escola superior de educação
e ciências sociais
instituto politécnico de leiria

Susana Margarida da Silva Oliveira

Relatório de Projeto

O ensino e a aprendizagem da multiplicação no 2.º ano de escolaridade

Mestrado em Educação Matemática no pré-escolar e 1º ciclo do Ensino Básico

Relatório realizado sob a orientação de

Professor Doutor Hugo Alexandre Lopes Menino

Leiria, 2015

IPL
escola superior de educação
e ciências sociais
instituto politécnico de leiria

o júri

Presidente	Doutor/a ________________________________
	Doutor/a ________________________________
	Doutor/a ________________________________
	Doutor/a ________________________________
	Doutor/a ________________________________

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador, Professor Doutor Hugo Alexandre Lopes Menino, pela sua disponibilidade, apoio, confiança, estímulo, sugestões e desafios que me propôs e com quem muito aprendi.

Aos alunos que participaram neste estudo, pela forma natural com que colaboraram e pelo gosto e amizade por eles demonstrada.

A todas as colegas de mestrado que, em seminários ou conversas informais, me ajudaram a refletir sobre este estudo.

Aos meus amigos e colegas de trabalho pelas palavras motivadoras de incentivo, carinho e amizade.

À minha família pelo apoio incondicional, em especial ao meu marido pela paciência com que sempre acolheu os meus momentos de desalento, por saber ouvir as minhas mágoas e alegrias e aos meus dois filhos, Miguel e André, por todas as ausências e a quem dedico este trabalho.

Resumo

No âmbito da didática da Matemática, e seguindo as tendências do paradigma de professor investigador, decidi debruçar-me sobre a introdução da aprendizagem da multiplicação em alunos de 2.º ano de escolaridade, aplicando um conjunto de tarefas que visam o desenvolvimento do conceito de multiplicação nos sentidos aditivo e combinatório e a aplicação das propriedades da multiplicação. Foram analisadas as interações e principalmente as estratégias utilizadas pelos alunos perante tarefas propostas, que na sua maioria abordavam contextos que lhes eram familiares. Pretendeu-se que os alunos desenvolvessem o conceito de multiplicação de forma gradual e natural.

Para o desenvolvimento deste estudo, que se configura como uma investigação sobre a minha prática, foi utilizada uma metodologia qualitativa de cariz exploratório, descritivo e interpretativo.

Foi possível verificar que os alunos encararam as tarefas e a operação, nelas, desenvolvida com agrado e motivação.

Os resultados deste estudo indicam que os alunos compreenderam os conceitos da multiplicação explorados ao longo da cadeia de tarefas aplicada e foram evoluindo favoravelmente as suas estratégias multiplicativas.

A partilha de estratégias nas discussões coletivas permitiu-nos uma melhor perceção das ideias dos alunos bem como das suas dúvidas/dificuldades o que fez surgir novas estratégias e com certeza enriqueceu o conhecimento dos alunos e o meu como professora.

Este estudo reafirma a importância da reflexão contínua por parte dos docentes perante o desenvolvimento dos conhecimentos dos alunos e das suas próprias práticas.

Palavras-chave: Multiplicação, sentidos da multiplicação, propriedades da multiplicação, estratégias, tabuadas, cálculo mental

Abstract

Under the teaching of mathematics, and following trends researcher teacher paradigm, decided to dwell on the issue of learning the multiplication students 2nd grade, applying a set of tasks aimed at the concept development multiplication in additive and combinatorial way and the application of the multiplication properties. The interactions were analyzed and especially the strategies used by students before the proposed tasks, which mostly dealt contexts familiar to them. It was intended that students develop the concept of multiplication gradually and naturally.

To develop this study, which is configured as an investigation into my practice, a qualitative methodology of exploratory, descriptive and interpretive nature was used.

We found that the students did the tasks and the operation on them, developed with satisfaction and motivation.

The results of this study indicate that students understand the concepts of multiplication explored along the chain tasks applied and were favorably evolving its multiplicative strategies.

Sharing strategies in the collective discussions allowed us a better perception of the students 'ideas as well as your questions/problems which gave rise to new strategies and certainly enriched the students' knowledge and as my teacher.

This study reaffirms the importance of ongoing reflection on the part of teachers to the development of knowledge of the students and of their own practices.

Keywords: Multiplication, multiplication senses, multiplication properties, strategies, times tables, mental arithmetic

Índice

.

Índice de Figuras

Índice de Quadros

CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO

Neste capítulo pretende-se contextualizar o estudo realizado no âmbito do Projeto de Mestrado em Educação Matemática no Pré-escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico, apresentando a problemática, os objetivos e as questões de investigação bem como, a estrutura do trabalho.

1.1 Pertinência do estudo

A matemática apresenta-se nas mais diversas ações do nosso quotidiano e, de modo natural, desenvolvem-se vários conceitos matemáticos. No que diz respeito à multiplicação, investigadores como Treffers e Buys (2001) e Fosnot e Dolk (2001), partem do principio de que as situações vivenciadas pelas crianças e às quais atribuem sentido, propiciam o desenvolvimento do conceito de multiplicação. De acordo com Serrazina (2002) as crianças quando chegam à escola já possuem muitos conhecimentos e a construção de novos conhecimentos deve ser feita sobre os que já possuem. Desta forma, será importante envolver os alunos em atividades significativas, planificadas com o objetivo de aprofundar e estabelecer conexões com os seus conhecimentos.

O aspeto principal que justifica a pertinência deste estudo prende-se com motivações de natureza pessoal. Durante a minha experiência profissional (de 11 anos de serviço), só me foram atribuídas turmas de 3.º ano, 4.º ano, 5.º ano e 6.º ano de escolaridade. Deste modo, nunca tive a oportunidade de introduzir a aprendizagem da multiplicação, pois os alunos das minhas turmas já tinham iniciado, em anos anteriores, aprendizagens relacionadas com esta operação. É no 2.º ano de escolaridade que as orientações curriculares recomendam o ensino/aprendizagem da multiplicação com números naturais. No ano letivo 2013/2014, pela primeira vez, tive oportunidade de trabalhar com uma turma de 2.º e 3.º ano de escolaridade. Assim surgiu-me um novo desafio de ensino e que motivou este estudo. Esta investigação será a descrição e reflexão sobre a minha prática na organização e implementação de tarefas que desenvolvem a aprendizagem da multiplicação. Ao elaborar o conjunto de tarefas procurei fazê-lo com contextos adequados e relacionados com as vivências dos alunos em estudo, de modo a que estas permitissem a compreensão de conceitos e propriedades da multiplicação, de uma forma gradual e natural de acordo com Fosnot e Dolk (2001) e Treffers e Buys (2001) e seguindo as indicações de outros autores e as orientações curriculares nacionais

(ME. 2007; MEC. 2013) e internacionais (NCTM, 2007). Concordando também com Mendes e Delgado (2008) que consideram que o trabalho em torno da aprendizagem da multiplicação deve assentar na compreensão de conceitos e propriedades, apoiando-se em tarefas com contextos diversificados que permitam a transição de níveis.

Finalmente, um outro aspeto que justifica a pertinência deste estudo é o desenvolvimento do cálculo mental e escrito, tendo em conta uma sugestão indicada no relatório de 2013 do PROJETO TESTES INTERMÉDIOS – 1.º Ciclo do Ensino Básico que indica que os alunos devem ser incentivados a explorar situações que lhes permitam ganhar proficiência na utilização e no registo escrito de estratégias de cálculo mental. Se estudarmos os resultados apresentados no relatório internacional TIMSS 2011 para matemática, verificamos que os alunos portugueses do 4.º ano têm desempenho abaixo da média global nacional em números. Já o relatório de 2013 do PROJETO TESTES INTERMÉDIOS – 1.º Ciclo do Ensino Básico refere que os alunos não obtiveram bons resultados nos itens de Números e Operações declarando que é um domínio em que os alunos revelam dificuldades e concluem que as áreas temáticas que requerem uma maior intervenção didática são a Geometria e Medida e Números e Operações.

1.2 Objetivos do estudo

O trabalho com números é fundamental na vida quotidiana, aplicando em várias tarefas (como por exemplo: cozinhar; ir às compras…) o sentido de número e o conhecimento e destreza com as operações. A sua importância reflete-se nos currículos escolares de todo o mundo, o que também acontece em Portugal, onde o ensino e a aprendizagem da Matemática enfrentam novos desafios com a mudança de programa e surgindo novas metas curriculares de matemática do ensino básico.

Este estudo pretende contribuir para a compreensão do processo de ensino/aprendizagem da multiplicação em alunos de 2.º ano de escolaridade. Tendo como objetivo construir e implementar tarefas que promovam a introdução da aprendizagem da multiplicação em alunos desse ano de escolaridade. Tarefas, essas, que visam o desenvolvimento do conceito da multiplicação nos sentidos aditivo e combinatório e a aplicação das propriedades da multiplicação.

É vulgar considera-se que a aprendizagem da multiplicação depende essencialmente da memorização das tabuadas. Consultando as Metas Curriculares da Matemática do Ensino Básico verificamos que uma das metas atribuída ao ensino da multiplicação no 2.º ano de escolaridade enuncia que os alunos devem *"Construir e saber de memória as tabuadas do 2, do 3, do 4, do 5, do 6 e do 10."* MEC- DGE (2012, p. 10). Mas como refere Loureiro (1997) *"Saber o que é multiplicar é muito mais do que saber a tabuada"*. Tendo em conta esta ideia, pretende-se que à medida que os alunos vão evoluindo ao nível de aprendizagem desta operação, compreendendo os conceitos e propriedades vão construindo produtos que constituem as tabuadas. Não pretendo menosprezar a importância da memorização das tabuadas, mas defendo a ideia que a aprendizagem e memorização das tabuadas devem ser feitas gradualmente e com compreensão.

Relacionadas com o objetivo em estudo, elaborei as seguintes questões:

- Como lidam os alunos com problemas da vida real envolvendo os diferentes sentidos da multiplicação?
- Que estratégias de cálculo mental são utilizadas pelos alunos na resolução de tarefas de multiplicação? Como evoluem essas estratégias?
- Como compreendem e constroem as tabuadas partindo de situações com contexto?

1.3 Organização do trabalho

Este trabalho encontra-se organizado em cinco capítulos. O primeiro capítulo "INTRODUÇÃO" contempla uma breve síntese onde são apresentados os objetivos e a pertinência do estudo. O segundo capítulo "REVISÃO DA LITERATURA" refere o enquadramento teórico que serve de suporte a todo o estudo que se pretende desenvolver. No terceiro capítulo "METODOLOGIA" será apresentada a metodologia e os procedimentos utilizados, caracterizam-se os participantes e indicam-se as técnicas de recolha de dados. No quarto capítulo "APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS" apresentam-se e analisam-se os resultados obtidos tendo em conta o desempenho matemático dos alunos e as estratégias utilizadas nas resoluções das tarefas. No quinto e último capítulo “CONCLUSÕES” são apresentadas as principais conclusões do estudo, relativas aos níveis de desempenho dos alunos nas tarefas propostas, o tipo de estratégias utilizadas com maior frequência e a evolução de aprendizagem dos alunos no que diz respeito aos conceitos inerentes à operação em foco neste estudo, a multiplicação. Ainda neste capítulo é feita uma reflexão sobre a minha prática de professora-investigadora, no decorrer deste estudo, destacando medidas a implementar com vista ao melhoramento da minha prática em experiências futuras, no âmbito da iniciação do ensino/aprendizagem da multiplicação e são indicadas limitações deste estudo e recomendações para experiências futuras.

CAPÍTULO II- REVISÃO DA LITERATURA

Este capítulo pretende apresentar uma análise teórica subordinada ao tema desenvolvido nesta investigação, partindo de diversos trabalhos e estudos nacionais e internacionais, encontrando-se organizado em quatro secções. Na primeira é abordado o conceito de sentido de número e a importância do conhecimento das operações. Na segunda secção são abordados conhecimentos relacionados com a multiplicação, importantes para o processo do seu ensino e aprendizagem. Na terceira secção é abordada a importância da resolução de problemas na aprendizagem matemática, principalmente problemas que tenham algum significado para os alunos e abordam-se ainda algumas estratégias de resolução de problemas. Finalmente, na quarta e última secção é explorado a importância do papel do professor e a capacidade de refletir sobre a sua prática e o quanto é importante para o seu desenvolvimento pessoal e profissional.

2.1 Sentido de número e o conhecimento das operações.

Sentido de número é uma expressão relativamente recente e o seu significado permanece envolto em algumas dúvidas entre a comunidade docente e é sujeita a diferentes interpretações por parte de muitos investigadores matemáticos. Surgiu na literatura de educação matemática há pouco mais de duas décadas, como referem Castro e Rodrigues (2008) e Cebola (2002) e, de acordo com as primeiras autoras, geralmente associada aos conhecimentos matemáticos observados em contextos educativos ou em situações relativas ao quotidiano.

A dificuldade em definir sentido de número é destacada por autores citados por Castro e Rodrigues (2008), como Greeno (1991), Hope (1988), Ponte, Matos e Abrantes (1998) e McIntosh, Reys e Reys (1992). As autoras mencionam que segundo Greeno (1991) a expressão remete para as capacidades matemáticas diversas, que incluem o cálculo mental flexível, a estimativa de quantidades numéricas e os julgamentos quantitativos. Para este autor, reconhecem-se exemplos de sentido de número, mas não temos definições que destaquem as suas características. Referem que Hope (1988) reconhece a mesma dificuldade embora considere que se identificam situações em que está patente a falta de sentido de número.

Segundo McIntosh, Reys e Reys (1992), o sentido de número diz respeito a todos os indivíduos, salientando que deverá ser um objetivo obrigatório na educação de todos os cidadãos. Defendem portanto que esta competência deverá ser do domínio de todos os indivíduos, sejam eles adultos ou crianças e que o nível de aquisição do sentido de número terá que ser cada vez mais elevado pois na sociedade tecnológica atual, possuir sentido de número é um atributo que permite distinguir o Homem do computador.

Castro e Rodrigues (2008) destacam também a perspetiva de Markovits (1994), que defende que *"a maioria das características do sentido do número se foca na sua natureza intuitiva, no seu desenvolvimento gradual e nos processos através dos quais se manifesta"* (p.118).

McIntosh, Reys e Reys (1992) salientam que *"o sentido de número diz respeito a uma compreensão pessoal geral sobre o número e operações, bem como à capacidade e propensão para usar esta compreensão de formas flexíveis para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis para lidar com os números e operações. Reflecte uma propensão e uma capacidade para usar números e métodos quantitativos como meio de comunicação, processamento e interpretação de informação. Resulta de uma expectativa de que os números são úteis e de que a Matemática tem uma certa regularidade"* (p.3).

O significado adotado por McIntosh, Reys e Reys (1992) revela três aspetos fundamentais inerentes ao sentido de número:

a) **Conhecimento e destreza com números**, que inclui as múltiplas representações dos mesmos, o sentido da grandeza relativa e absoluta dos números, a sua composição e decomposição e a capacidade para selecionar e usar números de referência;

b) **Conhecimento e destreza com as operações,** que inclui a compreensão dos efeitos de uma operação, a compreensão e o uso das propriedades das operações e as suas relações;

c) **Aplicação do conhecimento e destreza com os números e as operações** em situação de cálculo, o que inclui a compreensão para relacionar contextos e

> cálculos, consciencializados da existência de várias estratégias e predisposição para utilizar representações eficazes.

Castro e Rodrigues (2008), esclarecem que o sentido de número está relacionado com a compreensão global e flexível dos números e operações, com o objetivo de compreender os números e entender as suas relações. Implica ainda o desenvolvimento de estratégias úteis e eficazes para utilizarmos os números e as operações na vida prática, incluindo a compreensão dos números e a sua utilização em diversos contextos. Para estas autoras, esta construção de relações e modelos numéricos é realizada ao longo da vida. Destacam ainda que os alunos iniciam o desenvolvimento do sentido de número com os números naturais e antes de entrarem no 1.º Ciclo do Ensino Básico, as crianças, já conseguem resolver situações problemáticas que envolvem números, recorrendo aos seus conhecimentos informais de aritmética. Através das suas experiências de contagem a criança verifica como os números mudam, e torna-se capaz de descobrir relações, construindo assim as bases da aritmética.

De acordo com Serrazina (2002), se as crianças quando chegam ao 1.º ano de escolaridade do Ensino Básico já possuem muitos conhecimentos, a construção de novos conhecimentos deve ser feito sobre os que já possuem e em estreita ligação com estes. Será pertinente envolvê-las em atividades significativas que tenham como objetivo de aprofundar e estabelecer conexões com os seus conhecimentos. Assim vão adquirindo mais conceitos matemáticos, alargando a sua compreensão e vão construindo o seu sentido de número, através de experiências que vão envolvendo o conceito de número e as relações numéricas (Ponte & Serrazina, 2000).

Os autores dos Princípios e Normas para a Matemática Escolar (2007) salientam que *"a compreensão dos números e das operações, o desenvolvimento do sentido do número e a aquisição de destreza no cálculo aritmético constituem o cerne da educação matemática para os primeiros anos do ensino básico. À medida que avançam, desde o pré-escolar até ao 12.º ano, os alunos deverão adquirir um conhecimento vasto dos números: o que são; de que forma são representados através de objectos, numerais ou em rectas numéricas; como se relacionam uns com os outros; como estão profundamente integrados em sistemas com determinadas estruturas e propriedades; e* *como devem ser utilizados para resolver problemas."* (p. 34). Estes mesmos autores indicam ainda que os alunos trabalhando com os números, de modo progressivo, desenvolvem flexibilidade de pensamento sobre os mesmos, o que constitui uma característica principal do sentido de número. Destacam que *"ao longo dos primeiros anos, os professores deverão ajudar os alunos a fortalecer o sentido do número, transitando do inicial desenvolvimento das técnicas de contagem fundamentais para conhecimentos mais aprofundados acerca da dimensão dos números, relações numéricas, padrões, operações e valor de posição"* (p.91).

Serrazina (2002) menciona que ao analisar as recomendações oriundas de organismos nacionais e internacionais, como por exemplo, APM (1988); NCTM (1991); NRC (1989), relativas às competências matemáticas a privilegiar na educação básica, verifica-se *"a unanimidade no realce a dar à compreensão do número e das operações, ao desenvolvimento do sentido do número"* (p. 57). Como defendem Rocha e Menino (2009), *" O sentido do número tem sido considerado uma das mais importantes vertentes do currículo de Matemática nos primeiros anos de escolaridade. Na sociedade de hoje é importante compreender os números e as operações e ser capaz de analisar criticamente informação numérica"* (p. 104).

No que diz respeito às operações, os autores Rocha e Menino (2009) destacam que as recomendações curriculares anteriores a 2007, em Portugal apontam para uma abordagem muito precoce dos algoritmos, não privilegiando o desenvolvimento de estratégias informais de cálculo. Defendem que no Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007 este conceito foi alterado, verificando-se *"uma ênfase no desenvolvimento do sentido do número e das operações, visível em múltiplos aspectos, nomeadamente a referência às diferentes possibilidades de estruturar e relacionar números, a importância dada ao cálculo mental e às relações numéricas e ao cálculo numérico na representação horizontal"* (p.108).

Nas novas orientações curriculares emanadas no Programa e Metas Curriculares do Ensino Básico Matemática (MEC. 2013) considera-se fundamental que os alunos adquiram no 1.º ciclo *"fluência de cálculo e destreza na aplicação dos quatro algoritmos, próprios do sistema decimal, associados a estas operações*". Ressalvam, no entanto, que *"esta fluência não pode ser conseguida sem uma sólida proficiência no cálculo mental. Os professores são pois fortemente encorajados a trabalhar com os seus alunos essa capacidade, propondo as atividades que considerarem convenientes e apropriadas a esse efeito."* (MEC. 2013- Programa de Matemática para o Ensino Básico, p. 6). Nota-se que é dada muita importância à aplicação dos algoritmos embora mencionem também a importância no desenvolvimento do cálculo mental. Contudo, verifica-se que as Metas Curriculares do Ensino Básico Matemática evidenciam o trabalho do algoritmo da adição logo no 1.º ano como se pode consultar nas páginas do tópico Números e Operações NO1 destinadas ao 1.º ano *"9- Adicionar dois quaisquer números naturais cuja soma seja inferior a, adicionando dezenas com dezenas, unidades com unidades com composição de dez unidades em uma dezena quando necessário, e privilegiando a representação vertical do cálculo."* (MEC. 2013- Metas Curriculares do Ensino Básico Matemática, p. 5). A expressão "*representação vertical do cálculo"* tem levado muitos professores a crer que a introdução do algoritmo, neste caso da adição, será no 1.º ano de escolaridade e confirma-se quando consultamos o Caderno de Apoio às Metas Curriculares do Ensino Básico de Matemática de 1.º Ciclo de Bivar, Grosso, Oliveira e Timóteo (2013) observamos estratégias de cálculo de problemas aditivos com o recurso ao algoritmo da adição.

2.2 Multiplicação

É vulgar considerar-se que a aprendizagem da multiplicação depende essencialmente da memorização das tabuadas. Mas como refere Loureiro (1997), saber multiplicar é muito mais do que saber a tabuada.

Sabemos que normalmente o conceito da multiplicação é introduzido com experiências que incluem uma adição repetida de parcelas iguais (Ponte & Serrazina, 2000). Contudo a multiplicação não se trata somente de um modo rápido de fazer adições repetidas, mas de uma operação mais complexa. Ponte e Serrazina (2000) defendem que *"a multiplicação está relacionada com a adição, mas no raciocínio multiplicativo existem outros aspectos e relações que vão sendo trabalhados ao longo de toda a escolaridade"* (p. 150). Assim a multiplicação vai surgindo de uma forma natural no percurso do desenvolvimento das crianças, as quais desenvolvem o conceito de multiplicação, tal como da adição e da subtração, a partir de situações do quotidiano, onde elas vão dando sentido ao que vêem e fazem. São situações simples como embalar frutos ou ovos em caixas, comprar três objetos iguais a um determinado preço a unidade, determinar as várias formas de combinar roupas ou elaborar menus, que levam as crianças a pensar e a usar estratégias multiplicativas e, consequentemente, desenvolver o seu sentido de multiplicação.

A simbologia desta operação recomenda-se que só seja utilizada depois de os alunos resolverem vários problemas multiplicativos. Quando os alunos resolvem diversos problemas multiplicativos, sem que tenha sido introduzido o símbolo da multiplicação é frequente que muitos deles usem a adição repetida como forma de representar o que fizeram para resolver o problema. Só quando a maior parte dos alunos usa a adição repetida é que deve ser introduzido o símbolo da multiplicação e que o professor deve explicar o que significam os dois fatores (Van de Walle, 2004).

Treffers e Buys (2001) e Fosnot e Dolk (2001) destacam dois aspetos considerados fundamentais na abordagem didática ao estudo da multiplicação no âmbito do sentido de número, incluem a intencionalidade dos contextos que deverão potenciar a exploração de conteúdos matemáticos e a progressão da aprendizagem desta operação em níveis, não estanques. A apresentação e discussão destes aspetos serão feitas na secção seguinte.

2.2.1 Sentidos da multiplicação e contextos multiplicativos

Os investigadores Treffers e Buys (2001) e Fosnot e Dolk (2001) partem do princípio que os alunos desenvolvem o conceito de multiplicação a partir de algumas situações do seu quotidiano às quais atribuem sentido. Nesse processo os alunos vão construindo o conceito de multiplicação, interiorizando diferentes formas de multiplicar e as suas relações. Segundo estes investigadores, esta construção determina o modo como multiplicam, o modelo que utilizam para organizar os dados e como calculam. A aprendizagem da multiplicação inicia-se com a multiplicação associada à adição sucessiva de parcelas iguais. Quando reconhecem que três mais três é o mesmo que duas vezes três, os alunos começam a desenvolver o conceito de multiplicação.

Os investigadores supra referidos apresentam três sentidos no desenvolvimento do sentido da multiplicação: aditivo, proporcional e combinatório. Defendem, também, que o desenvolvimento da multiplicação não deve ser organizado com base em níveis rígidos de aprendizagem.

De acordo com Treffers e Buys (2001) a progressão de níveis de cálculo na multiplicação faz-se de acordo com três níveis de aprendizagem: cálculo por contagem, cálculo estruturado e cálculo formal.

✓ O **cálculo por contagem** corresponde ao primeiro nível de aprendizagem da multiplicação, no qual os alunos recorrem a adições repetidas (adicionar para multiplicar). Neste nível os alunos não utilizam a multiplicação como operação.

✓ No **cálculo estruturado** os alunos utilizam estratégias que incluem o uso explícito da operação multiplicação. Neste nível os alunos recorrem à ideia de "quantas vezes" e são utilizadas estruturas adequadas para multiplicar. Os procedimentos de cálculo usados estão associados aos modelos e contextos subjacentes. Esses contextos têm um papel importante na estruturação da multiplicação e no estabelecimento de algumas relações numéricas relacionadas com as propriedades da multiplicação, à exceção da propriedade comutativa (Treffers e Buys, 2001).

✓ O **cálculo formal** corresponde ao cálculo de produtos entre dois números, recorrendo a diferentes relações entre a multiplicação e outras operações, a propriedades da multiplicação e a produtos conhecidos. É de salientar, que este nível de cálculo da multiplicação não corresponde ao trabalho com o algoritmo. Este deverá surgir posteriormente, depois de já terem sido resolvidos variados problemas numéricos relacionados com a multiplicação.

A transição do primeiro para o segundo nível, de acordo com Treffers & Buys (2001) e Fosnot e Dolk (2001) é estimulada pela exploração de contextos de disposição retangular, que, simultaneamente, favorecem a descoberta das propriedades desta operação.

A transição da multiplicação por estruturação para a multiplicação formal é auxiliada pela crescente capacidade dos alunos de raciocinar em termos de relações numéricas e das propriedades das operações. A principal diferença entre o cálculo estruturado e o cálculo formal é a ausência de modelos de apoio ao cálculo.

Mendes e Delgado (2008, p.161) sistematizam, a partir das perspetivas de Treffers e Buys (2001) e Fosnot e Dolk (2001) os sentidos da multiplicação, os contextos, os procedimentos de cálculo, as propriedades da multiplicação e modelos associados. Como se pode observar no quadro que se segue.

Quadro 1[1]-Conteúdos relacionados com o desenvolvimento do sentido de multiplicação

Sentido	Contexto	Procedimentos de cálculo	Propriedades da multiplicação	Modelo
Aditivo (Repetição de medidas ou quantidades)	Fazer espetadas com diversos ingredientes Embalar ovos Preencher uma parede com estantes com as mesmas dimensões	Adição repetida	Ideia da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição 4 vezes 6 ovos é o mesmo que 3 vezes 6 ovos mais 1 vez 6 ovos	Linear Linha numérica Grupos
	Determinar o número de frutos dispostos em caixas com estrutura retangular Determinar o número de desenhos estampados em cortinas	Multiplicação (ideia de produto)	Propriedades comutativa e distributiva da multiplicação em relação à adição	Estrutura retangular
	Empilhar embalagens	Multiplicação (ideia de volume)	Propriedade associativa 2x3x5 5 camadas de 2x3 latas de sumo	Estrutura tridimensional
Proporcional	Fazer grupos Calcular preços de artigos a partir do preço unitário	Adição Contagem por dobros Dupla contagem	Ideia da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição usando os dobros: 4 vezes 5 é 2 vezes 5 mais 2 vezes 5, ou usando o factor 10: (10x) 10 x5= 50 11x 5 = 10 x 5 mais 1x5 8x12 12x8= 10x8 mais 2x8	Linha dupla Tabela
Combinatório	Fazer menus Combinar vestuário	Multiplicação	Propriedades comutativa e associativa (no caso de termos mais do que dois fatores)	Esquema de árvore Tabela

[1] Tabela apresentada por Mendes e Delgado (2008, p.161)

No quadro anterior podemos observar os vários sentidos da multiplicação, assim como os respetivos contextos onde cada um deles pode ser trabalhado. Esses contextos dizem respeito a situações rotineiras do dia a dia que exigem a resolução de problemas. Tal como sabemos *"A aprendizagem da multiplicação deve ser um processo de desenvolvimento conceptual fortemente ancorado na exploração de contextos adequados."* Brocardo, Delgado e Mendes (2007, p. 9). Neste quadro, são também apresentados os possíveis procedimentos de cálculo utilizados pelos alunos, em cada um dos contextos apresentados, de acordo com o nível de desenvolvimento do sentido da multiplicação que já apresentam. Em cada um dos procedimentos apresentados são destacadas as propriedades da multiplicação a que podem recorrer, assim como os modelos que poderão ser usados. Se lermos o quadro na vertical, verificamos que indica o percurso que os alunos deverão fazer no desenvolvimento do sentido da multiplicação, uma vez que exige procedimentos cada vez mais elaborados de acordo com os níveis de aprendizagem apresentados.

2.2.2 A aprendizagem das tabuadas

Durante muito tempo considerou-se que a tabuada era a base da compreensão da multiplicação, deste modo, a evolução da aprendizagem da multiplicação dependia essencialmente da memorização da tabuada. Mas atualmente, considera-se essencial começar pela compreensão de conceitos e propriedades a partir de tarefas com contextos diversificados que permitam a transição de níveis. Será este o propósito seguido nesta investigação. Pretende-se assim, fazer a iniciação da multiplicação através de tarefas com contextos adequados que permitam a compreensão de conceitos e propriedades, de forma gradual e natural e à medida que os alunos forem evoluindo no nível de aprendizagem vão construindo os produtos que constituem as tabuadas.

A construção das tabuadas da multiplicação surge no Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007) associada à ideia de que a partir das tabuadas já trabalhadas se podem a chegar a novos produtos, recorrendo às propriedades da operação multiplicação e a relações numéricas.

Treffers e Buys (2001) destacam três fases para a aprendizagem das tabuadas: a construção do conceito, o cálculo inteligente e flexível e a memorização completa das tabuadas mais importantes. É estabelecido um paralelismo entre estas fases e as da aprendizagem da multiplicação, ou seja é feito um percurso gradual até ao cálculo formal.

São considerados como números de referência o 2, o 5 e o 10, devido ao modo como o cálculo é estruturado, consideram-se ser estas as primeiras tabuadas a ser trabalhadas de forma consistente. Posteriormente deverão ser trabalhadas as tabuadas do 4 e do 3 e só depois as restantes. Então, será pertinente recorrer-se aos produtos já conhecidos, às propriedades da multiplicação e às relações numéricas, usando por exemplo o dobro dos produtos da tabuada do 3 para descobrirem os produtos da tabuada do 6 ou a soma dos produtos da tabuada do 4 com os produtos da tabuada do 3 para descobrirem os produtos da tabuada do 7 desenvolvendo nos alunos o hábito de descoberta de novas estratégias de cálculo. Estas ideias estão de acordo com as orientações curriculares ME. (2007) - Programa de Matemática do Ensino *Básico* e MEC. (2013) - Programa e Metas Curriculares Ensino Básico Matemática que propõem que as tabuadas da multiplicação por 2, 3, 4, 5, 6 e 10, sejam trabalhadas no 2.º ano de escolaridade, enquanto as tabuadas da multiplicação por 7, 8 e 9 sejam trabalhadas no 3.º ano de escolaridade.

Para Kamii e Anderson (2003), os alunos devem compreender a multiplicação mas também desenvolver a rapidez de cálculo e, para isso, propõem que em vez de os alunos responderem a diversas questões repetitivas de manuais escolares, desenvolvam a memorização da tabuada através de jogo. Há professores que utilizam jogos como o “Bingo da multiplicação” ou reservam 5 minutos de cada aula para propor aos alunos pequenos exercícios de cálculo rápido com as tabuadas já estudadas. Não se deve menosprezar a importância da memorização da tabuada mas é importante que esta seja feita de forma gradual e não sem que a multiplicação e a construção das tabuadas tenham sido compreendidas.

2.2.3 Cálculo mental na multiplicação

Como já foi referido anteriormente, o Programa de Matemática do Ensino Básico (ME. 2007) valoriza o cálculo numérico na representação horizontal, nos dois primeiros anos do primeiro ciclo, o que permite que se faça um trabalho consistente com os números e as operações ligado ao desenvolvimento do sentido de número. Este documento curricular evidencia a necessidade de se proporcionarem aos alunos diversas situações que lhes permitam desenvolver o cálculo mental. Aconselha que sejam trabalhadas diferentes estratégias de cálculo baseadas na composição e decomposição de números, nas propriedades das operações e nas relações entre os números e as operações. Incentiva ainda que sejam praticadas na aula rotinas de cálculo mental, podendo ser apoiado por registos escritos. Progressivamente, os alunos deverão ser capazes de utilizar estratégias de modo flexível e de selecionar as mais eficazes para cada situação. Destaca também a importância dos alunos estimarem resultados e refletirem sobre a sua razoabilidade.

Já o novo Programa e Metas Curriculares Ensino Básico Matemática (MEC, 2013) valoriza o cálculo numérico na representação vertical desde o 1.º ano de escolaridade como se pode verificar na meta curricular correspondente ao domínio Números e Operações de 1.º ano, no documento das Metas Curriculares Ensino Básico de Matemática *“ Adicionar dois quaisquer números naturais cuja soma seja inferior a 100, adicionando dezenas com dezenas, unidades com unidades com composição de dez unidades em uma dezena quando necessário, e privilegiando a representação vertical do cálculo.”* (MEC, 2013, p. 5). No entanto pode-se ler no novo Programa de Matemática do Ensino Básico que nos três primeiros anos de escolaridade *“é fundamental que os alunos adquiram durante estes anos fluência de cálculo e destreza na aplicação dos quatro algoritmos, próprios do sistema decimal, associados a estas operações. Note-se que esta fluência não pode ser conseguida sem uma sólida proficiência no cálculo mental. Os professores são pois fortemente encorajados a trabalhar com os seus alunos essa capacidade, propondo as atividades que considerarem convenientes e apropriadas a esse efeito.”* (MEC, 2013, p. 6). Cabe ao professor fazer uma gestão flexível do currículo e desenvolver nos seus alunos conteúdos que constem no programa e metas e outros para além do programa e metas.

A importância do cálculo mental é evidente no dia a dia de cada um, a maioria dos cálculos que fazemos são mentais (Ponte e Serrazina, 2000), quanto mais não seja, se pretendermos fazer compras ou efetuar conversões entre grandezas e/ ou equivalências que dispensam o cálculo escrito e nem sempre temos papel e lápis ao dispor. Segundo estes autores *“ao promover nos alunos a utilização de métodos próprios para calcular* *resultados das operações, está-se a ajudar no desenvolvimento do sentido do número e de estratégias próprias de cálculo mental.”* (p.156).

Carvalho (2011) refere que os investigadores Buys (2001) e Bourdenet (2007), defendem que o cálculo mental não se deve limitar ao operar “de cabeça” mas que a utilização de papel e lápis para cálculos escritos intermédios pode ser útil. A mesma autora refere que o cálculo mental é um importante aspeto a considerar no âmbito do desenvolvimento do sentido de número. Já Buys (2008) atribui à ideia de cálculo mental a expressão aritmética mental, caracterizada como o “cálculo flexível e habilidoso baseado no conhecimento sobre as relações numéricas e as características dos números” (p.121).

Macintosh, Reys e Reys (1992) referem que um dos aspetos do sentido de número é a capacidade que o aluno tem em aplicar conhecimentos e a sua destreza com números e operações em situações de cálculo. Esses investigadores indicam que, para tal, o aluno deve: (i) compreender a relação entre o contexto do problema e o cálculo necessário; (ii) ter a noção que existem múltiplas estratégias; (iii) usar uma representação ou um método eficiente; e (iv) rever os dados e a razoabilidade do resultado.

Carvalho (2011) defende a ideia de que o cálculo mental deve estar presente na sala de aula diariamente. A realização de pequenas tarefas de cálculo mental no início ou no fim de cada aula, de forma sistemática, poderá ajudar os alunos a apropriarem-se de estratégias de cálculo. Este tempo servirá para consolidar ou introduzir algumas noções através da discussão do erro e de estratégias de cálculo usadas pelos alunos.

A multiplicação, tal como as operações da adição e subtração, é uma operação em que se pode trabalhar o cálculo mental através das relações numéricas e o uso das suas propriedades. Para o desenvolvimento do cálculo mental Fosnot e Dolk (2001) sugerem a exploração de tarefas que permitam desenvolver um reportório de estratégias de cálculo baseadas numa compreensão profunda das relações numéricas e das operações. As tabuadas da multiplicação constituem também um contexto rico para o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental do produto de dois números, (Delgado, 2009).

2.3 A resolução de problemas na aprendizagem matemática.

A importância da resolução de problemas para a aprendizagem matemática é muito reconhecida. As orientações metodológicas do anterior Programa de Matemática do Ensino Básico tem por base *"Desenvolver a capacidade de resolução de problemas e promover o raciocínio e a comunicação matemáticos, para além de constituírem objetivos de aprendizagem centrais neste programa… o professor deve proporcionar situações frequentes em que os alunos possam resolver problemas, analisar e refletir sobre as suas resoluções e as resoluções dos colegas."* (ME, 2007, p.9).

A resolução de problemas não só constitui um objetivo da aprendizagem matemática, como é também um importante meio pelo qual os alunos aprendem matemática. Os alunos deverão ter muitas oportunidades para formular, discutir e resolver problemas complexos que requeiram um esforço significativo e, em seguida, deverão ser encorajados a refletir sobre os seus raciocínios (NTCM, 2007).

A resolução de problemas é, assim, considerada um objetivo primordial do ensino da Matemática, tornando-se no processo que atravessa todo o programa, no qual os conceitos devem ser aprendidos e as competências desenvolvidas, e que deverá constituir a atividade central a partir da qual se promove o desenvolvimento do raciocínio e da comunicação, fazendo a ponte entre o real e as abstrações matemáticas, (DEB, 2002).

Ponte e Serrazina (2000) referem o modelo de Pólya (1975), matemático de referência na temática da resolução de problemas, que aponta quatro etapas na resolução de problemas:

- Compreender o problema;
- Conceber um plano de resolução;
- Executar o plano;
- Refletir sobre o trabalho realizado.

Estes autores mencionam que a resolução de problemas facilita o desenvolvimento de novos conceitos e estratégias de pensamento e está associada a um conjunto de atitudes fundamentais relativamente à matemática. Para complementar as suas ideias apresentam um quadro semelhante ao que apresento neste trabalho como quadro2.

Quadro2[2]**-**O papel da resolução de problemas no ensino-aprendizagem da Matemática

Os programas de Matemática devem centrar-se na resolução de problemas como parte da compreensão da Matemática de modo que todos os alunos: • construam novo conhecimento matemático trabalhando em problemas; • desenvolvam uma disposição para formular, representar, abstrair e generalizar em situações dentro e fora da matemática; • apliquem uma ampla variedade de estratégias e adaptem as estratégias a novas situações; • monitorizem o seu pensamento matemático e reflictam sobre ele enquanto resolvem problemas. NCTM (1998, p76)

Dolk (2008) sugere os problemas realistas como ponto de partida para uma sequência de oportunidades de aprendizagem. Baseando-se em vários autores, refere *"o construtivismo e os matemáticos realistas proporcionam aos alunos uma melhor oportunidade de crescimento e desenvolvimento na matemática (Cobb e tal., 1991; Gravemaijer e tal., 1993; Kroesbergen e Luit, 2002) e a resolução de problemas contribui para uma melhor motivação (Ginsburg-Block e Fantuzzo, 1998)"*(p.35). Então, face a problemas realistas os alunos adotam uma aprendizagem ativa e percecionam a possibilidade da existência de outras estratégias de resolução dos problemas, essa flexibilidade de estratégias poderá ser transportada para mais situações. Esta potencialidade na aprendizagem vem contrapor com o procedimento tradicional, analisado por investigadores, em que é explicado aos alunos como e porque devem utilizar um determinado procedimento e posteriormente é-lhes dado um conjunto de problemas para praticar esse procedimento. Os investigadores concluíram que os alunos não desenvolvem uma compreensão profunda, relacionam o procedimento aprendido

[2] Quadro apresentado por Ponte e Serrazina (2000, p. 54).

apenas a contextos semelhantes e, neste quadro, muitos adquirem uma ansiedade profundamente enraizada em relação à matemática (Dolk, 2008).

Assim, as tarefas matemáticas que o professor apresenta aos alunos, no quadro geral das estratégias de ensino, desempenham um papel muito importante na aprendizagem dos alunos. As tarefas, poderão ser de natureza variada, indo desde os problemas até aos exercícios rotineiros de aplicação de conhecimentos. Mas todos esses tipos de tarefas têm em vista um percurso de aprendizagem e de aquisição de competências matemáticas. Portanto a sua seleção, aplicação e avaliação é importante que seja cuidadosamente planeada.

Mulligan e Mitchelmore (1997) identificaram diversas estratégias intuitivas que as crianças, do 2.º e do 3.º ano de escolaridade, utilizam para resolver problemas multiplicativos. As estratégias, por estes, observadas não são muito diferentes das que as crianças utilizam em problemas aditivos e subtrativos:

a. Contagem direta, através da modelação do problema.
b. Adição repetida, através de contagem ou cálculo aritmético.
c. Multiplicação como operação (tabuada).

A forma de modelar os problemas depende igualmente do tipo de problema. Para situações mais simples do tipo *adição repetida* ou "*preço"*, que possuem uma estrutura de agrupamento, os alunos podem modelar os problemas, com objetos ou desenhos, usando conjuntos de vários tipos (sacos, caixas, moedas, ...) consoante os contextos desses problemas. Nos problemas com situações mais complexas em que o recurso da adição repetida não é funcional como por exemplo o cálculo de uma área, nesse caso, os alunos terão de recorrer ao cálculo formal da multiplicação usando o conhecimento das tabuadas.

2.4 Papel do professor e a capacidade de refletir sobre a sua prática

No contexto de ensino-aprendizagem o professor tem um papel importante. Papel que tem evoluído com o passar dos tempos, neste momento o professor já não tem a função de transmissor de conhecimentos e procedimentos de forma técnica e mecanizada apresentando agora uma postura de orientador ajudando os seus alunos a construir os seus conhecimentos. Segundo Dolk (2008) *"Quando os investigadores, os responsáveis pelo desenvolvimento curricular e os professores começam a ver o aluno como um construtor activo do conhecimento, o papel do professor altera-se."* (p.35).

Então, se todo o processo de aprendizagem se centra no aluno, o professor deverá reorganizar a sua posição e funções dentro desse mesmo processo. O professor terá a responsabilidade de tomar novas decisões, tais como: quais os contextos favoráveis e que vão apoiar os alunos a construir o seu conhecimento, como irão conseguir realizar as operações básicas, construir modelos e os procedimentos. Para tomar essas decisões o professor deverá analisar a forma de pensar dos alunos e os progressos que apresentam na resolução de problemas realistas bem como as ideias discutidas em momentos de discussão na aula. É importante que o professor recorra a diferentes recursos de modo a que estes o auxiliem a atingir os objetivos propostos. Dever-se-á dar relevância às tarefas matemáticas, que deverão ser diversificadas quanto à sua natureza, contexto, nas representações que suscitam e nos recursos que utilizam (Pimentel, Vale, Freire, Alvarenga e Fão, 2010).

Na implementação das tarefas é determinante a dinâmica e atitude do professor e são aspetos decisivos para o desenvolvimento de uma atmosfera de confiança e respeito mútuo. É importante que se encoraje os alunos a falar das suas experiências, observações, conjeturas ou estratégias de pensamento que conduzam a soluções e sobre as conclusões relevantes para o desenvolvimento dos seus conhecimentos. O professor deve saber que condições proporcionar aos seus alunos para o desenvolvimento de um bom ambiente de trabalho, colaborativo e participado, onde a atividade matemática seja estimulante (Ponte e Serrazina, 2000). Estes autores salientam que, o ambiente de aprendizagem é caracterizado pelo maior ou menor envolvimento dos alunos no trabalho e pela rigidez ou informalidade nas relações entre alunos e o professor. A aplicação de uma tarefa poderá englobar várias fases: ler o enunciado, dialogar sobre o contexto apresentado para verificar a sua total compreensão, a resolução da tarefa em grupo ou individualmente e por fim proporcionar um momento de discussão com toda a turma onde se discuta as diferentes estratégias de resolução.

Não podemos esquecer que o ambiente de aprendizagem depende das tarefas propostas, o modo como se organizam as atividades na sala de aula, do tipo de comunicação utilizado, da negociação de significados, da cultura da sala de aula e do modo de trabalho dos alunos. Cabe ao professor procurar estabelecer um ambiente propício à comunicação, encorajando os alunos a verbalizar os seus raciocínios justificando os procedimentos e estratégias de cálculo (Rocha e Menino, 2009) assim como, a transmitir as suas dúvidas ou dificuldades, a colocar questões, a manifestar-se sobre os seus erros ou dos colegas e para isso o professor deve formular questões pertinentes, dar pistas, apresentar modelos ou esquemas que ajudem os alunos a pensar. Portanto, os momentos de discussão de processos, resolução e de resultados de problemas na turma aconselha-se que sejam frequentes e é fundamental que *"o professor confronte diferentes estratégias utilizadas pelos alunos, uma vez que isso pode ajudar diferentes alunos a dar saltos qualitativos"* Rocha e Menino (2009, p. 132). Também Pimentel, Vale, Freire, Alvarenga e Fão (2010) consideram que promover a explicitação dos raciocínios pelos alunos e do seu pensamento matemático, desenvolve a capacidade de comunicação e promove a consolidação de conceitos e a melhoria das aprendizagens.

Já Serrazina (2007) destaca o professor como o elemento-chave na criação do ambiente propício à aprendizagem da Matemática, uma vez que é ele que tem o papel de propor e organizar as tarefas e coordenar as atividades dos alunos. A autora refere alguns aspetos importantes relativos à atitude desejável de um professor:

(a) questiona as crianças sobre as atividades onde a Matemática está presente;
(b) incentiva a resolução de problemas;
(c) propõe tarefas de natureza investigativa e de resolução de problemas;
(d) questiona a Matemática envolvida em diversas situações;
(e) parte do que as crianças já sabem e tem em conta as suas experiências;
(f) propõe tarefas que permitam progressão no conhecimento matemático;
(g) aproveita oportunidades que surgem naturalmente;
(h) promove a reflexão nas crianças sobre o que fizeram e porque fizeram.

A autora faz referência aos autores Ball e Bass (2003) que referem que o professor só poderá desempenhar este papel se tiver um sólido conhecimento matemático e uma profunda compreensão da Matemática que ensina.

O processo de mudança das práticas e das conceções dos professores pode ser alcançado através da reflexão, quer ao nível das propostas curriculares, quer ao nível das suas práticas de acordo com Serrazina (1999). Já Ferreira (2002) realça que *"as mudanças ocorrerão mais facilmente num confronto com a prática, onde os professores sejam apoiados para que se sintam mais seguros, em que a reflexão seja uma constante dessa prática"* (p. 255). Oliveira e Serrazina (2002), referem que *"a prática reflexiva proporciona aos professores oportunidades para o seu desenvolvimento, tornando-os profissionais mais responsáveis, melhores e mais conscientes"* (p. 37). Destacando o ensino da Matemática**,** Serrazina (1999) considera que a reflexão pode partir de diversos aspetos, uns relativos à organização e gestão da sala de aula e outros relativos à compreensão dos conceitos matemáticos.

Schenkel (2005) considera que a reflexão sobre a prática constitui o questionamento, do qual resultarão mudanças e intervenções mais qualificadas nos contextos de ação dos professores. Essa reflexão implicará também intuição, emoção e paixão, já que a autora destaca que a aprendizagem significativa não depende só de aspetos cognitivos dos sujeitos envolvidos no processo, mas também de aspetos pessoais e sociais tanto do aluno como do professor.

De acordo com Ponte (2002) a investigação dos professores sobre a sua prática pode ser importante por várias razões. Antes de mais, ela contribui para o esclarecimento e resolução dos problemas, proporciona o desenvolvimento profissional desses mesmos professores e ajuda a melhorar as organizações em que eles se inserem, em certos casos pode contribuir para o desenvolvimento da cultura profissional nesse campo de prática e até para o conhecimento da sociedade em geral. Do ponto de vista deste autor o professor que investiga pode tomar como ponto de partida problemas relacionados com o aluno e a aprendizagem, bem como as suas aulas, a escola ou o currículo.

CAPÍTULO III- METODOLOGIA

Este capítulo pretende descrever toda a metodologia utilizada ao longo desta investigação e está organizado em cinco secções. Na primeira secção apresentam-se as opções metodológicas, as suas características e relações nos estudos de carácter exploratório, descritivo e interpretativo. Na segunda secção apresentam-se os participantes neste estudo. Na terceira secção descrevem-se as técnicas e instrumentos utilizados para a recolha de dados. Na quarta secção descrevem-se os procedimentos usados na planificação e concretização da fase de pesquisa de campo. Finalmente, na quinta secção apresentam-se os métodos utilizados para a análise dos dados.

3.1 Opções Metodológicas

Neste trabalho, a escolha da metodologia a seguir durante a investigação esteve muito relacionada com o objetivo em estudo e com as questões definidas em torno desse objetivo. Este estudo consistiu em proporcionar a alunos de uma turma de 2º ano de escolaridade uma sequência de tarefas que pretenderam iniciar a construção do conceito de multiplicação e desenvolver estratégias de cálculo mental.

Foi desenvolvido um estudo de carácter exploratório, descritivo e interpretativo, características pertencentes ao paradigma qualitativo. Nesta investigação colocou-se ênfase nos processos utilizados e não nos resultados obtidos, de acordo com Bogdan e Biklen (1994), na medida em que se pretendeu observar, descrever e interpretar os procedimentos dos alunos. Adotou-se uma metodologia que privilegiasse o contacto do investigador com a fonte direta dos dados, ou seja os alunos participantes no estudo. Procurei identificar as estratégias de cálculo mental utilizadas pelos alunos na resolução de problemas de multiplicação e descrever como lidam os alunos com problemas da vida real envolvendo os diferentes sentidos da multiplicação e como compreendiam e construíam as tabuadas partindo de situações com contexto. Deste modo, era o paradigma qualitativo o mais adequado numa investigação deste tipo.

Este estudo foi realizado em contexto de sala de aula em que fui a investigadora e na qual assumi também o papel de professora. Tenciono refletir sobre a minha própria prática. Nesta investigação pretendo utilizar um discurso que, de acordo com Ponte

(2004), não será um mero discurso sobre as práticas dos outros, mas também, e sobretudo, um discurso sobre mim própria e a minha prática na implementação desta experiência de ensino.

3.2 Participantes

Esta investigação foi realizada, no ano letivo 2013/2014, numa turma de 2.º e 3.ºanos de escolaridade, que estudavam na Escola Básica n.º 6 de Peniche / Jardim de Infância da Prageira, pertencente ao Agrupamento de Escolas Dom Luís de Ataíde em Peniche.

Esta turma era constituída por quinze alunos (catorze alunos do 2.º ano e um aluno do 3.º ano). Dos alunos de 2.º ano, quatro alunos (1 rapariga e 3 rapazes) apresentavam muitas dificuldades de aprendizagem (dois deles apresentam Necessidades Educativas Especiais). Todos eles trabalhavam competências de 1.º ano escolaridade na área disciplinar de Português. Na área disciplinar de Matemática, três destes alunos trabalhavam competências de 1.º ano escolaridade e o outro aluno já conseguia desenvolver conteúdos de 2.º ano de escolaridade, embora fosse necessário apoio permanente na leitura dos enunciados escritos. Os outros dez alunos matriculados no 2.º ano de escolaridade (4 raparigas e 6 rapazes) eram um grupo relativamente heterogéneo a nível de ritmo de trabalho e de aprendizagem e encontravam-se a desenvolver os conteúdos programáticos de 2.º ano de escolaridade em todas as áreas disciplinares, de forma satisfatória. A maioria dos alunos, eram empenhados e interessados nas tarefas propostas.

Nesta turma estava inserido um aluno (1 rapaz) matriculado no 3.º ano de escolaridade. Este aluno apresentava Necessidades Educativas Especiais e devido às suas dificuldades de aprendizagem acompanhava a turma em todas as áreas disciplinares, trabalhando os conteúdos programáticos de 2.º ano de escolaridade, com adaptações curriculares previstas no seu Plano Educativo Individual.

Este estudo incidiu sobre o trabalho e aprendizagens de 12 alunos desta turma (4 raparigas e 8 rapazes), 11 alunos do 2.º ano de escolaridade e 1 aluno de 3.º ano de escolaridade, com idades compreendidas entre os 7 e 8 anos.

Eu como investigadora e professora titular de turma fui uma observadora participante. O que poderá ser considerado uma vantagem, devido ao facto de existir uma proximidade entre todos os participantes. Assim como investigadora não seria vista como uma pessoa estranha, o que poderia condicionar os resultados e as sessões de investigação, assim a aplicação das tarefas desenrolaram dentro da normalidade para estes alunos. Segundo Bogdan e Biklen (1994) a investigação na área de educação pode beneficiar da relação de proximidade existente entre o investigador e o objeto de estudo.

3.3 Técnicas e instrumentos de recolha de dados

Tendo em conta o âmbito do estudo foi feita uma triangulação de técnicas, utilizando a observação, gravações de áudio, registo fotográfico, notas de campo e os documentos escritos dos alunos. O recurso aos registos provenientes das gravações de áudio e vídeo permitiu manter intacta a informação recolhida e teve a vantagem de se poder rever as situações várias vezes.

Durante as sessões de investigação e através da observação participante, observei os comportamentos dos alunos e anotei, durante e posteriormente à atuação, as informações que fui recolhendo, constituindo assim notas de campo. As notas de campo são o relato escrito do que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso de uma investigação, de acordo com Bogdan e Biklen (1994).

Na análise de documentos inserem-se as produções dos alunos realizadas durante a exploração das tarefas propostas durante a investigação.

3.4 Procedimento

As sessões de investigação decorreram durante o 2.º período do ano letivo 2013/2014, durante os meses de janeiro e fevereiro.

Foi pedida autorização para a realização deste estudo, com estes participantes, à direção do agrupamento e aos encarregados de educação desses participantes, sendo sempre garantido o anonimato dos alunos, seguindo todas as normas deontológicas da investigação em educação, autorização esta que foi deferida por todos.

Durante o trabalho de campo, as tarefas foram usadas como uma ferramenta educacional no quadro do currículo atual. Procedi à observação e à gravação áudio de aulas, bem como à análise das produções dos alunos tendo sempre como base o objetivo e questões de investigação. As notas campo foram elaboradas durante e no final de cada sessão onde foram descritas as observações e experiências vividas de modo preciso e detalhado, pretendendo focar os seguintes aspetos: curiosidade e motivação demonstrada pelos alunos; autonomia dos alunos na execução das tarefas; atitudes e estratégias utilizadas pelos alunos; dificuldades sentidas pelos alunos; dificuldades sentidas pela professora; aspetos que poderiam ser melhorados na tarefa ou na prática da professora; aspetos bem conseguidos e outras observações pertinentes à investigação.

Na implementação das tarefas em estudo pretendeu-se diversificar as metodologias de trabalho, adotando a metodologia de trabalho de grupo (nas tarefas 2, 4, 9 e 10) formando com estes alunos 4 grupos de trabalho, trabalho a pares (nas tarefas 5, 6 e 8), trabalho individual (nas tarefas 1, 3 e 11) e trabalho coletivo turma e professora (na tarefa 7).

A aplicação das tarefas contemplou três momentos principais: (i) Apresentação das tarefas através da leitura do enunciado escrito da ficha de trabalho por parte da professora; (ii) Exploração das tarefas, durante o qual os alunos trabalharam em grupos, pares ou individualmente (consoante a tarefa); e (iii) Apresentação e discussão das resoluções e estratégias utilizadas nas tarefas, perante a turma.

As tarefas selecionadas e implementadas neste estudo foram adaptadas dos manuais escolares de 2.º ano do projeto Pasta Mágica (2011) da Areal Editores, do Projeto Desafios (2011) da Santillana Constância e de Brocardo, Delgado e Mendes (2007) e pretenderam recorrer a contextos adequados e relacionados com as vivências dos alunos em estudo, de modo a permitir a compreensão de conceitos e propriedades da multiplicação e a construção dos produtos que constituem as tabuadas do 2, 4, 5 e 10. Existindo ainda tarefas com situações multiplicativas em que os alunos desenvolveram o cálculo escrito e mental. A sequência de tarefas procurou incluir todos os conteúdos do tópico multiplicação previstos nas orientações curriculares.

No quadro 3 apresentam-se as tarefas propostas aos alunos, bem como a respetiva calendarização e duração prevista.

Quadro 3- Calendarização das tarefas

Tarefa	Designação	Data de aplicação	Duração
1	As patas dos animais	8 de janeiro de 2014	60 minutos
2	A pescaria	10 de janeiro de 2014	45 minutos
3	Linhas e colunas	14 de janeiro de 2014	45 minutos
4	Cortinas	16 de janeiro de 2014	60 minutos
5	Pares de sapatos	21 de janeiro de 2014	45 minutos
6	Tabuada do 4	23 de janeiro de 2014	45 minutos
7	Tabuada do 5	27 de janeiro de 2014	60 minutos
8	Tabuada do 10	29 de janeiro de 2014	45 minutos
9	A parede do sótão	31 de janeiro de 2014	60 minutos
10	Escolha de pizas	5 de fevereiro de 2014	60 minutos
11	Multiplicação - estratégias de cálculo	10 de fevereiro de 2014	90 minutos

3.5 Métodos de análise dos dados

A análise dos dados é um processo que visa a compreensão e sistematização da informação recolhida, mas também constitui uma forma de a organizar e relacionar com o objetivo em estudo e responder às questões de investigação. Durante a interpretação de dados, voltei aos marcos teóricos, pertinentes à investigação, pois eles deram o suporte e as perspetivas significativas para o estudo.

Este trabalho teve dois momentos de análise distintos. O primeiro, o relacionar de todas as observações que constam nas gravações, nas notas de campo e nas produções escritas dos alunos. No segundo (e último) momento foi feita a triangulação de todos os dados obtidos de modo a apresentar conclusões coerentes com o observado e com o objetivo e questões de investigação.

CAPÍTULO IV- APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Este capítulo pretende apresentar e analisar os resultados obtidos nas onze tarefas propostas e apresenta-se dividido em onze secções, cada uma dedicada a uma tarefa implementada. Dentro de cada uma dessas secções existem três subsecções. A primeira subsecção apresenta uma breve descrição da tarefa, a segunda subsecção apresenta a intencionalidade da tarefa e a terceira subsecção descreve a realização da tarefa descrevendo e analisando as metodologias, estratégias usadas e os resultados obtidos, tendo em conta o objetivo do estudo.

4.1 Tarefa 1 “ As patas dos animais”

4.1.1- Breve descrição

Esta tarefa (Anexo 1) foi planificada para ser realizada durante 60 minutos. Nos primeiros 10 minutos, a tarefa foi apresentada aos alunos através da leitura e explicação do enunciado escrito, por parte da professora. Depois cada aluno tinha ao seu dispor uma ficha de trabalho, onde estavam os quatro problemas que teriam de realizar individualmente, durante 30 minutos. Pretendia-se que os alunos respondessem às questões: “Quantas patas há num grupo de 3 pintos?”; “Quantas patas há num grupo de 5 patos?”; “Quantas patas há num grupo de 3 elefantes?”; “Quantas patas há num grupo de 2 abelhas?”. Para além das respostas às questões foi pedido aos alunos que explicassem o seu raciocínio para chegar à resposta. Houve o cuidado de colocar em cada uma das questões a imagem do grupo de animais correspondente. Para a fase final da tarefa estava reservada a apresentação e discussão das resoluções e estratégias utilizadas para resolver cada uma das questões/problemas em plenário de turma. Esta discussão tinha prevista a duração de 20 minutos.

4.1.2- Intencionalidade da tarefa

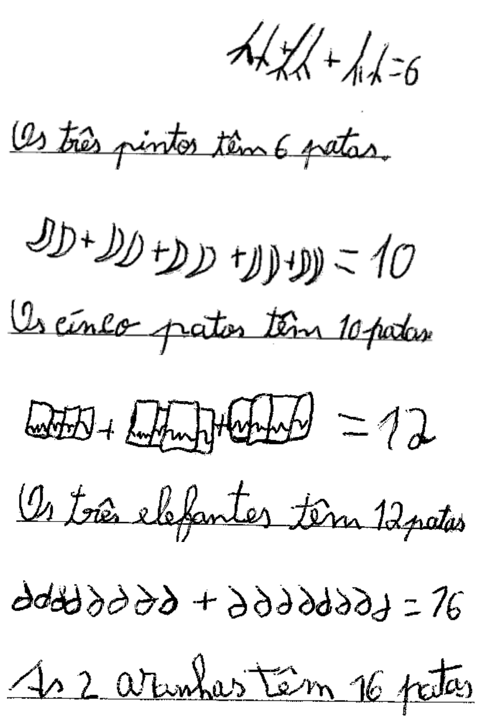
Esta tarefa permite um primeiro contacto com o conceito da multiplicação envolvendo o sentido aditivo da multiplicação. Com ela pretendia verificar que estratégias eram utilizadas pelos alunos na resolução de quatro problemas que envolviam animais, tema este que era do interesse dos alunos da turma em estudo. No momento da discussão dos resultados tinha como objetivo levar os alunos a utilizar o termo “vezes” no contexto "quantas vezes se repetia um certo número de patas de um determinado animal" e levá-los a visualizar a operação numa representação horizontal com o símbolo x representando por exemplo " 3 x 2 patas".

4.1.3- Realização da tarefa

A realização da tarefa decorreu como o planificado mas a duração da tarefa excedeu os 60 minutos previstos, sendo necessário mais tempo, no momento da discussão. Inicialmente, fiz uma breve introdução à tarefa onde lhes expliquei as fases da sua realização (realização individual seguida de uma discussão coletiva das estratégias de resolução) e li-lhes o enunciado dos problemas. Depois os alunos realizaram os problemas individualmente. Deixei-os resolver livremente sem andar de lugar em lugar para não os distrair. Não houve nenhum aluno que pedisse esclarecimento de dúvidas e pelo que observei todos estavam empenhados em resolver os problemas propostos. Atingido o tempo limite para a resolução questionei se já tinham resolvido os problemas, ao que me responderam que sim. Passámos então para o momento da discussão coletiva. Em cada problema ia pedindo aleatoriamente a alguns alunos que expusessem as suas estratégias de resolução, que eram discutidas por todos. Verifiquei que os alunos estavam motivados na análise de outras estratégias de resolução para além daquelas que tinham encontrado individualmente. A 1ª questão foi a que ocupou mais tempo na discussão. Após a discussão de cada questão pedi aos alunos que registassem no seu caderno diário a questão e as várias estratégias encontradas, assim cada aluno ficaria com o registo da tarefa no caderno a desvantagem dessa metodologia foi ter prolongado o tempo previsto para a tarefa e corri o risco dos alunos entrarem em saturação e começarem a desviar a atenção da tarefa. Felizmente, foi proporcionado um contexto que estimulou os alunos a encontrarem facilmente novas estratégias para a resolução das outras questões e estes mantiveram a atenção até ao fim da tarefa.

Na resolução das questões da tarefa, os alunos utilizaram quatro estratégias principais: contagem, adição com parcelas repetidas, ideia informal de produto e desenho das patas com contagem. O quadro 4 procura sistematizar estas estratégias.

Quadro 4- Estratégias de resolução da tarefa 1 "As patas dos animais"

Estratégia	Resposta tipo	N.º de alunos
Contagem	Três alunos responderam: "Eu descobri a contar de 2 em 2. Os pintos têm 6 patas" "Eu descobri a contar de 2 em 2. Os patos têm 10 patas" "Eu descobri a contar de 4 em 4. Os elefantes têm 12 patas" "Eu descobri a contar de 8 em 8. As aranhas têm 16 patas" Um aluno escreve em cada uma das questões "contei pela imagem" seguido da resposta correta.	4
Adição com parcelas repetidas	Um aluno registou: "2+2+2=6 Os 3 pintos têm 6 patas" "2+2+2+2+2=10 Os 5 patos têm 10 patas" "4+4+4=12 Os 3 elefantes têm 12 patas" "8+8=16 As 2 aranhas têm 16 patas." O outro aluno tem um registo idêntico só acrescentou em cada uma das questões " Fiz a conta" antes da operação.	2
Ideia informal de produto e apresentação de uma adição com parcelas repetidas	"1 pinto tem 2 patas. Por isso 3 pintos têm 3 vezes mais. 2+2+2=6 Num grupo de 3 pintos há 6 patas." "1 pato tem 2 patas. Por isso 5 patos têm 5 vezes mais. 2+2+2+2+2=10 Num grupo de 5 patos há 10 patas." "1 elefante tem 4 patas. Por isso 3 elefantes têm 3 vezes mais. 4+4+4=12 Num grupo de 3 elefantes há 12 patas." "1 aranha tem 8 patas. Por isso 2 aranhas têm 2 vezes mais. 8+8=16 Num grupo de 2 aranhas há 16 patas."	1
Desenho das patas com evidência de adição com parcelas repetidas		4

Houve apenas um aluno que não resolveu as questões corretamente, evidenciando que não compreendeu o que lhe era perguntado, como se pode ver na figura que se segue.

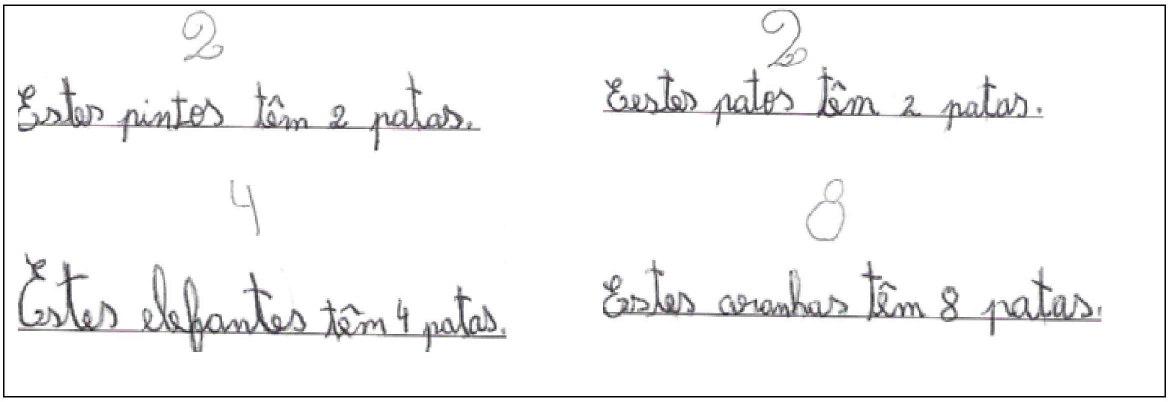


Figura 1-Registo escrito de um aluno na tarefa 1

Como se pode observar no registo do aluno, as respostas correspondem ao número de patas de cada um dos animais e não ao número total de patas de cada grupo de animais mencionados em cada questão. No momento da discussão da 1.ª questão o aluno evidenciou ter compreendido as estratégias dos colegas e o significado da questão, participando na discussão das outras questões de forma ativa e muito positiva.

No que diz respeito aos níveis de aprendizagem da multiplicação apresentados por Treffers e Buys (2001), parece-me que estes alunos se encontram no nível "o cálculo por contagem" que corresponde ao primeiro nível da multiplicação. Pois a maioria dos alunos apresentam estratégias aditivas com representações de adições de parcelas repetidas, concretizando muitas vezes com a contagem dos elementos das figuras ou das suas próprias representações. Neste momento, não fazem o uso da multiplicação como operação. Mesmo o aluno que usa a palavra "vezes" logo a seguir representa o seu raciocínio com uma adição com parcelas repetidas.

No fim dos alunos terem explicado as suas estratégias de resolução, foquei a atenção dos alunos na expressão "Eu descobri a contar de 2 em 2" usada numa das estratégias de resolução da primeira questão e questionei:

> Prof: Então se pegarmos nesta estratégia. Quantas vezes se contou de 2 em 2?
>
> Alunos: 3 vezes.
>
> Prof: Então e contar 3 vezes as 2 patas não pode ser traduzido por uma expressão matemática?
>
> Aluno: Sim fazendo uma conta.

Prof: Que conta? Vem ao quadro escrever essa conta.

Esse aluno foi ao quadro e escreveu: “ 3 x 2”.

Prof: Como se chama essa operação que usaste?

Aluno: A multiplicação.

Percebi que o aluno já dispunha de algum conhecimento da multiplicação e acabou por mencionar que estudara em casa com os pais esta operação. Este aluno na ficha de trabalho explicou o seu raciocínio por palavras evidenciando a ideia de produto mas apresentou uma adição com parcelas repetidas. Este contexto foi propício para levar os alunos a utilizar o termo “vezes” e o seu símbolo matemático. Em grupo turma, os alunos elaboraram novas estratégias usando a multiplicação no contexto de quantas vezes se repetia número de patas de cada animal das questões da tarefa. Pareceu-me que neste contexto os alunos evidenciaram perceber as estratégias multiplicativas que elaboraram mas, como é natural nesta fase, não deixaram de concretizar com a contagem.

4.2 Tarefa 2 “A pescaria”

4.2.1- Breve descrição

Esta tarefa (Anexo 2) foi planificada para ser realizada durante 45 minutos. Foram formados 4 grupos de trabalho com 3 alunos cada. Nos primeiros 10 minutos, a tarefa foi apresentada aos alunos através da leitura e explicação do enunciado escrito, por parte da professora. Depois cada grupo tinha ao seu dispor uma ficha de trabalho, onde estavam os dois problemas que teriam de realizar, durante 15 minutos. Cada problema tinha uma figura e pretendia-se que os alunos calculassem o número de peixes que constavam na caixa de cada figura, em que diferia a quantidade de peixes e o modo como estes estavam dispostos. No segundo problema para além do cálculo do número de peixes que constavam na caixa da figura apresentada, os alunos teriam de calcular o número total de peixes de duas caixas iguais à da figura apresentada. Para além das respostas às questões foi pedido aos alunos que explicassem o seu raciocínio por escrito para chegar à resposta.

Para a fase final da tarefa estava reservada a apresentação e discussão das resoluções e estratégias utilizadas para resolver cada um dos problemas em plenário de turma. Esta discussão tinha prevista a duração de 20 minutos.

4.2.2- Intencionalidade da tarefa

Esta tarefa permite trabalhar a multiplicação na estrutura retangular e a propriedade comutativa da multiplicação. Com ela pretendia verificar que estratégias eram utilizadas pelos alunos na resolução de dois problemas que envolviam um tema da sua vida quotidiana, pois alguns deles tinham pais ou avós que eram pescadores. Pretendia verificar se algum dos grupos iria aplicar estratégias utilizando a multiplicação ou se continuariam a contar os elementos da figura. No momento da discussão dos resultados tinha como objetivo levar os alunos a aplicar estratégias multiplicativas através do modelo retangular, a perceberem a comutatividade da multiplicação através do cálculo em linha ou em coluna em que o resultado do número de peixes seria o mesmo e iniciar a noção de dobro.

4.2.3- Realização da tarefa

A realização da tarefa decorreu como o planificado e dentro do tempo previsto. Inicialmente, formei os grupos de trabalho e depois de sentados nos seus lugares, fiz uma breve introdução à tarefa onde lhes expliquei quais eram as fases da sua realização (realização em grupo seguida de uma discussão coletiva das estratégias de resolução). Li e expliquei o enunciado dos problemas e depois os vários grupos realizaram os problemas propostos. Circulei pelos vários grupos para verificar se estavam a desenvolver trabalho e questionava se tinham dúvidas. Não houve problemas em relação ao comportamento dos alunos no trabalho de grupo. Estavam motivados no trabalho e fizeram-no autonomamente. Chegado o tempo limite para a resolução questionei se já tinham resolvido os problemas, ao que me responderam que sim. Portanto, passámos para o momento da discussão coletiva. Foram discutidas as estratégias de resolução de cada problema e todos os grupos de trabalho tiveram a oportunidade de apresentar as suas resoluções.

Na resolução do primeiro problema da tarefa, os alunos utilizaram duas estratégias principais: adição com parcelas repetidas e adição com parcelas repetidas seguida de uma multiplicação. O quadro 5 procura sistematizar estas estratégias.

Quadro 5- Estratégias de resolução do 1.º problema da tarefa 2 "A pescaria"

Estratégia	Resposta tipo	N.º de grupos
Adição com parcelas repetidas	Um grupo apresentou: "2+2+2+2=8 Na caixa havia 8 peixes" Dois grupos apresentaram: "4+4=8 O avô do Ricardo pescou 8 peixes"	3
Adição com parcelas repetidas seguida de uma multiplicação	"1+1=2 4x2=8 Há 8 peixes porque nós contamos os 4 de cima e 1 de cima e de 1 baixo."	1

Na resolução do segundo problema da tarefa, os alunos utilizaram três estratégias principais: contagem seguida de adição com parcelas repetidas, adição com parcelas repetidas e o cálculo do dobro através de uma adição com parcelas repetidas. O quadro 6 procura sistematizar estas estratégias.

Quadro 6- Estratégias de resolução do 2.º problema da tarefa 2 "A pescaria"

Estratégia	Resposta tipo	N.º de grupos
Contagem seguida de adição com parcelas repetidas	Os alunos contaram os peixes da caixa da figura e de seguida fizeram a adição que se segue: "9+9=18 O avô apanhou 18 peixes"	2
Adição com parcelas repetidas	"3+3+3+3+3+3=18 Nas caixas há 18 peixes"	1
Cálculo do dobro através de uma adição com parcelas repetidas.	"1+1+1=3 3x3=9 9+9=18 Há18 peixes porque nós contamos os 3 de cima e 1 de cima, do meio e de 1 baixo."	1

Como se pode verificar, a estratégia mais utilizada é a contagem e adição com parcelas repetidas. Mas em ambos os problemas há um grupo que já utiliza a multiplicação para calcular o número de peixes de cada caixa. Em ambos os problemas é o mesmo grupo que o faz desta maneira, curiosamente nele está inserido o aluno que na 1.ª tarefa mostrou já ter algum conhecimento desta operação. Este grupo ao explicar o seu raciocínio de resolução de ambos os problemas, no momento da discussão, mostrou já estar a aplicar o modelo de estrutura retangular. Quanto à noção de dobro, que ainda não tinha sido explorada com estes alunos formalmente, surgia no segundo problema, onde os alunos tenham de calcular o número de peixes existentes em duas caixas iguais. Essa quantidade de peixes foi calculada por três grupos através de uma adição com parcelas repetidas. Este tipo de raciocínios leva-me a crer que os alunos destes grupos ainda não atingiram o nível “cálculo estruturado” dos níveis de aprendizagem da multiplicação apresentados por Treffers e Buys (2001). Mas também será cedo para esta evolução pois ainda houve pouco trabalho com a multiplicação. Portanto os alunos desta turma continuam no nível “cálculo por contagem” continuando na sua maioria a apresentar raciocínios e representações de adições com parcelas repetidas, concretizando com a contagem dos elementos das figuras.

Depois dos alunos terem explicado as suas estratégias de resolução, foquei a atenção dos alunos para duas expressões utilizadas por grupos diferentes na resolução do primeiro problema. A expressão“2+2+2+2=8” que lhes pedi para a transformarem numa multiplicação e representaram “4x2=8” e para a expressão “4+4=8” que também transformaram numa multiplicação representando “2x4= 8”. Com estas expressões os alunos começaram a perceber que as expressões “4x2” e “2x4” tinham o mesmo resultado. A diferença era que na primeira o 2 se repetia 4 vezes e na segunda o 4 se repetia 2 vezes. Numa os alunos contaram os peixes de cada coluna, na outra contaram os peixes em cada linha. A intenção foi começar a despertar os alunos para a propriedade comutativa da multiplicação de uma forma informal e com uma situação prática que tinham acabado de aplicar.

4.3 Tarefa 3 “Linhas e colunas”

4.3.1- Breve descrição

Esta tarefa (Anexo 3) foi planificada para ser realizada durante 45 minutos. Nos primeiros 10 minutos, a tarefa foi apresentada aos alunos através da leitura e explicação do enunciado escrito, por parte da professora. Cada aluno tinha ao seu dispor a ficha de trabalho com a tarefa que se dividia em duas alíneas. Os alunos teriam de realizar a tarefa, individualmente, durante 15 minutos. Na alínea a) tinha uma figura em que se pretendia que: os alunos distinguissem linhas e colunas; observassem o número de linhas existentes na figura, o número de quadrados de cada linha e representassem através de uma multiplicação o cálculo do número de quadrados da figura; observassem o número de colunas existentes na figura, contassem o número de quadrados de cada coluna e representassem através de uma multiplicação o cálculo do número de quadrados da figura. No final desta mesma alínea pedia que tirassem uma conclusão em relação ao trabalho feito anteriormente. Na alínea b) eram apresentadas seis figuras em que os alunos tinham de estabelecer correspondência entre expressões multiplicativas e os seus resultados, com base no cálculo do número de quadrados de cada figura aplicando o modelo retangular.

Para a fase final da tarefa estava reservada a apresentação e discussão das resoluções das alíneas em plenário de turma. Esta discussão tinha prevista a duração de 20 minutos.

4.3.2- Intencionalidade da tarefa

Esta tarefa, permite trabalhar a multiplicação na estrutura retangular e a propriedade comutativa da multiplicação. Foi proposto que esta tarefa fosse realizada pelos alunos através de trabalho individual, para avaliar se os alunos conseguiriam realizar a alínea a) seguindo as orientações dadas e tirar as suas conclusões sobre o trabalho feito, na alínea b) tinha o exemplo do cálculo do número de quadrados da figura A. Era uma tarefa que considerei que os alunos resolveriam sem dificuldade. Até porque, já tinham trabalhado a multiplicação na estrutura retangular e a propriedade comutativa da multiplicação na tarefa anterior. Como tal, nesta tarefa pretendia avaliar que conhecimentos tinham adquirido e se os conseguiam aplicar.

4.3.3- Realização da tarefa

A realização da tarefa decorreu como o planificado e dentro do tempo previsto. Neste dia faltou um aluno, tendo realizado a tarefa 11 alunos. Fiz uma breve introdução à tarefa onde lhes expliquei quais eram as fases da sua realização (realização individual seguida de uma discussão coletiva das resoluções e conclusões). Li e expliquei o enunciado dos problemas e posteriormente os alunos realizaram as questões das alíneas individualmente, fui observando junto de cada aluno como estavam a desenvolver o trabalho. Verifiquei que os alunos estavam empenhados contudo manifestaram algumas dificuldades na distinção de linhas e colunas e em tirar conclusões "*O que é isto de tirar conclusões?"*- perguntaram alguns alunos.

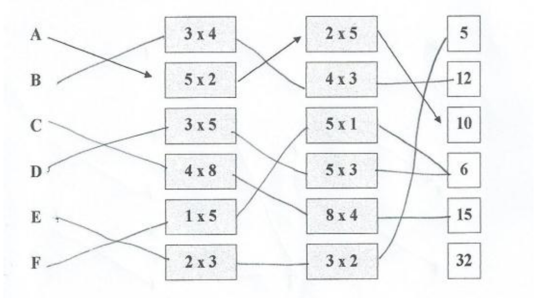
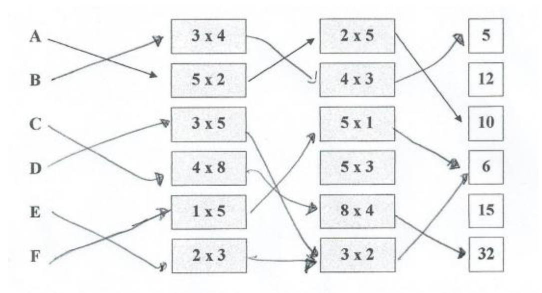
Posteriormente constatei que na alínea a) as indicações dadas aos alunos poderiam ter sido mais explícitas e que deveria ter tido mais atenção na elaboração das frases em que eles tinham de completar as lacunas. Onde se lia "*Há ____ linhas com ____* *quadrados.”* deveria ter sido mais explicita e ter colocado: Há ____ linhas com _____ quadrados cada uma. Onde se lia “*Há ____ colunas com ____ quadrados.”* deveria ter colocado: Há ____ colunas com _____ quadrados cada uma. Desta maneira penso que os alunos teriam percebido melhor o que era pedido. Apesar de lhes ter explicado inicialmente o que pretendia quando expliquei oralmente a tarefa, aquando do trabalho autónomo notou-se que ficaram um pouco confusos e nem todos conseguiram realizar a alínea com sucesso como se pode verificar no quadro 7. A maioria dos alunos esforçou--se por desenvolver trabalho e verifiquei que apenas um aluno não apresentou qualquer trabalho nesta alínea. No que diz respeito às conclusões, dos alunos que realizaram a alínea, apenas dois alunos não apresentaram conclusões.

Quadro 7- Resoluções dos alunos na alínea a) da tarefa 3 “Linhas e colunas”

Resposta tipo	N.º de alunos
“Há 3 linhas com 4 quadrados. 3 x 4 = 12” “Há 4 colunas com 3 quadrados. 4 x 3 = 12”	5
“Há 4 linhas com 12 quadrados. 3 x 4 = 12” “Há 4 colunas com 12 quadrados. 4 x 3 = 12”	1
“Há 4 linhas com 4 quadrados. 4 x 3 = 12” “Há 3 colunas com 3 quadrados. 3 x 4 = 12”	1
“Há 16 linhas com 12 quadrados. 4 x 3 = 12” “Há 15 colunas com 12 quadrados. 3 x 4 = 12”	1
“Há 3 linhas com 12 quadrados. 3 x 12 = 24” “Há 4 colunas com 12 quadrados. 4 x 12 = 16”	1
“Há 4 linhas com 4 quadrados. 4 x 3 = 12” “Há 3 colunas com 3 quadrados. 3 x 4 = 12”	1
Conclusões	**N.º de alunos**
“Eu concluí que 4x3 e 3x4 dão os dois 12.”	1
“Contei os quadrados.”	1
“Contei as linhas e as colunas e deu 12.”	1
“Este exercício era um bocadinho difícil.”	1
“Eu conclui que a multiplicação é fácil.”	1
“Concluí que também há outras formas de resolver este exercício.”	1
“O que concluí neste exercício foi que cada linha e coluna tinha 12 quadrados.”	1
“Eu concluí contando os quadrados e as colunas.”	1

No que diz respeito à alínea b) tinha a expectativa de ser uma questão de fácil compreensão, até por apresentar um exemplo de resolução. Os resultados não foram os que eu esperava. Verifiquei que 6 alunos compreenderam e resolveram o exercício com sucesso mas houve ainda 5 alunos que apresentaram dificuldades e não apresentaram as correspondências corretas. Essas dificuldades fixaram-se mais na contagem de linhas e colunas, na aplicação da multiplicação na estrutura retangular e na apresentação do produto de cada multiplicação. No quadro 8 podemos verificar dois exemplos de respostas tipo destes alunos que não obtiveram sucesso na alínea.

Quadro 8- Exemplos de respostas incorretas à alínea b) da tarefa 3 “Linhas e colunas”

<table>
<tr><th>Observações</th><th>Resposta tipo</th><th>N.º de alunos</th></tr>
<tr><td>Estes alunos erraram a correspondência da multiplicação indicada para cada figura. Quando escolheram uma multiplicação corresponderam de forma correta a outra multiplicação de modo a aplicar a propriedade comutativa da multiplicação mas depois erravam na maioria das multiplicações a correspondência ao valor do produto.</td><td>
</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Estes alunos erraram a correspondência da multiplicação indicada para cada figura. Não corresponderam, na maioria das vezes, de forma correta uma multiplicação à outra multiplicação pelo que depreendo que ainda não compreendem a existência da propriedade comutativa da multiplicação. Na maioria não fazem a correspondência correta entre a multiplicação e o valor do produto.</td><td>
</td><td>2</td></tr>
</table>

Fazendo um balanço geral do trabalho individual dos alunos nesta tarefa posso dizer que foi uma tarefa em que não houve muito sucesso. O que me deixou algumas dúvidas acerca das aprendizagens destes alunos. Considero que a natureza da proposta tinha algum nível de formalização e o facto de não apresentar um contexto familiar e próximo dos alunos, pode ter influenciado os desempenhos. No entanto foi aproveitado o momento de discussão coletiva para explorar as noções que mais suscitaram dificuldades nos alunos e para refletir sobre a importância e o que era “tirar conclusões” sobre as estratégias de resolução e resultados de uma tarefa.

Após a discussão, pareceu-me que, a maioria dos alunos percebeu a noção de comutatividade. Não obstante, é uma propriedade que pretendia trabalhar noutras tarefas, bem como a aplicação da multiplicação na estrutura retangular e portanto iria continuar a avaliar o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos relativamente a estes conteúdos.

4.4 Tarefa 4 “Cortinas”

4.4.1- Breve descrição

Esta tarefa (Anexo 4) foi planificada para ser realizada durante 60 minutos. Foram formados 4 grupos de trabalho com 3 alunos cada. Nos primeiros 10 minutos, a tarefa foi apresentada aos alunos através da leitura e explicação do enunciado escrito, por parte da professora. Cada grupo tinha ao seu dispor a ficha de trabalho que continha os quatro problemas com as respetivas figuras das cortinas que teriam de analisar para realizar os problemas. Os alunos foram informados de que dispunham de 30 minutos para a realização da tarefa. Findo esse tempo passava-se à fase final da tarefa, onde se faria a apresentação e discussão das resoluções dos problemas em plenário de turma. Esta discussão tinha prevista a duração de 20 minutos.

4.4.2- Intencionalidade da tarefa

Esta tarefa, tal como a anterior, permite trabalhar a multiplicação na estrutura retangular e a propriedade comutativa da multiplicação. Proporciona, também, aos alunos um primeiro contacto com a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. Esta tarefa foi desenvolvida por Brocardo, Delgado e Mendes (2007) e tem sido explorada noutros trabalhos de investigação, nomeadamente por Francisco (2011), nesta tarefa considerei interessante fazer comparação entre os resultados obtidos pela referida autora e os resultados obtidos nesta investigação.

Com esta tarefa pretendi verificar os raciocínios e estratégias utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas, que constam na mesma. Sendo esta tarefa uma continuação do trabalho da multiplicação usando a estrutura retangular e a propriedade comutativa da multiplicação era pertinente avaliar a evolução das aprendizagens dos alunos em relação à multiplicação. No momento da discussão dos resultados tinha como objetivo levar os alunos a aplicar estratégias multiplicativas através do modelo retangular, a perceberem a comutatividade da multiplicação através do cálculo em linha ou em coluna e evoluir as aprendizagens na aplicação de estratégias que incluíssem o trabalho da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

4.4.3- Realização da tarefa

A realização da tarefa decorreu como o planificado embora o tempo previsto para a discussão tenha sido excedido em alguns minutos. Inicialmente, foi feita uma breve introdução à tarefa se explicaram as fases de realização da mesma (realização em grupo seguida de uma discussão coletiva das resoluções e conclusões). O enunciado escrito dos problemas foi lido e explicado. Os alunos foram alertados para a necessidade de lerem novamente o enunciado e observarem com atenção as imagens de cada problema e foi-lhes pedido que explicitassem por escrito todos os passos do seu raciocínio na resolução de cada um deles.

Os alunos realizaram a tarefa em grupo e fui monitorizando cada grupo de forma a observar o desenvolvimento do trabalho. Observei que os alunos estavam empenhados, discutindo entre eles as estratégias a aplicar nos problemas. Não ocorreram problemas ao nível do comportamento dos alunos no decorrer do trabalho em grupo nem verifiquei que houvesse dificuldades na resolução dos problemas da tarefa. A partilha das resoluções ocorreu no momento da discussão coletiva onde todos os grupos de trabalho tiveram a oportunidade de apresentar as suas estratégias de resolução. Cada aluno do grupo seria porta-voz, na exposição das estratégias, num problema, pelo que todos os elementos do grupo tinham a oportunidade de apresentar as estratégias do grupo aos colegas. No quarto problema escolheriam entre eles quem seria o porta-voz. Durante discussão, os outros elementos do grupo também poderiam intervir, se necessário, para ajudar a clarificar algum aspeto da resolução.

Na resolução do primeiro problema da tarefa, os alunos utilizaram duas estratégias principais: a contagem dos elementos da imagem e a multiplicação. O quadro 9 procura sistematizar estas estratégias.

Quadro 9- Estratégias de resolução do 1.º problema da tarefa 4 "Cortinas"

Estratégia	Resposta tipo	N.º de grupos
Contagem dos elementos da figura	"Na cortina do quarto do João há 12 rãs. Contámos de 4 em 4"	3
	"Na cortina do quarto do João há 12 rãs. Contámos de 1 em 1"	
Multiplicação	"No quarto do João há 12 rãs. 2 x 6 =12"	1

Quando o grupo que aplicou a multiplicação expôs a sua resolução fiquei um pouco surpresa com a multiplicação apresentada, pelo que pedi que explicassem aos seus colegas a sua resolução.

> Professora: Vocês usaram a multiplicação 2 x 6 para resolver o problema. Gostaria que nos explicasses como pensaram.
>
> Porta-voz do grupo: Nós contámos as rãs. Eram 12. Depois cortámos ao meio a cortina e ficavam duas partes. Cada uma tinha 6 rãs. 2 x 6 = 12.
>
> Professora: Mas a cortina era só uma. Então vamos pensar. Como poderíamos aplicar aqui a multiplicação sem dividir a cortina?
>
> O aluno porta-voz do grupo ficou a pensar e um aluno de outro grupo pediu a palavra.
>
> Aluno1: Eu já sei. Contamos as colunas e as linhas.
>
> Professora: Quantas são as colunas? E as linhas?
>
> Aluno1: São 4 colunas e 3 linhas. Então pode ser 4 x 3 = 12.
>
> Professora: Sim pode ser.
>
> Outro aluno pede a palavra.
>
> Aluno 2: Também pode ser 3 x 4= 12.
>
> Professora: Sim também pode ser.
>
> Aluno 2: Pois porque 4 x 3 dá o mesmo que 3 x 4.

Com esta afirmação final o aluno demonstrou estar a entender a propriedade comutativa da multiplicação. Tinha a expectativa de que os alunos aplicassem a disposição retangular na resolução deste problema, isso só se verificou na discussão. Não foi uma estratégia a que recorressem de imediato e a maioria dos alunos ainda recorreu à contagem como estratégia principal de resolução.

Estes resultados comparados com os do estudo feito pela autora Francisco (2011), com alunos do 3.º ano de escolaridade revelam-se um pouco diferentes. Nesse estudo, para resolver este problema, os alunos utilizaram como estratégias a contagem um a um, a adição com parcelas repetidas (ao que a autora denomina Multiplicação aditiva) e a Multiplicação aplicando a estrutura retangular (tendo sido esta a estratégia mais desenvolvida pelos alunos desse estudo). De facto a única estratégia comum entre os dois estudos foi a de contagem um a um, em que os alunos contaram os elementos da figura.

O segundo problema já exigia um pouco mais de atenção e raciocínio, pois a imagem só exibia uma parte da cortina e eles tinham de calcular o total de flores da cortina. Na resolução deste problema, os alunos utilizaram três estratégias: a contagem dos elementos da imagem, contagem seguida de duplicação e multiplicação. O quadro 10 procura sistematizar estas estratégias.

Quadro 10- Estratégias de resolução do 2.º problema da tarefa 4 “Cortinas”

Estratégia	Resposta tipo	N.º de grupos
Contagem	“ Na cortina da irmã do João há 24 flores. Contámos de 3 em 3.”	1
Contagem seguida de duplicação	Os alunos contaram as flores da parte da cortina exposta na figura. “12 + 12= 24 Na cortina do quarto da irmã do João há 24 flores.” “ Na cortina da irmã do João há 24 flores. Contámos de 1 em 1 e deu 12. 2 x 12 = 24 “	2
Multiplicação	“ No quarto da irmã há 24 flores. 2 x 12 = 24. “	1

De uma maneira geral os alunos usaram a contagem para saber o número de flores da parte da cortina exposta na imagem. Aos alunos que usaram a contagem como estratégia principal questionei: “Como é que contaram se apenas está representada uma parte da cortina?” Um dos alunos respondeu: “Mas se a outra parte era igual contámos duas vezes as flores da figura.” Aí surgiu a expressão “2 x 12= 24” que mais tarde também foi representada por um grupo com estratégia de resolução do problema.

Considerei importante levar os alunos a aplicar a disposição retangular no cálculo do número de flores da parte da cortina visível na imagem. Os alunos chegaram, então às multiplicações: 3 x 4 e 4 x 3.

Um aluno do grupo que aplicou a multiplicação 2 x 12 como estratégia principal de resolução, pediu a palavra para indicar outra estratégia.

> Aluno1: Professora então podemos fazer: 3x 4 = 12; 2 x 12 = 24 .
>
> Professora: Sim. E podemos também representar numa só expressão numérica. Qual foi a expressão que usámos para calcular o número de flores da figura?
>
> Aluno2: 3 x 4
>
> Professora: Quantas vezes, se repete esta expressão na cortina inteira?
>
> Aluno3: Duas vezes.
>
> Professora: Então vamos lá escrever: 2 x 3 x 4.

Os alunos ficaram com ar de surpresa em relação à expressão apresentada. Já tinham calculado expressões numéricas com mais do que uma operação (adições e subtrações) mas nunca com multiplicações. Aproveitei a oportunidade e foquei a atenção dos alunos para a expressão que estava no quadro, a adição com parcelas repetidas e disse-lhes:

> Professora: Agora temos esta adição com parcelas repetidas. 12 + 12 = 24. Quem de vocês quer vir ao quadro e substituir o 12 que está duas vezes na expressão por uma multiplicação?

Houve vários alunos que colocaram o dedo no ar, foi escolhido um aleatoriamente. Esse aluno escreveu no quadro: 4 x 3 + 4 x 3 = 24.

Outro aluno pediu a palavra e disse:

> Aluno1: Professora também poderia ser 3 x 4 + 3 x 4 = 24.
>
> Professora: Sim poderia.

Logo depois houve mais uma intervenção de outro aluno que pediu a palavra.

> Professora: Então outra sugestão?
>
> Aluno2: Sim. 2 x 6 também dá 12.
>
> Professora: Sim é verdade. (Desenhei a cortina a metade da cortina no quadro com 12 flores e fiz dois grupos de 6 flores.) Então vamos substituir o 12 por 2 x 6 para ver como fica.
>
> O aluno veio ao quadro e escreveu: 2 x6 + 2 x 6 = 24
>
> Depois desenhei a outra parte da cortina e voltei a desenhar 12 flores e fiz novamente dois grupos de 6 flores.
>
> Professora: E agora quantos grupos de flores temos?
>
> Alunos: Quatro grupos.
>
> Professora: Então também poderíamos escrever: 4 x 6 = 24

Na discussão das estratégias surgiram algumas expressões equivalentes de resolução do problema e foi dado importância às suas relações. Continuou a verificar-se uma prevalência da resolução deste tipo de problema através da contagem das figuras representadas. A multiplicação foi utilizada mentalmente por alguns alunos, que usaram a contagem, e referem "Contámos duas vezes 12 flores." e representada por escrito por dois grupos.

Estes resultados comparados com os do estudo feito pela autora Francisco (2011) voltaram a revelar a utilização de estratégias diferentes. Nesse estudo, para resolver este problema, os alunos utilizaram como estratégias: a contagem um a um; a Multiplicação aditiva com a contagem das flores de um lado da cortina com a representação de uma adição e um esquema ilustrativo do raciocínio e posteriormente adicionou o mesmo número de flores da outra cortina; apresentam também a Multiplicação aplicando a estrutura retangular (tendo sido novamente a estratégia mais desenvolvida pelos alunos desse estudo).

O terceiro problema também exigia atenção e raciocínio, a imagem representada só exibia uma parte da cortina, era uma cortina diferente da anterior e os alunos tinham de calcular o total de morangos da cortina. Na resolução deste problema, houve dois grupos de alunos que utilizaram duas estratégias corretas: a multiplicação e a contagem seguida de uma multiplicação. O quadro 11 procura sistematizar estas estratégias.

Quadro 11- Estratégias de resolução do 3.º problema da tarefa 4 "Cortinas"

Estratégia	Resposta tipo	N.º de grupos
Multiplicação	"Na cortina da cozinha há 28 morangos. 2 x 14 = 28."	1
Contagem seguida de adição com parcelas repetidas e uma multiplicação	"Na cortina da cozinha há 28 morangos. Contámos de 1 em 1 e deu 14. 2 x 14 = 28"	1

Dois grupos apresentaram resoluções incorretas do problema. Uma delas não tinha qualquer relação com o problema e oralmente esses alunos não conseguiram explicar o seu raciocínio "Na cozinha há 63 morangos. 7x 14 = 63". O outro grupo respondeu " Há 21 morangos na cortina da cozinha.". Oralmente explicaram que contaram 14 morangos na imagem e se a cortina tivesse mais uma linha seria 14 + 7 = 21. Percebe-se que estes alunos não observaram que apenas estava visível metade da cortina e em vez de calcular o dobro das figuras visíveis adicionaram apenas mais uma linha.

Na discussão focaram-se os termos "dobro" e "metade" nas expressões "Metade da cortina está recolhida" e "Calculámos o dobro dos morangos que contámos na figura.". Foram também exploradas expressões equivalentes às representadas pelos alunos, tais como: "7 + 7+ 7 + 7= 4 x 7"; "2 x 2 x7".

Estes resultados comparados com os do estudo feito pela autora Francisco (2011) continuam a mostrar estratégias diferentes. Nesse estudo, para resolver este problema, os alunos utilizaram como estratégias: a contagem um a um; a Multiplicação aditiva (a partir das linhas) e a Multiplicação aplicando a estrutura retangular. As estratégias apresentadas são interessantes contudo parece-me que ocorreram alguns erros de contagem ou do modo como os alunos visionaram a cortina em questão.

No último problema a imagem exibia as duas partes da cortina, uma parte estava fechada e desta forma poderiam ver-se as joaninhas que nela estavam representadas e outra parte estava parcialmente encolhida de modo a mostrar apenas uma linha de joaninhas. Desta vez os alunos tinham de calcular o total de joaninhas da cortina. Na resolução deste problema, os alunos utilizaram quatro estratégias: a contagem dos elementos da imagem, a multiplicação, a adição e a contagem seguida de uma multiplicação. O quadro 12 procura sistematizar estas estratégias.

Quadro 12- Estratégias de resolução do 4.º problema da tarefa 4 "Cortinas"

Estratégia	Resposta tipo	N.º de grupos
Contagem	" Há 32 joaninhas na cortina do quarto do irmão do João. Contámos de 4 em 4."	1
Adição	" Há 32 joaninhas na cortina do quarto do irmão do João. 20 + 12= 32"	1
Multiplicação	" No quarto do irmão há 32 joaninhas. 4 x 8 = 32. "	1
Contagem seguida de adição com parcelas repetidas e uma multiplicação	" Na cortina do irmão do João há 32 joaninhas. Contámos de 4 em 4 e deu 16. 2 x 16 = 32 "	1

Mais uma vez a contagem das figuras da imagem foi predominante. O grupo que utilizou a contagem como estratégia principal explicou que contou as figuras visíveis na imagem e imaginaram as outras que faltavam, pois as duas partes das cortinas eram iguais. O grupo que utilizou a adição mencionou que contou 20 joaninhas da imagem e adicionou as 12 joaninhas que faltavam. É de salientar que fiquei surpresa ao verificar que nenhum dos grupos desenhou as joaninhas que faltavam para poder contar mais facilmente. O grupo que utilizou a multiplicação explicou que imaginou dois grupos de 8 joaninhas na parte visível da cortina e se a outra parte da cortina era igual seriam no total 4 grupos de 8 joaninhas e representaram 4 x 8= 32. Eu questionei: "Como calcularam encontraram o resultado de 4x8?" Os alunos responderam-me que tinham contado as joaninhas do comprimento da janela (com as duas partes da cortina) equivalia a uma linha de 8 joaninhas. Na altura da janela repetiam-se 4 linhas de 8 joaninhas. Depois fizeram mentalmente "8 + 8 + 8 + 8 = 32" portanto mais uma vez a estratégia de contagem seguida de adição com parcelas repetidas. Embora tivessem representado esse raciocínio com a expressão "4 x 8 = 32" só na discussão se percebeu os pormenores de todo o raciocínio. Um aluno lançou para a discussão outra expressão equivalente que também foi explorada coletivamente: "8 x 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4+ 4= 32".

Estes resultados comparados com os do estudo feito pela autora Francisco (2011) continuam a mostrar estratégias diferentes. Nesse estudo, para resolver este problema, os alunos utilizaram como estratégias: a contagem um a um; a Multiplicação aditiva (a partir das linhas) e a Multiplicação aplicando a estrutura retangular.

Observei que os meus alunos ainda estão muito dependentes da contagem, não sendo ainda totalmente evidente a utilização das potencialidades do modelo retangular (apesar de ter sido trabalhado nas tarefas anteriores) enquanto os alunos do estudo de Francisco (2011) já usam predominantemente a multiplicação aplicando o modelo retangular. Mendes e Delgado (2008) afirmam que as estruturas retangulares potenciam o uso da multiplicação. Alguns alunos de ambos os estudos revelaram raciocínio de base aditivo que representaram com facilidade para a multiplicação.

No meu estudo posso dizer que se verificou um reforço da compreensão das relações entre a adição e a multiplicação e a maioria dos alunos demonstrou reconhecer a equivalência de expressões aditivas e multiplicativas, aspetos focados por Rocha e Menino (2009) ao analisarem as estratégias usadas por alunos que realizaram esta tarefa no âmbito da investigação relativa ao desenvolvimento do sentido do número na multiplicação. Nesta tarefa a maioria dos alunos manifestaram compreender a aplicação da propriedade comutativa e o uso da noção de dobro e metade o que vai de encontro aos dados evidenciados pelos investigadores. A partilha de estratégias aquando da discussão coletiva permitiu uma melhor perceção das ideias dos alunos e fez surgir novas estratégias que, certamente, enriqueceram o conhecimento dos alunos.

A comparação entre as estratégias dos dois estudos foi interessante na medida em se observa que num mesmo problema o quanto são diferentes os raciocínios e estratégias dos alunos. Não devemos esquecer que os participantes deste estudo são alunos do 2.º ano, que estão a dar os primeiros passos em tarefas que trabalham a multiplicação e os participantes do estudo de Francisco (2011) são alunos do 3.º ano que decerto têm mais conhecimentos relativamente a esta operação.

4.5 Tarefa 5 "Pares de sapatos"

4.5.1- Breve descrição

Esta tarefa (Anexo 5) foi planificada para ser realizada durante 45 minutos. Para a sua realização desta tarefa organizaram-se 6 pares de alunos. Nos primeiros 5 minutos, a tarefa foi apresentada aos alunos através da leitura e explicação do seu enunciado escrito, por parte da professora. Cada par de alunos tinha ao seu dispor a ficha de trabalho que continha duas questões e foram informados que dispunham de 20 minutos para as resolver. Passado esse tempo passava-se à discussão coletiva das resoluções das questões. Esta discussão tinha prevista a duração de 20 minutos.

4.5.2- Intencionalidade da tarefa

Esta tarefa, permite trabalhar a multiplicação, a realização de estimativas, a construção da tabuada do 2 e a descoberta de regularidades tanto no preenchimento de uma tabela como na observação dos produtos da tabuada do 2. A temática da tarefa "pares de sapatos" era de fácil compreensão para os alunos e a imagem da primeira questão juntamente com o preenchimento da tabela, nessa mesma questão, pareceu um bom ponto de partida para que os alunos fizessem a construção da tabuada do 2 na segunda questão. Tinha então intenção que os alunos em trabalho de pares fizessem essa construção por descoberta e não por introdução minha.

4.5.3- Realização da tarefa

A realização da tarefa decorreu dentro do tempo previsto e os alunos interagiram bem com este tipo de trabalho a pares. Foi feita uma breve introdução à tarefa onde lhes foram explicadas as fases da sua realização e foi feita a leitura do enunciado escrito das questões por parte da professora. Surgiram duas dúvidas: *"O que era uma estimativa?"* e *"O que são regularidades?".* Tentei explicar aos alunos essas noções usando alguns exemplos práticos no caso da primeira dúvida e recordei uma sequência, já efetuada anteriormente no manual escolar, em que eles tinham trabalhado regularidades para responder à segunda questão.

Na primeira questão da tarefa os alunos podiam visualizar uma imagem que continha 13 sacos e era-lhes dito que cada saco continha um par de sapatos. Para iniciar teriam de fazer a estimativa do número total de sapatos que estariam em todos os sacos da imagem.

Verifiquei que quatro pares de alunos não terão realizado estimativa uma vez que alguns deles mencionaram que tinham feito a contagem na imagem de dois em dois, um par de alunos fez uma estimativa aproximada ao valor real de sapatos respondendo 24 sapatos e outro par respondeu 13 sapatos tendo explicado na discussão que pensou em 13 pares de sapatos e não no número total de sapatos.

No que diz respeito ao completar da tabela todos o fizeram da forma correta. A maioria dos alunos preencheu a tabela usando como estratégia a contagem através da adição repetida do 2. O resultado final pode ser visualizado na figura 2.

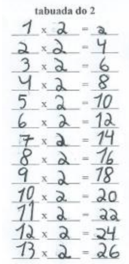
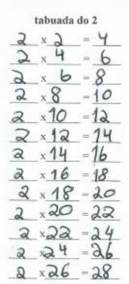
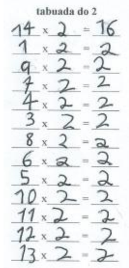
Número de sacas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Número de sapatos	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26

Figura 2: Tabela preenchida pelos alunos na 1.ª questão da tarefa 5

Pode-se dizer que o fizeram com sucesso e sem evidenciar dificuldades. O preenchimento de tabelas deste tipo já tinha sido trabalhado noutras ocasiões, no estudo de outros conteúdos matemáticos, também me pareceu que não tiveram dificuldade nesse aspeto.

Na segunda questão da tarefa, os alunos tomando como base a tabela teriam de construir a tabuado do 2. O quadro 13 procura mostrar as resoluções dos alunos.

Quadro 13- Resolução da 2.ª questão da tarefa 5 “Pares de sapatos”

Observações	Resposta tipo	N.º de pares de alunos
Estes alunos construíram a tabuada do 2 como era pretendido e recorrendo à tabela que preencheram anteriormente. Um destes pares tinha iniciado a construção da tabuada ao contrário em vez de 1x2 via-se 2x1 mas depois de os alertar qual era o número de sapatos que se repetia nos sacos eles perceberam como teriam de construir a tabuada do 2.	 tabuada do 2 1 x 2 = 2 2 x 2 = 4 3 x 2 = 6 4 x 2 = 8 5 x 2 = 10 6 x 2 = 12 7 x 2 = 14 8 x 2 = 16 9 x 2 = 18 10 x 2 = 20 11 x 2 = 22 12 x 2 = 24 13 x 2 = 26	4
Estes alunos construíram a tabuada do 2 de forma errada e nada tem a ver com a tabela preenchida anteriormente. Na discussão explicaram que num lado da multiplicação colocaram o 2 e no outro lado colocaram o resultado do total de sapatos de cada coluna da tabela anterior. Depois realizaram a soma dos dois números.	 tabuada do 2 2 x 2 = 4 2 x 4 = 6 2 x 6 = 8 2 x 8 = 10 2 x 10 = 12 2 x 12 = 14 2 x 14 = 16 2 x 16 = 18 2 x 18 = 20 2 x 20 = 22 2 x 22 = 24 2 x 24 = 26 2 x 26 = 28	1
Estes alunos também construíram a tabuada do 2 de forma errada e de forma incompreensível. Nem eles conseguiram explicar como o fizeram.	 tabuada do 2 14 x 2 = 16 1 x 2 = 2 9 x 2 = 2 7 x 2 = 2 4 x 2 = 2 3 x 2 = 2 8 x 2 = 2 6 x 2 = 2 5 x 2 = 2 10 x 2 = 2 11 x 2 = 2 12 x 2 = 2 13 x 2 = 2	1

Ainda nesta questão era-lhes pedido que encontrassem regularidades nos resultados da tabuada do 2. Dos pares de alunos que construíram acertadamente a tabuada do 2, um par respondeu “ Nos resultados finais da tabuada do 2 podemos encontrar números de 2 em 2 e são todos números pares.”, dois pares de alunos responderam “A regularidade é que os resultados são de 2 em 2.” e o outro par respondeu “Os resultados da tabuada do 2 são todos números pares.”. Apenas um par respondeu de forma mais completa, no entanto os outros pares encontram pelo menos uma regularidade nos produtos da tabuada do 2. Os pares que não construíram corretamente a tabuada do 2, não encontraram regularidades que se identificassem com a tabuada do 2 e nem com a construção de tabuada do 2 que “criaram” apresentando as seguintes respostas: “2 em 2 até 26 e 1 em 1 até 13” e “A regularidade é há duas vezes mais e também cada vez um número par e ímpar.” Como se pode observar estas respostas não estão de acordo com o trabalho realizado.

A etapa da discussão mostrou-se muito importante para clarificar as dúvidas que surgiram por parte de alguns alunos e pela partilha de raciocínios dos alunos. Foi uma tarefa que considero que foi bem conseguida e que após a discussão foi compreendida por todos os alunos.

4.6 Tarefa 6 "Tabuada do 4"

4.6.1- Breve descrição

Esta tarefa (Anexo 6) foi planificada para ser realizada durante 45 minutos. Para a sua realização organizaram-se 6 pares de alunos. Nos primeiros 5 minutos, a tarefa foi apresentada aos alunos através da leitura e explicação do enunciado escrito, por parte da professora. Cada par de alunos tinha ao seu dispor a ficha de trabalho que continha uma questão principal com três alíneas. Os alunos foram informados que dispunham de 20 minutos para resolver a tarefa. Terminado esse tempo passava-se à discussão coletiva dos raciocínios, estratégias e resoluções aplicadas em cada alínea da questão. Esta discussão tinha prevista a duração de 20 minutos.

4.6.2- Intencionalidade da tarefa

Esta tarefa, permite trabalhar a multiplicação com a construção da tabuada do 4 a partir da tabuada do 2 e do conceito de dobro. Pretende, também, trabalhar a procura de regularidades para que os alunos apropriem e memorizem melhor os produtos da tabuada do 4 e uma abordagem do conceito de quádruplo. A última alínea da tarefa consiste no exercício de completar lacunas em dez multiplicações que pertencem à tabela da construção da tabuada do 4 mas estão colocadas de forma desordenada e não na sequência 1 x 4 = 4, 2 x 4 = 8, 3 x 4 = 12… Assim pretende-se que os alunos raciocinem para calcular os produtos da tabuada a partir do estabelecimento de relações numéricas entre produtos já conhecidos e usando as propriedades da multiplicação e não se limitem a reconhecer estes produtos por resultados da contagem de 4 em 4.

4.6.3- Realização da tarefa

A realização da tarefa ultrapassou o tempo previsto devido a uma extensão feita à tarefa na fase da discussão que demorou mais 10 minutos. Os alunos continuaram a interagir bem entre pares, desta vez os pares constituídos foram diferentes em relação à tarefa anterior. Foi feita uma breve introdução à tarefa onde lhes foram explicadas as fases da sua realização e foi feita a leitura do enunciado escrito da questão principal e das suas alíneas por parte da professora. Desta vez os alunos não colocaram a dúvida “O que são regularidades?” mas eu estava com alguma curiosidade de saber se os alunos desta vez iriam descobrir as regularidades com facilidade.

Relativamente à resolução da primeira alínea verificou-se que os alunos perceberam o motivo pelo qual tinham de preencher na tabela duas vezes a tabuada do 2 para posteriormente construir a tabuada do 4, na discussão um aluno explicou: “ O quatro é o dobro de 2 e por isso fizermos duas vezes a tabuada do 2 e juntarmos os resultados sabemos a tabuada do 4.”. No quadro 14 observa-se o preenchimento da tabela por parte dos alunos. No geral houve sucesso nesse preenchimento.

Quadro 14- Resolução da alínea a) da tarefa 6 “Tabuada do 4”

<table>
<tr><th>Estratégias</th><th>Resposta tipo</th><th>N.º de pares de alunos</th></tr>
<tr><td>Estes alunos construíram a tabuada do 4 como era pretendido. Durante a discussão explicaram as estratégias que utilizaram para preencher a tabela. Começaram pelo preenchimento da tabuada do 2 e fizeram duas vezes. Alguns ainda referiram que o fizeram com contagens de 2 em 2. Na construção da tabuada do 4 evidenciaram duas estratégias diferentes. Houve alunos que construíram a tabuada do 4 fazendo a soma dos produtos da tabuada do 2 que era o que verificavam nas linhas já preenchidas na tabela. Outros explicaram, que observaram na tabuada do 4 uma contagem de 4 em 4 e assim sendo juntavam 4 a um produto para saber o próximo.</td><td><table>
<tr><td>x</td><td>2</td><td>2</td><td>4</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>4</td></tr>
<tr><td>2</td><td>4</td><td>4</td><td>8</td></tr>
<tr><td>3</td><td>6</td><td>6</td><td>12</td></tr>
<tr><td>4</td><td>8</td><td>8</td><td>16</td></tr>
<tr><td>5</td><td>10</td><td>10</td><td>20</td></tr>
<tr><td>6</td><td>12</td><td>12</td><td>24</td></tr>
<tr><td>7</td><td>14</td><td>14</td><td>28</td></tr>
<tr><td>8</td><td>16</td><td>16</td><td>32</td></tr>
<tr><td>9</td><td>18</td><td>18</td><td>36</td></tr>
<tr><td>10</td><td>20</td><td>20</td><td>40</td></tr>
<tr><td>11</td><td>22</td><td>22</td><td>44</td></tr>
<tr><td>12</td><td>24</td><td>24</td><td>48</td></tr>
</table></td><td>5</td></tr>
<tr><td>Estes alunos enganaram-se no produto de 12 x 2 mas construíram a tabuada do 4 corretamente. Quando lhes foi pedido para explicar a sua estratégia de construção da tabuada do 4 mencionaram “Como na tabuada tínhamos sempre mais 4 fomos somando sempre 4 ao último resultado”. Isso explica que apesar do erro do produto de 12x2 eles acertaram no produto 12 x4 respondendo 48. Caso, tivessem usado a estratégia das somas dos produtos das duas tabuadas do 2 teriam respondido erradamente 12 x 4= 52.</td><td><table>
<tr><td>x</td><td>2</td><td>2</td><td>4</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>4</td></tr>
<tr><td>2</td><td>4</td><td>4</td><td>8</td></tr>
<tr><td>3</td><td>6</td><td>6</td><td>12</td></tr>
<tr><td>4</td><td>8</td><td>8</td><td>16</td></tr>
<tr><td>5</td><td>10</td><td>10</td><td>20</td></tr>
<tr><td>6</td><td>12</td><td>12</td><td>24</td></tr>
<tr><td>7</td><td>14</td><td>14</td><td>28</td></tr>
<tr><td>8</td><td>16</td><td>16</td><td>32</td></tr>
<tr><td>9</td><td>18</td><td>18</td><td>36</td></tr>
<tr><td>10</td><td>20</td><td>20</td><td>40</td></tr>
<tr><td>11</td><td>22</td><td>22</td><td>44</td></tr>
<tr><td>12</td><td>26</td><td>26</td><td>48</td></tr>
</table></td><td>1</td></tr>
</table>

Na alínea b) os alunos teriam de encontrar regularidades, nos produtos da tabuada do 4 que constavam na tabela preenchida por eles na alínea anterior. Considero que os alunos continuam a ter dificuldade em encontrar regularidades e quando as encontram evidenciam muitas dificuldades em exprimi-las em linguagem escrita com os termos matemáticos corretos. Verifiquei que dois pares de alunos responderam “ A regularidade que encontramos foi que os resultados andam de 4 em 4" e " A regularidade que encontramos foi de 4 em 4.", outro par respondeu "A regularidade da tabuada do 4 é pares.", outro par responder "Nos resultados da tabuada do 4 podemos encontrar a regularidade de 4 em 4 e os números são sempre pares." e houve dois pares que não conseguiram encontrar regularidades. A maioria dos alunos, evidenciaram durante a construção da tabuada do 4, reconhecer que os produtos da tabuada do 4 correspondem a uma contagem de 4 em 4. Alguns alunos compreenderam que os produtos da tabuada do 4 são números pares. Faltou os alunos constatarem que o algarismo das unidades desses produtos corresponde à sequência 4, 8, 2, 6, 0… Coube-me a mim, durante a discussão, o papel de os direcionar para a visualização dessa regularidade.

Na alínea c) os alunos tinham de completar lacunas em algumas multiplicações de modo a completar corretamente as igualdades. Nas resoluções verifiquei que apenas um par completou as igualdades corretamente sendo a resolução a que se pode observar na figura 3.

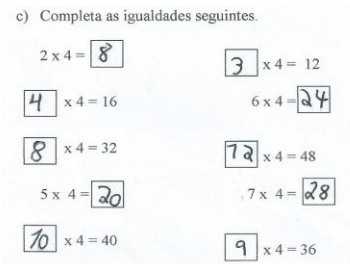


Figura 3- Resolução da alínea c) da tarefa 6

Todos os outros pares de alunos cometeram algumas incorreções. Dois pares de alunos completaram incorretamente dois produtos, um par de alunos completaram incorretamente três produtos, um par de alunos completaram incorretamente sete produtos e um par de alunos completou corretamente apenas uma das igualdades. Atendendo que estas igualdades correspondiam a multiplicações da tabuada do 4 e que estavam representadas na tabela que os alunos completaram na alíneas a) e que a coluna da tabuada do 4 foi aquela em que os alunos não apresentaram erros de preenchimento. Ao observar estes resultados coloquei duas hipóteses, numa ponderei que a maioria dos alunos, resolveu a alínea c) com pouca atenção e pelas suas reações no ato da discussão penso que não foi de todo descabida esta hipótese. Outra hipótese prende-se com a falta de destreza de cálculo de produtos com a tabuada do 4 e o modo como lhes foram apresentados. Pois os alunos demonstram regularmente muitas vezes dificuldades na resolução de exercícios em que têm de completar igualdades com lacunas.

Na discussão foi ainda abordado o conceito de quádruplo, que também era uma das intencionalidades da tarefa, para essa abordagem recorri à tabela preenchida na alínea a) da tarefa, onde os alunos observaram alguns exemplos como: 4 é o quádruplo de 1; 8 é o quádruplo de 2…e não foi difícil para alguns alunos descobrirem *"Professora para saber o quádruplo é fazer a tabuada do 4."*. Como estávamos no final da discussão resolvi fazer um extensão da tarefa desafiando-os para elaborarmos, em conjunto, dois problemas em que tivessem de calcular o quádruplo, a imagem 4 mostra-nos os dois problemas que os alunos elaboraram. Nota-se que recorreram a temas simples e que lhe eram familiares e quiseram usar nomes de colegas da turma.

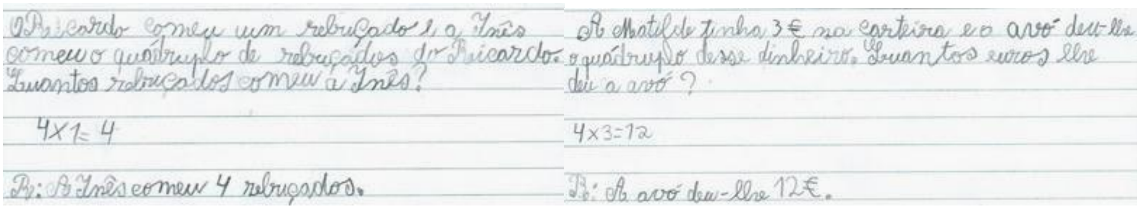


Figura 4- Problemas elaborados pelos alunos na tarefa 6.

O facto de serem problemas que tinham significado para estes alunos e de terem feito parte da sua elaboração revelou-se muito importante e isso verificou-se no empenho e participação dos alunos em todo o trabalho desenvolvido, desde a elaboração à sua realização. Relativamente ao conceito de quádruplo, esta extensão da tarefa apesar de não ter sido planeada, demonstrou-se importante para ajudar alguns alunos com mais dificuldades a compreender melhor este conceito.

4.7 Tarefa 7 "Tabuada do 5"

4.7.1- Breve descrição

Esta tarefa (Anexo 7) foi planificada para ser realizada durante 60 minutos. Para a realização desta tarefa os alunos trabalharam coletivamente com a professora. O tempo planificado foi preenchido na totalidade com discussão coletiva. Cada aluno tinha ao seu dispor a ficha de trabalho que servia de guião da discussão, onde os alunos registariam os vários raciocínios. Os enunciados escritos foram lidos pela professora que, no decorrer da tarefa, foi desafiando e interagindo com os alunos de forma a colaborar com estes na construção das suas aprendizagens. Foram usadas as mãos dos alunos e cartazes com figuras de mãos como material manipulativo. Já os autores Ponte e Serrazina (2000, p.116) referiram que a manipulação de material pelos alunos devidamente orientada pode "facilitar a construção de certos conceitos" e "servir para representar conceitos que eles já conhecem por outras experiências e atividades, permitindo assim a sua melhor estruturação", as mãos sendo uma parte do corpo considerei um bom "material" de trabalho para esta tarefa.

4.7.2- Intencionalidade da tarefa

Esta tarefa, teve como objetivo o trabalho da multiplicação com a construção da tabuada do 5 e desenvolver o cálculo mental. Nesta discussão coletiva pretendeu-se que os alunos após a construção da referida tabuada procurassem regularidades nos produtos e a abordagem do conceito de quíntuplo. Esta tarefa explora a propriedade comutativa da multiplicação e a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição principalmente quando os alunos tiverem de fazer o registo "Como pensaste?".

4.7.3- Realização da tarefa

A realização da tarefa decorreu dentro do tempo previsto. Os alunos colaboraram no trabalho proposto. Foi um trabalho com base no diálogo e no registo dos raciocínios que foram criando.

O trabalho desenvolvido na tarefa foi desenvolvido em cinco fases. Na primeira fase, foi sugerido que olhassem para uma das suas mãos e que me dissessem quantos dedos tinha ao que responderam acertadamente "5 dedos". Depois voltei a questionar quantos dedos tinham as duas mãos ao que responderam "10 dedos". Depois disso, ouvimos um aluno dizer " Então 2 x 5 são 10." e outro aluno a dizer "É igual a 5 x 2, também dá 10.". Esta intervenção revelou que os alunos perceberam a propriedade comutativa da multiplicação, já trabalhada nas tarefas anteriores. Depois registámos no quadro o raciocínio feito anteriormente e na ficha de trabalho que os alunos dispunham, como se pode ver na figura 5.

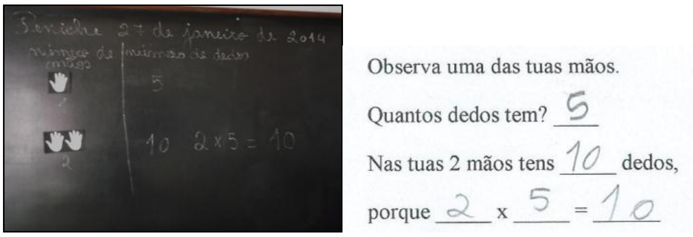


Figura 5- Registos escritos dos primeiros raciocínios da multiplicação por 5

Na segunda fase foi pedido aos alunos que visualizassem na ficha de trabalho a tabela que continha as colunas “Número de mãos”, “Número de dedos” e “ Como pensaste?”. Inicialmente foi feita a exploração das duas primeiras colunas, usando as mãos dos alunos e fazendo um registo no quadro com figuras de mãos. Alguns alunos vinham ao quadro, viravam-se para os colegas e levantavam as mãos que lhes eram pedidas. Depois havia um aluno que tinha a função de contar as mãos e os dedos das mesmas. Na contagem os alunos foram estimulados a evitar a contagem um a um. Eram colocadas no quadro imagens correspondentes a esse número de mãos e registado nas colunas “número de mãos”, “número de dedos” os resultados das contagens feitas. No quadro foi acrescentada uma outra coluna “multiplicação” onde, depois das referidas contagens, ia um aluno ao quadro escrever a multiplicação correspondente fazendo a explicação da mesma “Temos quatro mãos, cada uma com cinco dedos então 4 x 5= 20” a par desta tarefa os alunos iam registando nas colunas “Número de mãos” e “Número de dedos” da ficha de trabalho e colocavam a multiplicação na coluna “Como pensaste?”. A figura 6 mostra os resultados deste trabalho realizado no quadro.

Todo o trabalho teve como base a estratégia de contagem através da adição repetida do 5, contudo os alunos não manifestaram dificuldades na apresentação das multiplicações do número de mãos pelo número dedos de cada uma para calcular o número de total de dedos de um determinado conjunto de mãos.

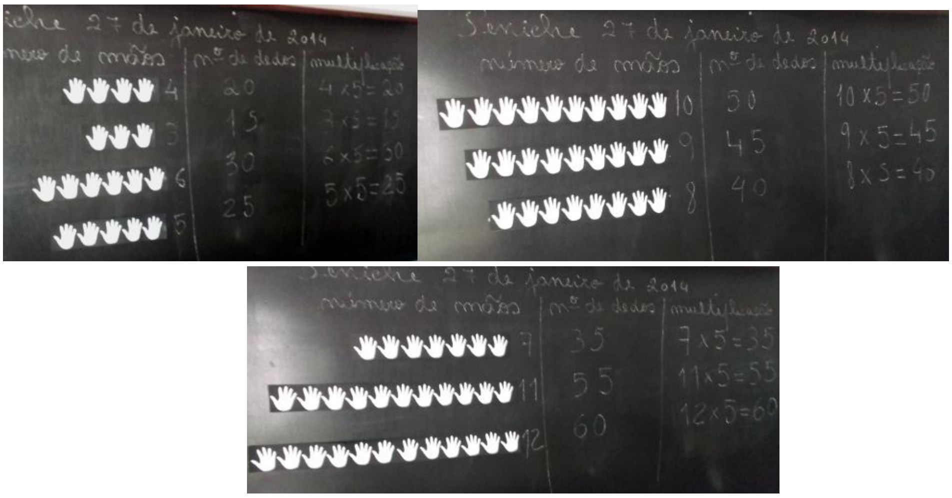
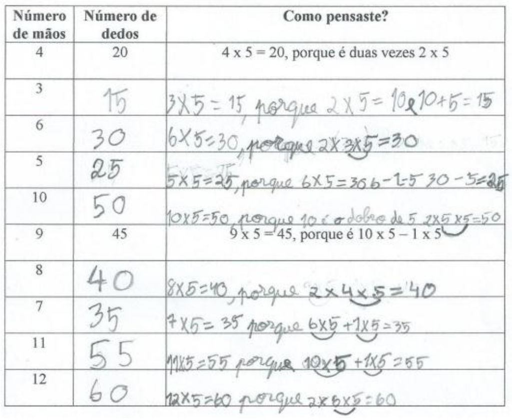


Figura 6-Registos no quadro da contagem e registo escrito nas colunas “Número de mãos” e “Número de dedos” e a multiplicação por 5 associada

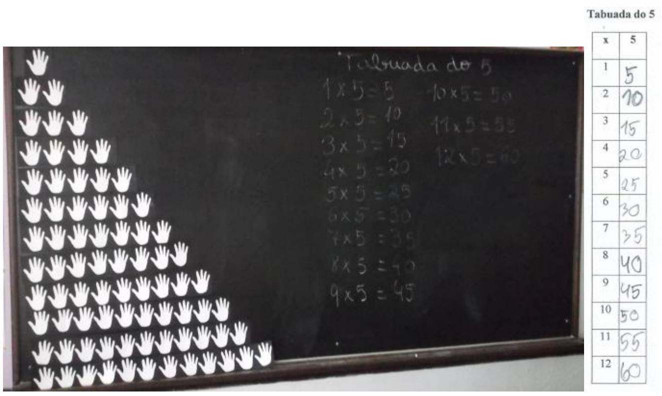
Na terceira fase, foi lançado mais um desafio aos alunos, estes teriam de conseguir elaborar estratégias de cálculo que explicassem o resultado de uma determinada multiplicação, usando as expressões numéricas com as multiplicações que iam descobrindo. Propositadamente, o número de mãos não foi apresentado da forma tradicional (adicionando sempre mais 5) para estimular o estabelecimento de relações numéricas multiplicativas, com recurso às propriedades. Nos cálculos apresentados podemos verificar que aplicaram a noção de dobro, recorreram a multiplicações descobertas em linhas anteriores, aplicaram a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição usando a decomposição do primeiro fator (como por exemplo: 7x5 = 6x5+1x5=35); aplicaram a propriedade associativa da multiplicação usando a noção de dobro (como no exemplo 8x5=2x4x5=40; duas vezes 4x5 que era um produto descoberto numa linha anterior); e usaram a subtração no raciocínio 5x5=25; 6x5=30; 6-1=5; 30-5=25. Este último raciocínio evidencia o uso implícito da relação: 5x5=6x5-5=25. Foi uma fase da tarefa muito rica em raciocínios e estratégias de cálculo e o resultado final desta discussão foi muito positivo. Os vários raciocínios podem ser observados na figura 7.



Número de mãos	Número de dedos	Como pensaste?
4	20	4 x 5 = 20, porque é duas vezes 2 x 5
3	15	3X5 = 15, porque 2 X 5 = 10 e 10+5 = 15
6	30	6X5=30, porque 2X3X5=30
5	25	5X5=25, porque 6X5=30 6-1=5 30-5=25
10	50	10X5=50, porque 10 é o dobro de 5 2X5X5=50
9	45	9 x 5 = 45, porque é 10 x 5 – 1 x 5
8	40	8X5=40, porque 2x4x5=40
7	35	7X5= 35 porque 6X5 +1X5=35
11	55	11X5=55 porque 10X5 +1X5=55
12	60	12X5=60 porque 2X6X5=60

Figura 7-Preenchimento da tabela da ficha de trabalho da tarefa 7

Na quarta fase os alunos utilizaram os cartazes usados na segunda fase, colando-os no quadro ordenadamente, como se pode observar na figura 8, construindo posteriormente a tabuada do 5 o que os ajudou no preenchimento da tabela de dupla entrada que estava representada na ficha de trabalho como se pode observar também na figura 8. Ainda nesta fase foi explorado o conceito de quíntuplo “ 5 é o quíntuplo de 1”, “ 10 é o quíntuplo de 2”…



x	5
1	5
2	10
3	15
4	20
5	25
6	30
7	35
8	40
9	45
10	50
11	55
12	60

Figura 8- Construção da tabuada do 5

Depois de todo este trabalho e ainda com os cartazes colados no quadro foi pedido aos alunos que encontrassem regularidades nos produtos da tabuada do 5. Esta constituiu a última fase da tarefa. Nesta tabuada reparei que os alunos encontraram com facilidade as regularidades. As expressões “na tabuada do 5, os resultados estão de 5 em 5”, “nos resultados da tabuada do 5 o algarismo das unidades é 0 ou 5”, “os resultados da tabuada do 5 é sempre mais 5” são exemplos de regularidades encontradas pelos alunos, o que evidencia a importância de um trabalho continuado nesse domínio.

Na globalidade a tarefa desenvolveu-se com sucesso, os alunos compreenderam bem a tabuada do 5, desenvolveram raciocínios analíticos de alguma complexidade, estabelecendo relações numéricas assentes na compreensão das propriedades da multiplicação. Por conseguinte, considero que foi uma discussão coletiva muito produtiva e enriquecedora para os alunos.

4.8 Tarefa 8 "Tabuada do 10"

4.8.1- Breve descrição

Esta tarefa (Anexo 8) foi planificada para ser realizada durante 45 minutos. Para a sua realização organizaram-se 6 pares de alunos. Nos primeiros 5 minutos, a tarefa foi apresentada aos alunos através da leitura e explicação do enunciado escrito, por parte da professora. Cada par de alunos tinha ao seu dispor a ficha de trabalho da tarefa que continha quatro questões e dispunham de 20 minutos para as resolver. Concluído esse tempo passava-se à discussão coletiva das resoluções das questões, que tinha duração prevista de 20 minutos.

4.8.2- Intencionalidade da tarefa

Esta tarefa, permite trabalhar a multiplicação com a construção da tabuada do 10 recorrendo à comparação dos números 5 e 10 e suas relações (noções de dobro e metade) para que posteriormente, a partir da tabuada do 5, os alunos construíssem a tabuada do 10. Esta tarefa, também, pretende trabalhar a procura de regularidades para que os alunos apropriem e memorizem melhor os produtos da tabuada do 10 e calculem outros produtos que incluam a multiplicação por 10.

4.8.3- Realização da tarefa

A realização da tarefa decorreu dentro do tempo previsto. Os alunos continuaram a interagir bem entre pares e colaboraram no trabalho proposto com empenho. Foi feita uma breve introdução à tarefa onde lhes foram explicadas as fases da sua realização e foi feita a leitura do enunciado das questões da tarefa, por parte da professora.

A primeira questão pretendia que os alunos comparassem os números 5 e 10 dizendo que 10 é o dobro de 5 e que o 5 é a metade de 10. No quadro 15 podemos observar que 3 pares de alunos mencionaram na sua resposta que 10 é o dobro de 5 e um destes pares menciona também que 5 é metade de 10. Há um outro par que na discussão menciona que 10 é o dobro de 5 mas no seu registo escrito apresenta uma adição com parcela repetida "…10 é 5+5.". Um par só identifica o número 5 como sendo menor que 10 e um outro par regista "… o 5 é o dobro de 10." embora na discussão tenham reconhecido que se enganaram e o que deveriam ter escrito que o 10 é o dobro de 5.

Quadro 15- Respostas dos alunos à 1.ª questão da tarefa 8 "Tabuada do 10"

Resposta tipo	N.º de pares
"Nós podemos dizer que 5 é metade de 10 e o 10 é o dobro de 5."	1
"O número 10 é o dobro do 5."	2
"Podemos dizer que 10 é 5+5."	1
"O 5 é menor do que o 10."	1
"Nós reparamos que o 5 é o dobro de 10."	1

Na segunda questão os alunos teriam de construir a tabuada do 10 a partir da tabuada do 5. Na figura 9 podemos observar o preenchimento da tabela que constava nesta questão, sendo esta a resolução comum a 5 pares de alunos. A figura 10 corresponde à resolução de um dos pares que preencheu incorretamente a coluna da tabuada do 5, no entanto estes alunos preencheram de forma correta a coluna correspondente à tabuada do 10. Na discussão pedi que estes dois alunos que fossem ao quadro fazer a tabuada do 5 e verifiquei que a construíram corretamente. Pelo que depreendo que aquele registo foi feito com pouco cuidado e falta de atenção.

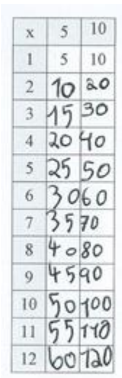


Figura 9- Resolução da 2.ª questão da tarefa 8 de 5 pares de alunos

Figura 10- Resolução da 2.ª questão da tarefa 8 de um par de alunos

Na discussão os alunos explicaram como construíram a tabuada do 10. Na maioria destes pares começaram por preencher a coluna da tabuada do 5 e só depois preencheram a coluna da tabuada do 10.

> Professora: Então como construíram a tabuada do 10?
>
> Aluno1: Nós já sabíamos que o 10 é o dobro do 5. No exemplo já tinha 1x5=5 e 1x10= 10 então fizemos 2x5=10 e 2x10 tinha que ser o dobro de 10 então era o 20.
>
> Professora: E calcularam o 20 mentalmente?
>
> Aluno1: Fizemos de cabeça 10+10=20.
>
> Aluno2: Mas também podia ser 2x10=20.
>
> Aluno3: Mas nós fizemos diferente.
>
> Professora: Então como foi?
>
> Aluno3: Fizemos as primeiras contas da tabuada calculando o dobro. Depois vimos que na tabuada do10 os números acabam todos em zero e podemos ver 1x10 escrevo o 1 e acrescento um zero e fica 10, 2x10 escrevo o 2 e acrescento o zero e fica 20 e é sempre assim.

Verifiquei que os alunos construíram com facilidade a tabuada do 10, uns tendo visualizado a regularidade (nos produtos da tabuada do 10 o algarismo das unidades é sempre um zero), outros efetuaram contagens através da adição repetida do 10.

Nesta questão os alunos tinham ainda de encontrar regularidades nos produtos da tabuada do 10, podemos observar as várias respostas dos alunos no quadro 16. Os alunos não demonstraram dificuldades em encontrar regularidades nesta tabuada e verificou-se que a contagem "de 10 em 10" esteve presente em todas as respostas.

Quadro 16- Regularidades encontradas pelos alunos nos produtos da tabuada do 10

Resposta tipo	N.º de pares
"Os resultados da tabuada do 10 são números de 10 em 10."	2
"Nos resultados da tabuada do 10 podemos ver que os números são todos pares e são de 10 em 10."	2
"Na tabuada do 10 os resultados terminam todos em zero e vão de 10 em 10."	1

Na terceira questão estavam dois conjuntos de números em que os alunos tinham de encontrar um número intruso em cada conjunto. No conjunto A, 5 pares de alunos identificaram corretamente o intruso destacando o número 22 e apenas um par identificou o número 55 como sendo o intruso, não dando uma justificação compreensível. Enquanto os outros alunos justificaram a sua escolha de forma compreensível.

Professora: Porque escolheram o número 22?

Aluno1: O intruso é o 22 porque os outros números terminam em 5 ou em 0 e o 22 termina num 2.

Professora: Querem dizer que os algarismos das unidades dos números desse conjunto são 5 ou 0 e só o número 22 é que tem o 2 no algarismo das unidades.

Alunos: Sim.

Professora: Então os números deste conjunto fazem-vos lembrar alguma tabuada?

Aluno 2: Os resultados da tabuada do 5 também têm 0 e 5.

Aluno 3: O 22 não pertence à tabuada do 5.

No conjunto B, todos os alunos identificaram corretamente o número intruso, destacando o número 55 e justificaram a sua escolha de forma compreensível.

Professora: Porque escolheram o número 55?

Aluno4: O intruso é o 55 porque os outros números têm o 0 no algarismo das unidades e o 55 tem um 5 no algarismo das unidades.

Aluno 5: Os outros números são da tabuada do 10 porque terminam em 0.

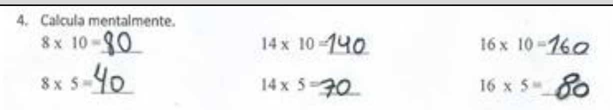
Professora: O algarismo das unidades desse número é zero. Concordam todos com estes colegas?

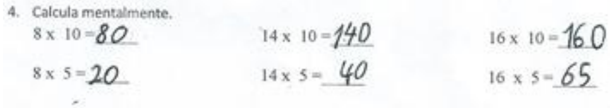
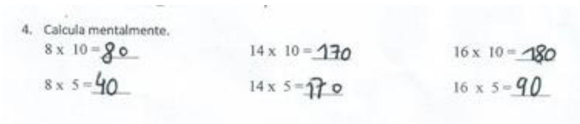
Alunos: Sim.

Nesta questão não se observaram muitas dificuldades e parece-me que a maioria dos alunos retirou dele as aprendizagens necessárias.

A última questão da tarefa desenvolvia o cálculo mental com multiplicações de números por 10 e por 5. Onde os conceitos de dobro e metade também eram trabalhados. No quadro 17 estão representados os registos escritos dos alunos e as observações que se podem retirar deles.

Quadro 17- Registos escritos dos alunos na 4.ª questão da tarefa 8

<table>
<tr><th>Resposta tipo</th><th>N.º de pares de alunos</th></tr>
<tr><td>
4. Calcula mentalmente.
8 x 10 = 80   14 x 10 = 140   16 x 10 = 160
8 x 5 = 40   14 x 5 = 70   16 x 5 = 80</td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="2">Observações: Os alunos resolveram corretamente a questão e na discussão evidenciaram que compreenderam que os pares de multiplicações (por exemplo 8x10 e 8x5) correspondiam às noções de metade e dobro e ao resolver a multiplicação 8x5 teriam de recorrer ao cálculo da metade do produto de 8x10. Relembraram ainda que o 10 é o dobro de 5 e 5 é metade de 10.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>
4. Calcula mentalmente.
8 x 10 = 80   14 x 10 = 140   16 x 10 = 160
8 x 5 = 20   14 x 5 = 40   16 x 5 = 65</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Observações: Os alunos resolveram corretamente as multiplicações de um número por 10. Contudo, não resolveram corretamente as multiplicações desses mesmos números por 5, revelando não ter compreendido que teriam de calcular a metade dos produtos da linha superior para calcular os produtos da linha inferior. Demonstram também, que têm dificuldade em multiplicar um número por 5.</td></tr>
<tr><td>
4. Calcula mentalmente.
8 x 10 = 80   14 x 10 = 130   16 x 10 = 180
8 x 5 = 40   14 x 5 = 170   16 x 5 = 90</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Observações: Os alunos resolveram corretamente o primeiro par de multiplicações (8x10 e 8x5) na discussão evidenciam que fizeram as multiplicações sem recorrer às noções de metade ou dobro. No segundo par de multiplicações têm produtos que não estão corretos e que evidenciam falta de atenção pois na discussão reconheceram que se enganaram e que os resolveram incorretamente. E no último par de multiplicações apesar de estarem erradas os alunos disseram que se enganaram pois em vez de 160 colocaram 180, mencionam também que repararam que nas primeiras multiplicações (8x10 e 8x5) os produtos da multiplicação de cima era o dobro do produto da multiplicação da debaixo e portanto calcularam a metade de 180 que era 90. Reconheceram posteriormente que a metade de 160 seria 80.</td></tr>
</table>

Na globalidade a tarefa desenvolveu-se com sucesso, pareceu-me que os alunos compreenderam e construíram facilmente a tabuada do 10, detetaram com facilidade as regularidades existentes nesses produtos. No entanto alguns alunos destacaram-se pela falta de cuidado e atenção na forma como resolveram as questões da tarefa. A maioria dos alunos desenvolveu bons raciocínios, a estratégia de contagem já não foi tão utilizada, nota-se um cálculo mais estruturado recorrendo ao cálculo do dobro e da metade de produtos. A discussão coletiva continuou a ser um momento muito importante, muito produtivo e enriquecedor para os alunos.

4.9 Tarefa 9 "A parede do sótão"

4.9.1- Breve descrição

Esta tarefa (Anexo 9) foi planificada para ser realizada durante 60 minutos. Foram formados 4 grupos de trabalho com 3 alunos cada. Nos primeiros 10 minutos, a tarefa foi apresentada aos alunos através da leitura e explicação do enunciado escrito, por parte da professora. Cada grupo tinha ao seu dispor a ficha de trabalho que continha um problema com três questões que teriam de analisar e resolver. Os alunos foram informados de que dispunham de 30 minutos para a realização da tarefa. Terminado esse tempo, sobravam 20 minutos, onde se faria a apresentação e discussão das resoluções dos problemas em plenário de turma.

4.9.2- Intencionalidade da tarefa

Esta tarefa tem como intenção trabalhar estratégias de cálculo mental e escrito recorrendo aos conhecimentos da multiplicação adquiridos nas tarefas anteriores, tais como: as propriedades da multiplicação, tabuadas, conceitos de dobro / metade e estratégias de cálculo através da decomposição de números.

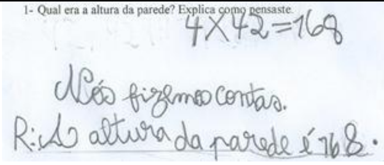
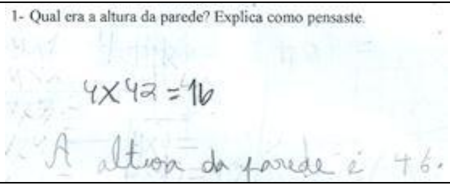
Esta tarefa foi desenvolvida por Brocardo, Delgado e Mendes (2007) e tem sido explorada noutros trabalhos de investigação, nomeadamente pelas autoras Crespo (2011) e Francisco (2011), nesta tarefa considerei interessante fazer comparação entre os resultados obtidos pelas referidas autoras e os resultados obtidos nesta investigação.

4.9.3- Realização da tarefa

A realização da tarefa decorreu dentro do tempo previsto. Os alunos colaboraram no trabalho proposto. Inicialmente foi feita uma breve introdução à tarefa onde lhes foram explicadas as fases da sua realização e a leitura do enunciado escrito das questões da tarefa, por parte da professora.

A primeira questão pretendia que os alunos calculassem a altura de uma parede, sabendo que nela estavam empilhadas 4 estantes da mesma dimensão. Nos dados do problema constavam a altura e o comprimento de cada estante. No quadro 18 estão representados os registos escritos e a estratégia utilizada pelos alunos.

Quadro 18- Registos escritos dos alunos na 1.ª questão da tarefa 9

Estratégia	Resposta tipo	N.º de grupos
Multiplicação	 1- Qual era a altura da parede? Explica como pensaste. 4X42=168 Nós fizemos contas. R: A altura da parede é 168.	3
	 1- Qual era a altura da parede? Explica como pensaste. 4X42=16 A altura da parede é 16.	1

Verifiquei que a maioria dos alunos calculou com correção a altura da parede, recorrendo ao cálculo do quádruplo da altura da estante. Na fase da discussão coletiva, os alunos que recorreram ao cálculo do quádruplo da altura da estante para descobrir a altura da parede, explicaram esse raciocínio da seguinte forma:

> Aluno do grupo 1: Nós lemos que cada estante mede 42 de altura. Eram 4 estantes, todas iguais. Então 4x42= 168.
>
> Aluno do grupo 2: O nosso grupo também fizemos assim, mas antes pensámos se eram 4 estantes e cada uma media 42 metro…
>
> Os outros grupos interromperam dizendo: Centímetros.
>
> Aluno do grupo 2: Pois, 42 centímetros então pensámos 42+42+42+42 e fizemos a conta no caderno e deu 168. Como é o mesmo que 4x42 escrevemos na ficha 4x42=168.
>
> Professora: Pois mas eu tinha-lhes pedido que mostrassem todos os vossos cálculos na ficha.
>
> Aluno do grupo 2: Pois foi professora desculpe.
>
> Professora: Está bem. E vocês como fizeram?
>
> Aluno do grupo 3: Fizemos a conta 4x42=168.
>
> Professora: Mas expliquem como resolveram essa multiplicação? O 42 é um número maior do que aqueles que estão habituados a ver nas multiplicações que têm resolvido.
>
> Aluno do grupo 3: Primeiro multiplicámos o 4 pelo 2 e deu 8 e depois multiplicámos o 4 pelo 4 e deu 16. E deu 168.
>
> Professora: Queres dizer que, multiplicaram o 4 pelo algarismo das unidades do 42 e depois multiplicaram o 4 pelo algarismo das dezenas do 42?
>
> Aluno do grupo 3: Mas nós já fazíamos assim quando fazemos as contas 11x5 e 12x5.
>
> Aluno do grupo1: Professora, nós também fizemos assim.

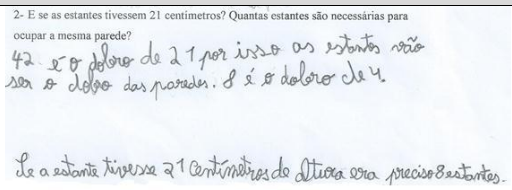
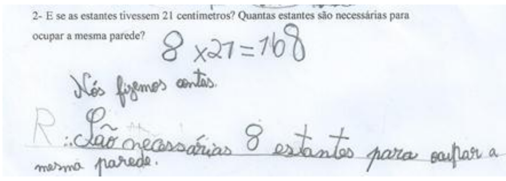
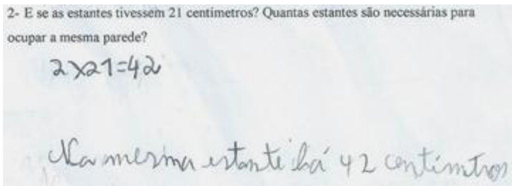
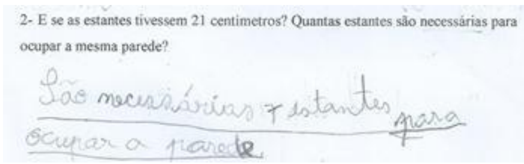
Pelo que se pode observar no quadro 18 houve um grupo que começou por representar a multiplicação 4x42 mas depois não a calculou corretamente. Explicaram na discussão que multiplicaram o 4 pelo algarismo das dezenas do número 42 mas esqueceram-se de multiplicar o 4 pelo algarismo das unidades.

Os alunos demonstraram que perceberam o conceito de quádruplo e que precisavam de multiplicar por 4 a medida da altura da estante para descobrir a altura da parede. Na discussão os alunos demonstraram duas estratégias diferentes de resolver a multiplicação de 4x42. Uma das estratégias foi a utilização de uma adição com parcelas repetidas como cálculo auxiliar para resolver esta multiplicação. O grupo que a apresentou reconheceu a igualdade de 42+42+42+42 com 4x42 com o resultado 168. A outra estratégia usada pelos outros grupos já demonstrou um cálculo mais formal, pois os alunos efetuaram a multiplicação recorrendo a produtos já conhecidos e de forma estruturada multiplicaram o fator 4 primeiro pelo algarismo da unidades e depois pelo algarismo das dezenas do fator 42. Esta estratégia foi ao encontro das estratégias usadas pelos participantes do estudo de Crespo (2011) que apresentaram a expressão 4x42 que resolveram através do algoritmo.

Na discussão conduzi-os a outra estratégia de cálculo, aplicando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. Para calcular o produto de 4 x 42 os alunos teriam de decompor do número 42. Surgiu então a expressão: 4x42=4x40+4x2=160+4=168. Esta expressão foi apresentada pela maioria dos alunos participantes no estudo de Francisco (2011).

Na segunda questão era introduzida uma nova medida para a altura das estantes, medida esta que representava a metade da medida da altura das estantes da questão anterior. Com este novo dado os alunos teriam de determinar quantas estantes seriam necessárias para ocupar a mesma parede da questão anterior. No quadro 19 estão representados os registos escritos e algumas observações.

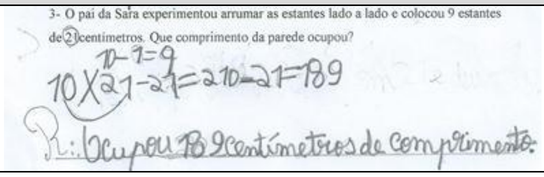
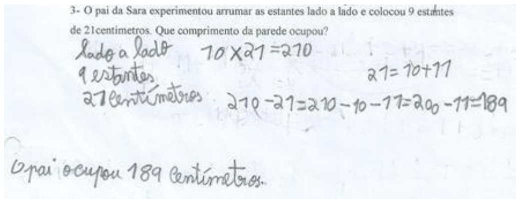
Quadro 19- Registos escritos dos alunos na 2.ª questão da tarefa 9

Observações	Resposta tipo	N.º de grupos
Os alunos explicaram o seu raciocínio em linguagem escrita de forma clara usando o conceito do dobro.	 2- E se as estantes tivessem 21 centímetros? Quantas estantes são necessárias para ocupar a mesma parede? 42 é o dobro de 21 por isso as estantes vão ser o dobro das paredes. 8 é o dobro de 4. Se a estante tivesse 21 centímetros de altura era preciso 8 estantes.	1
Os alunos explicaram oralmente que fizeram o mesmo raciocínio do grupo anterior e que no registo escrito quiseram comprovar que a medida da altura das 8 estantes seria igual à medida da altura da parede. Para isso recorreram a uma multiplicação.	 2- E se as estantes tivessem 21 centímetros? Quantas estantes são necessárias para ocupar a mesma parede? 8 x21=168 Nós fizemos contas. R: São necessárias 8 estantes para ocupar a mesma parede.	1
Os alunos evidenciaram que perceberam que a nova medida da altura da estante era a metade da medida da altura das estantes anteriores. Ficaram-se por esta interpretação dos dados e não desenvolveram nenhum raciocínio para resolver a questão em causa.	 2- E se as estantes tivessem 21 centímetros? Quantas estantes são necessárias para ocupar a mesma parede? 2x21=42 Na mesma estante há 42 centímetros	1
Os alunos responderam incorretamente à questão colocada não explicando o seu raciocínio. Na discussão também não demonstraram ter compreendido os dados do problema.	 2- E se as estantes tivessem 21 centímetros? Quantas estantes são necessárias para ocupar a mesma parede? São necessárias 7 estantes para ocupar a parede	1

Tal como no estudo de Francisco (2011) os alunos que resolveram a questão corretamente, explicitaram por escrito ou oralmente a relação de dobro/ metade entre a medida dois tipos de estante (de 42cm e de 21cm) e o número de estantes (dos dois tipos) necessárias para preencher a altura da parede. No estudo de Crespo (2011) um dos participantes resolveu esta questão de forma igual mas o outro participante usou como estratégia a contagem de 21 em 21.

Na última questão os alunos continuavam a ter estantes com 21 centímetros de comprimento e teriam de supor que estavam alinhadas lado a lado 9 dessas estantes, agora os alunos teriam de calcular o comprimento da parede. Esta foi a questão que apresentou mais insucesso, pois houve dois grupos que não souberam como resolver o problema. No quadro 20 podemos observar os raciocínios dos outros dois grupos que recorrendo à multiplicação por 10 e à decomposição de números resolveram a problemática com êxito.

Quadro 20- Registos escritos dos alunos na 3.ª questão da tarefa 9

Observações	**Resposta tipo**	**N.º de grupos**
Os alunos multiplicaram o comprimento das estantes por 10 (como se fossem 10 estantes) e depois subtraíram uma estante ao produto.	 3- O pai da Sara experimentou arrumar as estantes lado a lado e colocou 9 estantes de 21 centímetros. Que comprimento da parede ocupou? 10-1=9 10X21-21=210-21=189 R: Ocupou 189 centímetros de comprimento.	1
Os alunos desenvolveram o mesmo raciocínio do grupo anterior mas ao resolver a subtração recorreram à decomposição do número 21 para lhes facilitar o cálculo.	 3- O pai da Sara experimentou arrumar as estantes lado a lado e colocou 9 estantes de 21centimetros. Que comprimento da parede ocupou? lado a lado 10X21=210 9 estantes 21=10+11 21 centímetros 210-21=210-10-11=200-11=189 O pai ocupou 189 centímetros.	1

Já os alunos do estudo de Francisco (2011, p. 72) *"uma aluna recorre à multiplicação aditiva"* com a adição com parcelas repetidas *"Eu juntei 21+21+21+21+21+21+21+21+21 que me deu 189/9x21=189"*, *"quatro optam por multiplicar o número de prateleiras pela sua medida"* com a expressão *"9x21=9x20+9x1/180+90=189"* aplicando assim a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e *"seis adicionam à quantidade obtida com as oito estantes a medida de mais uma estante"* utilizando a expressão*"168+21=189"*. No estudo de Crespo (2011) os participantes resolveram esta questão com a expressão 9x21 recorrendo ao algoritmo. Esta era uma estratégia que seria pouco provável que os meus alunos aplicassem pois nela está o cálculo de produtos com a tabuada do 9. Os meus alunos ainda não trabalharam esta tabuada. Os participantes dos estudos das autoras Francisco (2011) e Crespo (2011) eram alunos do 3.º ano de escolaridade e aplicaram estratégias de acordo com os conhecimentos que já dispunham, pois o ano de escolaridade em que as orientações curriculares indicam para o ensino/aprendizagem da tabuada do 9 é o 3.º ano. Os meus alunos usaram estratégias de acordo com os seus conhecimentos.

Quando planifiquei esta tarefa pensei que fossem aplicar a adição com parcelas repetidas no cálculo da altura e no comprimento da parede mas tal não se verificou. Os alunos recorreram em ambas as questões à multiplicação utilizando as tabuadas já aprendidas (tabuada do 4 e do 10). Os conceitos do dobro e da metade também foram explorados na 2.ª questão e a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição na discussão da 1.ª questão.

Na globalidade a tarefa desenvolveu-se com sucesso. Parece-me que os alunos começaram a evidenciar raciocínios compatíveis com o nível “cálculo estruturado” dos níveis de aprendizagem da multiplicação apresentados por Treffers e Buys (2001), pois já utilizam a multiplicação como operação principal e já dão manifestações do nível “cálculo formal” quando para calcular um produto recorrem a produtos já conhecidos e a outras operações.

4.10 Tarefa 10 “Escolha de pizas”

4.10.1- Breve descrição

Esta tarefa (Anexo 10) foi planificada para ser realizada durante 60 minutos. Foram formados 4 grupos de trabalho com 3 alunos cada. Nos primeiros 10 minutos, a tarefa foi apresentada aos alunos através da leitura e explicação do enunciado escrito, por parte da professora. Cada grupo tinha ao seu dispor a ficha de trabalho que continha um problema onde se pretendia que os alunos respondessem às questões: “Escolhendo uma forma e um ingrediente, quantas pizas diferentes, a mãe do Rafael poderá servir aos seus clientes? Quais são?” e “Quantas pizas diferentes podem surgir escolhendo uma forma e dois ingredientes?”. Os alunos foram informados de que dispunham de 30 minutos para a realização da tarefa. Findo esse tempo, sobravam 20 minutos, onde se faria a apresentação e discussão das resoluções dos problemas em plenário de turma.

4.10.2- Intencionalidade da tarefa

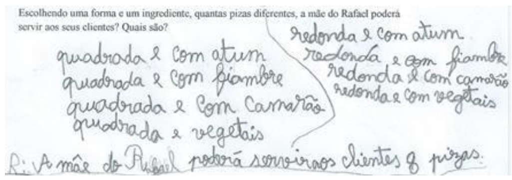
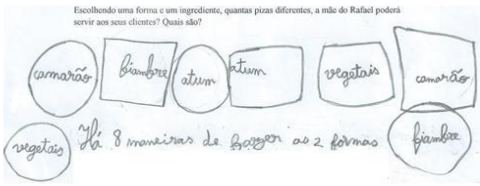
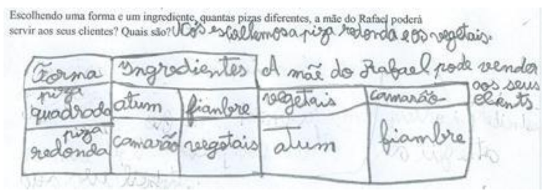
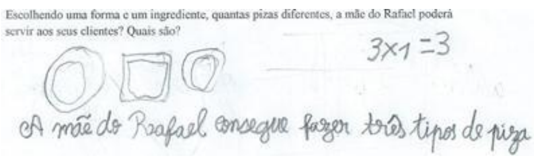
Esta tarefa, permite trabalhar a multiplicação no sentido combinatório utilizando o esquema em árvore ou uma tabela e permite também trabalhar a propriedade comutativa da multiplicação. Desta forma pretende-se observar as estratégias utilizadas pelos alunos neste tipo de problema sem que lhes sejam dadas quaisquer sugestões para a sua realização.

4.10.3- Realização da tarefa

A realização da tarefa decorreu dentro do tempo previsto. Os alunos colaboraram de forma motivada no trabalho proposto. Inicialmente foi feita uma breve introdução à tarefa onde lhes foram explicadas as fases da sua realização e foi feita a leitura do enunciado escrito das questões da tarefa, por parte da professora.

Nos dados do problema da tarefa os alunos tinham ao seu dispor duas formas diferentes (redonda e quadrada) para fazer pizas e quatro ingredientes (atum, camarão, fiambre e vegetais). Na primeira questão os alunos tinham de combinar as formas com os ingredientes de modo a calcular quantas pizas diferentes com um ingrediente poderiam fazer. No quadro 21 estão representados os registos escritos dos alunos e as observações que podemos retirar deles.

Quadro 21- Registos escritos dos alunos na 1.ª questão da tarefa 10

Observações	Resposta tipo	N.º de grupos
Os alunos demonstraram o seu raciocínio através da linguagem escrita de forma clara, fazendo as 8 combinações possíveis com as duas formas de piza e os quatro ingredientes.		1
Os alunos demonstraram o seu raciocínio através do desenho das 8 pizas diferentes, fazendo as combinações possíveis com as duas formas de piza e os quatro ingredientes.		1
Os alunos demonstraram o seu raciocínio através de uma tabela onde se percebem as 8 combinações possíveis com as duas formas de piza e os quatro ingredientes. Contudo não respondem corretamente à questão.		1
Os alunos responderam incorretamente à questão colocada e explicam o seu raciocínio de forma incompreensível.		1

Depois da discussão das estratégias utilizadas pelos alunos, foram elaborados coletivamente dois pequenos cartazes com duas estratégias diferentes de resolução da questão. Como se poderá ver na figura 11, uma dessas estratégias é um esquema em árvore e a outra é uma tabela.

Figura 11- Cartazes com duas estratégias diferentes de resolução da 1.ª questão da tarefa 10

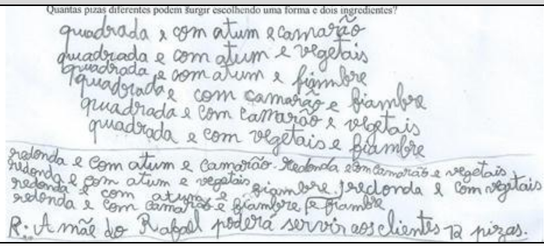
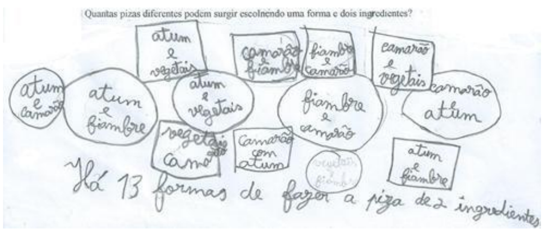
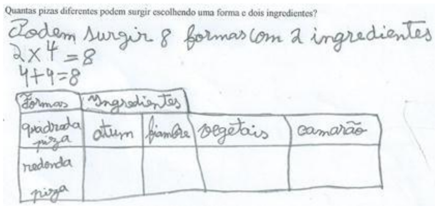
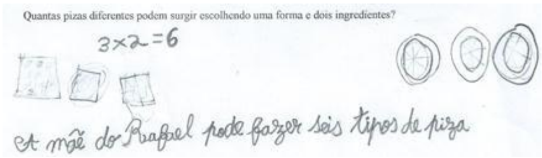
Para concluir, os alunos foram desafiados a descobrir uma estratégia de resolução da questão, que incluísse uma expressão numérica. Foi aí que um aluno sugeriu:

> Aluno1: Podemos juntar 4 pizas redondas mais 4 pizas quadradas assim fica 4+4 = 8.
>
> Professora: Sim, vamos pensar numa expressão numérica com a multiplicação.
>
> Aluno2: Pode ser 2x4= 8.
>
> Aluno3: Olha são 2 formas diferentes e 4 ingredientes, então multiplica-se as formas pelos ingredientes.
>
> Professora: Queres dizer multiplica-se o número de formas de piza com o número de ingredientes diferentes.

Os alunos chegaram a uma conclusão coerente e que foi ao encontro do que eu pretendia.

Na segunda questão os alunos tinham de combinar as formas com os ingredientes de modo a calcular quantas pizas diferentes com dois ingredientes poderiam fazer. No quadro 22 estão representados os registos escritos dos alunos e as observações que podemos retirar deles.

Quadro 22- Registos escritos dos alunos na 2.ª questão da tarefa 10

Observações	Resposta tipo	N.º de grupos
Os alunos demonstraram o seu raciocínio através da linguagem escrita de forma clara, fazendo as 12 combinações possíveis de pizas com dois ingredientes, usando as duas formas de piza e os quatro ingredientes.		1
Os alunos demonstraram o seu raciocínio através do desenho de 13 pizas, repetindo as pizas: quadrada com camarão e fiambre; quadrada com camarão e vegetais; redonda com atum e camarão. Ficaram em falta as pizas: quadrada com vegetais e fiambre e redonda com camarão e vegetais.		1
Os alunos pretendiam demonstrar o seu raciocínio através de uma tabela mas não a conseguiram concluir. Responderam incorretamente à questão.		1
Os alunos responderam incorretamente à questão colocada e explicam o seu raciocínio de forma incompreensível.		1

Depois da discussão das estratégias utilizadas pelos alunos, foram elaborados coletivamente dois pequenos cartazes com duas estratégias diferentes de resolução da questão. Como se poderá ver na figura 12, uma dessas estratégias é um esquema em árvore e a outra é uma tabela.

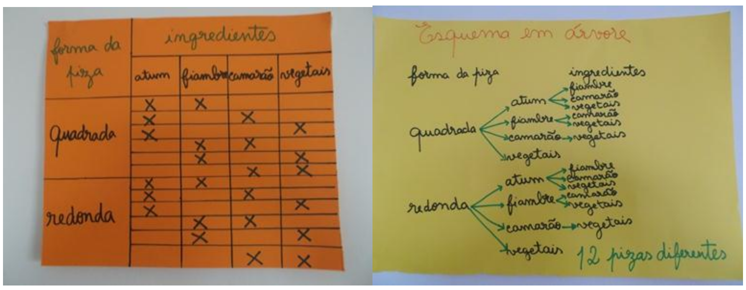


Figura 12- Cartazes com duas estratégias diferentes de resolução da 2.ª questão da tarefa 10

Foi interessante observar que os alunos compreenderam que por exemplo a piza quadrada com fiambre e camarão é igual à piza quadrada com camarão e fiambre e como tal não poderiam repetir essas combinações. Nesta questão também foram desafiados a descobrir uma estratégia de resolução da questão, que incluísse uma expressão numérica. Contudo foi um pouco mais difícil do que na questão anterior. Nesta questão surgiram as expressões 6+6=12 com a contagem das combinações possíveis e depois a transformação da adição de parcelas repetidas na multiplicação 2x6=12.

Parece-me que os alunos com as estratégias que utilizaram e posteriormente com os cartazes que elaborámos, em conjunto, perceberam este sentido da multiplicação. Até porque há enumeras situações do dia a dia em que têm de elaborar combinações com vestuário, objetos e até o exemplo da combinação de lanches que podem fazer com os alimentos que tiverem disponíveis.

4.11 Tarefa 11 "Multiplicação – estratégias de cálculo"

4.11.1- Breve descrição

Esta tarefa (Anexo 11) foi planificada para ser realizada durante 90 minutos. Na realização desta tarefa os alunos trabalharam individualmente. Nos primeiros 10 minutos, a tarefa foi apresentada aos alunos através da leitura e explicação do enunciado escrito, por parte da professora. Cada aluno tinha ao seu dispor a ficha de trabalho que continha três questões. Cada questão desenvolvia uma estratégia de cálculo diferente. Os alunos dispunham de 50 minutos para a sua realização. Findo esse tempo, sobravam 30 minutos para a discussão coletiva onde os alunos apresentavam e discutiam as resoluções.

4.11.2- Intencionalidade da tarefa

Esta tarefa, permite trabalhar a multiplicação aplicando algumas estratégias de cálculo com a decomposição de um dos fatores, a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, a propriedade associativa da multiplicação e tabuadas que já conhecem. Pretende também calcular produtos em cadeia tendo implícitas as noções de metade, dobro, quádruplo e a multiplicação de números por 5 e por 10.

Nesta tarefa os alunos trabalharam individualmente, desta vez tinha a intenção de avaliar se conseguiam aplicar os conhecimentos adquiridos nas tarefas anteriores desenvolvendo algumas estratégias de cálculo.

4.11.3- Realização da tarefa

A realização da tarefa não decorreu dentro do tempo previsto, tendo a segunda fase de resolução da tarefa sido prolongada por mais 10 minutos devido às dificuldades apresentadas por alguns alunos. Inicialmente foi feita uma breve introdução à tarefa onde lhes foram explicadas as fases da sua realização e foi feita a leitura do enunciado das questões da tarefa, por parte da professora. A maioria dos alunos colaborou no trabalho proposto, no entanto evidenciaram algumas dificuldades na sua execução. Observei que apenas 3 alunos resolveram as questões da tarefa de forma totalmente autónoma, os restantes alunos necessitaram que as questões lhes fossem explicadas novamente.

Na primeira questão os alunos tinham que calcular alguns produtos em cadeia tendo implícitas as noções de metade, dobro, quádruplo e a multiplicação de números por 5 e por 10. Os produtos da primeira coluna eram o dobro dos produtos da segunda coluna. Se os alunos calculassem em primeiro lugar os produtos da primeira coluna (em que tinham um conjunto de cinco números multiplicados por 10) poderiam calcular a metade desses mesmos produtos para descobrir os resultados das multiplicações da segunda coluna (em que tinham os cinco números da coluna anterior multiplicados por 5). Os produtos da terceira coluna eram o dobro dos produtos da primeira coluna e o quádruplo dos produtos da segunda coluna. Portanto os alunos poderiam calcular o dobro dos produtos da primeira coluna, calcular o quádruplo dos produtos da segunda coluna ou caso não tivessem percecionado estas relações teriam de multiplicar os cinco números pelo número 20, que seria um pouco mais difícil, pois era um número que não correspondia a nenhuma das tabuadas que tinham aprendido.

Observei que seis alunos calcularam corretamente todos os produtos da questão, mas apenas quatro alunos evidenciaram ter estabelecido as relações de dobro, metade e quádruplo entre os produtos das três colunas. Os outros dois alunos mencionaram que calcularam os produtos das duas primeiras colunas de forma independente, na primeira coluna multiplicaram os cinco números por 10 e na segunda coluna multiplicaram os cinco números por 5. Para o cálculo da terceira coluna repararam a sua relação com a primeira coluna (que o número 20 é o dobro de 10) então calcularam o dobro dos produtos da primeira coluna. Dos alunos que não resolveram corretamente a totalidade desta questão, quatro alunos apresentaram o cálculo correto os produtos da primeira coluna mas não resolveram acertadamente os produtos das outras duas colunas. Estes demonstraram que conseguem multiplicar um número por 10, mas que têm dificuldade em multiplicar por 5 e que não conseguiram estabelecer as relações de dobro, metade e quádruplo entre o 10, 5 e 20 que eram fatores das multiplicações apresentadas na primeira, segunda e terceira colunas respetivamente. Os restantes alunos não calcularam acertadamente a totalidade dos produtos das 3 colunas. Um deles apenas calculou corretamente os produtos: 2x10; 20x10; 2x5 demonstrando que tem dificuldades em multiplicar números por 10 e por 5 e o outro calculou corretamente os produtos: 2x10; 20x10; 40x10; 60x10 e 20x5 mas, apresentou um resultado incorreto na multiplicação 22x10. Na discussão, este aluno calculou corretamente este produto, parece que o seu registo escrito é fruto de alguma falta de atenção. Apesar de ter demonstrado saber multiplicar um número por 10, tal como o aluno anterior, manifestou dificuldades em multiplicar números por 5 e que não conseguiu estabelecer as relações de dobro, metade e quádruplo entre o 10, 5 e 20.

A segunda questão continha um problema em que a estratégia de resolução apresentava o cálculo de multiplicações usando como estratégia a decomposição do primeiro fator e logo de seguida era aplicada a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

Depois de observar o exemplo apresentado no enunciado escrito, os alunos teriam de calcular quatro multiplicações usando a mesma estratégia. Observei que três alunos não apresentaram registos nem qualquer resultado para as multiplicações propostas. Estes, foram alguns dos alunos que evidenciaram dificuldades na compreensão do enunciado, foi-lhes explicado individualmente onde pedi que tivessem uma atenção especial para o exemplo fornecido no enunciado. Mas mesmo assim revelaram que continuaram a não compreender a estratégia. No quadro 23 estão representados os registos escritos dos alunos que desenvolveram algum trabalho nesta questão e as respetivas observações.

Quadro 23- Registos escritos dos alunos na 2.ª questão da tarefa 11

Observações	Resposta tipo	N.º de alunos
Os alunos decompuseram o primeiro fator das quatro multiplicações, aplicaram a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, resolveram corretamente as multiplicações e adições dos produtos chegando aos resultados corretos.	a) 15 x 8 = 10x8+5x8 = 80+40=120 b) 23 x 2= 20x2 +3x2= =40 +6 =46 c) 18 x 5 = 10x5+8x5=50+40=90 d) 21 x 4 = 20x4+1x4= =80+4=84	3
Os alunos decompuseram o primeiro fator das quatro multiplicações, aplicaram a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, resolveram corretamente as multiplicações e adições dos produtos chegando aos resultados corretos em todas as alíneas exceto na alínea d). Nessa alínea cometeram um erro de cálculo na multiplicação de 20x4 e como consequência não chegaram ao resultado correto.	a) 15 x 8 = 10x8+5x8= =80+40=120 b) 23 x 2= 20x2+3x2= =40+6=46 c) 18 x 5 = 10x5+8x5= =50+40=90 d) 21 x 4 = 20x4+1x4 = =40+4=44	2
O aluno decompôs o primeiro fator das quatro multiplicações, aplicou a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, resolveu corretamente as multiplicações e adições dos produtos chegando aos resultados corretos das alíneas a) e b). Nas alíneas c) e d) cometeu erros de cálculo nas multiplicações 10x5 e 20x4 respetivamente e como consequência não chegou aos resultados corretos.	a) 15 x 8 = 10 x8 +5x8=80+40=120 b) 23 x 2= 20x2 +3x2=40+6= = 46 c) 18 x 5 = 10x5+8 x5 = 80+40 =120 d) 21 x 4 = 20x4+7x4= = 90+4=94	1
O aluno decompôs o primeiro fator das multiplicações e representou as expressões numéricas aplicando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição nas alíneas a), c) e d). Na alínea d) efetuou todos os cálculos corretamente, chegando ao resultado correto. Nas alíneas a) e c) cometeu erros de cálculo e como consequência não chegou aos resultados corretos. Na alínea b) cometeu um engano na decomposição do primeiro fator da multiplicação e um erro de cálculo na multiplicação 2x2.	a) 15 x 8 = 10x8+5x8=40+1=41 b) 23 x 2= 20x2+ 2x2=40+8= =48 c) 18 x 5 = 10x5+8x5=40+5=45 d) 21 x 4 = 20x4+1x4=80+4= =84	1

O aluno decompôs o primeiro fator das multiplicações e representou as expressões numéricas aplicando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição em todas as alíneas. Mas errou o cálculo de todos os produtos intermédios em todas as alíneas bem como as adições.	a) 15 x 8 = 10 x 8 + 5 x 8 = = 13 + 84 = 88 b) 23 x 2 = 20 x 2 + 3 x 2 = = 11 + 14 = 74 c) 18 x 5 = 10 x 5 + 8 x 5 = = 13 + 84 = 88 d) 21 x 4 = 20 x 4 + 1 x 4 = 70 + 24 = 74	1
Este aluno evidencia não ter compreendido a estratégia de cálculo a aplicar nestas multiplicações.	a) 15 x 8 = 10x5 + 8x5 = 50 + 40 = 90 b) 23 x 2 = 20x3 + 2x3 = c) 18 x 5 = 10x8 + 5x8 = 80 + 40 = 120 d) 21 x 4 = 20x1 + 1x4 = 20 + 4 = 24	1

A última questão continha um problema em que a estratégia de resolução apresentava o cálculo de uma multiplicação aplicando a estratégia de decompor o segundo fator da multiplicação transformando-o numa multiplicação por 10 e na resolução da expressão numérica resultante seria aplicada a propriedade associativa da multiplicação. Os alunos tinham de efetuar o cálculo de cinco multiplicações usando essa estratégia. Observei que cinco alunos não apresentaram registos, nem qualquer resultado para as multiplicações propostas. Também constatei que, a maioria destes alunos ocupou muito tempo na resolução das duas questões anteriores e apesar de se ter prolongado o tempo previsto para a fase de resolução das questões (de 50 minutos para 60 minutos) parece que não foi suficiente para alguns alunos. É de salientar que, uma parte, destes alunos não resolveram a última questão porque manifestaram dificuldades na compreensão da estratégia apresentada. No quadro 24 estão representados os registos escritos dos alunos e as observações que podemos retirar deles.

Quadro 24- Registos escritos dos alunos na 3.ª questão da tarefa 11

Observações	Resposta tipo	N.º de alunos
Os alunos decompuseram o segundo fator numa multiplicação, nas cinco multiplicações propostas, representando uma expressão numérica com a multiplicação de três fatores. Evidenciaram que compreenderam que nessa decomposição um dos fatores seria um 10. Para a resolver essas expressões numéricas aplicaram a propriedade associativa da multiplicação, calculando o produto da primeira multiplicação e posteriormente multiplicando esse produto pelo outro fator. Obtiveram todos os resultados corretos.	7 x 20 = 7 x 2 x 10 = 14 x 10 = 140 9 x 40 = 9 x 4 x 10 = 36 x 10 = 360 6 x 40 = 6 x 4 x 10 = 24 x 10 = 240 3 x 50 = 3 x 5 x 10 = 15 x 10 = 150 5 x 50 = 5 x 5 x 10 = 25 x 10 = 250	5

O aluno decompôs o segundo fator das duas primeiras multiplicações propostas, representando as expressões numéricas correspondentes, com a multiplicação de três fatores. Para a resolver essas expressões numéricas aplicou a propriedade associativa da multiplicação, calculando o produto da primeira multiplicação e posteriormente multiplicando esse produto pelo outro fator. Resolveu acertadamente a primeira multiplicação mas na segunda multiplicação cometeu um erro de cálculo na multiplicação de 9x4 o que o inviabilizou de encontrar o resultado correto nesta multiplicação. Nas outras multiplicações, decompôs incorretamente o segundo fator das multiplicações e mesmo não tendo cometido erros de cálculo foi um passo que fez com que não tenha chegado aos resultados corretos.	7 x 20 = 7 x 2 x 10 = 14 x 10 = 140 9 x 40 = 9 x 4 x 10 = 32 x 10 = 320 6 x 40 = 6 x 2 x 10 = 12 x 10 = 120 3 x 50 = 3 x 2 x 10 = 6 x 10 = 60 5 x 50 = 5 x 2 x 10 = 10 x 10 = 100	1
O aluno decompôs o segundo fator na primeira multiplicação e representou a expressão numérica com a multiplicação de três fatores. Para resolver essa expressão numérica aplicou a propriedade associativa da multiplicação, calculando o produto da primeira multiplicação e posteriormente multiplicando esse produto pelo outro fator. Contudo cometeu um erro de cálculo na multiplicação 7x2. Nas outras multiplicações não aplicou a estratégia corretamente não se compreendendo como surgiram alguns produtos.	7 x 20 = 7 x 2 x 10 = 17 x 10 = 117 9 x 40 = 9 x 4 x 30 = 36 x 30 = 136 6 x 40 = 6 x 4 x 30 = 36 x 40 = 340 3 x 50 = 3 x 5 x 40 = 356 x 40 = 346 5 x 50 = 5 x 5 x 40 = 455 x 40 = 455	1

Inicialmente tinha a expetativa que seria uma tarefa em que os alunos teriam algum sucesso, sabendo o trabalho já desenvolvido anteriormente e que os alunos já tinham desenvolvido raciocínios analíticos de alguma complexidade, estabelecendo relações numéricas assentes na compreensão das propriedades da multiplicação noutras tarefas. As questões desta tarefa desenvolviam estratégias de cálculo e cada uma tinha um primeiro exemplo de demonstração da sua resolução. Desta maneira, pensei que facilitaria a aprendizagem dessas mesmas estratégias, contudo para alguns alunos isso não foi suficiente para a total compreensão dessas estratégias.

Com esta tarefa para além de desenvolver estratégias de cálculo tinha a intenção de avaliar se estes alunos trabalhando individualmente conseguiriam aplicar os conhecimentos já trabalhados em tarefas anteriores. Verifiquei que há alunos que já manifestam ser capazes de efetuar cálculos multiplicativos com alguma complexidade mas também há uma parte destes alunos que precisam de muito trabalho para adquirir mais autonomia no cálculo desta operação. Recordando os níveis de aprendizagem da multiplicação apresentados por Treffers e Buys (2001), esta tarefa tinha questões que desenvolviam o nível “cálculo formal” e como é evidente, neste momento, nem todos estes alunos conseguiram adquirir as competências necessárias para atingir esse nível, até mesmo pelas suas características pessoais.

CAPITULO V- CONCLUSÕES

Este capítulo está organizado em três secções. A primeira secção inclui as conclusões do estudo tendo em conta o objetivo e as questões investigativas. Na segunda secção faz-se uma reflexão sobre a minha prática como professora-investigadora onde reflito sobre esta experiência como investigadora e a minha própria aprendizagem, decorrente do trabalho desenvolvido neste estudo. Na terceira secção são referidas as principais limitações que estiveram subjacentes a este trabalho, bem como algumas recomendações.

5.1 Conclusões

O presente estudo pretendeu contribuir para a compreensão do processo de ensino/aprendizagem da multiplicação em alunos de 2.º ano de escolaridade. Tendo como objetivo principal construir e implementar tarefas que promovessem a iniciação da aprendizagem da operação da multiplicação numa turma de 2.º ano. Tarefas, essas, que visavam o desenvolvimento do conceito da multiplicação nos sentidos aditivo e combinatório e a aplicação das propriedades da multiplicação seguindo as orientações curriculares emanadas em ME. (2007) e as perspetivas investigativas de alguns autores que têm investigado na área da multiplicação dando um especial destaque aos autores Treffers e Buys (2001) e Fosnot e Dolk (2001).

Relacionadas com o objetivo em estudo, elaborei algumas questões de investigação que me ajudaram a analisar e compreender o desempenho dos alunos na resolução de exercícios e problemas com contexto envolvendo os diferentes sentidos da multiplicação e observar as estratégias utilizadas, bem como a sua evolução ao longo da realização das várias tarefas. No âmbito da aprendizagem da multiplicação também se pretendia analisar como os alunos compreendem e constroem as tabuadas partindo de situações com contexto e posteriormente a partir de produtos já conhecidos fazendo relações entre eles e aplicando as propriedades da multiplicação.

Em relação às estratégias usadas pelos alunos e a sua evolução posso dizer que nas primeiras tarefas as estratégias mais utilizadas pelos alunos foram a contagem direta do número de elementos de uma figura e a adição com parcelas repetidas. Na iniciação da aprendizagem e construção das tabuadas foi surgindo a contagem através da adição repetida do 2, 4, 5 ou 10 consoante a tabuada em estudo e a tarefa a realizar. O que vai ao encontro da perspetiva de Loureiro (1997) que afirma que o sentido da multiplicação mais comum está ligado à contagem do número total de elementos de vários conjuntos com o mesmo número de elementos o que referenciamos como adição com parcelas repetidas. A autora refere ainda que este é o significado da multiplicação que está patente na construção das tabuadas.

A partir da tarefa 7 notou-se alguma evolução nos alunos no que diz respeito às estratégias utilizadas, pois começaram a desenvolver raciocínios analíticos mais complexos e a estabelecer relações numéricas assentes na compreensão das propriedades da multiplicação. De acordo com Treffers e Buys (2001) esta evolução acontece quando os alunos começam a associar à ideia de uma mesma quantidade se repetir “tantas vezes” à multiplicação, assim passam a usar estruturas adequadas para multiplicar e com a crescente estruturação para multiplicar os alunos começam a recorrer a diferentes relações entre a multiplicação e outras operações, a propriedades adequadas da multiplicação e a produtos já conhecidos. Na tarefa 10, que explorou o sentido combinatório da multiplicação, alguns alunos recorreram a esquemas e tabelas rudimentares. Na discussão coletiva levei-os a entender que o número total de escolhas que podemos fazer perante um conjunto de opções disponíveis é um produto em que o número de fatores é o número de decisões a tomar. No caso da tarefa proposta os fatores deste produto seriam o número de formas de piza e o número de ingredientes disponíveis (2 x 4= 8 $\rightarrow$ podiam surgir 8 pizas diferentes).

Ao longo da realização das tarefas, os alunos foram evoluindo favoravelmente no uso das suas estratégias multiplicativas. Se considerarmos os níveis propostos por Treffers e Buys (2001), julgo que estes alunos, ao longo deste estudo, foram transitando de nível para nível, sendo que alguns deles se situaram, no final da última tarefa, num nível formal.

Em relação ao trabalho dos alunos destaca-se a forma entusiástica como aceitaram e se envolveram com as tarefas propostas. No entanto também revelaram algumas dificuldades, principalmente ao nível de compreensão dos enunciados orais e escritos, nos termos colunas e linhas, em tirar conclusões do seu próprio trabalho, na procura de regularidades nas tabuadas e no preenchimento de lacunas para formar igualdades. Algumas destas dificuldades foram parcialmente superadas e digo parcialmente porque só com a continuação de trabalho com esses conceitos podemos averiguar realmente se foram ou não superadas.

O recurso a problemas com significado para os alunos também se mostrou um facilitador, para uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos em estudo indo ao encontro das ideias e do estudo feito por Dolk (2008).

A partilha de estratégias nas discussões coletivas que ocorreram em todas as tarefas desta investigação permitiu uma melhor perceção das ideias dos alunos e das suas dúvidas/dificuldades, fez surgir novas estratégias e com certeza enriqueceu o conhecimento dos alunos e o meu como professora.

5.2 Reflexão sobre a minha prática como professora- investigadora

Ao longo da vida, deparamo-nos com inúmeros desafios e experiências em diferentes contextos. Este trabalho foi para mim mais um desses desafios. Desafio este que me proporcionou a oportunidade de desenvolver, pela primeira vez, a iniciação da multiplicação com alunos do 2.º ano de escolaridade, fazendo-o tendo por base uma pesquisa científica mais aprofundada ao invés de promover aprendizagens rotineiras, desprovidas de sentido e limitadas ao meu conhecimento da formação inicial e dos manuais escolares. Desta forma, este estudo revelou-se importante para a minha formação profissional, por ter contribuído para o enriquecimento do meu conhecimento científico sobre o tema em estudo e para a melhoria da minha prática letiva.

Com este trabalho percebi a importância de refletir sobre todo o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos que queremos que os nossos alunos aprendam. Reflexão esta que vai desde o planeamento das atividades (incluindo metodologias e materiais didáticos a utilizar), à importância de analisar as estratégias e o desempenho dos alunos nas atividades propostas. Desta forma teremos uma melhor perceção dos conhecimentos e dificuldades dos alunos e assim contribuímos para melhorar todo o processo educativo. Não esquecendo de refletir sobre a nossa própria prática como professores.

Indo ao encontro dessa ideia, em Ponte (2002, p.2) podemos verificar a sua referência a Isabel Alarcão (2001) que *"sustenta que todo o bom professor tem de ser também um investigador, desenvolvendo uma investigação em íntima relação com a sua função de professor. Justifica esta ideia nos seguintes termos:*

> Realmente não posso conceber um professor que não se questione sobre as razões subjacentes às suas decisões educativas, que não se questione perante o insucesso de alguns alunos, que não faça dos seus planos de aula meras hipóteses de trabalho a confirmar ou infirmar no laboratório que é a sala de aula, que não leia criticamente os manuais ou as propostas didácticas que lhe são feitas, que não se questione sobre as funções da escola e sobre se elas estão a ser realizadas. (p. 5)"

Durante este processo de análise dos dados e da audição das gravações de áudio dei conta que quando questiono os alunos nem sempre lhes dei muito tempo para responderem. Com a preocupação de os ajudar a chegar a um determinado raciocínio ou de esclarecer as suas dúvidas talvez não tenha dado o tempo necessário para que se esforçassem mais por encontrar soluções para os seus problemas ou dúvidas. Durante a aplicação das tarefas, fiquei também com algumas dúvidas se no ato da leitura e explicação do enunciado escrito das tarefas fui sempre explícita e compreendida por todos os alunos ao analisar alguns resultados que surgiram e recordando que durante a realização das tarefas alguns alunos me pediam uma nova explicação do enunciado escrito. Em termos da construção dos enunciados escritos penso que estavam esclarecedores, com exceção do enunciado da tarefa 3, que atualmente mudaria o enunciado escrito de forma a ficar mais explícito para os alunos, como já referi na análise dos dados desta tarefa.

Na planificação do conjunto de tarefas considero que fui muito ambiciosa, pois foram muitas tarefas para tão pouco tempo de aplicação e notou-se principalmente nos resultados da última tarefa, que não foram os esperados. Possivelmente estes alunos necessitariam de trabalhar mais a multiplicação para desenvolvessem melhor as estratégias de cálculo propostas na última tarefa.

Esta análise reflexiva do meu desempenho pedagógico de docente possibilitou-se o encontro da maturidade e ferramentas mentais, que me ajudassem a refletir sobre esta experiência pedagógica e investigativa o que certamente me fez “crescer” como professora-investigadora.

5.3 Limitações e recomendações

Na minha opinião a principal limitação que se pode apontar nesta investigação foi o pouco tempo que dispunha para aplicar as onze tarefas que me propus trabalhar. Eu como professora contratada, fui colocada a lecionar neste agrupamento com um contrato temporário. Fui substituir a professora titular da turma dos alunos participantes, que usufruía da sua licença de maternidade. Sendo assim, eu já sabia o término do meu contrato e que deixaria de exercer funções nesta escola a partir de 14 de fevereiro de 2014. Ao consultar as planificações anuais e mensais deste agrupamento, destinadas ao 2.º ano escolaridade, verifiquei que a iniciação da multiplicação surgia apenas no mês de janeiro e seria difícil antecipar a lecionação deste conteúdo, dada a sequência de outros conteúdos matemáticos planificados para os meses anteriores. O fator tempo condicionou os resultados obtidos como já refleti anteriormente em secções anteriores.

Devido às características deste estudo é evidente que as conclusões obtidas neste estudo não podem ser generalizadas a todos os alunos. Seria importante que se desenvolvessem novos estudos, no âmbito desta temática, com outros alunos de 2.º ano de escolaridade. Com os alunos participantes neste estudo seria interessante dar continuidade a este estudo no sentido de se verificar os progressos no desenvolvimento de estratégias multiplicativas cada vez mais complexas, na resolução de problemas que tenham implícito o conceito da multiplicação, seguindo as linhas orientadoras preconizadas nesta investigação.

BIBLIOGRAFIA

Bell, J. (1997). *Como realizar um projecto de investigação*. Lisboa: Gradiva

Bivar, A.; Grosso,C.; Oliveira, F. e Timóteo, M.C. (2013). *METAS CURRICULARES DO ENSINO BÁSICO – MATEMÁTICA Caderno de Apoio 1.º Ciclo* Disponível em: http://www.dge.mec.pt/metascurriculares/index.php?s=directorio&pid=17. Consultado em [outubro, 2013].

Bogdan, R. e Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.

Branco, N.C.V. (2008). *O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico.* Lisboa: Universidade de Lisboa, Faculdade de Ciências, Departamento de Educação.

Brocardo, J. ; Delgado, C. ; Mendes, F. (2007). A multiplicação no contexto do sentido do número. In *Desenvolvendo O Sentido do Número: perspectivas e exigências curriculares. Materiais para o professor do 1º ciclo (volume II).* (pp. 9-18) Lisboa: APM

Brocardo, J., & Serrazina, L. (2008). O sentido do número no currículo de Matemática. In Brocardo, J., Serrazina, L. & Rocha, I. (Org) *O Sentido do Número – reflexões que entrecruzam teoria e prática.* (pp. 117-133) Lisboa: Escolar Editora

Buys, K. (2008). Mental arithmetic. Em M. Van den Heuvel-Panhuizen (Ed.) *Children Learn Mathematics: A Learning-Teaching Trajectory with Intermediate Attainment Targets for Calculation with Whole Numbers in Primary School* (pp. 121-146). Netherlands: Sense Publishers (obra original publicada em 2001).

Carvalho, R. (2011). *CALCULAR DE CABEÇA OU COM A CABEÇA?- In PROFMAT2011- ACTAS.* Disponível em: http://www.apm.pt/files/_Conf01_4e7132d6a08f8.pdf. Consultado em [outubro, 2013].

Castro, J. & Rodrigues, M. (2008). O sentido do número no início da aprendizagem. In Brocardo, J., Serrazina, L. & Rocha, I. (Org) *O Sentido do Número – reflexões que entrecruzam teoria e prática.* (pp. 117-133) Lisboa: Escolar Editora

Cebola, G. (2002). Do número ao sentido do número. In *Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores*. Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação. Secção de Educação e Matemática, (pp. 223-239).

Coutinho, C.P. (2011). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática.* Coimbra: Almedina.

Coutinho, C. & Chaves, J. (2002). *O estudo de caso na investigação, em Tecnologia Educativa em Portugal. Revista Portuguesa de Educação*, 15 (1), 221-244.CIEd - Universidade do Minho.

Crespo, N. S. (2011). *Relatório da Prática de Ensino Supervisionada.* Leiria: Escola Superior de Educação e Ciências Sociais.

DEB. (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico: Competência essenciais.* Lisboa: Ministério de Educação.

DEB. (2002). *Organização curricular e programas (3ª edição).* Lisboa: Departamento da Educação Básica do Ministério de Educação.

Delgado, C. (2009). *Os Números e as Operações no Novo Programa de Matemática do Ensino Básico.* Revista Educação Matemática 105 (pp. 17-21)

Dolk,M. (2008). Problemas realistas: Um ponto de partida para uma sequência de oportunidades de aprendizagem. In Brocardo, J., Serrazina, L. & Rocha, I. (Org) *O Sentido do Número – reflexões que entrecruzam teoria e prática.* (pp. 35-53) Lisboa: Escolar Editora

Ferreira, E. (2002). Da professora à formadora. In Grupo de Trabalho sobre Investigação (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 235-256). Lisboa: APM.

Fosnot, C. & Dolt, M. (2001). *Young mathematicians at work: Constructing multiplication and division.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Francisco, M. I. R. (2011). *Sentido de número na multiplicação- um Estudo de Caso com alunos de 3.º ano/Reflexão sobre a Prática Pedagógica.* Leiria: Escola Superior de Educação e Ciências Sociais.

Gonçalves, M. H. M. F. (2003). *A multiplicação e divisão em alunos do 1.º ciclo do Ensino Básico.* Lisboa: APM.

Kamii, C. & Anderson, C. (2003). *Multiplication games: How we made and used them.* Teaching Children Mathematics, 10 (3), 135-141.

Loureiro, C. (1997). *Multiplicação, combinatória e desafios.* Revista Educação Matemática 44 (pp. 14-20).

Lourenço, G. & Veia, L. (2011). *Calculando em Cadeia.* Revista Educação Matemática 111 (pp. 37- 40).

Matos, A. S. S. M. (2007). *Explorando Relações Funcionais no 8.º ano - Um estudo sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico.* Lisboa: Universidade de Lisboa, Faculdade de Ciências, Departamento de Educação.

McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). *A proposed framework for examining basic number sense. For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2-8 e 44.

ME. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico.* Lisboa: Ministério de Educação.

MEC. (2013). *Programa e Metas Curriculares Ensino Básico Matemática.* Disponível em: www.dge.mec.pt/data/dgidc/.../Metas/Programa_Matematica_Basico.pdf. Consultado em [outubro, 2013].

Mendes, F., Delgado, C. (2008). A aprendizagem da multiplicação e o desenvolvimento do sentido de número. In Brocardo, J., Serrazina, L. e Rocha, I. (2008). *O sentido do número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 159 – 182) Lisboa: Escolar Editora.

Mendes, M.F.P.C. (2012). *A aprendizagem da multiplicação numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número: Um estudo de caso com alunos do 1.º Ciclo.* Lisboa: Universidade de Lisboa, Instituto de Educação.

Moreira, M.A.R.C. (2004). *Trabalho Colaborativo e reflexão para o ensino da multiplicação e da divisão- Um estudo com três professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico.* Braga: Universidade do Minho, Instituto de Educação e Psicologia.

Mulligan, J. & Mitchelmore, M. (1997). *Young children's intuitive models of multiplication and division.* Journal for Research in Mathematics Education, 28 (3), 309-330.

NCTM. (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. [Tradução Portuguesa dos Principles and Standards for School Mathematics]. Lisboa: APM.

Oliveira, I., & Serrazina, L. (2002). A reflexão e o professor como investigador. In Grupo de Trabalho sobre Investigação (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 29-42). Lisboa: APM.

Piaget, J. (1987). *Possibility and necessity.* Minneapolis: University of Minnesota Press.

Pimentel, T., Vale, I., Freire, F., Alvarenga, D., & Fão, A. (2010). *Matemática nos primeiros anos- tarefas e desafios para a sala de aula.* Lisboa: Texto Editores.

Ponte, J.P. (2002). Investigar a nossa prática. In GTI (Org), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp.5-28). Lisboa: APM

Ponte, J.P. (2004). Investigar a nossa prática: Uma estratégia de formação e de construção do conhecimento profissional. In E. Castro & E. Torre (Eds.), *Investigación en educatión matematica* (pp.61-84). Coruña: Universidad da Coruña. Republicado em 2008, PNA- Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática, 2(4), 153-180.

Ponte, J. P.(2005). Gestão Curricular em Matemática. In GTI (ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp.11-34). Lisboa: APM

Ponte, J. P., Matos, J.& Abrantes, P. (1998). *Investigação em Educação matemática: Implicações curriculares*. Lisboa: IIE/ME

Ponte, J. P., Serrazina, M. L. (2000) *Didática da Matemática no 1º Ciclo.* Lisboa: Universidade Aberta

Relatório PROJETO TESTES INTERMÉDIOS – 1.º Ciclo do Ensino Básico 2013. Disponível em: http://www.gave.min-edu.pt/np3content/?newsId=24&fileName=Relatorio_TI_2_2013_LV.pdf. Consultado em [dezembro, 2013].

Rocha, I. & Menino, H. (2009). Desenvolvimento do sentido de número na multiplicação. Um estudo de caso com crianças de 7/8 anos. RELIME, 12(1), pp. 103-134. Disponível em: http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33512105. Consultado em janeiro, 2014.

Rodrigues, A. & Azevedo, L. (2011). *Matemática de 2.º Ano – Pasta Mágica*. Porto: Areal Editores.

Schenkel, M. H. (2005). Professor reflexivo - da teoria à prática. In I. Sá-Chaves, *Os "portfolios" reflexivos (também) trazem gente dentro* (pp.121-131). Porto: Porto Editora.

Schwartz, J. (1988). Intensive quantity and referent transforming arithmetic operations. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in middle grades* (pp. 41-52). Hillsdale, New Jersey: Erlbaum.

Serrazina, M. L. (1999). *Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em Matemática no contexto de reforma curricular no 1ºciclo. Quadrante, 8*(1), 139-167.

Serrazina, M. L. (2002). *Competência matemática e competência de cálculo no 1.º ciclo.* Revista Educação Matemática 69 (pp. 57-60)

Serrazina, M. L. (2007). *Ensinar e aprender matemática no 1.º ciclo.* Lisboa: Texto Editores.

Tavares, D.; Gonçalves, F. ; Menino, H; Cadima, R. (2011). *Matemática de 2.º Ano – Projeto Desafios.* Carnaxide: Santillana Constância.

TIMSS 2011- (2012). Disponível em: http://www.portugal.gov.pt/media/793501/TIMSS%202011%20MATH%204.pdf. Consultado em dezembro de 2013.

Treffers, A. & Buys, K. (2001). Grade 2 (and 3)- calculation up to 100. In: M.Heuvel-Panhuizen (Ed.) *Children learn mathematics* (pp.61-88). Netherlands: Freudenthal Institute (FI) Utrecht University & National Institute for Curriculum Development (SLO)

Yin, R. (1994). *Case Study Research – Design and Methods.* London: Sage Publications.

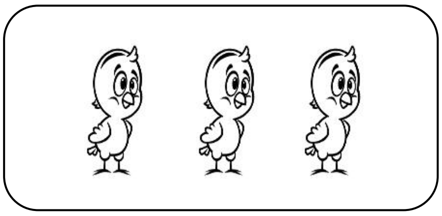
Van de Walle, J. (2004). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally.* Boston: Allyn and Bacon.

http://www.academia.edu/2001287/A_multiplicacao_eo_ensino_das_tabuadas_da_multiplicacao - Consultado em abril de 2014

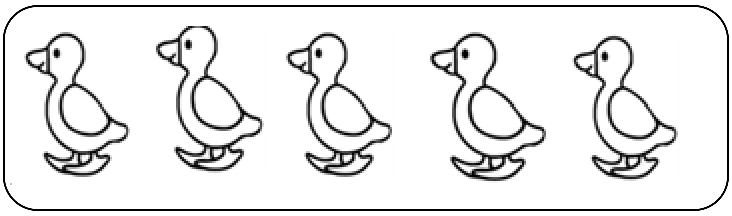
ANEXOS

Anexo 1 - Tarefa 1 " As patas dos animais"

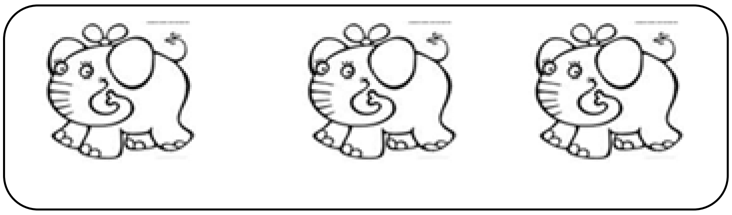
Vamos descobrir, quantas patas há em cada grupo de animais.



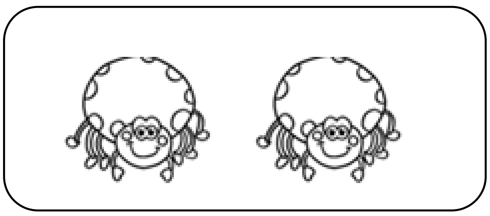
Quantas patas há num grupo de 3 pintos?
Explica como contaste.



Quantas patas há num grupo de 5 patos?
Explica como contaste.



Quantas patas há num grupo de 3 elefantes?
Explica como contaste.



Quantas patas há num grupo de 2 aranhas?
Explica como contaste.

Anexo 2 - Tarefa 2 “A pescaria”

O avô do Ricardo foi pescar. Quando chegou a casa mostrou ao Ricardo a caixa com o peixe que pescou. Observa a figura 1.

Ajuda o Ricardo a calcular o número de peixes que estão nessa caixa. Como obtiveste esse valor?

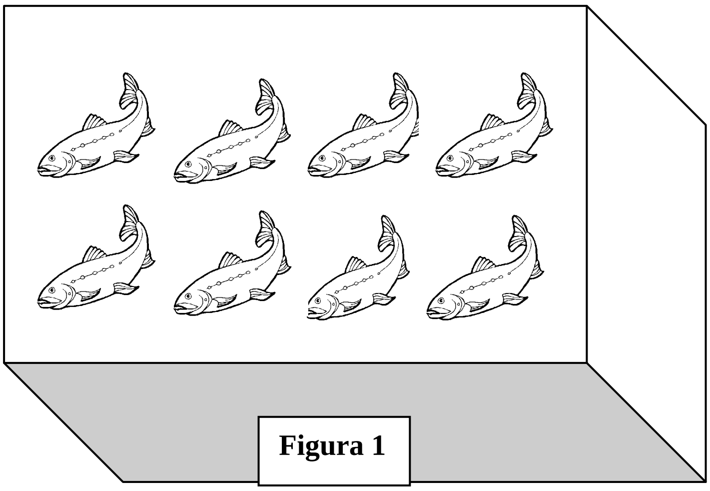


Figura 1

Na semana seguinte o avô do Ricardo pescou ainda mais peixe, trouxe para casa duas caixas de peixe, iguais à que podes observar na figura 2.

Ajuda o Ricardo a calcular o número de peixes pescados pelo avô. Como obtiveste esse valor?

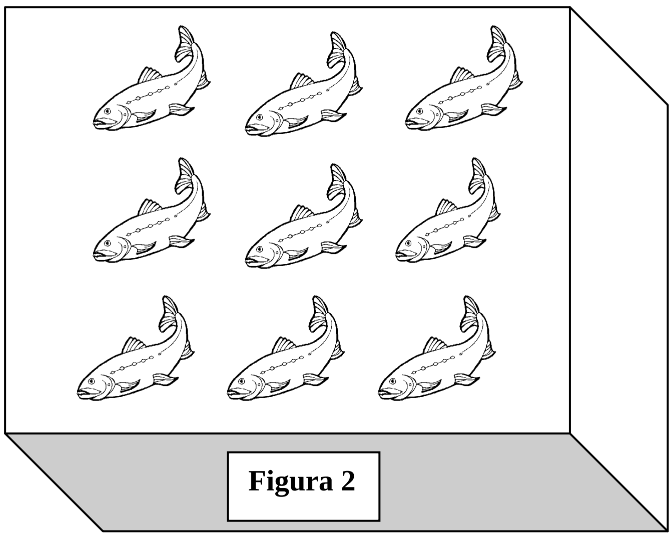
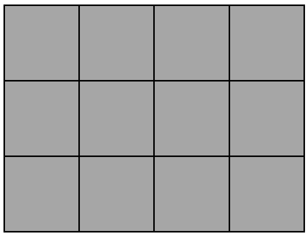


Figura 2

Anexo 3 - Tarefa 3 “Linhas e colunas”

a) Escreve o número de quadrados da figura recorrendo às multiplicações possíveis.



Há ____ linhas com ____ quadrados. ____ x ____ =____

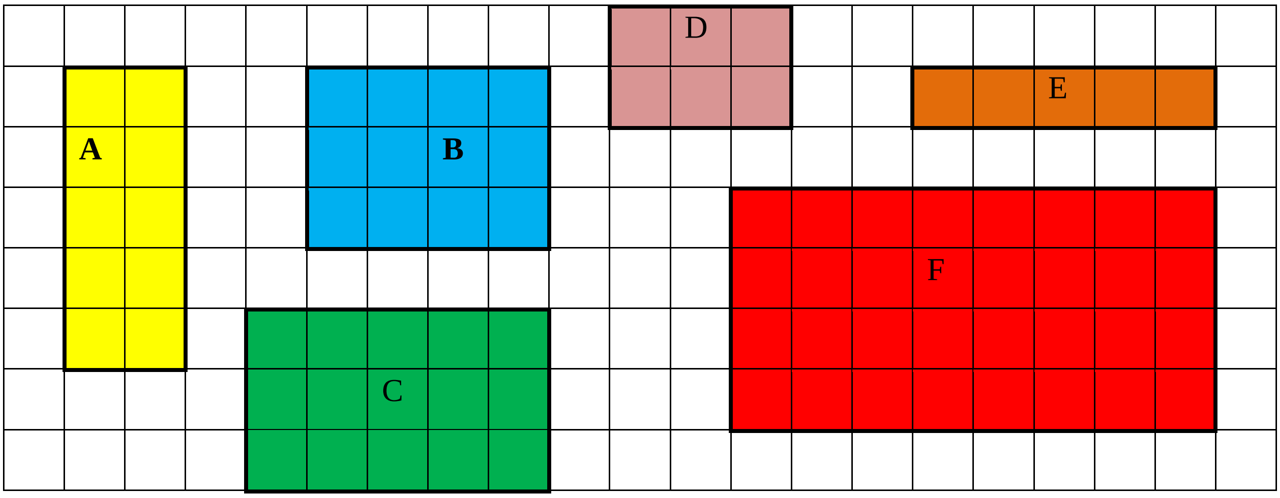
ou

Há ____ colunas com ____ quadrados. ____ x ____ =____

O que concluís com este exercício?

____

b) Observa os retângulos e estabelece as correspondências, como no exemplo.

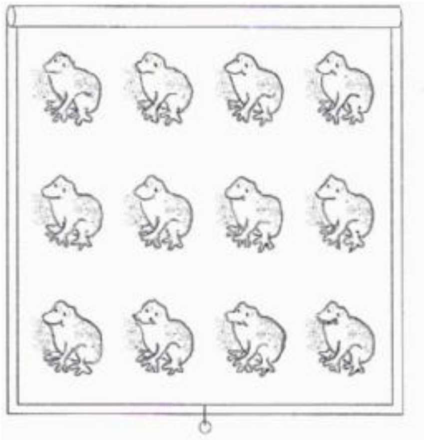


A	**3 x 4**	**2 x 5**	**5**
B	**5 x 2**	**4 x 3**	**12**
C	**3 x 5**	**5 x 1**	**10**
D	**4 x 8**	**5 x 3**	**6**
E	**1 x 5**	**8 x 4**	**15**
F	**2 x 3**	**3 x 2**	**32**

Anexo 4 - Tarefa 4 “Cortinas”

O João tem dois irmãos. Na figura temos as cortinas do quarto dele, dos irmãos e da cozinha.

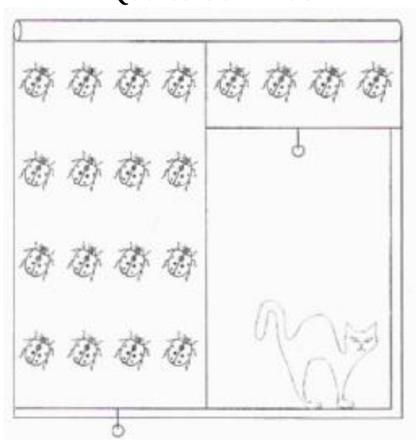
Quarto do João



Quarto da irmã

Cozinha

Quarto do irmão



Quantas rãs estão na cortina do quarto do João? Como contaste?

A cortina do quarto da irmã do João não está toda corrida, mas és capaz de dizer quantas flores tem a cortina?

Os morangos da cortina da cozinha não estão todos à vista, mas consegues descobrir quantos são? Explica como fizeste.

E como consegues saber quantas joaninhas tem a cortina do irmão do João?

Anexo 5 - Tarefa 5 “Pares de sapatos”

Lê e resolve os exercicios que se seguem.

1- Em cada saco há um par de sapatos.

Estima o número total de sapatos. ___________

Completa a tabela.

Número de sacas	1	2											
Número de sapatos	2	4											

Acertaste a tua estimativa? ____________________

2- Observando a tabela que completaste anteriormente constrói a tabuada do 2.

tabuada do 2

_____ x______ = _____
_____ x______ = _____
_____ x______ = _____
_____ x______ = _____
_____ x______ = _____
_____ x______ = _____
_____ x______ = _____
_____ x______ = _____
_____ x______ = _____
_____ x______ = _____
_____ x______ = _____
_____ x______ = _____
_____ x______ = _____

Nos resultados da tabuada do 2 que regularidades podes encontrar?

Anexo 6- Tarefa 6 “Tabuada do 4”

1. A partir da tabuada do 2, a Joana está a descobrir a tabuada do 4.
   a) Observa o seu registo na tabela que se segue e ajuda-a a completa-la.

x	2	2	4
1	2	2	4
2	4	4	8
3	6	6	12
4	8	8	16
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			

   b) Depois de completares a tabela que regularidades podes encontrar?

   c) Completa as igualdades seguintes.

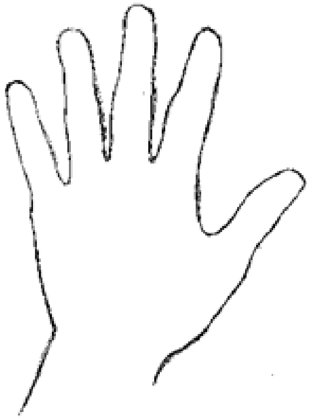
2 x 4 = $\square$ $\square$ x 4 = 12

$\square$ x 4 = 16 6 x 4 = $\square$

$\square$ x 4 = 32 $\square$ x 4 = 48

5 x 4 = $\square$ 7 x 4 = $\square$

$\square$ x 4 = 40 $\square$ x 4 = 36



Anexo 7 -Tarefa 7 "Tabuada do 5"

Observa uma das tuas mãos.

Quantos dedos tem? ____

Nas tuas 2 mãos tens _____ dedos,

porque _____ x _____ = ______

Observa a tabela que se segue registando a forma como pensaste.

Finalmente completa a tabuada do 5.

Número	**Número**	**Como pensaste?**
4	20	4 x 5 = 20, porque é duas vezes 2 x 5
3		
6		
5		
10		
9	45	9 x 5 = 45, porque é 10 x 5 – 1 x 5
8		
7		
11		
12		

Tabuada do 5

x	**5**
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

Que regularidades encontras na tabuada do 5?

____

____

Anexo 8 - Tarefa 8 “Tabuada do 10”

1. O que podes dizer sobre os números 5 e o 10?

____

____

2. A partir da tabuada do 5, o Guilherme está a descobrir a tabuada do 10. Ajuda-o.

x	5	10
1	5	10
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Que regularidades encontras na tabuada do 10?

____

____

3. Em cada conjunto de números, rodeia um intruso.

A

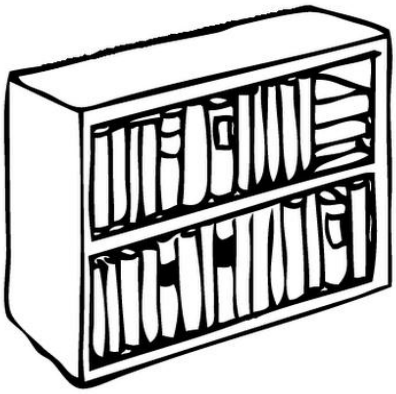
25 30
15
10 60
35 55 22

B

20 30
100
120 60
50 55 70

4. Calcula mentalmente.

8 x 10 =_____	14 x 10 =_____	16 x 10 =_____
8 x 5 =_____	14 x 5 =_____	16 x 5 =_____



Anexo 9 - Tarefa 9 “A parede do sótão”

O pai da Sara quer tapar uma parede do sótão com estantes para arrumação.

Para isso, irá comprar estantes iguais à da imagem.

Cada estante mede 42 centímetros de comprimento e 42 centímetros de altura.

O pai da Sara conseguiu empilhar 4 estantes, umas em cima das outras e ocupou a parede toda até ao teto.

1- Qual era a altura da parede? Explica como pensaste.

2- E se as estantes tivessem 21 centímetros? Quantas estantes são necessárias para ocupar a mesma parede?

3- O pai da Sara experimentou arrumar as estantes lado a lado e colocou 9 estantes de 21centímetros. Que comprimento da parede ocupou?

Anexo 10 - Tarefa 10 “Escolha de pizas”

A mãe do Rafael tem um restaurante, no menu de sábado tem piza. Cada cliente pode escolher a sua piza, tendo em conta as seguintes opções:

Forma

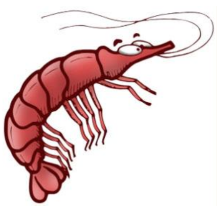
Quadrada

redonda

Ingredientes

atum

fiambre



camarão

vegetais

Escolhendo uma forma e um ingrediente, quantas pizas diferentes, a mãe do Rafael poderá servir aos seus clientes? Quais são?

Quantas pizas diferentes podem surgir escolhendo uma forma e dois ingredientes?

Anexo 11 - Tarefa 11 " Multiplicação – estratégias de cálculo"

1. Calcula os seguintes produtos em cadeia e explica aos teus colegas como fizeste.

2 x 10 =
20 x 10 =
22 x 10 =
40 x 10 =
60 x 10 =

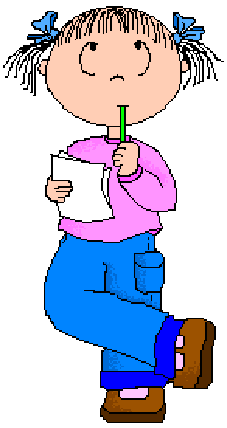
2 x 5 =
20 x 5 =
22 x 5 =
40 x 5 =
60 x 5 =

2 x 20 =
20 x 20 =
22 x 20 =
40 x 20 =
60 x 20 =

2. A mãe da Joana comprou 12 molduras iguais. Cada moldura custa 7 euros. Quanto irá pagar?

Vê como pensou a Joana.

$$12 \times 7 = 10 \times 7 + 2 \times 7 =$$
$$= 70 + 14 = 84$$



Calcula os produtos que se seguem usando estratégias semelhantes.

a) 15 x 8 =

b) 23 x 2=

c) 18 x 5 =

d) 21 x 4 =

3. O Rui foi à loja do senhor António comprar berlindes. Cada saca tem 20 berlindes.

Ele decidiu comprar 8 sacas. O senhor António disse-lhe: “Se conseguires calcular mentalmente o número de berlindes dessas 8 sacas, eu faço-te um desconto no valor a pagar.” Então o Rui pensou da seguinte forma:

8 x 20 = 8 x 2 x 10 = 16 x 10 = 160

São 160 berlindes.

Calcula os produtos que se seguem, recorrendo à estratégia apresentada.

7 x 20 =

9 x 40 =

6 x 40=

3 x 50 =

5 x 50=

Anexo 12 - Planificação Geral

<table>
<tr><td>Público-alvo</td><td colspan="3">Alunos do 2º ano de escolaridade</td></tr>
<tr><td>Propósito Principal de Ensino</td><td colspan="3">Desenvolver nos alunos o sentido do número, a compreensão dos números e das operações e a capacidade de cálculo mental e escrito, bem como a de utilizar estes conhecimentos e capacidades para resolver problemas em contextos que lhes são familiares.</td></tr>
<tr><td>Objetivos gerais</td><td colspan="3">Compreender e ser capazes de usar propriedades dos números naturais;
Compreender as operações e ser capazes de operar com números naturais;
Ser capazes de apreciar ordens de grandeza de números e compreender o efeito das operações;
Ser capazes de estimar e de avaliar a razoabilidade dos resultados;
Desenvolve destrezas de cálculo mental e escrito;
Ser capazes de resolver problemas, raciocinar e comunicar em contextos numéricos.</td></tr>
<tr><td>Domínios e Subdomínios</td><td>Objetivos específicos</td><td>Tarefas</td><td>Duração</td></tr>
<tr><td>Números e Operações
✓ Números naturais
✓ Adição e Subtração</td><td>(A) Reconhecer números pares e números ímpares;
(B) Compreender a adição nos sentidos combinar e acrescentar;
(C) Compreender a subtração no sentido de retirar;</td><td>Tarefa 1 (A), (B), (E), (F), (G), (I), (M)
Tarefa 2 (B), (E), (F), (I), (L), (M)</td><td>60’
45’
45’</td></tr>
</table>

✓ Multiplicação ✓ Divisão **Sequências e regularidades**	(D) Decomposição de números até 100 em somas; (E) Compreender a multiplicação nos sentidos aditivo e combinatório; (F) Usar os símbolos +, - e x na representação horizontal do cálculo; (G) Conhecer e reconhecer os termos fator e produto; (H) Estimar somas e produtos; (I) Adicionar, subtrair e multiplicar utilizando a representação horizontal e recorrendo a estratégias de cálculo mental e escrito; (J) Compreender, construir e memorizar as tabuadas do 2, 4, 5 e 10; (K) Reconhecer e aplicar os termos “dobro” e “metade”; (L) Resolver situações multiplicativas em que apliquem as propriedades comutativa, distributiva e associativa da multiplicação; (M) Resolver problemas envolvendo adições, subtrações e multiplicações; (N) Investigar regularidades em sequências e tabelas de números.	**Tarefa 3** (E), (F), (G), (I), (L) **Tarefa 4** (B), (E), (F), (I), (K), (L), (M) **Tarefa 5** (A), (B), (E), (F), (H), (I), (J), (K), (L), (N) **Tarefa 6** (A), (B), (E), (F), (I), (J), (K), (L), (N) **Tarefa 7** (B), (E), (F), (I), (J), (K), (L), (N) **Tarefa 8** (A), (E), (F), (I), (J), (K), (L), (N) **Tarefa 9** (B), (C), (E), (F), (I), (K), (L), (M) **Tarefa 10** (B), (E), (F), (I), (K), (L), (M) **Tarefa 11** (D), (E), (F), (G), (I), (J), (K), (L), (M)	60’ 45’ 45’ 60’ 45’ 60’ 60’ 90’
Avaliação da atividade	Avaliação Formativa realizada a partir da observação direta e dos registos escritos dos alunos.		

Anexo 13 - Plano de trabalho na sala de aula

Tarefa	Objetivo investigativo	Estratégias que poderão ser usadas pelos alunos	Motivação do professor	Metodologia de trabalho	Duração
Tarefa 1 As patas dos animais	➢ Saber como lidam os alunos com problemas da vida real envolvendo o sentido aditivo da multiplicação; ➢ Verificar que estratégias são utilizadas pelos alunos na resolução da tarefa.	Usar adições repetidas Contar por saltos	Iniciação do conceito de multiplicação. No momento da discussão dos resultados levar os alunos a conhecer a operação Multiplicação através do termo “vezes” e a representação horizontal com o símbolo x.	1.º- Apresentação da tarefa através da leitura do enunciado escrito, por parte da professora; 2.º- A exploração das tarefas, durante o qual os alunos trabalharam individualmente; 3.º-Apresentação e discussão das resoluções e estratégias utilizadas nas tarefas, perante a turma.	60’
Tarefa 2 A pescaria	➢ Saber como lidam os alunos com problemas da vida real envolvendo o sentido aditivo da multiplicação; ➢ Verificar que estratégias são utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas.	Usar adições repetidas Usar a multiplicação Usar a disposição retangular	Proporcionar aos alunos problemas que trabalham a multiplicação. Problemas que trabalham: • a multiplicação na estrutura retangular; • a propriedade comutativa da multiplicação.	1.º- Organizar os grupos de trabalho- 4 grupos cada um com 3 elementos. 2.º- Apresentação da tarefa através da leitura do enunciado escrito, por parte da professora; 3.º- A exploração das tarefas, durante o qual os alunos trabalharam em grupo; 4.º- Apresentação e discussão das	45’

			No momento da discussão dos resultados salientar o aspeto comutativo da multiplicação. De modo a que os alunos descubram que o produto dos peixes das caixas pode ser estruturada de dois modos diferentes, fazendo o cálculo em linha ou em coluna.	resoluções e estratégias utilizadas nas tarefas, perante a turma.	
Tarefa 3	➢ Saber como lidam os alunos com tarefas multiplicativas envolvendo o sentido aditivo da multiplicação; ➢ Verificar que estratégias são utilizadas pelos alunos na resolução da tarefa.	Usar a multiplicação Aplicar a disposição retangular Concluir a comutatividade da multiplicação	Proporcionar aos alunos exercícios que trabalham a multiplicação. Exercícios que trabalham: • a multiplicação na estrutura retangular; • a propriedade comutativa da multiplicação. No momento da discussão será pertinente verificar se todos perceberam a multiplicação na estrutura retangular e se chegaram à conclusão que numa multiplicação mesmo que se mude a posição dos fatores da multiplicação o valor do produto será o mesmo.	1.º- Apresentação da tarefa através da leitura do enunciado escrito, por parte da professora; 2.º- A exploração das tarefas, durante o qual os alunos trabalharam individualmente; 3.º- Apresentação e discussão das resoluções e estratégias utilizadas nas tarefas, perante a turma.	45’

Tarefa 4 cortinas	➢ Saber como lidam os alunos com problemas da vida real envolvendo o sentido aditivo da multiplicação; ➢ Verificar que estratégias são utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas	Usar adições repetidas Usar produtos Aplicar a disposição retangular. Usar a relação de dobro 3x4 e 4x3 2x3x4 6x4= 2x3x4 ou 4 x 3 + 4 x 3 2x6 +2x6= 4 x 6 Usar produtos parciais	Proporcionar aos alunos problemas que trabalham a multiplicação. Problemas que trabalham: • a multiplicação na estrutura retangular; • a propriedade comutativa da multiplicação; • a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. No momento da discussão derá incentivar os alunos a encontrar várias estratégias para cada desafio do problema, de modo a explorar as propriedades da multiplicação que se pretendem trabalhar.	1.º- Organizar os grupos de trabalho- 4 grupos cada um com 3 elementos. 2.º- Apresentação da tarefa através da leitura do enunciado escrito, por parte da professora; 3.º- A exploração das tarefas, durante o qual os alunos trabalharam em grupo; 4.º- Apresentação e discussão das resoluções e estratégias utilizadas nas tarefas, perante a turma.	60’
Tarefa 5 Tabuada do 2	➢ Saber como lidam os alunos com problemas da vida real envolvendo o sentido aditivo da multiplicação; ➢ Verificar que estratégias são utilizadas pelos alunos na	Usar adições repetidas Usar a multiplicação Usar a relação de dobro	Proporcionar aos alunos exercícios que trabalham a multiplicação. Exercícios que trabalham: • a realização de estimativas; • o preenchimento de tabela apresentando uma determinada regularidade;	1.º- Organizar os alunos em pares. 2.º- Apresentação da tarefa através da leitura do enunciado escrito, por parte da professora; 3.º- A exploração das tarefas, durante o qual os alunos trabalharam a pares; 4.º-Apresentação e discussão das	45’

	resolução da tarefa; ➢ Observar como compreendem e constroem a tabuada do 2 partindo de uma situação com contexto.	Contar de 2 em 2	• a construção a tabuada do 2. • a identificação de regularidades nos produtos da tabuada do 2. Na discussão das regularidades os alunos deverão reconhecer que os produtos correspondem uma contagem de 2 em 2, que o algarismo das unidades desses produtos corresponde à sequência 2, 4, 6, 8, 0…, estes algarismos das unidades define estes produtos como números pares. Será pertinente a exploração do conceito de dobro. 2 é o dobro de 1; 4 é o dobro de 2; 8 é o dobro de 4; 6 é o dobro de 3; 12 é o dobro de 6; 10 é o dobro de 5…	resoluções e estratégias utilizadas nas tarefas, perante a turma.	
Tarefa 6 Tabuada do 4	➢ Saber como lidam os alunos com tarefas multiplicativas envolvendo o sentido aditivo da multiplicação;	Usar adições repetidas Usar a multiplicação Usar a relação de dobro	Proporcionar aos alunos exercícios que trabalham a multiplicação. Exercícios que trabalham: • a construção a tabuada do 4 como sendo o dobro da tabuada do 2; • a identificação de regularidades nos	1.º- Organizar os alunos em pares. 2.º- Apresentação da tarefa através da leitura do enunciado escrito, por parte da professora; 3.º- A exploração das tarefas, durante o qual os alunos trabalharam a pares;	45’

	➢ Verificar que estratégias são utilizadas pelos alunos na resolução da tarefa; ➢ Observar como compreendem e constroem a tabuada do 4 partindo da tabuada do 2.	Contar de 4 em 4	produtos da tabuada do 4; • a construção da tabuada do 4 observando o conceito de dobro nos próprios produtos desta tabuada. Na discussão das regularidades os alunos deverão reconhecer que os produtos correspondem uma contagem de 4 em 4, que o algarismo das unidades desses produtos corresponde à sequência 4, 8, 2, 6, 0… estes algarismos das unidades define estes produtos como números pares. Será pertinente a exploração do conceito de quádruplo. 4 é o quádruplo de 1; 8 é o quádruplo de 2; 16 é o quádruplo de 4; 20 é o quádruplo de 5…	4.º-Apresentação e discussão das resoluções e estratégias utilizadas nas tarefas, perante a turma.	
Tarefa 7 Tabuada do 5	➢ Saber como lidam os alunos com problemas da vida real envolvendo o sentido aditivo da multiplicação;	Usar adições repetidas Usar subtrações Usar a propriedade distributiva em relação à adição	Proporcionar aos alunos exercícios que trabalham a multiplicação. Problemas que trabalham: • a propriedade comutativa da multiplicação;	1.º- Apresentação das tarefas através da leitura do enunciado escrito, por parte da professora; 2.º- A exploração da tarefa, durante o qual os alunos trabalharam coletivamente	60’

	➢ Verificar que estratégias são utilizadas pelos alunos na resolução da tarefa; ➢ Observar como compreendem e constroem a tabuada do 5 partindo de uma situação com contexto.	Por exemplo: 3x5= 2x5 +1x5=15 Usar a multiplicação Usar a relação de dobro Contar de 5 em 5	• a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição; • a construção a tabuada do 5 utilizando estratégias de cálculo mental e escrito; • a identificação de regularidades nos produtos da tabuada do 5; Nas regularidades os alunos deverão reconhecer que os produtos correspondem uma contagem de 5 em 5, que o algarismo das unidades desses produtos corresponde à sequência 5, 0... Será pertinente a exploração do conceito de quíntuplo. 5é o quíntuplo de 1; 10 é o quíntuplo de 2; 15 é o quíntuplo de 3; 20 é o quíntuplo de 4…	com a professora. 3.º-Apresentação e discussão das resoluções e estratégias utilizadas nas tarefas, perante a turma.	
Tarefa 8 Tabuada do 10	➢ Saber como lidam os alunos com tarefas multiplicativas envolvendo o sentido aditivo da multiplicação;	Usar adições repetidas Usar a multiplicação Usar as relações de	Proporcionar aos alunos exercícios que trabalham a multiplicação. Exercícios que trabalham: • a construção a tabuada do 10 como sendo o dobro da tabuada do 5;	1.º- Organizar os alunos em pares. 2.º- Apresentação das tarefas através da leitura do enunciado escrito, por parte da professora; 3.º- A exploração das tarefas, durante o	45’

	➢ Verificar que estratégias são utilizadas pelos alunos na resolução da tarefa; ➢ Observar como compreendem e constroem a tabuada do 10 partindo da tabuada do 5.	dobros e de metade Contar de 10 em 10 Reconhecer que os produtos da tabuada do 10 terminam todos num zero.	• a identificação de regularidades nos produtos da tabuada do 10; • Reconhecer intrusos em conjuntos de números com as tabuadas do 5 e do 10; • Calculo de produtos explorando os conceitos dobro e metade. Na discussão das regularidades os alunos deverão reconhecer que os produtos correspondem uma contagem de 10 em 10, que o algarismo das unidades desses produtos é sempre um zero. Este algarismo das unidades define estes produtos como números pares. No exercício 4 é possível explorar para além do conceito "dobro" também o conceito "metade".	qual os alunos trabalharam a pares; 4.º-Apresentação e discussão das resoluções e estratégias utilizadas nas tarefas, perante a turma.	
Tarefa 9 A parede do sótão	➢ Saber como lidam os alunos com problemas da vida real envolvendo o sentido aditivo da multiplicação; ➢ Verificar que estratégias	Usar adições repetidas Usar a multiplicação Usar as relações de dobros e de metade	Proporcionar aos alunos problemas que trabalham a multiplicação. Problemas que trabalham: • a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição; • a utilização de estratégias de cálculo	1.º- Organizar os grupos de trabalho- 4 grupos cada um com 3 elementos. 2.º- apresentação das tarefas através da leitura do enunciado escrito, por parte da professora; 3.º- a exploração das tarefas, durante o	60'

	são utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas	Utilizar estratégias de cálculo mental e escrito Usar as decomposições dos números Recorrer a uma reta vazia executando adições sucessivas	mental e escrito; • a utilização da decomposição dos números em somas. Na discussão dar oportunidade aos alunos de desenvolver as estratégias possíveis de resolução. Será possível explorar os conceitos “dobro” e “metade”. Bem como estratégias de cálculo através da decomposição de números.	qual os alunos trabalharam em grupo; 4.º-apresentação e discussão das resoluções e estratégias utilizadas nas tarefas, perante a turma.	
Tarefa 10 As pizas	➢ Saber como lidam os alunos com problemas da vida real envolvendo o sentido a combinatório da multiplicação; ➢ Verificar que estratégias são utilizadas pelos alunos na resolução do problema.	Usar o esquema de árvore Usar a multiplicação	Proporcionar aos alunos exercícios que trabalham a multiplicação no sentido combinatório. Problemas que trabalham: • a propriedade comutativa da multiplicação; • a multiplicação utilizando esquemas em árvore.	1.º- Organizar os grupos de trabalho- 4 grupos cada um com 3 elementos. 2.º- apresentação das tarefas através da leitura do enunciado escrito, por parte da professora; 3.º- a exploração das tarefas, durante o qual os alunos trabalharam em grupo; 4.º-apresentação e discussão das resoluções e estratégias utilizadas nas tarefas, perante a turma.	60’

Tarefa 11 Multiplicação - estratégias de cálculo	➢ Saber como lidam os alunos com tarefas multiplicativas que desenvolvem o cálculo mental. ➢ Verificar que estratégias são utilizadas pelos alunos na resolução da tarefa;	Usar a multiplicação Calcular as multiplicações decompondo um dos fatores Aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição Aplicar a propriedade associativa da multiplicação Aplicar as tabuadas que já conhecem Usar as relações de dobros, metade e quádruplo	Proporcionar aos alunos exercícios que trabalham o cálculo mental com a multiplicação. Exercícios que trabalham: • a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição; • a utilização de estratégias de cálculo mental e escrito; • a utilização da decomposição dos números em somas. • A utilização das tabuadas que já conhecem. Na discussão dar oportunidade aos alunos de desenvolver as estratégias possíveis de resolução.	1.º- apresentação das tarefas através da leitura do enunciado escrito, por parte da professora; 2.º- a exploração das tarefas, durante o qual os alunos trabalharam individualmente; 3.º-apresentação e discussão das resoluções e estratégias utilizadas nas tarefas, perante a turma.	90’

Anexo 14 - Guião das notas de campo

Tarefa:	Data:
Duração:	
Grelha de observação	
Curiosidade e motivação demonstrada pelos alunos	
Autonomia dos alunos na execução das tarefas	
Atitudes e estratégias utilizadas pelos alunos na execução das tarefas	
Dificuldades sentidas pelos alunos na execução das tarefas	
Dificuldades sentidas pela professora	
Aspetos que podem ser melhorados (na tarefa, na prática da professora):	
Aspetos bem conseguidos	
Observações:	

Anexo 15- Requerimento à direção do Agrupamento de Escolas

Ex. mo Senhor

Diretor do Agrupamento de Escolas Dom Luís de Ataíde

No âmbito de um trabalho de Mestrado subordinado ao tema Aprendizagem da Multiplicação - estudo de caso no 2.º ano de escolaridade, pretendia recolher dados na turma de 2.º e 3.º ano da Escola Básica do 1.º Ciclo n.º 6 de Peniche/ Jardim de Infância da Prageira com o objetivo de analisar o trabalho dos alunos em tarefas que desenvolvam o tema em estudo.

As tarefas desenvolvidas estarão de acordo com os conteúdos definidos no programa, não afetando por isso a planificação já efetuada. Será durante a sua realização que se procederá à recolha de dados, recorrendo para isso a registos áudio e vídeo. Serão também realizadas entrevistas aos alunos.

O anonimato dos alunos será garantido, seguindo todas as normas deontológicas da investigação em educação, os seus encarregados de educação serão previamente informados do contexto e dos objetivos do estudo.

Assim, venho por este meio pedir a Vossa Excelência a autorização para a recolha de dado na turma referida.

Manifestando desde já a minha disponibilidade para esclarecer possíveis dúvidas relacionadas com a aplicação do estudo, aguardo o vosso parecer.

Peniche, _____ de Outubro de 2013

____

Susana Oliveira

DEFERIDO/INDEFERIDO

____

Anexo 16- Pedido de autorização aos pais e encarregados de educação.

Eu, ____ Encarregado de Educação do aluno____ declaro por este meio, que autorizo a participação do meu educando num estudo sobre a aprendizagem da multiplicação (Tese de Mestrado).

As tarefas desenvolvidas estarão de acordo com os conteúdos definidos no programa, não afetando por isso a planificação já efetuada. Para este estudo algumas aulas serão gravadas por áudio e vídeo. Serão também usados os registos escritos efetuados pelos alunos. O anonimato dos alunos será garantido, seguindo todas as normas deontológicas da investigação em educação.

Peniche, ____ de _____________ de 2013

Encarregado de Educação ____