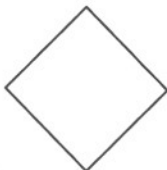


2000 – Ano Mundial da Matemática: que desafios para o início do séc. XXI?



*Isabel Azevedo Rocha**

Questão ambiciosa! Basta pensar nas grandes transformações deste século, e, como seria tarefa quase impossível a um cidadão dos finais do séc. XIX ter previsto todos os desafios com que o séc. XX se tem deparado, mesmo que nos limitemos ao universo da educação matemática, como é esse o nosso propósito. E este «limitar ao universo da educação matemática» é um pouco redundante, pois poderemos dizer que existe uma relação dialéctica entre a evolução dos sistemas educativos e, em particular da educação matemática, e as transformações sociais, económicas, tecnológicas,... Assim, se esta reflexão conseguir antecipar alguns desses desafios para a primeira década do novo século e milénio já teremos dado um bom contributo para a discussão que a questão está a levantar neste ano de 2000, Ano Mundial da Matemática.

2000 - Ano Mundial da Matemática

A 6 de Maio de 1992, no Rio de Janeiro, a União Internacional de Matemática declarou o ano 2000 como o Ano Mundial da Matemática. Os objectivos desta declaração são os seguintes:

- a identificação dos grandes desafios colocados à Matemática no séc. XXI;
- a promulgação da Matemática, tanto pura como aplicada, como uma das mais importantes chaves para o desenvolvimento;
- o reconhecimento da presença sistemática da matemática na sociedade de informação (a imagem da Matemática).

* Professora adjunta da ESEL.

A 11 de Novembro de 1997, numa sessão plenária, a UNESCO aprovou esta declaração tendo em conta:

- a importância central da Matemática e suas aplicações às ciências, tecnologia, comunicações, economia e outros campos;
- o papel fundamental da educação matemática, em particular no ensino básico e secundário para a compreensão dos conceitos básicos e desenvolvimento de um pensamento racional;
- as raízes profundas que a Matemática tem em muitas culturas;
- a universalidade da linguagem e dos valores da própria Matemática.

Não podemos antecipar os desafios do séc. XXI, sem reflectir sobre o passado e presente, ou seja, sobre a evolução da própria Matemática e sobre alguns marcos importantes na educação matemática, pelo menos na segunda metade do séc. XX.

Daí que este Ano Mundial da Matemática deva também ser considerado como «Tempo de Reflexão e de Acção».

A Matemática, ciência em evolução

Desde sempre o pensamento matemático assentou em alicerces filosóficos, que guiaram a história da Matemática e o seu desenvolvimento.

É consensual afirmar que a «ideia» ou «filosofia» que cada um de nós possui sobre a matemática se reflecte na pedagogia que desenvolve dessa mesma disciplina. O que os professores fazem na sala de aula depende das suas concepções sobre a Matemática e sobre a sua aprendizagem.

Assim, nesta reflexão, faz sentido pensar nalguns marcos significativos na história da Matemática:

• *Matemática do Egipto e da Babilónia* – Primado da aritmética

Os conceitos dizem respeito a objectos concretos: enumeração de objectos, medidas de comprimentos, áreas e volumes

• *Matemática como um sistema axiomático* – Primado da geometria

(Grécia antiga – Academia de Platão – Euclides)

Partindo de verdades inquestionáveis, evidentes por si próprias (axiomas), e utilizando demonstrações rigorosas, Euclides chega ao conhecimento certo e objectivo. A Geometria é vista como o mais certo e seguro ramo do conhecimento.

- **Matemática do séc. XVII até meados do séc. XIX: Cálculo Infinitesimal** (Funções como modelos do mundo físico – Galileu, Newton, Leibniz,...)
A evolução do cálculo nas suas aplicações à mecânica.
Unificação da álgebra e da geometria – geometria analítica (Descartes).

• **Matemática de meados do séc. XIX e do início do séc. XX – Geometrias não euclidianas** (mostraram que era concebível mais do que uma geometria; perda da certeza em geometria: crise dos fundamentos)

Deixando de poder assumir a Geometria como fundamento de toda a Matemática, foi necessário procurar outra base: Lógica e Teoria dos Conjuntos

Surge o movimento de axiomatização geral da Matemática – grupo Bourbaki – Matemática desligada da realidade.

• **Matemática da segunda metade do séc. XX – Influência das novas tecnologias de informação, a evolução da estatística como ciência e a sua importância crescente na sociedade** (revolução)

Primado da natureza problematizante da Matemática e sua ligação com todos os tipos de problemas do mundo real, num mundo cada vez mais matematizado.

A Matemática considerada como linguagem natural da ciência e da tecnologia.

Uma razão para o predomínio do formalismo nas décadas de 50, 60 foi a sua ligação com o positivismo lógico, que foi, nestes anos, a tendência dominante da filosofia da ciência. A Matemática era vista não como uma ciência, mas como uma linguagem para as outras ciências (David e Hersh, 1980).

Neste final do século, a Matemática começou também a ser considerada, tal como as outras ciências, como falível e questionável, ciência em evolução que se desenvolve através da formulação e refutação de conjecturas. Esta alternativa está directamente relacionada com os resultados das novas tendências da filosofia da ciência, em especial com o trabalho de Imre Lakatos (*Proofs and Refutations*, 1976). Em lugar de símbolos e regras, Lakatos apresenta a Matemática em crescimento a partir de um problema ou de uma conjectura, com uma procura simultânea de demonstrações (explicações, justificações) e contra-exemplos. Mas será que uma corrente filosófica da Matemática deve suplantar a outra?

“O que se sugere é uma visão geral da filosofia da matemática, ligada à sua história.(...) O que é, de facto, importante é que cada

professor reflecta sobre as diferentes visões da natureza da matemática e na razão da sua existência”

(Correia, 1995)

Há muitas formas diferentes de encarar a Matemática e é evidente que estas diferentes tendências da filosofia da Matemática se foram reflectindo na educação matemática.

Educação matemática e formação de professores

Vejam os como as diferentes tendências da filosofia da Matemática têm correspondido a diferentes modelos de ensino/aprendizagem na educação matemática, ou seja, a diferentes perspectivas, por exemplo, quanto ao papel da resolução de problemas na aprendizagem da Matemática, quanto ao papel do professor e do aluno no processo de aprendizagem, considerando fundamentalmente três correntes: o platonismo, o formalismo e o falibilismo.

<p>Platonismo Os objectos matemáticos são reais, bem determinados, com propriedades bem determinadas. Um matemático é um cientista puro, não pode inventar nada, porque tudo já existe. Tudo o que ele pode fazer é descobrir.</p>	<p>Primado da Geometria «Deus geometriza eternamente....A geometria tem por objecto o conhecimento do que é sempre e não do que nasce e morre.» <i>Platão</i></p>
<p>Formalismo Não existem objectos matemáticos. A Matemática consiste apenas de axiomas, definições e teoremas (fórmulas) Estas fórmulas matemáticas aplicam-se, por vezes, a problemas físicos.</p>	<p>Formalismo/Estruturalismo A Matemática é apresentada aos alunos como um conjunto de factos e regras para serem aplicados na resolução de problemas, problemas estes que requerem a sua regra particular e terão uma solução única e bem determinada. O principal papel do professor é transmitir os conhecimentos.</p>
<p>Falibilismo A Matemática, tal como as outras ciências naturais, é falível e questionável. Também se desenvolve através da crítica e da correcção de teorias. Cresce a partir de um problema ou de uma conjectura</p>	<p>Construtivismo Actividade central é a resolução de problemas. Os problemas como ponto de partida para a aprendizagem. Dar relevo às aplicações da Matemática Os problemas como promotores do raciocínio e da comunicação. O professor tem um papel de orientador da discussão que a resolução de um problema requer na negociação das estratégias e provas.</p>

E como evoluíram as orientações curriculares?

Anos 50 e início dos anos 60 – Aritmética, Geometria e Álgebra

Primado da Aritmética e da Geometria, mas uma Geometria euclidiana, baseada no raciocínio dedutivo, que proporcionava o rigor, um valor que a Matemática considerava quase como seu exclusivo e do qual não abria mão. Assim a Matemática era a ciência da verdade e do rigor.

Finais dos anos 60, anos 70 e início dos anos 80 –

Teoria de conjuntos. Lógica

Estruturas Algébricas

Marcados pela Matemática Moderna (movimento de inspiração bourbakista)

Grande influência deste movimento no ensino da Matemática em todo o mundo

Textos de teoria de conjuntos em todos os níveis de escolaridade incluindo o pré-escolar. A aprendizagem da Matemática incidia na manipulação de símbolos de acordo com certas regras, sem lhes ser atribuído significado e sem os relacionar com o resto do conhecimento. Segundo Ponte (1990), como resultado deste tipo de ensino, os alunos deixaram a escola com alguns conhecimentos de carácter factual e com a capacidade de resolver certos exercícios-tipo, mas sem pensamento crítico, independente e criativo em Matemática e esta perspectiva *«constitui um dos factores mais directamente responsáveis pelo insucesso de grande número de alunos na aprendizagem da matemática»*.

O excessivo formalismo e rigor na linguagem matemática foi a atitude filosófica predominante nos livros e nos manuais escolares.

A Geometria foi desaparecendo do currículo: *«Ausência de lugar para a geometria no edifício bourbakista da matemática, a não ser como subproduto ou 'parente pobre' da álgebra linear, fazendo tábua rasa do seu eminente carácter intuitivo.»* (Velooso, 1999)

As actividades interessantes de construções geométricas passaram para o currículo da Educação Visual: *«Em consequência, gerações de alunos, muitos deles actuais professores de Matemática, atravessaram o ensino da matemática tendo como únicos contactos com a geometria elementar o teorema de Pitágoras.»* (Velooso, 1999)

E mesmo este, o teorema de Pitágoras, andou pelas ruas da amargura, basta lembrarmo-nos do artigo do Expresso «Um dia a casa vem abaixo» (22 de Janeiro de 1994), que referia um estudo envolvendo os alunos do 1.º ano do

curso de Engenharia Civil da Universidade do Minho, em que os alunos não sabiam aplicar o «simples» teorema de Pitágoras, ou seja, aplicavam-no a qualquer tipo de triângulo.

Estas décadas foram muito marcadas pela massificação do ensino, pelo alargamento da escolaridade obrigatória, sendo insuficiente o número de professores com formação para leccionar a disciplina, em especial no 2.º e 3.º ciclos. Nalgumas escolas (não tão poucas como isso), chegaram, a ser colocados candidatos com apenas o Curso Complementar, para leccionar Matemática. Tal aconteceu, por exemplo, em escolas próximas, no início dos anos 80.

Final da década de 80 e década de 90 – marcada pelas tecnologias (calculadoras e computadores)

Geometria
Estatística e Probabilidades

Geometria e Computadores

«A Geometria contra-ataca», mas pressupondo metodologias diferentes, objectivos diferentes e muito por influência das tecnologias. Valoriza-se a intuição, a visualização, a experimentação, a investigação e o desenvolvimento do pensamento e raciocínio visuais.

A demonstração mais formal desapareceu.

Grande impulsionador deste movimento a nível mundial é Hans Freudenthal (1973, citado em Veloso, 1999):

«Se existem hoje motivos para preocupação acerca do futuro do ensino da geometria e mesmo para recear que a geometria possa desaparecer do currículo, os primeiros culpados são aqueles que, activa ou passivamente, resistiram à inovação no ensino da matemática. As vezes daqueles que defendiam a renovação não foram ouvidas. O grupo mais perigoso era constituído por aqueles que acreditavam que podiam salvar a velha geometria reforçando a sua estrutura dedutiva; tarefa votada ao fracasso, sem dúvida. Geometria não é apenas dedução. (...) Geometria é compreender o espaço em que a criança vive, respira, se move.»

Em Portugal, a introdução das tecnologias, foi feita através do Projecto Minerva, que proporcionou formação a muitos professores na utilização de algum *software* para o ensino da Geometria (a linguagem Logo), mas novos programas dinâmicos têm aparecido, como o Cabri-géomètre e o Sektchpad.

Como se sabe, através do Ministério da Ciência, um grande esforço tem sido feito, no sentido de equipar as escolas com computadores.

Mas será que, tendo terminado o Projecto Minerva, o investimento feito em formação de professores tem sido rentabilizado e multiplicado?

«Não existe estímulo positivo para a utilização de computadores no ensino da matemática, tendo sido ignorada a rica experiência acumulada no Projecto Minerva.» (Veloso, 1999)

E o que nos diz o relatório Matemática 2001?¹

«A utilização de computadores tem uma frequência muito pouco reduzida que é quase uniforme nos diversos ciclos, onde a grande maioria dos professores (88%) declaram nunca ou raramente os utilizar. No 1.º ciclo, o computador praticamente não é utilizado (81% nunca utilizaram).»

De salientar, no entanto, a valorização que começou a ser dada à utilização de materiais estruturado e não estruturado, em especial a nível do 1.º e 2.º ciclos, como uma metodologia inovadora no ensino da geometria (tangram, geoplano, ...).

Calculadoras

A utilização da calculadora também passou a estar referida nas orientações curriculares de todos os ciclos. E estas orientações estarão a ser seguidas? Em 1989, João Pedro Ponte afirmava:

“A utilização educativa das calculadoras entrou finalmente na ordem do dia. (...) A máquina de calcular é um instrumento rico de potencialidades para a disciplina de Matemática. Ela pode ser utilizada para apoiar o desenvolvimento de novos conceitos, para formular conjecturas e explorar relações matemáticas, e para resolver problemas. (...) O uso das calculadoras não anuncia o fim do cálculo, mas implica que o cálculo seja encarado de uma outra forma”.

Mas o que nos diz o relatório Matemática 2001?

«A frequência de utilização é mais significativa do que nos computadores, mas essa frequência vai aumentando de ciclo para ciclo até ao Ensino Secundário, onde a frequência de utilização é mais elevada do que nos outros ciclos. No 2.º ciclo, cerca de um quarto dos professores diz nunca ou muito raramente utilizar a calculadora. (...) E no 1.º ciclo as

¹ Em Março de 1996, a Associação de Professores de Matemática decidiu criar um grupo de trabalho com o objectivo de desenvolver um estudo a partir do qual fosse possível elaborar um diagnóstico e um conjunto de recomendações sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática. Esse grupo adoptou a designação de Matemática 2001, que é também o nome da respectiva publicação.

respostas obtidas apontam para uma frequência de utilização muito baixa, onde 56% diz nunca ou quase nunca ter utilizado».

Podemos afirmar que o desafio das tecnologias ainda não foi ganho.

Estatística

Depois das referências ao retorno da Geometria, com perspectivas de ensino/aprendizagem inovadoras, eis que a «grande novidade», nos currículos desta última década, é a inclusão da Estatística e Probabilidades, de forma clara a partir do 2.º ciclo, inclusive, e de forma tímida, ainda envergonhada no 1.º ciclo, mas que era inevitável e que já foi tardia, comparativamente a outros países.

Podemos dizer que esta era uma inevitabilidade histórica, pois se já para Platão e outros,² «o universo estava escrito em linguagem matemática e competia ao homem interpretar essa linguagem», hoje a linguagem matemática, nomeadamente a linguagem estatística é fundamental para «interpretar» diversos tipos de informação.

Os jornais, as revistas, a televisão, todos os dias demonstram que sem um conhecimento do significado e sentido dos números, será difícil sobreviver nesta sociedade de informação. Não esquecer que esta é uma das razões da declaração do ano 2000 como Ano Mundial da Matemática: «o reconhecimento da presença sistemática da matemática na sociedade de informação».

É esta preocupação, que se verifica ao longo da história, com a compreensão do universo, dos fenómenos, das relações entre eles, e a preocupação em acompanhar e compreender as evoluções de ordem científica, que evidenciam a importância da compreensão da linguagem matemática, e, em particular da linguagem da Estatística. Essa preocupação leva a que se fale em literacia/iliteracia matemática, com fundamentos nos seguintes aspectos:

- compreender a linguagem da estatística e das probabilidades tornou-se claramente importante para qualquer actividade profissional;
- para um efectivo exercício da cidadania é necessário um domínio da linguagem estatística;
- o papel da Estatística na resolução de problemas das outras áreas, fomentando as conexões, é de primordial importância.

Este último é particularmente adequado aos currículos do 1.º, 2.º e 3.º ciclos e tem de ser devidamente enquadrado na formação dos professores. estes

² Philolaus (escola pitagórica 600 A.C.): «Todas as coisas que são conhecidas têm número; por isso não é possível que sem números alguma coisa possa ser concebida ou conhecida».

precisam de uma formação científica que seja perspectivada em conjunto com a formação cultural e social e com a formação prática, como refere João Pedro Ponte (1998): «*A formação na área da especialidade que o professor ensina é fundamental. (...) O professor tem de saber integrar a matemática no conjunto dos saberes e conhecer o seu papel na sociedade contemporânea.*»

No caso da Estatística esta afirmação é particularmente adequada:

«*Aprender a ler, aprender Estatística.*

(...) *A formação elementar na área da estatística é indispensável para se ser Cidadão nos dias de hoje; é tarefa nobre que deve ser confiada àqueles a quem todos ficamos a dever, em grande parte, aquilo em que nos tornamos – os professores da nossa juventude.*» (Dinis Pestana, 1996)

No entanto, este desafio da formação na área da Estatística, que vá para além de um simples cálculo de medidas de localização de uma amostra, ainda não foi ganho. Num recente inquérito aplicado a todos os alunos do 1.º ano da ESEL, a perspectiva mais frequente sobre o trabalho feito em anos anteriores nesta área, é de que a estatística serve «para calcular médias».

Resolução de Problemas

Desde sempre o ensino das ciências e, em especial o ensino da Matemática, esteve ligado à ideia da resolução de problemas. Alguns autores consideram que a resolução de problemas, como método de ensino, foi introduzida pelo filósofo John Dewey, em relação ao pensamento reflexivo desencadeado por uma situação-problema. No entanto, foi a partir da publicação do livro de George Polya, «How to solve it», em 1945, que a resolução de problemas começou a ser encarada como fundamental no ensino da matemática. É salientado por Polya (1967), que: «*ao ensinarmos a resolução de problemas temos uma excelente ocasião de desenvolver certos conceitos e hábitos intelectuais, que são elementos importantes da cultura.*»

É interessante de verificar que em todas as reformas curriculares que se efectuaram associadas aos diferentes movimentos já referidos, sempre a resolução de problemas esteve presente, mas com diferentes perspectivas em relação à sua utilização.

Nos anos 50 e 60, nos programas, é referida a importância de *resolução de problemas*, mas estes eram essencialmente um meio para consolidar as técnicas de cálculo. Algumas vozes, já se levantavam para alertar para a importância de outro tipo de problemas:

«*Todo o problema novo, com interesse, tem uma ideia chave, um abre-te Sésamo que ilumina o espírito de súbita alegria: a clássica ideia*

luminosa que faz gritar Eureka. Ora esse é o momento aúreo de alegria que o aluno precisa de conhecer alguma vez; só por essa porta se entra no segredo da Matemática, se descobrem os seus tesouros, se apreendem as suas recônditas harmonias».

(Sebastião e Silva, finais anos 60)

Nos anos 80 e 90, a resolução de problemas aparece como um meio para descobrir e aplicar conceitos, como um contexto para aplicar a Matemática a outras áreas (problemas de aplicação e de modelação), como um meio para desenvolver o raciocínio através da utilização das heurísticas (estratégias diversificadas) e como um contexto para desenvolver a comunicação. Esta visão já tinha sido salientada por Sebastião e Silva (anos 50 e 60): *“a Matemática não é apenas lógica: é um produto humano e portanto está intimamente ligada às ciências da natureza e da técnica. A Matemática não deve desprezar o concreto, a Matemática deve estar ligada à realidade física em que o pensamento matemático mergulha as suas raízes”*.

É importante reflectir um pouco sobre a problemática da resolução de problemas, relacionada com a filosofia que o professor tem acerca da própria Matemática. A visão da Matemática como um conjunto de símbolos, factos e regras para serem aplicados, conduzirá a que a Matemática seja apresentada aos alunos apenas como um corpo sólido de conhecimentos para aplicar na resolução de problemas. Os professores ensinam as regras e técnicas e os alunos aplicam-nas de forma repetida. A visão da Matemática como uma ciência em evolução, em que a força vital que a faz avançar é a própria formulação e resolução de problemas, então o professor vai privilegiar a sua resolução, mas não apenas os problemas rotineiros, em que o aluno apenas tem de encontrar a operação adequada e aplicar o algoritmo.

A resolução de problemas é uma componente essencial no ensino/aprendizagem da Matemática, não só pela Matemática, mas como contributo fundamental na formação integral do indivíduo.

Que desafios para o século XXI?

A Matemática como saber que permeia muitos ramos de actividade tem tido neste final de século uma grande relevância educacional:

«A matemática tem um papel crítico e de charneira neste fim de século. Por um lado porque está indissociavelmente ligada às linguagens formais e por outro lado porque também está ligada à relação dessas

linguagens com o real. (...) E é a ponte entre estas duas vertentes que constitui, provavelmente o fundo do problema do ensino da matemática.»

(Mariano Gago, 1998)

Para muitos, a visão que têm sobre a educação matemática neste final de século, não é animadora, como está reflectido nesta citação de Ubiratan D'Ambrosio, retirada da conferência apresentada no Encontro Luso Brasileiro sobre História da Matemática, realizado na Universidade de Coimbra no passado mês de Fevereiro:

«Como pode esta disciplina escolar, a Matemática, que é a espinha dorsal da nossa civilização passar por esta crise?

Somos todos responsáveis pois estamos a apresentar esta ciência de forma obsoleta e desinteressante e muito do que se faz é inútil. Os professores não são bem preparados e os alunos não têm interesse pelas aulas.»

Talvez esta reflexão seja um bom ponto de partida para perspectivar os próximos desafios:

1 – O desafio das tecnologias, com especial relevo para a utilização da Internet;

2 – Estatística e Probabilidades no currículo de todos os ciclos incluindo o Pré-Escolar (para responder ao desafio da Sociedade de informação e para formar cidadãos críticos e intervenientes);

3 – O desafio da heterogeneidade, da diversidade na escola, em especial na sala de aula;

4 – O desafio de uma nova organização escolar e curricular, que implica que o professor seja chamado a tomar mais decisões o que também exige maior responsabilização:

- agrupamentos de escolas e outras formas de organização futuras;
- flexibilidade do currículo (para responder à diversidade);
- flexibilidade de gestão do tempo, com a morte anunciada dos seculares períodos de 50m de uma disciplina seguidos de intervalo e de mais 50m de outra disciplina, como compartimentos estanques (para responder ao desafio do trabalho de projecto, das actividades de investigação).

5 – O desafio de um ensino por áreas disciplinares e não por disciplinas – dar sentido ao mundo (para responder ao desafio da ligação da matemática ao real, das conexões com as outras áreas do saber; dos problemas de modelação).

6 – O desafio da exigência

7 - O desafio da formação (inicial e contínua), perspectivada em termos de desenvolvimento profissional, assumindo os professores um papel activo, aumentando a consciência da sua responsabilidade no reforço do próprio profissionalismo.

Referências bibliográficas

- APM (1998) – Matemática 2001. Lisboa: APM
- CORREIA, G. (1995) – Filosofia da matemática para professores? *Educação e Matemática*, 33, 13-16.
- DAVID, P. J.; R. HERSH (1980) – *The mathematical experience*. Boston: Birkhauser.
- GAGO, Mariano (1998) – A matemática tem um papel crítico neste final de século. *Educação e Matemática*, 46, 6-7.
- LAKATOS, I. (1976) – *Proofs and refutations*. Cambridge: Cambridge University Press.
- PESTANA, D. (1996) – Aprender a ler, aprender Estatística. *Educação e Matemática*, 38, 1-2.
- POLYA, G. (1967) – *La découverte des Mathématiques*. Tradução do original: Mathematical Discovery. Paris: Dunod.
- PONTE, J. P. (1989) – A calculadora e o processo de ensino-aprendizagem. *Educação e Matemática*, 11, 1-2.
- PONTE, J. P. (1990) – *O formalismo e o insucesso em matemática*. Texto policopiado, não publicado.
- PONTE, J. P. (1998) – Da formação ao desenvolvimento profissional. In *Actas do ProfMat 98*, 27-44. Lisboa: APM
- VELOSO, E. (1999) – *Geometria-Temas Actuais*. Lisboa: IIE