo quadrado triângulo círculo quadrado triângulo círculo, o grupo 8 registou quadrado triângulo círculo quadrado triângulo círculo com reticências no final.

Ao passar em cada grupo, os alunos foram sendo questionados relativamente ao padrão que observavam. Oralmente todos identificaram o padrão pela repetição de figuras no entanto, registaram quadrado, triângulo e círculo, como se pode verificar pelo seguinte diálogo:

> **Grupo 7: Maria João:** É quadrado, triângulo e círculo, sempre assim a repetir.
> **Professora:** Foi o que registaram aqui? (Ficaram a pensar.) (anexo 28 – DB11 T2 C4)

Posteriormente ao regressar ao grupo verificou-se o acrescento as reticências, simbolizando a repetição das figuras. Os restantes grupos identificaram o padrão que visualizaram como se pode verificar pelos registos realizados:

> **Grupos 1 e 8:** □ △ ○ □ △ ○…; □ △ ○ □ △ ○□ △ ○ □ …
> **Grupos 5, 6 e 7:** O padrão que veijo é □ △ ○…; O padrão que vejo é □ △ ○ □ △ ○□ △ ○ □…; O padrão que vejo é □ △ ○ …
> **Grupos 2, 3 e 4:** O padrão que vejo é quadrado, triângolo, círculo, quadrado, triângulo, círculo…; O padrão é de quadrados, triângulos e círculos.; quadrado, triângulo, circulo … . (anexo 14)

Nas três tarefas envolvendo padrões de repetição, os alunos reconheceram e identificaram os padrões apresentados pela repetição das figuras, identificaram e reconheceram os seus termos, a linguagem natural e a representação icónica foram usadas pela maioria dos grupos. Os registos expostos anteriormente destacam estes tipos de representação.

Identificação do grupo de repetição – A questão 2: *Qual o grupo que se repete?*, da primeira tarefa, suscitou dúvidas, ao nível da sua interpretação, em quatro grupos de pares. Optou-se por esclarecer a turma relativamente a esta questão, explicando que se referia ao que se repetia sempre na sequência.

Oralmente, utilizando a linguagem natural, a maioria dos alunos identificou corretamente o grupo de repetição da sequência, no entanto, no registo escrito surgem algumas reticências como se pode aferir nos registos dos grupos 1, 7 e 8:

> **Grupo 1:** É o primeiro, que é constituído por quadrado, triângulo,…
> **Grupo 7:** São os quadrados e os triângulos.
> **Grupo 8:** É o primeiro que é constituído por triângulos e quadrados.
> **Grupos 2:** □ △
> **Grupos 3, 4, 5 e 9:** É o quadrado e o triângulo. (anexo 14)

O grupo 6 fez um registo dúbio: *São os dois grupos.***,** este registo é pouco claro quanto à identificação e reconhecimento do grupo de repetição. A grande maioria dos grupos identificou e registou corretamente o grupo de repetição usando a linguagem natural e a representação icónica.

Na segunda tarefa, questão 2: *Por quantas figuras é composta o grupo que se repete? Quais são?,* todos os grupos identificaram como 3 as figuras que compõem o grupo de repetição, mas na sua identificação surgiram algumas divergências. Esta questão continuou a suscitar dúvidas de interpretação em 2 grupos (grupos 6, 8), não identificavam o grupo de repetição, diziam que eram as figuras, as figuras repetem-se.

> **Grupo 6: Mariana:** É o grupo das figuras.
> **Professora:** Quais figuras?
> **Rodrigo:** Os quadrados, os triângulos e os círculos.
> **Professora:** Qual é o grupo das figuras que se repete?
> **Alunos:** Quadrado, triângulo e círculo... (anexo 28 – DB11 T2 C4)

Observem-se agora os registos escritos realizados pelos diferentes grupos, à primeira parte da questão 2: *Por quantas figuras é composta o grupo que se repete?*, na qual todos os grupos usaram a representação simbólica :

> **Grupo 1,2,3,4,5,6,7 e 8:** 3. (anexo 14)

Agora atente-se nos registos dos alunos à segunda parte da questão 2: *Quais são?*, na qual três grupos respondem de forma correta, os alunos usaram a linguagem natural e a representação icónica*:*

> **Grupos 1 e 8:** quadrado, triângulo e circulo …
> **Grupos 3,6,e7:** quadrados, triângulos e círculos
> **Grupos 2 e 4:** quadrado, triângulo, circulo
> **Grupo 5:** □ △ ○ (anexo 14)

Pelos registos apresentados verifica-se que a identificação do grupo de repetição num padrão é algo que continua, ainda, pouco claro para alguns alunos assim como, para a interpretação de questões que empregam termos com significado desconhecido.

Na tarefa 3, questão 3: *Qual o grupo que se repete?*, oralmente, os grupos identificam corretamente o grupo de repetição, por escrito cometeram alguns erros ou omitiram informação. Os alunos continuam a sentir dificuldade na expressão escrita. Esta questão continuou a suscitar dúvidas de interpretação nos grupos 4, 8 e 9. O Grupo 4, identificou quadrado e círculo contudo, oralmente explicitaram que eram quadrado quadrado círculo. Observe-se o diálogo seguinte:

> **Professora:** Qual é o grupo que se repete?
> **Grupo 4: Maria João:** É o quadrado quadrado círculo (apontando para a sequência).
> **Grupo 8**: Lara: São os quadrados.
> **Miguel:** Os quadrados e os círculos.
> **Lara:** Eu pus os quadrados porque são os que se repetem mais. (anexo 29 – DB12 T3 C4)

Os alunos foram alertados para a importância da partilha e discussão das ideias entre os colegas de grupo. O Grupo 9 identificou: *quadrado quadrado círculo …*

> **Grupo 9: Miguel e Verónica:** Quadrado quadrado círculo sempre assim, a repetir.

Os restantes grupos identificaram corretamente as 3 figuras que compunham o grupo de repetição, usando a linguagem natural e representações icónicas, como se pode verificar pelos registos dos alunos:

> **Grupos 1,3,6 e 7:** □□○
> **Grupo 2:** O grupo que se repete é □□○.
> **Grupos 4:** O quadrado e o círculo
> **Grupo 5:** É o □□○
> **Grupos 8:** são os quadrados
> **Grupo 9:** □□○ **…** (anexo 14)

Na sua maioria, os alunos reconheceram a regularidade presente nas sequências, contudo alguns alunos demonstraram dificuldade no registo escrito e na identificação da unidade de repetição. As representações mais utilizadas na realização das três tarefas envolvendo padrões de repetição foram a linguagem natural e as representações simbólica e icónica.

Identificação de termos próximos da sequência – Para a identificação de termos próximos da sequência, os alunos não utilizaram o material manipulativo na realização das três tarefas. À semelhança do caso do terceiro ano, nas três tarefas foram notórias duas estratégias para identificação de termos: (a) a reprodução mental dos elementos da sequência a partir dos já representados na folha, associada à contagem desses termos (b) a representação através do desenho, até ao termo solicitado. Na terceira tarefa foram evidentes duas estratégias, os alunos utilizaram a representação externa ativa e simbólica, a linguagem natural e a estratégia de representação e contagem.

A questão 5: *Qual é a próxima figura? E o próximo número?*, da primeira tarefa, suscitou algumas dúvidas, ao referir-se à próxima figura, alguns alunos associaram como sequência da questão 4: *Qual a figura que está por cima do 9?*, considerando a figura 10 como sendo a próxima figura, esclareceram-se os grupos conforme a circulação pelos mesmos, com a preocupação de não influenciar as suas respostas. No final, constata-se que um dos grupos não foi esclarecido, voltou a ajudar-se esse grupo (grupo7) na interpretação da questão. Todos os grupos responderam corretamente utilizando a estratégia aditiva, os alunos perceberam e reconheceram a alteração que surge de um termo para o termo e figura seguintes, registaram que a próxima figura seria o quadrado 11.

> **Grupos 1,2,3,4,5,6,7,8 e 9:** Quadrado 11. (anexo 14)

Na questão 4: *Qual é o número que pensas que estará por baixo do próximo quadrado?*, da segunda tarefa, todos os grupos responderam sem qualquer dificuldade ou dúvida. Os alunos continuaram/representaram visualmente a sequência, revelando o uso da estratégia de representação e contagem, outros descobriram que contando de 3 em 3, obtinham os números dos quadrados, manifestando o uso da estratégia aditiva e da decomposição dos termos, demonstrando o estabelecimento de uma relação entre o termo e a sua ordem.

> **Grupo 8: Lara:** Como encontrámos os números que estão debaixo dos quadrados? 1, 4 por isso somamos sempre mais 3, é sempre mais 3.
> **Professora:** E os círculos, como encontramos os círculos?
> **Miguel F.:** É igual, é de 3 em 3, mas começamos no 3. (anexo 28 – DB11 T2 C4)

Este grupo associou a sequência pictórica à sequência numérica dos números naturais, fazendo uso da estratégia aditiva mas também da estratégia da decomposição dos termos.

Na questão 1: *Observa e completa a sequência*., da terceira tarefa, todos os grupos completaram a sequência sem qualquer dificuldade, preencheram de forma correta as lacunas nela existentes e continuaram-na para a esquerda, usando a representação icónica e a estratégia de representação e contagem. Todos os grupos argumentaram que era fácil, como se pode observar pelo seguinte diálogo, dito por uma aluna que revela algumas dificuldades na disciplina de matemática e pelos registos dos alunos apresentados em seguida.

> **Grupo 7 – Ana Filipa:** É quadrado, quadrado e círculo, quadrado, quadrado e círculo, é fácil.

Grupos 1,2,3,4,5,6,8 e 9: □□○□□○□□○□□○ (anexo 14)

Na terceira tarefa, questão 5: *Se a sequência continuar para a direita, qual será o 18.º termo?*, inicialmente, o grupo 7 apresentou alguma dificuldade em interpretar o significado da palavra termo na questão. Os colegas explicaram que era a figura que se encontrava na posição 18 ou a figura que estava por cima do número 18. Nesta questão, os alunos responderam sem dificuldade, identificaram o círculo como o termo de ordem 18, alguns alunos explicaram que tinham reproduzido a sequência com o material manipulativo, outros imaginaram e construíram mentalmente a sequência, demonstrando o uso da linguagem natural, de representações ativas e icónicas e da estratégia de representação e contagem.

Identificação de termos mais afastados da sequência e generalização – À semelhança do caso do terceiro ano, nas três tarefas envolvendo padrões de repetição, os alunos responderam às questões que envolviam a identificação de termos distantes. Nalgumas situações com concretização do material manipulativo ou desenharam e representaram as sequências até aos termos pedidos, usando representações externas icónicas e simbólicas (desenho dos termos da sequência) e/ou ativas (recurso ao material manipulativo). A linguagem natural encontrou-se sempre muito presente nos registos escritos e ao nível da oralidade. A maioria dos alunos usou as estratégias de representação e contagem, e a de decomposição dos termos, alguns alunos utilizaram a estratégia aditiva e a do objeto inteiro, alcançando a generalização para termos mais distantes.

Na questão 6: *Qual a figura que irá estar por cima do 20?,* da primeira tarefa, o grupo 5 reproduziu visualmente a sequência aferindo que obtinham um triângulo no número 20.

No excerto seguinte verifica-se que a aluna, do grupo 8, já não tinha necessidade de reproduzir todos os termos da figura no entanto, o colega ainda ponderou essa hipótese, mas a aluna usou a estratégia do objeto inteiro.

Grupo 8: Lara: Triângulo, porque 10+10 dá 20.
Miguel: Ou podíamos continuar até ao 20.
Lara: Miguel! Nós já sabemos que é o 20. (anexo 27 – DB10 T1 C4)

Todos os grupos conseguiram responder corretamente, generalizar, associar os números ímpares aos quadrados e os pares aos triângulos e usaram a noção de dobro ao duplicarem a sequência. Alguns grupos construíram a sequência até ao termo de ordem 20 certificando-se que o triângulo se encontrava por cima do 20, utilizando a estratégia de representação e contagem, outros grupos utilizaram estratégia do objeto inteiro, admitindo uma generalização construtiva.

Seguidamente, apresentam-se os registos dos grupos onde se observa o uso da estratégia construtiva do objeto inteiro (grupos 1, 2, 8 e 9) e a estratégia desconstrutiva da decomposição dos termos (grupos 3, 4, 5, 6 e 7), os alunos reconheceram o processo de construção da sequência e estabeleceram uma relação entre o termo e a sua ordem, esta estratégia é facilitadora para a realização de generalizações que envolvam termos mais distantes.

Grupo 1: Triângulo. A figura que está em cima do 10 é triângulo e 10 + 10 = 20, e por isso a figura que está em cima do 20 é um triângulo.
Grupo 2: Triângulo. Porque 10 x 2= 20 e a figura que está por cima do 10 é um triângulo.
Grupo 3: Triângulo. O número 20 é par.
Grupo 4: Triângulo. Porque o triângulo é sempre um número par e o 20 é par.
Grupo 5: Triângulo. O número 10 é um triângulo e o 20 será a duplicar.
Grupo 6: Triângulo. Porque os triângulos estam em cima dos números pares e 20 é par.
Grupo 7: Triângulo. Porque os triângulos são os números pares.
Grupo 8: Triângulo. A figura que está por cima do 20 é o triângulo porque 10 mais 10 é igual a 20 então se o dez é triângulo o vinte é triângulo.
Grupo 9: Triângulo. Porque estes dados são até ao 10 e mais 10 vai dar o número 20 e por cima do número um triângulo. (anexo 14)

Na tarefa 1, questão 8: *Qual será a figura que está por cima do 31? Porquê?*, a grande maioria dos grupos (8 grupos) associou a figura do quadrado aos números ímpares, utilizando a estratégia desconstrutiva da decomposição dos termos, apenas o grupo 1 utilizou as estratégia do objeto inteiro e a estratégia aditiva, como se pode verificar pelos registos dos alunos:

Grupo 1: Quadrado. 10 x 3 = 30, 30 + 1 = 31, se 30 é triângulo 31 é quadrado..
Grupo 2: Quadrado. Porque os números pares por cima deles têm sempre um triângulo e os ímpares têm quadrados.
Grupo 3: Quadrado. Porque 32 é par e é triângulo.
Grupo 4: Quadrado. Porque o quadrado é sempre um número ímpar e o 31 também é.
Grupo 5: Quadrado. Porque os quadrados são números ímpares
Grupo 6: Quadrado. Porque os quadrados estam em cima dos números ímpares e 31 é ímpar.
Grupo 7: Quadrado. Porque o quadrado são os números ímpares
Grupo 8: Quadrado. Porque o quadrado são os números ímpares e os triângulos são números pares.
Grupo 9: Quadrado. O número 30 é um triângulo e a seguir do triângulo vem um quadrado. (anexo 14)

Na questão 10: *Qual a figura que pensam que estará por cima do 100? Porquê?*, da tarefa 1, todos os grupos responderam que por cima do 100 estaria um triângulo. Apenas o grupo 1 utilizou a estratégia do objeto inteiro, os alunos explicaram que descobriram o termo através de uma ordem múltipla (múltiplos de 10), os restantes grupos usaram a estratégia desconstrutiva de decomposição dos termos, argumentaram que o 100 era um número par logo, iriam ter um triângulo atendendo a que os números pares têm sempre triângulos. Em seguida expõem-se os registos produzidos pelos alunos:

> **Grupo 1:** Triângulo. 10 x 10 = 100 e se 10 é triângulo 100 também é.
> **Grupo 2:** Triângulo. Porque é um número par.
> **Grupo 3:** Triângulo. Todos os números que acabam com 0 são pares.
> **Grupo 4:** Triângulo. Porque o triângulo é um número par e o 100 também é.
> **Grupo 5:** Triângulo. Porque os números pares são triângulos.
> **Grupo 6 e 7:** Triângulo. Porque o 100 é par.
> **Grupo 8:** Triângulo. Porque é um número par.
> **Grupo 9:** Triângulo. Porque todos os números pares têm um triângulo por cima. (anexo 14)

Na tarefa 2, a partir da questão 7: *Qual será a 20.ª figura? Como pensaram?,* os grupos 1, 3, 4, 6 e 7 foram buscar material manipulativo e concretizaram, construíram a sequência até aos termos de ordem 20 e de ordem 30. Os grupos 2, 5 e 8 não utilizaram material manipulativo, mais tarde o grupo 8 optou por recorrer ao material manipulativo.Observem-se os diálogos seguintes:

> **Grupo 1: Adriana:** (Referindo-se ao material manipulativo.) Precisámos porque vimos que como são 3 figuras a 10 não é a mesma de 20.
> **Grupo 8: Professora:** Expliquem.
> **Ana:** 2 x10 é 20, a 10 é um quadrado então, a 20 também é um quadrado.
> **Grupo 2:** A figura 10 é um quadrado, logo a 20 também vai ser um quadrado. (anexo 28 – DB11 T2 C4)

Atempadamente, o grupo 1 deu-se conta de que não poderia aplicar a estratégia do objeto inteiro dado a unidade da sequência ser constituída por 3 figuras, logo, sentiu necessidade de utilizar o material manipulativo e, construíram a sequência usando assim, a estratégia de representação e contagem. A maioria dos grupos usou este tipo de estratégia e respondeu à questão de forma correta.

Os grupos 2, 5 e 8 utilizaram a estratégia do objeto inteiro, induzindo-os em erro, com o decorrer do tempo o grupo 8 detetou o engano e recorreu ao material manipulativo, com o material construíram a sequência utilizando também, a estratégia de representação e contagem. Atente-se nos registos feitos pelos diferentes grupos:

> **Grupo 2:** Quadrado. Na figura 10 é um quadrado e 10 x 2 = 20 por isso o número 20 é um quadrado.
> **Grupo 5:** 10 mais 10 é 20 a figura que está por baixo do 10 é o quadrado.
> **Grupos 1, 4, 6, 7, 8:** Triângulo. Continuamos o padrão, porque são 3 figuras e 10 não seria o mesmo do 20.;
> **Grupos 4, 6, 7, 8:** Triângulo. Continoamos o padrão.; Continuámos a sequência.
> **Grupo 3:** Triângulo. Pensando na sequência e utilizando os materiais. (anexo 14)

Na terceira tarefa, questão 7: *Qual o termo de ordem 30? Explica.,* todos os grupos responderam círculo. Os grupos 2, 5, 6, 7, 8 e 9 construíram/representaram a sequência até ao termo de ordem 30, verificando-se o uso da estratégia de representação e contagem. Os grupos 3 e 4 explicaram que o 30 pertencia à tabuada do 3, era múltiplo de 3 logo, ia ter um círculo em cima, os alunos utilizaram a estratégia da decomposição dos termos. O grupo 1 também respondeu corretamente, no entanto deu outra explicação. Atente-se no episódio seguinte:

> **Grupo 1: Adriana:** (apontando para a sequência da folha de registo) Vimos que o 10 tem um quadrado, o 20 também vai ter quadrado e o 30 vai ter círculo. O 10 é o 1.º quadrado, o 20 é o segundo e o 30 é o círculo. (anexo 29 – DB12 T3 C4)

Observe-se agora, o registo feito por este grupo:

> **Grupo 1:** Círculo. o 10 é um quadrado o 20 também é um quadrado emtão o 30 é um círculo, e ficamos com 10, 20, 30 = □□○. (anexo 14)

As alunas referiram que o 10 correspondia ao 1.º quadrado do grupo de repetição, o 20 ao 2.º quadrado e o 30 ao círculo, as alunas compreenderam a relação que existe entre cada termo e a sua ordem, usando assim, as estratégias de representação e contagem e da decomposição dos termos.

Alguns alunos generalizaram, utilizaram a estratégia desconstrutiva da decomposição dos termos, conseguiram descobrir a forma de construção da sequência e estabeleceram uma relação entre o termo e a sua ordem. A grande maioria dos alunos conseguiu realizar generalizações construtivas e desconstrutivas distantes, alguns com recurso ao material manipulativo, outros através do reconhecimento do modo de construção da sequência e estabelecendo uma relação entre o termo e a sua ordem.

Criação e descrição de sequências de repetição – Na tarefa 3, questão 9: *Cria o teu padrão pintando 11 círculos. Agora, reproduz esse padrão.,* inicialmente alguns alunos questionaram se cada um fazia o seu padrão ou se era em conjunto, foi-lhes explicado que seria em grupo, uma vez que todas as tarefas são realizadas em grupo. Alguns alunos construíram o padrão em grupo, outros sentiram dúvida na reprodução do padrão, se tinham de continuar o padrão que tinham criado ou se reproduziam tudo de novo. Como em anos anteriores, se observou uma dificuldade ao nível da interpretação, os alunos foram questionados relativamente ao significado da palavra reproduzir.

> **Alunos:** É fazer de novo, é voltar a fazer. (anexo 29 – DB12 T3 C4)

A discussão em grupo-turma permitiu que os colegas conseguissem perceber o significado da palavra reproduzir, verificando-se, uma vez mais, o auxílio positivo da discussão coletiva. Posteriormente, os alunos responderam, em grupo, a esta questão sem revelarem dificuldade; criaram o seu padrão e reproduziram-no corretamente. Os grupos 1 e 9 criaram um padrão do tipo ABBC ABBC, o grupo 2 criou um padrão do tipo AAABB AAABB, os grupos 3 e 8 criaram um padrão do tipo AB AB, o grupo 4 criou um padrão do tipo AAB AAB, o grupo 5 criou um padrão do tipo AABABB

AABAB, o grupo 6 criou um padrão do tipo AABCC AABCC e o grupo 7 criou um padrão do tipo AABBCCD AABBCCD.

Emergência de ideias numéricas – Na primeira tarefa, os alunos conseguiram generalizar, associaram os números ímpares aos quadrados e os pares aos triângulos, estabeleceram relações com os múltiplos de 10, usaram a noção de dobro e de metade e o conceito de razão. Durante a realização da tarefa não surgiram os múltiplos de 2, ao identificar os números que estavam por baixo dos triângulos os alunos identificaram-nos sempre como os números pares, surgiram mais tarde na discussão geral. Observe-se o diálogo da discussão geral no final da primeira tarefa. Quando questionados os alunos responderam para termos mais distantes (100, 500, 1000) sem hesitarem, desta forma afere-se o poder de generalização de alguns alunos:

Professora: O que aprenderam com esta sequência?
Alunos (12): Números pares e ímpares.
Professora: O que querem dizer com números pares e ímpares?
Alunos: Que os triângulos tinham sempre números pares e os quadrados tinham ímpares.
Professora: Como obtemos os números pares?
Alunos: Contando de 2 em 2.
Professora: Quais os números que estavam por baixo dos triângulos?
Alunos (em coro): 2, 4, 6, … (contaram até 32)
Professora: Que números são estes?
Alunos: São números pares.
Miguel: São os da tabuada do 2.
Diogo: São múltiplos do 2.
Professora: E como obtemos os ímpares? (ficaram pensativos)
Lara: 1, 3, 5, …
Alunos: Também a contar de 2 em dois.
Adriana: Mas começamos no 1.
Professora: O que aprendemos mais?
Alunos (7): A metade.
Professora: Quando é que falámos na metade?
Bruno: Quando falámos dos quadrados e dos triângulos.
Professora: Em 10 figuras quantos quadrados há?
Alunos: 5
Professora: E triângulos?
Alunos: 5, é metade do 10. (…)
Professora: E em 500 figuras?
Alunos: 250.
Professora: E em 1000 figuras?
Alunos: São 500.
Professora: Então o que podemos concluir?
Alunos: É metade, os quadrados e os triângulos são metade das figuras.
Adriana e Ana: Metade do total das figuras. (anexo 27 – DB10 T1 C4)

Na Tarefa 1, questão 11: *Nas primeiras 20 figuras, quantos triângulos há? Porquê?*, todos os grupos responderam corretamente. Atente-se nos registos realizados pelos diferentes grupos:

Grupo 1: 10 triângulos. Nas primeiras 10 á 5 e 5 + 5 = 10.
Grupo 2: 10 triângulos. Porque o 10 é metade de 20 e do 1 ao 10 há 5 triângulos.
Grupo 3: Dez triângulos. Se nós continuarmos dá 10 triângulos.
Grupo 4: Há 10 triângulos. Porque 2 x 10 da 20.
Grupo 5: 10 triângulos. Porque é metade.

Grupo 6: Há 10 triângulos. Porque do 1 até ao 10 estam 5 triângulos então do 1 até ao 20 estam 10 triângulos que é metade de 20.
Grupo 7: Há 10 triângulos. Do 1 até ao 10 á 5 triângulos e 2 x 5 =
Grupo 8: Há 10 triângulos. Porque são 2 sólidos e temos de os dividir por 2.
Grupo 9: Há 10 quadrados. Porque até ao dez à 5 então até ao 20 é o dobro de 5. (anexo 14)

Os grupos 1 e 4 usaram a estratégia do objeto inteiro e indicaram uma expressão algébrica, o grupo 3 utilizou a estratégia de representação e contagem, os grupos 2, 5, 6 e 7 usaram o conceito de razão (em 10 figuras têm 5 triângulos), a noção de metade e também indicaram uma expressão algébrica. O grupo 8 cometeu um erro conceptual (usou o termo sólido em vez de figuras), contudo apresentaram um bom raciocínio para descobrir a quantidade de uma das figuras que compõem a sequência, fariam a metade do número total de figuras. O grupo 9 cometeu um engano ao registarem quadrados em vez de triângulos e estabeleceram a relação de dobro e do conceito de razão.

Os diálogos e registos apresentados anteriormente, reforçam e testemunham a construção e compreensão de ideias numéricas, confirma-se a agilidade dos alunos relativamente aos números e operações, o seu poder de abstração, que lhes facilita a realização de generalizações distantes.

Na Tarefa 1, questão 12: *Nas primeiras 100 figuras, quantos quadrados há?*, todos os grupos responderam 50 quadrados. Observe-se o seguinte diálogo realizado com o grupo 1:

Grupo 1: Adriana: São 50. Nós pensámos sempre nos múltiplos de 10.
Professora: O que veem entre o número dos quadrados e o total das figuras?
Adriana e Maria: É metade. (anexo 27 – DB10 T1 C4)

Agora, atente-se no registo escrito desse mesmo grupo, o grupo 7 teve um raciocínio idêntico:

Grupo 1: Há 50 quadrados. Nas primeiras 10 á 5 e 5 x 10 = 50.
Grupo 7: Há 50 quadrados. Do 1 até ao 10 há 5 quadrados e 10 x 5 = 50. (anexo 14)

Oralmente, os alunos conseguiram generalizar, conseguiram expressar a quantidade de uma figura relativamente ao total de figuras que compõem a sequência, usando a estratégia desconstrutiva da decomposição dos termos, contudo no registo escrito usaram como explicação o conceito de razão, o uso da estratégia do objeto inteiro e indicaram uma expressão algébrica. Uma vez mais se observa a dificuldade dos alunos em se expressarem por escrito. No entanto, o exercício de escrita leva a que os alunos voltem a pensar na situação matemática e produzam raciocínios diferentes dos que tinham pensado e expressado oralmente, mas igualmente corretos. Observe-se agora o exemplo seguinte, diálogo com o grupo 4:

Grupo 4: Diogo: 50 porque os triângulos ocupam os outros 50 espaços.
Professora: Porquê?
Diogo: Porque é sempre quadrado triângulo, quadrado triângulo.
Professora: Veem alguma relação entre o número de quadrados e o total das figuras? (Silêncio)
Maria J.: Não percebi, professora.
Professora: Olhando para o 50 e para o 100 das figuras, conseguem estabelecer alguma relação?
Diogo: Sim, o 50 é metade do 100.
Professora: Quantos triângulos há?
Maria J. e Diogo: 50.
Professora: Porquê?
Diogo: 50 mais 50 dá 100, a sequência é sempre quadrado triângulo, quadrado triângulo. (anexo 27 – DB10 T1 C4)

Os alunos generalizaram, conseguindo estabelecer uma relação entre o termo e a sua ordem. No entanto, no registo escrito, além de não justificarem, também não explicam a forma como pensaram:

Grupo 4: Diogo: Há 50 quadrados. Porque há 50 quadrados. (anexo 14)

Observe-se o diálogo com o grupo 9:

Grupo 9: Miguel: Até ao 100 há 50 triângulos e 50 quadrados, porque 2 vexes 50 é 100.
Professora: 2 vezes 50?
Verónica: Há dois tipos de figuras.
Verónica e Miguel: O triângulo é para os pares e o quadrado é para os ímpares.
Miguel: Há 50 quadrados. Porque 2 vezes 50 é igual a 100. (anexo 27 – DB10 T1 C4)

O registo deste grupo expõe a forma como pensaram, os alunos generalizaram, indicaram uma expressão algébrica, conseguiram perceber e exprimir a lei de formação da sequência.

Os grupos 2, 3, 5 e 8 pensaram na metade, o grupo 6 estabeleceu uma relação de razão.

Grupo 2: Há 50 quadrados. Porque 50 é metade de 100.
Grupo 3: 50 quadrados. Á 50 quadrados e 50 triângulos, porque temos de dividir o 100 em dois
Grupo 5: Há 50 quadrados. Porque é metade.
Grupo 8: Há 50 quadrados. Porque é metade de 100 e há duas figuras e temos de dividir por 2.
Grupo 6: Há 50 quadrados. Porque do 1 até ao 50 estam 25 quadrados então do 1 até ao 100 estão 50 quadrados que é metade de 100. (anexo 14)

Na tarefa 2, questão 9*: Em 30 figuras quantos círculos há? Como pensaram?*, os grupos 2, 5, e 9 não conseguiram responder de forma correta, responderam 9 círculos, usando o mesmo raciocínio da questão anterior. Veja-se, por exemplo, a resposta do grupo 2:

Grupo 2: Bruna: Em 10 figuras há 3 círculos, 3 vezes 3 é 9, há 9 círculos. (anexo 28 – DB11 T2 C4)

Na discussão em grupo-turma os grupos reconheceram o seu engano e a discussão teve, novamente, o seu contributo positivo.

Os grupos 1, 3, 4, 6 e 8 responderam corretamente 10 círculos, referiram que conseguiram responder depois de construírem a sequência. Utilizaram a estratégia de representação e contagem, no entanto, através das questões que foram sendo colocadas, alguns alunos conseguiram generalizar e utilizar a estratégia da decomposição dos termos, como se pode observar pelo diálogo apresentado em seguida:

> **Professora:** Só conseguiam completando o padrão?
> **Diogo:** Também podíamos fazer com os múltiplos do 3. 10 vezes 3 é 30.
> **Grupo 1:** Professora: Como pensaram?
> **Maria Cabecinhas:** Há 10 círculos. Fizemos o padrão até ao 30.
> **Professora:** Haveria outra forma de responder?
> **Adriana:** Sim, dividíamos por 3.
> **Professora:** Porquê por 3?
> **Adriana e Maria:** Porque são 3 figuras. (Referiam-se às 3 figuras que compunham o grupo de repetição.)
> **Adriana:** Os círculos estão em cima dos múltiplos do 3 e o 30 é múltiplo do 3.
> **Professora:** E em 60 figuras, quantos círculos há?
> **Adriana:** Dividimos por 3. 60 a dividir por 3 dá 20.
> **Professora:** E triângulos?
> **Adriana e Maria:** 20
> **Professora:** E quadrados?
> **Adriana:** Também 20.
> **Professora:** E em 900 figuras?
> **Adriana:** Dividir por 3 dá 300.
> **Adriana e Maria:** Há 300 quadrados, 300 triângulos e 300 círculos. (anexo 28 – DB11 T2 C4)

Continuou a verificar-se que, oralmente, alguns alunos conseguem explicar o seu raciocínio de forma clara, contudo, ao nível escrito as explicações não são tão explícitas.

Observe-se agora o seguinte excerto onde os alunos aplicam a estratégia aditiva e revelam dificuldade em generalizar para termos mais distantes:

> **Grupo 3: Francisca:** Fizemos o padrão.
> **Professora:** Em 60 figuras, quantos círculos há? (Ficam em silêncio.) Em 30 figuras?
> **Bruno:** Vamos ter 10.
> **Professora:** Porquê?
> **Bruno:** Os círculos são nos múltiplos do 3, até ao 30 dá 10 círculos porque 3 vezes o 10 é 30.
> **Professora:** E em 60 figuras?
> **Bruno:** Em 60 é 20, porque fazemos 2 vezes o 10, e porque 2 vezes o 30 dá 60.
> **Professora:** Qual é a figura 30?
> **Rúben:** Triângulo. (A Francisca hesita.)
> **Bruno:** É o círculo. O 15 é círculo, 15, 18 (O Bruno começa a contar de 3 em 3 a partir do 18, engana-se e recomeça.)
> **Todos:** É o círculo.
> **Professora:** Então acham prático contar de 3 em 3?
> **Todos:** Sim.
> **Professora:** E no 900? Qual é a figura que vai estar por cima do 900? (Ficaram a pensar.) (anexo 28 – DB11 T2 C4)

A situação apresentada em seguida, relativa ao grupo 6, mostra que os alunos conseguiram descobrir a relação entre o termo e a sua ordem, permitindo-lhes a generalização para termos mais distantes, usaram a estratégia da decomposição dos termos:

> **Grupo 6: Mariana:** 30 a dividir por 3 dá 10.
> **Professora:** Porque dividiram 30 por 3.
> **Rodrigo:** Os círculos estão nos números que são múltiplos de 3.
> **Mariana:** São 10 círculos, 10 quadrados e 10 triângulos. (anexo 28 – DB11 T2 C4)

O grupo 8 inicialmente respondeu 9 círculos, construíram a sequência até ao 30, observaram-na, verificaram e alteraram para 10, veja-se o diálogo seguinte:

> **Professora:** Expliquem-me como pensaram?
> **Grupo 8: Lara:** Continuámos até ao 20 e deu 6 círculos. Vai dar 9 círculos até ao 30.
> **Miguel:** Temos de dividir por 3 o 30.
> **Professora:** Porquê?
> **Lara e Miguel:** Porque são 3 figuras.
> **Professora:** E 30 a dividir por 3 é 9?
> **Miguel:** Não, dá 10. (Ficam pensativos e a Lara começa a construir a sequência até ao 30).
> **Lara:** São 10 afinal.
> **Professora:** Então são 10?
> **Lara:** Sim, confundimo-nos a contar. (anexo 28 – DB11 T2 C4)

Após a discussão geral os alunos verificaram que ao dividir o número total das figuras por 3, obtinham a quantidade de cada uma das 3 figuras; quando a divisão tinha resto 1 significava que obtinham mais um quadrado, quando o resto da divisão era 2 significava que tinham mais um quadrado e um triângulo do que o círculo. Todos os alunos conseguiram estabelecer relações com os múltiplos de 3, associaram os círculos aos múltiplos de 3. O contributo da discussão em grande grupo, permitiu que a maioria dos alunos conseguisse abstrair-se e generalizar, pensando em termos mais distantes.

Na tarefa 3, questão 2 (Para continuar a sequência de que figuras vamos precisar em maior quantidade? Porquê?), todos os grupos mencionaram que necessitavam de mais quadrados, nesta questão a maioria dos grupos estabeleceu uma relação do conceito de razão, referiram que no grupo de repetição havia 2 quadrados para 1 círculo.

5.5. Análise comparativa dos casos

A análise comparativa que se apresenta de seguida procura sistematizar as evidências relativamente às tarefas envolvendo padrões de repetição, nos diferentes anos de escolaridade. Analisando as representações matemáticas usadas pelos alunos, pode-se sistematizar os resultados através do quadro seguinte:

Representações matemáticas	1.º ano	2.º ano	3.º ano	4.º ano
Linguagem natural	+++	+++	+++	+++
Ativas	+++	+++	++	++
Icónicas	+++	+++	++	+
Simbólicas	+	++	+++	+++

- Não observado + Poucos alunos ++ Alguns alunos +++ Maioria dos alunos

Tabela 7 - *Representações matemáticas utilizadas pelos alunos na realização das tarefas envolvendo padrões de repetição*

No que diz respeito às representações matemáticas e em termos gerais, torna-se clara a diversidade de representações usadas, nos diferentes anos de escolaridade, o que se mostrou fundamental ao nível das aprendizagens algébricas, perspetiva já defendida por Pereira e Ponte (2011). O uso de diferentes tipos de representações na identificação e generalização de padrões revela ser essencial na descoberta e realização de conexões, promovendo uma aprendizagem da matemática com sentido, perceção fundamentada por Vale e Pimentel (2010) e Canavarro e Pinto (2012).

Uma leitura do quadro 2 evidencia o uso sistemático da linguagem natural nos quatro anos de escolaridade (NCTM, 2007). A linguagem natural revelou-se uma representação privilegiada e imprescindível para todos os alunos, quer a nível da oralidade que da escrita, pois permitiu que estes se exprimissem, explicassem e justificassem ideias, pensamentos, raciocínios e dificuldades ou até mesmo, revelassem a generalização de uma sequência. No entanto, os alunos mostraram sentir mais dificuldade em usar esta representação por escrito, como já foi referido anteriormente.

A representação ativa apresenta-se menos evidente no caso dos alunos dos 3.º e 4.º anos de escolaridade. Esta representação evidencia-se pelo uso das mãos e do material manipulativo para construção/reprodução e/ou continuação da sequência. Compreende-se que nem todos os alunos realizam as tarefas com a mesma aptidão e capacidade, atendendo às diferentes faixas etárias presentes nos quatro casos deste estudo. Ponte e Velez (2012) referindo-se a Webb, Boswinkel e Dekker (2008), referem que os alunos inicialmente utilizam representações informais e, gradualmente, evoluem e vão-nas formalizando.

A representação icónica foi mais utilizada nos alunos dos 1.º e 2.º anos, possivelmente devido às suas aptidões e dificuldades ainda sentidas ao nível da expressão escrita, alguns alunos reproduzem e/ou continuam a sequência recorrendo ao desenho.

A representação simbólica foi utilizada pelos alunos, mais como um instrumento de resposta às questões existentes nas folhas de registo, por vezes, com recurso a expressões numéricas, sendo mais evidente e sistemática nos alunos dos 3.º e 4.ºanos de escolaridade.

O Programa de Matemática do Ensino Básico (2007) e o NCTM (2007) são dois documentos que valorizam e dão particular atenção às representações, defendem que os alunos devem ter agilidade para trabalhar com vários tipos de representação. O primeiro documento defende que os alunos devem ter conhecimento, compreender e estar aptos a usar a representação que considerem mais adequada a uma determinada situação. O segundo documento menciona que para os alunos serem conhecedores de certos conceitos matemáticos precisam de uma variedade de representações que sustentem ou apoiem a sua compreensão uma vez que, cada representação foca, normalmente, pormenores de diversas relações e conceitos. As representações são também um meio para o professor compreender as interpretações e raciocínios dos alunos. Ponte e Velez (2011a) defendem que é atribuído um papel fundamental às representações matemáticas no desenvolvimento do raciocínio matemático e no pensamento algébrico. Os resultados deste estudo evidenciam o uso de múltiplas representações pelos alunos e a importância da sua diversidade, ao nível da comunicação e raciocínio matemático. É ainda possível verificar a importância central da linguagem natural em todos os anos do 1.º ciclo do ensino básico e a progressiva utilização da linguagem simbólica.

Quanto à análise das estratégias de generalização utilizadas pelos alunos, pode-se organizar os resultados através do quadro seguinte:

Estratégias de generalização	**1.º ano**	**2.º ano**	**3.º ano**	**4.º ano**
Representação e contagem	+++	+++	+++	+++
Aditiva	+++	+++	++	++
Objeto inteiro	+	++	++	++
Decomposição dos termos	-	++	+++	+++

- Não observado   + Poucos alunos   ++ Alguns alunos   +++ Maioria dos alunos

Tabela 8 - *Estratégias de generalização utilizadas pelos alunos na realização das tarefas envolvendo padrões de repetição*

Relativamente às estratégias de generalização, de um modo geral, também se observa o uso de estratégias diversificadas nos diferentes anos de escolaridade. Observa-se também, que os alunos dos 3.º e 4.º anos utilizam estratégias mais complexas e formais, o que lhes permite fazer generalizações desconstrutivas e mais distantes. Os alunos destes anos de escolaridade expressam-se de forma mais formal, revelando uma evolução que está relacionada com a sua maturidade e idade, resultados apoiados pelos trabalhos de Vale e Alvarenga (2007). Durante o decorrer das aulas os alunos, de acordo com a sua idade, foram levados a procurar estratégias mais elaboradas, estabelecendo conexões com conhecimentos anteriores e, nos momentos da discussão coletiva, essas ideias e estratégias foram explicitadas para toda a turma, salientando-se, em particular, a interpretação das representações algébricas, práticas defendidas por Ponte, Pereira e Quaresma (2013).

Uma observação do quadro 3 destaca a utilização da estratégia de representação e contagem nos quatro anos de escolaridade. Esta estratégia revelou-se central e indispensável para todos os alunos e permitiu que os alunos respondessem às questões com concretização. Em regra, no uso desta estratégia, os alunos iniciam a contagem após o grupo de repetição ou representam todos os termos da sequência até ao termo desejado, conseguindo identificar a regularidade presente na sequência. Este tipo de estratégia é facilitadora na descoberta de termos próximos, contudo, torna-se pouco vantajosa na determinação de termos mais distantes, uma vez que não evidencia uma generalização de caráter global, ideia referida por Ponte, Branco e Matos (2009).

A estratégia aditiva é mais evidente nos casos dos 1.º e 2.º anos de escolaridade e menos nos 3.º e 4.º anos, possivelmente também devido à idade e experiências anteriores dos alunos. Esta estratégia distingue-se por ter como base uma abordagem recursiva, na qual, os alunos comparam os termos consecutivos e identificam a alteração que surge de um termo para o seguinte, sendo, por vezes, um entrave à determinação da relação entre cada termo e a sua ordem, tornando-se pouco eficaz para determinar termos mais distantes, podendo conduzir o alunos a generalizações erradas (Ponte, Branco & Matos, 2009), o que também foi visível em algumas resoluções dos alunos participantes no estudo.

Observando o quadro 3 é percetível o uso da estratégia do objeto inteiro em alguns alunos dos 2.º, 3.º e 4.º anos de escolaridade e em poucos do 1.º ano, à semelhança da estratégia anterior, este facto pode dever-se à idade e conhecimentos já adquiridos pelos alunos. Nesta estratégia o aluno vê um termo de uma dada ordem e com base nesse termo encontra o termo de uma ordem múltipla desta porém, Ponte, Branco e Matos (2009), referem que, por vezes, o uso desta estratégia não conduz a uma resposta correta, pode dificultar a generalização ao não se observarem propriedades da figura. Esta situação foi visível na segunda tarefa em 5 grupos do 1.º ano, 2 grupos do 2.º ano, 1 grupo do 3.º ano e 3 grupos do 4.º ano de escolaridade. Se os alunos não considerarem a unidade que se repete numa sequência, a utilização da estratégia do objeto inteiro dá origem a que cometam erros. Contudo, quando se investiga cuidadosamente os termos da sequência é exequível encontrar os termos de algumas ordens de forma correta, estes autores reforçam a ideia de que, quando existe proporcionalidade direta a estratégia do objeto inteiro é útil e eficiente (Ponte, Branco & Matos, 2009). Esta situação também foi visível numa aluna do 1.º ano, ao explorar a questão 10 da primeira tarefa, esta questão envolvia o termo de ordem 100, o mesmo aconteceu com 4 grupos do 2.º ano, 1 grupo do 3.º ano e por 4 grupos do 4.º ano de escolaridade. Quando os alunos identificam o processo de construção da sequência e estabelecem uma relação entre o termo e a sua ordem, esta estratégia auxilia a generalização para termos mais distantes.

No que se refere à estratégia da decomposição dos termos, após a observação do quadro 3 verifica-se que esta não foi usada pelos alunos do 1.º ano de escolaridade, tendo sido utilizada por alguns alunos do 2.º ano e pela maioria dos alunos dos 3.º e 4.º anos de escolaridade. Esta estratégia exige um certo grau de abstração, os alunos decompõem um termo de uma sequência pictórica, reconhecem o seu processo de construção e determinam uma relação entre esse termo e a sua ordem, admitindo encontrar termos de ordem mais distante, o que pode ser indicado por uma expressão algébrica. Esta estratégia fortifica o aparecimento de diferentes expressões algébricas que generalizam a sequência numérica associada à sequência pictórica (Ponte, Branco & Matos, 2009). Ponte e Branco (2011) referem que nos primeiros anos do ensino básico, o ensino da álgebra deve permitir que os alunos generalizem utilizando uma linguagem natural e representações pictóricas antes da introdução da simbologia algébrica. É fundamental que os alunos progridam gradualmente, iniciando uma abordagem do ensino da álgebra com o uso de estratégias informais, evoluindo de forma progressiva para estratégias mais formais, é fundamental que as estratégias e os registos por eles realizados tenham significado, para eles próprios. Os resultados do estudo reforçam e apoiam a perspetiva dos autores citados.

De uma forma geral, no que diz respeito às estratégias, nas sequências envolvendo padrões de repetição, a maioria dos alunos recorre ao reconhecimento da regularidade presente na sequência através das estratégias construtiva de representação e contagem, aditiva, e à desconstrutiva da decomposição dos termos. Os alunos que conseguem usar esta estratégia conseguem generalizar e explicar como encontrar termos mais distantes, e, alguns alunos recorreram à estratégia construtiva do objeto inteiro para compreender e explicar a regra de formação da sequência.

O quadro seguinte, sintetiza o nível de generalização alcançado pelos alunos:

Nível de generalização	1.º ano	2.º ano	3.º ano	4.º ano
Próxima	++	+++	+++	+++
Distante	+	++	+++	+++

- Não observado + Poucos alunos ++ Alguns alunos +++ Maioria dos alunos

Tabela 9 - *Nível de generalização utilizadas pelos alunos na realização das tarefas envolvendo padrões*

Na leitura do quadro 4, e observando o nível de generalização alcançado pelos alunos, de uma forma geral, pode dizer-se que o nível de generalização próxima foi atingido por alguns alunos do 1.º ano e pela maioria dos alunos dos 2.º, 3.º e 4.º anos de escolaridade, o nível de generalização distante foi alcançado, maioritariamente pelos alunos do 3.º e do 4.º anos, por alguns do 2.º e poucos do 1.º ano de escolaridade, tornando-se evidente que os alunos dos anos de escolaridade mais avançados conseguiram alcançar um maior grau de generalização quer próxima quer distante. No 1.º ano foram menos visíveis as generalizações atendendo à idade e aos conhecimentos dos alunos, no entanto, através do questionamento e durante a discussão coletiva, alguns alunos conseguiram generalizar para termos mais distantes, revelando alguma facilidade nas generalizações próximas com a ajuda de material manipulativo, desenhos e ou contagens. Alunos de anos mais avançados revelaram maior destreza com os números e capacidade de abstração, o que lhes permitiu realizar generalizações mais distantes (Ponte, Branco e Matos (2009a).

Para finalizar, organizou-se o quadro 5 referente ao tipo de generalização realizado pelos alunos nos diferentes anos de escolaridade.

Tipo de generalização	1.º ano	2.º ano	3.º ano	4.º ano
Construtiva	++	+++	+++	+++
Desconstrutiva	-	++	+++	+++

- Não observado + Poucos alunos ++ Alguns alunos +++ Maioria dos alunos

Tabela 10 - *Tipo de generalização utilizadas pelos alunos na realização das tarefas envolvendo padrões de repetição*

Observando o quadro 5, verifica-se que a estratégia construtiva é mais visível nos 2.º, 3.º e 4.º anos, comparando com o 1.º ano de escolaridade. A estratégia desconstrutiva não se observou no caso do 1.º ano, foi usada por alguns alunos do 2.º ano e pela maioria dos alunos dos 3.º e 4.º anos de escolaridade, possivelmente pelos motivos já referidos anteriormente (capacidade de abstração, idade dos alunos), reflexões realizadas também por Vale e Alvarenga (2007) e por Ponte, Branco e Matos (2009).

Durante a exploração das tarefas envolvendo padrões de repetição a maioria dos alunos identificou a regularidade presente em cada uma e estabeleceu conexões com conteúdos já aprendidos (como por exemplo: múltiplos de um número, números pares, números ímpares, dobro, metade, razão), contribuindo para a transição da aritmética para a álgebra, dimensões apresentadas também por Canavarro (2007), Vale, Barbosa, Borralho, Barbosa, Cabrita, Fonseca e Pimentel (2011), Pinheiro e Barbosa (2013). Durante o decorrer das aulas os alunos foram questionados recorrentemente, e no final, a discussão coletiva revelou-se essencial para a descoberta de uma lei de formação da sequência, despertando o interesse dos alunos pelo poder das generalizações, mesmo para aqueles que, em momentos anteriores, ainda não tinham conseguido generalizar. Questões impulsionadoras de raciocínio possibilitam construir processos, complementar ideias e comprovar afirmações essenciais na origem da capacidade de generalização (NCTM, 2007).

Canavarro (2007) refere ser importante a estimulação dos alunos, por parte do professor, no sentido de explicarem o seu modo de ver, seja oral ou por escrito, transportando-os para generalizações distantes. Como já foi referido anteriormente, o desenvolvimento do pensamento algébrico, nos primeiros anos de escolaridade exige o incentivo à explicitação dos modos de pensar, o que implica a análise de relações entre quantidades, a compreensão da mudança e, finalmente, a capacidade de generalizar, perspetivas defendidas por Pimentel, Vale, Freire, Alvarenga, e Fão (2010) e por Fonseca e Alexandrino (2013).

Capítulo VI

6. CONCLUSÃO

Neste capítulo apresenta-se uma síntese do presente estudo e a súmula conclusiva dos resultados considerados mais importantes, na forma de resposta às questões de investigação enunciadas, dando especial atenção às representações e estratégias de generalização adotadas pelos alunos durante a realização das tarefas envolvendo padrões de repetição. De seguida, faz-se uma reflexão global deste estudo, do seu contributo para a aprendizagem da Álgebra e o seu reflexo na minha prática profissional. Por fim, apresentam-se algumas recomendações para estudos futuros.

6.1. Síntese do estudo

A álgebra assume-se como um dos quatro eixos fundamentais do ensino aprendizagem em Matemática. Nos primeiros anos, é importante proporcionar aos alunos situações informais para que estes possam evoluir gradualmente para a manipulação algébrica formal (Canavarro, 2007; NCTM, 2007; Oliveira, 2009; Pimentel, 2010). Estes autores admitem ser fundamental começar a pensar-se algebricamente mais cedo, referindo que a capacidade de generalização deve ser fomentada deste o início do ensino básico, sendo um auxílio para o desenvolvimento precoce de ferramentas de pensamento algébrico. Neste contexto, o estudo realizado evidenciou a possibilidade clara da realização de tarefas de natureza algébrica nos primeiros anos e permitiu evidenciar resultados que mostram a evolução do pensamento nos diferentes anos de escolaridade.

Com este estudo, que ocorreu no âmbito do tópico *Regularidades e sequências*, pretendeu-se investigar o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos de 1.º ciclo do ensino básico, através da exploração de tarefas envolvendo o estudo de padrões. Deste modo procurou-se dar resposta às seguintes questões:

i) Qual a compreensão algébrica revelada pelos alunos na resolução de tarefas envolvendo a exploração de padrões?

ii) Que estratégias adotam, os alunos, na procura de generalizações?

iii) Em que nível de generalização se encontram os alunos?

iv) De que modo a exploração de padrões contribui para a construção e compreensão de ideias numéricas?

Em suma procurou-se compreender as representações e estratégias de generalização que os alunos adotam na identificação e descrição de padrões e, na procura de generalizações, identificando a evolução que estes evidenciam relativamente às estratégias de generalização. Consequentemente, pretendeu-se compreender o potencial desta sequência de tarefas, emergindo do cuidado em aprofundar os meus conhecimentos sobre a problemática identificada, refletindo em seguida, sobre a minha prática profissional e como esta poderá progredir, bem como, conhecer a forma de pensar dos alunos e as suas dificuldades (Oliveira & Serrazina, 2002; Ponte, 2002), logo, não pretendia fazer generalizações mas sim, compreender as potencialidades de uma sequência de tarefas, dos processos usados pelos alunos, e em algumas situações, identificar as dificuldades e estratégias usadas pelos mesmos, procurando apreender as suas perspetivas. Requeria-se ter a perceção do processo e não tanto dos resultados demonstrados pelos alunos, em conformidade com o exposto, a atenção destaca-se no processo e importância dada ao conteúdo, não tanto aos resultados demonstrados pelos alunos.

Observando o objetivo e a natureza das questões delineadas, este estudo adotou uma abordagem própria de uma metodologia qualitativa de natureza interpretativa (Bogdan & Biklen, 1994, Carmo & Ferreira, 1998; Fortin, 1999; Coutinho, 2011), seguindo uma organização de estudo de caso. Um estudo de caso compreende diversos instrumentos, estratégias, técnicas de recolha e análise de dados; é considerado uma investigação de natureza empírica, baseando-se em trabalho de campo e análise documental (Ponte, 2006).

Os instrumentos de recolha de dados utilizados foram a observação das aulas, o diário de bordo, a transcrição da gravação das aulas em áudio e vídeo e, os documentos escritos, produzidos pelos alunos durante a realização das tarefas, de forma a permitir a triangulação dos dados (Ponte, 2002). O presente estudo organizou-se em quatro estudos de caso, casos múltiplos ou comparativos (Bogdan & Biklen, 1994; Yin, 2010).

As tarefas foram selecionadas e adaptadas, preparou-se a sequência de tarefas envolvendo o estudo de padrões e regularidades, de modo a trabalhar o tópico e subtópico Sequências e Regularidades. Os alunos realizaram uma sequência composta por seis tarefas, três envolvendo padrões de repetição e três envolvendo padrões de crescimento (as últimas não foram analisadas pelos motivos expostos anteriormente).

A fase da recolha de dados decorreu no ano letivo de 2013-2014, durante o período de implementação da sequência de tarefas, nos meses de janeiro e fevereiro de 2014, de acordo com a calendarização previamente apresentada.

6.2. Súmula conclusiva

Relativamente à compreensão algébrica revelada pelos alunos na resolução de tarefas envolvendo a exploração de padrões, verifiquei que a maioria dos alunos, de todos os anos de escolaridade, identificou a existência de um padrão pela repetição das figuras e reconheceu dos seus termos. Ponte e Velez (2011b) referem que a realização de tarefas com sequências pictóricas estão entre situações que contribuem para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Todos os alunos usaram a linguagem natural, no entanto, a representação icónica também esteve muito presente nos casos do 1.º, 2.º anos e em alguns alunos do 3.º ano. A dificuldade dos alunos em se expressarem a nível de escrita, na realização dos seus registos foi notória, revelaram maior facilidade de expressão ao nível da oralidade, verificando-se, algumas vezes, que o registo escrito não correspondia ao que tinham expressado oralmente. Este aspeto foi mais visível em alunos do 1.º e 2.º anos devido às suas limitações ao nível da leitura e da escrita. A circulação por entre os diferentes grupos de trabalho permitiu acompanhar o trabalho dos alunos bem como, esclarecer alguma dificuldade que surgisse. Os alunos revelaram dificuldades em trabalhar em grupo, nomeadamente na partilha das suas ideias, assim como, no aguardar pela sua vez, frequentemente foi necessário chamá-los à atenção, no entanto, com o decorrer da implementação das tarefas, o desempenho dos alunos em grupo foi evoluindo de forma positiva.

A grande maioria dos alunos conseguiu continuar ou reproduzir um padrão até ao termo desejado, quando se solicitavam termos mais próximos. Os alunos utilizaram o material manipulativo, desenhos, fizeram contagens e, usaram os dedos, fazendo a associação entre cada dedo e a figura que lhe correspondia, utilizaram assim, a representação ativa. Esta representação foi mais utilizada pelos alunos dos 1.º e 2.º anos e, por alguns alunos dos 3.º e 4.º anos. Os alunos conseguiram identificar e compreender a alteração que ocorria de um termo para o seguinte e fazer a continuação ou reprodução da sequência. A estratégia de representação e contagem foi determinante para todos os alunos, ajudando-os na concretização das diferentes situações.

Para questões que envolviam a descoberta ou identificação de termos mais distantes, no caso do 1.º ano, os alunos concretizaram a situação, utilizaram o material manipulativo, ou desenharam cada termo da sequência até ao termo solicitado, e conseguiram responder, usando respetivamente representações externas ativas e icónicas, a representação simbólica esteve presente apenas na produção do registo escrito. Alguns alunos revelaram dificuldade em ir além do número 30, alegando ser um número muito grande, nestas situações a ajuda do colega de grupo e a concretização com o material manipulativo foram essenciais, contribuindo para que os alunos superassem as dificuldades sentidas. Na primeira tarefa ao explorar uma questão envolvendo o termo de ordem 100, apenas três grupos conseguiram responder corretamente. Em discussão coletiva, através de contagens de 10 em 10, usando a estratégia do objeto inteiro, uma aluna conseguiu explicar para toda a turma de modo a promover uma generalização construtiva e distante. A comunicação é transversal a outros processos matemáticos, através dela há partilha, modificação e consolidação de ideias, permite a ampliação do conhecimento matemático, através da argumentação e interação com as ideias dos outros. Pode dizer-se que a comunicação é a essência do ensino e da aprendizagem da matemática escolar (Ponte & Serrazina, 2000; Menezes, 2005). Cabrita e Fonseca (2012) mencionam que o envolvimento dos alunos em experiências significativas de matemática admite a construção de um conhecimento firme e motivado, as autoras reforçam ainda, que as trajetórias devem conter tarefas de caráter aberto, evoluindo gradualmente a sua complexidade. No entanto, no caso do 1.º ano, observou-se que questões que compreendem termos mais distantes revestem-se de um grau de dificuldade elevado para alunos desta idade. Devido à extensão da tarefa, e os alunos manifestaram algum cansaço e desconcentração, referiram, ainda, que o 100 era um número muito grande. Além destes aspetos, a maioria dos alunos não adquiriu ainda um grande nível de abstração, o que os parece limitar na identificação de termos mais afastados e consequentemente na capacidade de generalização. Rocha (2010) refere que os professores devem ser persistentes, é imprescindível a continuação do trabalho com tarefas que compreendam o estabelecimento de conexões, tarefas exigentes, mas fundamentais.

À semelhança do caso do 1.º ano, os alunos do 2.º ano também necessitaram de recorrer ao material manipulativo, a maioria dos alunos concretizou e conseguiu responder a questões que envolviam termos mais distantes, usando assim representações ativas e icónicas quando recorreram a desenhos. Na primeira tarefa, na questão que envolvia o termo de ordem 100, alguns alunos realizaram contagens de 10 em 10, outros multiplicaram por 10, outros alunos conseguiram estabelecer conexões com os números ímpares e pares associando-os respetivamente aos quadrados e aos triângulos, revelando já alguma abstração e poder de generalização, conseguindo realizar algumas generalizações construtivas distantes. Nos casos do 3.º e 4.º anos o uso de material manipulativo também esteve presente, mas não tanto como nos 1.º e 2,º anos de escolaridade. A maioria dos grupos conseguiu estabelecer relações e realizar generalizações distantes, construtivas e desconstrutivas. Tarefas envolvendo a exploração de padrões, devido à sua transversalidade, possibilitam a aquisição e compreensão de conceitos, o desenvolvimento da comunicação e do raciocínio, bem como, o estabelecimento de conexões, concedendo um raciocínio matemático que auxiliará os alunos na resolução de problemas, no desenvolvimento do pensamento abstrato e, consequentemente, contribuirá para uma melhor compreensão da Álgebra (Vale, Fão, Portela, Geraldes, Fonseca, Gigante, Lima & Pimentel, 2007; Vale, Barbosa, Fonseca, Pimentel, Borralho & Cabrita, 2008; Barbosa & Borralho, 2011).

Ao contrário dos resultados do trabalho de Vale, Barbosa, Borralho, Barbosa, Cabrita, Fonseca e Pimentel (2009), neste estudo, todos os alunos conseguiram descobrir e completar as lacunas de um padrão, no qual existiam alguns elementos em falta. Apesar deste exercício envolver a reversibilidade de pensamento e ser um procedimento complexo, os alunos conseguiram continuá-lo no sentido contrário (para a esquerda).

Para a maioria dos alunos do 1.º ano de escolaridade foi complexa a criação e reprodução de um padrão, esta complexidade esteve, também, associada a dificuldades de interpretação relativamente aos termos reproduzir e repetir. Alguns alunos consideraram a cor contudo, na reprodução do padrão ou não respeitaram as cores escolhidas ou não mantiveram a unidade de repetição. Continuando nas dificuldades sentidas pela maioria dos alunos a nível de interpretação, esta foi muito evidente na questão que lhes sugeria a identificação do grupo de repetição, houve necessidade de os ajudar na interpretação desta questão. Após o meu esclarecimento, os alunos conseguiram responder, contudo, nem todos identificaram o grupo de repetição, embora a maioria dos alunos o tenha feito oralmente, usando a linguagem natural, o registo escrito de alguns não estava em conformidade com o que tinham expressado oralmente. Nos casos do 2,º, 3.º e 4.º anos, a maioria dos alunos identificou corretamente o grupo de repetição. Como defende Vale et al (2009), é importante que os alunos experimentem práticas de aprendizagem diversas, valorizando a descoberta, a continuação, o completar e construir padrões e o trajeto em direção à explicitação de uma lei de formação. Nos registos escritos, a linguagem natural esteve presente em todos os anos de escolaridade.

Relativamente às estratégias utilizadas pelos alunos na procura de generalizações, como referido anteriormente, foram bastante diversificadas. Com este estudo confirmou-se que poucos alunos do 1.º ano conseguiram realizar generalizações construtivas distantes e as generalizações desconstrutivas não foram observadas neste caso. Estes alunos usaram principalmente a estratégia de representação e contagem, o mesmo ocorreu com alunos dos 2.º, 3.º e 4.º anos. Além desta estratégia, a estratégia aditiva também foi muito usada pelos alunos do 1.º e do 2.º anos e por alguns dos 3.º e 4.º anos de escolaridade. A estratégia do objeto inteiro foi usada por alguns alunos dos 2.º, 3.º e 4.º anos e por poucos alunos do 1.º ano, como já foi referido anteriormente, devido às idades e conhecimentos dos alunos deste estudo. Pela sua complexidade e exigência, a estratégia da decomposição dos termos não foi observada no caso do 1.º ano, foi usada por alguns alunos do 2.º ano e pela maioria dos alunos dos 3.º e 4.º nos de escolaridade. Esta estratégia conduz ao aparecimento de expressões algébricas que servem de base à generalização de uma sequência numérica quando à sequência pictórica, (Ponte Branco & Matos, 2009).

No que diz respeito ao nível de generalização, a generalização próxima foi conseguida por alguns alunos do 1.º ano e pela maioria dos alunos dos 2.º, 3.º e 4.º anos de escolaridade. A generalização distante foi observada em poucos alunos do 1.º ano, alguns do 2.º ano e pela maioria dos alunos dos 3.º e 4.º anos. Este facto deve-se, possivelmente, à idade e maturidade dos alunos, bem como, aos seus conhecimentos e capacidade de abstração. O questionamento durante a circulação pelos diferentes grupos e durante a discussão coletiva, permitiu que alguns alunos conseguissem generalizar para termos mais distantes, revelando alguma facilidade nas generalizações próximas com recurso ao material manipulativo, desenhos e ou contagens. Alguns alunos do primeiro ano conseguiram realizar generalizações construtivas próximas e poucos realizaram generalizações construtivas distantes. Como referem Ponte, Branco e Matos (2009a) os alunos de anos mais avançados revelaram maior destreza com os números e capacidade de abstração, o que lhes permite realizar generalizações mais distantes.

Em relação à construção e compreensão de ideias numéricas, com a exploração da sequência de tarefas envolvendo padrões de repetição, os alunos mostraram, explicaram e justificaram uma grande multiplicidade de ideias numéricas e estabeleceram várias conexões, dimensão mais evidente e diversificada nos 3.º e 4.º anos. Todos os alunos usaram o conceito intuitivo de razão, estabeleceram relação com os números e operações, fizeram contagens de 2 em 2, de 10 em 10 e, explicaram e justificaram raciocínios através de expressões numéricas. No caso do 2.º ano, além dos conceitos anteriormente mencionados, realizaram contagens de 3 em 3. Os casos dos 2.º, 3.º e 4.º anos também relacionaram as figuras presentes na sequência (tarefa 1) com números pares e ímpares, estabeleceram a noção de dobro e de metade. Os casos dos 3.º e 4.º anos conseguiram ainda estabelecer conexões mais complexas e formais, realizaram contagens de 5 em 5, estabeleceram conexões com os múltiplos de 2, de 3, de 5 e de 10, e usaram a divisão. De facto, uma vez mais se observa um maior aumento na descoberta e estabelecimento de relações com outros conceitos nos anos mais avançados. Os resultados do estudo vão ao encontro da perspetiva defendida por Silvestre, Faria, Sousa, Cristo, Santos, Molarinho e Veladas (2010) que mencionam que os padrões são um bom objeto de estudo e um meio de pensamento matemático, referem ainda, que os padrões fomentam o desenvolvimento do sentido do número, das operações, e posteriormente desenvolvem a capacidade de compreender relações complexas. Além destes aspetos, também, se refere a importância das tarefas exploratórias, destacando-se a conceção e seleção da tarefa, o modo de as propor, o grau do desafio e da estrutura, o desenvolvimento e condução das aprendizagens durante a sua realização na aula, o reforço das aprendizagens anteriores assim como, circunstâncias de natureza transversal, a sua reflexão final, poder de generalização e justificação matemática, ideias defendidas por Ponte (2005b) e Ponte, Pereira e Quaresma (2013).

O papel do professor é essencial na seleção das tarefas e desenvolvimento da aula. As tarefas devem exigir que os alunos pensem e estabeleçam conexões, promovendo o uso de diferentes representações matemáticas, contribuindo para o desenvolvimento de um raciocínio flexível, ideias defendidas por Menezes (2005), Stein e Smith (2009), Barbosa (2009) e Cebola (2011). Durante o decorrer das primeiras aulas foi um pouco difícil gerir todos os grupos e conseguir que os alunos expusessem e partilhassem as suas ideias com os colegas de grupo, aspetos que foram melhorando com o decorrer da sequência de tarefas. No final, de cada aula ocorreu o momento da discussão coletiva, esta foi fundamental no sentido da partilha de ideias, comunicação e partilha de estratégias, explicação de conceitos e reformulação de ideias, o saber ouvir, a sintetização das ideias principais, contudo, a sua gestão foi exigente e complexa de modo a ser matematicamente produtiva, logo, promotora de aprendizagens e do estabelecimento de conexões entre ideias e novas aprendizagens, contribuindo para um processo social, estas ideias são sustentadas por diversos autores Boavida (2005), Ponte (2005a), ME (2007), NCTM, (2007), Boavida e Menezes (2012a), Carvalho e Ponte (2012).

6.3. Limitações do estudo e Recomendações

Este estudo foi, certamente, um estudo com sucesso e promotor da realização de generalizações, estas mais evidentes nos casos dos 3.º e 4.º anos (Vale, 2009; Pimentel, 2010). Na prática, permitiu a interajuda entre os alunos do grupo e com a turma durante as discussões coletivas. Inicialmente foi difícil gerir o trabalho de grupo e o acompanhamento de todos os grupos durante a realização das tarefas. Além destes aspetos, os alunos não estavam familiarizados com esta prática de ensino, com o partilhar as suas ideias com os colegas de grupo, respeitar a sua vez, o saber ouvir, foram aspetos que foram melhorando gradualmente com a continuidade do trabalho em grupo e da realização das tarefas. Nos casos do 1.º e 2.º anos, o facto de nem todos se encontrarem ao mesmo nível de leitura e escrita gerou dificuldades ao nível da autonomia, na leitura das questões e na produção dos registos escritos, revelando-se um entrave ao avanço das tarefas.

A análise dos dados recolhidos foi exaustiva, no entanto, permitiu o meu crescimento no sentido de ser mais atenta e sensível face às representações e estratégias apresentadas pelos alunos. Neste contexto, o volume de dados recolhidos, por ser considerada uma limitação do estudo desenvolvido, uma vez que a opção foi sempre fazer uma análise profunda e situada nos dados. A dada altura percebi que não seria exequível no tempo e no espaço disponível fazer a análise de todos os dados, por isso a opção de não analisar o desempenho nas tarefas de crescimento.

Relativamente a recomendações para o ensino e aprendizagem salientaria a importância da diversificação das tarefas propostas aos alunos, caso contrário os alunos poderão pensar que todas se resolvem da mesma forma isto é, que em todas as tarefas desta natureza os procedimentos são da mesma natureza.

Do ponto de vista do desenvolvimento profissional e retomando a perspetiva de Pimentel (2010), considero ser fundamental um apoio especializado e continuado aos professores, na promoção de pesquisa e reflexão e, em especial, na partilha de ideias e experiências didáticas, gerando dinâmicas profissionais enriquecedoras e, promotoras de boas práticas letivas.

Relativamente à investigação, seria interessante a realização de estudos posteriores com o intuito de analisar os resultados de exames, testes ou desafios matemáticos, por forma a verificar se é observada a evolução das aprendizagens evidenciadas neste estudo. Seria também interessante estudar se estas aprendizagens têm ou não consequências em aprendizagens e desempenhos futuros, investigando sobretudo o impacto a médio e longo prazo da introdução do pensamento algébrico em alunos do 1.º ciclo.

Referências Bibliográficas

Alvarenga, D. & Vale, I. (2007). A exploração de problemas de padrão: um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. *Quadrante XV, N.º 1*, 27-55.

Barbosa, A. (2009). *A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico*. Tese de doutoramento em Estudos da Criança: Universidade do Minho.

Barbosa, A., Borralho, A., Barbosa, E., Cabrita, I., Vale, I., Fonseca, L. & Pimentel, T. (2011). *Padrões em Matemática - Uma proposta didática no âmbito do novo programa para o ensino básico*. Lisboa: Texto Editores.

Barbosa, E., Borralho, A. (2011). Padrões e o desenvolvimento do pensamento algébrico. In CIAEM-IACME, *XIII Conferencia Interamericana de Educação Matemática*. Brasil: Recife.

Boavida, A. M. (2005). A argumentação na aula de Matemática: Olhares sobre o trabalho do professor. In *XVI Seminário de Investigação em Educação Matemática – Actas*. *pp.13 – 43.* Lisboa: APM.

Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G. e Vale, I. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico*. DGIDC. Lisboa.

Boavida, A. & Menezes, L. (2012a). Ensinar matemática desenvolvendo as capacidades de resolver problemas, comunicar e raciocinar: contornos e desafios. In L. Santos (Ed.), *Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de ensino da Matemática* (pp. 287-295). Portalegre: SPIEM. ISSN: 2182-0023.

Boavida, A., Menezes, L. (2012b). *Grupo de discussão 2 – Desenvolver capacidades transversais.* (Disponível em: http://www.esep.pt/eiem12/index.php/grupos-de-discussao. Consultado em 28/11/2013).

Boavida, A., Oliveira, H. (2012). Editorial. *Quadrante*, Vol. XXI, N.º 2, 1-4.

Bogdan, R. & Biklen, S. K. (1994). *Investigação Qualitativa em investigação*. Porto: Porto Editora.

Borralho, A., Barbosa, E. (2009). Exploração de Padrões e o Pensamento Algébrico. In I. Vale & A. Barbosa (Org.) *Patterns-Multiple Perspectives and Contexts in*

Mathematics Education (pp. 59-68). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo – Projecto Padrões.

Branco, N. (2008). *O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico (dissertação de Mestrado).* Lisboa: DEFCUL.

Bruner, J. (1999). *Para uma teoria da educação.* Lisboa: Relógio D'Água.

Brunheira, L. (2013). Exames, metas e um “novo” programa – a trilogia do regresso ao passado. *Educação Matemática,* 122, 1.

Cabrita, I., Vieira, C., Vizinho, I., Almeida, J., Almeida, I., Nunes, M., Dias, A. (2007). *Para uma educação em matemática renovada 3/4*. Aveiro: Universidade de Aveiro.

Cabrita, I., Fonseca, L. (2012). Capacidades Transversais em Educação em Matemática. In Pinto, H., Jacinto, H., Henriques, A., Silvestre, A., Nunes, C., (pp.539 – *544). Atas do XXIII Seminário de Investigação em Educação* Matemática. Lisboa: APM.

Canavarro, A. P. (2007). O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Quadrante*, Vol. XVI, N.º 2, 81-118.

Canavarro, A. P. & Pinto, M. E. (2012). O raciocínio matemático aos seis anos: Características e funções das representações dos alunos. *Quadrante*, Vol. *XXI, N.º 2*, 51-79.

Canavarro, A. P & Santos, L. (2012). Explorar tarefas matemáticas. In L. Santos (Ed.), *Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de ensino da Matemática* (pp. 287-295). Portalegre: SPIEM. ISSN: 2182-0023.

Carmo, H. & Ferreira, M. (1998). *Metodologia da investigação: Guia para auto-aprendizagem*. Lisboa: Universidade Aberta.

Carreira, S. (2010). *Conexões no ensino da Matemática - Não basta vê-las, é preciso fazê-las!*. *Educação Matemática,* 110, 1.

Carvalho, A., Gaio, A., Ribeiro, D., Nunes, F., Veloso, G., Valério, N., Almeida, P., Mestre, R., Canário, S. (2009). *Pensamento algébrico nos primeiros anos de escolaridade – Programa de Formação Contínua em Matemática para profes-*

sores do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico. Lisboa: Escola Superior de Educação de Lisboa.

Carvalho, R., Ponte, J. P. (2012). *Práticas de Ensino com Cálculo Mental.* (Disponível em: http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7067/1/Carvalho%2c%20Ponte%20GD2-7%20EIEM%202012.pdf. Consultado em 26/07/2013).

Castro, L. B. & Ricardo, M. M. C. (1994). *O trabalho de projecto: Um manual para professores e formadores*. Queluz: Texto Editora.

Coutinho, C. (2011). *Metodologia de investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e prática*. Coimbra: Edições Almedina.

Cebola, G. (2011). Conexões matemáticas - Números e representações geométricas, *Educação Matemática*. 114, 44-46.

Fonseca, G. e Alexandrino, F. (2013). Sequências e Regularidades no 1.º ciclo – Relato de experiências, *Educação Matemática*. 121, 29-33.

Fortin, M. (1999). *O processo de investigação: Da concepção à realização*. Loures: Lusociências.

Goldin, G. (2008). Perspectives on representation in mathematical learning and problem solving. In L. English, *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 176-201). New York: Routledge.

Guerreiro, A. (2011). Desenvolvimento Curricular e Didáctica. *Conceções e práticas de comunicação matemática.* Vol.3 (pp. 25-40). Universidade Aveiro. Aveiro.

Kaput, J. (1999). Teaching and learning a new algebra. Em E. Fennema & T. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 133-155). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Leão, C. (2012). *A Exploração de padrões no desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 2.º Ciclo (dissertação de Mestrado).* Leiria: ESECS.

Luís, A., Bártolo, F., Serrazina, N. (1996). Padrões no 1.º Ciclo… para quê?. *Educação Matemática*. 40, 44-46.

Menezes, L. (2005). Desenvolvimento da comunicação matemática em professores do 1º ciclo no contexto de um projecto de investigação colaborativa. *XI Seminário de Investigação em Educação Matemática – Actas* (p. 349-364). Setúbal: APM.

Menezes, L. (2011). Matemática, Literatura & Aulas. *Educação e Matemática*. 115, 67-71.

Ministério da Educação (1990). *Programa do 1º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.

Ministério da Educação (2001). *Currículo nacional para o ensino básico. Competências essenciais*. Lisboa: ME-DEB.

Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC.

Ministério da Educação e Ciência (2012). *Provas de Aferição 1.º Ciclo – Matemática, relatório*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência, Gabinete de Avaliação Educacional (GAVE).

Ministério da Educação e da Ciência (2012). *TIMSS 2011 – Desempenho em Matemática*. Lisboa: Avaliação Internacional de Alunos (ProjAVI). (Disponível em: http://www.portugal.gov.pt/media/793501/TIMSS%202011%20MATH%204.pdf. Consultado em: 18/09/2013).

Ministério da Educação (2013), *Programa e Metas Curriculares de Matemática – Ensino Básico.* Lisboa: ME.

Morais, A. (2012). *A Exploração de Sequências e Regularidades como Suporte Para o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico (dissertação de Mestrado).* Lisboa: DEFCUL.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston: NCTM.

NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Tradução portuguesa dos "Principles and Standards for School Mathematics. Lisboa: APM.

Nobre, S., Amado, N., Ponte, J. P. (2011). Representações na Aprendizagem de Sistemas de Equações. In M. H. Martinho, R. A. T. Ferreira, I. Vale, J. P. Ponte, (eds), *Ensino e Aprendizagem da Álgebra. Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática*, (pp. 239-259). Póvoa de Varzim: EIEM.

Oliveira, H. (2009). A Álgebra no Novo Programa de Matemática do Ensino Básico, *Educação Matemática*. 105, 83-86.

Oliveira, I. & Serrazina, L. (2002). A reflexão e o professor como investigador. *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 29-42). Lisboa: APM.

Oliveira, P. (2008). O raciocínio matemático à luz de uma epistemologia. *Educação e Matemática*. *100*, 3-9.

Pato, H. (1995). *Trabalho de grupo no ensino básico. Guia prático para professores*. Lisboa: Texto Editora.

Pereira, M., Saraiva, M. (2010). A escrita simbólica de uma generalização. *Educação e Matemática*. 107, 28-35.

Pereira, J. M., Ponte, J. P. (2011). Raciocínio matemático em contexto algébrico uma análise com alunos de 9.º ano. In M. H. Martinho, R. A. T. Ferreira, I. Vale, J. P. Ponte, (eds), *Ensino e Aprendizagem da Álgebra. Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática*, (pp. 347-364). Póvoa de Varzim: EIEM.

Pimentel, T. (2010). *O conhecimento matemático e didáctico, com Incidência no pensamento algébrico, de professores do primeiro ciclo do ensino básico: que relações com um programa de formação contínua? (tese de Doutoramento).* Minho: Instituto de Estudos da Criança - Universidade do Minho.

Pimentel, T., Vale, I., Freire, F., Alvarenga, D., & Fão, A. (2010). *Matemática nos Primeiros anos – Tarefas e Desafios para a Sala de Aula*. Lisboa: Texto Editores.

Pimentel, T. (2011). Um programa de formação contínua e o desenvolvimento do pensamento algébrico de professores do 1.º ciclo do ensino básico. In M. H. Martinho, R. A. T. Ferreira, I. Vale, J. P. Ponte, (eds), *Ensino e Aprendizagem da Álgebra. Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 3-26). Póvoa de Varzim: EIEM.

Pimentel, T., Vale, I. (2012). Os padrões e o raciocínio indutivo em matemática. *Quadrante*, Vol. XXI, N.º 2, 29-50.

Pinheiro, M., Barbosa, A. (2013). O pensamento algébrico em contextos visuais. In José António Fernandes, Maria Helena Martinho, Joana Tinoco, Floriano Viseu. *Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 273-294). Lisboa: APM.

Pires, M. V. (2011). Tarefas de investigação na sala de aula de Matemática: práticas de uma professora de Matemática. *Quadrante*, Vol. XX, N.º 1, 31-53.

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da matemática do 1.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (5-28). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2005a). O interaccionismo simbólico e a pesquisa sobre a nossa própria prática. *Revista Pesquisa Qualitativa, 1*, 107-134.

Ponte, J. P. (2005b). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular*, (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema, 25*, pp. 105-132. (Disponível em: http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3007/1/06-Ponte%28BOLEMA-Estudo%20de%20caso%29.pdf. Consultado em: 2/12/2013).

Ponte, J. P., Branco, N., & Matos, A. (2008). O simbolismo e o desenvolvimento do pensamento algébrico. *Educação e Matemática, 100*, 89-96.

Ponte, J. P., Branco, N. & Matos, A. (2009a). *Álgebra no Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Direção Geral da Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC).

Ponte, J. P., Branco, N. & Matos, A. (2009b). *Sequências e funções*. Lisboa: Ministério da Educação, Direção Geral da Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC).

Ponte, J.P. & Sousa, H. (2010). Uma oportunidade de mudança na Matemática do Ensino Básico. In GTI (Org.). *O professor e o Programa de Matemática do Ensino Básico*, (pp. 11-41). Lisboa: APM.

Ponte, J.P., Branco, N. (2011). A álgebra na formação inicial de professores dos primeiros anos: Uma experiência de formação. *Desenvolvimento Curricular e Didáctica – Indagatio Didactica*. Vol. 3(1), 59-79. Aveiro: Universidade de Aveiro.

Ponte, J. P., Velez, I. (2011a). As representações matemáticas nas concepções dos professores do 1.º ciclo do ensino básico: um estudo exploratório. In M. H. Martinho, R. A. T. Ferreira, I. Vale, J. P. Ponte, (eds), *Ensino e Aprendizagem da Álgebra. Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 177-194). Lisboa: EIEM.

Ponte, J. P., Velez, I. (2011b). Representações em tarefas algébricas no 1.º ciclo. *Educação Matemática*. 113, 11-16.

Ponte, J. P., Velez, I. (2011c). Representações em tarefas algébricas no 2.º ano de escolaridade. *Boletim GEPEM.* (Disponível em: *http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/*6559/1/*11-Ponte-Velez%20Boletim_Gepem_2011.pdf*. Consultado em: 2/12/2013).

Ponte, J. P., Velez, I. (2012). Representações e raciocínio de alunos do 3.º ano de escolaridade na resolução de problemas. In H. Pinto, H. Jacinto, A. Henriques, A. Silvestre, C. Nunes, (eds), *Atas do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 663-676). Lisboa: APM.

Ponte, J. P., Pereira, J. M. & Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante, Vol. XXII, N.º 2*, 55-82.

Ribeiro, C. (2006). *Aprendizagem cooperativa na sala de aula: uma estratégia para a aquisição de algumas competências cognitivas e atitudinais definidas pelo Ministério da Educação – Um estudo com alunos do 9ºano*. Dissertação de Mestrado em Biologia e Geologia para o Ensino. Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro. (Disponível em: *https://repositorio.utad.pt/bitstream/10348/35/1/msc_cmcribeiro.pdf*. Consultado em 3/01/2014).

Rocha, I. (2010). As conexões nas provas de aferição do 1.º e 2.º ciclos do ensino básico, *Educação Matemática*. 110, 95-100.

Rodrigues, M. (2009). As Capacidades Transversais no Novo Programa do Ensino Básico – Desafios da sua integração. *Educação Matemática*. 105, 38-40.

Santos, L., Canavarro, A. (2013). Matemática para todos, Matemática com todos. Do acreditar ao querer: A interpelação de Paulo Abrantes. *Educação Matemática*. 124, 3-7.

Silvestre, A. I., Faria, A., Sousa, H., Cristo, I., Santos, I., Molarinho, M. & Veladas, M. (2010). Sequências pictóricas: Estratégias de generalização dos alunos do 2.º, 3.º e 5.º anos. In GTI (Org.). *O professor e o Programa de Matemática do Ensino Básico*, (pp. 91-122). Lisboa: APM.

Sousa, H. (2013). *Projeto Testes Intermédios 1.º Ciclo do Ensino Básico, Relatório 2013*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência, Instituto de Avaliação Educativa, I.P. (IAVE).

Stein, M. & Smith, M. (2009). Tarefas Matemáticas como quadro para a reflexão. Da investigação à prática. *Educação e Matemática,* 105, 22–28.

Tavares, D., Gonçalves, F., Menino, H. & Cadima, R. (2011). *Projeto Desafios Matemática*. Lisboa: Santillana.

Vale, I. & Pimentel, T. (2005). Padrões: Um tema transversal do currículo. *Educação e Matemática,* 85, 14–20.

Vale, I, Fão, A., Portela, F., Geraldes, F., Fonseca, L., Gigante, M., Lima, S. e Pimentel, T. (2007). *Matemática no 1.º Ciclo: Propostas para a sala de aula*. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.

Vale, I., Barbosa, A., Fonseca, L., Pimentel, T., Borralho, A., & Cabrita, I. (2008). *Padrões no currículo de Matemática: presente e futuro*. In R. González, B. Alfonso, M. Machín, L. Nieto (Org.), Investigación en Educación (pp.477-493). Badajoz: SEIEM, SPCE, APM.

Vale, I. (2009). Das tarefas com padrões visuais à generalização. XX SIEM. In J. Fernandes, H. Martinho, F. Viseu (Org.). *Actas do Seminário de Investigação Matemática* (pp. 35-63). Viana do Castelo: APM.

Vale, I., Barbosa, A., Borralho, A., Barbosa, E., Cabrita, I., Fonseca, L. & Pimentel, T. (2009). *Padrões no Ensino e Aprendizagem da Matemática – Propostas Curriculares para o Ensino Básico.* Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo – Projecto Padrões.

Vale, I. & Pimentel, T. (2010). Padrões e conexões matemáticas no ensino básico. *Educação e Matemática*, 110, 33-38.

Vale, I., Barbosa, A., Borralho, A., Barbosa, E., Cabrita, I., Fonseca, L. & Pimentel, T. (2011). *Padrões em Matemática – Uma Proposta Didática no Âmbito do Novo Programa para o Ensino Básico.* Lisboa: Texto Editores.

Vale, I. (2012). As tarefas de padrões na aula de matemática: Um desafio para professores e alunos. *Interacções*, vol. 8, *N.º* 20, 181-207. (Disponível em: *http://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/view/493.* Consultado em 3/01/2014).

Valério, N. (2005). Papel das representações na construção da compreensão matemática dos alunos do 1º ano. *Quadrante, Vol. XIV, N.º* 1, 37-66.

Yin, R. (2010). *Estudo de Caso. Planejamento e Métodos*. Porto Alegre: Bookman.

Anexos

Lista de Anexos

Anexo 1 – Pedido de autorização à Direção do Agrupamento de Escolas ………………………… p.120

Anexo 2 – Pedido de autorização aos Encarregados de Educação ………………………………… p.121

Anexo 3 – Guião de Diário de Bordo ……………………………………………………………… p.122

Anexo 4 – Planificação da Sequência de tarefas ……………………………………………………… p.123

Anexo 5 – Tarefa 1 – Padrão de repetição com quadrados e triângulos …………………………… p.126

.**Anexo 6** – Tarefa 2 – Padrão de repetição com quadrados, triângulos e círculos ………………... p.127

Anexo 7 – Tarefa 3 – Padrão de repetição com quadrados e círculos ……………………………… p.128

Anexo 8 – Tarefa 4 – Padrão de crescimento com pintainhos ……………………………...….. p.129

Anexo 9 – Tarefa 5 – Padrão de crescimento com quadrados ……………………………………… p.130

Anexo 10 – Tarefa 6 – Padrão de crescimento com triângulos ……………………………………… p.131

Anexo 11 – Caso do 1.º ano – Registos dos alunos nas tarefas de repetição …………………….. p.132

Anexo 12 – Caso do 2.º ano – Registos dos alunos nas tarefas de repetição …………………….. p.134

Anexo 13 – Caso do 3.º ano – Registos dos alunos nas tarefas de repetição …………………….. p.136

Anexo 14 – Caso do 4.º ano – Registos dos alunos nas tarefas de repetição …………………….. p.138

Anexo 15 – Tarefa 1 – Padrão de repetição (Quadrado triângulo …) – Registos obtidos nos 4 casos ……………………………………….…………………………………………… p.141

Anexo 16 – Tarefa 2 – Padrão de repetição (Quadrado triângulo círculo…) – Registos obtidos nos 4 casos …………………………………..………………………………………… p.144

Anexo 17 – Tarefa 3 – Padrão de repetição (Quadrado quadrado círculo…) – Registos obtidos nos 4 casos ………………………………………………………………………………… p.146

Anexo 18 – Diário de Bordo 1 da Tarefa 1 – Caso do 1.º ano de escolaridade (DB1 T1 C1) ……. p.148

Anexo 19 – Diário de Bordo 2 da Tarefa 2 – Caso 1.º ano de escolaridade (DB2 T2 C1) ……….. p.152

Anexo 20 – Diário de Bordo 3 da Tarefa 3 – Caso 1.º ano de escolaridade (DB3 T3 C1) ……….. p.157

Anexo 21 – Diário de Bordo 4 da Tarefa 1 – Caso 2.º ano de escolaridade (DB4 T1 C2) ……….. p.161

Anexo 22 – Diário de Bordo 5 da Tarefa 2 – Caso 2.º ano de escolaridade (DB5 T2 C2) ……….. p.165

Anexo 23 – Diário de Bordo 6 da Tarefa 3 – Caso 2.º ano de escolaridade (DB6 T3 C2) ……….. p.170

Anexo 24 – Diário de Bordo 7 da Tarefa 1 – Caso 3.º ano de escolaridade (DB7 T1 C3) ……….. p.175

Anexo 25 – Diário de Bordo 8 da Tarefa 2 – Caso 3.º ano de escolaridade (DB8 T2 C3) ……….. p.179

Anexo 26 – Diário de Bordo 9 da Tarefa 3 – Caso 3.º ano de escolaridade (DB9 T3 C3) ……….. p.184

Anexo 27 – Diário de Bordo 10 da Tarefa 1 – Caso 4.º ano de escolaridade (DB10 T1 C4) …….. p.188

Anexo 28 – Diário de Bordo 11 da Tarefa 2 – Caso 4.º ano de escolaridade (DB11 T2 C4) …….. p.191

Anexo 29 – Diário de Bordo 12 da Tarefa 3 – Caso 4.º ano de escolaridade (DB12 T3 C4) …….. p.196

Anexo 30 – Categorias da análise de dados ………………………………………………………….. p.201

Anexo 1 – Pedido de autorização à Direção do Agrupamento de Escolas

Exmo. Sr. Diretor do

Agrupamento de Escolas da Guia

Eu, Mónica Raquel Silva Ramos Alexandre, professora do 1.º Ciclo do Ensino Básico, a frequentar o Mestrado em Ensino da Matemática no Pré-Escolar e 1.º Ciclo, na Escola Superior de Educação e Ciências Sociais - IPL, venho, por este meio, solicitar a sua autorização para desenvolver, com as turmas dos 1.º, 2.º, 3.º e 4.º anos de escolaridade, uma investigação de ensino e aprendizagem relacionada com "o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do 1.º ciclo do ensino básico".

Com este estudo pretendo investigar o impacto da implementação de sequências de tarefas, focadas em padrões de repetição e padrões de crescimento no desenvolvimento do pensamento algébrico.

O projeto considera uma investigação individual que estou a desenvolver no âmbito do Mestrado e culminará com a minha Dissertação de Mestrado.

Comprometo-me a solicitar autorização aos Encarregados de Educação para que os seus educandos participem no estudo e, quer no processo de recolha de dados quer no relatório da investigação, garanto o anonimato relativamente à identidade dos alunos e da escola.

Estou disponível para complementar toda a informação que julgue oportuna.

Agradeço a sua colaboração, subscrevo-me com os melhores cumprimentos.

Guia, 30 de outubro de 2013.

Pede deferimento.

____

(Mónica Raquel Silva Ramos Alexandre)

Anexo 2 – Pedido de autorização aos Encarregados de Educação

Exmo. (a) Sr. (a) Encarregado(a) de Educação:

Eu, Mónica Raquel Silva Ramos Alexandre, professora do 1.º Ciclo do Ensino Básico, a frequentar o Mestrado em Ensino da Matemática no Pré-Escolar e 1.º Ciclo, da Escola Superior de Educação e Ciências Sociais - IPL, encontro-me a desenvolver um projeto de ensino e aprendizagem relacionado com o" desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do 1.º ciclo do ensino básico".

Com este projeto pretendo investigar o impacto da implementação de uma sequência de tarefas, focada em padrões de repetição e padrões de crescimento no desenvolvimento do pensamento algébrico.

Para a realização deste estudo, é necessário a recolha de dados sobre o trabalho dos alunos durante as aulas, que decorrerão durante o 2º período.

A recolha de dados basear-se-á na observação das aulas (das quais registarei, fotograficamente, e em áudio, alguns momentos), e nas tarefas realizadas pelos alunos.

Face ao exposto, solicito autorização para proceder à recolha de dados junto do(a) seu(sua) educando(a) comprometendo-me, a garantir o anonimato dos alunos e a confidencialidade dos dados obtidos. Este estudo não irá interferir no cumprimento do programa estabelecido para o 1.º ciclo do ensino básico.

Agradecendo desde já a atenção dispensada, apresento os meus melhores cumprimentos.

Ilha, 21 de novembro de 2013.

A professora,

____

(Mónica Raquel Silva Ramos Alexandre)

____, encarregado de educação do(a) aluno(a) ______________________________________, matriculado(a) na Escola Básica de Ilha, no ____ .º ano de escolaridade, autorizo que o meu (minha) educando(a) participe na recolha de dados dirigida pela professora Mónica Raquel Silva Ramos Alexandre, para fins de investigação em educação, no âmbito da sua Dissertação de Mestrado.

__________, ____ de _____________ de ______.

Assinatura: ________________________________

Anexo 3 – Guião de Diário de Bordo

Data:	Tempo previsto:	Tempo gasto:
Tarefa:		

Antes da aula
Expetativas da professora

Durante a aula
Introdução da tarefa
Instruções / Reações dos alunos
Desenvolvimento da tarefa
Atitudes da professora/ Questões colocadas *Questões colocadas pelos alunos* *Dificuldades e comentários dos alunos* *Atitudes dos alunos durante a tarefa / Estratégias utilizadas* *Dificuldades da professora*

Discussão geral
Intervenções dos alunos/ Gestão da professora *Principais conclusões/ Descobertas* *Episódios marcantes/ Aspetos a destacar*

Após a aula
Aspetos positivos/ Aspetos bem conseguidos *Aspetos a melhorar (nas tarefas, na prática da professora)* *Papel da professora/ investigadora* *Reflexos na investigação/ Reflexão após a sessão*

Diário de bordo adaptado de Branco, N. (2008) e de Morais, A. (2012)

Anexo 4 – Planificação da Sequência de tarefas

Sequência de Tarefas – 1.º Ciclo do Ensino Básico

Números e operações – 1.º, 2.º, 3.º e 4.º ano

Tema: Álgebra (iniciação ao pensamento algébrico)	**Propósito Principal de Ensino**	• Desenvolver nos alunos o pensamento algébrico, bem como a sua capacidade de representar simbolicamente situações matemáticas e não matemáticas e de resolver problemas em contextos diversos. • Desenvolver o pensamento algébrico, investigando sequências geométricas e numéricas e padrões geométricos e figurativos.
	Objetivos Gerais	• Determinar os termos de uma sequência a partir da sua lei de formação e uma lei de formação pelo estudo da relação entre os termos, através da exploração de padrões. • Desenvolver a capacidade de identificar relações e de usar a linguagem simbólica para as descrever. • Elaborar sequências de números segundo uma dada lei de formação e investigar regularidades. • Ser capaz de explorar, investigar sequências e regularidades. • Compreender a noção de proporcionalidade direta e usar o raciocínio proporcional.
Capacidades Transversais	**Raciocínio matemático**	• Raciocinar matematicamente, formulando e testando conjeturas, explicando processos e ideias e justificando resultados • Ser capaz de raciocinar matematicamente recorrendo a representações simbólicas. • Ser capaz de construir cadeias argumentativas.
	Comunicação matemática	• Comunicar oralmente e por escrito, recorrendo à linguagem natural e à linguagem matemática, interpretando, expressando e discutindo resultados, processos e ideias matemáticos. • Ser capaz de comunicar matematicamente em contextos numéricos. • Ser capaz de expressar as suas ideias, de interpretar e compreender as ideias que lhe são apresentadas. • Participar de forma construtiva em discussões sobre ideias, processos e resultados matemáticos.
	Resolução de problemas	• Resolver problemas em contextos matemáticos e não matemáticos, adaptando, concebendo e pondo em prática estratégias variadas e avaliando resultados. • Ser capaz de resolver problemas. • Ser capaz de formular e resolver problemas.
Conexões		• Observar padrões e representá-los quer geométrica quer numericamente, estabelecendo conexões entre a geometria e a aritmética. • Ser capaz de estabelecer conexões entre diferentes conceitos e relações matemáticas. • Identificar e usar conexões entre ideias matemáticas.

Planificação das tarefas com padrões de repetição

<table>
<tr><th>Tarefas</th><th>Tipo de sequência</th><th>Tópicos e Subtópicos</th><th>Objetivos Específicos</th><th>Estratégias utilizadas</th><th>Natureza das tarefas</th><th>Forma de Trabalho</th><th>Duração</th><th>Formas de avaliação</th></tr>
<tr><td>Tarefa 1 – Sequência com quadrados e triângulos</td><td rowspan="3">Sequências de repetição</td><td rowspan="3">Regularidades
• Sequências

Números naturais
• Relações numéricas

• Múltiplos e divisores (3.º e 4.º ano)</td><td rowspan="2">• Desenvolver o conhecimento dos alunos sobre sequências: descrever, continuar, e analisar sequências;
• Investigar regularidades, explorando a relação das figuras com a sua posição na sequência;
• Identificar o grupo de repetição numa sequência;
•Relacionar o elemento da sequência repetitiva com a sua ordem e generalizar essas relações;
• Explorar as relações entre a ordem de uma figura na sequência e o número de objetos que a constitui;
• Identificar o método de generalização para determinar elementos da sequência que não estão representados;
• Estabelecer relações numéricas- números pares, ímpares, múltiplos;
• Estabelecer generalizações e apresentá-las oralmente e/ou por escrito.</td><td rowspan="3">• Apresentação oral da tarefa;
• Representação da sequência no quadro;
• Distribuição da tarefa escrita (sequência e questionamento);
• Distribuição de materiais manipuláveis;
• Realização da tarefa a trabalho de pares: Tarefas 1 e 2 e 3;
• Apresentação, reflexão e discussão, em grande grupo, dos processos e dos resultados obtidos.</td><td rowspan="3">Tarefas de caráter exploratório</td><td>Trabalho de pares</td><td>120 min (1.º e 2.º ano)
90 min (3.º e 4.º ano)</td><td rowspan="3">• Observação do desempenho do aluno no trabalho desenvolvido na sala de aula:

-registos escritos;

-participação oral.

• Interações durante a apresentação do trabalho desenvolvido pelos alunos.</td></tr>
<tr><td>Tarefa 2 – Sequência com quadrados, triângulos e círculos</td><td>Trabalho de pares</td><td>90 min (1.º e 2.º ano)
60 min (3.º e 4.º ano)</td></tr>
<tr><td>Tarefa 3 – Sequência com quadrados e círculos; formação de um padrão com círculos</td><td>• Criar sequências pictóricas repetitivas;
• Incentivar a continuação de sequências para a esquerda;
• Estabelecer relações numéricas- números pares, ímpares, múltiplos;
• Identificar o método de generalização para determinar elementos da sequência que não estão representados;
• Identificar e justificar a regra de formação da sequência.
• Estabelecer generalizações e apresentá-las oralmente e/ou por escrito.</td><td>Trabalho de pares</td><td>90 min (1.º e 2.º ano)
60 min (3.º e 4.º ano)</td></tr>
</table>

Planificação das tarefas com padrões de crescimento

Tarefas	Tipo de sequência	Tópicos e Subtópicos	Objetivos Específicos	Estratégias utilizadas	Natureza das tarefas	Forma de Trabalho	Duração	Formas de avaliação
Tarefa 4 – Sequência com pintainhos	Sequências de crescimento	**Regularidades** • Sequências **Números naturais** • Relações numéricas • Múltiplos e divisores (3.º e 4.º ano)	• Investigar regularidades, explorando a relação das figuras com a sua posição na sequência; • Explorar as relações entre a ordem de uma figura na sequência e o número de objetos que a constitui; • Estabelecer relações numéricas- números pares, ímpares, múltiplos; • Identificar o método de generalização para determinar elementos da sequência que não estão representados; • Representar, analisar, descrever e generalizar padrões através de palavras, desenhos, tabelas e/ou expressões simbólicas; • Identificar e justificar a regra de formação da sequência; • Estabelecer generalizações e apresentá-las oralmente e/ou por escrito.	• Apresentação oral da tarefa; • Representação das figuras no quadro; • Distribuição da tarefa escrita (sequência e questionamento); • Distribuição de materiais manipuláveis; • Realização das tarefas a pares; • Apresentação, reflexão e discussão, em grande grupo, dos processos e dos resultados obtidos.	Tarefas de caráter exploratório	Trabalho de pares	**60 min**	• Observação do desempenho do aluno no trabalho desenvolvido na sala de aula: -registos escritos; -participação oral. • Interações durante a apresentação do trabalho desenvolvido pelos alunos.
Tarefa 5 – Sequência com quadrados						Trabalho de pares	**120 min** (1.º e 2.º ano) **90 min** (3.º e 4.º ano)	
Tarefa 6 – Sequência com triângulos						Trabalho de pares	**120 min** (1.º e 2.º ano) **90 min** (3.º e 4.º ano)	

Anexo 5 – Tarefa 1 – Padrão de repetição com quadrados e triângulos

□ △ □ △ □ △ □ △ □ △ ...

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 …

Figura 1

1 – Podemos considerar que existe um padrão? ____________________________________

Como é que pensaste? ____

____

2 – Qual é o grupo que se repete? ____

3 – Qual a figura que está por cima do 6? ____

4 – Qual a figura que está por cima do 9? ____

5 – Qual é a próxima figura? E o próximo número? __________________________________

6 – Qual a figura que irá estar por cima do 20? ____________________________________

Porquê?____

____

7 – Conseguem pensar noutros números que também tenham triângulos por cima? _______

Quais são esses números? ____

8 – Qual será a figura que está por cima do 31? ____________________________________

Porquê?____

9 – Consegues pensar noutros números que também tenham quadrados por cima? ______

Quais são esses números? ____

10 – Qual a figura que pensam que estará por cima do 100? __________________________

Porquê? ____

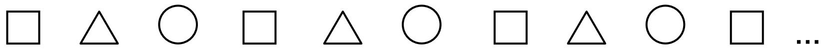
11 – Nas primeiras vinte figuras, quantos triângulos há? ______________________________

Porquê? ____

12 – Nas primeiras cem figuras, quantos quadrados há? ______________________________

Porquê? ____

Anexo 6 – Tarefa 2 – Padrão de repetição com quadrados, triângulos e círculos



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 …

Figura 2

1 – Qual o padrão que vês? ____

2 – Por quantas figuras é composto o grupo que se repete? ________________________

Quais são? ____

3 – Quais são os números que estão por baixo dos primeiros quatro quadrados?

____

4 – Qual é o número que pensas que estará por baixo do próximo quadrado? ____________

5 – Qual é a figura que está por cima do 3? _____________________________________

6 – Se continuares o padrão até à 15ª figura, quais os números que estarão por baixo dos círculos? ____

Que números são estes? ____

7 – Qual será a 20.ª figura? _____________________________________

Como pensaram? ____

8 – Em 20 figuras quantos quadrados há? ___________________________

Como pensaram? ____

E quantos triângulos? ______________________________________

Como pensaram? ____

E quantos círculos? ____

Como pensaram? ____

9 – Em 30 figuras quantos círculos há? _______________________________________

Como pensaram? ____

Anexo 7 – Tarefa 3 – Padrões de repetição com quadrados e círculos

1 – Observa e completa a sequência.

___ ___ ___ □ □ ○ □ ___ ○ □ □ ___

Figura 3

2 – Para continuar a sequência de que figuras vamos precisar em maior quantidade?

____

Porquê? ____

3 – Qual o grupo que se repete? ____

4 – Em que posições surgem os círculos? _______________________________________

5 – Se a sequência continuar para a direita, qual será o 18.º termo? ____________________

6 – Em 20 figuras, quantos quadrados há? ______________________________________

Porquê? ____

7 – Qual o termo de ordem 30? ____

Explica. ____

8 – E o de ordem 65? ____

Como descobriste? ____

9 – Cria o teu padrão pintando 11 círculos.

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

Agora, reproduz esse padrão.

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

Anexo 8 – Tarefa 4 – Padrões de crescimento com pintainhos

Observa a figura seguinte.

Fig.1

Fig. 2

Fig. 3

1 – Como será a figura seguinte? Desenha-a.

2 – Quantos pintainhos estarão na quinta figura? ______________________________

E na décima? ____

Explica como pensaste. ____

____

____

3 – Explica, por palavras tuas, de quantos pintainhos precisas para desenhar uma figura de qualquer ordem na sequência. ____

____

____

____

Anexo 9 – Tarefa 5 – Padrões de crescimento com quadrados

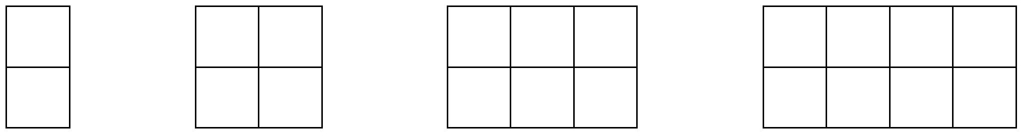


Fig.1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4

1 – O que observas nestas figuras? O que têm de igual? E de diferente?

____

____

2 – Como vão crescendo estas figuras? ____________________________________

3 – A figura seguinte vai ter quantas linhas de quadrados? ________________________

E colunas? ____

Porque achas isso? ____

4 – Quantos quadrados dos mais pequenos terá essa mesma figura? Como é que sabes?

____

____

5 – Qual será o número da figura que vai ter 6 colunas? _________________________

6 – A figura que vai ter 6 colunas, quantos quadrados dos mais pequenos terá? __________

Porquê? ____

7 – Pode haver alguma figura que tenha 7 quadrados dos mais pequenos? _____________

Porquê? ____

8 – Explica, por palavras tuas, de quantos quadrados pequenos precisas para desenhar uma figura de qualquer ordem na sequência. ____

____

____

Anexo 10 – Tarefa 6 – Padrões de crescimento com triângulos

Observa as figuras seguintes.

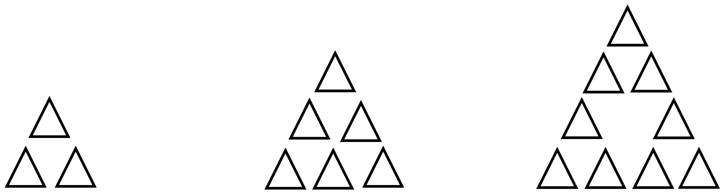


Fig.1 Fig. 2 Fig. 3

1 – Desenha as figuras 4 e 5.

2 – Completa a tabela.

N.º da figura	N.º de triângulos
1	
2	
3	
4	
5	

3 – Sem desenhar, consegues dizer quantos triângulos tem a figura 6? ________________

E a figura 7? ______________________________

4 – Quantos triângulos estarão na figura 10? ____

Explica como pensaste. ____

____

5 – Haverá uma figura com 34 triângulos? ____

Porquê? ____

6 – Explica, por palavras tuas, de quantos triângulos precisas para desenhar uma figura de qualquer ordem na sequência. ____

____

Anexo 11 – Caso do 1.º ano – Registos dos alunos nas tarefas de repetição

Tarefa 1

Questões	Grupo	Respostas
1 – Podemos considerar que existe um padrão? Como é que pensaste?	1,3,4, 6,9	Sim. □△□△□△□△□△□△ □△ □△ □
	2,7	□ □ □ □ □ Sim.
	5	Sim.
	8	Sim. …
2 – Qual é o grupo que se repete?	1	
	2,3	
	4,5,6	
	7	
	8	…
	9	△
3 – Qual a figura que está por cima do 6?	1,2,3, 4,5,6, 7,8,9	
4 – Qual a figura que está por cima do 9?	1,2,3, 4,5,6, 7,8,9	□
5 – Qual é a próxima figura? E o próximo número?		Esta questão suscitou dúvidas, alguns alunos não sabiam o significado de próxima figura.
	1,2,3, 4,5,6, 7,8,9	□ 11
6 – Qual a figura que irá estar por cima do 20? Porquê?	1	Com 10 figuras construíram a sequência, pensaram 10 + 10 dá 20
	2,3,5, 6,7,8, 9	Após a construção do padrão até ao termo de ordem 20, utilizando os quadrados e triângulos, explicaram oralmente que tinham um triângulo por cima do 20.
	4	□ □ porque é
7 – Conseguem pensar noutros números que também tenham triângulos por cima? Quais são esses números?	1,2,3, 4,5,6, 7,8,9	Construíram a sequência com o material manipulativo e responderam. Para alguns alunos, seria difícil de responderem sem o material. Contaram de 2 em 2. Identificaram como os números que contavam de 2 em 2 (desconhecem o termo pares)
8 – Qual será a figura que está por cima do 31? Porquê?	1	É juntar 21, 30 é triângulo, 31 é a seguir é quadrado.
	2,3,4, 5,6,8, 9	Construíram a sequência até ao termo de ordem 30, com o material manipulativo responderam que o próximo seria o 31 com um quadrado em cima. Sem o material seria difícil de responderem. Identificaram como que obtinham de 3 em 3, até que verificaram que também era de 2 em 2. (desconhecem o termo ímpares)
	7	Reproduzem a sequência com o material e refere: o 10 é triângulo, o 20 é triângulo, o 30 é triângulo, o 31 é quadrado. (apontando para a sequência)

Tarefa 2

Questões	Grupo	Respostas
1 – Qual o padrão que vês?	1,6	□△○□△○□△○□△○□△○
	2,3,4, 9	□△○□△○□△○□
	5	□△○
	8	□△○□△○□△○□ …
		Identificaram o padrão pela repetição das figuras □△○
2 – Por quantas figuras é composta o grupo que se repete? Quais são?	1,2,3, 4,5,6, 8	3
	9	□△○
	1,2,4, 5,8,9	□△○
	3	□△○□△○□△○□
	6	△○
		Oralmente identificaram as três figuras como sendo a unidade de repetição contudo, por escrito registaram outras respostas.
3 – Quais são os números que estão por baixo dos primeiros quatro quadrados?	1,2,3, 4,5,6, 7,8,9	1 - 4 - 7 - 10
4 – Qual é o número que pensas que estará por baixo do próximo quadrado?	1,2,4, 5,6,8	13
	3,9	14
5 – Qual é a figura que está por cima do 3?	12,3, 4,5,6, 8,9	○
6 – Se continuares o padrão até à 15ª figura, quais os números que estarão por baixo dos círculos? Que números são estes?	12,3, 4,5,6, 8,9	3 - 6 - 9 - 12 - 15
		Todos os alunos referiram que obtinham estes números a contar de 3 em 3.

Tarefa 3

Questões	Grupo	Respostas
1 – Observa e completa a sequência. □□ _ _ _ ○ □ _ ○ □□ _	1,2,3, 4,5,6, 8,9	□□○□□○□□○□□○
2 – Para continuar a sequência de que figuras vamos precisar em maior quantidade? Porquê?	1,2,3, 4,5,6, 8,9	□
	1	□□○□□○□□○□□○
	2	Repetem 2 vezes
	3	São 2 e 1 ○
	4	8 é + vezes
	5,6,8	são + ; Os são +; é +
	9	□□○□□○
3 – Qual o grupo que se repete?	1,2,4, 6,8	□□○
	3,9	□□○□□○□□○□□○
	5	□□
4 – Em que posições surgem os círculos?	1,2,3, 4,6,8, 9	3 - 6 - 9 - 12
	5	□□○□□○□□○□□○
5 – Se a sequência continuar para a direita, qual será o 18.º termo?	1,2,3, 4,5,6, 8,9	○
6 – Em 20 figuras, quantos quadrados há? Porquê?	1,2,3, 4,5,6, 8,9	14
	3	+ 1 + 20 (oralmente explicaram que foram contando sempre mais 1 quadrado até chegarem à figura 20 e deu 14 quadrados)
	5	□□○□□○□□○□□○ □□○□□○□□
		Todos os grupos construiram a sequência até ao termo de ordem 20, alguns alunos contaram os quadrados de 1 em 1 outros alunos contaram de 2 em 2.
	9	□□○ (Foram construindo o padrão a repetir sempre □□○)
		Todos os grupos construiram a sequência até ao termo de ordem 20, alguns alunos contaram os quadrados de 1 em 1 outros alunos contaram de 2 em 2.
7 – Qual o termo de ordem 30? Explica.	1,2,3, 4,5,6, 8	○
	9	□. □□○ (é □□○ e o 30 é quadrado porque voltaram reproduziram a sequência a partir do 20)

9 – Consegues pensar noutros números que também tenham quadrados por cima? Quais são esses números?	1,2,3, 4,5,6, 7,8,9	Observaram a sequência construída com o material e contaram de 2 em 2. Ao contar iniciando no 1, contaram mais lentamente. Para alguns alunos, sem o material seria difícil responderem.	7 – Qual será a 20.ª figura? Como pensaram?	1,4	△ a fazer o padrão.			Os grupos reproduziram a sequência com o material manipulativo e observaram o círculo no termo de ordem 30.
				2	△ 10 + 10 = 20 Fizeram o padrão contudo argumentaram de forma inválida.			
				3,6,8	□ 10 + 10 = 20			
				5	□ 10 é □ + 10 = 20	8 – E o de ordem 65? Como descobriste?	1,6	Não conseguiram responder, refletiam algum cansaço.
				9	□ contar de 10 em 10 e deo 20		2,3,4, 5,8,9	Os alunos utilizaram o material e representaram a sequência até ao 30, voltaram ao início da sequência e continuaram a contagem até ao 60, voltaram novamente ao início e contaram mais 5 e obtiveram o quadrado no 65 (explicaram oralmente conforme eu ia percorrendo os diferentes grupos).
			8 – Em 20 figuras quantos quadrados há? Como pensaram? E quantos triângulos? Como pensaram? E quantos círculos? Como pensaram?	1,2,4, 5,9	7 - 7 - 6 Contaram pelo padrão que reproduziram utilizando o material manipulativo.			
Questão 10 – Qual a figura que pensam que estará por cima do 100? Porquê?	4,6,8	Três grupos (8, 6, 4) conseguiram responder e, em discussão coletiva, explicaram à turma. Contando de 10 em 10 até ao 100, onde obtinham um triângulo.		3,8	7 - 8 - 7 Contaram pelo padrão que reproduziram utilizando o material manipulativo no entanto, cometeram erro na contagem.			
	1,2,5, 7	Não conseguiram responder mas compreenderam a explicação dos colegas.		6	7 - 7 - 7 Contaram pelo padrão que reproduziram contudo, cometeram erro na contagem.	9 – Cria o teu padrão pintando 11 círculos. ○○○○○○○ ○○○○	1	○○○○ ○ ○○○ ○○○ ABCD ABCD ABC
	3,9	Não conseguiram responder e não compreenderam a explicação dos colegas.		4	10 - 10 - 10 Após reprodução do padrão afirmaram que tinham 10 de cada figura, distração		2,4,5	AAB AAB AAB AA
							3,6,8	AB AB AB AB AB A
11 – Nas primeiras vinte figuras, quantos triângulos há? Porquê?	1,2,3, 4,5,6, 7,8,9	Concretizaram, após a construção da sequência até ao termo de ordem 20, contaram 10 triângulos e 10 quadrados. Alguns alunos conseguem observar que em 10 figuras têm 5 triângulos e 5 quadrados, em 20 já contaram pela sequência representada, não conseguiram abstrair-se.					9	AAAA BB CCCC D
			9 – Em 30 figuras quantos círculos há? Como pensaram?	1,2,3, 4,5,6, 8,9	10 Reproduziram o padrão e realizaram a contagem de cada figura.	Agora, reproduz esse padrão. ○○○○○○○ ○○○○○○○ ○○○○○○	1	○○○○ ○ ○○○○○ ○○○○○ ○○○○○ ABCD ABCD AB ABCD ABCD AB
12 – Nas primeiras cem figuras, quantos quadrados há? Porquê?	1,2,3, 4,5,6, 7,8,9	Os alunos não conseguiram responder, alegando ser um número muito grande, revelaram também algum cansaço.					2,4,5	AAB AAB AAB A AAB AAB AAB A
					1 aluno argumentou que 10 + 10 + 10 é 30, que são 10 quadrados, 10 triângulos e 10 círculos.		3,6,8	AB AB AB AB AB AB AB AB AB AB
					Em discussão coletiva 2 alunos argumentaram que 10+10+10 era 30, tinham 10 figuras de cada.		9	AA E F B A E G H I BB II BB II BB

Anexo 12 – Caso do 2.º ano – Registos dos alunos nas tarefas de repetição

Tarefa 1

Questões	Grupo	Respostas
1 – Podemos considerar que existe um padrão? Como é que pensaste?	1	Sim. Pensei que se vai quadra e triangulo porisso tem que ser um padrão.
	2	Sim. Nos pensamos que os □ e os se repete.
	3	□ □ □ □ □ Sim.
	4	Sim. Está sempre a repetir
	5	Sim. Eu pensei a ver pelo padrão de cima.
	6	Sim. …
	7	Sim. Pensei assim. Como o quadrado e o triângulo estavam repetidos.
2 – Qual é o grupo que se repete?	1	Quadrado e triângulo
	2,4,6	
	3	
	5	
	7	O grupo que se repete é o de cima.
3 – Qual a figura que está por cima do 6?	2,3,4,5	
	1,6,7	Triângulo
4 – Qual a figura que está por cima do 9?	2,3,4,5	□
	1,6,7	Quadrado
5 – Qual é a próxima figura? E o próximo número?	1,7	Quadrado 11
	2,3,4,5,6	□ 11 11 □
6 – Qual a figura que irá estar por cima do 20? Porquê?	1	Triângulo, se o 10 é triângulo, o 20 também é triângulo.
	2,4,5,7	Continuaram o padrão; Nós contamos as figuras geométricas; Porque continuamos o padrão; Porque fizemos a sequensia de sima; Fizemos a secoensia.
	3	10 é triângulo o 20 também é.
	6	10 + 10, o 20 está no lugar do 10.
7 – Conseguem pensar noutros números que também tenham triângulos por cima? Quais são esses números?	1,3	Sim. 30, 40, 50, … 100.
	2,4,5,7	12, 14, 16, 18, 20, 22, …32
	6	52, 54, 32, 48, 26, 12, 16, 92, 102, 38, …
8 – Qual será a figura que está por cima do 31? Porquê?	1	Quadrado. Se fosse 30 era triângulo por isso, 31 é quadrado.
	2	Quadrado. Contamos com os cubos e os triângulos
	3	□ O 30 é triângulo o 31 é quadrado.
	4	□ Continuámos o padrão.
	5	Quadrado. Continuámos a sequência.
	6	Quadrado. O 31 é ímpar e os números ímpares têm quadrados por cima
	7	□ Fomos ao exercício 7, faltava o 31 entre o 30 e o 32 (triângulos).

Tarefa 2

Questões	Grupo	Respostas
1 – Qual o padrão que vês?	1,8	□△○□△○□△○□
	2,3	□△○
	4,5	□△○□△○ …
	6	□△○ a repetirsse
	7	○ …
2 – Por quantas figuras é composta o grupo que se repete? Quais são?	1,3,4,5,6,7,8	3
	2	□△○
	1,2,3,4,6,8	□△○
	5	□△○ …
	7	quadrado, triâgulo e circulo.
3 – Quais são os números que estão por baixo dos primeiros quatro quadrados?	1,2,3,4,5,6,7,8	1 - 4 - 7 - 10
4 – Qual é o número que pensas que estará por baixo do próximo quadrado?	5,6,7,8	13
	1	11
	2	30
	3	△
	4	14
5 – Qual é a figura que está por cima do 3?	1,2,3,4,5,6,7,8	○
6 – Se continuares o padrão até à 15ª figura, quais os números que estarão por baixo dos círculos? Que números são estes?	1,3,5,6,8	3 - 6 - 9 - 12 - 15
	7	12 - 15.
	2	3 - 6 - 9 - 16 - 19 - 90.
	4	3 - 6 - 9 - 13
	1,8	São contados de 3 em 3, são circulos mais 3; Três, seis, nove, doze, quinze e cheguei aqui de 3 em 3.
	2	são o três o seis o nove o dezeseis o dezanove e o noventa.
	3	é ○ é ipar e par.
	5,7	São números ímpares e pares.
	6	3 inpares e 2 pares
	4	Porque continoei os números.
7 – Qual será a 20.ª figura? Como pensaram?	1,3	□ . O 10 é □ e o 20 é □.
	2,4,5,6	△ Pensamos por o padrão, fizemos o padrão, pensei e fiz o padrão, pensamos com o matrial
	7	Será o quadrado. Nós constroi o padrão.

Tarefa 3

Questões	Grupo	Respostas
1 – Observa e completa a sequência. □ □ ○□ _○□□ _	1,2,3,5,6,7,8	□□○□□○□□○□□○
2 – Para continuar a sequência de que figuras vamos precisar em maior quantidade? Porquê?	1,2,3,5,6,7,8	; quadrados
	1 2	Dois quadrado é maior duque 1 bola.; O quadrado é mais usado porquê é mais dois doque o ○.
	3	porque os □ aparecem logo jontos.
	5	porque os quadrados repetan-se 2 vezes e os sirculos 1 vez.
	6	porque os quadrados estão de 2 em 2.
	7	porque os quadrados são de 2 em 2 e os circulos de 1 em 1.
	8	são dois □ e os ○ tai um.
3 – Qual o grupo que se repete?	1,2,5,6	□□○
	3	□□○ …
	7,8	□□○ □□○ …
4 – Em que posições surgem os círculos?	1,2,5,6,8	3 - 6 - 9 - 12
	3	de 3 em 3, 3 - 6 - 9 - 12 …
	7	4 (oralmente identificaram as posições dos círculos, posteriormente registaram 4 pois observam 4 círculos na sequência representada)
5 – Se a sequência continuar para a direita, qual será o 18.º termo?	1,2,5,6,7,8	○
	3	□
6 – Em 20 figuras, quantos quadrados há? Porquê?	1,2,3,5,6,7,8	14
	1	Contamdo em 2 em 2 obetemos 14 quadrados até chegar ao vinte.
	2,3,5,7,8	Continoamos a sequencia; Fiz o padrão.;porque repetimos a sequêmcia.; porque constroi a sequência. Contamos no padrão e deo 14.
	6	Os quadrados estão de 2 em 2, fizemos a sequencia.
7 – Qual o termo de ordem 30? Explica.	1,2,3,5,7,8	○ ; circulo
	6	□. Se cumesares no vinte e continoares até ao 30 veras que o □ está por cima do trinta, fizemos a sequensia. (voltaram a repetir a sequência a partir do 20)
	1	Porque o 3 é bola poriço acrescentamos um 0 e trinta é bola.
	2,3,5,8	Continoamos a sequencia; Fiz o padrão.; porque repetimos a sequêmcia.; porque repetimos a sequêmcia; Contamos no padrão e deo ○ .
	7	O 20 é um quadrado emtam 30 também é. (observaram que o 20 é quadrado, o 30 é mais 10 por isso também seria quadrado; inicialmente tinham respondido quadrado ao representarem a sequência até ao 30 observaram que era círculo contudo

9 – Consegues pensar noutros números que também tenham quadrados por cima? Quais são esses números?	3,4,5,7	11, 13, 15, 17, 19, 21 …		8	△ Nós começamos nos triângulos e deu.		7	Contando de 10 em 10 e mais 5.
	1	Sim, 11, 21, 31, 41, 51, … e 101.					1,2,3,6,7,8	Os alunos utilizaram o material e representaram a sequência até ao 30, voltaram ao início da sequência e continuaram a contagem até ao 60, voltaram novamente ao início e contaram mais 5 e obtiveram o quadrado no 65 (explicaram oralmente conforme eu ia percorrendo os diferentes grupos);
	2	100. 10, 20, 30, 40, 50, … 100.				8 – E o de ordem 65? Como descobriste?	1	Contaram até ao 30 duas vezes perfazendo 60 mais 3 e mais 3 dava 66 que era círculo, menos 1 é 65 quadrado mas registaram: descobri que se tirare 1 ao 6 fica 5 que 5 é quadrado porisso 65 e □.
	6	Sim. 55, 65, 73, 15, 81, 99 …	8 – Em 20 figuras quantos quadrados há? Como pensaram? E quantos triângulos? Como pensaram? E quantos círculos? Como pensaram?	1	8 - 6 - 6 Pensei em duplicar o número. Pensai eideplicar o número de triangolo. Pensai de plicar os ciculo. 3+3=6		2,3,6,8	Continoamos a sequência comtamos até 30 + 30 = 60 e depois mais 5 que da 65.; fiz o padrão o 30 é ○, e o 60 também e depois commtei mais 5.; O 30 é ○ saltamos ate au 60 que é ○ contamos mas 5.
10 – Qual a figura que pensam que estará por cima do 100? Porquê?	1	Triângulo. O 101 é quadrado, o 100 tem de ser triângulo é 10x10		2	7 - 3 - 4 Eu pensai com o padrão.		5	Descobri e fiz a sequência e contei a partir do 30 o 60 bateu num □
	2,7	. Vi no 10 um e contei de 10 em 10; Triângulo. Contei de 10 em 10		3 5,8	7 - 7 - 6 fiz o padrão. Contei pelo padrão.	9 – Cria o teu padrão pintando 11 círculos. ○○○○○○○ ○○○○	1,6	ABCD ABCD ABC
	3	Porque é uma centena.		4	A sete quadrados. A sete triângulos. A 6 circulos. Continoamos o padrão.		2	AAB AAB AAB AA
	4	Porque continuámos o padrão.		6	7 - 6 - 6 pensamos com o matrial a contamos de 2 em 2		3,5	AB AB AB AB AB A
				7	7 - 6 - 6 Constroi o padrão.		7	ABC ABC ABC AB
	5	Porque os números pares.					8	ABBCC ABBCC A
	6	é no mesmo lugar do 10 então é	9 – Em 30 figuras quantos círculos há? Como pensaram?	1	Só tenmos o 6 e fica 9. Pensai de plicar 3 + 3 = 6 + 3 = 9	Agora, reproduz esse padrão. ○○○○○○○ ○○○○○○○ ○○○○○○	1,6	ABCD ABCD AB CD ABCD ABCD
11 – Nas primeiras vinte figuras, quantos triângulos há? Porquê?	1	10 triângulos. Em 10 há 5, 20 é o dobro de 10 por isso, tem de ter o dobro de triângulos.		2	10 ○ Pensei com a sconecia.		2	AAB AAB AAB A AB AAB AAB AA
	2	5 Pensamos com cabeça.		3 5,8	10 fiz o padrão. Contei pelo padrão.		3,5	AB AB AB AB AB AB AB AB AB AB
	3,4	10. Porque 10 + 10 = 20; 10. O antigo tinha 10, se agora tinha 20 é preciso 10 + 10.		4	A dez circulos. Continoamos o padrão.		7	ABC ABC ABC A BC ABC ABC AB
	5,7	10 porque fiz a sequência; 10 triângulos. Contamos na sequência.		6	10 contamos de 2 em 2 no padrão.		8	ABBCC ABBCC ABBCC ABBCC
	6	Há 10 triângulos. É só contar os números pares e por isso e o triângulos		7	9 circulos. Constroi o padrão.			
12 – Nas primeiras cem figuras, quantos quadrados há? Porquê?	1,7	50. Está lá 10 e são 5 quadrados por isso tem de ser 50; Quontamos os quadrados da sequencia dez vezes.						
	2	5 □ Nós contámos na sequência.						
	3	50 Porque há 50.						
	4	50. É preciso 50 + 50						
	5,6	50. porque 50 é metade de 100; 50 quadrados. O número 50 é metade de 100.						

Anexo 13 – Caso do 3.º ano – Registos dos alunos nas tarefas de repetição

Questões	Tarefa 1	
	Grupo	Respostas
1 – Podemos considerar que existe um padrão? Como é que pensaste?	1	Sim. Eu pensei olhando para os triângulos e para os quadrados.
	2	Sim. Há um quadrado, um triângulo, um quadrado, um triângulo, …
	3	Sim. Nós pensamos que em cada padrão existe sempre um quadrado e um triângulo.
	4	Sim. Olhando para as figuras. As figuras repetence.
	5	Sim. Porque é quadrado, triângulo, quadrado, triângulo …
	6	Sim. Porque se está sempre a repetir quadrado triângulo.
	7	Sim. Porque na figura tem quadrado, triângulo e sempre assim.
	8	Não. Porque não há só estas figuras.
2 – Qual é o grupo que se repete?	1	É o das figuras (quadrado e triângulo).
	2	São os dois, os quadrados e os triângulos.
	3,6,7,8	Quadrado e triângulo
	4	É o das figuras
	5	É o grupo dos quadrados e dos triângulos.
3 – Qual a figura que está por cima do 6?	1,2,3,4,5,6,7,8	Triângulo
4 – Qual a figura que está por cima do 9?	1,2,3,4,5,6,7,8	Quadrado
5 – Qual é a próxima figura? E o próximo número?	1,2,3,4,5,6,7,8	Quadrado 11
6 – Qual a figura que irá estar por cima do 20? Porquê?	1	Triângulo, porque o 1 é primeiro e o número 20 é triângulo.
	2	Triângulo. Porque nas dezenas aparece um triângulo.
	3	Triângulo. Porque a sequência é sempre igual.
	4	△ Porque fizemos um cálculo (explicaram oralmente 10 + 10 = 20 e 20 é par)
	5	△ Os números que estão por baixo dos triângulos são pares e o 20 é par.
	6	Triângulo. Continuando a sequência é o triângulo que fica por cima do número vinte.
	7,8	Triângulo. Desenharam na folha de registo a sequência até ao 20.
7 – Conseguem pensar noutros números que também tenham triângulos por cima? Quais são esses números?	1	Sim. 2, 4, 6, … 18 … são múltiplos de 2
	2	Sim. 12, 14, … 44 … são números pares.
	3	Sim. 22, 24, … 30
	4	Sim. 12, 14, … 26… Fazem lembrar os números pares.
	5,8	Sim. 22, 24, … 40 são números pares
	6,7	Sim. 12, 14, … 30…
8 – Qual será a figura que está por cima do 31? Porquê?	1	Quadrado. Porque é assim que se segue o padrão.
	2	Quadrado. Porque os números dos quadrados são ímpares.
	3	Quadrado. Os números que acabam em 1, 3, 5, 7, e 9 são quadrados.
	4	□ Porque os quadrados são os números ímpares.
	5	Quadrado. Porque os números que estão por baixo dos quadrados são ímpares e o 31 é ímpar.
	6	Quadrado. Nos números ímpares é sempre quadrado.
	7	Quadrado. Reproduziram com desenhos a sequência até ao termo de ordem 31, fazendo a correspondência da figura à sua ordem na sequência.
	8	Quadrado. Os quadrados são números ímpares.

Questões	Tarefa 2	
	Grupo	Respostas
1 – Qual o padrão que vês?	1,3	□△○
	2,6	Quadrado, triângulo, círculo …
	4,8	□△○□△○ …
	5	É quadrado, triângulo, circulo, quadrado, triângulo, circulo …
	7	□△○□△○□△○
2 – Por quantas figuras é composta o grupo que se repete? Quais são?	1,4 6	3 Três
	2	∞
	3,5,7,8	10
	1	□△○
	2, 6	Quadrado, triângulo e círculo.
	3	1,2,3,4,5,6,7,8,9 e 10.
	4,7	□△○□△○
	5	Quadrado, triângulo, círculo, quadrado, triângulo, círculo…
	8	□△○□△○□△○□ …
3 – Quais são os números que estão por baixo dos primeiros quatro quadrados?	1,2,3,4,5,6,7,8	1 - 4 - 7 - 10
4 – Qual é o número que pensas que estará por baixo do próximo quadrado?	1,2,3,4,5,6,7,8	13
5 – Qual é a figura que está por cima do 3?	1,2,3,4,5,6,7,8	Círculo
6 – Se continuares o padrão até à 15ª figura, quais os números que estarão por baixo dos círculos? Que números são estes?	1,2,3,4,5,6,7,8	3 - 6 - 9 - 12 - 15
	1,5	Estes números são múltiplos de 3.
	2	impares e pares (impar, par, impar, par, impar), tabuada do 3.
	3,8	Uns são pares e outros são impares.
	4 6	São números da tabuada do 3. Fazem parte da tabuada do 3.
	7	É sempre mais 3.
7 – Qual será a 20.ª figura? Como pensaram?	1,4,6,5,7	A figura 20 será um △. Eu fiz a continuação do padrão.; É o triângulo. Porque fizemus uma cecuencia.; Fizemos a secuencia.; Fazendo o padrão.;Fizemos um padrão com 20 figuras.
	2	Quadrado. Se a figura 10 é quadrado a figura 20 também será (10 + 10 = 20).
	3	△ Alguns que acabam em 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 são triângulos.
	8	Triângulo. ○ ○ ○ ○ ○ ○
8 – Em 20 figuras quantos quadrados há? Como pensaram? E quantos triângulos? Como pensaram?	1	8 - 6 - 6 Pensamos contando os quadrados. Eu pensei fazendo as contas.
	2 4,6 5,7 8	7 - 7 - 6 Usando o padrão. Porque fizemos uma cecuencia. Vendo no padrão. Fizemos um padrão com 20 figuras. Desenhamos (desenharam a sequência)

Questões	Tarefa 3	
	Grupo	Respostas
1 – Observa e completa a sequência.	1,2,3,4,5,6,7,8	_ _ _ □ □ ○ □ _○□ □ _ □□○□□○□□○□□○
2 – Para continuar a sequência de que figuras vamos precisar em maior quantidade? Porquê?	1,2,3,4,5,6,7,8	; quadrados
	1 2 3	Porque se repetem 2 vezes; Porque o quadrado se repete 2 vezes no grupo de repetição; Porque em cada grupo de 3 há 2 □;
	4	Porque os quadrados são mais que círculos.
	5	Porque sestão 8 vezes o quadrado e 4 vezes o círculo.
	6	Porque tem dois quadrados um ao lado do outro.
	7	Porque as 12 figuras têm mais quadrados.
	8	Porque asseguir ao círculo são dois quadrados.
3 – Qual o grupo que se repete?	1,5	O grupo que se repete é □ □ e um ○.; □□○ é o grupo que se repete.
	2,4,6	quadrado quadrado círculo
	3,8	□□○
	7	o grupo que se repete é o □□○□□○
4 – Em que posições surgem os círculos?	1	3 - 6 - 9 - 12 - 15 - 18 - 21 - 24 - 27
	2	3 - 6 - 9 - 12 Estes números são números da tubuada do 3.
	3,5,8	3 - 6 - 9 - 12
	4	Surgem em múltiplos do 3.
	6	Nos números que fazem parte da tabuada do 3.
	7	As posições que surgem os círculos é depois de dois quadrados.
5 – Se a sequência continuar para a direita, qual será o 18.º termo?	1,2,3,4,5,6,7,8	○ ; círculo
6 – Em 20 figuras, quantos quadrados há? Porquê?	1,2,3,4,5,6,7,8	14; 14 □; 14 quadrados
	1,2,3 7 8	Contamos de 2 em 2 (na reporodução da sequência); Usando a sequência; Fizemos o padrão com 30 figuras.; Porque fizemos o padrão.
	4	6+4=10 e 14+6=20 (Oralmente explicaram que tinham construído a sequência e observado que tinham 14 quadrados e 6 círculos)
	5 6	Porque 7 x 2 = 14 (Oralmente explicaram que em10 figuras havia 7 quadrados, e que depois contaram mais 7 e deu 14); Porque em 10 figuras há 7 quadrados e sete mais 7 quadrados dá 14 quadrados.
7 – Qual o termo de ordem 30? Explica.	1,2,3,4,5,6,7,8	○ ; circulo
	1,2,4	Porque o 30 é múltiplo de 3 por isso é ○; O 30 é da tabuada do 3 e os círculos reprezentam a tabuada do 3; Porque trinta é múltiplo de 3.
	3	Pensamos de 3 em 3.
	5	Porque 10 x 3 = 30 (10 grupos de 3)
	8	□□○□□○□□○□□○□□ ○□□○□□○□□○□□○□
	6 7	Fazendo a sequência. Fizemos o padrão com 30 figuras.
8 – E o de ordem 65? Como descobriste?	2	Quadrado. Porque na sequência a cima o cinco tem um quadrado.
	1,6,3,5,7,8	Será um □. Descobri continuando o padrão.; É o quadrado. Fazendo a sequência; É o □. Descobrimos com o padrão.; Será quadrado. Pensando mentalmente.(Oralmente explicaram 30 mais 30 mais 5); Contamos 2 x 30 figuras mais 5; (30 + 30 + 5 = 65) Fazendo cálculos
	4	É o quadrado. Fizemos apartir da pergunta 7 vizemos para a frente 35 e deunos quadrado.
	1	ABB ABB ABB AB

9 – Consegues pensar noutros números que também tenham quadrados por cima? Quais são esses números?	1	Sim, 11, 13, 15, 17, 19 … são números ímpares	pensaram? E quantos círculos? Como pensaram?	3	8 - 6 - 6 Pensamos com o padrão.	9 – Cria o teu padrão pintando 11 círculos. ○○○○○○○ ○○○○	2,4,5, 7,8	AB AB AB AB AB A
	2	Sim. 11, 13, 15, 17, 19 …41 … são ímpares					3	A A B C D D E E E F F
	3	Sim. 31, …39					6	AAB AAB AAB AA
	4,5,7	Sim. 11, 13, 15, …31… são números ímpares	9 – Em 30 figuras quantos círculos há? Como pensaram?	1	10. Eu pensei fazendo as contas.			O gp 3 demorou imenso tempo a criar o padrão, sentiram dificuldade.
	6,8	Sim. 11, 13, 15, …29…		2,4,6, 5,7,8	10. Usando o padrão; Porque fizemos uma cecuencia.;Fazendo o padrão.; Contamos os circulos de 30 figuras.; Desenhando com as figuras.	Agora, reproduz esse padrão. ○○○○○○○ ○○○○○○○ ○○○○○○	1	ABB ABB ABB A BB ABB ABB AB
Questão 10 – Qual a figura que pensam que estará por cima do 100? Porquê?	1	Triângulo. Porque é assim que o padrão se segue.					2,4,5, 7,8	AB AB AB AB AB AB AB AB AB AB
	2	Triângulo. Porque nas dezenas aparece um triângulo.					3	AAB CDD EEE F F AAB CDD EEE
	3	Triângulo. Os números que acabam em 0, 2, 4, 6, e 8 é sempre triângulo.		3	9 Pensamos 3 x 3 que deu 9.		6	AAB AAB AAB A AB AAB AAB AA
	4	Triângulo porque o 0 é número par.						
	5,7	Triângulo. Porque o 100 é par.						
	6	Triângulo. Porque está sempre em números pares e, porque no triângulo fica sempre zero.						
	8	Triângulo. Porque os triângulos estão por cima dos números pares e os quadrados dos ímpar.						
11 – Nas primeiras vinte figuras, quantos triângulos há? Porquê?	1	10 triângulos. Porque no padrão há 10 triângulos.						
	2	10, porque nas 10 figuras há 5 triângulos, agora é só juntar 5 + 5 = 10.						
	3	10 triângulos. Porque em cada sequência de 10 há sempre 5 triângulos.						
	4	10 . Em 10 figuras há 5 em 20 há + 5 e 5 + 5 = 10						
	5	10 triângulos. Porque metade de 20 são 10.						
	6	Há 10 triângulos. Nas primeiras 10 figuras há 5 triângulos.						
	7	10. Porque a pergunta está a dizer o número vinte e metade de vinte é dez.						
	8	Dez triângulos. Porque dez figuras tem cinco triângulos.						
12 – Nas primeiras cem figuras, quantos quadrados há? Porquê?	1	50 quadrados. Porque é assim que se segue de 5 em 5 até sem.						
	2	50. Porque 50 é metade de 100.						
	3	50 quadrados. Contámos de 5 em 5.						
	4	50 figuras. Porque em 100 figuras há 50 ☐ que é metade de 100.						
	5,8	50 quadrados. Porque metade de 100 são 50						
	6	50 quadrados. Em dez figuras à 5 quadrados, em cem há 50 quadrados, é como se contasse-mos de 5 em 5.						
	7	50. Porque metade de 100 é 50.						

Anexo 14 – Caso do 4.º ano – Registos dos alunos nas tarefas de repetição

Tarefa 1

Questões	Grupo	Respostas
1 – Podemos considerar que existe um padrão? Como é que pensaste?	1	Sim. Porque há um quadrado, um triângulo, um quadrado um triângulo, …
	2	Sim olhando para a folha vi lá um padrão: □△□△□△□△□△
	3	Sim há uma sequência de quadrados e triângulos.
	4	Sim. Pensamos porque é sempre quadrado, triângulo e o quadrado é sempre número ímpar e o triângulo é sempre número par.
	5	Sim. Pensei, e vi que era uma sequência.
	6	Sim. Porque é um quadrado, triângulo, quadrado, triângulo … e é sempre assim.
	7	Sim. O padrão é uma sequência e o que está em cima é uma sequência. Um padrão é uma sequência com 2 ou mais elementos que se repetem.
	8	Sim. Porque as figuras repetem-se e as figuras são o quadrado e o triângulo.
	9	Sim. Pensamos que um padrão é igual a uma sequência.
2 – Qual é o grupo que se repete?	1	É o primeiro, que é constituído por quadrado, triângulo,…
	2	
	3,4,5, 9	É o quadrado e o triângulo.
	6	São os dois grupos.
	7	São os quadrados e os triângulos.
	8	É o primeiro que é constituído por triângulos e quadrados.
3 – Qual a figura que está por cima do 6?	1,2,3, 4,5,6, 7,8,9	Triângulo
4 – Qual a figura que está por cima do 9?	1,2,3,4, 5,6,7,8, 9	Quadrado
5 – Qual é a próxima figura? E o próximo número?	1,2,3, 4,5,6, 7,8,9	Quadrado 11
6 – Qual a figura que irá estar por cima do 20? Porquê?	1	Triângulo. A figura que está em cima do 10 é triângulo e 10 + 10 = 20, e por isso a figura que está em cima do 20 é um triângulo.
	2	Triângulo. Porque 10 x 2= 20 e a figura que está por cima do 10 é um triângulo.
	3	Triângulo. O número 20 é par.
	4	Triângulo. Porque o triângulo é sempre um número par e o 20 é par.
	5	Triângulo. O número 10 é um triângulo e o 20 será a duplicar.
	6	Triângulo. Porque os triângulos estam em cima dos números pares e 20 é par.
	7	Triângulo. Porque os triângulos são os números pares.
	8	Triângulo. A figura que está por cima do 20 é o triângulo porque 10 mais 10 é igual a 20 então se o dez é triângulo o vinte é triângulo.
	9	Triângulo. Porque estes dados são até ao 10 e mais 10 vai dar o número 20 e por cima do número um triângulo.
7 – Conseguem pensar noutros números que também tenham	1	Sim. 12, 14, 16, 18, … são todos pares.
	2,7	Sim. 12, 14, 16, 18, 20 …

Tarefa 2

Questões	Grupo	Respostas
1 – Qual o padrão que vês?	5,7 / 6	O padrão que veijo é □ △ ○ …; O padrão que vejo é □ △ ○…; O padrão que vejo é □ △ ○ □ △ ○ …
	4	quadrado, triângulo, circulo …
	3 / 2	O padrão é de quadrados, triângulos e círculos.; O padrão que vejo é quadrado, triângolo, círculo, quadrado, triângulo, círculo…
	8	□△○ □△○ □△○ □…
	1	□△○□△○…
2 – Por quantas figuras é composta o grupo que se repete? Quais são?	1,2,3,4, 5,6,7,8	3
	1,8	quadrado, triângulo e circulo …
	2,4	quadrado, triângulo, circulo
	3,6,7	quadrados, triângulos e círculos
	5	□△○
3 – Quais são os números que estão por baixo dos primeiros quatro quadrados?	1,2,3, 4,5,6, 7,8	1 - 4 - 7 - 10
4 – Qual é o número que pensas que estará por baixo do próximo quadrado?	1,2,3, 4,5,6, 7,8	13
5 – Qual é a figura que está por cima do 3?	1,2,3, 4,5,6, 7,8	Círculo
6 – Se continuares o padrão até à 15ª figura, quais os números que estarão por baixo dos círculos? Que números são estes?	1,2,3, 4,5,6, 7,8	3 - 6 - 9 - 12 - 15
	1,2,3, 5,7	São múltiplos de 3.
	4,8	3 - 6 - 9 - 12 - 15
	6	São os números dos círculos.
7 – Qual será a 20.ª figura? Como pensaram?	1,4,6, 7,8	Triângulo. Continuamos o padrão, porque são 3 figuras e 10 não seria o mesmo do 20.; Continoamos o padrão.; Continuámos a sequência.

Tarefa 3

Questões	Grupo	Respostas
1 – Observa e completa a sequência □□ _ _ _ ○ □ _○□□ _	1,2,3, 4,5,6, 8,9	□□○□□○□□○□□○
2 – Para continuar a sequência de que figuras vamos precisar em maior quantidade? Porquê?	1,2,3, 4,5,6, 8,9	Quadrados
	1,2,7	no grupo que se repete lá mais são quadrados do que circulos.; Porque no grupo que se repete há 2 quadrados e 1 círculo.; São os quadrados porque no grupo que se repete à 2 quadrados.
	3,4,5, 6,7,8, 9	Os quadrados estão em maior quantidade; Porque há mais quadrados do que círculos.; Porque há 2 quadrados e 1 círculo.
3 – Qual o grupo que se repete?	1, 3, 5, 6,7; 2	□□○; O grupo que se repete é □□○
	4	O quadrado e o círculo
	8	são os quadrados
	9	□□○ …
4 – Em que posições surgem os círculos?	1	A 3.ª posição e nos multiplos de 3.
	2,4,6, 7	Na 3.ª posição, na 6.ª posição, na 9.ª posiçã e na 12.ª posição.
	3	Está no meio de dois quadrados.
	5	Surgem em múltiplos de 3.
	8,9	De três em três.
5 – Se a sequência continuar para a direita, qual será o 18.º termo?	1,2,3, 4,5,6, 8,9	Círculo
6 – Em 20 figuras, quantos quadrados há? Porquê?	1,2,3, 4,5,6, 8,9	14 quadrados.
	1,2,3, 5,7,9	Compeletamos a sequência, continuando e contamos os quadrados.; Porque continuámos a sequência; de 2 em 2 até ao 20 (contaram na reprodução da sequência); Porque contámos os quadrados;
	4 / 8	Porque em 10 unidades há 7 quadrados, como o 20 é o dobro do 10, por isso 7 x 2 = 14 quadrados.; Há 14 quadrados porque o número 10 é quadrado. (desenharam a sequência até ao 20 na folha de registo)
	6	Porque há 6 círculos (Observaram na reprodução da sequência)
7 – Qual o termo de ordem 30? Explica.	1,2,3, 4,5,6, 8,9	Círculo
	1	o 10 é um quadrado o 20 também é um quadrado emtão o 30 é um círculo, e ficamos com 10, 20, 30 = □□○ (As alunas referiram que o 10 correspondia ao 1.º quadrado do grupo de repetição, o 20 ao 2.º quadrado e o 30 ao círculo.
	2 / 5 / 6 / 7,8, 9	porque continuámos a sequência. / Contei até ao número 30. / Fizemos a sequência até à figura 30. / Contruimos uma sequência.;Continuamos a secuencia.; Porque continuamos a sequencia
	3 / 4	Porque é múltiplo de 3.; / Porque o 30 é da tabuada do 3.;

triângulos por cima? Quais são esses números?	3	Sim. 12, 14, 16, 18, 20, … 32, …
	4	Sim. 12, 14, 16, 18, 20, … 26, …
	5	Sim. 12, 14, 16, 18, 20, … 34, …
	6	Sim. São todos os números pares.
	8	Sim. 12, 14, 16, 18, 20, … 38, …
	9	Sim. Esses números são: 20, 30, … 70.
8 – Qual será a figura que está por cima do 31? Porquê?	1	Quadrado. 10 x 3 = 30, 30 + 1 = 31, se 30 é triângulo 31 é quadrado.
	2	Quadrado. Porque os números pares por cima deles têm sempre um triângulo e os ímpares têm quadrados.
	3	Quadrado. Porque 32 é par e é triângulo.
	4	Quadrado. Porque o quadrado é sempre um número ímpar e o 31 também é.
	5	Quadrado. Porque os quadrados são números ímpares.
	6	Quadrado. Porque os quadrados estam em cima dos números ímpares e 31 é ímpar.
	7	Quadrado. Porque o quadrado são os números ímpares
	8	Quadrado. Porque o quadrado são os números ímpares e os triângulos são números pares.
	9	Quadrado. O número 30 é um triângulo e a seguir do triângulo vem um quadrado.
9 – Consegues pensar noutros números que também tenham quadrados por cima? Quais são esses números?	1	Sim, 11, 13, 15, 17, 19 … são todos os ímpares
	2,4	Sim, 11, 13, 15, 17, 19, 21 …
	3,5	Sim, 11, 13, 15, 17, 19, … 31 …
	6	Sim. São todos os números ímpares.
	7	Sim, 11, 13, 15, 17, 19, …
	8	Sim, 11, 13, 15, 17, 19, … 39
	9	Sim,11, 29, 39, 49, 59, 69 ambos são números ímpares
Questão 10 – Qual a figura que pensam que estará por cima do 100? Porquê?	1	Triângulo. 10 x 10 = 100 e se 10 é triângulo 100 também é.
	2	Triângulo. Porque é um número par.
	3	Triângulo. Todos os números que acabam com 0 são pares.
	4	Triângulo. Porque o triângulo é um número par e o 100 também é.
	5	Triângulo. Porque os números pares são triângulos.
	6,7	Triângulo. Porque o 100 é par.
	8	Triângulo. Porque é um número par.
	9	Triângulo. Porque todos os números pares têm um triângulo por cima.
11 – Nas primeiras vinte figuras, quantos triângulos há? Porquê?	1	10 triângulos. Nas primeiras 10 á 5 e 5 + 5 = 10.
	2	10 triângulos. Porque o 10 é metade de 20 e do 1 ao 10 há 5 triângulos.
	3	Dez triângulos. Se nós continuarmos dá 10 triângulos.
	4	Há 10 triângulos. Porque 2 x 10 da 20.
	5	10 triângulos. Porque é metade.
	6	Há 10 triângulos. Porque do 1 até ao 10 estam 5 triângulos então do 1 até ao 20 estam 10 triângulos que é metade de 20.
	7	Há 10 triângulos. Do 1 até ao 10 á 5 triângulos e 2 x 5 = 10
	8	Há 10 triângulos. Porque são 2 sólidos e temos de os dividir por 2.
	9	Há 10 quadrados. Porque até ao dez à 5 então até ao 20 é o dobro de 5.

	2 5	Quadrado. Na figura 10 é um quadrado e 10 x 2 = 20 por isso o número 20 é um quadrado. 10 mais 10 é 20 a figura que está por baixo do 10 é o quadrado.
	3	Triângulo. Pensando na sequência e utilizando os materiais.
8 – Em 20 figuras quantos quadrados há? Como pensaram? E quantos triângulos? Como pensaram? E quantos círculos? Como pensaram?	1,3,6, 7,8	7 - 7 - 6 Continuamos o padrão e contamos. Contando os quadrados, os triângulos e os círculos até ao 20. Fizemos a sequência. Contámos todos os triângulos, quadrados e círculos até à figura 20.
	2 5	8 - 6 - 6 De 1 a 10 são 4 então de 1 a 20 é o dobro.Para os triângulos e círculos procederam com a mesma estratégia. Pensamos como 10 + 10 era vinte multiplicamos os quadrados por 2. Duplicamos a sequência. Duplicamos os círculos.
	4	8 - 8 - 7 Continuámos o padrão.
9 – Em 30 figuras quantos círculos há? Como pensaram?	1,3,4, 6,8	10. Continuando até ao 30. Dividimos por 3, porque os circulos estão em cima dos múltiplos de 3; Contando os círculos até ao 30.; Contámos no padrão.; Fizemos 30:10; Pesámos contando quantos círculos há do 1 ao 30.
	2 5 7	9 Fazendo 3 x 3 = 9. 9 Tripliquei o padrão. 9 Fizemos uma sequência.

8 – E o de ordem 65?	1 2,3,4, 6 5,7,8 9	65 é um quadrado.; É o quadrado.; É um quadrado. Quadrado.
Como descobriste?	1	O 60 é círculo então 5 é □, então 65 é quadrado. O 60 é círculo porque 40, 50, 60 = □□○ tal como 10, 20, 30.
	2 3, 4 5 6 7 8	Continuando a sequência e utilizando sempre as mesmas peças (30 + 30 + 5); Fiz a sequência até 30 e acrescentei mais 35. Fizemos o dobro de 30 e mais 5 figuras e vimos que era quadrado. Multiplicando a sequência 30+30+5=65 Continuando a sequência até à figura 65. Construimos uma sequência. Fazendo a secuencia até 30 e voltando a contar de novo e depois voltamos atrás e contamos mais 5.
	9	Se até 5 é um quadrado só falta acrescentar 60 figuras. 30 + 30 = 60 60 + 5 = 65
9 – Cria o teu padrão pintando 11 círculos. ○○○○○○○ ○○○○	1	ABBC ABBC ABB
	2	AAABB AAABB A
	3,8	AB AB AB AB AB A
	4	AAB AAB AAB AA
	5	AABABB AABAB
	6	AABCC AABCC A
	7	AABBCCD AABB
	9	ABBC ABBC ABB
Agora, reproduz esse padrão. ○○○○○○○ ○○○○○○○ ○○○○○○	1	ABBC ABBC AB BC ABBC ABBC
	2	AAABB AAABB AAABB AAABB
	3,8	AB AB AB AB AB AB AB AB AB AB
	4	AAB AAB AAB A AB AAB AAB AA
	5	AABABB AABA BB AABABB AA
	6	AABCC AABCC AABCC AABCC
	7	AABBCCD AAB BCCD AABBCC
	9	ABBC ABBC AB BC ABBC ABBC

12 – Nas primeiras cem figuras, quantos quadrados há? Porquê?	1	Há 50 quadrados. Nas primeiras 10 á 5 e 5 x 10 = 50.						
	2	Há 50 quadrados. Porque 50 é metade de 100.						
	3	50 quadrados. Á 50 quadrados e 50 triângulos, porque temos de dividir o 100 em dois.						
	4	Há 50 quadrados. Porque há 50 quadrados.						
	5	Há 50 quadrados. Porque é metade.						
	6	Há 50 quadrados. Porque do 1 até ao 50 estam 25 quadrados então do 1 até ao 100 estão 50 quadrados que é metade de 100.						
	7	Há 50 quadrados. Do 1 até ao 10 há 5 quadrados e 10 x 5 = 50.						
	8	Há 50 quadrados. Porque é metade de 100 e há duas figuras e temos de dividir por 2.						
	9	Há 50 quadrados. Porque 2 x 50 é igual a 100.						

Anexo 15 – Tarefa 1 – Padrão de repetição (Quadrado triângulo…) – Registos obtidos nos 4 casos

Questões	Caso do 1º ano		Caso do 2.º ano		Caso do 3.º ano		Caso do 4.º ano	
	Grupo	Respostas	Grupo	Respostas	Grupo	Respostas	Grupo	Respostas
1 – Podemos considerar que existe um padrão? Como é que pensaste?	1,3,4, 6,9	Sim. □△□△□△□△□△□△ □△ □△ □	1	Sim. Pensei que se vai quadra e triangulo porisso tem que ser um padrão.	1	Sim. Eu pensei olhando para os triângulos e para os quadrados.	1	Sim. Porque há um quadrado, um triângulo, um quadrado um triângulo, …
	2,7	□ □ □ □ □ Sim.	2	Sim. Nos pensamos que os □ e os se repete.	2	Sim. Há um quadrado, um triângulo, um quadrado, um triângulo, …	2	Sim olhando para a folha vi lá um padrão: □ □ □ □ □
	5	□ □ □ □ Sim.	3	□ □ □ □ □ Sim.	3	Sim. Nós pensamos que em cada padrão existe sempre um quadrado e um triângulo.	3	Sim há uma sequência de quadrados e triângulos.
	8	△ △ △ △ △ □ □ □ □ □ Sim. …	4	△ □ Sim. Está sempre a repetir	4	Sim. Olhando para as figuras. As figuras repetence.	4	Sim. Pensamos porque é sempre quadrado, triângulo e o quadrado é sempre número ímpar e o triângulo é sempre número par.
			5	Sim. Eu pensei a ver pelo padrão de cima.	5	Sim. Porque é quadrado, triângulo, quadrado, triângulo …	5	Sim. Pensei, e vi que era uma sequência.
			6	□ Sim. …	6	Sim. Porque se está sempre a repetir quadrado triângulo.	6	Sim. Porque é um quadrado, triângulo, quadrado, triângulo … e é sempre assim.
			7	Sim. Pensei assim. Como o quadrado e o triângulo estavam repetidos.	7	Sim. Porque na figura tem quadrado, triângulo e sempre assim.	7	Sim. O padrão é uma sequência e o que está em cima é uma sequência. Um padrão é uma sequência com 2 ou mais elementos que se repetem.
			8		8	Não. Porque não há só estas figuras.	8	Sim. Porque as figuras repetem-se e as figuras são o quadrado e o triângulo.
							9	Sim. Pensamos que um padrão é igual a uma sequência.
2 – Qual é o grupo que se repete?	1		1	Quadrado e triângulo	1	É o das figuras (quadrado e triângulo).	1	É o primeiro, que é constituído por quadrado, triângulo,…
	2,3		2,4,6		2	São os dois, os quadrados e os triângulos.	2	
	4,5,6		3		3,6,7, 8	Quadrado e triângulo	3,4,5, 9	É o quadrado e o triângulo.
	7		5		4	É o das figuras	6	São os dois grupos.
	8	□ □ □ □ □ …	7	O grupo que se repete é o de cima.	5	É o grupo dos quadrados e dos triângulos.	7	São os quadrados e os triângulos.
	9	△△ △△ △△ □□ □□ □□ □□	8				8	É o primeiro que é constituído por triângulos e quadrados.
3 – Qual a figura que está por cima do 6?	1,2,3, 4,5,6, 7,8,9	△	2,3,4, 5	△	1,2,3, 4,5,6, 7,8	Triângulo	1,2,3, 4,5,6, 7,8,9	Triângulo
			1,6,7	Triângulo				
4 – Qual a figura	1,2,3, 4,5,6, 7,8,9	□	2,3,4, 5	□	1,2,3, 4,5,6, 7,8	Quadrado	1,2,3, 4,5,6, 7,8,9	Quadrado
			1,6,7	Quadrado				
5 – Qual é a próxima figura? E o próximo número?		Esta questão suscitou dúvidas, alguns alunos não sabiam o significado de próxima figura.	1,7	Quadrado 11	1,2,3, 4,5,6, 7,8	Quadrado 11	1,2,3, 4,5,6, 7,8,9	Quadrado 11
	1,2,3, 4,5,6, 7,8,9	□ 11	2,3,4, 5,6	□ 11 11 □				
6 – Qual a figura que irá estar por cima do 20? Porquê?	1	Com 10 figuras construíram a sequência, pensaram 10 + 10 dá 20	1	Triângulo, se o 10 é triângulo, o 20 também é triângulo.	1	Triângulo, porque o 1 é primeiro e o número 20 é triângulo.	1	Triângulo. A figura que está em cima do 10 é triângulo e 10 + 10 = 20, e por isso a figura que está em cima do 20 é um triângulo.
	2,3,5, 6,7,8, 9	Após a construção do padrão até ao termo de ordem 20, utilizando os quadrados e triângulos, explicaram oralmente que tinham um triângulo por cima do 20.	2,4,5, 7	Continuaram o padrão. Nós contamos as figuras geométricas. Porque continuamos o padrão. Porque fizemos a sequensia de sima. Fizemos a secoensia.	2	Triângulo. Porque nas dezenas aparece um triângulo.	2	Triângulo. Porque 10 x 2= 20 e a figura que está por cima do 10 é um triângulo.
	4	porque é	3	10 é triângulo o 20 também é.	3	Triângulo. Porque a sequência é sempre igual.	3	Triângulo. O número 20 é par.
			6	10 + 10, o 20 está no lugar do 10.	4	△ Porque fizemos um cálculo (explicaram oralmente 10 + 10 = 20 e 20 é par)	4	Triângulo. Porque o triângulo é sempre um número par e o 20 é par.
			8		5	△ Os números que estão por baixo dos triângulos são pares e o 20 é par.	5	Triângulo. O número 10 é um triângulo e o 20 será a duplicar.
					6	Triângulo. Continuando a sequência é o triângulo que fica por cima do número vinte.	6	Triângulo. Porque os triângulos estam em cima dos números pares e 20 é par.
					7,8	Triângulo. Desenharam na folha de registo a sequência até ao 20.	7	Triângulo. Porque os triângulos são os números pares.
							8	Triângulo. A figura que está por cima do 20 é o triângulo porque 10 mais 10 é igual a 20 então se o dez é triângulo o vinte é triângulo.
							9	Triângulo. Porque estes dados são até ao 10 e mais 10 vai dar o número 20 e por isso do número um triângulo.

7 – Conseguem pensar noutros números que também tenham triângulos por cima? Quais são esses números?	1,2,3, 4,5,6, 7,8,9	Construíram a sequência com o material manipulativo e responderam. Para alguns alunos, seria difícil de responderem sem o material. Contaram de 2 em 2. Identificaram como os números que contavam de 2 em 2 (desconhecem o termo pares)	1,3	Sim. 30, 40, 50, … 100.	1	Sim. 2, 4, 6, … 18 … são múltiplos de 2	1	Sim. 12, 14, 16, 18, … são todos pares.
			2,4,5, 7	12, 14, 16, 18, 20, 22, …32	2	Sim. 12, 14, … 44 … são números pares.	2,7	Sim. 12, 14, 16, 18, 20 …
			6	52, 54, 32, 48, 26, 12, 16, 92, 102, 38,	3	Sim. 22, 24, … 30	3	Sim. 12, 14, 16, 18, 20, … 32, …
			8		4	Sim. 12, 14, … 26… Fazem lembrar os números pares.	4	Sim. 12, 14, 16, 18, 20, … 26, …
					5,8	Sim. 22, 24, … 40 são números pares	5	Sim. 12, 14, 16, 18, 20, … 34, …
					6,7	Sim. 12, 14, … 30…	6	Sim. São todos os números pares.
							8	Sim. 12, 14, 16, 18, 20, … 38, …
							9	Sim. Esses números são: 20, 30, … 70.
8 – Qual será a figura que está por cima do 31? Porquê?	1	É juntar 21, 30 é triângulo, 31 é a seguir é quadrado.	1	Quadrado. Se fosse 30 era triângulo por isso, 31 é quadrado.	1	Quadrado. Porque é assim que se segue o padrão.	1	Quadrado. 10 x 3 = 30, 30 + 1 = 31, se 30 é triângulo 31 é quadrado.
	2,3,4, 5,6,8, 9	Construíram a sequência até ao termo de ordem 30, com o material manipulativo responderam que o próximo seria o 31 com um quadrado em cima. Sem o material seria difícil de responderem. Identificaram como que obtinham de 3 em 3, até que verificaram que também era de 2 em 2. (desconhecem o termo ímpares)	2	Quadrado. Contamos com os cubos e os triângulos	2	Quadrado. Porque os números dos quadrados são ímpares.	2	Quadrado. Porque os números pares por cima deles têm sempre um triângulo e os ímpares têm quadrados.
	7	Reproduzem a sequência com o material e refere: o 10 é triângulo, o 20 é triângulo, o 30 é triângulo, o 31 é quadrado. (apontando para a sequência)	3	☐ O 30 é triângulo o 31 é quadrado.	3	Quadrado. Os números que acabam em 1, 3, 5, 7, e 9 são quadrados.	3	Quadrado. Porque 32 é par e é triângulo.
			4	☐ Continuámos o padrão.	4	☐ Porque os quadrados são os números ímpares.	4	Quadrado. Porque o quadrado é sempre um número ímpar e o 31 também é.
			5	Quadrado. Continuámos a sequência.	5	Quadrado. Porque os números que estão por baixo dos quadrados são ímpares e o 31 é ímpar.	5	Quadrado. Porque os quadrados são números ímpares.
			6	Quadrado. O 31 é ímpar e os números ímpares têm quadrados por cima	6	Quadrado. Nos números ímpares é sempre quadrado.	6	Quadrado. Porque os quadrados estam em cima dos números ímpares e 31 é ímpar.
			7	☐ Fomos ao exercício 7, faltava o 31 entre o 30 e o 32 (triângulos).	7	Quadrado. Reproduziram com desenhos a sequência até ao termo de ordem 31, fazendo a correspondência da figura à sua ordem na sequência.	7	Quadrado. Porque o quadrado são os números ímpares
			8		8	Quadrado. Os quadrados são números ímpares.	8	Quadrado. Porque o quadrado são os números ímpares e os triângulos são números pares.
							9	Quadrado. O número 30 é um triângulo e a seguir do triângulo vem um quadrado.
9 – Consegues pensar noutros números que também tenham quadrados por cima? Quais são esses números?	1,2,3, 4,5,6, 7,8,9	Observaram a sequência construída com o material e contaram de 2 em 2. Ao contar iniciando no 1, contaram mais lentamente. Para alguns alunos, sem o material seria difícil responderem.	3,4,5, 7	11, 13, 15, 17, 19, 21 …	1	Sim, 11, 13, 15, 17, 19 … são números ímpares	1	Sim, 11, 13, 15, 17, 19 … são todos os ímpares
			1	Sim, 11, 21, 31, 41, 51, … e 101.	2	Sim. 11, 13, 15, 17, 19 …41 … são ímpares	2,4	Sim, 11, 13, 15, 17, 19, 21 …
			2	100. 10, 20, 30, 40, 50, … 100.	3	Sim. 31, …39	3,5	Sim, 11, 13, 15, 17, 19, … 31 …
			6	Sim. 55, 65, 73, 15, 81, 99 …	4,5,7	Sim. 11, 13, 15, …31… são números ímpares	6	Sim. São todos os números ímpares.
			8		6,8	Sim. 11, 13, 15, …29…	7	Sim, 11, 13, 15, 17, 19, …
							8	Sim, 11, 13, 15, 17, 19, … 39
							9	Sim,11, 29, 39, 49, 59, 69 ambos são números ímpares
Questão 10 – Qual a figura que pensam que estará por cima do 100? Porquê?	4,6,8	Três grupos (8, 6, 4) conseguiram responder e, em discussão coletiva, explicaram à turma. Contando de 10 em 10 até ao 100, onde obtinham um triângulo.	1	Triângulo. O 101 é quadrado, o 100 tem de ser triângulo é 10x10	1	Triângulo. Porque é assim que o padrão se segue.	1	Triângulo. 10 x 10 = 100 e se 10 é triângulo 100 também é.
	1,2,5, 7	Não conseguiram responder mas compreenderam a explicação dos colegas.	2	. Vi no 10 um e contei de 10 em 10.	2	Triângulo. Porque nas dezenas aparece um triângulo.	2	Triângulo. Porque é um número par.
	3,9	Não conseguiram responder e não compreenderam a explicação dos colegas.	3	Porque é uma centena.	3	Triângulo. Os números que acabam em 0, 2, 4, 6, e 8 é sempre triângulo.	3	Triângulo. Todos os números que acabam com 0 são pares.
			4	Porque continuámos o padrão.	4	Triângulo porque o 0 é número par.	4	Triângulo. Porque o triângulo é um número par e o 100 também é.
			5	Porque os números pares.	5,7	Triângulo. Porque o 100 é par.	5	Triângulo. Porque os números pares são triângulos.
			6	é no mesmo lugar do 10 então é	6	Triângulo. Porque está sempre em números pares e, porque no triângulo fica sempre zero.	6,7	Triângulo. Porque o 100 é par.
			7	Triângulo. Contei de 10 em 10	8	Triângulo. Porque os triângulos estão por cima dos números pares e os quadrados dos ímpar.	8	Triângulo. Porque é um número par.
			8				9	Triângulo. Porque tood os números pares têm um triângulo por cima.

11 – Nas primeiras vinte figuras, quantos triângulos há? Porquê?	1,2,3, 4,5,6, 7,8,9	Concretizaram, após a construção da sequência até ao termo de ordem 20, contaram 10 triângulos e 10 quadrados. Alguns alunos conseguem observar que em 10 figuras têm 5 triângulos e 5 quadrados, em 20 já contaram pela sequência representada, não conseguiram abstrair-se.	1	10 triângulos. Em 10 há 5, 20 é o dobro de 10 por isso, tem de ter o dobro de triângulos.	1	10 triângulos. Porque no padrão há 10 triângulos.	1	10 triângulos. Nas primeiras 10 á 5 e 5 + 5 = 10.
			2	5 Pensamos com cabeça.	2	10, porque nas 10 figuras há 5 triângulos, agora é só juntar 5 + 5 = 10.	2	10 triângulos. Porque o 10 é metade de 20 e do 1 ao 10 há 5 triângulos.
			3	10. Porque 10 + 10 = 20	3	10 triângulos. Porque em cada sequência de 10 há sempre 5 triângulos.	3	Dez triângulos. Se nós continuarmos dá 10 triângulos.
			4	10. O antigo tinha 10, se agora tinha 20 é preciso 10 + 10.	4	10 . Em 10 figuras há 5 em 20 há + 5 e 5 + 5 = 10	4	Há 10 triângulos. Porque 2 x 10 da 20.
			5	10 porque fiz a sequência.	5	10 triângulos. Porque metade de 20 são 10.	5	10 triângulos. Porque é metade.
			6	Há 10 triângulos. É só contar os números pares e por isso e o triângulos	6	Há 10 triângulos. Nas primeiras 10 figuras há 5 triângulos.	6	Há 10 triângulos. Porque do 1 até ao 10 estam 5 triângulos então do 1 até ao 20 estam 10 triângulos que é metade de 20.
			7	10 triângulos. Contamos na sequência.	7	10. Porque a pergunta está a dizer o número vinte e metade de vinte é dez.	7	Há 10 triângulos. Do 1 até ao 10 á 5 triângulos e 2 x 5 = 10
			8		8	Dez triângulos. Porque dez figuras tem cinco triângulos.	8	Há 10 triângulos. Porque são 2 sólidos e temos de os dividir por 2.
							9	Há 10 quadrados. Porque até ao dez à 5 então até ao 20 é o dobro de 5.
12 – Nas primeiras cem figuras, quantos quadrados há? Porquê?	1,2,3, 4,5,6, 7,8,9	Os alunos não conseguiram responder, alegando ser um número muito grande, revelaram também algum cansaço.	1	50. Está lá 10 e são 5 quadrados por isso tem de ser 50.	1	50 quadrados. Porque é assim que se segue de 5 em 5 até sem.	1	Há 50 quadrados. Nas primeiras 10 á 5 e 5 x 10 = 50.
			2	5 □ Nós contámos na sequência.	2	50. Porque 50 é metade de 100.	2	Há 50 quadrados. Porque 50 é metade de 100.
			3	50 Porque há 50.	3	50 quadrados. Contámos de 5 em 5.	3	50 quadrados. Á 50 quadrados e 50 triângulos, porque temos de dividir o 100 em dois.
			4	50. É preciso 50 + 50	4	50 figuras. Porque em 100 figuras há 50 □ que é metade de 100.	4	Há 50 quadrados. Porque há 50 quadrados.
			5	50 porque 50 é metade de 100.	5,8	50 quadrados. Porque metade de 100 são 50	5	Há 50 quadrados. Porque é metade.
			6	50 quadrados. O número 50 é metade de 100.	6	50 quadrados. Em dez figuras à 5 quadrados, em cem há 50 quadrados, é como se contasse-mos de 5 em 5.	6	Há 50 quadrados. Porque do 1 até ao 50 estam 25 quadrados então do 1 até ao 100 estão 50 quadrados que é metade de 100.
			7	50. Quontamos os quadrados da sequencia dez vezes.	7	50. Porque metade de 100 é 50.	7	Há 50 quadrados. Do 1 até ao 10 há 5 quadrados e 10 x 5 = 50.
			8				8	Há 50 quadrados. Porque é metade de 100 e há duas figuras e temos de dividir por 2.
							9	Há 50 quadrados. Porque 2 x 50 é igual a 100.

Anexo 16 – Tarefa 2 – Padrão de repetição (Quadrado triângulo círculo…) – Registos obtidos nos 4 casos

Questões	Caso do 1º ano		Caso do 2.º ano		Caso do 3.º ano		Caso do 4.º ano	
	Grupo	Respostas	Grupo	Respostas	Grupo	Respostas	Grupo	Respostas
1 – Qual o padrão que vês?	1,6	□△○□△○□△○□△○□△○	1,8	□△○□△○□△○□	1,3	□△○	5,7 6	O padrão que veijo é □ △ ○ …; O padrão que vejo é □ △ ○…; O padrão que vejo é □ △ ○ □ △ ○ …
	2,3,4,9	□△○□△○□△○□	2,3	□△○	2,6	Quadrado, triângulo, círculo …	4	quadrado, triângulo, circulo …
	5	□△○	4,5	□△○□△○ …	4,8	□△○□△○ …	3 2	O padrão é de quadrados, triângulos e círculos.; O padrão que vejo é quadrado, triângolo, círculo, quadrado, triângulo, círculo…
	8	□△○□△○□△○□ …	6	□△○ a repetirsse	5	É quadrado, triângulo, circulo, quadrado, triângulo, circulo …	8	□△○ □△○ □△○ □…
		Identificaram o □△ padrão pela repetição das figuras ○	7	○ …	7	□△○□△○□△○	1	□△○□△○…
2 – Por quantas figuras é composta o grupo que se repete? Quais são?	1,2,3,4,5,6,8	3	1,34,5,6,7,8	3	1,4 6	3 Três	1,2,3,4,5,6,7,8	3
	9	□△○	2	□△○	2	∞		
					3,5,7,8	10	1,8	quadrado, triângulo e circulo …
	1,2,4,5,8,9	□△○	1,2,3,4,6,8	□△○	1	□△○	2,4	quadrado, triângulo, circulo
	3	□△○□△○□△○□	5	□△○ …	2, 6	Quadrado, triângulo e círculo.	3,6,7	quadrados, triângulos e círculos
	6	△○	7	quadrado, triâgulo e circulo.	3	1,2,3,4,5,6,7,8,9 e 10.	5	□△○
		Oralmente identificaram as três figuras			4,7	□△○□△○	7	
		como sendo a unidade de repetição			5	Quadrado, triângulo, círculo, quadrado, triângulo, círculo…	8	
		contudo, por escrito registaram outras respostas.			8	□△○□△○□△○□ …	9	
3 – Quais são os números que estão por baixo dos primeiros quatro quadrados?	1,2,3,4,5,6,7,8,9	1 - 4 - 7 - 10	1,2,3,4,5,6,7,8	1 - 4 - 7 - 10	1,2,3,4,5,6,7,8	1 - 4 - 7 - 10	1,2,3,4,5,6,7,8	1 - 4 - 7 - 10
4 – Qual é o número que pensas que estará por baixo do próximo quadrado?	1,2,4,5,6,8	13	5,6,7,8	13	1,2,3,4,5,6,7,8	13	1,2,3,4,5,6,7,8	13
	3,9	14	1	11				
			2	30				
			3	△				
			4	14				
5 – Qual é a figura que está por cima do 3?	12,3,4,5,6,8,9	○	1,2,3,4,5,6,7,8	○	1,2,3,4,5,6,7,8	Círculo	1,2,3,4,5,6,7,8	Círculo
6 – Se continuares o padrão até à 15ª figura, quais os números que estarão por baixo dos círculos? Que números são estes?	12,3,4,5,6,8,9	3 - 6 - 9 - 12 - 15	1,3,5,6,8	3 - 6 - 9 - 12 - 15	1,2,3,4,5,6,7,8	3 - 6 - 9 - 12 - 15	1,2,3,4,5,6,7,8	3 - 6 - 9 - 12 - 15
		Todos referiram que obtinham estes números a contar de 3 em 3.	7	12 - 15.	1,5	Estes números são múltiplos de 3.		
			2	3 - 6 - 9 - 16 - 19 - 90.	2	impares e pares (impar, par, impar, par, impar), tabuada do 3.	1,2,3,5,7	São múltiplos de 3.
			4	3 - 6 - 9 - 13	3,8	Uns são pares e outros são impares.	4,8	3 - 6 - 9 - 12 - 15
			1 8	São contados de 3 em 3, são circulos mais 3. Três, seis, nove, doze, quinze e cheguei aqui de 3 em 3.	4 6	São números da tabuada do 3. Fazem parte da tabuada do 3.	6	São os números dos círculos.
			2	são o três o seis o nove o dezeseis o dezanove e o noventa.	7	É sempre mais 3.		
			3 5,7 6	é ○ é ipar e par. São números ímpares e pares. 3 inpares e 2 pares				
			4	Porque continoei os números.				
7 – Qual será a 20.ª figura? Como pensaram?	1,4	△ a fazer o padrão.	1,3	□ . O 10 é □ e o 20 é □.	1 4,6 5,7	A figura 20 será um △. Eu fiz a continuação do padrão. É o triângulo. Porque fizemus uma cecuencia. Fizemos a secuencia. Fazendo o padrão. Fizemos um padrão com 20 figuras.	1 4,6,7, 8	Triângulo. Continuamos o padrão, porque são 3 figuras e 10 não seria o mesmo do 20. Continoamos o padrão. Continuámos a sequência.
	2	△ 10 + 10 = 20 Fizeram o padrão contudo argumentaram de foema inválida.	2,4,5,6	△ Pensamos por o padrão, fizemos o padrão, pensei e fiz o padrão, pensamos com o matrial	2	Quadrado. Se a figura 10 é quadrado a figura 20 também será (10 + 10 = 20).	2 5	Quadrado. Na figura 10 é um quadrado e 10 x 2 = 20 por isso o número 20 é um quadrado. 10 mais 10 é 20 a figura que está por baixo do 10 é o quadrado.
	3,6,8	□ 10 + 10 = 20	7	Será o quadrado. Nós constroi o padrão.	3	△ Alguns que acabam em 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 são triângulos.	3	Triângulo. Pensando na sequência e utilizando os materiais.
	5	□ 10 é □ + 10 = 20	8	△ Nós começamos nos triângulos e deu.	8	Triângulo □△ ○ □△ ○ □△ ○ ○ ○ ○		
	9	□ contar de 10 em 10 e deo 20						

8 – Em 20 figuras quantos quadrados há? Como pensaram? E quantos triângulos? Como pensaram? E quantos círculos? Como pensaram?	1,2,4, 5,9	7 - 7 - 6 Contaram pelo padrão que reproduziram utilizando o material manipulativo.	1	8 - 6 - 6 Pensei em duplicar o número. Pensai eideplicar o número de triangolo. Pensai de plicar os ciculo. 3+3=6	1	8 - 6 - 6 Pensamos contando os quadrados. Eu pensei fazendo as contas.	1,3,6, 7,8	7 - 7 - 6 Continuamos o padrão e contamos. Contando os quadrados, os triângulos e os círculos até ao 20. Fizemos a sequência. Contámos todos os triângulos, quadrados e círculos até à figura 20.
	3,8	7 - 8 - 7 Contaram pelo padrão que reproduziram utilizando o material manipulativo no entanto, cometeram erro na contagem.	2	7 - 3 - 4 Eu pensai com o padrão.	2 4,6 5,7 8	7 - 7 - 6 Usando o padrão. Porque fizemos uma cecuencia. Vendo no padrão. Fizemos um padrão com 20 figuras. Desenhamos (desenharam a sequência)	2 5	8 - 6 - 6 De 1 a 10 são 4 então de 1 a 20 é o dobro.Para os triângulos e círculos procederam com a mesma estratégia. Pensamos como 10 + 10 era vinte multiplicamos os quadrados por 2. Duplicamos a sequência. Duplicamos os círculos.
	6	7 - 7 - 7 Contaram pelo padrão que reproduziram contudo, cometeram erro na contagem.	3 5,8	7 - 7 - 6 fiz o padrão. Contei pelo padrão.	3	8 - 6 - 6 Pensamos com o padrão.	4	8 - 8 - 7 Continuámos o padrão.
	4	10 - 10 - 10 Após reprodução do padrão afirmaram que tinham 10 de cada figura, distração	4	A sete quadrados. A sete triângulos. A 6 circulos. Continoamos o padrão.				
			6	7 - 6 - 6 pensamos com o matrial a contamos de 2 em 2				
			7	7 - 6 - 6 Constroi o padrão.				
9 – Em 30 figuras quantos círculos há? Como pensaram?	1,2,3, 4,5,6, 8,9	10 Reproduziram o padrão e realizaram a contagem de cada figura.	1	Só tenmos o 6 e fica 9. Pensai de plicar 3 + 3 = 6 + 3 = 9	1	10. Eu pensei fazendo as contas.	1,3 4 6 8	10. Continuando até ao 30. Dividimos por 3, porque os circulos estão em cima dos múltiplos de 3. Contando os círculos até ao 30. Contámos no padrão. Fizemos 30:10 Pesámos contando quantos círculos há
			2	10 ○ Pensei com a sconecia.	2 4,6 5,7 8	10. Usando o padrão. Porque fizemos uma cecuencia. Fazendo o padrão. Contamos os circulos de 30 figuras. Desenhando com as figuras.	2 5 7	9 Fazendo 3 x 3 = 9. 9 Tripliquei o padrão. 9 Fizemos uma sequência.
		1 aluno argumentou que 10 + 10 + 10 é 30, que são 10 quadrados, 10 triângulos e 10 círculos.	3 5,8	10 fiz o padrão. Contei pelo padrão.	3	9 Pensamos 3 x 3 que deu 9.		
		Em discussão coletiva23 alunos argumentaram que 10+10+10 era 30, tinham 10 figuras de cada.	4	A dez circulos. Continoamos o padrão.				
			6	10 contamos de 2 em 2 no padrão.				
			7	9 circulos. Constroi o padrão.				

Anexo 17 – Tarefa 3 – Padrão de repetição (Quadrado quadrado círculo…) – Registos obtidos nos 4 casos

Questões	Caso do 1º ano		Caso do 2.º ano		Caso do 3.º ano		Caso do 4.º ano	
	Grupo	Respostas	Grupo	Respostas	Grupo	Respostas	Grupo	Respostas
1 – Observa e completa a sequência □□ _ _ _ ○ □ _○□□ _	1,2,3, 4,5,6, 8,9	□□○□□○□□○□□○	1,2,3, 5,6,7, 8	□□○□□○□□○□□○	1,2,3, 4,5,6, 7,8	□□○□□○□□○□□○	1,2,3, 4,5,6, 8,9	□□○□□○□□○□□○
2 – Para continuar a sequência de que figuras vamos precisar em maior quantidade? Porquê?	1,2,3, 4,5,6, 8,9		1,2,3, 5,6,7, 8	; quadrados	1,2,3, 4,5,6, 7,8	; quadrados	1,2,3, 4,5,6, 8,9	Quadrados
	1	□□○□□○□□○□□○	1 2	Dois quadrado é maior duque 1 bola.; O quadrado é mais usado porquê é mais dois doque o ○.	1 2 3	Porque se repetem 2 vezes; Porque o quadrado se repete 2 vezes no grupo de repetição; Porque em cada grupo de 3 há 2 □;	1,2,7	no grupo que se repete lá mais são quadrados do que circulos.; Porque no grupo que se repete há 2 quadrados e 1 círculo.; São os quadrados porque no grupo que se repete à 2 quadrados.
	2	□ Repetem 2 vezes	3	porque os □ aparecem logo jontos.	4	Porque os quadrados são mais que círculos.	3,4,5, 6,7,8, 9	Os quadrados estão em maior quantidade; Porque há mais quadrados do que círculos.; Porque há 2 quadrados e 1 círculo.
	3	São 2 e 1 ○	5	porque os quadrados repetan-se 2 vezes e os sirculos 1 vez.	5	Porque sestão 8 vezes o quadrado e 4 vezes o círculo.		
	4	8 é + vezes	6	porque os quadrados estão de 2 em 2.	6	Porque tem dois quadrados um ao lado do outro.		
	5,6,8	são + ; Os são +; é +	7	porque os quadrados são de 2 em 2 e os circulos de 1 em 1.	7	Porque as 12 figuras têm mais quadrados.		
	9	□□○□□○	8	são dois □ e os ○ tai um.	8	Porque asseguir ao círculo são dois quadrados.		
3 – Qual o grupo que se repete?	1,2,4, 6,8	□□○	1,2,5, 6	□□○	1,5	O grupo que se repete é □ □ e um ○.; □□○ é o grupo que se repete.	1,2,3, 5,6,7	□□○; quadrado quadrado círculo
	3,9	□□○□□○□□○□□○	3	□□○ …	2,4,6	quadrado quadrado círculo	4	O quadrado e o círculo
	5	□□	7,8	□□○ □□○ …	3,8	□□○	8	são os quadrados
					7	o grupo que se repete é o □□○□□○	9	□□○ …
4 – Em que posições surgem os círculos?	1,2,3, 4,6,8, 9	3 - 6 - 9 - 12	1,2,5, 6,8	3 - 6 - 9 - 12	1	3 - 6 - 9 - 12 - 15 - 18 - 21 - 24 - 27	1	A 3.ª posição e nos multiplos de 3.
	5	□□○□□○□□○□□○	3	de 3 em 3, 3 - 6 - 9 - 12 …	2	3 - 6 - 9 - 12 Estes números são números da tubuada do 3.	2,4,6, 7	Na 3.ª posição, na 6.ª posição, na 9.ª posiçã e na 12.ª posição.
			7	4 (oralmente identificaram as psições dos círculos, posteriormente registaram 4 pois observam 4 círculos na sequência representada)	3,5,8	3 - 6 - 9 - 12	3	Está no meio de dois quadrados.
					4	Surgem em múltiplos do 3.	5	Surgem em múltiplos de 3.
					6	Nos números que fazem parte da tabuada do 3.	8,9	De três em três.
					7	As posições que surgem os círculos é depois de dois quadrados.		
5 – Se a sequência continuar para a direita, qual será o 18.º termo?	1,2,3, 4,5,6, 8,9	○	1,2,5, 6,7,8	○	1,2,3, 4,5,6, 7,8	○ ; círculo	1,2,3, 4,5,6, 8,9	Círculo
			3	□				
6 – Em 20 figuras, quantos quadrados há? Porquê?	1,2,3, 4,5,6, 8,9	14	1,2,3, 5,6,7, 8	14	1,2,3, 4,5,6, 7,8	14; 14 □; 14 quadrados	1,2,3, 4,5,6, 8,9	14 quadrados.
	3	+ 1 + 20 (oralmente explicaram que foram contando sempre mais 1 quadrado até chegarem à figura 20 e deu 14 quadrados)	1	Contamdo em 2 em 2 obetemos 14 quadrados até chegar ao vinte.	1,2,3 7 8	Contamos de 2 em 2 (na reporodução da sequência); Usando a sequência; Fizemos o padrão com 30 figuras.; Porque fizemos o padrão.	1,2,3, 5,7,9	Compeletamos a sequência, continuando e contamos os quadrados.; Porque continuámos a sequência; de 2 em 2 até ao 20 (contaram na reprodução da sequência); Porque contámos os quadrados;
	5	□□○□□○□□○□□○ □□○□□○□□	2,3,5, 7,8	Continoamos a sequencia; Fiz o padrão.;porque repetimos a sequêmcia.; porque constroi a sequência. Contamos no padrão e deo 14.	4	6+4=10 e 14+6=20 (Oralmente explicaram que tinham construído a sequência e observado que tinham 14 quadrados e 6 círculos)	4 8	Porque em 10 unidades há 7 quadrados, como o 20 é o dobro do 10, por isso 7 x 2 = 14 quadrados.; Há 14 quadrados porque o número 10 é quadrado. (desenharam a sequência até ao 20 na folha de registo)
		Todos os grupos construiram a sequência até ao termo de ordem 20, alguns alunos contaram os quadrados de 1 em 1 outros alunos contaram de 2 em 2.	6	Os quadrados estão de 2 em 2, fizemos a sequencia.	5 6	Porque 7 x 2 = 14 (Oralmente explicaram que em10 figuras havia 7 quadrados, e que depois contaram mais 7 e deu 14); Porque em 10 figuras há 7 quadrados e sete mais 7 quadrados dá 14 quadrados.	6	Porque há 6 círculos (Observaram na reprodução da sequência)
	9	□□○ (Foram construindo o padrão a repetir sempre □□○)						
		Todos os grupos construiram a sequência até ao termo de ordem 20, alguns alunos contaram os quadrados de 1 em 1 outros alunos contaram de 2 em 2.						

7 – Qual o termo de ordem 30?	1,2,3,4,5,6,8	○	1,2,3,5,7,8	○ ; circulo	1,2,3,4,5,6,7,8	○ ; circulo	1,2,3,4,5,6,8,9	Círculo
Explica.	9	□. □□○ (é □□○ e o 30 é quadrado porque voltaram reproduziram a sequência a partir do 20)	6	□. Se cumesares no vinte e continoares até ao 30 veras que o □ está por cima do trinta, fizemos a sequensia. (voltaram a repetir a sequência a partir do 20)	1,2,4	Porque o 30 é múltiplo de 3 por isso é ○; O 30 é da tabuada do 3 e os círculos reprezentam a tabuada do 3;	1	o 10 é um quadrado o 20 também é um quadrado emtão o 30 é um círculo, e ficamos com 10, 20, 30 = □□○ (As alunas referiram que o 10 correspondia ao 1.º quadrado do grupo de repetição, o 20 ao 2.º quadrado e o 30 ao círculo.
		Os grupos reproduziram a sequência com o material manipulativo e observaram o círculo no termo de ordem 30.	1	Porque o 3 é bola poriço acrescentamos um 0 e trinta é bola.	3	Pensamos de 3 em 3.		
			2,3,5,8	Continoamos a sequencia; Fiz o padrão.; porque repetimos a sequêmcia.; porque repetimos a sequêmcia; Contamos no padrão e deo ○ .	5	Porque 10 x 3 = 30 (10 grupos de 3)	2 5 6 7,8, 9	porque continuámos a sequência. Contei até ao número 30. Fizemos a sequência até à figura 30. Contruimos uma sequência.;Continuamos a secuencia.; Porque continuamos a sequencia
			7	O 20 é um quadrado emtam 30 também é. (observaram que o 20 é quadrado, o 30 é mais 10 por isso também seria quadrado; inicialmente tinham respondido quadrado ao representarem a sequência até ao 30 observaram que era círculo contudo, mantiveram a justificação inicial)	8	□□○□□○□□○□□○□□○□□○□□○□□○□□○□□○□□○□, o 30 é múltiplo de 3.	9	Se até 5 é um quadrado só falta acrescentar 60 figuras. 30 + 30 = 60 60 + 5 = 65
					6 7	Fazendo a sequência. Fizemos o padrão com 30 figuras.	3,4	Porque é múltiplo de 3.; Porque o 30 é da tabuada do 3.;
	1,6	Não conseguiram responder, refletiam algum cansaço.	7	Contando de 10 em 10 e mais 5.	2	Quadrado. Porque na sequência a cima o cinco tem um quadrado.	1 2,3,4,6 5,7,8 9	65 é um quadrado.; É o quadrado.; É um quadrado. Quadrado.
	2,3,4,5,8,9	Os alunos utilizaram o material e representaram a sequência até ao 30, voltaram ao início da sequência e continuaram a contagem até ao 60, voltaram novamente ao início e contaram mais 5 e obtiveram o quadrado no 65 (explicaram oralmente conforme eu ia percorrendo os diferentes grupos).	1,2,3,6,7,8	Os alunos utilizaram o material e representaram a sequência até ao 30, voltaram ao início da sequência e continuaram a contagem até ao 60, voltaram novamente ao início e contaram mais 5 e obtiveram o quadrado no 65 (explicaram oralmente conforme eu ia percorrendo os diferentes grupos);	1,6 3 5 7 8	Será um □. Descobri continuando o padrão.; É o quadrado. Fazendo a sequência. □ É o . Descobrimos com o padrão. Será quadrado. Pensando mentalmente.(Oralmente explicaram 30 mais 30 mais 5) □ □ Contamos 2 x 30 figuras mais 5. (30 + 30 + 5 = 65) Fazendo cálculos	1	O 60 é círculo então 5 é □, então 65 é quadrado. O 60 é círculo porque 40, 50, 60 = □□○ tal como 10, 20, 30.
8 – E o de ordem 65? Como descobriste?			1	Contaram até ao 30 duas vezes perfazendo 60 mais 3 e mais 3 dava 66 que era círculo, menos 1 é 65 quadrado mas registaram: descobri que se tirare 1 ao 6 fica 5 que 5 é quadrado porisso 65 e □.	4	É o quadrado. Fizemos apartir da pergunta 7 vizemos para a frente 35 e deunos quadrado.	2 3, 4 5 6 7 8	Continuando a sequência e utilizando sempre as mesmas peças (30 + 30 + 5); Fiz a sequência até 30 e acrescentei mais 35. Fizemos o dobro de 30 e mais 5 figuras e vimos que era quadrado. Multiplicando a sequência 30+30+5=65 Continuando a sequência até à figura 65. Construimos uma sequência. Fazendo a secuencia até 30 e voltando a contar de novo e depois voltamos atrás e contamos mais 5.
			2,3,6,8	Continoamos a sequência comtamos até 30 + 30 = 60 e depois mais 5 que da 65.; fiz o padrão o 30 é ○, e o 60 também e depois commtei mais 5.; O 30 é ○ saltamos ate au 60 que é ○ contamos mas 5.			9	Se até 5 é um quadrado só falta acrescentar 60 figuras. 30 + 30 = 60 60 + 5 = 65
			5	Descobri e fiz a sequência e contei a partir do 30 o 60 bateu num □				
	1	○○○○ ○ ○○○ ○○○ ABCD ABCD ABC	1,6	ABCD ABCD ABC	1	ABB ABB ABB AB	1	ABBC ABBC ABB
	2,4,5	AAB AAB AAB AA	2	AAB AAB AAB AA	2,4,5,7,8	AB AB AB AB AB A	2	AAABB AAABB A
	3,6,8	AB AB AB AB AB A	3,5	AB AB AB AB AB A	3	A A B C D D E E E F F	3,8	AB AB AB AB AB A
9 – Cria o teu padrão pintando 11 círculos. ○○○○○○○ ○○○○	9	AAAA BB CCC D	7	ABC ABC ABC AB	6	AAB AAB AAB AA	4	AAB AAB AAB AA
			8	ABBCC ABBCC A		O gp 3 demorou imenso tempo a criar o padrão, sentiram dificuldade.	5	AABABB AABAB
							6	AABCC AABCC A
							7	AABBCCD AABB
							9	ABBC ABBC ABB
	1	○○○○ ○ ○○○○○ ○○○○○ ○○○○○ ABCD ABCD AB ABCD ABCD AB	1,6	ABCD ABCD AB CD ABCD ABCD	1	ABB ABB ABB A BB ABB ABB AB	1	ABBC ABBC AB BC ABBC ABBC
	2,4,5	AAB AAB AAB A AAB AAB AAB A	2	AAB AAB AAB A AB AAB AAB AA	2,4,5,7,8	AB AB AB AB AB AB AB AB AB AB	2	AAABB AAABB AAABB AAABB
Agora, reproduz esse padrão. ○○○○○○○ ○○○○○○○ ○○○○○○	3,6,8	AB AB AB AB AB AB AB AB AB AB	3,5	AB AB AB AB AB AB AB AB AB AB	3	AAB CDD EEE F F AAB CDD EEE	3,8	AB AB AB AB AB AB AB AB AB AB
	9	AA E F B A E G H I BB II BB II BB	7	ABC ABC ABC A BC ABC ABC AB	6	AAB AAB AAB A AB AAB AAB AA	4	AAB AAB AAB A AB AAB AAB AA
			8	ABBCC ABBCC ABBCC ABBCC			5	AABABB AABA BB AABABB AA
							6	AABCC AABCC AABCC AABCC
							7	AABBCCD AAB BCCD AABBCC
							9	ABBC ABBC AB BC ABBC ABBC

Anexo 18 – Diário de Bordo 1 da Tarefa 1 – Caso 1.º ano de escolaridade (DB1 T1 C1)

Data: 22/01/2014	Tempo previsto: 120 min	Tempo gasto: 120 min
Tarefa 1: Padrão de repetição – Sequência de quadrados e triângulos		

Antes da aula
Expetativas da professora Espero que os alunos consigam estabelecer as relações entre o termo da sequência e a sua posição; relacionar a figura com a sua ordem na sequência; realizar contagens de 2 em 2. Receio de que os alunos desmotivassem devido à extensão da tarefa ou revelassem cansaço.

Durante a aula
Introdução da tarefa
Instruções / Reações dos alunos Assim que os alunos chegaram à sala, sentaram-se de acordo com os grupos de trabalho. A aula teve início às 9h25min, alguns alunos chegaram atrasados. Iniciei a aula com uma breve explicação de como se desenvolverá o trabalho ao longo da implementação da sequência de tarefas; que irão realizar as tarefas em trabalho de pares, os grupos irão manter-se até ao final da sequência de tarefas a não ser que surja a necessidade de os alterar; que iria distribuir uma folha de registo por aluno, numa das quais registariam em esferográfica preta, tendo o cuidado de registar a mesma informação em todas as folhas. Relembrei as regras de trabalho de grupo. Reproduzi a sequência no quadro e projetei a folha de trabalho no quadro interativo. Distribuí as esferográficas e as folhas de registo pelos diferentes grupos. Li apenas a primeira questão e aguardei que os grupos respondessem, fui lendo uma questão de cada vez. Quando avançamos para a questão 6 distribuí material manipulativo (triângulos e quadrados em esponja Eva), atendendo a que se trata de turma de 1.º ano. Os alunos reagiram de forma positiva à tarefa e começaram de imediato a responder. Foi necessário relembrá-los frequentemente das regras do trabalho em grupo.
Desenvolvimento da tarefa
Atitudes da professora/ Questões colocadas/ Dificuldades da professora *Questões colocadas pelos alunos/ Dificuldades e comentários dos alunos* *Atitudes dos alunos durante a tarefa / Estratégias utilizadas* Ao circular pelos diferentes grupos todos identificaram a sequência exposta como um padrão, dado que se repetia sempre quadrado e triângulo, quadrado e triângulo. **Questão 1** (Podemos considerar que existe um padrão? Como é que pensaste?): <u>Grupo 1</u>: Afonso: Está aqui sempre quadrado, triângulo, quadrado, triângulo, a repetir. <u>Grupo 2:</u> Andreia: Porque repetimos as formas. Professora: E que formas repetimos? Daniela e Andreia: Quadrado, triângulo, quadrado, triângulo, quadrado, triângulo. <u>Grupo 3:</u> Rodrigo: Porque é quadrado, triângulo, quadrado, triângulo, quadrado, triângulo, quadrado, triângulo. <u>Grupo 4:</u>Professora: Consideraram que aqui está um padrão, porquê? Edgar: Um padrão é um conjunto de coisas iguais. Mariana: Estamos sempre a repetir, quadrado, triângulo, quadrado, triângulo. <u>Grupo 8:</u> Martim S: O padrão é sempre quadrado, triângulo, quadrado, triângulo. Há uma fila de coisas e depois voltas a repeti-las. Todos os grupos identificaram a sequência exposta como um padrão devido à repetição das figuras. Após verificar que todos os grupos de pares tinham respondido à primeira questão, fiz a leitura da questão seguinte. Alguns alunos tentavam responder individualmente, não discutindo com o colega, voltei a relembrar-lhes as regras do trabalho em grupo. Ajudei a interpretar a <u>questão 2</u> (Qual o grupo que se repete?) para toda a turma, o grupo que se repetia referia-se ao conjunto, à parte que se estava a repetir na sequência. Ainda assim, apenas 3 grupos identificaram corretamente o grupo de repetição, os restantes grupos tiveram dificuldade em identificar o grupo de repetição.

Grupo 1: O grupo registou quadrado, quadrado, triângulo, triângulo, respondeu bem oralmente mas manteve a resposta.
Professora: Qual o grupo que se repete?
Afonso: Quadrado e triângulo.
Oralmente identificaram o grupo de repetição, por escrito registaram quadrado, quadrado, triângulo, triângulo.

Todos os grupos responderam corretamente às **questões 3** (Qual a figura que está por cima do 6?) e **4** (Qual a figura que está por cima do 9?).

Na **questão 5** (Qual é a próxima figura? E o próximo número?) houve muitas dúvidas, tive de explicar o que era próxima (a figura que vem a seguir, a figura seguinte), alguns alunos não sabiam o significado da palavra nem como se escrevia o número 11 com algarismos, alguns alunos indicavam o 11 oralmente, mas não sabiam como se escrevia.
Inicialmente alguns alunos registaram triângulo, divergindo da resposta do colega do grupo.
Voltei a relembrar os cuidados a ter no trabalho de grupo, a importância de partilhar com o colega as suas ideias e que teriam de dar a mesma resposta, ao discutirem em grupo alteraram para quadrado. Todos os grupos registaram que a figura seguinte seria o quadrado com o número 11.

Para a realização da **questão 6** (Qual a figura que irá estar por cima do 20?), distribuí o material manipulativo e sugeri-lhes que construíssem a sequência. Alguns alunos diziam aleatoriamente, mas ao construírem a sequência responderam sem qualquer dificuldade, efetuaram contagens até ao 20 e facilmente identificaram o triângulo como a figura que estaria por cima do 20. Sem o auxílio do material manipulativo não teriam conseguido. Apenas o grupo 1 conseguiria, o aluno Afonso ao desfazer a sequência disse:
Grupo 1: Afonso: Olha professora, nós temos aqui este 10 (apontando para a sequência da folha de registo) e é um triângulo, então, juntamos mais 10 e fica 20 e também dá triângulo.
Grupo 7: Joana: Se o 1 fosse triângulo o 20 era quadrado. O 1 é quadrado e nós vimos na sequência que o 20 é triângulo
Grupo 5: Eduardo: Começámos a contar o um no quadrado e calhou o triângulo no 20.
Grupo 6: Eliana:(apontando para a sequência) Está aqui 10 triângulos e 10 quadrados.
Sara: E isso dá 20.
Eliana: Contámos e foi calhar o 20 ao triângulo.
Todos os alunos necessitaram de concretizar.
A partir daqui a ficha foi realizada apenas oralmente, dado que os alunos revelavam cansaço e dificuldade ao nível da exposição escrita dos seus raciocínios. Continuei a relembrar que continuávamos a trabalhar em grupo e discutíamos depois em grande grupo.

Na **questão 7** (Conseguem pensar noutros números que também tenham triângulos por cima? Quais são esses números?).
Os alunos identificaram em coro: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24,…
Professora: Como conseguimos obter estes números?
Alunos: A contar de 2 em 2.
Não os identificaram como números pares (conteúdo ainda não abordado nas aulas e por sinal ainda não é do seu conhecimento geral).
À semelhança desta questão, na **questão 9** (Consegues pensar noutros números que também tenham quadrados por cima? Quais são esses números?) os alunos responderam quase que em coro, enganando-se por vezes na contagem, corrigindo de imediato.
1, 3, 5, 7, (8), 9, 11, (12), 13, 15, 17, 19, 21, 23,…
Professora: Como conseguimos obter estes números?
Afonso: Contamos de 3 em 3?
Professora: Contamos de 3 em 3. 1 mais 3 é 3?
Alunos: Não. É 4.
Alunos (4): Também é de 2 em 2.
Professora: Começamos a partir de que número?
Alunos: Do um. Um mais dois é três.
Aqui também não identificaram os números ímpares.
Representam a sequência até ao 31, com o material manipulativo.

Na **questão 8** (Qual será a figura que estará por cima do 31? Porquê?)

Grupo 1: Afonso: É parecido com a de há pouco, se juntar mais 21 também pode ser. O 30 dá triângulo e o 31 é a seguir, é um quadrado.
Grupo 8: Fazem alternando um quadrado e um triângulo e ao chegar ao 31 verificam que é quadrado.
Grupo 7: Joana: O 10 é triângulo (apontando para a sequência). O 20 é triângulo. O 30 é triângulo e o 31 é quadrado.
Grupo 5: Acham que é um quadrado mas não conseguem explicar porquê.
Grupo 3: Estes alunos começam a distrair-se muito e brincam com as peças, são chamados à atenção.
Grupo 6: É quadrado. O 20 é triângulo e o 21 é quadrado.
Professora: E o 31?
Sara: 31?... Percebi 21.
Grupo 4: Edgar: Quadrado. Se o 20 é triângulo (reproduz com as peças do material manipulativo até ao 31) o 31 é quadrado.

Questão 10 (Qual a figura que pensam que estará por cima do 100? Porquê?)
Os alunos não estão a conseguir resolver e a Eliana coloca o dedo no ar, começa-me a explicar.
O Martim do grupo 8, também revelou o mesmo raciocínio da Eliana.
Mais tarde solicitei para a Eliana explicar à turma. Nem todos os alunos compreenderam, 2 grupos não entenderam.
Eliana: Apontando para a sequência do quadro. Aqui é o 10 e tem triângulo. Eu vou contar de 10 em 10 e aqui fica o 20 (apontando para debaixo do 10 e vai descendo no quadro, em simultâneo vou escrevendo os números que ela vai dizendo), aqui mais 10 é 30, mais dez 40, mais dez 50, mais dez 60, mais dez 70, mais dez 80, mais 10 é 90 e mais dez 100, vai ter um triângulo.
Afonso: Eu só consigo contar até mais ou menos ao 30.

Questão 11 (Nas primeiras 20 figuras, quantos triângulos há? Porquê?)
Os alunos não estão a conseguir pensar, revelam já alguma dispersão, optei por abordar esta questão em grande grupo.
Professora: (apontando para a sequência do quadro) Quantas figuras estão aqui?
Alunos: 10
Professora: E quantas são triângulos?
Alunos: 5.
Professora: E quantos quadrados há nestas 10 figuras?
Alunos: Também 5.
Professora: Porquê?
Alunos (3): Porque 5 mais 5 é 10.
Professora: Agora em 20 figuras, que é a sequência que têm representada na vossa mesa, há quantos triângulos?
Todos os alunos contam, concretizam não se conseguem abstrair.
Alunos: São 10.
Professora: E quantos quadrados?
Alunos: 10 (depois de contarem).
Professora: Porquê?
Alunos (5): 10 mais 10 dá 20.

Na **questão 12** (Nas primeiras 100 figuras, quantos quadrados há?) os alunos não conseguiram responder. O aluno Dinis disse 50, ao questioná-lo não conseguiu explicar, penso que deve ter dito ao acaso.

A partir da **questão 10** surgiram muitas dificuldades havendo necessidade de concretizar.
Os alunos revelaram de facto muito cansaço, atendendo a que houve necessidade de recordar as regras do trabalho de grupo, chamar à atenção alunos que se iam dispersando, a tarefa acabou por se tornar muito morosa, aspeto que se refletiu negativamente no desempenho dos alunos.
Durante a aula fui circulando pelos diferentes grupos e os alunos até colaboraram relativamente bem, ao aguardar que eu me dirigisse ao seu grupo.

Discussão geral
Intervenções dos alunos/ Gestão da professora *Principais conclusões/ Descobertas/ Episódios marcantes/ Aspetos a destacar*

Não foi fácil trabalhar com números além do 20. Todos os alunos conseguiram realizar contagens de 2 em 2, identificar os números que estavam por baixo dos triângulos e dos quadrados. Realizaram contagens de 2 em 2 e de 10 em 10.

Após a aula
Aspetos positivos/ Aspetos bem conseguidos *Aspetos a melhorar (nas tarefas, na prática da professora)* *Papel da professora/ investigadora/ Reflexos na investigação/ Reflexão após a sessão* Os alunos sentiram alguma dificuldade em trabalhar a pares, houve necessidade de recordar a importância da partilha das ideias e das regras do trabalho em grupo. Estes alunos ainda não tinham trabalhado em grupo. A aula iniciou-se com 25 minutos de atraso, os alunos chegaram atrasados e foi demorado até se organizarem. A conclusão da tarefa e a discussão em grupo turma foram realizadas após o intervalo, aqui verifiquei que alguns alunos já estavam muito desconcentrados, havendo necessidade de os chamar à atenção, a gestão da discussão também não foi muito fácil no sentido de prender a atenção de todos os alunos. Em seguida, realizei a reflexão final com os alunos. Professora: O que aprenderam com esta sequência? Andreia: As formas, as figuras. Afonso: Contámos de 2 em 2. Martim S: Contámos de 10 em 10. Daniela: Trabalhámos em grupo. Sofia: Trabalhámos em equipa. Professora: Encontram padrões aqui na sala? Alunos: Sim. Professora: Onde? Martim: Na camisola do Edgar (camisola de xadrez). Professora: Muito bem. E mais? Edgar: Na tua, é vermelha e branca, vermelha e branca. Mariana: E na minha (losangos). Ao serem questionados relativamente à da tarefa, em coro, responderam que gostaram. Perguntei se acharam a tarefa muito longa responderam que não. Contudo, 5 alunos acabaram por referir que não tinham gostado porque tinha muitas perguntas, era grande e tiveram de pensar muito. Pessoalmente, reconheço a tarefa como muito extensa para este ano de escolaridade e confirmei o meu receio para o 1.º ano. Apesar de ter desenvolvido oralmente grande parte das questões a tarefa prolongou-se muito, dado que se trata de alunos muito enérgicos, ainda com dificuldade no saber esperar pela sua vez, não tinham hábito de trabalho de grupo, o facto de serem chamados à atenção várias vezes durante a implementação da tarefa também conduziu ao prolongamento da sua realização.

Anexo 19 – Diário de Bordo 2 da Tarefa 2 – Caso 1.º ano de escolaridade (DB2 T2 C1)

Data: 29/0172014	Tempo previsto: 90 min	Tempo gasto: 120 min
Tarefa 2: Padrão de repetição – Sequência de quadrados, triângulos e círculos		

Antes da aula

Expetativas da professora

Espero que os alunos consigam generalizar; estabelecer as relações entre o termo da sequência e a sua posição; relacionar a figura com a sua ordem na sequência; realizar contagens de 3 em 3. Penso que os alunos irão cometer erros dado que, a sequência apresenta as figuras até ao termo de ordem 10, poderão cometer erros pensando que o grupo de repetição termina no 10, poderão associar o termo de ordem 20 e 30 ao quadrado, uma vez que é o termo de ordem 10.

Durante a aula

Introdução da tarefa

Instruções / Reações dos alunos

Os alunos sentavam-se de acordo com os grupos de trabalho, conforme iam chegando à sala. Atendendo a que alguns grupos na tarefa anterior não tinham funcionado bem, optei por alterar os grupos de trabalho, trabalhos de grupo mistos (um menino com uma menina), mantive apenas dois dos grupos iniciais.
Expliquei que iríamos realizar a tarefa em trabalho de pares (os mesmos da aula anterior); que iria distribuir uma folha de registo por aluno, reforcei a importância de registarem a mesma informação nas folhas do questionário e que iria recolher a que estava escrita em esferográfica preta.
Recordámos as regras de trabalho em grupo.
Reproduzi a sequência no quadro, e projetei a folha do questionário no quadro interativo.
Distribuí as esferográficas e as folhas de registo pelos diferentes grupos.
Distribuí material manipulativo, atendendo ao ano de escolaridade (1.º ano), quadrados, triângulos e círculos em esponja Eva, para o caso de necessitarem de concretizar.
Na aula de hoje formámos 7 grupos, um aluno faltou por estar doente então, uma aluna juntou-se a um dos grupos, formando 7 grupos de pares e um de 3 elementos.

Desenvolvimento da tarefa

Atitudes da professora/ Questões colocadas
Questões colocadas pelos alunos
Dificuldades e comentários dos alunos
Atitudes dos alunos durante a tarefa / Estratégias utilizadas
Dificuldades da professora

Após a receção do material manipulativo, os alunos reagiram de forma positiva à proposta da tarefa e começaram de imediato a reproduzir a sequência, aspeto que levou a alguma dispersão relativamente ao questionário. Foram chamados à atenção e iniciaram a resposta ao questionário, alertei para que não respondessem em voz alta, que partilhassem apenas com os colegas de grupo. Numa próxima irei distribuir o material manipulativo mais tarde, assim que sentir que eles estão a ter necessidade.
Li uma questão de cada vez, em voz alta, aguardando que todos os grupos respondessem para depois avançar, este aspeto conduziu a alguns tempos "mortos" durante a realização da tarefa, aspeto que não foi positivo.

Questão 1 (Qual o padrão que vês?)
Todos os grupos identificaram a sequência exposta como sendo um padrão pela repetição das figuras, identificaram quadrado, triângulo e círculo.
O grupo 5 oralmente identificaram pela repetição das figuras e reconheceram que o padrão continuava além da 10.ª figura, contudo, registaram apenas quadrado, triângulo e círculo.
Professora: O padrão acaba aqui? (apontado para as reticências no final do padrão)
Eduardo: Não, podemos fazer mais coisas à frente.
No grupo 2 aconteceu o mesmo mas acrescentaram o resto da sequência que observavam.
Professora: É isso que veem?

Andreia: Sim.
Professora: Então observam quantas figuras? Três?
Andreia e Rodrigo: Não.
Professora: Diz aqui para descrever o padrão que veem.
Rodrigo: Tem de ser mais, são 10.

Os alunos identificaram o padrão que visualizavam pela repetição das figuras quadrado, triângulo e círculo, tinham a noção de que este ia continuar, não terminava na 10.ª figura, as reticências significavam que não terminava ali, ia continuar. Os alunos revelaram maior facilidade de comunicação ao nível da oralidade, e mais dificuldade em se expressarem por escrito.
Três alunos identificaram o círculo como bola, ao serem questionados corrigiam para círculo.

Questão 2 (Por quantas figuras é composta o grupo que se repete? Quais são?)
A interpretação desta questão suscitou dúvidas em 3 grupos (grupos 3, 6 e 9).
O grupo 3 referiu que eram 3 figuras e identificou-as com reprodução da sequência, argumentando que era sempre a repetir e por isso colocaram as 10 figuras da sequência.
O grupo 6 registou eram 3 figuras e identificou-as como triângulo e círculo.
Professora: Expliquem como pensaram?
Eliana: Estão aqui 4 quadrados, 3 triângulos e 3 círculos.
Vasco: O triângulo e o círculo é que se repetem 3 vezes.
Eliana: O quadrado não, repete 4 vezes.
Este grupo referiu que as figuras que fazem parte do grupo de repetição (3 figuras) correspondiam também, a três repetições da figura na sequência exposta.
O grupo 9 desenhou as figuras para identificar a quantidade de figuras do grupo de repetição, voltando a desenhá-las para as identificar.
Os outros 4 grupos quantificaram e reconheceram as 3 figuras que constituíam o grupo de repetição.

Questão 3 (Quais são os números que estão por baixo dos primeiros quatro quadrados?)
Todos os grupos identificaram os números 1, 4, 7, e 10 sem qualquer dúvida nem hesitação, apontam para a sequência e em simultâneo vão dizendo os números
Na discussão geral questionei os alunos.
Professora: Como obtemos estes números?
Eduardo e Martim R.: Conta de 2 em 2.
Martim S.: (A representar com os dedos da mão) Não contamos de 2 em 2, tu fizeste 1 mais 3 para dar 4, não fizeste 1 + 2.
Eduardo: pois é, é 1 + 3.
Martim S.: Se tens 1 dás 3 e ficas no 4. Tu disseste mal ali (aponta para a sequência).
Alunos: O Martim Susano é que está bem.
Eduardo: 1 + 2 fica no 3 e se for de 3 em 3 fica no 4.
Alunos: A contar de 3 em 3.
Professora: Começo onde para os quadrados?
Alunos: No 1.
Professora: E ando como?
Alunos: De 3 em 3.
Professora: Porquê?
Edgar: Porque assim do 1 saltas 3 e vais logo para o 4.
Martim S.: E porque são 3 figuras.
Professora: E se eu estiver no 4?
Martim S.: Se estiveres no 4 dás 3 e ficas no 7.
Eduardo: E depois mais 3 ficas no 10.
Realizámos contagens de 3 em 3.

Questão 4 (Qual é o número que pensas que estará por baixo do próximo quadrado?)
Os grupos 3 e 9 responderam 14, afirmando que tinham contado, oralmente contavam e associavam o número à figura mas, cometiam erros na contagem, ou omitiam o 12 ou o 13.
Dinis: O 11 é triângulo, o 13 círculo e o 14 é quadrado.
Carolina: É o 14.
O grupo 1 respondeu 13, alterou para 14 e eu questionei-os.
O Afonso fez a contagem duas vezes e verificou que se tinha esquecido do 12, referindo que da

primeira vez tinha contado bem, alteraram a resposta para 13.
Martim S.: 10, juntas mais o triângulo é o 11, o 13 é a bola.
Professora: É bola?
Martim S.: Círculo. (a rir)
Professora: A seguir ao 11?
Martim S.: É o 12.
Professora: Mas tu disseste 13.
Martim S.: Nã, nã.
Professora: Então?
Martim S.: A seguir ao 10 vem o 11 com triângulo e a seguir o 12 com a bola.
Sofia: Círculo!
Martim S.: O 13 é a seguir com quadrado.
Explicou bem oralmente mas tinha-se enganado nas contagens.
A Mariana representa com os dedos e chega ao 13 com o quadrado.
Os restantes grupos responderam corretamente (13), continuaram a sequência oralmente correspondendo o número à figura.

Questão 5 (Qual é a figura que está por cima do 3?)
Todos os grupos responderam sem qualquer dificuldade.
Quatro alunos designaram o círculo de "bola".
Professora: Esta figura é uma bola?
Eduardo, Afonso, Martim S., Martim R.: Não.
Alunos: É círculo.

Questão 6 (Se continuares o padrão até à 15ª figura, quais os números que estarão por baixo dos círculos? Que números são estes?)
Nesta questão, no geral, sentiram dificuldade na sua interpretação, não sabiam o que responder à questão "Que números são estes?".
Consoante ia passando nos diferentes grupos, ajudei-os a interpretar ao questioná-los:
Professora: Que números são estes? O que vos lembram estes números?
(Silêncio)
Professora: Como conseguimos obter estes números?
Alunos: A andar de 3 em 3.
Alunos: Contamos de 3 em 3.
Alunos: De 3 em 3.
Ajudei-os a escrever as palavras "em", "contar" e "contando", dado que são alunos do 1.º ano de escolaridade as dificuldades na escrita evidenciam-se. Os alunos diziam como pensavam e eu ajudava-os na escrita da palavra, todos registaram "de 3 em 3", "contando de 3 em 3".
Os números pares e ímpares não surgiram, apesar de ter esperança que ainda surgissem, ao falar com o professor da turma verifiquei que este conteúdo ainda não foi abordado e os alunos ainda não o conhecem ou nem se lembraram.

Questão 7 (Qual será a 20.ª figura? Como pensaram?)
Os grupos começaram a responder sem utilizar o material manipulativo.
6 grupos identificaram o quadrado como a 20.ª figura.
Professora: Como pensaram?
Alunos: Se a figura 10 é um quadrado então a 20 também vai ser um quadrado, porque 10 mais 10 é igual a 20, então o 20 também vai ser quadrado.
(…) Alunos: A contar de 10 em 10 e deu 20.

Sugeri que construíssem a sequência com o material manipulativo para confirmar contudo eles acharam que não havia necessidade e mantiveram-se firmes.
Apenas dois grupos (grupos 1 e 4) acertaram, pois construíram a sequência e responderam corretamente. O grupo 2 depois de fazer o padrão com o material manipulativo respondeu o triângulo mas justificou com 10+10=20, o mesmo raciocínio dos outros grupos.
Esta questão tem um grau de dificuldade elevado para alunos desta idade, só mesmo com a concretização de material é que eles conseguiram responder de forma correta.
Nesta altura era evidente o cansaço nos alunos, estavam já com pouca vontade para pensar.
No final da aula na reflexão da tarefa reconheceram que estavam cansados, que tinham gostado e alguns referiram que não tinham gostado porque tiveram de pensar muito.

Questão 8 (Em 20 figuras quantos quadrados há? Como pensaram?)
(E quantos triângulos? Como pensaram?
(E quantos círculos? Como pensaram?)
A partir daqui todos os grupos construíram a sequência com o material manipulativo, sem a sua reprodução não estavam a conseguir responder ou respondiam aleatoriamente, alguns grupos responderam 10 em todas pois tinham 10 figuras de cada, perfazendo um total de 30, já nem estavam a relacionar com o padrão. Optei por solicitar que não registassem como pensaram que o fariam oralmente.
Após a construção da sequência alguns grupos alteraram a sua resposta, outros cometeram erros na contagem.

Os grupos 1, 2, 4, 5 e 9 responderam corretamente, justificando que tinham visto pelo padrão que construíram e contaram as figuras.
O grupo 3 respondeu 7 – 8 – 7, justificaram que tinham visto pelo padrão contudo, enganaram-se na contagem, o mesmo aconteceu para o grupo 6 que registou 7 – 7 – 7, e para o grupo 8 que respondeu 7 – 8 – 7, cometendo também erros de contagem associados a distração.

Questão 9 (Em 30 figuras quantos círculos há? Como pensaram?)
Os grupos reproduziram a sequência até ao termo 30, responderam corretamente 10, conseguiram responder depois de construírem a sequência e efetuaram a contagem dos círculos
Professora: Só conseguiam completando o padrão?
Alunos: Sim.
Professora: Como pensaram?
Andreia: Há 10 círculos.
Martim S.: 10 +10+10 é 30.
Professora: O que queres dizer com isso?
Martim S.: São 10 quadrados, 10 triângulos e 10 círculos.
Alguns alunos: E dá 30.

Nas 3 últimas questões foi de extrema importância a construção da sequência, nestas idades os alunos sentem muita dificuldade em pensar nos termos mais distantes. Deste modo considero que a descoberta de termos mais distantes e a generalização apresentam um cariz muito difícil para alunos destas idades, à semelhança dos alunos do 2.º ano de escolaridade. O facto de o questionário ser longo foi um aspeto que provocou cansaço e alguma desconcentração por parte de alguns alunos.

Discussão geral

Intervenções dos alunos/ Gestão da professora
Principais conclusões/ Descobertas
Episódios marcantes/ Aspetos a destacar

A discussão geral teve um papel fundamental na partilha da informação assim como na explicação do raciocínio dos alunos.
Professora: Como é que obtemos os números que estão debaixo dos círculos?
Alunos: A contar de 3 em 3.
Professora: Vamos contar
Alunos: 3 – 6 – 9 – 12 – 15 – 18 – 21 … (contavam devagar e alguns alunos utilizavam os dedos)
Professora: E os que estão debaixo dos quadrados?
Alunos: É a contar de 3 em 3.
Professora: E os que estão debaixo dos triângulos?
Alunos: De 3 em 3.

Na questão 9: Professora: Como pensaram?
Andreia: Há 10 círculos.
Martim S.: 10 +10+10 é 30.
Professora: O que queres dizer com isso?
Martim S.: São 10 quadrados, 10 triângulos e 10 círculos.
Alguns alunos: E dá 30.
Professora: Qual é a figura 30?

Alunos: É o círculo. Os alunos funcionaram melhor em grupo nesta aula contudo, foi necessário chamá-los à atenção para partilharem as suas ideias com o colega do grupo, solicitei para falarem mais baixo e aguardarem pela sua vez, que eu ia percorrendo os diferentes grupos, terem o cuidado de registar a mesma informação nas folhas de registo. Os alunos conseguiram responder às últimas questões por causa de terem reproduzido a sequência, sem a concretização não tinham conseguido dar resposta.

Após a aula
Aspetos positivos/ Aspetos bem conseguidos *Aspetos a melhorar (nas tarefas, na prática da professora)* *Papel da professora/ investigadora* *Reflexos na investigação/ Reflexão após a sessão* Com a distribuição do material manipulativo logo no início da aula, os alunos construíram a sequência utilizando todas as peças, este aspeto provocou alguma distração por parte dos alunos, numa próxima aula vou distribuir apenas quando os alunos sentirem necessidade do material. A discussão geral foi muito importante, através dela alguns alunos, em grande grupo, conseguiram compreender o raciocínio dos colegas no entanto, generalizar é algo ainda muito difícil para estas crianças. Os alunos conseguiram responder às últimas questões dado que, construíram a sequência e conseguiram visualizar e realizar as contagens necessárias (ainda assim cometiam alguns erros). Os alunos gostaram da tarefa, colaboraram mais uns com os outros, conseguiram partilhar um pouco melhor a informação mas ainda foram chamados muitas vezes à atenção nesse sentido. Sentem dificuldade em registar como pensam por escrito, explicitam o seu raciocínio com relativa facilidade oralmente no entanto, quando escrevem é-lhes difícil ou alteram a informação. A mudança dos grupos de trabalho também foi benéfica, no final da aula os alunos reconheceram que tinham trabalhado melhor nos atuais grupos de trabalho. A tarefa tornou-se um pouco longa, o facto de ler questão a questão também originou alguns momentos mais parados para os alunos mais rápidos, os alunos revelaram, em alguns momentos, falta de atenção e desconcentração na resposta ao questionário. Talvez com a continuidade das tarefas estes progridam e aumentem o seu período de concentração. A maioria dos alunos referiu que gostaram da tarefa, um aluno disse que não tinha gostado assim tanto porque teve de pensar muito. As tarefas já realizadas têm um questionário longo e algum grau de exigência ao nível da concentração e raciocínio. Continuo a sentir dúvidas relativamente ao questionamento a fazer aos alunos antes da discussão geral, com receio de os conduzir em demasiado ou influenciar muito nas suas decisões. Contudo, sinto que estas são uma forma de os voltar a sintonizar na realização da tarefa e de os ajudar a pensar.

Anexo 20 – Diário de Bordo 3 da Tarefa 3 – Caso 1.º ano de escolaridade (DB3 T3 C1)

Data: 05/ 02/ 2013	Tempo previsto: 90 min	Tempo gasto: 105 min
Tarefa 3: Padrão de repetição – Sequência de quadrados e círculos; formação de um padrão com círculos		

Antes da aula
Expetativas da professora Espero que os alunos consigam generalizar; estabelecer as relações entre o termo da sequência e a sua posição; relacionar a figura com a sua ordem na sequência. Receio que os alunos cometam o erro ao determinar o termo de ordem 20 e quantos quadrados existem em 20 figuras, fazendo 10 + 10, poderão associar o termo de ordem 20 e 30 ao quadrado, uma vez que este é o termo de ordem 10.

Durante a aula
Introdução da tarefa
Instruções / Reações dos alunos Os alunos sentavam-se de acordo com os grupos de trabalho, conforme iam chegando à sala. Expliquei que iríamos realizar a tarefa em trabalho de pares (os mesmos da aula anterior), um grupo seria composto por 3 alunos, dado que uma aluna faltou; que iria distribuir uma folha de registo por aluno, reforcei a importância de registarem a mesma informação nas folhas do questionário e que iria recolher a que estava escrita em esferográfica preta. Recordámos as regras de trabalho em grupo. Reproduzi a sequência no quadro, não distribuí o material manipulativo no início da aula, deixei preparado numa mesa, quadrados, e círculos. Projetei a folha do questionário no quadro interativo. Distribuí as esferográficas e as folhas de registo pelos diferentes grupos. Li as questões em voz alta, uma de cada vez. Os alunos começaram a responder ao questionário, pergunta a pergunta, conforme a minha leitura.
Desenvolvimento da tarefa
Atitudes da professora/ Questões colocadas *Questões colocadas pelos alunos* *Dificuldades e comentários dos alunos* *Atitudes dos alunos durante a tarefa / Estratégias utilizadas* *Dificuldades da professora* No início da aula, ao terminar de reproduzir a sequência no quadro, os alunos começaram a fazer observações. Afonso: Está incompleta. Professora: Porquê? Afonso: Tem buracos, onde devia ter formas para fazer a sequência. Dois alunos chamaram o círculo de bola. Assim que os questionava se era uma bola, corrigiam de imediato para círculo, a própria turma os corrigia. Alunos: Círculo! **Questão 1** (Observa e completa a sequência.) Todos os grupos completaram a sequência sem revelarem dificuldade. <u>Grupo 8</u> – Martim S.: Começa num quadrado ou num círculo? Já sei! Quadrado quadrado círculo. <u>Grupo 4</u>: Professora: Como pensaram? Edgar: Está aqui quadrado quadrado círculo e eu olhei e vi que era quadrado quadrado círculo. (a apontar na sequência da folha de registo) <u>Grupo 3:</u> Dinis: se está aqui 2 quadrados e 1 círculo, (apontando para a sequência da folha de registo) tem que haver aqui outro quadrado e depois é círculo. **Questão 2** (Para continuar a sequência de que figuras vamos precisar em maior quantidade? Porquê?)

Inicialmente o grupo 9 interpretou como sendo para continuar a sequência, li-lhes novamente a questão e eles compreenderam o que era pedido.
Todos os grupos referiram que necessitariam de mais quadrados do que de círculos; que havia mais quadrados do que círculos, que tinham 2 quadrados e 1 círculo logo se continuassem a sequência teriam mais quadrados do que os círculos.
Grupo 2: Andreia e Rodrigo: Os quadrados repetem duas vezes.
Andreia: E o círculo é só uma.
Grupo 1: Afonso: Porque os quadrados repetem-se duas vezes seguidas e os círculos é só uma vez. Estás a ver, porque aqui tens 2 quadrados e só 1 círculo.

Questão 3 (Qual o grupo que se repete?)
A identificação do grupo de repetição continua a suscitar dúvidas em alguns alunos.
Grupo 3: Hugo: É quadrado, porque é o que repete mais vezes.
Edgar: São os quadrados e os círculos.
Mariana: São os quadrados.
Ficam pensativos.
Professora: Qual é o grupo que se repete?
Edgar, Mariana e Hugo: É quadrado quadrado círculo, sempre a repetir.
À semelhança do grupo 3, o grupo 9 também reconheceu o grupo pela sua repetição na sequência.
O grupo 5 identificou como quadrado quadrado pois eram as figuras que estavam seguidas a repetir-se.
Os restantes grupos identificaram as 3 figuras que compõem o grupo de repetição.

Questão 4 (Em que posições surgem os círculos?)
Esta questão foi esclarecida com todos os alunos da turma atendendo às dificuldades na interpretação manifestadas nos outros anos de escolaridade. Os diferentes grupos não sentiram dificuldade em responder a esta questão.
Professora: O que quer dizer posições?
Edgar: É o sítio onde aparecem os círculos.
Grupo 5: Eduardo: Os círculos estão entre 2 quadrados.
Alguns grupos colocaram os números em baixo da sequência da folha de registo (grupo1)
Grupo 6: Professora: Em que posição aparecem os círculos?
Eliana: 3, 6, … (apontando com os dedos na sequência da folha de registo)
Vasco: 9 e no 12.

Na discussão geral questionei os alunos de como poderíamos obter estes números.
Martim R.: Saltas 2 números e é logo a seguir.
Professora: Salto de 2 em 2?
Alguns alunos: Não. De 3 em 3.
Professora: Então vamos contar de 3 em 3.
Alunos: 3, 6, 9, 12, (silêncio)
Alguns alunos: 15, … 18.

A partir da questão 5, à exceção do grupo 9, todos os outros foram buscar o material manipulativo.
Questão 5 (Se a sequência continuar para a direita, qual será o 18.º termo?)
Os alunos disseram de imediato que era a forma que estava no 18.
O grupo 9 contou as figuras até ao 12 na sequência da ficha e voltaram ao início contando:
Daniela e Martim R.: 13, 14, 15, 16, 17, 18, é círculo.
Os restantes grupos reproduziram a sequência e observaram até ao termo de ordem 18.

Questão 6 (Em 20 figuras, quantos quadrados há? Porquê?)
Todos os grupos responderam 14 quadrados argumentando que tinham construído a sequência até ao 20 e observando que o 20 tinha um quadrado, outros alunos contaram de 2 em 2 pois tinham 2 quadrados juntos.

Questão 7 (Qual o termo de ordem 30? Explica.)
O grupo 9 respondeu quadrado, alegando que tinham continuado a sequência a partir do 20 até ao 30 e que tinham visto o quadrado por cima do 30, esta situação foi discutida na discussão em

grupo-turma. Uma vez mais se verificou a importância da discussão coletiva para desfazer ideias erradas. Os restantes grupos reproduziram a sequência até ao 30 e responderam círculo.
Grupo 9: Martim R.: Fizemos até ao 20 que é quadrado depois começámos de novo até ao 30 e deu quadrado.
Martim S.: Assim está mal.
Professora: Porquê?
Eduardo: A seguir ao 20 é 21 e é bola.
Alunos: Círculo!
Martim S.: Tinhas 4 quadrados seguidos, não podes.
Professora: Então, o que temos de fazer antes de voltar ao início da sequência?
Os alunos ficaram pensativos.
Professora: Então o 20 é quadrado, antes de voltar a contar no início da sequência, o que tenho de fazer?
Andreia: Pões o círculo.
Afonso: E depois é que fazes outra vez quadrado quadrado no início.
Professora: Então, é importante terminar o grupo de repetição?
Alguns alunos: Sim, e depois é outra vez quadrado quadrado círculo.
Esta discussão foi de extrema importância de modo a que os alunos refletissem acerca dos enganos que advém ao não completar o grupo que se repete.
Os restantes grupos responderam círculo dado que tinham reproduzido a sequência e observado que o 30 tinha um círculo.

Questão 8 (E o de ordem 65? Como descobriste?)
Os grupos 1 e 6 não conseguiram responder a esta questão, disse para tentarem no entanto, estes refletiam algum cansaço e não se esforçaram muito. A reação a esta questão foi: - Ah!; - Oh! Disse-lhes para tentarem descobrir uma forma de conseguirem.
A dada altura o grupo 2 chama-me.
Andreia: É quadrado.
Professora: Como pensaram?
Olhando e apontando para a sequência reproduzida até ao 30 com os materiais.
Andreia: Contámos aqui até 30.
Rodrigo: Contámos outa vez .
Professora: E deu quanto?
Andreia: Não me lembro (e voltam a contar do 31 ao 60).
Andreia: 60
Rodrigo: E pois foi mais cinco.
Andreia: O 65 deu no quadrado.
Professora: Muito bem.
Ao circular pelos diferentes grupos todos tiveram o mesmo raciocínio, explicaram oralmente dado à sua dificuldade ainda sentida ao nível da escrita.
Honestamente, pensei que os alunos não conseguissem responder a esta questão contudo, a maioria dos grupos conseguiu, concretizando-a, surpreendendo-me pela positiva e ultrapassando as minhas expetativas.
A discussão coletiva foi importante pois através dela os alunos conseguiram observar os raciocí-nios dos seus colegas.

Questão 9 (Cria o teu padrão pintando 11 círculos. Agora, reproduz esse padrão.)
Atendendo às dúvidas que surgiram nos grupos dos anos em que já tinha realizado esta tarefa, questionei-os relativamente ao significado da palavra reproduzir. Os alunos foram esclarecidos de que tinham de construir o padrão em conjunto, primeiro construíam o padrão em grupo e depois em baixo tinham de o reproduzir.
Alguns alunos: É fazer de novo.
Esta questão levantou muitas dúvidas e através dela verifiquei que os alunos não conseguem reproduzir um padrão.
Dois grupos sentiram dificuldade e não conseguiram fazer um padrão.
Grupo 9: Martim R.: Vermelho vermelho vermelho, vermelho roxo roxo verde verde verde verde rosa
Ao reproduzirem usaram cores diferentes não respeitando esta sequência. Perguntei-lhes qual o grupo que se repetia.
Martim R.: É o vermelho vermelho,..

Os alunos pensavam que o padrão era a repetição da cor no entanto, não as organizaram por grupo de repetição.
Grupo 6: Professora: Qual o grupo que se repete?
Alunos: Não tem.
Professora: Temos aqui um padrão?
Alunos: Não.
Mais tarde passei e tinham construído um padrão do tipo AB AB.
Apenas os grupos 3, 6 e 8 responderam corretamente a esta questão, criando um padrão do tipo AB AB.
Os restantes grupos criaram padrões do tipo ABC ABC e ABCD ABCD, na reprodução do padrão reproduziram-no na 1.ª fila e na segunda voltaram a reproduzir sem fazerem a continuação do padrão.
Ao circular pelos diferentes grupos ia questionando os alunos.
Professora: Reproduziram e continuaram o padrão?
Alunos: Sim.
Os alunos não se aperceberam de que não tinham continuado mas sim reproduzido o padrão em cada fila de círculos.
Apenas na discussão geral este engano foi desfeito e os alunos deram conta que de facto não estava correto pois assim, alteravam o grupo de repetição e que não podia ser.
Após a discussão, em grupo-turma, o grupo 9 construiu um padrão do tipo ABC ABC.

Discussão geral

Intervenções dos alunos/ Gestão da professora
Principais conclusões/ Descobertas
Episódios marcantes/ Aspetos a destacar

Na discussão coletiva, intuitivamente, os alunos estabeleceram uma relação de razão, verificaram que a quantidade dos quadrados era duas vezes a quantidade dos círculos, que havia 2 quadrados para um círculo ou 4 quadrados para 2 círculos.

Questão 2: Professora: Que relação existe entre o número de quadrados e o dos círculos? (os alunos ficaram pensativos, esta questão não foi adequada a este grupo etário.)
Professora: O que é o 4 em relação ao 2?
Edgar: É outra vez o 2.
Professora: É quantas vezes o 2?
Alguns alunos: É duas vezes.
Martim S. e Eduardo: 2 mais 2 é 4.

Os alunos funcionaram melhor em grupo, tive de alertar para falarem mais baixo e terem o cuidado de partilhar as ideias com os colegas do grupo.
Alguns grupos terminaram antes de outros, foram pintando a ficha até os colegas terminarem.
Generalizar para termos mais distantes nesta idade é ainda uma tarefa muito difícil, a maioria dos alunos conseguiu responder para o termo de ordem 65 devido à concretização, sem esta não teria sido possível.

Após a aula

Aspetos positivos/ Aspetos bem conseguidos
Aspetos a melhorar (nas tarefas, na prática da professora)
Papel da professora/ investigadora
Reflexos na investigação/ Reflexão após a sessão

Todos os alunos conseguiram associar os círculos aos números que contavam de 3 em 3 começando no 3.
Os alunos gostaram de realizar a tarefa, colaboraram mais uns com os outros, dentro do próprio grupo, conseguiram partilhar melhor a informação. A construção e continuação de um padrão, pelos alunos, foram ainda muito complicadas.
A generalização para termos distantes, nesta idade é algo, ainda, bastante exigente, a concretização é de facto fundamental e imprescindível

Anexo 21 – Diário de Bordo 4 da Tarefa 1 – Caso 2.º ano de escolaridade (DB4 T1 C2)

Data: 21/01/2014	Tempo previsto: 120 min	Tempo gasto: 120 min
Tarefa 1: Padrão repetição – Sequência de quadrados e triângulos		

Antes da aula
Expetativas da professora Espero que os alunos consigam generalizar; estabelecer as relações entre o termo da sequência e a sua posição; relacionar a figura com a sua ordem na sequência; associar os números pares aos triângulos e os ímpares aos quadrados; realizar contagens de 2 em 2, estabelecer a relação de metade. Receio de que os alunos desmotivassem devido à extensão da tarefa ou revelassem cansaço.

Durante a aula
Introdução da tarefa
Instruções / Reações dos alunos Assim que os alunos chegavam à sala, sentavam-se de acordo com os grupos de trabalho. A aula teve início às 9h20min, alguns alunos chegaram atrasados. O aluno Tiago faltou então, a aluna Francisca fez parte do grupo do Bernardo e da Lara. Iniciei a aula com uma breve explicação de como se irá desenvolver o trabalho ao longo da implementação da sequência de tarefas; que iríamos realizar em trabalho de pares e hoje, excecionalmente, um em grupo de 3 alunos, os grupos irão manter-se até ao final da sequência de tarefas a não ser que surja a necessidade de os alterar; que iria distribuir uma folha de registo por aluno, numa das quais registariam em esferográfica preta, tendo o cuidado de registarem a mesma informação em todas as folhas. Relembrei as regras de trabalho de grupo. Reproduzi a sequência no quadro e distribuí material manipulativo (triângulos e quadrados em esponja Eva), atendendo a que se trata de turma de 2.º ano, li as primeiras 5 questões. Esclareci as questões 2 e 5. Distribuí as esferográficas e as folhas de registo pelos diferentes grupos. Projetei a folha de trabalho no quadro interativo. Os alunos reagiram de forma positiva à proposta da tarefa e começaram de imediato a responder ao questionário.
Desenvolvimento da tarefa
Atitudes da professora/ Questões colocadas/ Dificuldades da professora *Questões colocadas pelos alunos/ Dificuldades e comentários dos alunos* *Atitudes dos alunos durante a tarefa / Estratégias utilizadas* Ao circular pelos diferentes grupos todos identificaram a sequência exposta como um padrão, atendendo à repetição das figuras. **Questão 1** (Podemos considerar que existe um padrão? Como é que pensaste?): <u>Grupo 6:</u> Rita: Porque está sempre um quadrado e um triângulo. <u>Grupo 2:</u> Diogo: Porque está sempre repetido. Professora: O que se repete? Raquel: Quadrado e triângulo. <u>Grupo 4:</u> Leo: Porque está sempre a fazer quadrado e triângulo, quadrado e triângulo. No <u>grupo 1,</u> o Bernardo vai avançando no questionário e não espera pelas colegas, voltei a relembrar-lhes as regras para o trabalho em grupo. Lara e Francisca: Porque está sempre quadrado e triângulo. Bernardo: É sempre a repetir. Apesar de ter explicado anteriormente voltaram a surgir dúvidas em relação à interpretação da **questão 2** (Qual o grupo que se repete?), em 2 grupos de pares, acabei por esclarecer toda a turma relativamente a esta questão, o grupo referia-se ao que se estava a repetir na sequência. <u>Grupo 3:</u> Professora: Qual o grupo que se repete? Bruna: Quadrado e o triângulo. Oralmente identificaram o grupo de repetição, por escrito registaram quadrado triângulo, quadrado triângulo, quadrado triângulo.

Ao circular pelos diferentes grupos apercebo-me que o grupo 5 vai ficando mais atrasado, sentem mais dificuldade ao nível da leitura do questionário, tratam-se de alunos do 2.º ano e alguns ainda são pouco autónomos na leitura e interpretação.
O Diogo identifica os quadrados como cubos e a Raquel corrige-o, mais tarde volta a chamar os quadrados de cubos, a Raquel volta a corrigi-lo (Quadrados, é quadrados!).

A **questão 5** (Qual é a próxima figura? E o próximo número?) também suscitou algumas dúvidas, ao referir-se à próxima figura dois grupos de pares de alunos (6 e 7) associaram como sequência da questão 4 (Qual a figura que está por cima do 9?) considerando a figura 10 como sendo a próxima figura, optei por ir esclarecendo os grupos à medida que ia circulando, com receio de influenciar as respostas dos alunos
Grupo 7**:** Professora: Como pensaram?
Mariana: A seguir é o número 10 e um triângulo.
Esclareci que era após a sequência exposta.
Mariana e Rodrigo: É o 11 e o quadrado.

Na **questão 6** (Qual a figura que irá estar por cima do 20?),
Grupo 3: repetiram visualmente a sequência aferindo que obtinham um triângulo no número 20.
Gustavo: O 10 é triângulo e depois mais 10 dá 20 e também é triângulo.
Grupo 4: Beatriz: o 11 é quadrado, depois 12 triângulo, representa com o material manipulativo até ao 20 (sobrepondo as peças, não reproduz a sequência).
Grupo 7: Professora: Porquê?
Mariana e Rodrigo: Porque vimos aqui (apontam para a sequência que construíram).
À exceção de poucos, verifica-se que a maioria dos alunos ainda necessita de concretizar.
Grupo 5: Representam a sequência até ao 31, com o material manipulativo.

Na **questão 7** (Conseguem pensar noutros números que também tenham triângulos por cima? Quais são esses números?)
Após observar o registo da resposta dos alunos, de modo a confirmar se tinham a noção de que apareciam também noutros números.
Grupo 3: Professora: Só aparecem nestes números?
Bruna e Gustavo: Não.
Bruna: Mas não cabem aqui tantos.

Na **questão 8** (Qual será a figura que estará por cima do 31? Porquê?)
Grupo 6: Rita e Daniel: Quadrado.
Professora: Porquê?
Rita: 30+1 é 31, que é ímpar, tem de ter quadrado por cima.

Questão 10 (Qual a figura que pensam que estará por cima do 100? Porquê?
Grupo 3: Gustavo: Os números que têm uma dezena são sempre triângulos, os que têm zero nas unidades têm triângulos.
Professora: Contaste de 10 em 10?
Gustavo: Não, já sabia. O 100 também tem zero nas unidades.
Grupo 1: Professora: Expliquem como pensaram?
Bernardo: O 10 é triângulo, dez é uma dezena, o 100 é uma centena, é como se fosse o 10 mas não é, fica no triângulo.
Professora: Pensaram de 10 em 10?
Bernardo: São 10 vezes o 10, por isso também preciso de um triângulo.
O que o Bernardo tentava explicar é que reproduzindo a sequência 10 vezes, o 100 iria ficar na posição do 10, logo o 100 teria um triângulo por cima.

A partir da questão 11 começaram a surgir muitas dificuldades e dúvidas nos grupos.

Questão 11 (Nas primeiras 20 figuras, quantos triângulos há?)
Grupo 2: O Diogo continua a referir os quadrados como cubos.
Professora: Cubos?
Raquel: Oh Diogo, são quadrados.
Estavam com dificuldade em responder à questão, sugeri que construíssem a sequência, construíram e responderam corretamente na oralidade.

Alguns alunos não conseguiram responder e/ou responderam aleatoriamente, revelando cansaço e muita vontade de ir lanchar, começaram os primeiros sintomas de falta de concentração. Alguns conseguem explicar oralmente contudo, não conseguem escrever as suas ideias.

<u>Grupo 4:</u> Professora: Expliquem como pensaram?
Leo: Nestas 10 figuras há 5 triângulos, nas 20 há 10, são mais 5.
(Este grupo construiu a sequência para concretizar, sem a concretização não estavam a conseguir responder).

Na **questão 12** (Nas primeiras 100 figuras, quantos quadrados há?)
<u>Grupo 2:</u> Inicialmente responderam 85 quadrados, solicitei que me explicassem o raciocínio, o porquê.
Olharam uns para os outros e olharam para mim (silêncio).
O Bernardo começou: - Não, são 50 quadrados e 50 triângulos.
Professora: Porquê?
Bernardo: Então nas 10 do quadro há 5 de cada, é metade do número das figuras. 50 mais 50 dá 100. Porque tem de ser metade desse número das figuras (do 100), tem de ser metade de quadrados e metade de triângulos para fazer os 100.
Alguns alunos generalizam contudo, sentem muita dificuldade em escrever como pensam.
<u>Grupo 3:</u> Tinham registado 5 quadrados e justificam com 50, por lapso devem ter escrito o 5. Questionei-os
Gustavo e Bruna: É 50.
Gustavo: Eram precisos 50 para dar 100, 50 mais 50 dá 100.
Sentiram dificuldade em explicar o seu raciocínio.

Por vezes houve necessidade de pedir para o Bernardo abrandar o ritmo e, na discussão coletiva, ter mais calma de modo a dar oportunidade aos colegas.
À semelhança do grupo do 4.º ano, um grupo terminou antes dos restantes, acabaram por pintar a sequência representada na folha de registo, para dar tempo que os outros terminassem, ainda assim aguardaram cerca de 10 minutos. Como o grupo é mais pequeno do que o do 4.º ano não foi tão difícil chegar a todos os grupos, de modo a certificar-me do seu desempenho e das dificuldades por eles sentidas, senti mais dificuldade em chegar a todos a partir da questão 11, a partir da qual houve a solicitação de vários grupos.

Discussão geral

Intervenções dos alunos/ Gestão da professora
Principais conclusões/ Descobertas/ Episódios marcantes/ Aspetos a destacar

Os alunos conseguiram generalizar, associaram os números ímpares aos quadrados e os pares aos triângulos. Durante a realização da tarefa, ao identificar os números que estavam por baixo dos triângulos os alunos identificaram-nos sempre como os números pares. Estabeleceram contagens de 2 em 2, de 10 em 10.

Após a aula

Aspetos positivos/ Aspetos bem conseguidos
Aspetos a melhorar (nas tarefas, na prática da professora)
Papel da professora/ investigadora/ Reflexos na investigação/ Reflexão após a sessão

Em aulas futuras, irei reformular a questão 5 ou esclarecer que se trata da próxima figura da sequência apresentada.
Os alunos conseguiram trabalhar relativamente bem em grupo.
A aula iniciou-se com 20 minutos de atraso, os alunos chegaram atrasados, um aluno faltou. A discussão em grupo turma foi realizada após o intervalo, aqui verifiquei que alguns alunos já estavam desconcentrados, havendo necessidade de os chamar à atenção, o Bernardo queria responder a tudo, também teve de ser chamado à atenção para dar oportunidade aos outros colegas dos outros grupos, a gestão da discussão também não foi muito fácil por estes motivos.
Em seguida, realizei a reflexão final com os alunos.
Professora: O que aprenderam com esta sequência?
Rita: Números pares estão em cima dos triângulos.

Alunos: Os triângulos em números pares e os quadrados têm números ímpares.
Professora: Como obtemos os números pares?
Alunos: Contando de 2 em 2.
Professora: E como obtemos os ímpares? (ficaram pensativos)
Daniel: Contar de 1 em 1.
Rita: de 3 em 3.
Professora: Então 1 mais 3 é 3?
Alunos: Não, é 4.
Rita: Também é de 2 em 2.
Professora: E começamos em qual?
Alunos (7): No zero.
Alunos: Não! É no 1, 1 mais 2 é 3; 0 mais 2 é dois.
Professora: O Bernardo falou na metade, o que é a metade?
Maria Luísa: É partires em duas.
Professora: Então vamos imaginar, tenho aqui uma pastilha e vou partilhar com o Rodrigo, parto assim? Uma parte para ele e esta para mim. (parti em 2 partes diferentes)
Íris: Não. Tens de partir em duas iguais.
Professora: Então o que é a metade?
Alunos: Partes uma coisa ao meio, em duas partes iguais, e fica uma metade e outra metade (representando com as mãos).
Ao serem questionados relativamente à realização da tarefa, em coro, responderam que gostaram. Perguntei se acharam a tarefa muito longa responderam que não. Pessoalmente achei a tarefa muito extensa para este ano de escolaridade estou com receio para o 1.º ano. Possivelmente a partir da questão 5 irei desenvolver apenas a nível da oralidade, de forma a não prolongar muito a realização da tarefa, dependendo também do desempenho dos alunos.

Anexo 22 – Diário de Bordo 5 da Tarefa 2 – Caso 2.º ano de escolaridade (DB5 T2 C2)

Data: 28/0172014	Tempo previsto: 90 min	Tempo gasto: 110 min
Tarefa 2: Padrão de repetição – Sequência de quadrados, triângulos e círculos		

Antes da aula
Expetativas da professora Espero que os alunos consigam generalizar; estabelecer as relações entre o termo da sequência e a sua posição; relacionar a figura com a sua ordem na sequência; realizar contagens de 3 em 3. Penso que os alunos irão cometer erros dado que, a sequência apresenta as figuras até ao termo de ordem 10, poderão cometer erros pensando que o grupo de repetição termina no 10, poderão associar o termo de ordem 20 e 30 ao quadrado, uma vez que é o termo de ordem 10.

Durante a aula
Introdução da tarefa
Instruções / Reações dos alunos Os alunos sentavam-se de acordo com os grupos de trabalho, conforme iam chegando à sala. Enquanto reproduzia a sequência no quadro o Tiago (que tinha faltado na aula anterior – tarefa1) Tiago: Professora, estás a fazer um padrão. Professora: Por que dizes que é um padrão? Tiago: Está aí sempre quadrado, triângulo e círculo. O aluno reconheceu o padrão pela repetição das figuras, optei por projetar a tarefa 1 no quadro interativo e iniciar com uma breve descrição da aula anterior. Em seguida expliquei que iríamos realizar a tarefa 2, também em trabalho de pares (os mesmos da aula anterior); que iria distribuir uma folha de registo por aluno, reforcei a importância de registarem a mesma informação nas folhas do questionário e que iria recolher a que estava escrita em esferográfica preta. Recordámos as regras de trabalho em grupo. Distribuí material manipulativo, atendendo ao ano de escolaridade (2.º ano), quadrados, triângulos e círculos em esponja Eva, para o caso de necessitarem de concretizar. Li todas as questões em voz alta. Distribuí as esferográficas e as folhas de registo pelos diferentes grupos. Os alunos reagiram de forma positiva à proposta da tarefa e começaram de imediato a responder ao questionário. Projetei a folha do questionário no quadro interativo. Na aula de hoje formámos 8 grupos, estiveram presentes todos os alunos da turma.
Desenvolvimento da tarefa
Atitudes da professora/ Questões colocadas *Questões colocadas pelos alunos* *Dificuldades e comentários dos alunos* *Atitudes dos alunos durante a tarefa / Estratégias utilizadas* *Dificuldades da professora* **Questão 1 (**Qual o padrão que vês?) Os <u>grupos 2 e 3</u>, identificaram quadrado, triângulo e círculo, quando os questionei relativamente ao padrão que viam referiram o padrão pela repetição das figuras quadrado, triângulo e círculo, quadrado, triângulo e círculo contudo, registaram quadrado, triângulo e círculo. No <u>grupo 6</u> aconteceu o mesmo mas acrescentaram “a repetirse”. O <u>grupo 8</u> referiu que tinham de acrescentar mais porque estava sempre a repetir. <u>Grupo 3</u>: Ao aperceber-se de que não tinham registado a forma como pensaram. Gustavo e Bruna: Quadrado, triângulo e círculo, quadrado, triângulo e círculo, está sempre a repetir. Professora: O que registaram? Gustavo e Bruna: Quadrado, triângulo e círculo. Professora: É o que veem? Gustavo e Bruna: É mas a repetir. Bruna: É mais difícil a escrever, às vezes esquecemos as letras. Os alunos sentem mais dificuldade em expressar o seu raciocínio por escrito, têm mais facilidade em fazê-lo oralmente. Os alunos identificaram o padrão que visualizavam pela repetição das figuras quadrado, triângulo

e círculo.
Questão 2 (Por quantas figuras é composta o grupo que se repete? Quais são?)
Continuou a suscitar dúvidas na interpretação da questão em 3 grupos (grupos 2, 4 e 5). O grupo 2 desenhou as figuras para identificar a quantidade de figuras do grupo de repetição, voltando a desenhá-las para as identificar. O grupo 5 referiu que eram 3 as figuras e identificou-as corretamente colocando à frente reticências, o grupo referiu que era sempre a repetir e por isso colocaram as reticências.
Inicialmente o grupo 4 referiu que o grupo de repetição era composto por 10 figuras e ao identificá-las descreveu o padrão que observavam.
Grupo 4: Professora: Qual o grupo que se repete?
Beatriz: Quadrado, triângulo e círculo.
Professora: Mas registaram 10.
Alunos: Porque estão aqui 10 (apontam para a sequência exposta).
Professora: Quais as figuras que se repetem?
Beatriz e Leo: Quadrado, triângulo e círculo.
Professora: Quantas são?
Beatriz: São 3.
Professora: Quais são?
Beatriz: Quadrado, triângulo e círculo.
Leo: Quadrado, triângulo e bola.
Professora: Diz…
Leo: Oh, círculo. Quadrado, triângulo e círculo.

A Lara do grupo 1 também referiu uma vez o círculo como bola.
Ao voltar a passar por este grupo verifiquei que tinham alterado o 10 para 3 e riscado os desenhos das figuras e deixado apenas desenhado um quadrado, um triângulo e um círculo.
Todos os restantes grupos quantificaram e identificaram as 3 figuras que compunham o grupo de repetição.

Questão 3 (Quais são os números que estão por baixo dos primeiros quatro quadrados?)
Todos os grupos identificaram os números 1, 4, 7, e 10 sem qualquer dúvida nem hesitação.
Ao passar em cada grupo ia questionando?
Grupo 7: Professora: Como obtemos estes números?
Mariana: A contar de 3 em 3.

Questão 4 (Qual é o número que pensas que estará por baixo do próximo quadrado?)
O grupo 1 respondeu 11, afirmando que em seguida teriam um quadrado, apontando para o início do padrão, como se tivesse terminado no 10 e recomeçasse novamente no quadrado.
O grupo 2 respondeu 30, ao solicitar que explicassem não conseguiram.
O grupo 4 registou 14, reconheceu o engano mas não alteraram a resposta.
O grupo 3 desenhou um triângulo, atendendo à dificuldade que alguns alunos manifestam ao nível da leitura e da escrita, nesta questão os alunos interpretaram como sendo a próxima figura e não leram corretamente a questão, ao ver a palavra próximo entenderam logo como a próxima figura.
Os outros grupos responderam sem qualquer dificuldade, continuaram a sequência, visualmente.

Questão 5 (Qual é a figura que está por cima do 3?)
Todos os grupos responderam sem qualquer dificuldade. Apenas o grupo 1 tinha registado "bola".
Professora: Esta figura é uma bola?
Lara: Não.
Bernardo: É círculo.

Questão 6 (Se continuares o padrão até à 15ª figura, quais os números que estarão por baixo dos círculos? Que números são estes?)
Nesta questão alguns grupos sentiram dificuldade e na reflexão da tarefa referiram que a maior dificuldade por eles sentida na realização desta tarefa tinha sido a questão 6.
Não sabiam o que responder à questão "Que números são estes?", não conseguiram interpretar.
Ajudei-os a interpretar ao questioná-los:
Professora: Que números são estes? O que vos lembram estes números?
Grupo 7: Mariana: São pares e ímpares.

Grupo 5: Maria Luísa: São pares e ímpares.
Grupo 8: Professora: Como os conseguimos obter?
Tiago e Francisca: Contamos de 3 em 3.
Grupo 5: Maria Luísa e Íris: Contando de 3 em 3.s.
O grupo 1: Bernardo: Contamos de 3 em 3.
O grupo 3, juntavam os dedos 2 a dois para verificarem os números que eram pares e os ímpares, quando chegou a vez do 12, a Bruna ficou aflita e eu "emprestei-lhe" 2 dedos. Para o 15 o Gustavo diz que é ímpar porque acaba no 5. (representação ativa)
O grupo 1 respondeu a esta questão e não construiu a sequência.
Grupo 2: Reponderam 3 – 6 – 9 – 16 – 19 – 90. Ao questionar como pensaram, apontaram para a sequência da folha de registo e por baixo dos números 6 e 9 referiram que acrescentaram o 1 da dezena, no 90 não justificaram (penso que aqui dado a dificuldade que sentiam na interpretação responderam ao acaso.
Nesta questão, o grupo 7 tinha registado 3, 6, 9, 12, 15 riscaram e ficou registado o 12 e 15 (pensavam que era para continuar a partir do 10), identificaram-nos como números pares e ímpares.
O grupo 4 respondeu 3, 6, 9, 13, ao solicitar que explicassem como pensaram reconheceram o erro na contagem mas não corrigiram na folha de registo.

Questão 7 (Qual será a 20.ª figura? Como pensaram?)
Os grupos 1 e 3 não utilizaram material manipulativo.
Os grupos 1 e 3 identificaram o quadrado como a 20.ª figura, justificando que, se a figura 10 é um quadrado então a 20 também vai ser um quadrado.
Grupo 1: Professora: Como pensaram?
Bernardo: O 10 é um quadrado então, a 20 também tem de ser um quadrado.
Pensámos em duplicar e depois ficou o quadrado no 20. Se está um quadrado na dezena, no 20 como são duas dezenas tem de estar a mesma figura.
Sugeri que construíssem a sequência para confirmar, estavam tão certos que acharam que não havia necessidade.
O grupo 3 também teve um raciocínio idêntico
Os restantes grupos construíram a sequência e responderam corretamente à exceção do grupo 7 que registou o quadrado.

Questão 8 (Em 20 figuras quantos quadrados há? Como pensaram?)
(E quantos triângulos? Como pensaram?
(E quantos círculos? Como pensaram?)
Os grupos 3, 4, 5 e 8 responderam corretamente, justificando que tinham visto pelo padrão que construíram e contaram as figuras.
Os grupos 6 e 7 responderam 7 – 6 – 6, justificaram que tinham visto pelo padrão contudo, enganaram-se na contagem, o mesmo aconteceu para o grupo 2 que registou 7 – 3 – 4, cometendo também erros de contagem associados a distração.
O grupo 1 respondeu 8 – 6 – 6, seguindo o raciocínio da questão 7, duplicaram o 4 dos quadrados.
Bernardo: Se há 4 quadrados no 10, no 20 tem de se duplicar e dá 8.
Professora: E os triângulos?
Bernardo: Duplicamos o 3 e dá 6 e para os círculos é da mesma maneira. E registaram 3 +3 = 6.

Questão 9 (Em 30 figuras quantos círculos há? Como pensaram?)
Os grupos 2, 3, 4, 5, 6 e 8 Responderam 10 círculos, referiram que conseguiram responder depois de construírem a sequência.
Professora: Só conseguiam completando o padrão?
Alunos: Sim.
Grupo 6: Professora: Como pensaram?
Daniel: Há 10 círculos.
Maria Rita: Fizemos o padrão e contámos os círculos de 2 em 2.
O grupo 1 respondeu 9, seguindo o raciocínio das questões anteriores.
Bernardo: Se nos 10 há 3 círculos só temos de duplicar e fica 6 e depois duplicamos e fica 9 nas trinta.
Professora: Duplicaste o 6?
Bernardo: Não! Fizemos mais 3.
Tinham registado "Pensai de plicar – 9"; riscaram e registaram 3 + 3 = 6 + 3 = 9.

O grupo 7 registou 9 círculos argumentando que construiu o padrão e contaram no entanto, enganaram-se na contagem.

Nas 3 últimas questões foi de extrema importância a construção da sequência, nestas idades os alunos sentem muita dificuldade em pensar mais longe. Deste modo considero que a descoberta de termos mais distantes e a generalização apresentam um cariz muito difícil para alunos destas idades. O facto de o questionário ser um pouco longo e o registo escrito também foram aspetos que provocaram algum cansaço e desmotivação por parte de alguns alunos.

Discussão geral

Intervenções dos alunos/ Gestão da professora
Principais conclusões/ Descobertas
Episódios marcantes/ Aspetos a destacar

Professora: Como é que obtemos os números que estão debaixo dos círculos?
Alunos: A contar de 3 em 3.
Professora: E os que estão debaixo dos quadrados?
Alunos: É de 3 em 3.
Professora: E os que estão debaixo dos triângulos?
Alunos: É também de 3 em 3.
Na discussão geral ao questionar os alunos sobre a questão 9: Como pensaram?
Alunos Vimos no padrão.
Beatriz: É 10 mais 10 mais 10, dá 30.
Bernardo: Tem 10 quadrados, 10 triângulos e 10 círculos.
Professora: Vou fazer-vos uma adivinha. E em 60 figuras?
Bernardo, Tiago, Leo, Mariana, Maria Luísa: 20, porque fazemos 2 vezes o 30 e dá 60.
Professora: Qual é a figura 30?
Alunos: É o círculo.
Professora: E no 60?
Alunos (5): Também é o círculo.
Bernardo: É 30 mais 30.
Professora: Expliquem-me como pensaram?
Maria Luísa: São 20 quadrados, 20 triângulos e 20 círculos.
Gustavo: 20 mais 20 mais vinte dá 60.
Professora: Então quantas vezes temos o 20?
Alunos: 3
Professora: Porquê?
Bernardo: Porque dá os 60.
Professora: Então e em 61 figuras, quantos quadrados, triângulos e círculos vamos ter?
Bernardo, Tiago, Gustavo, Leo, Maria Luísa, Mariana, Rita: 21, 20 e 20.
Professora: Expliquem-me.
Leo: 21 quadrados, 20 triângulos e 20 círculos
Professora: Então e em 62 figuras?
Alunos (7): 21, 21, 20.
Professora: Expliquem.
Alunos (3): São 21 quadrados, 21 triângulos e 20 círculos.
Bernardo: Se fosse 63 já dava 21 de cada uma.

Estava na esperança que ainda surgisse o dobro, a metade, que o número de cada figura se obteria partindo o total das figuras em 3 partes iguais (terça-parte) mas estes não surgiram.
Os alunos funcionaram bem em grupo, houve a necessidade de alertar para partilharem as suas ideias com o colega do grupo, dado que alguns avançavam na resolução das questões sozinhos, solicitei para falarem mais baixo e aguardarem pela sua vez, que eu ia percorrendo os diferentes grupos.
Após a discussão geral os alunos verificaram que depois de obtermos o círculo se houver mais um número esse corresponderá a um quadrado, se houver 2 números a mais corresponderão respetivamente a um quadrado e um círculo.

Após a aula
Aspetos positivos/ Aspetos bem conseguidos *Aspetos a melhorar (nas tarefas, na prática da professora)* *Papel da professora/ investigadora* *Reflexos na investigação/ Reflexão após a sessão* Com o contributo da discussão em grande grupo todos os alunos conseguiram estabelecer relações com os números pares e ímpares, realizar contagens de 3 em 3. Foi de extrema importância a discussão geral, pois foi através dela que alguns alunos, em grande grupo, conseguiram generalizar para termos mais distantes contudo, nem todos os alunos o conseguiram, é um aspeto muito difícil para os alunos deste ano de escolaridade, sem a discussão geral estas ideias não seriam possíveis. Os alunos gostaram muito da tarefa, colaboraram mais uns com os outros, dentro do próprio grupo, conseguiram partilhar melhor a informação mas continuam a sentir dificuldade em registá-la por escrito. Continuo a sentir dúvidas relativamente ao questionamento a fazer aos alunos antes da discussão geral, com receio de os conduzir demasiado ou influenciar as suas decisões.

Anexo 23 – Diário de Bordo 6 da Tarefa 3 – Caso 2.º ano de escolaridade (DB6 T3 C2)

Data: 04/ 02/ 2013	Tempo previsto: 90 min	Tempo gasto: 95 min
Tarefa 3: Padrão de repetição – Sequência de quadrados e círculos; formação de um padrão com círculos		

Antes da aula
Expetativas da professora Espero que os alunos consigam generalizar; estabelecer as relações entre o termo da sequência e a sua posição; relacionar a figura com a sua ordem na sequência; estabelecer relações dobro e de metade. Receio que os alunos cometam o erro ao determinar o termo de ordem 20 e quantos quadrados existem em 20 figuras, fazendo 10 + 10, poderão associar o termo de ordem 20 e 30 ao quadrado, uma vez que este é o termo de ordem 10.

Durante a aula
Introdução da tarefa
Instruções / Reações dos alunos Os alunos sentavam-se de acordo com os grupos de trabalho, conforme iam chegando à sala. Expliquei que iríamos realizar a tarefa em trabalho de pares (os mesmos da aula anterior) e um grupo seria composto por 3 alunos , dado que uma aluna faltou; que iria distribuir uma folha de registo por aluno, reforcei a importância de registarem a mesma informação nas folhas do questionário e que iria recolher a que estava escrita em esferográfica preta. Recordámos as regras de trabalho em grupo. Reproduzi a sequência no quadro, não distribuí material manipulativo, deixei preparado, numa mesa, quadrados, e círculos para o caso de necessitarem. Projetei a folha do questionário no quadro interativo. Li as questões em voz alta e alertei para a necessidade de voltarem a ler as questões quando iniciassem a tarefa. Distribuí as esferográficas e as folhas de registo pelos diferentes grupos. Os alunos começaram de imediato a responder ao questionário. Na aula de hoje faltou uma aluna, formámos 7 grupos, 6 grupos trabalharam a pares e um grupo trabalhou com 3 elementos. Dois grupos foram alterados, o grupo 1 e o grupo 8, devido ao decorrer da aula anterior.
Desenvolvimento da tarefa
Atitudes da professora/ Questões colocadas *Questões colocadas pelos alunos* *Dificuldades e comentários dos alunos* *Atitudes dos alunos durante a tarefa / Estratégias utilizadas* *Dificuldades da professora* No início da aula, ao terminar de reproduzir a sequência no quadro, os alunos começaram por dizer que era diferente. Diogo: É diferente. Maria Luísa: Está incompleta. Rodrigo: Não tem triângulos. Bernardo: Não tem os números por baixo. Os alunos do grupo 1 chamaram o círculo de bola. Assim que os questionava se era uma bola, corrigiam de imediato para círculo, na folha de registo, escreveram bola. Professora: É uma bola? Bernardo: É um círculo. **Questão 1** (Observa e completa a sequência.) Todos os grupos completaram a sequência sem qualquer dificuldade, dizendo que era fácil. <u>Grupo 2</u> – Diogo, Raquel e Leo: É quadrado, quadrado, círculo, quadrado, quadrado, círculo. Na questão 2 e em outras, o grupo 8 necessitou de ajuda na leitura, devido às suas dificuldades ao nível da leitura.

Os alunos também sentiram dificuldade na interpretação das questões 2, 4 e 18; muitos não sabiam o que queria dizer o termo; continuaram a revelar alguma dificuldade em identificar o grupo de repetição.

Questão 2 (Para continuar a sequência de que figuras vamos precisar em maior quantidade? Porquê?)
Todos os grupos referiram que necessitariam de mais 2 quadrados do que de círculos; que havia mais quadrados do que círculos, o grupo que se repete tem 2 quadrados e 1 círculo.
Grupo 5: Maria Luísa: Quadrados.
Professora: Porquê?
Íris: Há mais quadrados do que círculos.
Maria Luísa: Os quadrados repetem-se duas vezes e os círculos é só uma vez.
Grupo 7: Rodrigo: Há mais quadrados do que círculos.
Mariana: São 2 quadrados e 1 círculo.

Questão 3 (Qual o grupo que se repete?)
Oralmente, os grupos identificam corretamente o grupo de repetição, por escrito cometem erros ou omitem informação. À semelhança do que aconteceu com o grupo do 4.º ano, os alunos sentem mais dificuldade em se expressarem por escrito. Esta questão continuou a suscitar dúvidas ao nível da interpretação, no grupo 3.
Grupo 3, identificou quadrado quadrado círculo ….
Professora: Qual é o grupo que se repete?
Gustavo e Bruna: É o quadrado quadrado círculo, sempre assim (apontando para a sequência construída com os materiais).
Grupo 7 e 8 identificaram quadrado quadrado círculo, quadrado quadrado círculo ….
Francisca: é quadrado quadrado círculo, sempre a repetir.
Os restantes grupos identificaram as 3 figuras que compõem o grupo de repetição.

A questão 4 suscitou dúvida na interpretação nos grupos 3 e 7, os alunos pensavam que era o número de vezes que os círculos apareciam, inicialmente registaram 4 círculos, os alunos não entendiam o que queria dizer posições. Os restantes grupos responderam sem dificuldade, observaram na sequência da folha de registo.

Questão 4 (Em que posições surgem os círculos?)
Grupo 3: Professora: Em que posição aparecem os círculos?
Bruna: Na terceira.
Gustavo: Então é 3, 6, 9, 12.
Bruna: É de 3 em 3.
O grupo 7, oralmente conseguiu explicar as posições onde apareciam os círculos contudo, por escrito registaram 4 (apareciam 4 círculos), uma vez mais se observa a dificuldade que os alunos sentem em se expressarem por escrito. Por vezes, a informação escrita não corresponde à que foi expressa oralmente. Eles próprios reconheceram na reflexão que às vezes alteravam o que diziam, que era difícil escrever.

Questão 5 (Se a sequência continuar para a direita, qual será o 18.º termo?)
Inicialmente, alguns grupos também apresentaram dificuldade na interpretação desta questão, o grupo 5 apresentou dificuldade em interpretar o significado da palavra termo na questão, não sabia o que queria dizer. Ao colocar esta questão à turma, visto ser dúvida noutros grupos, os colegas explicaram que era a figura que estava na posição 18 ou a figura que estava por cima do 18.
A Íris começa a contar pelos dedos a partir do 12, identifica o círculo no 15 e depois começa a baralhar-se. Constroem a sequência com as peças e contam até ao 18 a partir do 12.
Nesta questão, 6 grupos identificaram o círculo como o termo de ordem 18 e explicaram que tinham reproduzido a sequência com as peças.
O grupo 3 respondeu o quadrado, dizendo que tinham feito o padrão com as peças no entanto, cometeram um erro na contagem.

Questão 6 (Em 20 figuras, quantos quadrados há? Porquê?)
Inicialmente o grupo 7 respondeu quadrado atendendo a que tinham interpretado que era o termo de ordem 20, ao ler-lhes a questão verificaram que tinham cometido um engano na interpretação

e corrigiram de imediato após terem observado a sequência construída com as peças.
Todos os grupos responderam 14 quadrados argumentando que tinham construído a sequência até ao 20 e observando que no 20 tinham um quadrado, alguns alunos contaram de 2 em 2 pois tinham 2 quadrados juntos.

Questão 7 (Qual o termo de ordem 30? Explica.)
O grupo 6 respondeu quadrado, alegando que tinham continuado a sequência a partir do 20 até ao 30 e que tinham visto o quadrado por cima do 30, estes alunos enganaram-se na reprodução da sequência.
Os restantes grupos responderam o círculo.
Os grupos1: Bernardo: O 3 é círculo. Acrescentas zero e fica trinta e também é bola.
Professora: Bola?
Tiago: Círculo.
Professora: Como é que acrescentas zero e fica trinta?
Aqui o aluno não conseguiu explicar o 10 vezes o 3. Os restantes grupos confirmaram que tinham construído a sequência com as peças e verificado que o 30 tinha um círculo em cima. O grupo 7 inicialmente respondeu quadrado.
Mariana: O 20 tinha um quadrado, o 30 é mais 10 por isso também é quadrado.
Ao verificarem pela sequência construída com os materiais observam e corrigem para círculo no entanto, mantiveram a mesma explicação que tinham para o quadrado, não alteraram a justificação.
A partir da questão 7 observei alguma falta de concentração por parte de 3 alunos, um a não querer pensar muito e 2 a quererem brincar um com o outro. Os alunos foram chamados à atenção e melhoraram a sua atitude, durante a reflexão da tarefa disseram que iam melhorar o seu comportamento e que não era necessário alterar os grupos de trabalho.

Questão 8 (E o de ordem 65? Como descobriste?)
O grupo 8, formado de novo nesta aula e composto por duas alunas com alguma dificuldade na matemática, não conseguiu resolver esta questão, sugeri que avançassem para a seguinte. Mais tarde chamaram-me.
Lara: Professora, acho que já conseguimos.
Professora: Então expliquem como pensaram.
Francisca: O 30 é círculo. Pensámos que aqui podíamos ir mais e chegámos lá.
Professora: Chegámos lá, onde?
Francisca: Ao resultado.
As alunas sentem alguma dificuldade em explicar o seu raciocínio.
Lara: Fizemos até ao 30 e deu círculo.
Francisca: Fizemos outra vez a sequência toda e demos um saltinho e ficámos (ficou a pensar)
Lara: No 60.
Francisca: E depois fizemos mais 5, era fácil contar pelos dedos e vimos que era 65, que era quadrado.
Para registarem por escrito tive de as ajudar a organizar as ideias, estavam com muita dificuldade.
Grupo 7: Mariana: Fizemos a sequência até ao 20 e depois continuámos.
Rodrigo: De 10 em 10.
Mariana: Até ao 60. O 60 deu no quadrado e depois mais 5 e deu círculo.
Na discussão coletiva esta questão foi esclarecida, pois a resposta estava incorreta. Ao pedir para explicarem o porquê os alunos justificaram que era porque repetiram a sequência a seguir ao 20.
Tiago: Não pode ser porque iam ter 3 quadrados. Tem de ser depois do círculo.
Professora: Porquê?
Alguns alunos: Porque o grupo que repete acaba no círculo.
Uma vez mais se verifica a importância da discussão coletiva através da qual se conseguem desfazer mal entendidos e compreender o porquê de alguns raciocínios.
À exceção do grupo 5, todos os grupos restantes responderam corretamente – quadrado.
O grupo 1 verificou que o 30 era círculo.
Bernardo: Mais 30 dá 60 e é círculo também.
Tiago: E depois mais 3 e mais 3 dá círculo e é 66. O 65 é um a menos e dá no quadrado.
Os grupos 2, 3 e 8 pensaram da mesma forma, verificaram na sequência que o 30 tinha um círculo, ao repetir obtinham o 60 que também era círculo e depois voltavam ao início da sequência e

obtinham um quadrado (30 mais 30 é 60, 60 mais 5 dá 65 e é quadrado).
Grupo 2:
Leo: Fizemos até ao 30.
Diogo e Raquel: E repetimos outra vez.
Leo: Deu 60.
Diogo: E fizemos mais 5.
Leo e Raquel: (apontando na sequência e 5 dá quadrado. É quadrado.

Questão 9 (Cria o teu padrão pintando 11 círculos. Agora, reproduz esse padrão.)
Atendendo às dúvidas que surgiram no grupo do 4.º ano, questionei-os relativamente ao significado da palavra reproduzir.
Alguns alunos: É fazer outra vez.
Os alunos foram esclarecidos de que tinham de construir o padrão em conjunto, primeiro construíam o padrão em grupo e depois em baixo tinham de o reproduzir. Assim, os alunos construíram o padrão em grupo e sem dúvida responderam a esta questão, não revelando dificuldade na sua interpretação.

Discussão geral

Intervenções dos alunos/ Gestão da professora
Principais conclusões/ Descobertas
Episódios marcantes/ Aspetos a destacar

Na discussão coletiva os alunos estabeleceram uma relação de razão, verificaram que os quadrados eram o dobro dos círculos, que havia 2 quadrados para um círculo.

Questão 2: Professora: Que relação existe entre o número de quadrados e o dos círculos?
Maria Luísa e Bernardo: É o dobro.
Professora: O que quer isso dizer? O que significa?
Maria Luísa: É outra vez.
Bernardo: Tens duas vezes.
Tiago: É 2 mais 2.

Os alunos estabeleceram uma relação de razão, havia 1 círculo para 2 quadrados, a quantidade de quadrados era o dobro da dos círculos.
Os alunos funcionaram bem em grupo, tive de alertar para falarem mais baixo e terem o cuidado de partilhar as ideias com os colegas do grupo.
Alguns grupos terminaram antes de outros, foram pintando a ficha até os colegas terminarem. Um grupo (grupo1) inventou uma questão relativamente ao padrão que tinham construído, padrão do tipo ABCD ABCD, (Se o padrão continuar até ao 250, que cor ficava?) na partilha comunicaram a questão aos colegas da turma.
Durante a discussão geral os alunos foram alertados para pensar noutra forma de pensar sem ser através da construção da sequência.
Ajudei-os na orientação, repetindo o grupo de repetição 10 vezes obtinham o 40, depois realizámos contagens de 40 em 40 até ao 240.
Voltando ao início do padrão
Alguns alunos não entenderam este raciocínio.

A maioria dos alunos verificaram que para obter termos mais distantes realizavam contagens de 3 em 3, aproveitavam o 30 para avançar mais rapidamente, sabiam que de 3 em 3 (começando no 3, ou no 12, ou no 18, ou no 30 conforme a situação) obtinham um círculo.

Após a aula

Aspetos positivos/ Aspetos bem conseguidos
Aspetos a melhorar (nas tarefas, na prática da professora)
Papel da professora/ investigadora
Reflexos na investigação/ Reflexão após a sessão

Todos os alunos conseguiram associar os círculos aos números que contavam de 3 em 3 começando no3. Com o contributo da discussão em grande grupo, a maioria dos alunos conseguiu generalizar, pensando em termos mais distantes, compreendendo que tinham de começar sem-

pre em números que obtinham de 3 em 3 (com início em 3) e que nesses números obtinham um círculo, verificando que este raciocínio é mais rápido do que construir a sequência até esse termo.
Os alunos gostaram de realizar a tarefa, colaboraram mais uns com os outros, dentro do próprio grupo, conseguiram partilhar melhor a informação.

Anexo 24 – Diário de Bordo 7 da Tarefa 1 – Caso 3.º ano de escolaridade (DB7 T1 C3)

Data: 23/01/2014	Tempo previsto: 90 min	Tempo gasto: 100 min
Tarefa 1: Padrão repetição – Sequência de quadrados e triângulos		

Antes da aula
Expetativas da professora Espero que os alunos consigam generalizar; estabelecer as relações entre o termo da sequência e a sua posição; relacionar a figura com a sua ordem na sequência; associar os números pares aos triângulos e os ímpares aos quadrados; estabelecer relações de múltiplos, de metade. Receio de que os alunos desmotivassem devido à extensão da tarefa ou revelassem cansaço.

Durante a aula
Introdução da tarefa
Instruções / Reações dos alunos Assim que os alunos chegavam à sala, sentavam-se de acordo com os grupos de trabalho. Os alunos chegaram um pouco atrasados, a tarefa teve início às 9h 25min. À semelhança de nas outras turmas, iniciei a aula com uma breve explicação de como se iria desenvolver o trabalho ao longo da implementação da sequência de tarefas; que iríamos realizar as tarefas em trabalho de pares (que estes se manteriam até ao final a não ser que surja a necessidade de os alterar); que iria distribuir uma folha de registo por aluno, numa das quais registariam em esferográfica preta, tendo o cuidado de registarem a mesma informação nas duas folhas. Falámos acerca das regras de trabalho de grupo. Referi que não necessitavam de ter a preocupação em dar a resposta completa, poderiam responder logo diretamente. Reproduzi a sequência no quadro, não distribuí material manipulativo, atendendo a que era uma turma de 3.º ano, mas tinha preparado para o caso de necessitarem. Projetei o questionário no quadro interativo, li todas as questões. Alertei o pormenor da questão 2 e 5 (que ainda assim, mais tarde, suscitaram dúvidas). Distribuí as esferográficas e as folhas de registo pelos diferentes grupos. Os alunos reagiram de forma positiva à proposta da tarefa e começaram de imediato a responder ao questionário.
Desenvolvimento da tarefa
Atitudes da professora/ Questões colocadas/ Dificuldades da professora *Questões colocadas pelos alunos/ Dificuldades e comentários dos alunos* *Atitudes dos alunos durante a tarefa / Estratégias utilizadas* No início, ao distribuir as folhas do questionário, a aluna Bruna diz: Bruna: Professora, eu acho que já sei qual é o do 100. Professora: Qual é? Bruna: Acho que é um triângulo porque nas dezenas são triângulos. Os grupos começaram a responder de imediato, revelando trabalhar muito bem em grupo de pares, apenas o grupo entrou um pouco em discordância inicialmente mas depois começaram a funcionar muito bem e a partilhar as perspetivas de cada uma. Na **questão 1** (Podemos considerar que existe um padrão? Como é que pensaste?), Todos os grupos, à exceção de um, consideraram a existência de um padrão pela repetição das figuras quadrado e triângulo. O <u>grupo 8</u> não considerou a sequência como um padrão: Professora: O que é um padrão? Tomé: É por exemplo uma coisa onde é uma fila que tem um grupo com quadrado triângulo quadrado triângulo. Professora: E o que veem nesta sequência? Tomé e Luana: É um padrão. Ficaram pensativos, abandonei o grupo e quando voltei verifiquei que mantinham a mesma resposta “Não. Porque não há só estas figuras.” Contudo na discussão em grupo-turma assumiram que estavam perante um padrão. Surgiram dúvidas em relação à interpretação da **questão 2** (Qual o grupo que se repete?), expliquei para toda a turma que o grupo se referia ao que se repetia.

Apenas um grupo respondeu que o grupo que se repete é o das figuras, os outros 7 grupos identificaram o quadrado e o triângulo como o grupo que se repete.
Nas questões 2 e 3 os alunos responderam sem qualquer dúvida.

A **questão 5** (Qual é a próxima figura? E o próximo número?) também suscitou dúvida num grupo, ao referir-se à próxima figura associaram como sequência da questão 4 (Qual a figura que está por cima do 9?), voltei a esclarecer este grupo.
Nesta altura apercebo-me de que o grupo 6 está a ficar muito atrasado relativamente aos outros grupos (alguns vão na questão 10, outros na 12, e este na questão 6), este atraso deveu-se não a dificuldades no questionário mas devido à preocupação em darem as respostas completas. Lembrei-os que não necessitavam de dar a resposta completa no entanto, eles continuaram a dar as respostas completas até ao final do questionário, tendo sido o último grupo a terminar a tarefa.

Na **questão 6** (Qual a figura que irá estar por cima do 20? Porquê?), os grupos 1, 3, 6, 7 e 8 construíram a sequência até ao 20 confirmando que o triângulo está por cima do 20.
O mesmo aconteceu para o termo de ordem 31 na **questão 8.**

Questão 6
Grupo 2: Professora: Como pensaram?
Diana: Se 10 mais 10 é 20, só temos de ir ver na dezena qual é a figura.
Bruna: É o triângulo.

Na **questão 7** (Conseguem pensar noutros números que também tenham triângulos por cima? Quais são esses números?)
Professora: Que números são estes?
Grupo 4: Iara: São números pares. Para mim e para ti Bianca?
Bianca: Também.
Grupo 5: Isabel: São números pares.
Joel: E na 9, são números ímpares.
Grupo 8: Tomé: São pares.
Professora: Para no 20?
Tomé e Luana: Não, continua. (acrescenta reticências na resposta)
Grupo 1: Ana Carolina: São os da tabuada do 2. São os múltiplos do 2.
Foi o único grupo que oralmente relacionou os números expostos como pares e múltiplos de 2, na resposta escrita registaram apenas os múltiplos de 2.

Questão 8 (Qual será a figura que está por cima do 31? Porquê?)
Grupo 1: A Letícia a continua a sequência com o material manipulativo enquanto a Ana Carolina escreve os números até ao 31, no verso da folha. A Letícia sugere que se façam os desenhos por cima dos números, colocam as peças do material manipulativo.
Uma grande parte dos grupos associou a figura do quadrado aos números ímpares.

Questão 9 Consegues pensar noutros números que também tenham quadrados por cima? Quais são esses números?)
Aos questionar os alunos de que números eram os que tinham registado, identificavam-nos de imediato como números ímpares contudo, nem todos o registaram por escrito.

Questão 10 (Qual a figura que pensam que estará por cima do 100?)
Seis grupos responderam que era o triângulo por cima do número 100 atendendo a que o 100 é um número par e os números pares têm sempre triângulos. O grupo 2 identificou pelas dezenas, que nas dezenas (10, 20, 30,…) aparecem triângulos, e o grupo 1 respondeu que era assim que o padrão seguia (reproduziram até ao 100 com o material manipulativo.
Grupo 6: Paulo: Quando calha nas dezenas, sempre 10, 20,… quando tem zeros é sempre triângulos.
Lara: É quando calhamos nos pares.

Na **questão 11** (Nas primeiras 20 figuras, quantos triângulos há?)
Os grupos 2 e 8 identificaram pela metade, 10 era metade de 20 por isso eram 10 triângulos e também referiram oralmente que eram 10 quadrados.
O grupo 1 observou na sequência construída e contaram os 10 triângulos.

Os restantes grupos associaram ao facto de em 10 figuras haver 5 triângulos logo, em 20 figuras tinham mais 5 que dava 10 triângulos. Na **questão 12** (Nas primeiras 100 figuras, quantos quadrados há?) Todos responderam 50 quadrados. O grupo 8 construiu a sequência até ao 10 e contou os quadrados de 5 em 5 até perfazer as 100 figuras. Inicialmente enganaram-se, contaram 54, ao realizarem novamente a contagem retificaram para 50. Os grupos 1, 6 e 3 também realizaram contagens de 5 em cinco. Os grupos 2, 4, 5, e 8 registaram que 50 é metade de 100. O grupo 7 justificou dizendo que eram 100 figuras. Grupo 5: Isabel e Joel: Metade de 100 é 50. Professora: Porque pensaram assim? Isabel: Em 10 há 5 quadrados. Em 100 terá 50 quadrados. Porque metade de 100 é 50. Grupo 2: Bruna: Nesta sequência há 5 quadrados e 5 triângulos, é metade de 10. Diana: No 100, 50 é metade do 100 então, 50 é a resposta. Grupo3: Ana Luísa: Pensámos de 5 em 5, contámos de 5 em 5 até 100. Grupo 1: Ana Carolina: De 10 em 10 há 5 quadrados e continua-se assim e dá 50. Letícia: 50 mais 50 dá 100. Grupo 6: Paulo: 50. Professora: Porquê? Paulo: (apontando para a sequência dada) Aqui há 10 e estão 5 quadrados, se fossem 100 iam ser 50 quadrados e os triângulos também ia haver 50. Grupo 7: Mariana: São 50. Porque 50 mais 50 é 100. Professora: Porquê? Rodrigo: 10 figuras têm 5 quadrados, dez acrescenta-se um zero e fica 100, acrescentamos um zero ao 5 e fica 50. Professora: O que queres dizer quando acrescentas um zero? Porque dizes que acrescentas um zero? Rodrigo: Porque 10 é só acrescentar um zero para ficar 100. Professora: Então o que fizeram a esses números? Ficam em silêncio. Professora: O que fizeram ao 10 para se transformar em 100? Mariana e Rodrigo: Acrescentámos um zero. Professora: Porquê? Ficaram pensativos e retirei-me, mais tarde voltei e continuaram a não me conseguir explicar. Na discussão geral este aspeto foi discutido e em grupo turma a Diana referiu que se multiplicava por 10. Professora: Porquê? Diana: porque é preciso 10 vezes o 10 para dar 100. Professora: O que queres dizer com isso? Diana: São precisas 10 filas das 10 figuras para dar 100. Alunos (3): É 10 vezes essa sequência (apontando para a sequência exposta no quadro). Ao questionar o que era o 5 em relação ao 10 e o 50 em relação ao 100, os alunos responderam que era metade. Ao questioná-los relativamente a termos mais distantes (200, 400, 500, 1000) responderam sem hesitação. Foi um pouco difícil gerir o tempo antes da conclusão da tarefa, dois grupos terminaram antes dos restantes, acabaram por pintar a sequência representada na folha de registo, para dar tempo que os outros terminassem, ainda assim aguardaram e acabei por sugerir que construíssem livremente padrões à sua escolha com o material manipulativo. Nesta turma foi mais fácil chegar a todos os grupos, de modo a certificar-me do seu desempenho e das dificuldades sentidas, eles funcionaram muito bem em grupo e são muito respeitadores das regras da aula e do trabalho de grupo.

Discussão geral
Intervenções dos alunos/ Gestão da professora *Principais conclusões/ Descobertas/ Episódios marcantes/ Aspetos a destacar* Os alunos conseguiram generalizar, associaram os números ímpares aos quadrados e os pares aos triângulos. Durante a realização da tarefa surgiram os múltiplos de 2, ao identificar os números que estavam por baixo dos triângulos. Estabeleceram também relações com os múltiplos de

5, 10, de metade, conceito de razão, efetuaram contagens de 2 em 2, de 5 em 5, de 10 em 10.

Após a aula
Aspetos positivos/ Aspetos bem conseguidos *Aspetos a melhorar (nas tarefas, na prática da professora)* *Papel da professora/ investigadora/ Reflexos na investigação/ Reflexão após a sessão* Os alunos conseguiram trabalhar muito bem em grupo. A aula iniciou-se com 25 minutos de atraso. A discussão em grupo turma e a reflexão foram realizadas após o intervalo. Gerir a discussão em grupo foi mais fácil do que nos grupos anteriores, todos queriam participar mas ao serem recordados da necessidade de se ouvirem outros colegas e aguardar pela sua vez, eles respeitaram. Professora: O que aprenderam com esta sequência? Alunos (12): Números pares e ímpares. Ana Carolina: Os múltiplos de 2. Bruna: E os múltiplos do 10. Guilherme: Os do 10 também são do 5. Professora: Muito bem. Alunos (7): A metade. Professora: Quando é que falámos na metade? Bruno: Quando falámos dos quadrados e dos triângulos. Professora: Em 10 figuras quantos quadrados há? Alunos: 5 Professora: E triângulos? Alunos: 5. Professora: O que é o 5 em relação ao 10? Alunos: É metade. Professora: E em 20 figuras, quantos quadrados há? Alunos: 10. Professora: E em 100 figuras? Alunos: São 50. Professora: E em 400 figuras? Alunos: São 200 quadrados e 200 triângulos. Professora: E em 500 figuras? Alunos: 250. Professora: E em 1000 figuras? Alunos: São 500. Professora: Então o que podemos concluir? Alunos: Os quadrados e os triângulos é metade das figuras. Ao serem questionados relativamente à realização da tarefa, em coro, responderam que gostaram muito e que tiveram de pensar.

Anexo 25 – Diário de Bordo 8 da Tarefa 2 – Caso 3.º ano de escolaridade (DB8 T2 C3)

Data: 30/0172014	Tempo previsto: 60 min	Tempo gasto: 90 min
Tarefa 2: Padrão de repetição – Sequência de quadrados, triângulos e círculos		

Antes da aula

Expetativas da professora

Espero que os alunos consigam generalizar; estabelecer as relações entre o termo da sequência e a sua posição; relacionar a figura com a sua ordem na sequência; associar os múltiplos de 3 aos círculos; estabelecer relações de múltiplos, de terça-parte, divisão.
Receio que os alunos cometam erros dado que, a sequência apresenta as figuras até ao termo de ordem 10, poderão cometer erros pensando que o grupo de repetição termina no 10, poderão associar o termo de ordem 20 e 30 ao quadrado, uma vez que é o termo de ordem 10.

Durante a aula

Introdução da tarefa

Instruções / Reações dos alunos

Os alunos sentavam-se de acordo com os grupos de trabalho, conforme iam chegando à sala.
Expliquei que iríamos realizar a tarefa em trabalho de pares (os mesmos da aula anterior); que iria distribuir uma folha de registo por aluno, reforcei a importância de registarem a mesma informação nas folhas do questionário e que iria recolher a que estava escrita em esferográfica preta.
Recordámos as regras de trabalho em grupo.
Reproduzi a sequência no quadro, não distribuí material manipulativo, atendendo ao ano de escolaridade (3.º ano), mas deixei organizado numa mesa quadrados, triângulos e círculos em esponja Eva, para o caso de necessitarem. Distribuí as esferográficas e as folhas de registo pelos diferentes grupos. Projetei a folha do questionário no quadro interativo e li as questões em voz alta. Solicitei que as voltassem a ler em grupo à medida que fossem respondendo (por vezes os alunos já não voltam a ler as questões e tentam responder pelo que ainda se lembram da leitura que realizei em voz alta).
Os alunos reagiram de forma positiva à proposta da tarefa e começaram de imediato a responder ao questionário.

Desenvolvimento da tarefa

Atitudes da professora/ Questões colocadas
Questões colocadas pelos alunos
Dificuldades e comentários dos alunos
Atitudes dos alunos durante a tarefa / Estratégias utilizadas
Dificuldades da professora

Questão 1 (Qual o padrão que vês?)
Oralmente, todos os alunos identificaram o padrão representado pela repetição das figuras quadrado, triângulo e círculo. Contudo, na escrita os grupos 1 e 3 registaram apenas quadrado, triângulo e círculo, não referindo a sua repetição.
Ao passar em cada grupo, questionei-os em relação ao padrão que observavam. Oralmente todos identificaram o padrão pela repetição das três figuras mas registaram apenas quadrado, triângulo e círculo. Também neste grupo se verifica a dificuldade dos alunos em expressarem os seus pensamentos, raciocínios por escrito.

Questão 2 (Por quantas figuras é composta o grupo que se repete? Quais são?)
Esta questão continua a suscitar dúvidas ao nível da interpretação e na identificação do grupo de repetição.
Os grupos 1 e 6 responderam corretamente, o grupo de repetição é composto por 3 figuras e em seguida identificaram as 3 figuras (quadrado, triângulo e círculo).
O grupo 4 respondeu que o grupo de repetição é composto por 3 figuras e ao identifica-las "quadrado, triângulo, círculo, quadrado, triângulo, círculo".
O grupo 2 respondeu que o grupo de repetição é composto por um número infinito de figuras e ao identifica-las responderam "quadrado, triângulo e círculo".
Os grupos 5, 7 e 8 responderam que o grupo de repetição é composto por 10 figuras e identifica-

ram-nas como “quadrado, triângulo, círculo, quadrado, triângulo, círculo”.
Os grupos 3 respondeu que o grupo de repetição é composto por 10 figuras e ao identifica-las escreveram os números “1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, e 10”.
Identificar o grupo de repetição num padrão é algo que ainda não está muito claro para os alunos assim como a interpretação das questões utilizando alguns termos que eles não conhecem muito bem o seu significado.

Questão 3 (Quais são os números que estão por baixo dos primeiros quatro quadrados?)
Inicialmente o grupo 1 pensou que seria a partir do 10, nos próximos quatro quadrados, revelando dificuldade na interpretação da questão.
Professora: Vamos ler a questão. Diz aqui: Quais são os números que estão por baixo dos primeiros quatro quadrados?
Mariana: Então é o 1, o 4, o 7 e o 10.
Todos os grupos identificaram os números 1, 4, 7, e 10.
Ao passar em cada grupo ia questionando os alunos.
Grupo 4: Professora: Como obtemos estes números?
Iara: 1, 4 é mais 3.
Bianca: 4 mais 3 dá 7.
Iara: E mais 3 dá 10.

Questão 4 (Qual é o número que pensas que estará por baixo do próximo quadrado?)
Todos os grupos responderam sem qualquer dificuldade ou dúvida, continuaram a sequência, visualmente, outros pensaram 10 +3 =13, dado que se tinham apercebido na questão anterior que os números dos quadrados eram obtidos a contar de 3 em 3.
As alunas do grupo2, identificaram na sequência da folha de registo.
Bruna: Vimos no padrão da folha (apontando para a sequência e para as figuras respetivas) quando repetimos o 1 não pode ser 11, é sempre mais 3, o 11dá triângulo, o 12 dá círculo.

Questão 5 (Qual é a figura que está por cima do 3?)
Olhando para a sequência exposta, os alunos responderam de imediato, sem qualquer dúvida ou dificuldade.

Questão 6 (Se continuares o padrão até à 15ª figura, quais os números que estarão por baixo dos círculos? Que números são estes?)
A partir desta questão, os grupos foram buscar material manipulativo e concretizaram, construíram a sequência.
Esta questão suscitou imensas dúvidas na sua interpretação do “Que números são estes?”. Pedi para que olhassem com atenção para os números e vissem o que eles lhes faziam lembrar, ou que números eram, ou como os conseguiam obter.
Nesta questão os grupos 6 e 7 registaram, inicialmente, 12 e 15 (continuaram a partir do 10) deste modo, sentiram dificuldade em identificar os números que observavam. Sugeri que registassem todos os números que estavam debaixo dos círculos desde o início da sequência. Assim, os alunos responderam de imediato identificando os números como “Fazem parte da tabuada do 3” – grupo 6; “ É sempre mais 3” – grupo 7.
Os restantes grupo responderam com facilidade a esta questão (construíram a sequência com o material manipulativo, escreveram os números associando as figuras que lhes correspondiam, desenharam a sequência, escreveram os números por baixo da sequência da folha de registo ou apontavam com os dedos – “são números pares e ímpares, são números da tabuada do 3, são os múltiplos do 3”.
O grupo 4, construíram a sequência até ao 15, desenharam as figuras e associaram-nas aos respetivos números.

Questão 7 (Qual será a 20.ª figura? Como pensaram?)
O grupo 2 respondeu o quadrado.
Bruna e Diana: 10 mais 10 é 20.
Bruna: A figura 10 é um quadrado então, a 20 também é um quadrado. 10 mais 10 são 20.
O grupo 6 estava com o mesmo raciocínio do grupo 2 e reproduziram a sequência por fim chamam-me.
Paulo: Professora, o triângulo deu no 20 e o quadrado no 19. Não devia.
Professora: Porquê?

Paulo: Mas está aqui 10 (apontando para a sequência da folha de registo) e o 10 é quadrado, também devia dar no 20.
Professora: O que achas Lara?
Lara: Acho que se construíssemos na folha a sequência (a desenhar) talvez desse quadrado.
Professora: Então esta (apontando para a sequência construída com o material manipulativo) é diferente desta que está na folha?
Paulo e Lara: Não, não é.
Paulo: Então é o triângulo que é no 20.
Professora: Mas não estão a entender porquê?
Paulo e Lara: Não.
Mesmo com a concretização, a Lara ainda sugeriu construir a sequência com desenhos, estava-lhes a custar acreditar que o 20 era triângulo, para eles fazia todo o sentido que o 20 tivesse um quadrado em cima. Mais tarde, na discussão geral, estes alunos compreenderam a razão da figura 20 ter um triângulo.
O grupo 3 inicialmente respondeu quadrado justificando da mesma forma que o grupo2, mais tarde, após a construção do padrão alteraram a resposta para triângulo contudo, deram uma justificação pouco coerente "os números que acabam em 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 são triângulos", mais tarde na discussão geral aperceberam-se que a sua justificação não era muito válida, que não fazia sentido, pois assim eram em todos.
Os restantes grupos responderam corretamente dado que tinham construído a sequência e verificaram que a 20.ª figura correspondia a um triângulo.

Questão 8 (Em 20 figuras quantos quadrados há? Como pensaram?)
(E quantos triângulos? Como pensaram?
(E quantos círculos? Como pensaram?)
Os grupos 2, 4, 5, 6, 7, e 8 responderam corretamente com o auxílio da construção da sequência, utilizaram o material manipulativo (7 – 7 – 6).
Os grupos 1 e 3 responderam (8 – 6 – 6), ao pedir para explicarem como pensaram, todos tiveram o mesmo raciocínio.
Grupo 1: Ana Carolina: Em 10 há 4 quadrados. Em 20 há 4 mais 4 e deu 8.
Grupo 3: Guilherme: Nas 10 figuras há 4 quadrados então nas 20, repetimos a sequência e dá 8, 4 mais 4 é 8.
Professora: E para os triângulos?
Ana Luísa: Nestas 10 (apontando para a sequência da folha de registo) há 3 triângulos depois mais 3 dá 6.
Guilherme: Os círculos também são 3 nas 10, em 20 figuras é 3 mais 3 dá 6 círculos.
Apesar de terem construído a sequência responderam de forma incorreta devido ao seu raciocínio, foi este que prevaleceu. Fui-me apercebendo que após a construção do padrão alguns alunos ficavam incrédulos com o resultado que obtinham, não querendo contrariar o seu raciocínio, outros alteraram algumas respostas após a construção do padrão mas, não compreendiam o porquê desse resultado (como foi o caso do grupo 6 na questão7). Esta compreensão surgiu mais tarde na discussão em grande grupo.

Questão 9 (Em 30 figuras quantos círculos há? Como pensaram?)
À exceção do grupo 3, todos os restantes responderam 10 círculos, disseram que conseguiram responder depois de construírem a sequência.
Professora: Só conseguiam completando o padrão?
Alunos: Sim.
O grupo 3, respondeu 9 círculos.
Professora: Expliquem-me como pensaram?
Ana Luísa: Até ao 10 tem 3 círculos.
Guilherme: 3 vezes o 3 é 9. São 9 círculos.

Discussão geral
Intervenções dos alunos/ Gestão da professora *Principais conclusões/ Descobertas* *Episódios marcantes/ Aspetos a destacar* Os alunos funcionaram bem em grupo. À semelhança do grupo do 4.º ano, durante a discussão geral os alunos aperceberam-se de que não é funcional construir a sequência para números dis-

tantes nem tão pouco, contar de 3 em 3. Em discussão geral, surgiu a ideia de dividir por 3 o número total das figuras.
Professora: Em 40 figuras, há quantos quadrados, quantos triângulos e quantos círculos?
Os alunos ficaram pensativos. Alguns alunos concretizaram, foram buscar mais peças e responderam corretamente (14 – 13 – 13).
Lara: professora, não temos peças suficientes.
Diana: No fim das 30, podemos voltar a contar do início.
Letícia: Usamos estas 10 da ficha.
Carolina: Também podemos desenhar.
Ao concretizar, conseguiram responder.
Professora: E sem o material ou os desenhos conseguiam responder?
Alunos: Não.
Professora: Agora vejam se conseguem arranjar uma forma para saber a quantidade de cada peça sem ser através de desenhos ou das peças.
Os alunos ficaram pensativos.
Apontando para o grupo de repetição pergunto-lhes:
Professora: O que tenho aqui?
Alunos: O que se repete.
Professora: O grupo de repetição. Quantas figuras compõem o grupo de repetição?
Alunos:3.
Professora: Em 30 figuras quantos grupos tenho? (Ficam a pensar.)
Bruna: 10.
Alunos: Concordam com a Bruna?
Alunos: Sim.
Professora: Porquê?
Bruna: 10 vezes o 3 é 30.
Professora: Porquê 10 vezes 3?
Bruna: São três figuras.
Professora: Então em 30 figuras, quantos grupos de repetição tenho?
Alunos: 10.
Professora: E em 33 figuras?
Rodrigo e Isabel: 11.
Professora: Porquê?
Rodrigo: 11 + 11 + 11 dá 33, é 11 vezes o 3.
Professora: E em 39 figuras?
Os alunos ficam um pouco surpreendidos e pensativos.
Professora: Pensem quantos grupos de repetição é que vamos ter em 39 figuras.
Joel: 13.
Professora: Porquê?
Joel: Porque 13 grupos têm 13 quadrados, 13 triângulos e 13 círculos, dá as 39.
Professora: E o que é o 39?
Alunos: É um número ímpar?
Bruna: Ai, é múltiplo do 3.
Professora: O que significa termos uma quantidade de figuras que é múltipla de 3?
Guilherme: Que o grupo que se repete está todo.
Alguns alunos: Acaba num círculo.
Professora: Agora em 40 figuras, quantos grupos de repetição vou ter?
Lara e Rodrigo: 14 quadrados, 13 triângulos e 13 círculos.
Professora: E em 600 figuras?
Alguns alunos: 200. 200 + 200 + 200 dá 600.
Professora: E em 1000 figuras? (Após alguns momentos)
Joel e Rodrigo: É dividir por 3.
Professora: Quanto é?
Bruna e Diana: 300, …
Tomé: E agora 100 a dividir por 3.
Iara: É 30.
Mariana: 33.
Rodrigo: E sobra 1.
Alguns alunos: É um quadrado.
Professora: Então, temos quantos grupos de repetição completos?

Alunos: 333.
Rodrigo: E mais uma figura do outro.
Professora: Quantos quadrados, triângulos e círculos vamos ter?
Alguns alunos: 333
Bruna: Isso é 999, não é 1000.
Joel e Isabel: 334 quadrados, 333 triângulos e 333 círculos.
Professora: Agora, imaginem um número qualquer de figuras e eu quero saber quantas figuras de cada vou ter ou seja, quero saber quantos quadrados, quantos triângulos e quantos círculos vou ter.
Os alunos ficaram pensativos.
Rodrigo e Bruna: Divides por 3.
Professora: Porquê?
Alguns alunos: Porque são 3 figuras no grupo.
Professora: Porque são 3 figuras no grupo de repetição. Então agora imaginem que tínhamos 2570 figuras, quantos quadrados, quantos triângulos e quantos círculos vou ter?(Alguns alunos suspiram.)
Bruna: Tens de dividir por 3.
Como os alunos ainda não deram a divisão (algoritmo) fomos distribuindo o 2570 pelas 3 figuras, como no esquema.
8x3=24
80x3=240
800x3=2400

□	△	○	
800	800	800	⇨ De 2570 ainda sobra 170
50	50	50	⇨ De 170 ainda sobra 20
6	6	6	⇨ De 20 ainda sobra 2
1	1		
857	857	856	

Professora: Então, temos quantos grupos de repetição?
Alunos: 856
Alguns alunos: E começa outro.
Rodrigo: Temos 857 quadrados, 857 triângulos e 856 círculos.
Após a discussão geral os alunos verificaram que ao dividir o número total das figuras por 3, obtém o número dos grupos de repetição, conhecendo a quantidade dos quadrados, dos triângulos e dos círculos; quando sobra um o número a quantidade dos quadrados é mais um; quando sobram 2, têm um quadrado e um triângulo a mais do que os círculos.

Após a aula

Aspetos positivos/ Aspetos bem conseguidos
Aspetos a melhorar (nas tarefas, na prática da professora)
Papel da professora/ investigadora
Reflexos na investigação/ Reflexão após a sessão
Com o contributo da discussão em grande grupo todos os alunos conseguiram estabelecer relações com os múltiplos de 3, associar os círculos aos múltiplos de 3, alguns alunos conseguiram abstrair-se e generalizar, pensando em termos mais distantes; na divisão do total de figuras por 3 ao sobrar 1 significava que teriam mais um quadrado; ao sobrar 2 significava que teriam mais um quadrado e um triângulo. Julgo que sem a discussão geral esta ideia não ficaria tão clarificada contudo, alguns alunos não conseguiram compreender este raciocínio, sendo evidente ainda, a sua necessidade de concretização. Foi através da discussão geral que os alunos, em grande grupo, conseguiram generalizar para termos mais distantes, compreendendo o significado de se ter de dividir por 3, associando ao número de grupos de repetição e compreendendo o significado do resto.
Os alunos evidenciaram que gostaram imenso da tarefa, colaboraram muito bem uns com os outros, conseguiram partilhar e discutir a informação.
Na realização desta tarefa, um dos grupos foi chamado à atenção dado que dispersava e se distraiam com relativa facilidade (grupo 3).
Continuo a sentir dúvidas relativamente ao questionamento a fazer aos alunos antes da discussão geral, com o receio de os induzir ou influenciar em demasia nas suas decisões. Verifico também, que estas questões os ajudam a mobilizar conhecimento e a concentrarem-se mais na tarefa que estão a realizar.

Anexo 26 – Diário de Bordo 9 da Tarefa 3 – Caso 3.º ano de escolaridade (DB9 T3 C3)

Data: 06/ 02/ 2013	Tempo previsto: 60 min	Tempo gasto: 70 min
Tarefa 3: Padrão de repetição – Sequência de quadrados e círculos; formação de um padrão com círculos		

Antes da aula
Expetativas da professora Espero que os alunos consigam generalizar; estabelecer as relações entre o termo da sequência e a sua posição; relacionar a figura com a sua ordem na sequência; associar os múltiplos de 3 aos círculos; estabelecer relações com os múltiplos, relações de dobro, de metade, de terça-parte. Receio que os alunos cometam o erro ao determinar o termo de ordem 20 e quantos quadrados existem em 20 figuras, fazendo 10 + 10, poderão associar o termo de ordem 20 e 30 ao quadrado, uma vez que este é o termo de ordem 10.

Durante a aula
Introdução da tarefa
Instruções / Reações dos alunos Os alunos sentavam-se de acordo com os grupos de trabalho, conforme iam chegando à sala. Expliquei que iríamos realizar a tarefa em trabalho de pares (os mesmos da aula anterior); que iria distribuir uma folha de registo por aluno, reforcei a importância de registarem a mesma informação nas folhas do questionário e que iria recolher a que estava escrita em esferográfica preta. Recordámos as regras de trabalho em grupo. Reproduzi a sequência no quadro, não distribuí material manipulativo, atendendo ao ano de escolaridade (3.º ano), mas deixei preparado quadrados e círculos numa mesa de trabalho, para o caso de necessitarem. Projetei a folha do questionário no quadro interativo. Li as questões em voz alta. Na questão 4 questionei-os do significado daquela questão, o que significava posições e uma aluna referiu que eram os números onde estavam os círculos; na questão 5 questionei-os do que significava o 18.º termos, os alunos responderam de imediato que era a figura que estava por baixo ou por cima do 18. Distribuí as esferográficas e as folhas de registo pelos diferentes grupos. Os alunos começaram de imediato a responder ao questionário. Na aula de hoje estiveram presentes todos os alunos, formámos 8 grupos que trabalharam a pares.
Desenvolvimento da tarefa
Atitudes da professora/ Questões colocadas *Questões colocadas pelos alunos* *Dificuldades e comentários dos alunos* *Atitudes dos alunos durante a tarefa / Estratégias utilizadas* *Dificuldades da professora* **Questão 1** (Observa e completa a sequência.) Todos os grupos completaram a sequência sem qualquer dificuldade, dizendo que era fácil. <u>Grupo </u>2 – Bruna: Para trás temos de pôr a sequência, não podíamos pôr primeiro círculo porque assim ficavam 4 quadrados. Então tem de ser quadrado, quadrado e círculo. Diana: Quadrado quadrado círculo, quadrado quadrado círculo. **Questão 2** (Para continuar a sequência de que figuras vamos precisar em maior quantidade? Porquê?) Nesta questão, todos os grupos referiram que necessitavam de mais quadrados: que no grupo de repetição há 2 quadrados e 1 círculo; porque se repetem 2 vezes; há mais quadrados do que círculos, no grupo de repetição há 2 quadrados e 1 círculo; nas 12 figuras há mais quadrados do que círculos, há 8 quadrados e 4 círculos; e porque a seguir ao círculo são 2 quadrados. <u>Grupo 3</u>: Guilherme: É o quadrado, porque em cada grupo de 3 há 2 quadrados. **Questão 3** (Qual o grupo que se repete?) Sete grupos identificam corretamente o grupo de repetição, um grupo registou quadrado quadrado círculo, quadrado quadrado círculo.

Grupo 7, identificou quadrado quadrado círculo quadrado quadrado círculo.
Professora: Qual é o grupo que se repete?
Mariana: É quadrado quadrado círculo quadrado quadrado círculo, sempre assim (apontando para a sequência).
Grupo 8: Tomé e Luana: É o quadrado quadrado círculo, é este o grupo.

Questão 4 (Em que posições surgem os círculos?)
Esta questão, como foi lida para todos, levantou dúvidas na sua interpretação apenas para um grupo, que referiu que os círculos estavam entre dois quadrados, não referindo concretamente a posição em que se encontravam os círculos.
Todos os grupos responderam sem qualquer dificuldade ou dúvida, observaram na sequência da folha de registo.
O grupo1 referiu 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27.
Grupo 1: Professora: Em que posições se encontram os círculos?
Letícia: No 3, 6, 9, 12.
Professora: Como obtemos estes números?
Carolina: São os da tabuada do 3, são múltiplos do 3.
Grupo 4: Iara: è num ímpar e par, ímpar e par.
Professora: E em que posições surgem os círculos?
Iara: Ai! É na multiplicação, eu sei. Como é que se diz, … Ai, ai, é nos múltiplos de 3.
Na discussão coletiva os alunos explicaram que os círculos estavam nos números que eram múltiplos do 3, que se obtinham contando de 3 em 3 se aperceberam de que o 30 também é múltiplo de 3 portanto seria um círculo. Verificaram que não havia necessidade da construção da sequência com o material manipulativo contudo, a maioria dos alunos construiu a sequência até ao 30 para responder à questão7.

Questão 5 (Se a sequência continuar para a direita, qual será o 18.º termo?)
Todos os grupos responderam círculo, não revelando dificuldade nesta questão, uns imaginaram a sequência na cabeça, outros continuaram a sequência da folha de registo e outros reproduziram a sequência.
Grupo 6: Professora: Como pensaram?
Lara: Eu construí a sequência na minha cabeça.
Paulo: Eu contei aqui (aponta para a sequência da folha de registo) e vi que calhou o círculo no 18.
Grupo 1: Carolina: É o quadrado.
Professora: Como pensaram?
Carolina: Contei no padrão até ao 18.
Professora: Então conta.
A Carolina e a Letícia começam a contar na reprodução da sequência e verificam que obtém um círculo no 18.
Carolina: É um círculo, eu enganei-me, saltei um aqui.
Professora: E agora não saltaste?
Carolina: Não.
Professora: Tens a certeza?
Carolina: Sim.
Letícia: O 18 também é múltiplo do 3, é um círculo.

Questão 6 (Em 20 figuras, quantos quadrados há? Porquê?)
Todos os grupos responderam 14 argumentando que tinham construído a sequência até ao 20 ou com as peças ou na folha de registo – correspondendo os números às figuras, e contaram de 2 em 2, o grupo 5 referiu que nas 20 figuras tinham 7 conjuntos de 2 quadrados e 7 vezes o 2 é 14, então deu 14; o grupo 6 referiu que em 10 tinham 7 quadrados então em 20 figuras iam ter 14, esta situação foi discutida em grupo-turma.
Grupo 5: Isabel: Pensámos, … juntámos de 2 em 2, 2, 4, 6, 8, 10, 14.
Joel: 7 vezes o 2 é 14.
Isabel: Nestas 20 temos aqui 7 vezes 2 quadrados, 7 grupos de 2 quadrados.
Grupo 6: Lara: Em 10 há 7 quadrados.
Paulo: E depois contámos mais 7 e dá 14 quadrados.
Lara: Nas 20, há 14 quadrados.
Na discussão de grupo-turma esta situação foi esclarecida, pois a resposta estava correta no

entanto, o raciocínio não, estavam a fazer uma generalização incorreta, à semelhança do que aconteceu em grupos de outros anos de escolaridade.
O grupo 4 construiu a sequência e verificou que obtinham 6 círculos e 14 quadrados. Ao explicarem como pensaram registaram 6+4=10 e 14+6=20. As alunas justificaram que no 6+4, 6 representava os círculos e o 4 era do 14 para fazer os amigos do dez, depois registaram 14 +6 onde o 14 representa os quadrados e o 6 representa os círculos. Uma vez mais, se observa a dificuldade que os alunos ainda sentem em se expressar por escrito.

Questão 7 (Qual o termo de ordem 30? Explica.)
Todos os grupos responderam o círculo. O grupo 3 respondeu que pensou de 3 em 3. Os grupos 6, 7 e 8 responderam que tinham construído a sequência até ao 30. Os grupos 1, 2 e 4 reponderam que o 30 é múltiplo de 3 logo, o termo de ordem 30 era um círculo. O grupo 5 explicou que 10 vezes o 3 era 30, 30 é múltiplo do 3 então seria um círculo.
Joel: Contámos quantos grupos tínhamos, e são 10 grupos.
Isabel: Construímos a sequência e vimos que tínhamos 10 grupos, 10 vezes 3 é 30, dá círculo.
Professora: E sem construírem a sequência, eram capaz de responder?
Isabel e Joel: Não.
Professora: Onde aparecem os círculos?
Isabel e Joel: No 3, 6, 9, 12.
Isabel: É na tabuada do 3, nos múltiplos do 3.
Joel: Os números que estão debaixo dos círculos são múltiplos do 3 e o 30 é múltiplo do 3.
Professora: O que significa isso?
Isabel: O 30 é múltiplo. Os círculos estão por cima dos números da tabuada do 3.
Grupo 8: Tomé: Construímos a sequência e o 30 é círculo.
Professora: Conseguem pensar noutra forma sem ser através da construção da sequência?
Os alunos começam a contar de 3 em 3 até 30.
Tomé e Luana: 3, 6, … 30.
Tomé: Ah! Assim não era preciso construir a sequência.

Questão 8 (E o de ordem 65? Como descobriste?)
Todos os grupos responderam corretamente – quadrado e todos se debruçaram a partir da sequência construída até ao 30.
Grupo 2 explicou que esqueceu o 60 e o 5 é quadrado então o 65 também era quadrado, não conseguiram explicar o porquê de terem eliminado o 60, neste caso poderiam atendendo a que era múltiplo de 3 e poderiam iniciar a sequência, esta situação foi esclarecida em discussão geral.
Bruna: O 5 é quadrado, pusemos aqui o 6 e fica 65, é quadrado (apontando para a sequência da folha.
Professora: Porquê?
Não conseguiram explicar.
Professora: O 65 é igual a 5?
Alunos: Não.
Professora: A Bruna e a Diana esqueceram o 60 e fizeram só para o 5, pode ser?
Alguns alunos: Não. (Outros ficam pensativos.)
Guilherme: Oh professora, o 60 é múltiplo do 3.
Alguns alunos: O 60 é círculo.
Professora: Então elas podiam "esquecer" o 60 nesta situação?
Alguns alunos: Sim, porque tinha acabado o grupo que se repete.
Alguns alunos: Assim podiam começar a sequência.
Professora: Outra forma de pensar?
Grupo 4: Iara: Nós aproveitámos a pergunta 7, o 30 acaba no círculo, andámos para a frente mais 30 e mais 5, andámos mais 35 e deu quadrado.

Discussão geral:
Grupo 3: Guilherme: O 66 é múltiplo do 3. O 65 é antes é o segundo quadrado.
Os restantes grupos justificaram que tinham construído a sequência até ao 30 repetiram-na e fizeram 60 e depois mais 5 (apontando para a sequência construída com os materiais)

Questão 9 (Cria o teu padrão pintando 11 círculos. Agora, reproduz esse padrão.)
Os alunos construíram o padrão em grupo (alguns alunos questionaram se era só para reproduzir ou se continuavam). Alguns alunos sentiram dúvida em criar o seu próprio padrão e definirem o

grupo de repetição. Questionei-os relativamente ao significado da palavra reproduzir. Alunos: É fazer de novo, é voltar a fazer. Em grupo, os alunos criaram o seu padrão e não revelaram grande dificuldade.

Discussão geral
Intervenções dos alunos/ Gestão da professora *Principais conclusões/ Descobertas* *Episódios marcantes/ Aspetos a destacar* **Questão 6:** Professora: Em dois grupos de repetição quantos quadrados tenho? Alunos: 4. Professora: E quantos círculos? Alunos: 2. Professora: E em 3 grupos de repetição, quantos quadrados e quantos círculos? Alunos: 6 quadrados e 3 círculos. Professora: O que é o número de quadrados em relação ao dos círculos? Alunos: É o dobro. Tomé: Os círculos é metade dos quadrados. Os alunos estabeleceram uma relação de razão, há 1 círculo para 2 quadrados, a quantidade de quadrados é o dobro da dos círculos e consequentemente, os círculos são metade da quantidade dos quadrados. Os alunos funcionaram bem em grupo, tive de alertar apenas duas vezes para falarem mais baixo. Alguns grupos terminaram a tarefa em tempos diferentes, foram pintando a ficha até os colegas terminarem e inventaram questões relativamente aos padrões que tinham construído, na partilha comunicaram algumas aos colegas da turma. Durante a discussão geral os alunos foram alertados para considerarem outra forma de pensar sem ser através da construção da sequência. A discussão geral foi fundamental para a discussão das questões 3, 6, 7 e 8, através dela os alunos conseguiram estabelecer uma regra para encontrarem termos mais distantes. Quando o grupo de repetição é constituído por 3 figuras, para realizarem generalizações mais distantes, ao duplicar ou triplicar a sequência teriam de o fazer apenas no final de cada grupo de repetição, após o 6, 9 ou 12, nos múltiplos do 3; não no 10, pois assim iriam obter 3 quadrados seguidos.

Após a aula
Aspetos positivos/ Aspetos bem conseguidos *Aspetos a melhorar (nas tarefas, na prática da professora)* *Papel da professora/ investigadora* *Reflexos na investigação/ Reflexão após a sessão* Todos os alunos conseguiram estabelecer relações com os múltiplos de 3, associar os círculos aos múltiplos de 3. Com o contributo da discussão em grande grupo, a maioria dos alunos conseguiu generalizar, pensando em termos mais distantes. Através da discussão geral conseguiram generalizar para termos mais distantes, compreendendo o significado de se ter o cuidado de terminar o grupo de repetição. Os alunos gostaram de realizar a tarefa, colaboraram muito bem uns com os outros, dentro do próprio grupo, conseguiram partilhar a informação.

Anexo 27 – Diário de Bordo 10 da Tarefa 1 – Caso 4.º ano de escolaridade (DB10 T1 C4)

Data: 20/01/2014	Tempo previsto: 90 min	Tempo gasto: 80 min
Tarefa 1: Padrão de repetição – Sequência de quadrados e triângulos		

Antes da aula
Expetativas da professora Receio de que os alunos desmotivassem devido à extensão da tarefa ou revelassem cansaço. Espero que os alunos consigam generalizar; estabelecer as relações entre o termo da sequência e a sua posição; relacionar a figura com a sua ordem na sequência; associar os números pares aos triângulos e os ímpares aos quadrados; estabelecer relações de múltiplos, de metade.

Durante a aula
Introdução da tarefa
Instruções / Reações dos alunos Conforme os alunos chegavam à sala, sentavam-se de acordo com os grupos de trabalho. Iniciei a aula com uma breve explicação de como se irá desenvolver o trabalho ao longo da implementação da sequência de tarefas. Expliquei que iríamos realizar as tarefas em trabalho de pares e um em grupo de 3 alunos (que estes se manteriam até ao final a não ser que surja a necessidade de os alterar); que iria distribuir uma folha de registo por aluno, numa das quais registariam em esferográfica preta, tendo o cuidado de registarem a mesma informação em todas as folhas. Relembrei as regras de trabalho de grupo. Reproduzi a sequência no quadro, não distribuí material manipulativo, atendendo a que era uma turma de 4.º ano, mas tinha preparado para o caso de necessitarem, nem li as questões. Distribuí as esferográficas e as folhas de registo pelos diferentes grupos. Os alunos reagiram de forma positiva à proposta da tarefa e começaram de imediato a responder ao questionário. Projetei a folha de trabalho no quadro interativo.
Desenvolvimento da tarefa
Atitudes da professora/ Questões colocadas/ Dificuldades da professora *Questões colocadas pelos alunos/ Dificuldades e comentários dos alunos* *Atitudes dos alunos durante a tarefa / Estratégias utilizadas* Na **questão 1** (Podemos considerar que existe um padrão? Como é que pensaste?), inicialmente o <u>grupo 7</u> afirmou que era uma sequência mas não considerou a existência de um padrão: M.ª João: Um padrão é um tecido em xadrez. Professora: Porque dizes que o tecido em xadrez é um padrão? M.ª João: Porque repete preto branco preto branco. Professora: E o que veem nesta sequência? M.ª João e Ana Filipa: Figuras. M.ª João: Figuras que se repetem, quadrado triângulo, quadrado, triângulo. Ficaram pensativas. Abandonei o grupo e quando voltei novamente tinham alterado a resposta e considerado a existência de um padrão. Surgiram dúvidas em relação à interpretação da **questão 2** (Qual o grupo que se repete?), em 4 grupos de pares, acabei por esclarecer toda a turma relativamente a esta questão, o grupo refe-ria-se ao que se repetia. A **questão 5** (Qual é a próxima figura? E o próximo número?) também suscitou algumas dúvidas, ao referir-se à próxima figura alguns alunos associaram como sequência da **questão 4** (Qual a figura que está por cima do 9?) considerando a figura 10 como sendo a próxima figura, optei por ir esclarecendo os grupos à medida que ia circulando, com receio de influenciar as respostas dos alunos, no final apercebi-me que não tinha conseguido esclarecer um dos grupos. Na **questão 6** (Qual a figura que irá estar por cima do 20?), o <u>grupo 5</u>, repetiram visualmente a figura aferindo que obtinham um triângulo no número 20. <u>Grupo 8</u>**:** Lara: triângulo, porque 10+10 dá 20. Miguel: Ou podíamos continuar até ao 20. Lara: Miguel! Nós já sabemos que é o 20.

Neste excerto verifica-se que a Lara já não tinha necessidade de reproduzir todos os termos da figura no entanto, o Miguel ainda ponderou essa hipótese.
Na **questão 11** (Nas primeiras 20 figuras, quantos triângulos há?)
<u>Grupo 1:</u> Professora: Como pensaram?
Adriana: 10, porque é múltiplo de 10. Nas primeiras 10 figuras há 5, 5+5 dá 10 porque há mais 5 nas outras 10.
<u>Grupo 6:</u> Professora: Expliquem como pensaram?
Mariana: 20 a dividir por 2 dá 10.
Professora: Porque dividiram por 2?
Mariana: Porque são dois tipos de figuras diferentes.
Rodrigo: (Aponta para a sequência representada) Aqui temos 5 triângulos, então se for até ao 20 é mais 5, dá 10 triângulos.
Professora: Que relação existe entre este número e o total das figuras?
Rodrigo: É metade.
Mariana: O 10 é metade do 20.

Na **questão 12** (Nas primeiras 100 figuras, quantos quadrados há?)
<u>Grupo 1:</u> Adriana: São 50. Nós pensámos sempre nos múltiplos de 10.
Professora: O que veem entre o número dos quadrados e o total das figuras?
Adriana e Maria: É metade.
Os alunos generalizam contudo, sentem dificuldade em escrever o que pensam.
<u>Grupo 4:</u> Diogo: 50 porque os triângulos ocupam os outros 50 espaços.
Professora: Porquê?
Diogo: Porque é sempre quadrado triângulo, quadrado triângulo.
Professora: Veem alguma relação entre o número de quadrados e o total das figuras? (Silêncio)
Maria J.: Não percebi, professora.
Professora: Olhando para o 50 e para o 100 das figuras, conseguem estabelecer alguma relação?
Diogo: Sim, o 50 é metade do 100.
Professora: Quantos triângulos há?
Maria J. e Diogo: 50.
Professora: Porquê?
Diogo: 50 mais 50 dá 100, a sequência é sempre quadrado triângulo, quadrado triângulo.
<u>Grupo 9:</u> Miguel: Até ao 100 há 50 triângulos e 50 quadrados, porque 2 vezes 50 é 100.
Professora: 2 vezes 50?
Verónica: Há dois tipos de figuras.
Verónica e Miguel: O triângulo é para os pares e o quadrado é para os ímpares.
Foi um pouco difícil gerir o tempo antes da conclusão da tarefa, um grupo terminou antes dos restantes, acabaram por pintar a sequência representada na folha de registo, para dar tempo que os outros terminassem, ainda assim aguardaram cerca de 5 minutos. Também foi difícil chegar a todos os grupos, de modo a certificar-me do seu desempenho e das dificuldades, por eles, sentidas.

Discussão geral
Intervenções dos alunos/ Gestão da professora *Principais conclusões/ Descobertas/ Episódios marcantes/ Aspetos a destacar* Os alunos conseguiram generalizar, associaram os números ímpares aos quadrados e os pares aos triângulos. Durante a realização da tarefa não surgiram os múltiplos de 2, ao identificar os números que estavam por baixo dos triângulos os alunos identificaram-nos sempre como os números pares. Estabeleceram relações com os múltiplos de 10.

Após a aula
Aspetos positivos/ Aspetos bem conseguidos *Aspetos a melhorar (nas tarefas, na prática da professora)* *Papel da professora/ investigadora/ Reflexos na investigação/ Reflexão após a sessão* Em aulas futuras, reformular a questão 5 ou esclarecer que se trata da próxima figura da sequência apresentada. Os alunos conseguiram trabalhar relativamente bem em grupo.

A aula iniciou-se com 30 minutos de atraso, os alunos foram à biblioteca requisitar livros, este facto desencadeou um atraso no início da tarefa. Assim a discussão em grupo turma foi além das 10h30min (hora do intervalo), aqui verifiquei que alguns alunos já estavam impacientes para irem lanchar contudo, preferi fazer a discussão uma vez que já estávamos a discutir a questão 9, de modo a não se perder a sequência da discussão geral e não termos de retomar após o intervalo (este aspeto foi negociado e eles ficaram com mais tempo no intervalo, para compensar).
Gerir a discussão em grupo também não foi tarefa fácil, pois todos queriam participar e dizer as respostas, tive o cuidado de selecionar os grupos que tinham respostas diferentes e ir rodando, para que todos os grupos participassem na discussão.
Após o intervalo, realizei a reflexão final com os alunos, pois dado o adiantado da hora optei por não a fazer após a discussão geral do questionário.
Professora: O que aprenderam com esta sequência?
Alunos (12): Números pares e ímpares.
O que querem dizer com números pares e ímpares?
Alunos: Que os triângulos tinham sempre números pares e os quadrados tinham ímpares.
Como obtemos os números pares?
Alunos: Contando de 2 em 2.
Quais os números que estavam por baixo dos triângulos?
Alunos (em coro): 2, 4, 6, … (contaram até 32)
Que números são estes?
Alunos: São números pares.
Miguel: São os da tabuada do 2.
Diogo: São múltiplos do 2.
Professora: E como obtemos os ímpares? (ficaram pensativos)
Lara: 1, 3, 5, …
Alunos: Também a contar de 2 em dois.
Adriana: Mas começamos no 1.
Professora: O que aprendemos mais?
Alunos (7): A metade.
Professora: Quando é que falámos na metade?
Bruno: Quando falámos dos quadrados e dos triângulos.
Professora: Em 10 figuras quantos quadrados há?
Alunos: 5
Professora: E triângulos?
Alunos: 5, é metade do 10.
Professora: E em 20 figuras?
Alunos: São 10 quadrados e 10 triângulos.
Francisca: É metade das figuras da sequência.
Professora: E em 100 figuras?
Alunos: São 50 quadrados e 50 triângulos.
Professora: E em 500 figuras?
Alunos: 250.
Professora: E em 1000 figuras?
Alunos: São 500.
Professora: Então o que podemos concluir?
Alunos: É metade, os quadrados e os triângulos são metade das figuras.
Adriana e Ana: Metade do total das figuras.
Ao serem questionados relativamente à realização da tarefa, em coro, responderam que gostaram muito.

Anexo 28 – Diário de Bordo 11 da Tarefa 2 – Caso 4.º ano de escolaridade (DB11 T2 C4)

Data: 27/0172014	Tempo previsto: 60 min	Tempo gasto: 70 min
Tarefa 2: Padrão de repetição – Sequência de quadrados, triângulos e círculos		

Antes da aula
Expetativas da professora Espero que os alunos consigam generalizar; estabelecer as relações entre o termo da sequência e a sua posição; relacionar a figura com a sua ordem na sequência; associar os múltiplos de 3 aos círculos; estabelecer relações de múltiplos, de terça-parte. Receio que os alunos cometam erros dado que, a sequência apresenta as figuras até ao termo de ordem 10, poderão cometer erros pensando que o grupo de repetição termina no 10, poderão associar o termo de ordem 20 e 30 ao quadrado, uma vez que é o termo de ordem 10.

Durante a aula
Introdução da tarefa
Instruções / Reações dos alunos Os alunos sentavam-se de acordo com os grupos de trabalho, conforme iam chegando à sala. Expliquei que iríamos realizar a tarefa em trabalho de pares e um grupo seria composto por 3 alunos (os mesmos da aula anterior); que iria distribuir uma folha de registo por aluno, reforcei a importância de registarem a mesma informação nas folhas do questionário e que iria recolher a que estava escrita em esferográfica preta. Recordámos as regras de trabalho em grupo. Reproduzi a sequência no quadro, não distribuí material manipulativo, atendendo ao ano de escolaridade (4.º ano), mas tinha preparado quadrados, triângulos e círculos em esponja Eva, para o caso de necessitarem. Li as questões em voz alta. Distribuí as esferográficas e as folhas de registo pelos diferentes grupos. Os alunos reagiram de forma positiva à proposta da tarefa e começaram de imediato a responder ao questionário. Projetei a folha do questionário no quadro interativo. Na aula de hoje formámos 8 grupos, um aluno do grupo 9 faltou e o outro elemento estava doente pelo que se juntou ao grupo 7, 6 grupos trabalharam a pares e dois em grupos de 3 elementos.
Desenvolvimento da tarefa
Atitudes da professora/ Questões colocadas *Questões colocadas pelos alunos* *Dificuldades e comentários dos alunos* *Atitudes dos alunos durante a tarefa / Estratégias utilizadas* *Dificuldades da professora* **Questão 1 (**Qual o padrão que vês?) Os <u>grupos 3, 7, 8 e 9</u>, identificaram quadrado, triângulo e círculo. Ao passar em cada grupo, questionei-os em relação ao padrão que viam. Oralmente todos identificaram o padrão pela repetição de figuras mas registaram quadrado, triângulo e círculo. Maria João: É quadrado, triângulo e círculo, sempre assim a repetir. Professora: Foi o que registaram aqui? Ficaram a pensar, mais tarde ao passar reparei que tinham acrescentado as reticências. Todos os restantes grupos identificaram o padrão que visualizavam. **Questão 2 (**Por quantas figuras é composta o grupo que se repete? Quais são?) Continuou a suscitar dúvidas na interpretação da questão em 2 grupos (grupo 6, 8), não identificavam o grupo de repetição, diziam que eram as figuras, as figuras repetem-se. <u>Grupo 6</u> Mariana: É o grupo das figuras. Professora: Quais figuras? Rodrigo: Os quadrados, os triângulos e os círculos. Professora: Qual e o grupo das figuras que se repete? Alunos: Quadrado, triângulo e círculo. Todos os grupos identificaram as 3 figuras que compõem o grupo de repetição. **Questão 3 (**Quais são os números que estão por baixo dos primeiros quatro quadrados?)

Todos os grupos identificaram os números 1, 4, 7, e 10 sem qualquer dúvida e hesitação.
Ao passar em cada grupo ia questionando?
Grupo 5: Professora: Como obtemos estes números?
Gonçalo: 1, 4 por isso somamos sempre mais 3, é sempre mais 3.
Dinis: Começamos no 1 e é sempre mais 3.
Professora: E os círculos, como encontramos os círculos?
Gonçalo: É igual, é de 3 em 3 mas começamos no 3.

Questão 4 (Qual é o número que pensas que estará por baixo do próximo quadrado?)
Todos os grupos responderam sem qualquer dificuldade ou dúvida, continuaram a sequência, visualmente.

Questão 5 (Qual é a figura que está por cima do 3?)
Nesta questão, os alunos responderam sem qualquer dificuldade.

Questão 6 (Se continuares o padrão até à 15ª figura, quais os números que estarão por baixo dos círculos? Que números são estes?)
Nesta questão, os grupos 4 e 6 registaram apenas o 12 e 15 (continuaram a partir do 10, este aspeto levou-os a sentir dificuldade em identificar os números como múltiplos do 3. Sugeri que registassem todos os números que estavam debaixo dos círculos desde o início da sequência. Assim, os alunos responderam de imediato identificando os múltiplos do 3.
O grupo 8 respondeu os múltiplos que 3 e na questão seguinte identificaram os números 3, 6, 9, 12 e 15.
A partir da questão 7, os grupos 1, 3, 4, 6 e 7 foram buscar material manipulativo e concretizaram, construíram a sequência até ao 20 e ao 30 .
Os grupos 2, 5 e 8 não utilizaram material manipulativo.

Questão 7 (Qual será a 20.ª figura? Como pensaram?)
Grupo 1: Adriana: Precisámos porque vimos que como são 3 figuras a 10 não é a mesma de 20.
O grupo 2 pensou que a figura 10 era um quadrado, logo a 20 também ia ser um quadrado.
Grupo 8: Professora: Expliquem.
Ana:2 x10 é 20, a 10 é um quadrado então, a 20 também é um quadrado.

Questão 8 (Em 20 figuras quantos quadrados há? Como pensaram?)
(E quantos triângulos? Como pensaram?
(E quantos círculos? Como pensaram?)
Os grupos 1, 3, 6, 7 e 8 responderam corretamente.
Os grupos 2 e 5 não utilizaram material manipulativo. Responderam 8 – 6 – 6.
Grupo2: Ana: São 8 quadrados porque até 10 há 4 quadrados.
Professora: E quantos triângulos?
Bruna: Em 10 há 3 triângulos e 3 círculos, em 20 há 6 triângulos e 6 círculos.
Ana: E em 30 há 9 círculos.
O grupo 5 teve o mesmo raciocínio
Grupo 5:Dinis: Como 10 mais 10 é 20, multiplicámos os quadrados por 2. Duplicámos a sequência e deu 6 triângulos e 6 círculos.
Grupo4: Respondeu 8 – 8 – 7.
Maria João: Contámos no padrão.
Enganaram-se na contagem.

Questão 9 (Em 30 figuras quantos círculos há? Como pensaram?)
O grupo 1, 3, 4, 6 e 8 Responderam 10 círculos, referiram que conseguiram responder depois de construírem a sequência.
Professora: Só conseguiam completando o padrão?
Diogo: Também podíamos fazer com os múltiplos do 3. 10 vezes 3 é 30.
Grupo 1: Professora: Como pensaram?
Maria Cabecinhas: Há 10 círculos. Fizemos o padrão até ao 30.
Professora: Haveria outra forma de responder?
Adriana: Sim, dividíamos por 3.
Professora: Porquê por 3?
Adriana e Maria: Porque são 3 figuras. (Referiam-se ao grupo de repetição.)

Adriana: Os círculos estão em cima dos múltiplos do 3 e o 30 é múltiplo do 3. Professora: E em 60 figuras, quantos círculos há? Adriana: Dividimos por 3. 60 a dividir por 3 dá 20. Professora: E triângulos? Adriana e Maria: 20 Professora: E quadrados? Adriana: Também 20. Professora: E em 900 figuras? Adriana: Dividir por 3 dá 300. Adriana e Maria: Há 300 quadrados, 300 triângulos e 300 círculos. Na questão 9 as alunas registaram "Continuámos até ao 30. Dividimos por 3, porque os círculos estão em cima dos múltiplos de 3". Oralmente, as alunas conseguiram explicar contudo, ao nível escrito a explicação não foi muito clara. Grupo 3: Professora: Como pensaram? Francisca: Fizemos o padrão. Professora: Em 60 figuras, quantos círculos há? (Ficam em silêncio.) Professora: Em 30 figuras? Bruno: Vamos ter 10. Professora: Porquê? Bruno: Os círculos são nos múltiplos do 3, até ao 30 dá 10 círculos porque 3 vezes o 10 é 30. Professora: E em 60 figuras? Bruno: Em 60 é 20, porque fazemos 2 vezes o 10, e porque 2 vezes o 30 dá 60. Professora: Qual é a figura 30? Rúben: Triângulo. (A Francisca hesita.) Bruno: É o círculo. O 15 é círculo, 15, 18 (O Bruno começa a contar de 3 em 3 a partir do 18, engana-se e recomeça.) Todos: É o círculo. Então acham prático contar de 3 em 3? Todos: Sim. Professora: E no 900? Qual é a figura que vai estar por cima do 900? Ficam a pensar. Grupo 6: Mariana: 30 a dividir por 3 dá 10. Professora: Porque dividiram 30 por 3. Rodrigo: Os círculos estão nos números que são múltiplos de 3. Mariana: São 10 círculos, 10 quadrados e 10 triângulos. Grupo 2 e 5: Responderam 9 círculos, usando-se o mesmo raciocínio da questão anterior. Bruna: Em 10 figuras há 3 círculos, 3 vezes 3 é 9, há 9 círculos. Triplicaram a sequência apresentada. Grupo 7: Respondeu 9 círculos. (Na discussão em grupo-turma reconheceram que se tinham enganado.) O grupo 8 inicialmente respondeu 9 círculos, ao confirmarem na sequência verificaram e alteraram para 10. Professora: Expliquem-me como pensaram? Lara: Continuámos até ao 20 e deu 6 círculos. Vai dar 9 círculos até ao 30. Miguel: Temos de dividir por 3 o 30. Professora: Porquê? Lara e Miguel: Porque são 3 figuras. Professora: E 30 a dividir por 3 é 9? Miguel: Não, dá 10. (Ficam pensativos e a Lara começa a construir a sequência até ao 30). Lara: São 10 afinal. Professora: Então são 10? Lara: Sim, confundimo-nos a contar.

Discussão geral
Intervenções dos alunos/ Gestão da professora *Principais conclusões/ Descobertas* *Episódios marcantes/ Aspetos a destacar* Os alunos funcionaram bem em grupo, tive de alertar apenas duas vezes para falarem mais baixo e aguardarem pela sua vez, que eu ia percorrendo os diferentes grupos. Durante a discussão geral os alunos deram conta de que não é prático construir a sequência para

números distantes nem tão pouco, contar de 3 em 3.
Quando discutimos a questão 8 (Em 20 figuras quantos quadrados há? Como pensaram?), os alunos verificaram que o raciocínio 10 + 10, duplicando a sequência exposta, não era correto. Questionei-os do porquê.
Alguns alunos: Porque não é múltiplo do 3.
Adriana: Porque o grupo que se repete tem 3 figuras. Se repetíssemos a sequência íamos ter quadrado quadrado, e é quadrado, triângulo e círculo.
Em discussão geral surgiu a ideia de dividir por 3 o número total das figuras, dado que o grupo de repetição era constituído por 3 figuras.
Professora: Em 40 figuras, há quantos quadrados, quantos triângulos e quantos círculos?
Os alunos ficaram pensativos. Alguns alunos concretizaram, foram buscar mais peças e responderam corretamente (14 – 13 – 13)
Miguel: Dividimos por 3 e vemos quanto dá.
Professora: Porquê por 3?
Bruna: São três figuras.
Dinis: 13 + 13 + 13 dá 39, depois temos mais uma que é um quadrado.
Adriana: São 14 quadrados, 13 triângulos e 13 círculos.
Professora: Muito bem. Em 450 figuras quantos círculos há? (Ficam pensativos)
Bruno: 100, 150. São 150.
Adriana e Miguel: São 150 quadrados, 150 triângulos e 150 círculos.
Professora: E em 451 figuras? (Ficam muito pensativos)
Dinis: 151 quadrados, 150 triângulos e 150 círculos.
Professora: Porquê? Como é que pensaram?
Adriana: 450 acaba no círculo, o 451 é um quadrado.
Professora: E em 452 figuras? (Ficam pensativos)
Diogo: 151 quadrados, 151 triângulos e 150 círculos.
Professora: Porquê?
Os alunos começam a explicar apontando para a sequência exposta.
Maria João: No 450 é círculo, 451 quadrado e 452 é triângulo.
Professora: E em 900 figuras?
Alunos: 300 de cada.
Professora: E em 1000 figuras? (Após alguns momentos)
Alunos: 1000 a dividir por 3.
Professora: Quanto é?
Bruno: 300, …
Francisca: Mais 30.
Gonçalo: E mais 3.
Dinis: 333.
Professora: Então quantos círculos há?
Alunos: 333.
Professora: E quadrados e círculos?
Alguns alunos: 333
Alguns alunos: Não. 3 vezes o 333 não dá 1000.
Bruna: É 999.
Alunos: É 333 círculos, 334 quadrados e 333 triângulos.
Após a discussão geral os alunos verificaram que ao dividir o número total das figuras por 3, obtém a quantidade de cada uma das 3 figuras; quando sobra uma quantidade dos quadrados é mais um; quando sobram 2, têm um quadrado e um triângulo a mais do que os círculos.

Após a aula

Aspetos positivos/ Aspetos bem conseguidos
Aspetos a melhorar (nas tarefas, na prática da professora)
Papel da professora/ investigadora
Reflexos na investigação/ Reflexão após a sessão

Todos os alunos conseguiram estabelecer relações com os múltiplos de 3, associar os círculos aos múltiplos de 3. Com o contributo da discussão em grande grupo, na sua maioria, os alunos (5 grupos) conseguiram abstrair-se e generalizar, pensando em termos mais distantes; na divisão do total de figuras por 3 ao sobrar 1 significava que teriam mais um quadrado; ao sobrar 2 significava que teriam mais um quadrado e um triângulo. Penso que sem a discussão geral esta ideia não

ficaria tão clarificada.
Foi de extrema importância a discussão geral, pois foi através dela que os alunos, em grande grupo, conseguiram generalizar para termos mais distantes, compreendendo o significado de se ter de dividir por 3 e o significado do resto. No entanto 4 alunos não conseguiram perceber este raciocínio.
Os alunos gostaram muito da tarefa, colaboraram mais uns com os outros, dentro do próprio grupo, conseguiram partilhar melhor a informação. Os alunos foram chamados à atenção na aula anterior e no início desta, para a importância de partilharem e trabalharem em conjunto. Na realização desta tarefa, dois alunos de dois grupos diferentes deram o seu contributo e desempenharam um papel mais ativo.
Por vezes, sinto dúvidas relativamente ao questionamento a fazer aos alunos antes da discussão geral, tenho receio de os conduzir demasiado ou influenciar as suas decisões.

Anexo 29 – Diário de Bordo 12 da Tarefa 3 – Caso 4.º ano de escolaridade (DB12 T3 C4)

Data: 03/ 02/ 2013	Tempo previsto: 60 min	Tempo gasto: 75 min
Tarefa 3: Padrão de repetição – Sequência de quadrados e círculos; formação de um padrão com círculos		

Antes da aula
Expetativas da professora Espero que os alunos consigam generalizar; estabelecer as relações entre o termo da sequência e a sua posição; relacionar a figura com a sua ordem na sequência; associar os múltiplos de 3 aos círculos; estabelecer relações com os múltiplos, relações de dobro e de metade, de terça-parte. Receio que os alunos cometam o erro ao determinar o termo de ordem 20 e quantos quadrados existem em 20 figuras, fazendo 10 + 10, poderão associar o termo de ordem 20 e 30 ao quadrado, uma vez que este é o termo de ordem 10.

Durante a aula
Introdução da tarefa
Instruções / Reações dos alunos Os alunos sentavam-se de acordo com os grupos de trabalho, conforme iam chegando à sala. Expliquei que iríamos realizar a tarefa em trabalho de pares e um grupo seria composto por 3 alunos (os mesmos da aula anterior); que iria distribuir uma folha de registo por aluno, reforcei a importância de registarem a mesma informação nas folhas do questionário e que iria recolher a que estava escrita em esferográfica preta. Recordámos as regras de trabalho em grupo. Reproduzi a sequência no quadro, não distribuí material manipulativo, atendendo ao ano de escolaridade (4.º ano), mas deixei preparado quadrados, e círculos em esponja Eva, para o caso de necessitarem. Projetei a folha do questionário no quadro interativo. Não li as questões em voz alta, os alunos disseram que não havia necessidade. Distribuí as esferográficas e as folhas de registo pelos diferentes grupos. Os alunos começaram de imediato a responder ao questionário. Na aula de hoje estiveram presentes todos os alunos, formámos 9 grupos, 8 grupos trabalharam a pares e um grupo com 3 elementos.
Desenvolvimento da tarefa
Atitudes da professora/ Questões colocadas *Questões colocadas pelos alunos* *Dificuldades e comentários dos alunos* *Atitudes dos alunos durante a tarefa / Estratégias utilizadas* *Dificuldades da professora* Inicialmente 3 alunos designaram o círculo de bola. Assim que os questionava se era uma bola, corrigiam de imediato para círculo. Miguel: Não, é círculo. **Questão 1** (Observa e completa a sequência.) Todos os grupos completaram a sequência sem qualquer dificuldade, dizendo que era fácil. <u>Grupo </u>7 – Ana Filipa: É quadrado, quadrado e círculo, quadrado, quadrado e círculo, é fácil. **Questão 2** (Para continuar a sequência de que figuras vamos precisar em maior quantidade? Porquê?) Nesta questão 5 grupos referiram que no grupo de repetição há 2 quadrados e 1 círculo; há mais quadrados do que círculos, os outros 4 grupos responderam que havia mais quadrados do que círculos. <u>Grupo 2</u>: Ana e Bruna: Quadrados. Professora: Porquê? Ana e Bruna: Há mais quadrados do que círculos. <u>Grupo 1:</u> Adriana: No grupo que se repete há 2 quadrados e 1 círculo. Maria: Há mais quadrados do que círculos

Questão 3 (Qual o grupo que se repete?)
Oralmente, os grupos identificam corretamente o grupo de repetição, por escrito cometem erros ou omitem informação. Os alunos continuam a sentir mais dificuldade em se expressar por escrito. Continuou a suscitar dúvidas ao nível da interpretação da questão, em 3 grupos (grupo 4, 8 e 9).
Grupo 4, identificou quadrado e círculo contudo, oralmente explicitaram que eram quadrado quadrado círculo.
Professora: Qual é o grupo que se repete?
Maria João: É o quadrado quadrado círculo (apontando para a sequência).
Grupo 8: Lara: São os quadrados.
Miguel: Os quadrados e os círculos.
Lara: Eu pus os quadrados porque são os que se repetem mais.
Alertei para a importância de partilharem e discutirem as ideias com os colegas de grupo.
Grupo 9: Identificaram quadrado quadrado círculo …
Miguel e Verónica: Quadrado quadrado círculo sempre assim, a repetir.
Os restantes grupos identificaram as 3 figuras que compõem o grupo de repetição.

Questão 4 (Em que posições surgem os círculos?)
Esta questão também suscitou algumas dúvidas na sua interpretação, os alunos não entendiam o que queria dizer posições.
Todos os grupos responderam sem qualquer dificuldade ou dúvida, observaram na sequência da folha de registo.
Grupo 4: Professora: Em que posição começa.
Maria João: Na terceira.
Professora: Em que posições se encontram os círculos?
Diogo: Ah! 3.ª, 6.ª, 9.ª, …
Maria João: É nos múltiplos do 3.
Grupo 3: Bruno: Na posição dos múltiplos de 3.
Francisca: Na 3.ª, 6.ª, 9.ª.
Oralmente este grupo conseguiu explicar o seu raciocínio e identificar as posições em que se encontravam os círculos, por escrito registaram "estão no meio de 2 quadrados", uma vez mais, torna-se evidente a dificuldade dos alunos em se expressarem por escrito, não correspondendo esta informação com a que foi expressa oralmente.
Os grupos 8 e 9 registaram que surgiam de 3 em 3; os grupos 2, 4, 6 e 7 identificaram as posições e os grupos 1 e 5 identificaram nos múltiplos de 3.

Questão 5 (Se a sequência continuar para a direita, qual será o 18.º termo?)
Inicialmente, o grupo 7 apresentou dificuldade em interpretar o significado da palavra termo na questão, não sabia o que queria dizer. Os colegas explicaram que era a figura que estava na posição 18 ou a figura que estava por cima do número 18.
Nesta questão, os alunos responderam sem dificuldade, identificaram o círculo como o termo de ordem 18 e explicaram que tinham reproduzido a sequência com as peças.

Questão 6 (Em 20 figuras, quantos quadrados há? Porquê?)
7 grupos responderam 14 argumentando que tinham construído a sequência até ao 20, ou com as peças ou na folha de registo – correspondendo os números às figuras.
O grupo 6 justificou que havia 6 círculos, oralmente explicaram que tinham visto na sequência que tinham reproduzido.
Rodrigo: 6 mais 14 dá 20.
Os grupos 4 e 8 responderam corretamente 14 contudo, explicaram através da duplicação da sequência, até ao 10 tinham 7 quadrados, repetindo essa sequência iam ter 14 quadrados.
Ana: Há 7 quadrados em 10 figuras, então 7 vezes o 2 é 14.
Lara e Diogo: Em 10 há 7 quadrados, 10 mais 10 é 20, dá 14 quadrados.
Em discussão de grupo esta questão foi esclarecida, pois a resposta estava correta no entanto, o raciocínio não, estavam a fazer uma generalização incorreta. Ao pedir para explicarem o porquê os alunos justificaram que era porque repetindo a sequência a seguir ao 10 iam ter 3 quadrados e não podia ser.
Adriana: O grupo que se repete tem 3 figuras.
Professora: O que quer a Adriana dizer com isto?

Alguns alunos: Tens de dividir por 3.
Professora: Para que divido por 3?
Alguns alunos: Para saber os grupos de repetição.
Diogo: se for múltiplo do 3 tem sempre círculo, o 20 não é, está antes, tem quadrado.
Professora: Qual é o quadrado que tem, o 1.º ou o 2.º do grupo de repetição.
Alunos: É o segundo quadrado.
Professora: E em 30 figuras quantos quadrados temos?
Alunos 20.
Professora: E se fossemos pelo raciocínio do grupo 2?
Alguns alunos: Era 21.
A discussão geral foi muito importante e os alunos entenderam a razão de dividir o total de figuras por 3, e o não poderem duplicar a sequência no 10, compreenderam que só a poderiam duplicar num múltiplo de 3, só assim obteriam um resultado correto.

Questão 7 (Qual o termo de ordem 30? Explica.)
Todos os grupos responderam o círculo. Os grupos 2, 5, 6, 7, 8 e 9 responderam que tinham construído a sequência até ao 30.
Os grupos 3 e 4 explicaram que o 30 era da tabuada do 3, que era múltiplo de 3 logo, ia ter um círculo em cima.
O Grupo 1 também respondeu corretamente mas deu outra explicação.
Adriana: (apontando para a sequência da folha de registo) Vimos que o 10 tem um quadrado, o 20 também vai ter quadrado e o 30 vai ter círculo. O 10 é o 1.º quadrado, o 20 é o segundo e o 30 é o círculo.

Questão 8 (E o de ordem 65? Como descobriste?)
Todos os grupos responderam corretamente – quadrado.
À semelhança da questão anterior o grupo 1 explicou:
Adriana: O 60 é círculo.
Professora: Porquê?
Maria: Porque é múltiplo de 3.
Alunos: Os múltiplos de 3 têm todos círculos.
Adriana: (apontando com os dedos para o início da sequência construída com os materiais) Depois o 5 é quadrado, é como na outra antes, o 40 é como o 10 é quadrado, o 50 é como o 20 é quadrado e o 60 é como no 30 é círculo.
Os restantes grupos justificaram que tinham construído a sequência até ao 30 repetiram-na e fizeram 60 e depois mais 5 (apontando para a sequência construída com os materiais).
Grupo 2:
Ana: Fizemos até ao 30 e depois voltamos a pôr as peças do início à frente até fazer os 60 e depois mais 5.
Grupo 4:
Maria João: Fizemos até ao 30, depois fizemos mais 30, o dobro de 30 e mais 5 e deu quadrado.

Questão 9 (Cria o teu padrão pintando 11 círculos. Agora, reproduz esse padrão.)
Os alunos construíram o padrão em grupo (alguns alunos questionaram se cada um faziam o seu padrão ou era em conjunto). Alguns alunos sentiram dúvida na reprodução do padrão, se era para continuar o que tinham feito ou se reproduziam tudo de novo.
Questionei-os relativamente ao significado da palavra reproduzir.
Alunos: É fazer de novo, é voltar a fazer.
Nesta questão os alunos não revelaram dificuldade.

Discussão geral
Intervenções dos alunos/ Gestão da professora *Principais conclusões/ Descobertas* *Episódios marcantes/ Aspetos a destacar* **Questão 6:** Professora: O que é o número de quadrados em relação ao dos círculos? Alunos: É o dobro. Alunos: É o dobro do dos círculos. Adriana: Porque no grupo que se repete temos 2 quadrados e um círculo. Os alunos estabeleceram uma relação de razão, havia 1 círculo para 2 quadrados, a quantidade

de quadrados era o dobro da dos círculos.
Os alunos funcionaram melhor em grupo, tive de alertar apenas duas vezes para falarem mais baixo e terem o cuidado de partilhar as ideias com os colegas do grupo.
Alguns grupos terminaram antes de outros, foram pintando a ficha até os colegas terminarem e inventaram questões relativamente aos padrões que tinham construído, na partilha comunicaram algumas aos colegas da turma.
Durante a discussão geral os alunos foram alertados para pensar noutra forma de pensar sem ser através da construção da sequência.
Ao discutirmos a **questão 8** (E o de ordem 65? Como descobriste?) tendo já verificado que todos tinham respondido observando ou construindo a sequência, questionei-os se não haveria outra forma de responder a esta questão.
Alguns alunos: Sim, pelos múltiplos de 3.
Professora: Expliquem.
Adriana: O grupo que se repete tem 3 figuras. Se o número for múltiplo de 3 temos sempre um círculo.
Em discussão geral surgiu a ideia de dividir por 3 o número total das figuras, dado que o grupo de repetição era constituído por 3 figuras.
Professora: Qual o termo de ordem 45?
Alguns alunos: É o círculo.
Adriana: Quadrado.
Alunos: É círculo.
Professora: Porquê?
Diogo: O 45 é múltiplo do 3.
Professora: Qual é o número que a multiplicar por 3 dá 45?
Os alunos ficaram pensativos.
Miguel: É o 15.
Professora: Em 45 figuras temos quantos grupos de repetição?
Alguns alunos: 15.
Professora: Quantos quadrados e quantos círculos?
Alguns alunos: 15 mais 15 é 30, 30 quadrados e 15 círculos.
Professora: Muito bem. Agora qual é o termo de ordem 65?
Miguel: Fazemos 65 a dividir por 3.
Professora: Porquê?
Alguns alunos: Para saber os grupos que se repetem.
Gonçalo: São 20 grupos.
Bruna: Isso dá 60 figuras.
Dinis: 21 grupos.
Adriana: E mais 2 quadrados.
Professora: Então temos quantos quadrados e quantos círculos?
Bruno: 22, 22 e 21.
Gonçalo: 44 quadrados e 21 círculos.
Professora: E qual é o termo da ordem 65?
Miguel: É o quadrado.
Professora: Qual? O 1.º ou o 2.º do grupo de repetição?
Alguns alunos: É o 2.º.
Adriana: O 66 era círculo, então o 65 é antes é o 2.º quadrado.
Professora: E em 1000 figuras?
Alunos: 1000 a dividir por 3. (Ficam pensativos)
Professora: Quanto é?
Diogo: 300, …
Alunos (3): 333.
Alguns alunos: É o quadrado.
Professora: Qual dos quadrados?
Alguns alunos: O 1.º. O 990 é círculo, o 1000 é quadrado.
Professora: Em 1000 figuras há quantos quadrados e quantos círculos
Verónica: 333 mais 333 dá 666.
Maria João: 666 quadrados.
Miguel A.: Não, 333 círculos e 667 quadrados.
Após a discussão geral os alunos verificaram que ao dividir o número total das figuras por 3, obtém a quantidade dos grupos de repetição; se a divisão é exata os grupos de repetição estão

completos e termina num círculo, quando tem resto 1 a figura que corresponde a esse termo é o 1.º quadrado do grupo de repetição, quando sobram 2 a figura que corresponde a esse termo é o 2.º quadrado do grupo de repetição.

Após a aula
Aspetos positivos/ Aspetos bem conseguidos *Aspetos a melhorar (nas tarefas, na prática da professora)* *Papel da professora/ investigadora* *Reflexos na investigação/ Reflexão após a sessão* Todos os alunos conseguiram estabelecer relações com os múltiplos de 3, associar os círculos aos múltiplos de 3. Com o contributo da discussão em grande grupo, a maioria dos alunos conseguiu generalizar, pensando em termos mais distantes; na divisão do total de figuras por 3 ao sobrar 1 significava que teriam mais um quadrado; ao sobrar 2 significava que teriam mais dois quadrados. Através da discussão geral os alunos conseguiram generalizar para termos mais distantes, compreendendo o significado de se ter de dividir por 3 e o significado do resto. Os alunos gostaram de realizar a tarefa, colaboraram mais uns com os outros, dentro do próprio grupo, conseguiram partilhar melhor a informação.

Anexo 30 – Categorias da análise de dados

Categorias de análise		
Representações matemáticas	Representações externas	Linguagem natural
		Ativas
		Icónicas
		Simbólicas
Estratégias de generalização	Estratégias construtivas	Representação e contagem
		Aditiva
		Objeto inteiro
	Desconstrutiva	Decomposição dos termos
Nível de generalização	Próxima – Raciocínio recursivo	
	Distante – Raciocínio em função da ordem	
Tipo de generalização	Construtiva	
	Desconstrutiva	