

Pensamento crítico e raciocínio matemático: um estudo correlacional

ANA ALMEIDA

Agrupamento de Escolas Águeda Sul, Portugal
anaalmeida.idl@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-5993-0266>

CELINA TENREIRO VIEIRA

Centro de Investigação Didática e Tecnologia na Formação de Formadores, Universidade de Aveiro, Portugal
cvieira@ua.pt

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7944-2922>

Resumo

O presente trabalho propôs-se averiguar a existência de correlação entre o nível de Raciocínio Matemático e o nível de Pensamento Crítico de alunos do ensino básico. Pretendeu também verificar se o nível de Raciocínio Matemático está correlacionado com o aspeto de Pensamento Crítico: (i) indução; (ii) credibilidade; (iii) observação; (iv) dedução e (v) assunções. A investigação assentou numa abordagem de natureza quantitativa, operacionalizada por um estudo do tipo correlacional, sendo a amostra do estudo constituída por 107 alunos. Para medir o nível e os aspetos de Pensamento e o nível de Raciocínio Matemático, usou-se, respetivamente, o Teste de Pensamento Crítico de Cornell (Nível X) e um Teste de Raciocínio Matemático desenvolvido para o efeito no âmbito do presente estudo. Os resultados obtidos sugerem que existe uma correlação positiva, estatisticamente significativa, entre o nível de Raciocínio Matemático e (i) nível de Pensamento Crítico e o (ii) aspeto da dedução.

Palavras-chave:

Educação em matemática; pensamento crítico; raciocínio matemático.

Critical thinking and mathematical reasoning: a correlational study

Abstract

This study is set out to investigate the correlation between Mathematical Reasoning and Critical Thinking levels of 6th grade students. It is also intended to verify whether Mathematical Reasoning level is associated with Critical Thinking aspects: (i) induction; (ii) credibility; (iii) observation; (iv) deduction and (v) assumption. The research was based on a quantitative approach and operationalized on a correlation study-type. It was made up of 107 students in total. To measure students' Critical Thinking as well as its aspects and students' Mathematical Reasoning level, was used, respectively the Critical Thinking Cornell Test (level X) and a Mathematical Reasoning Test developed for the purpose of this study. The results obtained, show a positive correlation statistically significant between the students' Mathematical Reasoning level and (i) the students' Critical Thinking level and (ii) the Critical Thinking aspect of deduction.

Keywords

Education in mathematics; critical thinking; mathematical reasoning.

Pensamiento crítico y razonamiento matemático: un estudio correlacional

Resumen

Este estudio se propone investigar la correlación entre los niveles de razonamiento matemático y pensamiento crítico de estudiantes de sexto grado. También busca verificar si el nivel de razonamiento matemático se asocia con los siguientes aspectos del pensamiento crítico: (i) inducción; (ii) credibilidad; (iii) observación; (iv) deducción y (v) suposición. La investigación se basó en un enfoque cuantitativo y se operacionalizó como un estudio de correlación. La muestra estuvo compuesta por 107 estudiantes. Para medir el pensamiento crítico de los estudiantes, así como sus aspectos, y su nivel de razonamiento matemático, se utilizó, respectivamente, el Test de Pensamiento Crítico de Cornell (nivel X) y un Test de Razonamiento Matemático desarrollado para este estudio. Los resultados obtenidos muestran una correlación positiva estadísticamente significativa entre el nivel de razonamiento matemático de los estudiantes y (i) su nivel de pensamiento crítico y (ii) el aspecto de deducción del pensamiento crítico.

Palabras clave:

Educación en matemáticas; pensamiento crítico; razonamiento matemático

Enquadramento do Estudo

Educação em Matemática no Ensino Básico

As orientações curriculares para as aprendizagens matemáticas que os alunos do Ensino Básico devem desenvolver e o racional que as justifica, têm enfatizado um ensino da matemática que contribua para a educação global e integral do aluno como pessoa e que promova a sua autorrealização como indivíduo e como cidadão (DGE, 2018, 2021; DGIDC, 2010; Ponte et al., 2007).

<https://doi.org/10.25766/em9v-ed8o>

Publicações de Investigação, Práticas e Contextos em Educação

Neste quadro, as finalidades e os objetivos do ensino da matemática, no ensino básico, contemplam, quer aspetos de natureza cognitiva, quer aspetos de natureza afetiva e social, atribuindo especial relevo ao desenvolvimento das capacidades de resolução de problemas, de raciocínio e de comunicação matemática, bem como ao desenvolvimento de atitudes positivas e críticas face à matemática e à sua utilização para uma melhor compreensão do mundo. Na esteira do defendido por organismos de referência, nacionais e internacionais, e já preconizado em documentos como *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2008, 2017) e o programa de matemática (Ponte, 2009), o documento “Aprendizagens Essenciais” referente à disciplina de matemática (DGE, 2018, 2021), para os diferentes anos de escolaridade do ensino básico, reforça a importância e necessidade de, ao longo da sua escolaridade, os alunos desenvolverem a sua capacidade de Raciocínio Matemático (RM), de forma a compreenderem o porquê de relações estabelecidas serem matematicamente válidas. O RM é considerado central e inclui a formulação de conjecturas, a justificação da sua validade ou refutação e a análise crítica de raciocínios produzidos por outros, construindo progressivamente cadeias argumentativas, usando raciocínios abstratos e linguagem matemática com a sofisticação adequada. É, igualmente, enfatizado o desenvolver da capacidade de comunicar matematicamente, de modo a os alunos sejam capazes não só de produzir informação, mas também de ouvir e interpretar a informação que lhes é apresentada. No desenvolvimento da comunicação matemática é central o partilhar e discutir ideias matemáticas, formulando e respondendo a questões diferenciadas, ouvindo os outros e fazendo-se ouvir, negociando a construção de ideias coletivas em colaboração, mobilizando saberes e fazendo uso progressivo de linguagem matemática como estratégia de comunicar com maior precisão.

O documento transversal, basilar da orientação da educação em Portugal, *Perfil do Aluno no Final da Escolaridade Obrigatória* (Martins et al., 2017), explicita as dez áreas de competências a desenvolver por todos os alunos ao longo da sua escolaridade básica, sendo que, para tal, devem concorrer todas as disciplinas. Uma das dez áreas de competência do PASEO, as quais envolvem conhecimentos atitudes e valores e capacidades, reporta ao raciocínio e resolução de problemas

Outra prende-se com a informação e comunicação, sendo que as competên-

cias nesta área estão relacionadas com a seleção, análise, produção e divulgação de produtos, de experiências e de conhecimento, em diferentes formatos. As competências associadas a informação e comunicação implicam que os alunos sejam capazes de: (i) utilizar e dominar instrumentos diversificados para pesquisar, descrever, avaliar, validar e mobilizar informação, de forma crítica e autónoma, verificando a credibilidade de diferentes fontes de informação; (ii) transformar a informação em conhecimento; e (iii) colaborar, em diferentes contextos comunicativos, utilizando diferentes tipos de ferramentas.

Outra área de competência diz respeito ao pensamento crítico e ao pensamento criativo (PCC). Conforme consta neste documento de orientação curricular, o desenvolvimento da área de competência associada ao PCC implica que os alunos sejam capazes de: (i) pensar de modo abrangente e em profundidade, observando e analisando informação, experiências ou ideias, argumentando com recurso a critérios implícitos ou explícitos, com vista à tomada de posição fundamentada; (ii) convocar diferentes conhecimentos, de matriz científica e humanística, utilizando diferentes metodologias e ferramentas para pensarem criticamente (iii) prever e avaliar o impacto das suas decisões e (iv) desenvolver ideias e soluções, de forma imaginativa e inovadora, como resultado da interação com outros e/ou da reflexão pessoal, aplicando-as a diferentes contextos e áreas de aprendizagem.

Pensamento Crítico

Um dos autores mais influentes no âmbito do Pensamento Crítico é Robert Ennis. Na perspetiva deste autor, o Pensamento Crítico (PC) é uma forma de pensamento racional, reflexivo, focado naquilo em que se deve acreditar ou fazer (Ennis, 1987). Ou seja, para este autor, o Pensamento Crítico é uma atividade reflexiva que tem como meta uma crença ou uma ação racional e sensata que ocorre no contexto de resolução de problemas e, muitas vezes, no contexto da interação com outras pessoas. Segundo Ennis (1987, 2013), o Pensamento Crítico caracteriza-se pelo facto de ser um pensamento que implica sempre a ideia de avaliação. Para “decidir em que acreditar ou o que fazer, o indivíduo deve, obrigatoriamente, avaliar as informações de que dispõe” (Tenreiro-Vieira e Vieira, 2000, p. 26). Seguindo de perto o registo de Tenreiro-Vieira (2004), de

acordo com a perspetiva de Ennis, o PC resulta da interação de um conjunto de capacidades e disposições. As capacidades referem-se aos aspetos mais cognitivos e as disposições aos aspetos mais afetivos. Capacidades e disposições do PC encontram-se explícitas na taxonomia desenvolvida pelo autor, e segundo o mesmo, estão envolvidas no pensar de forma crítica. Estas capacidades estão organizadas em cinco áreas, que são: clarificação elementar, suporte básico, inferência, clarificação elaborada e ainda uma área de estratégias e táticas. Tenreiro-Vieira e Vieira são autores pioneiros no desenvolvimento de metodologias testadas com propósitos como o desenvolvimento e validação de recursos didáticos, atividades de aprendizagem e estratégias de ensino para promover o pensamento crítico de professores em formação, inicial e continuada, e de alunos de diferentes níveis e anos de escolaridade, bem como no desenvolvimento de investigação para estabelecer referências acerca do PCC (Tenreiro-Vieira e Vieira, 2009, 2013, 2016, 2021).

Para estes autores, são várias as razões explicativas para a importância de promover o Pensamento Crítico dos alunos. Uma primeira razão advém do próprio significado de Pensamento Crítico. Segundo Vieira (2003), cada pessoa deve ser capaz de pensar de uma forma crítica sobre as suas crenças “apontando razões racionais e não arbitrarias, que as justifiquem e as sustentem” (p. 5). Outra razão está relacionada com o facto de o Pensamento Crítico ser considerado essencial para enfrentar, com êxito, a complexidade da vida moderna, científica e tecnologicamente orientada (Vieira, 2003). Numa sociedade científica e tecnológica, espera-se que os indivíduos, na qualidade de trabalhadores, sejam capazes de pensar por si próprios, de executar uma enorme variedade de tarefas, de identificar e resolver problemas e de trabalhar em colaboração com os colegas na procura de soluções. Outra razão explicativa para a importância do Pensamento Crítico na educação está relacionada com o facto de este ser considerado necessário para viver numa sociedade plural com competência cívica, permitindo a participação nas instituições democráticas, onde os cidadãos são confrontados com a necessidade de tomar decisões (Tenreiro-Vieira e Vieira, 2005, 2009, 2016, 2021; Osborne, 2011; *World Economic Forum*, 2016; Saiz, 2017). Desta forma, o processo de escolaridade dos alunos deve facultar-lhes uma formação que lhes permita ser cidadãos autónomos e reflexivos, capazes de participar, de uma forma ativa e esclarecida, na sociedade a que pertencem.

Além das razões anteriormente apontadas para a importância do desen-

volvimento do Pensamento Crítico, dentro da especificidade da educação em matemática podem encontrar-se outras. Segundo Santos (2010), é através da matemática que os alunos compreendem melhor o mundo e as diversas questões que são levantadas pela sociedade. Esta compreensão, aliada a um desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos, deve contribuir para o seu desenvolvimento integral, de modo a prepará-los para que possam ter vidas produtivas e gozar de qualidade de vida, dando o seu contributo para o desenvolvimento sustentável a nível local, nacional e internacional (Tenreiro-Vieira, 2009, 2013). Nesta linha de pensamento, o ensino da matemática deve proporcionar conhecimentos e desenvolver capacidades e atitudes indispensáveis à resolução de problemas da vida diária dos cidadãos, integrados em sociedades científica, matemática e tecnologicamente orientadas. O foco do processo de ensino e de aprendizagem não pode restringir-se à transmissão de um corpo de conhecimentos estabelecido; deve contemplar também o desenvolvimento de capacidades de Pensamento Crítico, tornando os alunos confiantes nas suas capacidades matemáticas e capazes de aplicar o que sabem em novas situações e até mesmo na resolução dos problemas diários com que se deparam (Tenreiro-Vieira e Vieira, 2009, 2013, 2016, 2021).

Outra razão para o desenvolvimento do Pensamento Crítico dos alunos na matemática é a grande preocupação com a elevada taxa de insucesso escolar nesta disciplina, em Portugal. Com efeito, os resultados de diferentes estudos, como é o caso do *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS), mostram que quanto menos os alunos gostam de aprender matemática, piores são os desempenhos alcançados (International Association for the Evaluation of Educational Achievement, 2019). É, pois, essencial que o processo de ensino e de aprendizagem da matemática, incluindo a avaliação, esteja orientado para promover o gosto pela aprendizagem da matemática, almejando o ativo envolvimento dos alunos e a melhoria dos resultados alcançados. Nesse sentido, os alunos devem ter oportunidade de desenvolver ferramentas que lhes permitam entender e analisar matematicamente as situações diárias, de modo que, muitos dos que se sentem excluídos e que sentem o insucesso ao longo da escolaridade, possam alterar a sua relação com esta disciplina. Neste âmbito, devem ser propostas aos alunos situações de aprendizagem intelectualmente desafiantes, que envolvam o autoquestionamento e o Pensamento Crítico, para que os alunos reflitam sobre as situações apresentadas, permitindo a validação

das suas aprendizagens, à medida que colocam, resolvem e interpretam problemas numa variedade de contextos e de situações (Tenreiro-Vieira, 2009, 2013, 2021). O processo educativo deve incluir o desenvolvimento de capacidades de Pensamento Crítico, as quais abrem novas perspetivas aos alunos, “uma vez que os prepara para lidar com uma multitude de desafios que terão de enfrentar nas suas vidas, carreiras, deveres e responsabilidades pessoais” (Vieira, 2003, p. 6). O apelo a capacidades de pensamento crítico está estreitamente ligado à utilização eficaz e racional do conhecimento científico, tecnológico e matemático em diferentes situações e contextos pessoais, profissionais e sociais em conjugação com o exercício de uma cidadania responsável, no quadro de práticas democráticas, de forma a viabilizar o desenvolvimento de modos de vida mais justos e democráticos (Vieira, Tenreiro-Vieira e Martins, 2011).

Raciocínio Matemático

O Raciocínio Matemático é um elemento-chave na construção dos significados matemáticos (Janela, 2012). Segundo a autora, é necessário que seja o aluno a “construir os significados para as ideias matemáticas e que essa construção seja baseada no conhecimento do aluno e nas suas formas de raciocínio” (p. 30). Deste modo, emerge que o Raciocínio Matemático não é visto na sua noção tradicional “como abstracto e etéreo”, mas antes, “como real, físico e imaginativo” (English, 1997, p.4).

A formulação, o teste e a demonstração de conjeturas são aspetos importantes do Raciocínio Matemático, mencionados por diversos autores (Ponte et al., 2007; NCTM, 2008, 2017; Oliveira, 2008), tipificando o trabalho de um matemático. Tal como sublinhado em documentos de referência, internacionais, como os publicados pelo NCTM, e nacionais, como o programa de matemática (Ponte et al., 2007) e subsequentes metas de aprendizagens (DGE, 2010) e aprendizagens essenciais (DGE, 2018, 2021), raciocinar matematicamente envolve a formulação e o teste de conjeturas. Na formulação de conjeturas é utilizado um Raciocínio Matemático, essencialmente, indutivo, que se pode basear na observação direta e na manipulação dos dados ou até mesmo, na analogia com outras conjeturas, entre outras formas. Após a formulação de conjeturas pelos alunos é imprescindível que estes as testem. O teste de conjeturas formuladas pode ser realizado de diversas formas, entre as quais, a

avaliação de casos selecionados de modo específico ou aleatório, ou ainda na procura de uma tentativa de prova (NCTM, 2008, 2017). Os testes de conjeturas acabam, muitas vezes, por se associar com o próprio processo indutivo, da formulação de conjeturas, uma vez que “a manipulação dos dados começa a apontar no sentido de certa conjectura para, logo em seguida, ser refutada por um caso em que não se verifica” (Ponte et al., 2007, p. 33).

Numa investigação matemática, a última etapa é a demonstração (Ponte et al., 2007). Segundo o NCTM (2008, 2017), uma demonstração é um argumento que consiste “na dedução rigorosa e lógica de conclusões, a partir de hipóteses iniciais” (p. 61). A este respeito, Oliveira (2008) refere que a demonstração é fundamental para o desenvolvimento do RM dos alunos, desempenhando um papel preponderante na construção da própria matemática, sendo um modo formal de exprimir determinados tipos de raciocínio e justificações.

Para desenvolverem os diversos aspetos associados ao Raciocínio Matemático os alunos devem, tal como é enunciado pelo NCTM (2008, p. 310), “ter uma prática diversa e frequente com o raciocínio matemático” através da análise de padrões e estruturas na procura de regularidades, da formulação de generalizações e conjeturas a partir de regularidades observadas, da validação de conjeturas e da construção e avaliação de argumentos matemáticos. Para tal, Boavida e seus colaboradores (2008) defendem que, desde os primeiros anos de escolaridade e desde que sejam proporcionadas condições adequadas, os alunos devem ser capazes de raciocinar matematicamente.

Para caminhar nesse sentido, é fundamental proporcionar aos alunos experiências de aprendizagem em que estes tenham oportunidade de justificar e explicar as suas ideias e resoluções e de formular, testar e, eventualmente, provar conjeturas. Raciocinar envolve a construção de explicações matemáticas, nomeadamente, a explicação das próprias ideias para as tornar claras, não só para si, mas também para os outros. Assim, para o desenvolvimento da capacidade de Raciocínio Matemático é essencial estimular os alunos a fundamentarem, matematicamente, as suas afirmações, no contexto de atividades matemáticas que realizem. A apresentação de argumentos, tanto plausíveis como inconsistentes, por parte dos alunos aos seus colegas, proporciona momentos de discussão devendo “contribuir para alterar, consolidar ou fortalecer os seus argumentos ou raciocínio” (NCTM, 2008, p. 64).

Nesta linha, em documentos curriculares nacionais, precedentes e atuais

aprendizagens essenciais, é preconizado que as tarefas a realizar em sala de aula devem incitar os alunos a expressar, explicar e justificar processos, resultados e ideias matemáticas, recorrendo a exemplos e contra-exemplos e à análise exaustiva de casos; devem também ter oportunidade de formular e testar conjecturas e generalizações e justificá-las fazendo deduções informais. Neste contexto, assume particular relevância a ação do professor, em particular no formular questões mobilizadoras do raciocínio dos alunos, que lhes permitam desmontar mal-entendidos, completar e/ou aprofundar ideias, provar afirmações e progredir na compreensão dos conceitos. O final da discussão é um momento de institucionalização das aprendizagens, em que toda a turma deve reconhecer e partilhar ideias, na qual tanto podem surgir novos procedimentos e conceitos como serem revistos e aperfeiçoados conceitos e procedimentos já conhecidos e aplicados (Canavarro, 2011).

Ponte e Sousa (2010) destacam, também, a importância da seleção e criação de tarefas adequadas às idades e aos interesses dos alunos, que exijam a reflexão, “com o intuito de os ajudar a valorizar e a usar o poder do Raciocínio Matemático” (Semana e Santos, 2004, p. 52). Nesse sentido, as tarefas devem ser matematicamente ricas e incitar à participação, justificação e reflexão. Neste quadro, as tarefas de exploração e de investigação afiguram-se favoráveis e apropriadas para promover o desenvolvimento do Raciocínio Matemático, uma vez que abarcam a formulação de conjecturas e, subsequentemente, a definição de uma estratégia de teste de uma conjectura.

Reconhecendo a importância do Pensamento Crítico e do Raciocínio Matemático na formação dos alunos enquanto pessoas, profissionais e cidadãos capazes de pensar e agir criticamente sobre questões sociais de âmbito científico, matemático e tecnológico, afigurou-se relevante investigar a relação existente entre o RM e o PC. Assim, o estudo desenvolveu-se em torno das seguintes questões de investigação:

- 1 - O nível de desempenho dos alunos em Raciocínio Matemático está relacionado com o seu nível de Pensamento Crítico?
- 2 - O nível de desempenho dos alunos em Raciocínio Matemático está relacionado com o aspeto de Pensamento Crítico: (i) indução; (ii) credibilidade; (iii) observação; (iv) dedução; (v) assunções?

Afigurou-se relevante investigar a relação existente entre o Raciocínio Matemático e o Pensamento Crítico, pois, como refere Coutinho (2011), a constatação da existência de correlações significativas entre duas variáveis pode ser útil para uma melhor compreensão “da complexidade do fenómeno socioeducativo” (p. 268), facilitando, assim, eventuais decisões em que essas variáveis estejam envolvidas. Assim sendo, saber que relação existe entre o Raciocínio Matemático e o Pensamento Crítico configura-se como um potencial contributo para rentabilizar oportunidades criadas para o desenvolvimento destas capacidades dos alunos. Tal poderá, nomeadamente, ajudar a orientar mudanças a operar nas estratégias de ensino e nas atividades de aprendizagem no sentido de potenciar oportunidades de promover o nível de desempenho em Raciocínio Matemático e o nível de Pensamento Crítico dos alunos, na sala de aula, e em particular nas aulas de matemática.

Metodologia

Natureza da Investigação

O presente estudo segue uma abordagem de natureza quantitativa, operacionalizada por um estudo do tipo correlacional. Optámos por realizar um estudo correlacional na medida em que se pretendia, decorrente das questões de investigação formuladas, averiguar da existência de relação entre variáveis, concretamente: o Pensamento Crítico e o Raciocínio Matemático. De facto, tal como refere Coutinho (2011, p. 264), os estudos correlacionais “possibilitam que o investigador estabeleça relações entre as variáveis, quantificando inclusive tais relações”, situação que se verificou no presente estudo.

Sujeitos

A amostra do estudo é constituída por 107 alunos, que, no ano letivo de 2011/2012, frequentavam o sexto ano de escolaridade numa escola do distrito de Aveiro, Portugal. Dos 107 alunos da amostra do estudo, 61 são do género feminino e 46 são do género masculino. A idade média para os rapazes é a mesma que a obtida para as raparigas (=11,61) sendo a moda e a mediana de 11 anos, em ambos os casos.

Instrumentos de Recolha de Dados

Tendo presente as questões de investigação, foi necessário recolher evidência sobre o nível de Pensamento Crítico e sobre o nível de desempenho em Raciocínio Matemático dos alunos que constituem a amostra do estudo. Seguimos como procedimento de recolha de dados uma abordagem de medição, recorrendo a testes seleccionados ou construídos para o propósito visado, conforme a seguir se descreve.

Teste de Pensamento Crítico de Cornell (nível X)

Para medir o nível e os aspetos de Pensamento Crítico dos sujeitos envolvidos no estudo, usámos o Teste de Pensamento Crítico de Cornell (nível X), cujo nome original é “Cornell Critical Thinking Test, Level X”, da autoria de Rober Ennis e Jason Millman (1985, citado por Tenreiro-Vieira, 2000). Este teste é baseado na conceção de Pensamento Crítico de Ennis, que o define como o processo de decidir racionalmente aquilo em que acreditar ou fazer (Tenreiro-Vieira, 2000), permitindo avaliar as capacidades de Pensamento Crítico de um indivíduo ou grupo desde o quarto ano de escolaridade até aos primeiros anos do ensino superior. Este é também caracterizado pelos seus autores como sendo um teste de tipo geral, pois cobre as capacidades de Pensamento Crítico como um todo. O teste é composto por 76 itens de escolha múltipla. Cada item inclui três possibilidades de resposta em que, apenas uma é a correta. Os itens estão organizados em quatro partes. Os da primeira parte exigem que se ajuíze se um determinado facto sustenta ou não uma hipótese. Os da segunda apelam para o ajuizar da credibilidade das observações relatadas com base, quer na origem, quer nas condições em que foram obtidas. Os da terceira parte pretendem medir a capacidade de dedução dos alunos, ao avaliarem se determinadas hipóteses podem ser consequência das afirmações feitas. Por último, os itens da quarta parte apelam ao reconhecimento de assunções, na medida em que pedem a identificação do que se toma por certo num argumento e o que serve de base à construção de raciocínios (Tenreiro-Vieira, 2004).

Este teste permite também medir os aspetos de Pensamento Crítico: indução, observação, credibilidade, dedução e identificação de assunções. Estes são, segundo os autores do teste, os aspetos que se podem encontrar num teste

de Pensamento Crítico do tipo geral, como é o caso do teste por si proposto.

A validação deste teste para o ensino básico português foi realizada por Vieira em 1995, no âmbito da sua investigação de mestrado, uma vez que em português, o teste apenas tinha sido validado por Oliveira (1992, citado por Tenreiro-Vieira, 2000) para alunos do 11.º e 12.º ano de escolaridade e para alunos dos primeiros anos do ensino superior. O trabalho realizado por Vieira (1995) centrou-se, essencialmente, na adaptação do teste às características dos alunos do 2º ciclo do ensino básico. Neste quadro, Vieira (1995) preocupou-se, quer com a formulação dos itens, tentando assegurar um nível de leitura adequado ao ciclo mencionado, quer com a facilidade de compreensão do texto.

Também Tenreiro-Vieira (2000), em complemento do trabalho efetuado por Vieira (1995), procedeu à validação e ao estudo das características psicométricas do Teste de Pensamento Crítico de Cornell (Nível X), usando uma amostra constituída por alunos do quarto, quinto e sextos anos de escolaridade. No seguimento deste trabalho, Tenreiro-Vieira (2000) considerou, pelos resultados obtidos, que o Teste de PC de Cornell (nível X) era adequado para alunos do 4º, 5º e 6º anos de escolaridade, tendo em conta as alterações realizadas por Vieira (1995).

Como até à data da realização deste trabalho de investigação, este era o único teste de PC que conhecíamos traduzido para língua portuguesa e validado para a realidade portuguesa, incluindo para alunos do 6º ano de escolaridade, tornava-se vantajosa a sua utilização em relação a outros testes de PC existentes a nível internacional, igualmente fiáveis (Follman, 2003). Assim, dado tratar-se de um teste que, segundo os autores, pode ser aplicado a alunos desde o 4º ano de escolaridade aos primeiros anos do ensino superior e validado para alunos do 2º ciclo, considerámos ser de seleccionar este teste para se aplicar aos sujeitos deste estudo com o propósito de medir o nível de PC e os aspetos de PC. O teste foi aplicado aos sujeitos da amostra em dois momentos letivos, um de 90 minutos e outro de 45 minutos, seguindo as instruções de administração a alunos de níveis de escolaridade mais baixos, como é o caso do sexto ano de escolaridade (Vieira, 1995).

Refira-se que a cotação do teste, para a qual não se consideraram os itens incluídos como exemplo, resultou da diferença entre o número de respostas corretas e metade do número de respostas incorretas.

Teste de Raciocínio Matemático

Tendo como objetivo medir o nível de desempenho em Raciocínio Matemático de alunos do sexto ano de escolaridade, optámos por construir, um teste para o efeito, decorrente de, na sequência da pesquisa realizada, não ter sido encontrado nenhum que servisse o propósito visado. Para a conceção deste teste baseámo-nos nas provas de aferição de matemática e nos relatórios dessas provas desde 2008, ambos da responsabilidade do organismo do Ministério da Educação (ME) português, responsável pelas provas de avaliação externa dos alunos. A escolha das provas de aferição desde 2008 justifica-se pelo facto de só a partir dessa data ter sido elaborado e divulgado pelo ME o relatório de cada prova de aferição do 2º ciclo do ensino básico (alunos dos 10 aos 11 anos), onde são identificados os aspetos da competência matemática avaliados em cada item. Nestes relatórios, encontram-se identificados todos os itens de cada prova de aferição que avaliam a capacidade de Raciocínio Matemático. Assim, fizemos um levantamento dos itens focados, exclusivamente em Raciocínio Matemático. Com efeito, ao tomarmos a decisão de usar itens das provas de aferição cujos relatórios indicam avaliarem exclusivamente a capacidade de Raciocínio Matemático, procurámos criar condições que assegurassem a validade do teste, porquanto são utilizados apenas itens, já devidamente validados, que avaliam a capacidade de Raciocínio Matemático.

Para estabelecer o tempo estimado de resposta ao item, o conjunto de itens compilados foi aplicado, a cinco alunos, escolhidos aleatoriamente, de uma turma de 6º ano de uma escola do distrito de Coimbra, decorrente de facilidades de contato com a professora de matemática da turma. No contexto da administração deste conjunto de itens a estes alunos, anotámos o tempo de realização de cada item por cada aluno, bem como comentários feitos pelos mesmos.

A seleção dos itens a integrar no teste teve em conta aspetos como o tempo de resposta e o índice de dificuldade estabelecidos para cada item em conjugação com outros aspetos como o tempo de realização do teste e a percentagem de itens a incluir por tema matemático (números e operações, geometria, álgebra e organização e tratamento de dados).

Foi averiguado se até à data prevista para a aplicação do teste de Raciocínio Matemático, algum dos itens selecionados previamente havia já sido resolvido por sujeitos envolvidos na investigação, na sequência de atividades de avaliação,

fichas de trabalho ou outras tarefas realizadas em sala de aula. Considerou-se que esses itens não deveriam ser selecionados para criar condições de maior equidade entre os alunos na realização do teste. Foi também averiguado se haveria algum item relativamente ao qual os alunos envolvidos no estudo não reuniriam condições para lhe responder, decorrente de o conteúdo subjacente ao mesmo ainda não ter sido abordado nas aulas de matemática. Tendo em conta a sequência dos procedimentos focados anteriormente, foram selecionados 22 itens para integrar o teste de Raciocínio Matemático, abrangendo os diferentes temas matemáticos supramencionados. Na sequência das decisões tomadas, foi composta uma versão do teste de Raciocínio Matemático, com esses 22 itens, a qual foi sujeito a um processo de validação por um painel de peritos. De um modo global, a apreciação crítica da equipa de peritos foi francamente positiva, considerando o teste de Raciocínio Matemático construído válido para o propósito visado.

Assim sendo, a fim de averiguar da adequação do tempo estabelecido para a realização do teste, de 75 minutos, em função do público-alvo, decidimos pela sua aplicação a uma amostra piloto constituída por alunos de uma turma do 6º ano de escolaridade de uma escola do distrito de Aveiro. A razão da escolha de uma turma desta escola decorre de facilidade de contato e cooperação com a docente de matemática da turma que constituiu a amostra piloto, o que garantiu a sua colaboração, anuindo na aplicação do TRM à sua turma. Decorrente disso, constatamos que o tempo estabelecido era adequado para a realização do teste pelos alunos da amostra do estudo.

Do exposto, o teste de Raciocínio Matemático composto por 22 itens focados no Raciocínio Matemático, foi aplicado aos alunos do estudo, num tempo letivo de 90 minutos, dos quais 75 minutos foram usados pelos sujeitos para responderem aos itens do mesmo. Para efetuar a cotação do Teste de RM foi elaborado um guião denominado Critérios Gerais de Correção, indicando a cotação adotada e o nível de desempenho do aluno para cada item do teste. A cotação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais de classificação apresentados para cada item, previsto no guião Critérios Gerais de Correção.

Tratamento Estatístico

No quadro da análise e tratamento dos dados compilados, começámos por realizar uma análise preliminar, recorrendo a procedimentos de estatística descritiva. Depois, procedemos ao estudo da normalidade das distribuições, para as variáveis em estudo: RM, PC e para cada um dos aspetos de PC (indução, dedução, observação, credibilidade e assunções). Para tal, recorremos a coeficientes estatísticos (coeficiente de assimetria e de achatamento) e ao teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov, com correção de Lilliefors.

Mediante os valores obtidos no teste de Kolmogorov-Smirnov ($p > 0,05$), as distribuições para as variáveis PC e RM podem ser consideradas adequadamente normais, pelo que optámos por uma análise paramétrica dos dados referentes ao PC e ao RM, recorrendo ao coeficiente de correlação de Pearson (Coutinho, 2011). No caso dos aspetos de PC, os valores obtidos indicam que seguem uma distribuição muito diferente da normal ($p < 0,05$). Assim sendo, decidimos recorrer a um teste não paramétrico, concretamente ao coeficiente de correlação de Spearman, para avaliar a relação entre as variáveis suprarreferidas (Coutinho, 2011). A interpretação dos testes estatísticos foi realizada com base no nível de significância de $\alpha = 0,05$ com intervalo de confiança de 95% (Coutinho, 2011). Tanto o coeficiente de correlação de Pearson como o coeficiente de correlação de Spearman, e à semelhança do estabelecido para as variáveis PC e RM, assumimos que um coeficiente menor que 0,20 indica uma associação muito baixa; entre 0,20 e 0,39 baixa; entre 0,40 e 0,69 moderada; entre 0,70 e 0,89 alta e, por fim, entre 0,90 e 1,00 (um) uma associação muito alta (Pestana e Gageiro, 2008; Coutinho, 2011). O tratamento estatístico foi realizado usando o programa estatístico Statistical Package for the Social Sciences (SPSS) versão 19.0.

Resultados

Raciocínio Matemático e Pensamento Crítico

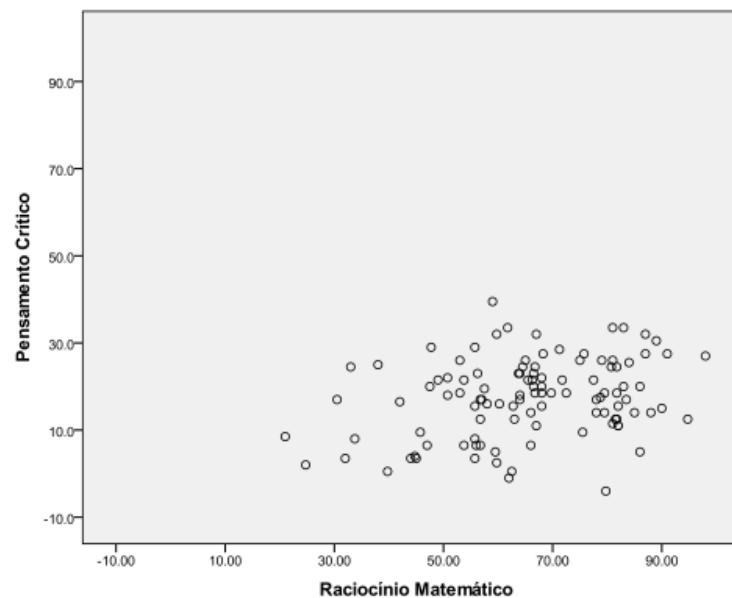
No quadro seguinte apresentamos o valor da média, moda, mediana, desvio padrão, máximo e mínimo dos resultados obtidos pelos alunos nos dois testes aplicados (Teste de PC de Cornell (nível X) e Teste de RM). É também possível observar os valores o mínimo e máximo das cotações obtidas para o PC e para o RM, pelos alunos da amostra do estudo.

Quadro 1. Estatísticas sumárias para as cotações obtidas no Teste de Pensamento Crítico e no Teste de Raciocínio Matemático.

Variáveis em estudo	\bar{X}	DP	Mo	Md	Mínimo Observado	Máximo Observado
Pensamento Crítico	17,47	8,93	18,50	18,00	- 4,00	39,50
Raciocínio Matemático	65,53	16,13	55,75	66,00	21,00	98,00

Para estudar a correlação entre as duas variáveis, optámos por começar por construir o gráfico de dispersão relativo a essa relação. Este tipo de gráfico, que é uma representação gráfica da correlação entre as duas variáveis, pode ser uma indicação clara para perceber da existência ou não de uma relação linear entre elas.

Gráfico 1. Representação gráfica da correlação existente entre o nível de desempenho em Raciocínio Matemático e o nível de Pensamento Crítico.



Através da representação gráfica é possível constatar que a disposição dos pontos tende para cima e para a direita: cotações elevadas no Teste de RM correspondem a cotações elevadas no teste de PC. Desta forma, a representação gráfica leva-nos a supor que as variáveis são positivamente correlacionadas, dando-nos também a informação da débil correlação existente, dado que os pontos encontram-se dispersos (Coutinho, 2011).

Para confirmar e avaliar a natureza da relação entre o nível de desempenho em RM e o nível de PC dos sujeitos da amostra calculámos o coeficiente de correlação de Pearson, tendo-se obtido o valor de 0,290, conforme podemos observar no quadro que se segue.

Quadro 2. Coeficiente de correlação de Pearson para o Pensamento Crítico e para o Raciocínio Matemático dos alunos da amostra.

Pensamento Crítico	R	p-valor
Raciocínio Matemático	0,290	0,002

Como se pode constatar pela análise do quadro anterior, existe uma correlação positiva com significância estatística ao nível 0,002 entre as duas capacidades, ou seja, verificamos uma tendência para o nível de desempenho em RM dos alunos aumentar consoante aumenta o seu nível de PC (Pestana e Gageiro, 2008). A correlação existente entre o nível de PC e o nível de desempenho em RM, embora significativa, é baixa ($r=0,290$) (Pestana e Gageiro, 2008). Assim, o valor do coeficiente de correlação de Pearson revela a existência de uma associação baixa entre o nível de PC e o nível de desempenho em RM dos sujeitos da amostra.

Raciocínio Matemático e Aspectos de Pensamento Crítico

Foi realizada uma análise focada nos aspectos de PC: indução, dedução, observação, credibilidade e assunções, enunciados por Ennis e Millman (1985, citado por Tenreiro Vieira, 2000) no manual do Teste de PC de Cornell (nível X) utilizado neste estudo e testados pelos diferentes itens que o constituem

(Tenreiro-Vieira, 2000).

O quadro seguinte apresenta, para cada um dos aspetos do PC, o valor da média, desvio-padrão, moda, mediana, mínimo e máximo das cotações obtidas pelos sujeitos da amostra no Teste de PC de Cornell (nível X).

Quadro 3. Estatísticas sumárias para os aspetos de Pensamento Crítico.

Aspeto de PC	\bar{X}	DP	Mo	Md	Mínimo Observado	Máximo Observado
Indução	8,24	5,82	8,50	8,50	-6,50	20,50
Credibilidade	4,99	4,36	4,50	4,50	-7,50	15,00
Observação	4,99	4,36	4,50	4,50	-7,50	15,00
Dedução	4,56	4,23	4,50	4,50	-6,00	14,00
Assunções	0,80	2,41	2,50	1,00	-5,00	5,50

Da leitura do quadro anterior, verifica-se que o valor da média para o aspeto de PC assunções é o mais baixo, sendo que o valor da média para o aspeto de PC indução é o mais elevado.

A fim de averiguar se existe uma relação entre o nível de desempenho em RM dos alunos e cada um dos aspetos de PC: (i) indução; (ii) credibilidade; (iii) observação; (iv) dedução; e (v) assunções, procedeu-se ao cálculo do coeficiente de correlação de Spearman. Os resultados obtidos são os apresentados no quadro seguinte.

Quadro 4. Coeficiente de correlação de Spearman para o Raciocínio Matemático e para os aspetos de Pensamento Crítico dos alunos da amostra.

Raciocínio Matemático		<i>P</i>	<i>p</i> -valor
Pensamento Crítico	Indução	0,092	0,345
	Credibilidade	0,146	0,133
	Observação	0,146	0,133
	Dedução	0,305	0,001
	Assunções	0,013	0,895

Pela leitura do quadro anterior, verifica-se que o nível de desempenho dos alunos em RM se correlaciona de forma positiva com cada um dos aspetos de PC, concretamente: (i) indução, (ii) credibilidade, (iii) observação, (iv) dedução e (v) assunções. Podemos ainda observar que apenas existe uma correlação estatisticamente significativa entre o nível de desempenho em RM e o aspeto de PC dedução ($\alpha < 0,05$), sendo esta correlação baixa ($p = 0,305$). Além disso, a correlação existente entre o nível de desempenho em RM e cada um dos aspetos de PC: (i) indução; (ii) credibilidade; (iii) observação; e (iv) assunções é muito baixa. Como o valor de *p* observado para os aspetos indução, credibilidade, observação e assunções é superior ao nível de significância estabelecido ($\alpha = 0,05$), a correlação encontrada não é estatisticamente significativa.

Conclusões e Implicações do Estudo

Com este estudo pretendemos dar resposta a duas questões de investigação; (i) o nível de desempenho dos alunos em RM está relacionado com o seu nível de PC? e (ii) o nível de desempenho dos alunos em RM está relacionado com o aspeto de PC: (i) indução; (ii) credibilidade; (iii) observação; (iv) dedução; (v) assunções? Relativamente à primeira questão de investigação, os resultados obtidos suportam a conclusão que o nível de Pensamento Crítico dos alunos está relacionado de forma estatisticamente significativa com o seu nível de desempenho em Raciocínio Matemático, conforme tratamento dos dados ob-

tidos a partir da aplicação do teste de Pensamento Crítico de Cornell (nível X) e do teste de Raciocínio Matemático desenvolvido, no âmbito do estudo, para o efeito. De acordo com os resultados obtidos, alunos com nível de Pensamento Crítico mais elevado tendem a ter um desempenho mais elevado no Raciocínio Matemático, conforme medido pelo teste usado para tal. A relação estatisticamente significativa entre o nível de Pensamento Crítico dos alunos e o seu nível de desempenho em Raciocínio Matemático não é uma relação muito baixa, porquanto o coeficiente de correlação obtido (0,29) esteja compreendido entre 0,20 e 0,39 (Pestana e Gageiro, 2008; Coutinho, 2011).

A correlação positiva, estatisticamente significativa, existente entre o nível de Pensamento Crítico e o nível de desempenho em Raciocínio Matemático dos sujeitos da amostra poderá indiciar, e refletir, a interdependência e sobreposição entre estas duas capacidades. De facto, autores como Halpern (2010) sustentam que o Pensamento Crítico é um processo de raciocínio metódico. Tendo como referencial o trabalho desenvolvido por autores como Tenreiro-Vieira e Vieira (2011, 2013, 2016), Santos (2011) e Cañadas e Castro (2007), é possível identificar capacidades de pensamento envolvidas no Pensamento Crítico e no Raciocínio Matemático, tais como: formular e testar conjeturas; tirar conclusões; e fazer generalizações.

No que reporta à segunda questão de investigação, os resultados obtidos apontam no sentido de que o nível de desempenho em Raciocínio Matemático dos alunos da amostra correlaciona-se de forma estatisticamente significativa com o aspeto de Pensamento Crítico dedução ($\alpha = 0,001$). O nível de desempenho em Raciocínio Matemático dos alunos da amostra não se correlaciona de forma significativa com qualquer um dos outros aspetos de Pensamento Crítico: (i) indução ($p = 0,345$); (ii) credibilidade ($p = 0,133$); (iii) observação ($p = 0,133$); e (iv) assunções ($p = 0,895$). Com efeito, o cálculo do coeficiente de correlação de Spearman permitiu evidenciar que apenas o aspeto da dedução está relacionado de forma significativa com o desempenho em Raciocínio Matemático dos alunos, sugerindo o valor obtido ($p = 0,305$) a existência de uma relação baixa (Pestana e Gageiro, 2008; Coutinho, 2011). Esta situação pode ter a ver com o facto de este aspeto do Pensamento Crítico poder estar relacionado com o Raciocínio Matemático, porquanto a dedução corresponde a um tipo de raciocínio em foco em muitas áreas do saber, incluindo a matemática.

Os resultados obtidos, ao apontarem para uma correlação positiva entre o nível de Pensamento Crítico dos alunos e o seu nível de desempenho em Raci-

ocínio Matemático, reforçam a necessidade e importância de desenvolver referenciais que evidenciem capacidades envolvidas quer no Pensamento Crítico, quer no Raciocínio Matemático. Tais referenciais poderão ser usados no desenvolvimento de recursos didáticos, de estratégias de ensino e de atividades de aprendizagem no sentido de promover, de uma forma conjunta, o Pensamento Crítico e o Raciocínio Matemático dos alunos.

Em estreita relação com o dito anteriormente, afigura-se ser fundamental que os professores desenvolvam práticas de sala de aula, que potenciem relações entre o RM e o PC, utilizando recursos, atividades e estratégias promotoras, simultânea e conjuntamente, do Pensamento Crítico e do Raciocínio Matemático dos alunos, contribuindo, assim, para a sua formação enquanto cidadãos capazes de pensar reflexivamente e de decidir acerca de situações complexas que se lhes deparem na vida real, presente ou futura. Na operacionalização do processo de ensino e de aprendizagem da matemática, cada professor deve, pois, selecionar estratégias e tarefas que permitam o desenvolvimento em simultâneo de capacidades de Pensamento Crítico e de Raciocínio Matemático. Nesse contexto, é importante que as estratégias e tarefas usadas pelo professor criem múltiplas oportunidades para que os alunos expliquem e defendam os seus modos de pensar através da argumentação, que analisem criticamente contribuições dos colegas e que cheguem a consensos fundamentados e matematicamente relevantes sobre o significado de ideias matemáticas, requerendo, deste modo, respeito, confiança e ajuda mútua. A explicitação dos raciocínios viabiliza o apelo a capacidades de Pensamento Crítico. Desta forma, os alunos estão a desenvolver o Raciocínio Matemático e, simultaneamente, estão a desenvolver o seu Pensamento Crítico.

O desenvolvimento de práticas de educação matemática promotoras do Pensamento Crítico e do Raciocínio Matemático dos alunos implica um investimento ao nível da formação de professores. Desta forma, tendo em conta a revisão de literatura realizada, os professores devem ser sensibilizados no sentido de reconhecerem a importância de um ensino orientado para o desenvolvimento de capacidades, tais como o Pensamento Crítico e o Raciocínio Matemático dos alunos. Assim sendo, no seguimento deste estudo, consideramos de extrema importância, que na formação contínua de professores, enquanto contexto formal de formação, se criem oportunidades de formação que permitam a cada professor desenvolver, de forma sustentada e fundamentada, práticas promotoras do Pensamento Crítico e do Raciocínio Matemático,

garantindo, por conseguinte, a todas as crianças e jovens uma educação de qualidade, capaz de os ajudar a realizarem-se enquanto pessoas e profissionais e participando ativa e racionalmente na construção de modos de vida mais sustentáveis (Tenreiro-Vieira, 2010, 2023, 2016).

Em estreita articulação com tal investimento, importa também um investimento na promoção das práticas docentes, orientada para uma ênfase clara, consistente e fundamentada na promoção do PC e do RM dos alunos. Em suporte do processo de ensino e de aprendizagem, incluindo a avaliação, que enfatie a promoção do PC e do RM dos alunos, é necessário que os professores criem e/ou selecione, atividades e recursos didáticos relevantes e adequados para tal, em conjugação com a operacionalização de estratégias orientadas para o PC/RM. O ambiente de sala de aula afigura-se, igualmente, como um aspeto fulcral no desocultar e criar múltiplas oportunidades para os alunos pensarem criticamente e para o desenvolver o raciocinar matematicamente. Neste enquadramento, o questionamento do professor, nos diferentes momentos da aula, com base em questões provocativas do pensamento e que têm em atenção as ideias dos alunos sobre um assunto ou tópico específico podem potenciar a atividade matemática do aluno, ajudando a clarificar, organizar e elaborar o seu pensamento e a encontrar respostas de um modo mais compreensivo. Tanto mais que, os alunos aprendem não só a partir das atividades e tarefas que realizam, mas sobretudo da discussão e reflexão que efetuam sobre o trabalho desenvolvido no contexto das mesmas.

Referências Bibliográficas

- Anghileri, J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 33-52.
- Boavida, A.; Paiva, A.; Cebola, G.; Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico -- Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC -- ME.
- Cañadas, M. C.; Castro, E. (2007). A proposal of categorisation for analysing inductive reasoning. *PNA: Revista de investigación en Didáctica de la Matemática*, 1(2), 67-78.
- Canavarró, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17.

- Coutinho, C. P. (2011). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática*. Coimbra: Almedina.
- Direção Geral da Educação (2017). Aprendizagens essenciais. Publicado online. (<https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens>)
- Direção Geral da Educação (2021). *Aprendizagens essenciais – matemática (revisão)*. Publicado online. (<https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens>)
- Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular-Ministério da Educação (2010). *Metas de Aprendizagem para a Educação Pré-Escolar e para o Ensino Básico*. (Disponível em www.metasdeaprendizagem.min-edu.pt). (acedido em novembro de 2011).
- English, L. D. (1997). Analogies, Metaphors and Images: Vehicles for Mathematics Reasoning. In English, L. D. (Ed.), *Mathematical Reasoning. Analogies, Metaphors and Images*, (pp. 3-18). London: LEA.
- Ennis, R. H. (1987). A taxonomy of critical thinking dispositions and abilities. In J. B. Baron, e R. J. Sternberg (Eds.), *Teaching thinking skills: Theory and practice*. New York: W. H. Freeman and Company.
- Enis, R. H. (2013). Critical thinking across the curriculum. The wisdom program. *Inquiry: Critical thinking across the curriculum*, 28(2), 25-45.
- Follman, J. (2003). Reliability Estimates of Contemporary Critical Thinking Instruments. *The Korean Journal of Thinking & Problem Solving*, 13(1), 73-81.
- Halpern, D. F. (2010). *Manual HCTA, Halpern Critical Thinking Assessment (Version 2.1)*. Mödling, Áustria: Schuhfried.
- Henriques, A. C. (2010). *O pensamento matemático avançado e a aprendizagem análise numérica num contexto de actividades de investigação*. Tese de Doutoramento. Lisboa: Universidade de Lisboa, Instituto de Educação.
- International Association for the Evaluation of Educational Achievement (2019). TIMSS 2019. Destaques. ME: IAVE
- Janela, M. A. P. (2012). *O (Novo) Programa de Matemática do Ensino Básico e o desenvolvimento do raciocínio geométrico no tópico Triângulos e quadriláteros*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Universidade de Lisboa, Instituto Educação.
- Martins, O. et al (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Publicado online. (<http://hdl.handle.net/10400.26/22377>)
- National Council of Teachers of Mathematics (2008). *Princípios e normas para a Matemática Escolar*. (Trad.) Lisboa: Associação de Professores de Matemática (Obra original publicada em 2000).
- National Council of Teachers of Mathematics (2017). Princípios para a ação: Assegurar a todos o sucesso em Matemática. Lisboa: Associação de Professores de Matemática. (Obra original em inglês publicada em 2014).
- Oliveira, P. (2008). O raciocínio matemático à luz de uma epistemologia. *Educação e Matemática*, 100, 3-9.
- Osborne, J. (2011). Science teaching methods: a Rationale for practices. *School Science Review*, 93(343), 93-103.
- Pestana M.; Gageiro J. (2008). *Análise de dados para Ciências Sociais – A complementaridade do SPSS*. Lisboa: Edições Sílabo.
- Ponte, J. P. (2009). O Novo Programa de Matemática como oportunidade de mudança para os professores do ensino básico. *Educação e Matemática*, 12, 96 – 114.
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E; Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular-Ministério da Educação.
- Ponte, J. P., Sousa, H. (2010). *Uma oportunidade de mudança na Matemática no ensino básico*. In GTI (Org.), *O professor e o programa de Matemática do ensino básico* (pp. 11- 41). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Saiz, C. (2017). *Pensamiento crítico y cambio*. Madrid: Pirâmide.
- Santos, C. R. (2011). *O Raciocínio Matemático dos alunos do 7º ano em tarefas de exploração e investigação no tópico Triângulos*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Universidade de Lisboa, Departamento de Educação da Faculdade de Ciências.
- Semana, S; Santos L. (2004). A Avaliação e o Raciocínio Matemático. *Educação e Matemática*, 100, 51-54.
- Tenreiro-Vieira, C. (2000). *O Pensamento Crítico na Educação*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Tenreiro-Vieira, C. (2004). Formação em pensamento crítico de professores de ciências: impacte nas práticas de sala de aula e no nível de pensamento crítico dos alunos. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 3 (13), 228-256.
- Tenreiro-Vieira, C. (2009). *Impacte de um Programa de Formação Contínua em Matemática em professores e alunos dos primeiros anos de escolaridade. Unión – Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 19, 77-92.

- Tenreiro-Vieira, C. (2010). *Promover a literacia matemática dos alunos: Resolver problemas e investigar desde os primeiros anos de escolaridade*. Vila Nova de Gaia: Editora Educação Nacional.
- Tenreiro-Vieira, C.; Vieira, R. M. (2000). *Promover o Pensamento Crítico dos alunos: propostas concretas para a sala de aula*. Porto: Porto Editora.
- Tenreiro Vieira, C., e Vieira, R. M. (2009). Literacia científica, literacia matemática e pensamento crítico. *Enseñanza de las Ciencias*, Número Extra. VIII Congreso Internacional sobre Investigación en Didáctica de las Ciencias, 394-399. (ISSN: 0212-4521 – electronic).
- Tenreiro-Vieira, C.; Vieira, R. M. (2011). Educação em ciências e em matemática numa perspectiva de literacia: desenvolvimento de materiais didáticos CTS / Pensamento Crítico (PC). In W. dos Santos e D. Auler (Orgs.), *CTS e educação científica: desafios, tendências e resultados de pesquisas* (pp. 417-437). Brasília: Editora Universidade de Brasília.
- Tenreiro Vieira, C. e Vieira, R. M. (2013). Literacia e pensamento crítico: um referencial para a educação em ciências e em matemática. *Revista Brasileira de Educação*, 18(52), 183-242. (ISSN 1413-2478)
- Tenreiro-Vieira, C. e Vieira, R. M. (2016). Educação em Ciências e Matemática com orientação CTS promotora do pensamento crítico. *Revista Ibero Americana de Ciência, Tecnologia e Sociedade*, 11 (33), 143-159. (ISSN: 1668-0030). (<http://www.revistacts.net/volumen-11-numero-33>)
- Tenreiro-Vieira, C., e Vieira, R. M. (2021). Proposta de um referencial e atividades didáticas para promover o Pensamento Crítico e Criativo na Educação em Ciências. *Revista Enseñanza de las Ciencias, Actas electrónicas do XI Congreso Internacional en Investigación en Didáctica de las Ciencias 2021. Aportaciones de la educación científica para un mundo sostenible*, 2223-2226. (ISBN: 978-84-123113-4-1)
- Vieira, R. M. (1995). *O desenvolvimento de Courseware promotor de capacidades de pensamento crítico*. Dissertação de Mestrado não Publicada. Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Vieira, R. M. (2003). *Formação Continuada de Professores do 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico Para uma Educação em Ciências com Orientação CTS/PC*. Tese de Doutoramento não publicada. Aveiro: Universidade de Aveiro, Departamento de Didática e Tecnologia Educativa.
- Vieira, R. M.; e Tenreiro-Vieira, C. (2005). *Estratégias de ensino / aprendizagem: O questionamento promotor do pensamento crítico*. Lisboa: Editorial do

Instituto Piaget.

- Vieira, R. M.; Tenreiro-Vieira, C.; e Martins, I. (2011). *Educação em ciências com orientação CTS*. Porto: Arteal Editores.
- Wellington, J. (2002). *What can Science Education do for Citizenship and the future of the Planet? Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 2(4), 553-561.