



Dissertação

Mestrado em Engenharia da Conceção e Desenvolvimento do Produto

***Desenvolvimento de um método para toleranciamento  
geométrico utilizando equipamentos de metrologia***

**Dinis Marques Pereira**

**Leiria, Dezembro de 2012**





Dissertação

Mestrado em Engenharia da Conceção e Desenvolvimento do Produto

***Desenvolvimento de um método para toleranciamento  
geométrico utilizando equipamentos de metrologia***

**Dinis Marques Pereira**

Dissertação de Mestrado realizada sob a orientação do Doutor Nuno Manuel Fernandes Alves professor da Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Leiria e coorientação do Doutora Ausenda Luís Avelar Mendes, professora da Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de leiria.

**Leiria, Dezembro de 2012**

*"Ninguém vale pelo que sabe, mas pelo que faz com aquilo que sabe"*

Leonardo Boff

## ***Agradecimentos***

---

Aproveito esta oportunidade para expressar os meus sinceros agradecimentos aos Doutores Nuno Manuel Fernandes Alves e Ausenda Luís Avelar Mendes pela forma como me apoiaram no decorrer deste trabalho, pela disponibilidade de atendimento e resolução de problemas, sempre que foi necessário, pela sua revisão crítica do texto e pelas suas excelentes sugestões que permitiram que chega-se aos resultados aqui apresentados, o meu muito obrigado e sincera gratidão.

À empresa Maxiplás, pela disponibilização da máquina de medição por coordenadas.

A todos os meus amigos, e um agradecimento especial, à Dídía Alves Ribeiro pela companhia ao longo deste percurso e pela ajuda na parte experimental do trabalho, ao Telmo Costa, Mariana Fontes, Mafalda Fontes pelo apoio e reconhecimento de sempre.

Aos meus pais José Pereira e Helena Almeida, à minha irmã Célia Pereira, à minha sobrinha Beatriz e familiares, por suportarem a minha ausência e pelo apoio prestado.

## **Resumo**

---

Do ponto de vista matemático, existe uma quantidade mínima de pontos que deve ser adquirida para poder ajustar um elemento geométrico a partir deles. Porém, utilizar a quantidade de pontos mínima não permitirá realizar qualquer tipo de análise em relação ao erro de forma da característica medida. Entretanto, a complexidade do problema da amostragem de pontos, considerando a quantidade de elementos na superfície, a recomendação geral é a apalpação de pontos na peça a ser medida.

Neste contexto, esta dissertação tem como objectivo desenvolver um método para o toleranciamento geométrico que permita realizar um melhor controlo de peças. O estudo incidirá sobre peças que contenham superfícies planas, cilíndricas, cónicas, elípticas, recorrendo a conceitos estatísticos aplicados a amostragens de pontos obtidos por técnicas de metrologia/inspecção geométrica.

# ***Abstract***

---

From the mathematical point of view, there is a minimum amount of points to be acquired to be able to adjust a geometric element from them. However, using the minimum amount of points will not perform any type of analysis in relation to the form error of the measured characteristic. However, the complexity of the problem of sampling points, considering the amount of elements on the surface, the general recommendation is to probing points on the piece to be measured.

In this context, this thesis aims to develop a method for geometric tolerancing in order to make a better control of parts. The study will focus on parts containing flat surfaces, cylindrical, conical, elliptical, using statistical concepts applied to sampling points for technical metrology / inspection geometric.

# Índice de Figuras

---

Figura 2.1 Os três níveis para os desenhos técnicos [3].....	15
Figura 2.2- Organização das Tolerâncias Geométricas. Adaptado de [4] .....	17
Figura 2.3-Exemplo de retilismo. Adptado de [6].....	19
Figura 2.4-Exemplo de retilismo. Adptado de [6].....	19
Figura 2.5-Exemplo de retilismo. Adaptado de [6].....	20
Figura 2.6-Exemplo de planicidade .....	20
Figura 2.7-Exemplo de circularidade. Adaptado de [6].....	20
Figura 2.8-Exemplo de Cilindricidade [6] .....	21
Figura 2.9-Exemlo de perfil de uma linha [6] .....	21
Figura 2.10-Exemplo de perfil de uma superfície [6] .....	21
Figura 2.11-Exemplo de Paralelismo [6].....	22
Figura 2.12-Exemplo de paralelismo. [6].....	23
Figura 2.13-Exemplo de Paralelismo[6] .....	23
Figura 2.14-Exemplo de Paralelismo[6] .....	24
Figura 2.15-Exemplo de Paralelismo[6] .....	24
Figura 2.16-Exemplo de Paralelismo[6] .....	24
Figura 2.17-Exemplo de Paralelismo[6] .....	25
Figura 2.18-Exemplo de Perpendicularidade [6].....	25
Figura 2.19-Exemplo de Perpendicularidade [6].....	26
Figura 2.20-Exemplo de Perpendicularidade [6].....	26
Figura 2.21-Exemplo de Perpendicularidade [6].....	27
Figura 2.22-Exemplo de Perpendicularidade [6].....	27
Figura 2.23-Exemplo de Perpendicularidade [6].....	27
Figura 2.24-Exemplo de Angularidade [6].....	28
Figura 2.25-Exemplo de Angularidade [6].....	28
Figura 2.26-Exemplo de Angularidade[3].....	29
Figura 2.27-Exemplo de Angularidade [6].....	29
Figura 2.28-Exemplo de Angularidade [4].....	29
Figura 2.29-Exemplo de Posição [6] .....	30
Figura 2.30-Exemplo de posição [6] .....	30
Figura 2.31-Exemplo de Posição [6] .....	31
Figura 2.32-Exemplo de Posição [6] .....	31
Figura 2.33-Exemplo de Posição. Adaptado de [6] .....	32
Figura 2.34-Exemplo de Concentricidade[6].....	32
Figura 2.35-Exemplo de Coaxilidade[6].....	33
Figura 2.36-Exemplo de Simetria[6].....	33
Figura 2.37-Exemplo de Simetria[6].....	34
Figura 2.38-Exemplo de Simetria [6].....	34
Figura 2.39-Pormenor da Sonda de contacto de CMM [8] .....	36
Figura 2.40-Erros associados ao Técnico [2] .....	39

Figura 2.41-Influência relativa da MMC, do ambiente e do operador sobre a incerteza de medição [2]	40
Figura 2.42 Fluxograma de medição de peças.	41
Figura 2.43 Calibração de apalpadores	41
Figura 2.44 Ambiente de trabalho do Calypso 5.0	42
Figura 2.45-Diferença entre o elemento PLANO definido normalmente numa CMM e o plano das normas	42
Figura 2.46 Diferentes critérios de ajuste para círculos: (a) círculo por mínimos quadrados, (b) círculo por mínima zona, (c) máximo círculo inscrito, (d) mínimo círculo circunscrito [2]	43
Figura 2.47 Interação do ponto de interface tátil (HIP) [10]	45
Figura 2.48Aproximação a superfície horizontal [10]	45
Figura 2.49 Aproximação a superfície vertical [10]	45
Figura 2.50 Modelo de força de colisão [10]	46
Figura 3.1Fluxograma do procedimento	48
Figura 3.2 Imagens das quatro peças padrão: A) Cubo I; B) Cubo II; C) Cilindro; D) Prisma;	49
Figura 3.3 CMM Zeiss, Contura G2	50
Figura 3.4 Vast XXT	51
Figura 3.5 Apalpadores usados; a)Stylus -Z50mmR1,50mm; b) Stylus -Z11mmR0,50mm.	51
Figura 3.6 Estratégia para Polyline; a)4 pontos; b)10 Pontos; c) 15 Pontos; d) 25Pontos;	53
Figura 3.7 Estratégia para Grid; a)4 pontos; b)10 Pontos; c) 15 Pontos; d) 25Pontos;	53
Figura 3.8 Ângulo utilizado;	53
Figura 3.9 Estratégia para Polyline; a)4 pontos; b)10 Pontos; c) 15 Pontos; d) 25Pontos;	54
Figura 3.10 Estratégia para Grid; a)4 pontos; b)10 Pontos; c) 15 Pontos; d) 25Pontos;	54
Figura 3.11 Ângulos usados a)Medição com stylus -Z50mmR1.50mm; b)Medição com stylus - Z11mmR0.50mm;	55
Figura 3.12 Estratégia para Polyline; a)4 pontos; b)10 Pontos; c) 15 Pontos; d) 25Pontos;	55
Figura 3.13 Estratégia para Grid; a)4 pontos; b)10 Pontos; c) 15 Pontos; d) 25Pontos;	56
Figura 3.14 Ângulos usados a)Medição com angulo de A 90 B00; b)Medição com Angulo de A90 B-45.	56
Figura 3.15 Estratégia para Polyline; a)4 pontos; b)10 Pontos; c) 15 Pontos; d) 25Pontos;	57
Figura 3.16 Estratégia para Grid; a)4 pontos; b)10 Pontos; c) 15 Pontos; d) 25Pontos;	57
Figura 3.17 Ângulos usados a)Medição com angulo de A 00 B00; b)Medição com Angulo de A90 B45.	58
Figura 3.18 Estratéga para os círculos; a) 4 pontos; b) 6 pontos; c) 8 pontos; d) 12 pontos;	59
Figura 3.19 Estratéga para os círculos; a) 4 pontos; b) 6 pontos; c) 8 pontos; d) 12 pontos;	59
Figura 3.20 Angulo usado para medição dos círculos A00° B00°	60
Figura 3.21 Estratégia de 3 círculos; a)4 pontos; b)5 Pontos; c) 6 Pontos; d) 7Pontos;	61
Figura 3.22 Estratégia de 6 geratrizes; a)4 pontos; b)5 Pontos; c) 6 Pontos; d) 7Pontos;	61
Figura 3.23 Ângulos de medição utilizados param o stylus -Z11mmR0.50mm; a)A00 B-45; b)A00 B45	62
Figura 4.1 Cotagem do bloco referente a planicidade	64
Figura 4.2 Cotagem do bloco referente o Paralelismo	66
Figura 4.3 Pontos medidos no referencial A.	66
Figura 4.4 Cotagem do bloco referente à Perpendicularidade	69
Figura 4.5 Desenho da tolerância geométrica a medir.	72
Figura 4.6 Cotagem do bloco referente à simetria.	76

Figura 4.7 Pontos da referência A da simetria .....	77
Figura 4.8 Cotagem do bloco referente à Circularidade .....	79
Figura 4.9 Cotagem do bloco referente à Posição .....	81
Figura 4.10 Cotagem do bloco referente à Posição .....	83
Figura 4.11 Cotagem do bloco referente à Cilindricidade .....	85

# Índice de Quadros

---

Tabela 2.1-Símbolo para as características tolerâncias normas iso1101:2004 e ASME Y 14.5M. Adaptado de [4].....	18
Tabela 2.2-Números de pontos para elementos geométricos. Adaptado de [9].....	44
Tabela 3.1 Características da CMM.....	50
Tabela 3.2 Número de pontos usados em cada Plano .....	52
Tabela 3.3Pontos usados em cada Círculo .....	58
Tabela 3.4 Pontos usados em cada Cilindro.....	60
Tabela 4.1 Resultados da planicidade usando polyline.....	64
Tabela 4.2 Resultados da planicidade usando Grid.....	65
Tabela 4.3 Média da incerteza associada à Planicidade em mm .....	65
Tabela 4.4 Resultados do paralelismo usando polyline em (mm) .....	67
Tabela 4.5 Resultados do paralelismo usando Grid (mm) .....	67
Tabela 4.6 Média da incerteza associada ao paralelismo em mm.....	68
Tabela 4.7 Resultados da perpendicularidade usando polyline em (mm).....	70
Tabela 4.8 Resultados da Perpendicularidade usando Grid em (mm).....	70
Tabela 4.9 Média da incerteza associada à perpendicularidade em mm .....	71
Tabela 4.10 Resultados da angularidade usando uma polyline e com um angulo de 00 em (mm) .....	72
Tabela 4.11Resultados da angularidade usando uma grid e com um angulo de 00 em (mm).....	73
Tabela 4.12 Média da incerteza associada à angularidade para um angulo de A90 B00 em mm.....	73
Tabela 4.13 Resultados da angularidade usando uma polyline e com um angulo de 45 em (mm) .....	74
Tabela 4.14 Resultados da angularidade usando uma grid e com um angulo de 45 em (mm).....	74
Tabela 4.15 Média da incerteza associada à angularidade para um angulo de A90 B-45 em mm.....	75
Tabela 4.16 Resultados da perpendicularidade usando polyline em (mm).....	77
Tabela 4.17 Resultados da perpendicularidade usando grid em (mm) .....	78
Tabela 4.18 Média da incerteza associada à simetria em mm .....	78
Tabela 4.19 Resultados da Circularidade usando polyline em (mm) .....	80
Tabela 4.20 Média da incerteza associada à circularidade em mm.....	80
Tabela 4.21 Resultados da Posição usando polyline em (mm) .....	82
Tabela 4.22 Média da incerteza associada à Posição em mm .....	82
Tabela 4.23 Resultados da Concentricidade usando polyline em (mm) .....	83
Tabela 4.24 Média da incerteza associada à Concentricidade em mm .....	84
Tabela 4.25 Resultados da cilindridade usando 3 estratégias circulares em (mm).....	85
Tabela 4.26 Resultados da cilindridade usando 6 geratrizes em (mm).....	86
Tabela 4.27 Média da incerteza associada à circularidade em mm.....	86

## ***Lista de Siglas***

---

*CAD – Desenho Assistido por Computador*

*CMM – Máquina de Medir por Coordenadas*

*PFL-Perfil de um linha*

*STR- Rectilismo*

*RON-Circularidade*

*PFS- Perfil de uma Superfície*

*FLT- Planicidade*

*CYL- Cilindricidade*

*ANG- Angularidade*

*PAR- Paralelismo*

*PER-Perpendicularidade*

*POS- Posição*

*CAX- Coaxialidade*

*SYM- Simetria*

*HIP- Interação do Ponto de Interface Tátil*

# Índice

---

Agradecimentos .....	ii
Resumo.....	iii
Abstract .....	iv
Índice de Figuras.....	v
Índice de Quadros .....	viii
Lista de Siglas.....	ix
Índice .....	x
Introdução .....	xii
1.1    Introdução .....	xii
1.2    Estrutura da Tese.....	xiii
Revisão da Literatura.....	1414
2.1    Introdução .....	14
2.2    Toleranciamento Geométrico .....	15
2.2.1    Tipos de toleranciamento geométrico .....	16
2.2.2    Simbologia .....	17
2.2.3    Tolerância associada à forma .....	18
2.2.4    As tolerâncias de orientação .....	22
2.2.5    Tolerâncias de Localização .....	30
2.3    Métodos de medição por Contacto Físico.....	35
2.3.1    Método Manual.....	35
2.3.2    Maquina de medir por coordenadas.....	35
2.4    Vantagens e desvantagens.....	36
2.4.1    O sistema de medição por contacto.....	36
2.4.2    O sistema óptico.....	37
2.5    Erros associados a medição.....	37
2.5.1    O erro derivado da peça .....	37
2.5.2    O erro derivado do ambiente.....	38
2.5.3    O erro derivado ao Técnico e à estratégia de medição.....	39
2.6    Tipos de Colisões .....	44
Metodologia .....	48

3.1	Introdução .....	48
3.2	Peças padrão para realização de análise do toleranciamento geométrico .....	48
3.3	Aquisição de dados.....	49
3.4	Elementos geométrico .....	52
3.4.1	Estratégias usadas em planos.....	52
3.4.2	Estratégias usadas em círculos.....	58
3.4.3	Estratégias usadas nos cilindros .....	60
Discussão de Resultados .....		63
4.1	Introdução .....	63
4.2	Medição na CMM .....	63
4.2.1	Estudo da Planicidade .....	63
4.2.2	Estudo do Paralelismo .....	66
4.2.3	Estudo da perpendicularidade .....	69
4.2.4	Análise da angularidade .....	71
4.2.5	Análise de simetria .....	76
4.2.6	Análise da circularidade .....	79
4.2.7	Análise de Posição .....	81
4.2.8	Análise da Concentricidade .....	83
4.2.9	Análise da Cilindricidade .....	85
Conclusões e Trabalhos Futuros.....		88
Bibliografia.....		90

# **Introdução**

---

## **1.1 Introdução**

Fruto da elevada competição industrial as empresas nacionais e internacionais têm que fazer face a importantes desafios, que se traduzem na alteração da forma como os produtos são desenvolvidos. Os requisitos de mercado impõem que os tempos de desenvolvimento sejam cada vez mais curtos, que os produtos apresentem cada vez maior qualidade e custos reduzidos. Para além disso os requisitos impostos por clientes cada vez mais exigentes obrigam a que os produtos sejam complexos, apresentem um número muito elevado de variantes e sejam apelativos do ponto de vista estético e ergonómico.

Neste contexto as empresas devem ser altamente flexíveis, apresentando uma grande capacidade de antecipação às necessidades do mercado, devem ser avançadas do ponto de vista tecnológico e possuírem grande capacidade de inovação. Contudo o cenário Europeu (o Português é em tudo semelhante), mostra que o tecido industrial é essencialmente constituído por micro e pequenas empresas (93%), sendo que a média de trabalhadores por empresa é de 16 colaboradores. No caso Nacional este cenário é ainda agravado pelo facto das empresas possuírem colaboradores com baixas qualificações (26% das empresas nacionais possuem pelo menos 1 bacharel ou licenciado). [1]

É assim importante desenvolverem-se metodologias avançadas de apoio ao processo de medição do toleranciamento geométrico para ser facilmente implementado nas nossas empresas. Estes são igualmente os objectivos centrais deste trabalho de investigação que aborda a temática do Toleranciamento geométrico, ferramenta importante no processo de qualidade do produto. Importa saber qual a melhor estratégia a seguir para o fazer, sendo que do ponto de vista matemático, existe uma quantidade mínima de pontos que deve ser adquirida para poder construir um elemento geométrico a partir deles. Tendo em conta que utilizar a quantidade de pontos mínimo não é a mais correcta para realizar qualquer tipo de análise em relação ao erro de forma da característica medida, mas sim uma distribuição dos pontos uniformemente distribuídos ao longo do elemento a ser medido. Entretanto, a complexidade do problema da amostragem de pontos, considerando a quantidade de elementos na superfície, a recomendação geral é apalpar por pontos. Causa esta que incorre no problema no tempo de medição que por vezes em fases de produção pode causar custos para a empresa.

## **1.2 Estrutura da Tese**

A tese encontra-se dividida em cinco capítulos que descrevem de forma detalhada o trabalho desenvolvido. O primeiro capítulo introduz o tema de dissertação e apresenta os principais objectivos deste trabalho.

### ***Capítulo 2: Toleracionamento Geométrico.***

Neste capítulo descreve-se o conceito de toleranciamento geométrico. Apresentam-se igualmente as principais vantagens e limitações dos diferentes processos de medição das várias tolerâncias.

### ***Capítulo 3: Metodologia.***

Descreve a técnica de aquisição de dados em análise, ou seja, o tipo de estratégia usada para cada tipo de elemento geométrico aqui estudado.

### ***Capítulo 4: Discussão de Resultados.***

Este capítulo apresenta e discute os resultados obtidos da implementação das diferentes técnicas descritas no capítulo anterior. Os resultados são analisados individualmente.

### ***Capítulo 5: Conclusões e Trabalhos Futuros.***

Os principais resultados obtidos com este trabalho de investigação são sumariados e discutidos neste capítulo onde se apresentam igualmente oportunidades abertas por este estudo e merecedoras de trabalhos de investigação a realizar no futuro.

# ***Revisão da Literatura***

---

## **2.1 Introdução**

Da mesma forma que, em relação às dimensões linear e angulares, a imprecisão inevitável dos meios de fabrico, assim como o desgaste nos órgãos mecânico em uso, podem alterar a forma e o posicionamento relativo de determinado elemento, estas alterações ou erros podem comprometer a funcionalidade da própria peça, daí a necessidade de os limitar para parâmetros ou limites que permitem garantir a funcionalidade do respectivo elemento.

Quando uma peça mecânica está a ser projetada, imagina-se que a sua geometria como sendo ideal, perfeita. Porém, durante a sua fabricação, acontecem erros que decorrem em formas distorcidas e dimensões diferentes das projetadas. Além disso, muitas peças depois de produzidas precisam ser montadas noutras peças. Este processo também não é ideal e, como consequência, outros erros são adicionados ao produto final. [2]

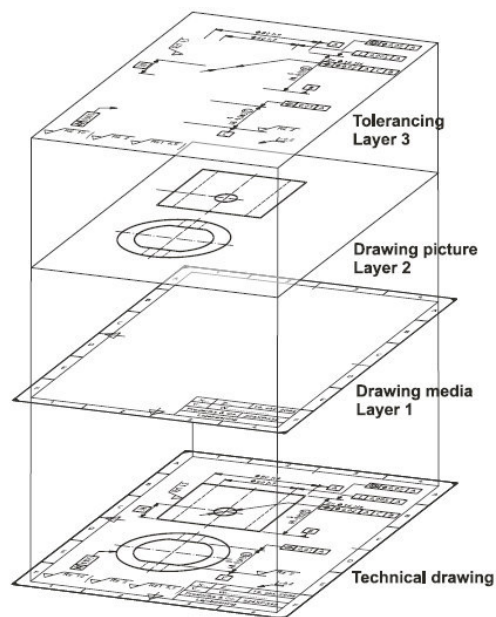
Apesar destes possíveis erros de fabricação, estes podem ser controlados e a peça é classificada com aceitável do ponto de vista funcional. Para isso existe um conjunto de requisitos para tamanho e geometria de peças (ou montagem de peças), conhecidos como *Geometrical Product Specifications* (GPS) ou Especificação Geométrica de Produto, abrangendo requisitos de tamanho e dimensão, e tolerâncias geométricas e superficiais.

Os requerimentos GPS para o produto final são:

- **Função:** um exemplo típico é a de uma máquina ferramenta; se as guias apresentam características geométricas como retitude dentro dos parâmetros aceitáveis, a máquina funcionará correctamente.
- **Segurança:** se os pinos que seguram a tampa do motor forem correctamente especificados nas características superficiais como rugosidade, não existirá perigo.

- **Confiança:** tolerâncias geométricas bem selecionadas, como por exemplo, a circularidade dos cilindros de um compressor, garantem longa vida da máquina.
- **Montabilidade:** é a característica mais procurada em peças que devem ser montadas, sendo imprescindível quando é necessário realizar reparos em montagens já existentes.

As especificações GPS são documentadas a partir da criação de desenhos técnicos da peça. A função principal do desenho técnico é fornecer ao responsável pela fabricação, qual é a intenção do projetista sobre a função da peça ou parte. Isto é feito fundamentalmente através das tolerâncias geométricas e dimensionais especificadas no desenho técnico (figura 2.1). [2]



**Figura 2.1** Os três níveis para os desenhos técnicos [3]

## 2.2 Toleranciamento Geométrico

O toleranciamento só permite limitar os erros ou alterações dimensionais, enquanto que o toleranciamento geométrico permitirá limitar os erros ou alterações da forma de determinado elemento e do posicionamento relativo entre vários elementos associados.

Assim, apresentam-se os conceitos e definições mais importantes e correntes, as quais serão utilizadas neste subcapítulo sobre toleranciamento geométrico.

- **Elemento geométrico:** Corresponde a uma porção física da peça, como por exemplo, um furo, uma superfície, um ponto ou uma linha; [4]
- **Elemento dimensional:** Corresponde a um elemento ou um conjunto de elementos associados a uma cota por exemplo o diâmetro de um furo ou o comprimento de uma aresta; [4]
- **Elemento tolerado:** Corresponde a um elemento ao qual estão associadas tolerâncias de orientação, de localização ou de batimento; [4]
- **Elemento de referência ou referencial:** correspondente a um elemento a partir do qual são definidas tolerâncias geométricas de orientação, localização ou de batimento, e que é identificado por um símbolo (triângulo equilátero) que pode ser ligado a um contorno ou um plano de referência, acompanhado de uma letra maiúscula. a letra representativa do referencial é indicada no quadro de tolerância (A, B, C ou outra, desde não se utilize uma letra representativa de um modificador); [4]
- **Zona de tolerância:** corresponde à área ou volume, que envolve todo o elemento tolerância, definida(o) a partir dos valores das tolerâncias geométricas inscritas no quadro de tolerância. É a zona de tolerância que caracteriza o toleranciamento geométrico; [4]
- **Modificador:** é um símbolo complementar aos símbolos geométricos e que esta associado ao valor da tolerância, ao referencial ou a ambos, sujeitando as cotas ou dimensões reais às tolerâncias especificadas no quadro de tolerâncias. o modificador é representado por uma letra maiúscula e é indicada no quadro de tolerância (P, M, L, E, Ø, R, SØ, SR ou outra, em conformidade com a norma ISO 1101). [4][5]

### 2.2.1 Tipos de toleranciamento geométrico

Os desvios ou erros geométricos permitidos são limitados pelas tolerâncias geométricas, que estabelecem limites dentro dos quais as dimensões e as formas geométricas podem variar, sem que seja comprometido o funcionamento e a permutabilidade entre elementos.

As tolerâncias geométricas estão organizadas por classes ou tipos, de acordo com as suas características de acordo com a imagem 2.1:

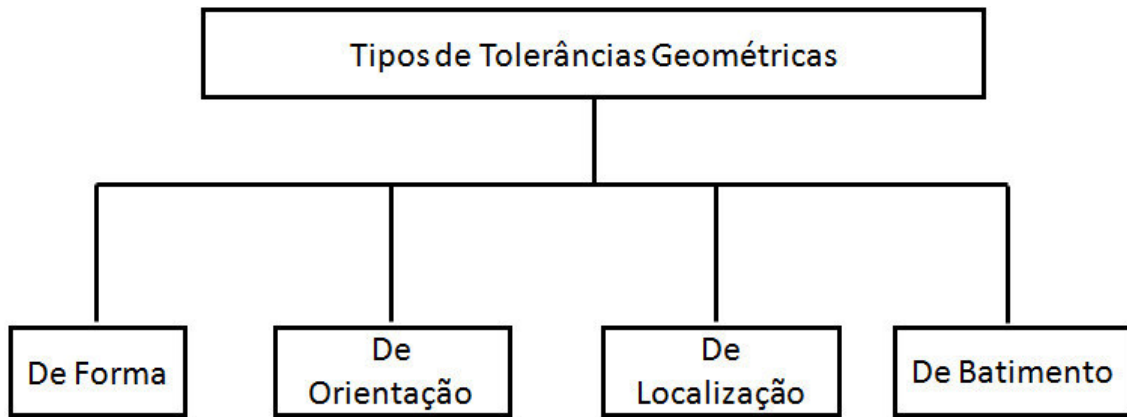


Figura 2.2- Organização das Tolerâncias Geométricas. Adaptado de [4]

Tolerância de Forma: destina-se a limitar, principalmente, os desvios que um elemento pode apresentar em relação à sua forma geométrica ideal.

Tolerância de orientação: destina-se a limitar os desvios na orientação de um elemento em relação a outro, por forma a assegurar o bom funcionamento do conjunto.














Tolerância de localização: destina-se a garantir o posicionamento relativo entre dois ou mais elementos, quando estes são essenciais ao bom funcionamento de peça ou conjunto.

Tolerância de batimento: destina-se a limitar as oscilações de um elemento quando este dá uma rotação completa em relação ao eixo, não vai ser abordada neste trabalho. [4]

## 2.2.2 Simbologia

Na tabela 2.1 estão representados os símbolos utilizados no toleranciamento geométrico, de uso corrente, segundo as normas ASME Y 14.5M e ISSO 1101 (tabela 2.1).

**Tabela 2.1-Símbolo para as características tolerâncias normas iso1101:2004 e ASME Y 14.5M.  
Adaptado de [4]**

Tipo de Elementos	Tipo de Tolerância	Característica	Símbolo	Indicação do Referencial	
Isolado	FORMA	Rectilismo		Nunca	
		Planicidade			
		Circularidade			
		Cilindricidade			
Isolados ou Associados		Perfil de uma Linha		Podem Usar	
		Perfil de uma superfície			
Associados		ORIENTAÇÃO	Paralelismo		Sempre
			Perpendicularidade		
	Angularidade (inclinação)				
	LOCALIZAÇÃO	Posição			
		Cocentricidade			
		Coaxialidade			
		Simetria			

### 2.2.3 Tolerância associada à forma

As irregularidades nas superfícies ou perfis podem ser decompostas em forma, ondulação ou rugosidade, dependendo da relação entre a distância das irregularidades e sua profundidade. O desvio de forma é o valor do desvio real de uma peça em relação a sua forma nominal ou ideal. [2]

Rectilismo: Os desvios do rectilismo devem estar contidos dentro dos limites da zona de tolerância, constituída por duas linhas ou superfícies paralelas, ou dentro de um cilindro do tamanho especificado. Como indicam os exemplos seguintes:

1. Zona tolerância que é limitada por duas linhas paralelas afastadas de uma distância “t”, como mostra a figura 2.3. Exemplo: A superfície deve, em cada secção, estar contida entre as duas linhas rectas paralelas, afastadas em 0.100 mm (Figura 2.3). [6]

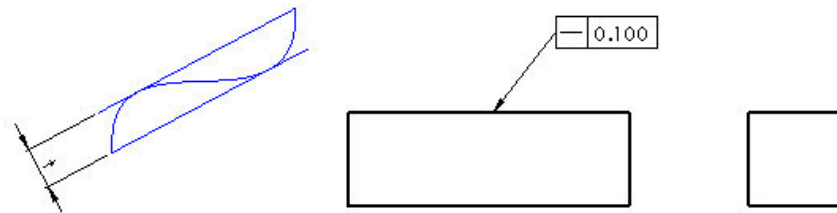


Figura 2.3-Exemplo de rectilismo. Adptado de [6]

2. A zona de tolerância é limitada por um paralelepípedo de secção transversal “t1 x t2 ”, se a tolerância for especificada em dois planos perpendiculares entre si. Exemplo: a linha de centro da peça deve de estar contida dentro do paralelepípedo de secção transversa de 0.100mm na vertical e de 0.200 mm na horizontal (Figura 2.4). [6]

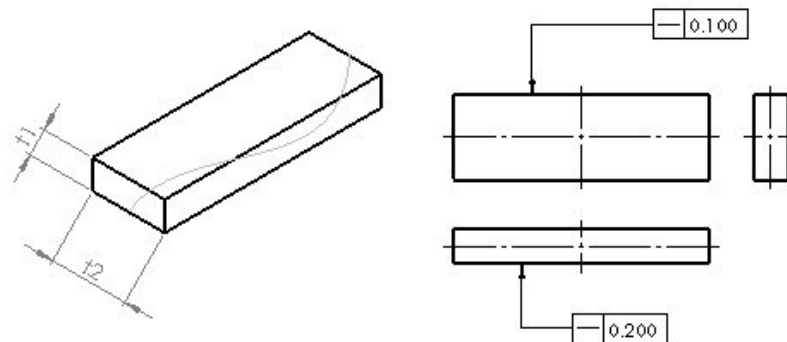


Figura 2.4-Exemplo de rectilismo. Adptado de [6]

3. A zona de tolerância é limitada por um cilindro com diâmetro “t”, se o valor da tolerância for precedido pelo símbolo  $\emptyset$ . Exemplo: a linha de centro do cilindro tolerado deve estar contida dentro de um cilindro com diâmetro 0,08 mm (Figura 2.5). [6]

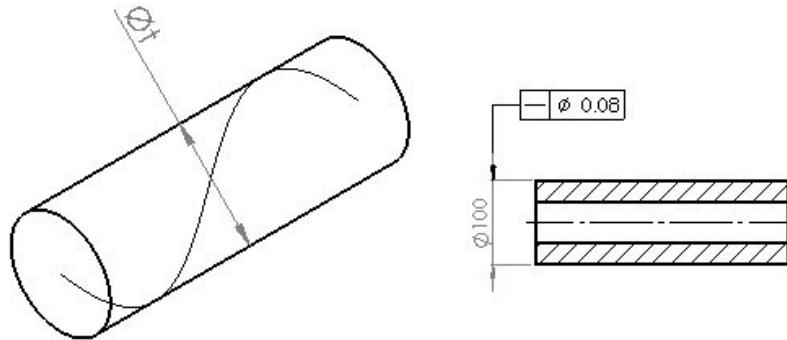


Figura 2.5-Exemplo de rectilismo. Adaptado de [6]

Planicidade: A zona de tolerância que é limitada por dois planos paralelos afastados de uma distância “t”. Exemplo: a superfície deve de estar contida entre dois planos afastados em 0.100mm (Figura 2.6). [1]

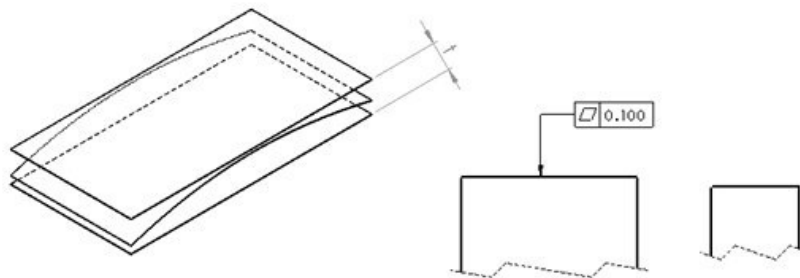


Figura 2.6-Exemplo de planicidade

Circularidade: A zona de tolerância é limitada na secção de medição por dois círculos concêntricos, afastados por uma distância igual à tolerância “t”. Exemplo: A circunferência deve de estar contida entre dois círculos concêntricos no mesmo plano, afastados em 0.03mm (Figura 2.7). [6]

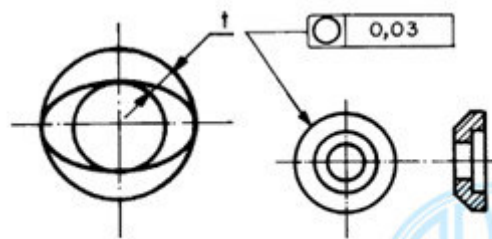


Figura 2.7-Exemplo de circularidade. Adaptado de [6]

Cilindrincidade: A zona de tolerância que é limitada por dois cilindros co-axiais, afastados por uma distância igual à tolerância “t”. Exemplo: A superfície do cilindro deve estar contida entre dois cilindros co-axiais, afastados em 0.100mm (Figura 2.8). [6]

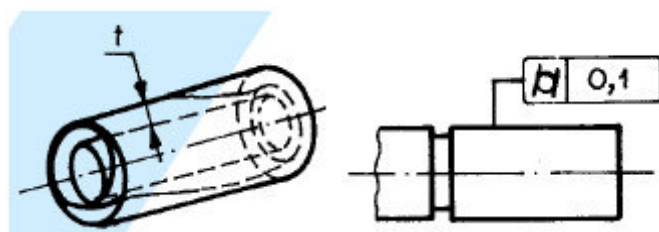


Figura 2.8-Exemplo de Cilindrincidade [6]

Perfil de uma linha: A zona de tolerância que é limitada por duas linhas geradas por um círculo de diâmetro “t”, cujo centro se situa sobre a linha geométrica teórica. Exemplo: Em cada secção paralela ao plano de projecção, o perfil considerado deve de estar contido entre duas linhas geradas por círculos de 0.06mm de diâmetro, cujos centros se situam sobre a linha geométrica teórica.(Figura 2.9) [6]

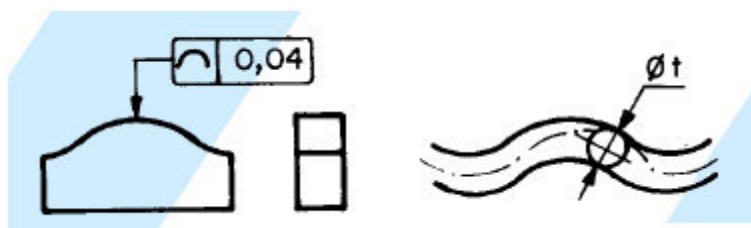


Figura 2.9-Exemplo de perfil de uma linha [6]

Perfil de uma superfície A zona de tolerância que é limitada por duas superfícies geradas por uma esfera de diâmetro igual à tolerância “t”, cujo centro se situa sobre uma linha geométrica teórica. Exemplo: Em cada secção paralela ao plano de projecção, o perfil considerado deve de estar contido entre duas linhas geradas por círculos de 0.06mm de diâmetro, cujos centros se situam sobre a linha geométrica teórica(Figura 2.10). [6]

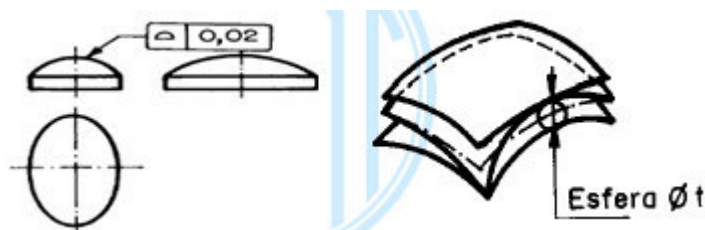


Figura 2.10-Exemplo de perfil de uma superfície [6]

## 2.2.4 As tolerâncias de orientação

Existem três tolerâncias de orientação: Paralelismo, perpendicularidade angularidade

### Paralelismo

1. Uma linha em relação a uma linha de referência
  - a. A zona de tolerância é limitada por duas linhas rectas paralelas, afastadas por uma distância igual à tolerância “t” e paralelas à linha de referência, se a tolerância especificada num só plano. Exemplo: A linha de centro do furo deve estar contida entre duas rectas paralelas, afastadas em 0.1 mm, que são paralelas à linha de centro do furo inferior (linha de referencia A).A tolerância é aplicada apenas no plano vertical (Figura 2.11).[6]

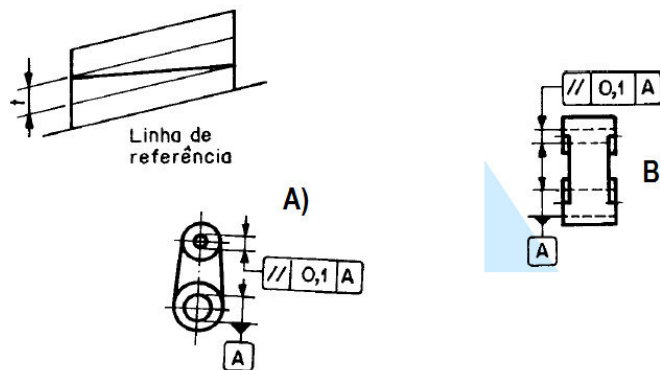


Figura 2.11-Exemplo de Paralelismo [6]

- b. A zona de tolerância é limitada. Quando projectada num plano, é limitada por duas rectas paralelas, afastadas por uma distância igual à tolerância “t” e paralelas à recta de referência, se a tolerância especificada numa única direcção. Exemplo: a linha de centro do furo deve de estar contida entre duas rectas afastadas em 0.1 mm, que são paralelas à linha de centro do furo inferior (linha de referencia A)). A tolerância aplica-se somente no plano horizontal (Figura 2.11). [6]

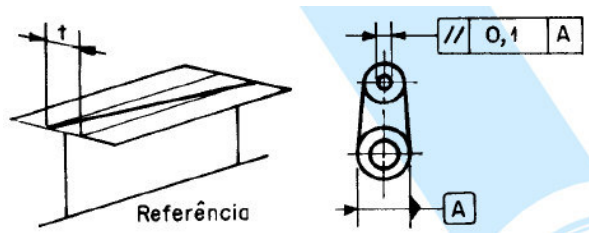


Figura 2.12-Exemplo de paralelismo. [6]

- c. A zona de tolerância é limitada por um paralelepípedo de secção transversal  $t_1 \times t_2$  e paralelo á linha de referência, se a tolerância for justificada em duas direcções perpendiculares entre si. Exemplos: a linha do centro do furo superior deve de estar contida no paralelepído de secção transversal, com 0.1 mm na vertical e 0.2 mm na horizontal. O paralelepípedo deve de estar paralelo á linha de centro do furo inferior (linha de referencia A)) (Figura 2.13). [6]

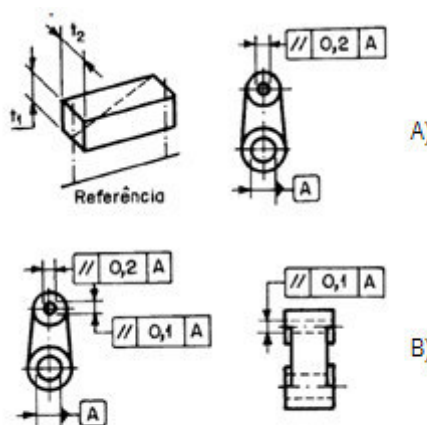


Figura 2.13-Exemplo de Paralelismo[6]

- d. A zona de tolerância é limitada por um círculo de diâmetro igual à tolerância “t”, paralelo à linha de referência, se o valor for fornecido pelo símbolo  $\varnothing$ . Exemplo: a linha do furo deve de estar contida dentro de um campo cilíndrico de diâmetro 0.03 mm, paralela à do furo deve de estar contida dentro de um campo cilíndrico de diâmetro 0.03 mm, paralela à linha de centro do furo inferior (linha de referência A)) (Figura 2.14). [6]

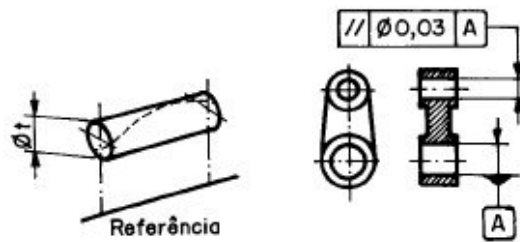


Figura 2.14-Exemplo de Paralelismo[6]

2. Uma linha em relação a uma linha de referência

- a. A zona de tolerância é limitada por dois planos nos paralelos, afastados por uma distância igual à distância “t” e paralelos à superfície de referência. Exemplo: A linha do centro do furo deve de estar contida entre dois planos afastados em 0.01 mm e paralelos à superfície de referência B (Figura 2.15). [6]

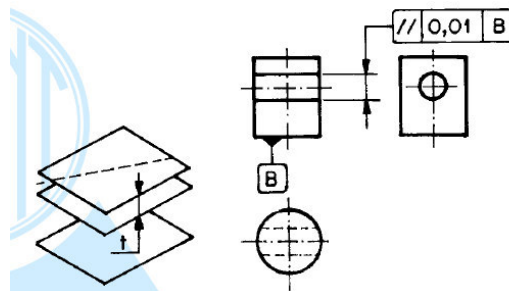


Figura 2.15-Exemplo de Paralelismo[6]

3. Uma superfície em relação a uma linha de referência

- a. A zona de tolerância é limitada por dois planos paralelos afastados por uma distância igual à tolerância “t” e paralelos a uma linha de referência. Exemplo: A superfície superior deve de estar contida entre dois planos paralelos, afastados em 0.1 mm e paralelos à linha de centro de furo. Linha de referência (Figura 2.16). [6]

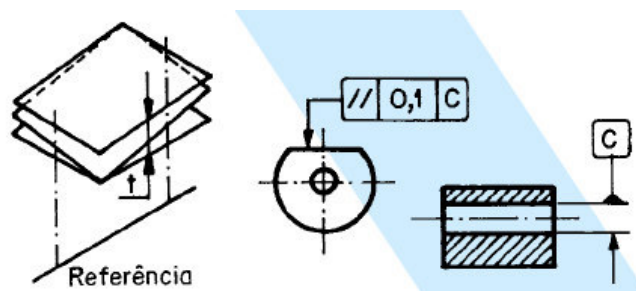


Figura 2.16-Exemplo de Paralelismo[6]

4. Uma superfície em relação a uma superfície de referência
  - a. A superfície superior deve de estar contida entre dois planos paralelos afastados em 0.01 mm e paralelos à superfície inferior (superfície de referencia C). Todos os pontos, em qualquer comprimento de 100 mm da superfície superior, devem de estar contidos entre dois planos paralelos, afastados em 0.01 mm e paralelos à superfície superior (plano de referência A) (Figura 2.17). [6]

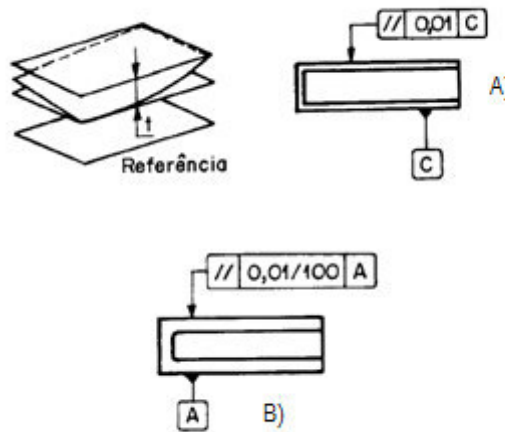


Figura 2.17-Exemplo de Paralelismo[6]

## Perpendicularidade

1. Uma linha em relação a uma linha de referência
  - a. A zona de tolerância, quando projectado num plano, é limitada por duas rectas paralelas, afastadas por uma distância igual à tolerância “t” e perpendiculares à linha de referência. Exemplo: a linha de centro do furo inclinado deve estar contida entre duas linhas paralelas, afastadas de 0.06mm e perpendiculares à linha de centro do furo horizontal (linha de referencia) (Figura 2.18). [6]

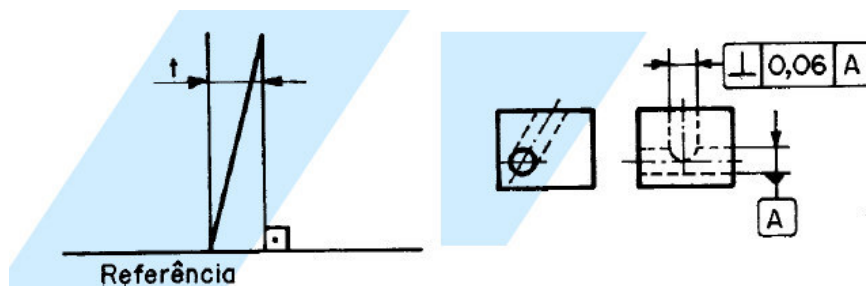


Figura 2.18-Exemplo de Perpendicularidade [6]

2. Uma linha em relação a uma superfície de referência

- a. A zona de tolerância, quando projectada num plano é limitada por duas rectas paralelas, afastadas de uma distância igual à tolerância “t” e perpendiculares à superfície de referência, se a tolerância for especificada somente numa direcção. Exemplo: a linha de centro do cilindro deve estar contida entre duas rectas paralelas, afastadas em 0.1 mm e perpendiculares à superfície da base (superfície de referência) (Figura 2.19). [6]

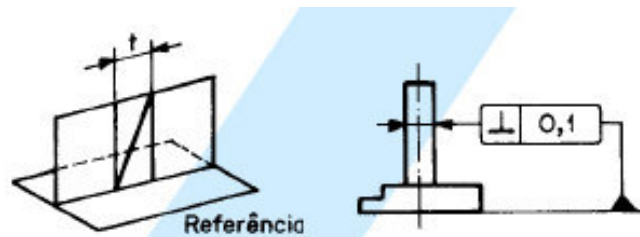


Figura 2.19-Exemplo de Perpendicularidade [6]

- b. A zona de tolerância é limitada por um paralelepípedo de secção transversal “t1xt2” e perpendicular ao plano de referência, se a tolerância for especificada somente numa direcção. Exemplo: a linha de centro do cilindro deve estar contida entre duas rectas paralelas, afastadas em 0.1 mm e perpendiculares à superfície da base (superfície de referência) (Figura 2.20). [6]

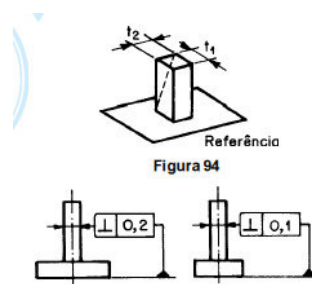


Figura 2.20-Exemplo de Perpendicularidade [6]

- c. A zona de tolerância é limitada por um por um cilindro de diâmetro igual à tolerância “t”, perpendicular à superfície de referência, se o valor da tolerância for precedido pelo símbolo  $\varnothing$ . Exemplo: a superfície deve de estar contida num cilindro de diâmetro 0.01 mm perpendicular à superfície de base (superfície de referencia A) (Figura 2.21). [6]

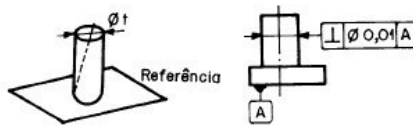


Figura 2.21-Exemplo de Perpendicularidade [6]

3. Uma superfície em relação a uma linha de referência
  - a. A zona de tolerância é limitada por dois planos paralelos, afastados por uma distância igual à tolerância “t” e perpendiculares à linha de referência. Exemplo: a superfície deve estar contida entre dois planos paralelos, afastados em 0.08 mm e perpendiculares ao eixo (linha de referência A) (Figura 2.22). [6]



Figura 2.22-Exemplo de Perpendicularidade [6]

4. Uma superfície em relação a uma superfície de referência
  - a. A zona de tolerância é limitada por dois planos paralelos, afastados por uma distância igual a tolerância “t” e perpendiculares à superfície de referência. Exemplo: a superfície deve de star contida entre dois planos paralelos, afastados em 0.08 mm e perpendiculares à superfície horizontal (superfície de referencia A) (Figura 2.23). [6]

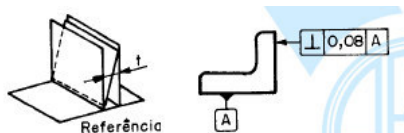


Figura 2.23-Exemplo de Perpendicularidade [6]

## Angularidade

- 1) Uma linha em relação a uma linha de referência
  - a. Num em mesmo plano: a zona de tolerância é limitada por duas rectas paralelas, afastadas por uma distância igual à tolerância “t” e inclinadas em relação à linha de referência com ângulo especificado. Exemplo: a linha de centro do furo deve estar contida entre duas rectas paralelas, afastadas em 0.08 mm e inclinadas em  $60^\circ$  em relação à linha de centro (linha de referencia A-B) (Figura 2.24). [6]

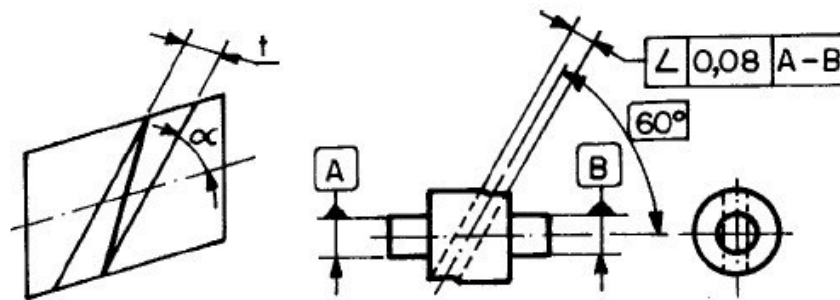


Figura 2.24-Exemplo de Angularidade [6]

- b. Em dois planos distintos: se a linha considerada e a linha de referência estiverem em planos diferentes, a zona de tolerância é aplicada à projecção da linha considerada num plano, contudo a linha de referência, e paralelo à linha considerada. Exemplo: a linha de centro do furo, projectada num plano contida entre duas rectas paralelas afastadas em 0.08mm e inclinadas em 60° em relação à linha de referência A-B (Figura 2.25). [6]

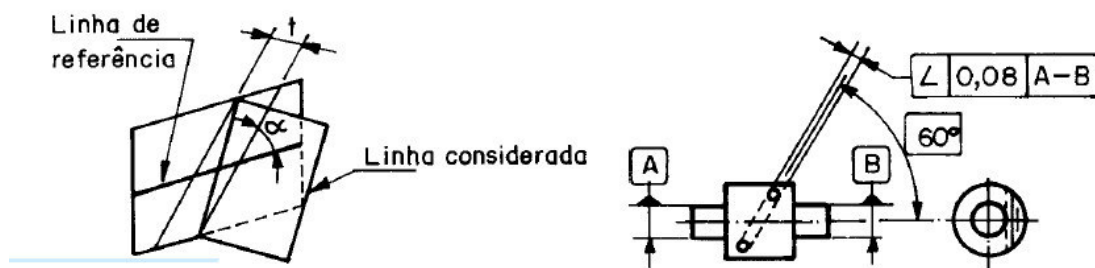


Figura 2.25-Exemplo de Angularidade [6]

- 2) Uma linha em relação a uma superfície de referência: a zona de tolerância, quando projectada num plano, é limitada por duas rectas paralelas, afastadas por uma distância igual à tolerância “ $t$ ”, e inclinadas em relação à superfície de referência com ângulo especificado. Exemplo: a linha de centro do furo deve de estar contida entre duas rectas paralelas afastadas em 0.08mm e inclinadas em 60° em relação á superfície de referência A (Figura 2.26). [6]

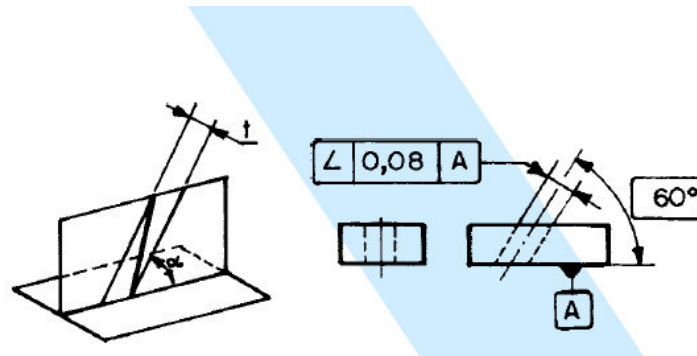


Figura 2.26-Exemplo de Angularidade[3]

- 3) Uma superfície em relação a uma linha de referência: a zona de tolerância é limitada por dois planos paralelos, afastados por uma distância igual à tolerância “t”, e inclinados em relação à linha de referência, com ângulo especificado. Exemplo: a superfície inclinada deve de estar contida entre dois planos paralelos, afastados em 0.1mm e inclinados em 75° em relação à linha de referência A (Figura 2.27). [6]

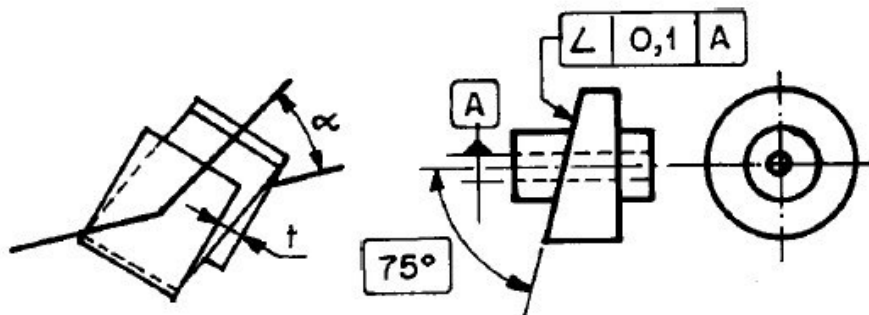


Figura 2.27-Exemplo de Angularidade [6]

- 4) Uma superfície em relação a uma superfície de referência: a zona de tolerância é limitada por dois planos paralelos, afastados por uma distância igual á tolerância “t” e inclinados em relação à sua superfície de referência com angulo especificado. Exemplo: a superfície inclinada deve de estar contida entre dois planos paralelos, afastados em 0.08 mm e inclinados em 40° em relação à superfície de referência A (Figura 2.28). [6]

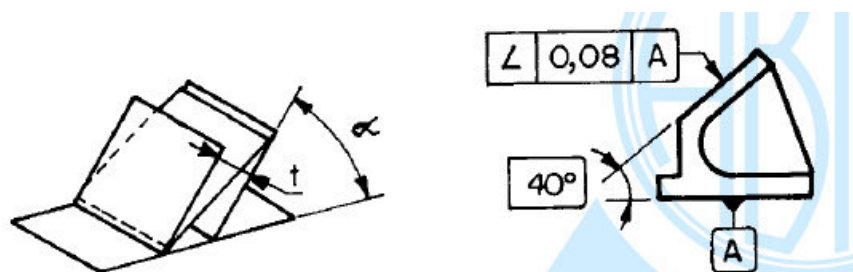


Figura 2.28-Exemplo de Angularidade [4]

## 2.2.5 Tolerâncias de Localização

Existem quatro características de localização: posição, concentricidade, coaxialidade e simetria. As tolerâncias de localização, especificadas em elementos com relação a referenciais.

### Posição

- 1) Posição de um ponto a zona de tolerância é limitada por um círculo de diâmetro igual à tolerância “t”, com o centro na posição teórica. Exemplo: o ponto de intersecção deve estar contido no círculo com o diâmetro 0.3mm e centro na posição teórica de intersecção (Figura 2.29).[6]

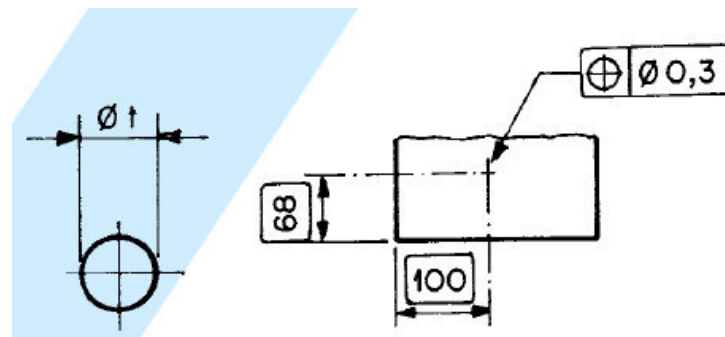


Figura 2.29-Exemplo de Posição [6]

- 2) Forma e posição de uma linha

- (a) A zona de tolerância é limitada por duas rectas paralelas, afastadas por uma distância igual à tolerância “t” e dispostas simetricamente, em relação à posição teórica das linhas consideradas, se a tolerância for especificada numa única directoria. Exemplo: cada uma das linhas deve de estar contida entre duas rectas paralelas, afastadas em 0.04mm e dispostas simetricamente em relação à posição teórica (Figura 2.30).[6]

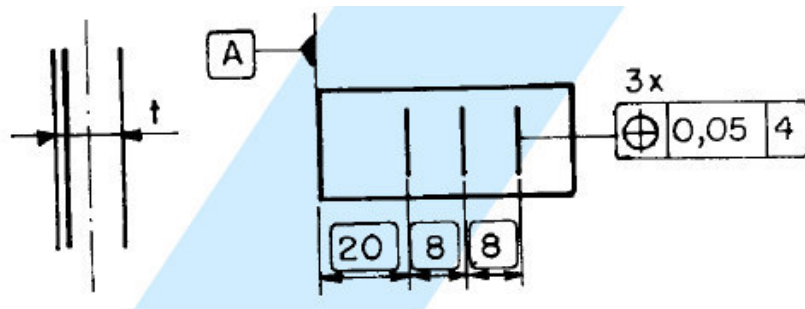


Figura 2.30-Exemplo de posição [6]



### 3) Posição de uma superfície plana ou de um plano médio

- a) A zona de tolerância é limitada por dois planos paralelos, afastados por uma distância igual à tolerância “t”, e dispostos simetricamente em relação à posição teórica da superfície considerada. Exemplo: a superfície inclinada deve de estar contida entre dois planos paralelos, afastados em 0.05mm e simetricamente dispostos, em relação á posição teórica da superfície considerada relativamente à superfície de referência A e à linha de referência B (Figura 2.33). [6]

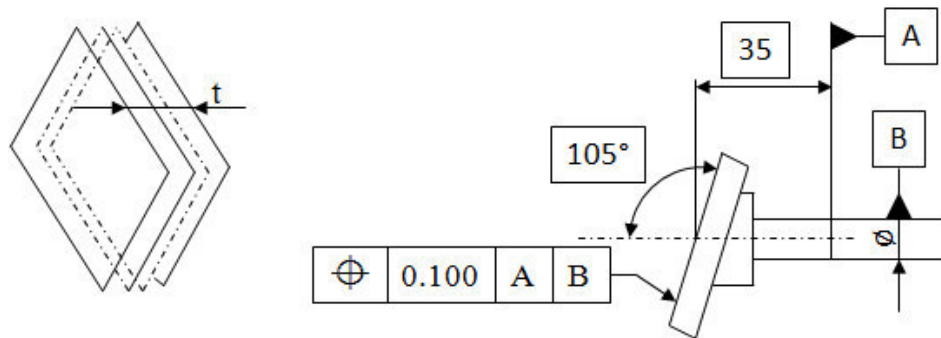


Figura 2.33-Exemplo de Posição. Adaptado de [6]

### Concentricidade

- 1) Concentricidade de um ponto: a zona de tolerância é limitada por um círculo de diâmetro igual à tolerância “t”, cujo centro coincide com o centro de uma referência, se o valor da tolerância for precedido pelo símbolo  $\varnothing$ . Exemplo: o centro de um círculo, ao qual o quadrado de tolerância está ligado, deve estar contido num círculo de diâmetro 0.01 mm, concêntrico com o centro do círculo A (Figura 2.34). [6]

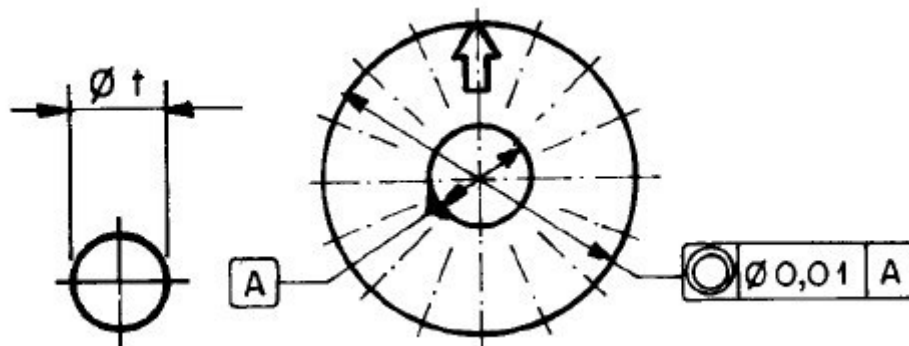


Figura 2.34-Exemplo de Concentricidade[6]

## Coaxilidade

- 1) Coaxilidade de um eixo: a zona de tolerância é limitada por um cilindro de diâmetro igual à tolerância “t”, cuja linha de centro coincide com a linha de referência, se o valor da tolerância for precedido pelo símbolo  $\varnothing$ . Exemplo: a linha de centro do cilindro ao qual o quadro de tolerância está ligado, deve estar contida num campo cilíndrico de diâmetro 0.08, coaxial com a linha de centro A-B (Figura 2.35). [6]

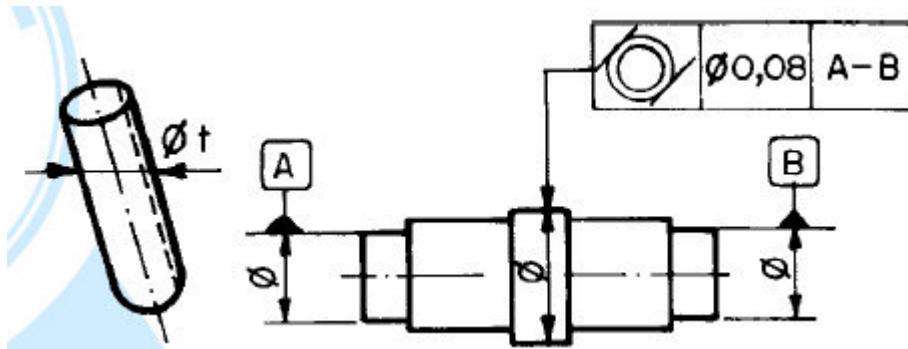


Figura 2.35-Exemplo de Coaxilidade[6]

## Simetria

- 1) Simetria de um plano médio: a zona de tolerância é limitada por dois planos paralelos, afastados por uma distância igual à tolerância “t”, e dispostos simetricamente em relação à linha de referência ou plano de referência. Exemplo: o plano médio do rasgo deve estar contido entre dois planos paralelos, afastados em 0.08mm e simetricamente dispostos em torno do plano médio do elemento de referência A (Figura 2.36). [6]

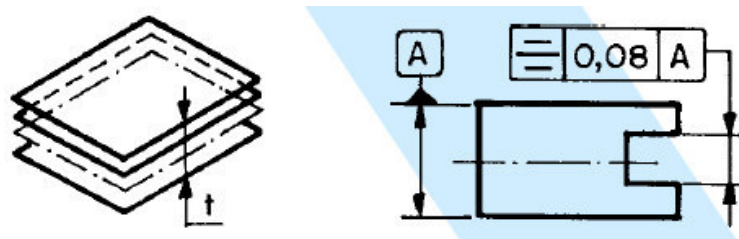


Figura 2.36-Exemplo de Simetria[6]

- 2) Simetria de uma linha ou de um eixo
  - a) A zona de tolerância é limitada por duas rectas paralelas ou dois planos paralelos, afastados por uma distância igual à tolerância “t” e dispostos simetricamente em relação a linha de referência ou plano de referência, se a tolerância for especificada numa única direcção. Exemplo: a linha de centro de um furo deve estar contida entre dois planos paralelos, que estão afastados em

0.08mm e simetricamente dispostos em relação ao plano médio comum dos rasgos de referência A e B (Figura 2.37). [6]

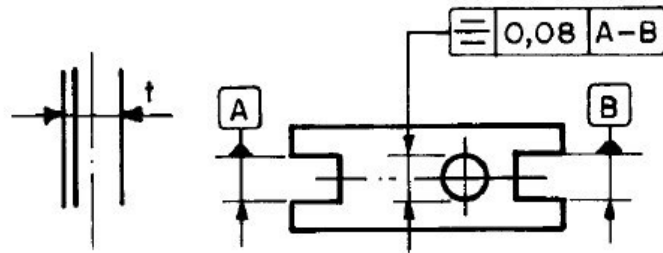


Figura 2.37-Exemplo de Simetria[6]

- b) A zona de tolerância é limitada por um paralelepípedo de secção transversal  $t_1 \times t_2$ , cuja linha de centro coincide com a linha de referência, se a tolerância for especificada em duas direcções perpendiculares entre si. Exemplo: a linha de centro do furo deve estar contida num paralelepípedo de 0.1mmx0.05mm, e sua linha de centro coincide com a linha definida pela intersecção dos planos médios A-B e C-D (Figura 2.38). [6]

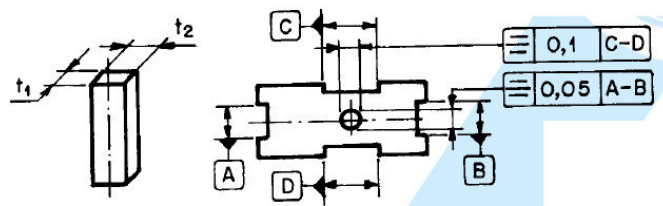


Figura 2.38-Exemplo de Simetria [6]

## 2.3 Métodos de medição por Contacto Físico

Os métodos de medição por contacto físico caracterizam-se por existir contacto entre a peça e o equipamento de digitalização.

### 2.3.1 Método Manual

O método de medição manual é um método não destrutivo e foi durante muitos anos a única técnica existente para converter um modelo físico num desenho. Contudo a sua inclusão como técnica de captação de dados em Engenharia Inversa não é consensual. [7]

Trata-se de um método destinado a operações simples que utiliza como ferramentas calibradores, escalas e blocos de medição.

A desvantagem deste método está associada ao facto de requerer elevada mão-de-obra e a sua precisão estar relacionada directamente com erros do operador.

A técnica manual, mesmo sendo uma técnica rudimentar e dependente do *Know-how* do utilizador, é ainda muito utilizada.

### 2.3.2 Máquina de medir por coordenadas

As máquinas de medir por coordenadas (CMM), vulgarmente conhecidas como máquinas 3D (por permitir, materializar um sistema de coordenadas cartesiano), devido à exatidão, versatilidade e fiabilidade, são consideradas como equipamentos de excelência dos laboratórios de metrologia. A determinação de coordenadas dos pontos sobre a superfície da peça permite definir os seus elementos geométricos, nomeadamente a dimensão, a forma e a posição.

#### 2.3.2.1 Sistema de medição por contacto

Este sistema tem como principal objetivo determinar as coordenadas de determinado ponto medido, através do contacto de um apalpador (normalmente em rubi sintético) com a superfície do elemento da peça a medir (figura 2.39). O apalpador é um dos componentes que mais influencia a precisão da medição. É emitido um sinal binário como resultado do contacto da cabeça da sonda com o objecto. O sinal de disparo é produzido por um transdutor de comutação mecânica simples ou por um sensor piezoeléctrico. As distâncias lineares ao longo dos 3 eixos são assim registadas proporcionando a obtenção das coordenadas X, Y, Z dos pontos digitalizados. A medição de dois ou mais pontos permitirá materializar determinado elemento linear. A

CMM de ponte móvel e mesa fixa é a mais utilizada nos laboratórios de metrologia industrial e nos centros de investigação.

Para medir com a CMM existe a necessidade de realizar os seguintes passos:

1. Calibração do sistema de apalpação, utilizando, por exemplo, uma esfera padrão.
2. Identificação da posição da peça (sistema coordenado peça) no sistema coordenado da máquina.
3. Medição de pontos coordenados na superfície da peça.
4. Apresentação dos resultados da medição após a transformação das medições no sistema coordenado peça, como por exemplo em relatório.



Figura 2.39-Pormenor da Sonda de contacto de CMM [8]

O tipo de configuração dos sistemas de medir por coordenadas influencia os parâmetros da medição, tais como, precisão, flexibilidade, dimensão máxima da peça, custo, tempo e velocidade da medição.

### 2.3.2.2 Sistema de medição óptica

Este sistema tem como principal objetivo determinar igualmente as coordenadas de determinado ponto localizando na superfície de elemento da peça a medir, com recurso a diversos sistema ópticos, não existido contacto físico durante a medição.

## 2.4 Vantagens e desvantagens

### 2.4.1 O sistema de medição por contacto

É um sistema puramente mecânico, em que a medição resulte do contacto do apalpador com a superfície da peça e, por essa razão, deverão ser consideradas as forças de compressão e a velocidade do contacto. Apesar da grande versatilidade deste

equipamento, no concerne as principais desvantagens, quando não são cumpridas os procedimentos definidos para o processo de medição, o contacto da apalpador com a superfície da peça pode deformar a peça no momento do contacto e, por esse motivo, contribuir para o erro da medição. Este sistema também condiciona a medição de elementos em pequenas superfícies e de difícil acesso. Contudo, as CMMs são equipamentos, em regra, muito rigorosos nas medições, sendo por isso considerados equipamentos adequados para a metrologia. [4]

## **2.4.2 O sistema óptico**

Pelo facto de permitir a medição sem contacto, não origina qualquer deformação na superfície da peça e permite a medição de elementos em pequenas superfícies com grande detalhe e de difícil acesso. No que concerne às principais desvantagens, as mais evidentes resultam da dificuldade em garantir leituras constantes quando efectuadas pelo mesmo técnico e uniformes quando a medição é realizada por diferentes técnicos, assim como da possibilidade de existirem eventuais distorções no sistema óptico. A variação de resultados na medição, pelos motivos referidos, é a principal causa deste sistema apresentar incertezas de medição mais elevadas do que as obtidas com o sistema de medição por contacto. [4]

## **2.5 Erros associados a medição**

### **2.5.1 O erro derivado da peça**

As propriedades inerentes das peças reais são umas das grandes fontes de incertezas na medição por coordenadas. Objeto de numerosos estudos no decorrer dos anos, esta fonte de incertezas inclui:

- Erros de forma e de acabamento superficial, que decorrem em uma interpretação incorreta dos resultados da medição de determinadas características.
- Erros devidos à deformação da estrutura da CMM, quando a massa da peça é elevada.
- Erros decorrentes da interação do material da peça e da ponta do apalpador.
- Erros devido a distorções por fixação inadequada.
- Deformação elástica da peça quando é apalpada.[2]

Principalmente devido à sua natureza complexa, esta fonte de incertezas, em particular é difícil de estimar quantitativamente. A forma mais adequada de diminuir sua influência é através de estratégias de medição adequadas e de boas práticas metrológicas. A

fluência da rugosidade da superfície das peças pode ser diminuída pelo uso de uma ponta com diâmetro adequado. Para eliminar a influência do peso da peça nos resultados da medição, podem ser usadas algumas técnicas de rebatimento. Quando a deformação elástica da peça é importante, suportes especiais ou fixações programáveis são utilizadas, como no caso de carrocerias de carro. Mesmo assim estimativas empíricas podem ser efetuadas para analisar sua influência. [2]

## 2.5.2 O erro derivado do ambiente

Hoje em dia, a temperatura de referência para medições de comprimento deve ser de 20 °C. Assim, medições geométricas a temperaturas diferentes da de referência implicam em erros de natureza sistemática, devido ao fato de que a maioria dos materiais expande ou contraem pela temperatura.

Na medição por coordenadas, a maioria dos laboratórios utiliza salas controladas termicamente. Mesmo assim, acontecem pequenas variações na temperatura da MMC e na peça a ser medida, originadas a partir de diversas fontes. As principais fontes de erros térmicos podem ser resumidas em:

- Ambiente (quando não existe ambiente controlado, ou devido a que o controle de temperatura não é perfeito).
- Pessoas.
- Memória térmica (acontece geralmente quando as peças a serem medidas ainda apresentam a temperatura do ambiente do qual provém).
- Calor gerado pela própria máquina, incluindo o sistema de controle numérico, computadores e sistema de iluminação.[2]

Conseqüentemente, os elementos das máquinas, as escalas de medição e as peças, quando submetidos a temperaturas distintas daquela de referência, se expandem de forma diferenciada, provocando os denominados erros de expansão diferencial. Esse tipo de erros é parcialmente compensado on-line pelo software de medição das MMC modernas. Apesar disso, a correção dos erros de expansão diferencial apresenta incertezas que devem ser consideradas.

As últimas três fontes de erros térmicos mencionadas anteriormente geram temperaturas de tipo não-uniforme, como gradientes e variações de temperatura de curto prazo. Estes tipos de erros geram uma aparente não repetibilidade nos resultados, motivo pelo qual diversos estudos ao longo dos anos foram realizados para tentar modelar e compensar seu efeito na incerteza.

Outras fontes de incertezas relativas ao ambiente são aquelas relacionadas à vibração, limpeza e humidade. Laboratórios de medição modernos apresentam ambiente com controle não somente térmico, senão também da quantidade de pó e da humidade relativa do ar. O isolamento das vibrações por amortecedores ativos ou passivos é uma

prática comum quando é preciso diminuir as incertezas. O problema é muito maior no chão de fábrica, quando as condições de medições são pouco ou não controladas. [2]

### 2.5.3 O erro derivado ao Técnico e à estratégia de medição

Seja qual for a CMM que esteja sendo utilizada, a peça que será medida ou o ambiente de medição, o conhecimento de boas práticas metrológicas é essencial para o sucesso das medições. Ao longo dos anos, uma ênfase cada vez maior vem sendo dada à formação dos operadores de CMM. Todo o operador CMM formado conseguirá analisar tarefas específicas de medição, planejar a execução das medições e avaliar os resultados. Conseguirá operar o software de medição e interpretar os desenhos técnicos das peças a serem medidas. Todos estes conhecimentos são necessários ao operador para ter uma boa medição. A figura 2.40 ilustra todos os conhecimentos que um técnico de CMM deve ter. Normalmente é o operador que decide qual será o número e distribuição dos pontos na superfície da peça, qual será o filtro digital, quais serão os parâmetros de medição (como velocidade e direção de apalpação), que configuração de apalpadores será empregada, qual fixação será utilizada, entre outras. Decisões baseadas em opiniões pouco objetivas ou sem fundamentos metrológicos têm uma influência importantíssima no resultado das medições. Muitos autores afirmam que a incerteza decorrente da estratégia de medição, em combinação com o erro de forma da peça, seja por si mesma a principal fonte de incertezas na medição por coordenadas (figura 2.41).[2]

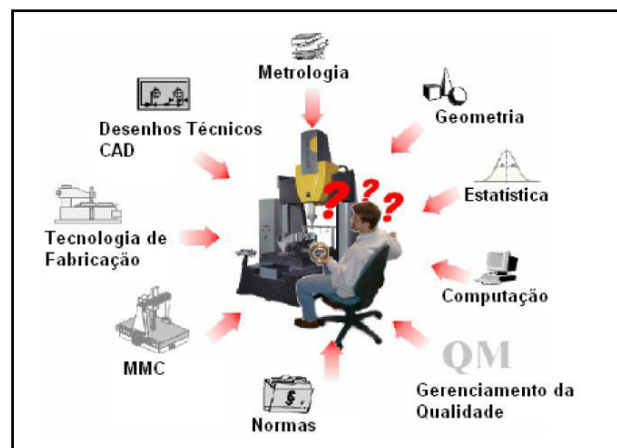
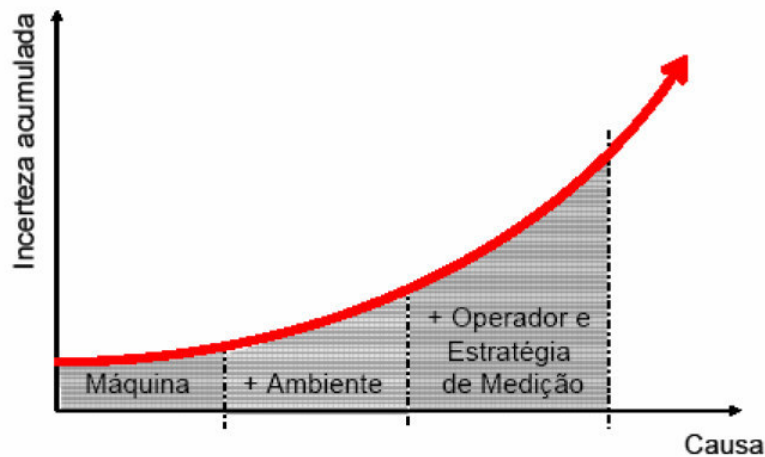


Figura 2.40-Erros associados ao Técnico [2]



**Figura 2.41-Influência relativa da MMC, do ambiente e do operador sobre a incerteza de medição [2]**

Embora o efeito negativo dos erros derivados do operador e da estratégia de medição sejam importantes, a natureza complexa da sua origem dificulta grandemente sua quantificação.

Um processo típico de medição usando CMM é apresentado na imagem 2.42, que mostra a sequência dos passos para uma medição.

Os apalpadores em conta para medição tem de ser previamente calibrados (figura 2.43), existem vários tipos de apalpador com tamanhos diferentes bem como o diâmetro da esfera de rubi que estão ligados ao corpo máquina como mostra a figura 3.1. Então o modelo CAD é carregado no espaço de trabalho, onde a peça pode ser vista de segundo um eixo X,Y,Z, neste caso foi utilizado o Calypso 5.0 (figura 2.44). Antes de começar a fazer qualquer planeamento de medição terá que previamente estudar a fixação da peça. Tal fixação tem de garantir que a peça não se mova quando o apalpador lhe toca e garantir que todas as referências sejam possíveis de se tocar. Depois disto começa-se o planeamento de medição. Neste momento o operador terá que criar as estratégias para cálculo dos elementos geométricos a serem medidos, seleccionar os melhores pontos, o tipo de apalpador, a orientação do apalpador, detectar as possíveis colisões com obstáculos e deste modo criar caminhos extras a fim de contornar o obstáculo causador da colisão.

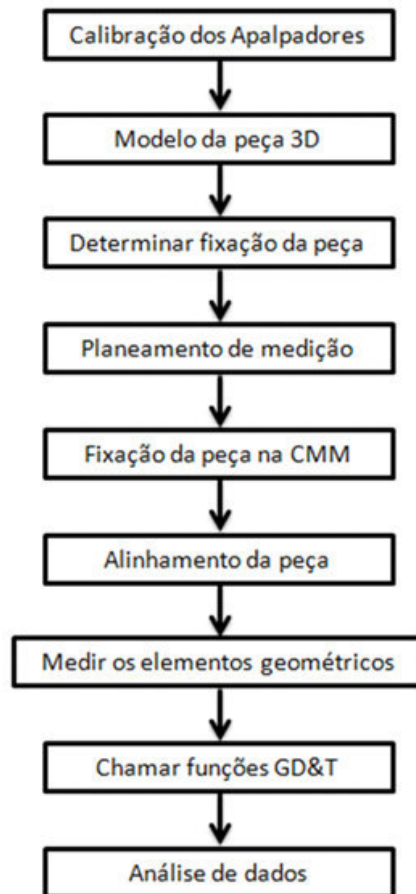


Figura 2.42 Fluxograma de medição de peças.



Figura 2.43 Calibração de apalpadores

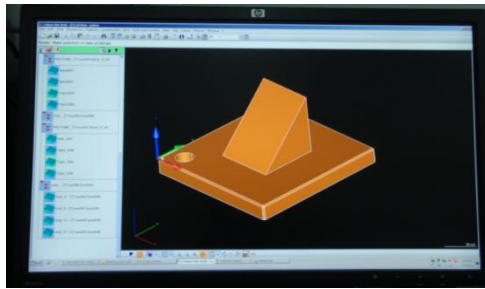
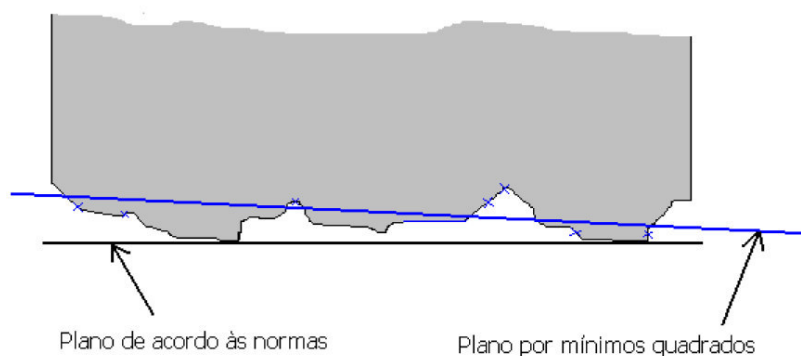


Figura 2.44 Ambiente de trabalho do Calypso 5.0

Um exemplo prático da problemática antes descrita é a determinação de um plano de referência quando é preciso realizar medições de elementos geométricos em relação a datums. As normas ISO 1101 e ASME Y14.5M-1994 definem os planos de referência como sendo aqueles que são tangentes às superfícies da peça. Mesmo assim, a prática comum dos operadores de MMC é a de criar um plano por Mínimos Quadrados, obtido após a apalpação de uns poucos pontos na superfície da peça. Como consequência, qualquer medição posterior que esteja relacionada aos planos criados a partir desta estratégia apresentará um erro sistemático. A imagem diferencia entre o elemento PLANO definido normalmente numa MMC (Plano por Mínimos Quadrados) e o elemento definido nas normas ISO e ASME (Plano Tangente) (figura 2.45).[2]



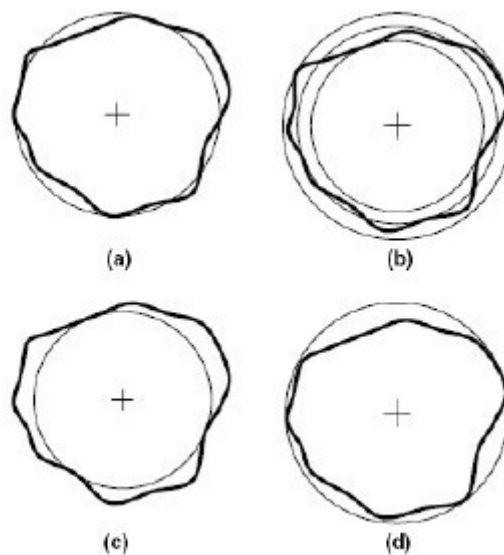
**Figura 2.45-Diferença entre o elemento PLANO definido normalmente numa CMM e o plano das normas**

Não existe um modelo único que permita avaliar as incerteza para qualquer tipo de medição realizada numa CMM Assim, a medição de um elemento geométrico deve ser feita com um número suficiente de pontos, e distribuídos uniformemente por todo o elemento. Para além do número mínimo de pontos de apalpação para cada tipo de elemento geométrico, não existe nenhuma regra pré definida. O número de pontos medidos depende da dimensão, acabamento da superfície e da tolerância do elemento geométrico.

Em geral, os pontos medidos sobre um círculo devem ser processados utilizando um algoritmo matemático de ajuste (Mínimos Quadrados, Mínima Zona, Mínimo Círculo

Circunscrito, Máximo Círculo Inscrito) para assim obter os parâmetros de uma forma circular perfeita associada aos dados (localização do centro, diâmetro e desvio de forma). A norma ISO 1101:2004 define esses ajustes da seguinte forma:



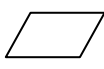





- Círculo de referência por mínimos quadrados (LSCI - *least squares reference circle*): círculo tal que a soma dos quadrados dos desvios locais de circularidade seja mínimo (figura 2.46 a)).
- Círculo de referência por mínima zona (MZCI - *minimum zone reference circle*): dois círculos concêntricos envolvendo o perfil de circularidade com o menor afastamento radial (figura 2.46 b)).
- Máximo círculo de referência inscrito (MICI - *maximum inscribed reference circle*): o maior círculo possível que pode ser ajustado dentro do perfil de circularidade (figura 2.46 c)).
- Mínimo círculo de referência circunscrito (MCCI - *minimum circumscribed reference circle*): o menor círculo possível que pode ser ajustado em torno do perfil de circularidade (figura 2.46 d)).



**Figura 2.46** Diferentes critérios de ajuste para círculos: (a) círculo por mínimos quadrados, (b) círculo por mínima zona, (c) máximo círculo inscrito, (d) mínimo círculo circunscrito [2]

Do ponto de vista matemático, existe uma quantidade mínima de pontos que deve ser adquirida para poder ajustar um elemento geométrico a partir deles. Porém, utilizar a quantidade de pontos mínima não permitirá realizar qualquer tipo de análise em relação ao erro de forma da característica medida, ou seja quanto mais pontos melhor, no entanto, o tempo de medição aumenta com o número de pontos medidos. A tabela seguinte indica o número mínimo e o número recomenda a respeitar para uma boa medição dos elementos geométricos.

**Tabela 2.2-Números de pontos para elementos geométricos. Adaptado de [9]**

Elemento geométrico		Número mínimo de pontos
Ponto		1
Linha		2
Plano		3
Circulo		3
Elipse		5
Esfera		4
Cilindro		5
Cone		6

## 2.6 Tipos de Colisões

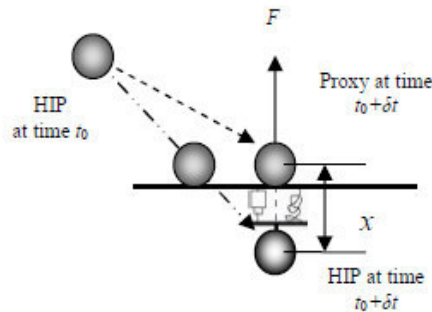
Existem dois tipos de colisão, colisão com a ponta da sonda e a colisão com outras partes do CMM. A colisão entre um modelo de objeto e de qualquer parte da CMM, exceto a ponta da sonda é inválido e prejudicial em real CMM. Este tipo de colisão deve ser detectado e alertado e corrigido. Sempre que uma tal colisão é detectada, o modelo de força a seguir é usada para calcular a força de resposta F. [10]

$$F = -c \frac{v}{|v|} \quad [1]$$

Em que  $v$  é a velocidade do conjunto de sonda,  $c$  é um coeficiente constante, o que pode ser explicado como a rigidez da superfície do objecto. O coeficiente  $c$  é geralmente definida como a força máxima exercida do dispositivo, ou seja, cerca de 10 Newton. Para haver colisão com um objecto rígido implica que a força de retorno seja igual ao valor máximo do dispositivo e com direcção oposta à do movimento do conjunto da sonda. Esta força indica que o contato é inválido, devem-se reposicionar a sonda, de maneria a que apenas a ponta da sonda entra em contato com um objecto. Caso esta força for grande o suficiente serve para alertar o operador de uma colisão entre a CMM e o objecto.

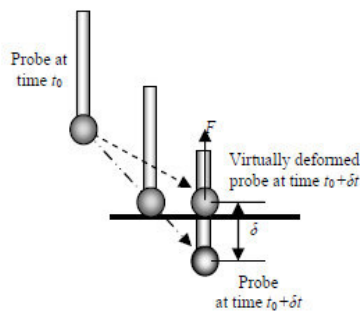
A principal tarefa dos algoritmos de renderização háptica é calcular as forças de retorno da informação sobre a interação do ponto de interface tátil (HIP) e do modelo, como mostra a figura 2.47. A sonda pode mover-se livremente que colide com o modelo. Um

ponto de local sobre a superfície mais próxima do ponto de interface háptica é encontrado como o ponto de proxy, e a relação entre a direção de penetração e a normal da superfície no ponto mais próximo determina o sentido da força a ser aplicada. A magnitude da força é calculada de acordo com a lei de Hooke e com base em um modelo de amortecedor de mola figura. 2.47. [10]

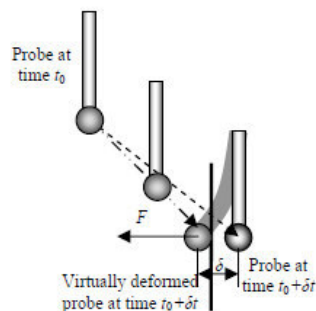


**Figura 2.47** Interação do ponto de interface tátil (HIP) [10]

No entanto quando a sonda se aproxima a superfície horizontal na figura 2.48 ou a uma superfície vertical figura 2.49, a sonda irá apresentar uma elasticidade diferente e dar uma força diferente. Tendo em conta a deformação nos dois casos, a força no caso da figura 2.48 é muito maior do que no caso da figura 2.49, pois tem uma força de retorno mais realista.[10]



**Figura 2.48** Aproximação a superfície horizontal [10]



**Figura 2.49** Aproximação a superfície vertical [10]

Quando a ponta da sonda entra em contacto com o objecto, a direcção e magnitude da força de colisão dependem do ângulo de contacto, entre a sonda, a normal da superfície da peça a ser tocada e a velocidade da sonda.

O ângulo de contato sobre a força é o primeiro a ser considerado, como mostra a figura 2.50, um ângulo de contato diferente dá uma força diferente, pois a elasticidade da haste é diferente em diferentes direcções. [10]

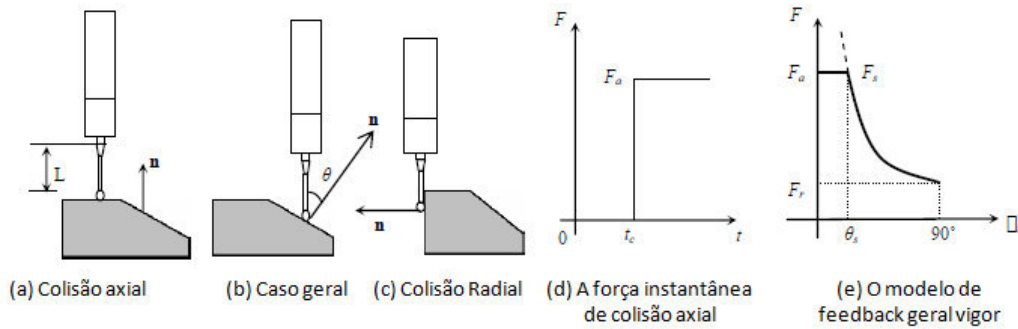


Figura 2.50 Modelo de força de colisão [10]

No caso da (a), a um deslocamento axial pode ser calculado com a seguinte formula:

$$\delta_a = \frac{FL}{EA} \quad [2]$$

$$F_a = K_a \delta_a \quad [3]$$

$$K_a = \frac{EA}{L} \quad [4]$$

Onde E é o modulo de elasticidade, L é o comprimento da haste do apalpador,  $K_a$  é a constante da mola e  $\delta_a$  é o deslocamento axial da ponta da sonda, ou seja, a profundidade de penetração.

No caso (c) o deslocamento radial  $\delta_r$  é calculado do seguinte modo, equação [5]:

$$\delta_r = \frac{5FL^3}{48EA r^2} \quad [5]$$

$$F_r = k_r \delta_r \quad [6]$$

$$k_r = \frac{48EA}{5L} C^2 \quad [7]$$

Onde  $C = \frac{r}{L}$ , r é o raio do apalpador  $k_r$  é a constante da mola.

Com base nas equações acima, um apalpador de  $r = 2 \text{ mm}$  e  $L = 100 \text{ mm}$ , então  $C = \frac{2}{100} = 0.02$ , a relação entre as constantes da mola  $k_a$  e  $k_r$  é cerca de 260. Ou seja, a constante de mola de  $k_a$  é normalmente muito maior do que  $k_r$ . Assim, as diferentes forças podem ser sentidas pelo utilizador, quando o ângulo de contacto  $\theta_i$  é diferente. Numa dada altura  $T_c$ , aproxima-se do angulo  $\theta_i$  igual a  $0^\circ$ , entao  $k_a$  é usado. A força  $F_a$  é sentida de imediato, como mostrado o grafico (d) da figura 2.50 Quando  $k_r$  é usado, a menor força de contacto  $F_r$  é realimentada para o utilizador. Há uma transição

entre- $k_a$  e  $k_r$  quando  $\theta_i$  varia. O  $k_i$  equivale à constante da mola nos casos intermediários e é calculada na equação 8 :

$$k_i = \frac{k_r}{\sin \theta_i} \quad [8]$$

Ou seja, a relação entre o ângulo de contacto  $\theta_i$  e da força de retorno  $F_i$  é representado em (equação 9):

$$F_i = \begin{cases} k_a \cdot \delta_a & \theta_i \leq \theta_s \\ \frac{k_r}{\sin \theta_i} & \theta_s < \theta_i < 90^\circ \\ k_r \cdot \delta_r & \theta_i = 90^\circ \end{cases} \quad [9]$$

Onde  $\theta_s$  é ângulo mais pequeno da força  $F_s$  máxima com o dispositivo foi atingido. Isto é, a força de retorno deixa de alterar, mesmo se o ângulo de contacto  $\theta_i$  altera. Como mostra o gráfico da figura 3.8 (e), quando o ângulo de contacto  $\theta_i$  é menor do que  $\theta_s$ , a força de retorno é definida como  $F_a$ . [10]

# Metodologia

## 3.1 Introdução

Neste capítulo apresentam-se as técnicas utilizadas para a medição de todos os testes de medição. As medições foram efetuadas numa CMM. O procedimento de trabalhos foi realizado de acordo com o fluxo de informação indicado na figura 3.1.

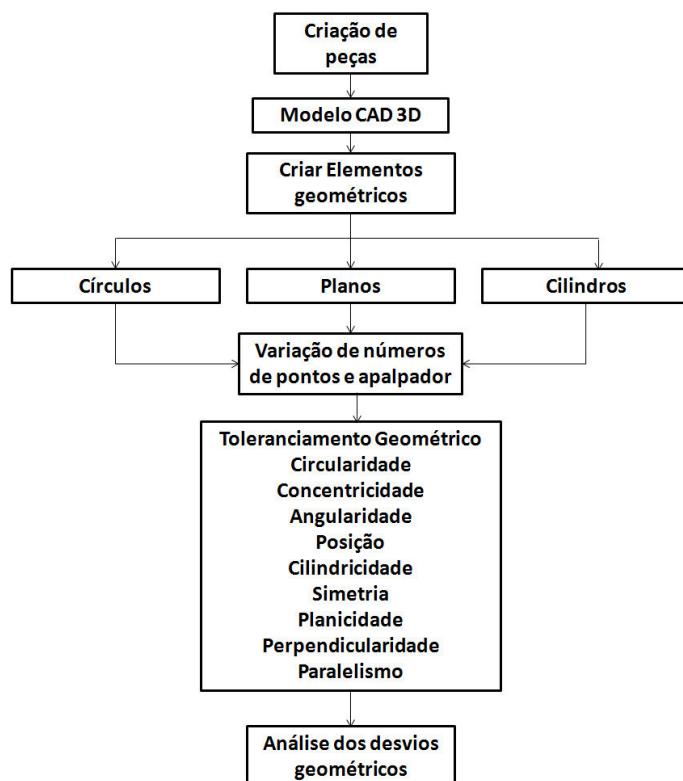
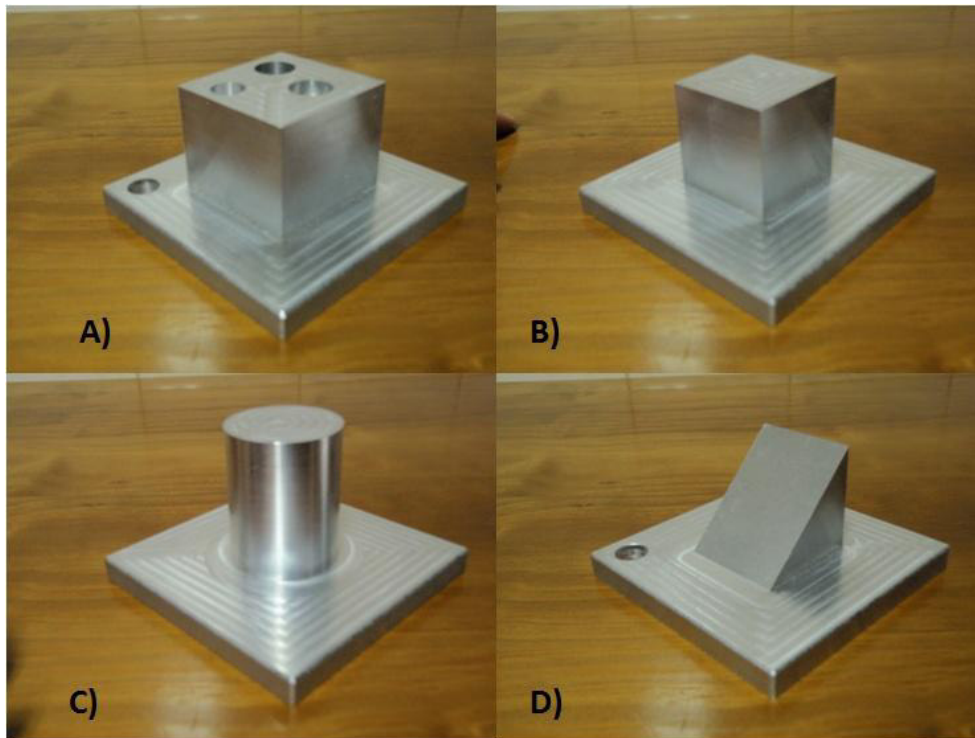


Figura 3.1 Fluxograma do procedimento

## 3.2 Peças padrão para realização de análise do toleranciamento geométrico

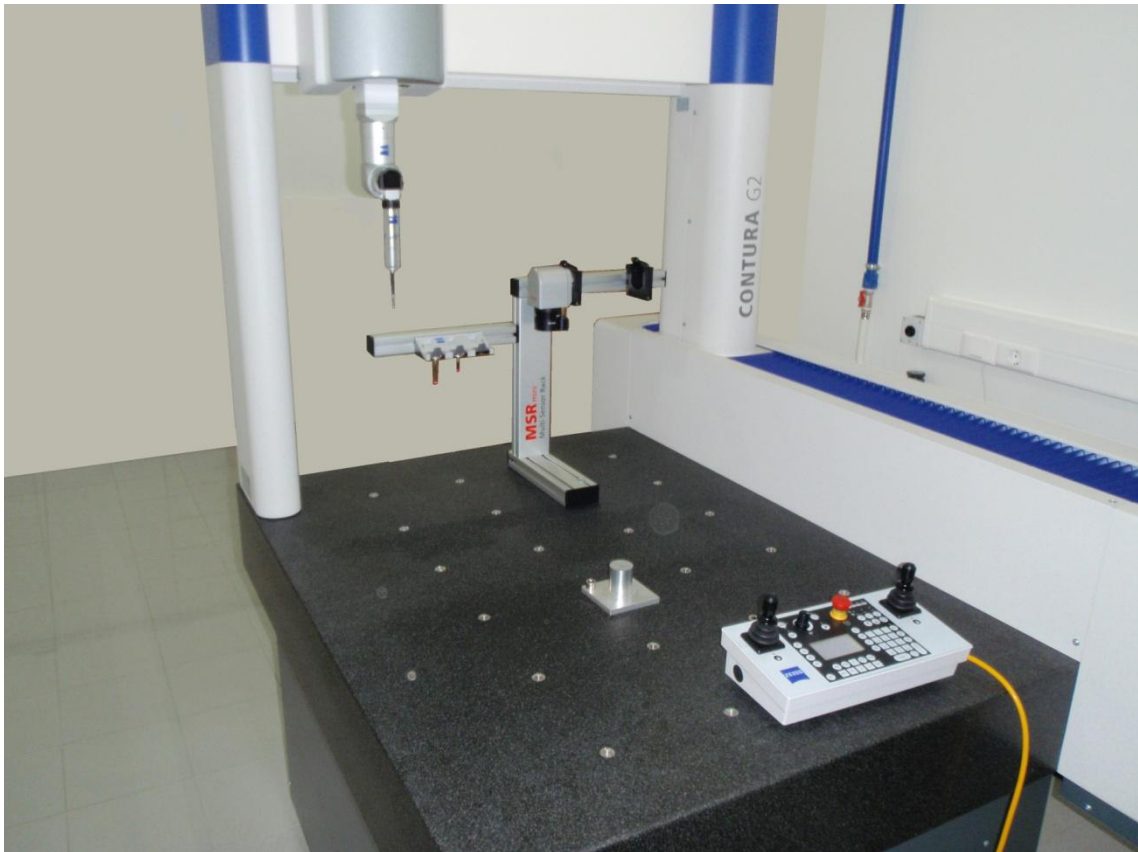
As peças padrão utilizados para as medições são de alumínio e foram obtidos através de maquinação, como se apresenta na figura 3.2. Estes blocos foram feitos de modo a que a maioria das tolerâncias possam ser nelas estudadas.



**Figura 3.2** Imagens das quatro peças padrão: A) Cubo I; B) Cubo II; C) Cilindro; D) Prisma;

### **3.3 Aquisição de dados**

As medições foram efectuadas numa sala com temperatura controlada de 20°C e humidade entre 40% a 50% com uma máquina de medir por coordenadas apresentada na figura 3.3. Na tabela 3.1 apresentam-se as características principais da CMM anteriormente referida.

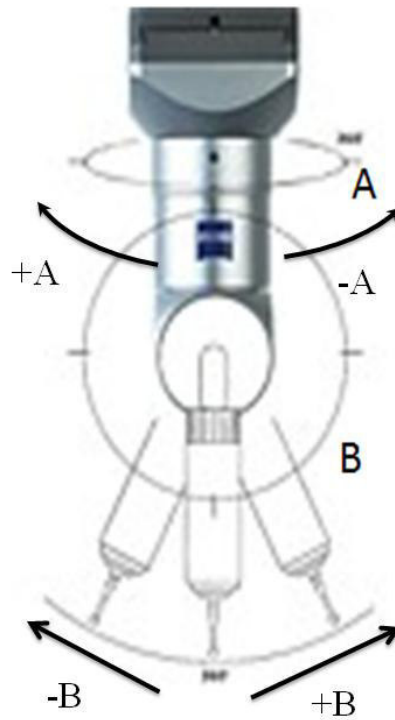


**Figura 3.3 CMM Zeiss, Contura G2**

**Tabela 3.1 Características da CMM**

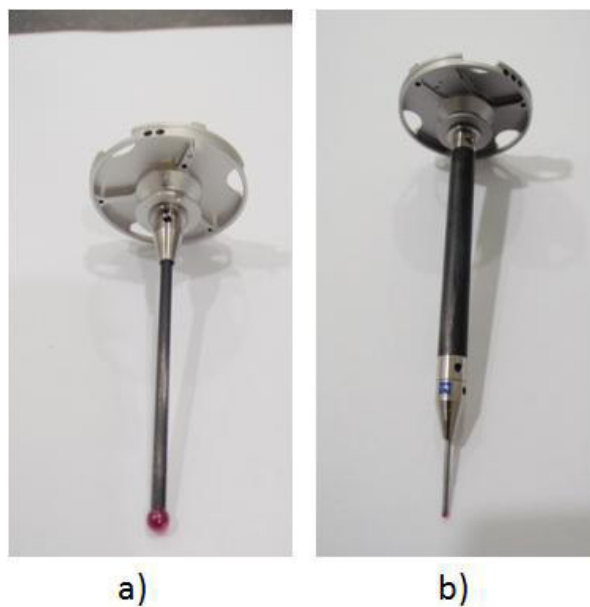
<b>Volume de trabalho</b>	<b>X 700mm; Y 1000mm; Z 600 mm</b>
<b>Precisão</b>	<b>±0,004 mm</b>
<b>Dimensões</b>	<b>1189 x 1346 x 2800</b>

A CMM também está equipada com um Vast XXT que funciona com dois ângulos A e B, como mostra a figura 3.4, podendo assim orientar os apalpadores para qualquer sentido -A, +A, -B e +B.



**Figura 3.4 Vast XXT**

Para os diferentes casos de estudo foram usados dois apalpadores diferentes designados por Stylus -Z50mmR1,50mm e Stylus -Z11mmR0,50mm (figura 3.5). O nome indica seu comprimento de haste e ao raio da esfera de rubi, mas o apalpador b) ainda contém uma haste de 50mm.



**Figura 3.5 Apalpadores usados; a) Stylus -Z50mmR1,50mm; b) Stylus -Z11mmR0,50mm.**

## 3.4 Elementos geométrico

Nesta secção descreve-se os métodos utilizados para a criação dos elementos geométricos usados para o cálculo do toleranciamento geométrico.

Como referido na tabela 2.2 existe um número matemático para definir um elemento, não servindo assim para o definir. Aqui partiu-se desse número mínimo de pontos e foi-se aumentado até um número considerável para que se possa obter uma boa leitura do elemento.

### 3.4.1 Estratégias usadas em planos

Os planos foram criados a partir de linhas, chamada "polyline" e uma grelha chamada "Grid", que são criadas pelo software, distribuindo depois o número de pontos uniformemente pelo plano. Foram feitas duas medições uma com o apalpador - Z50mmR1.50mm e outra com -Z11mmR0.50mm. Noutros caso também se alterou o ângulo de apalpação.

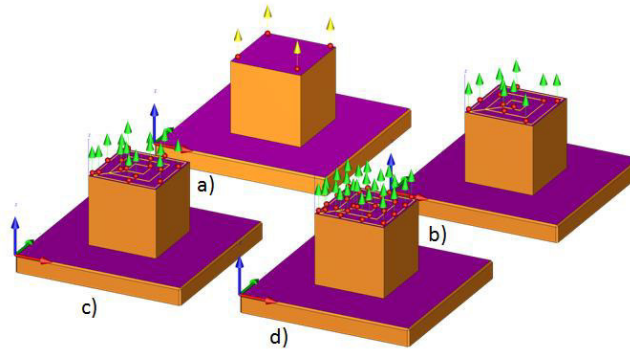
Os planos serviram para controlar as seguintes tolerâncias geométricas:

**Tabela 3.2 Número de pontos usados em cada Plano**

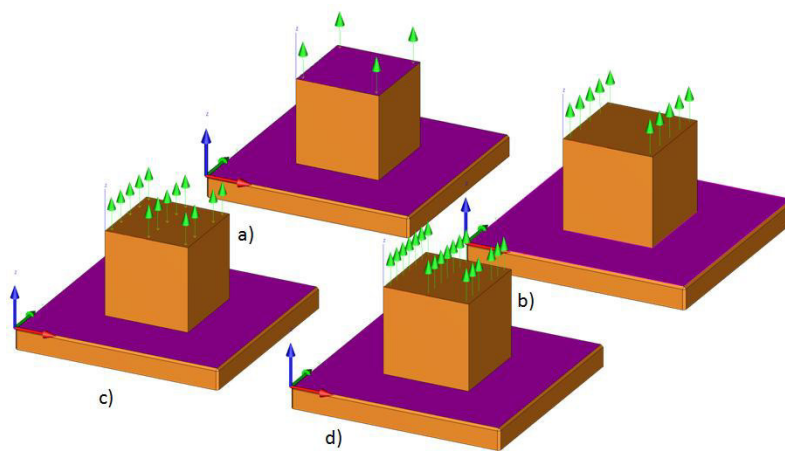
Tolerância	Pontos utilizados em cada estratégia							
	Polyline				Grid			
Planicidade	4	10	15	25	4	10	15	25
Paralelismo	4	10	15	25	4	10	15	25
Perpendicularidade	4	10	15	25	4	10	15	25
Angularidade	4	10	15	25	4	10	15	25
Simetria	4	10	15	25	4	10	15	25

#### 3.4.1.1 Estratégia dos planos para a Planicidade e Paralelismo.

A metodologia utilizada neste trabalho envolve duas estratégias distintas para a medição dos pontos, i.e., medição com polyline e grid, como se pode observar nas figuras 3.6 e 3.7, respectivamente.

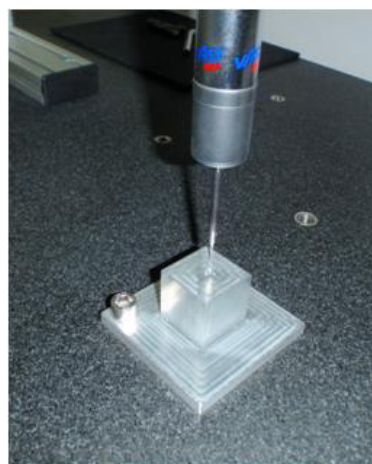


**Figura 3.6 Estratégia para Polyline; a)4 pontos; b)10 Pontos; c) 15 Pontos; d) 25Pontos;**



**Figura 3.7 Estratégia para Grid; a)4 pontos; b)10 Pontos; c) 15 Pontos; d) 25Pontos;**

Conforme explicado, a figura 3.4 que indica os ângulos de medição. O ângulo utilizado nesta medição foi de  $A00^\circ$  e  $B00^\circ$  (figura 3.8).



**Figura 3.8 Ângulo utilizado;**

### 3.4.1.2 Estratégia dos planos para Perpendicularidade

A metodologia utilizada neste trabalho envolve duas estratégias distintas para a medição dos pontos, i.e., medição com polyline e grid, como se pode observar nas figuras 3.9 e 3.10, respectivamente.

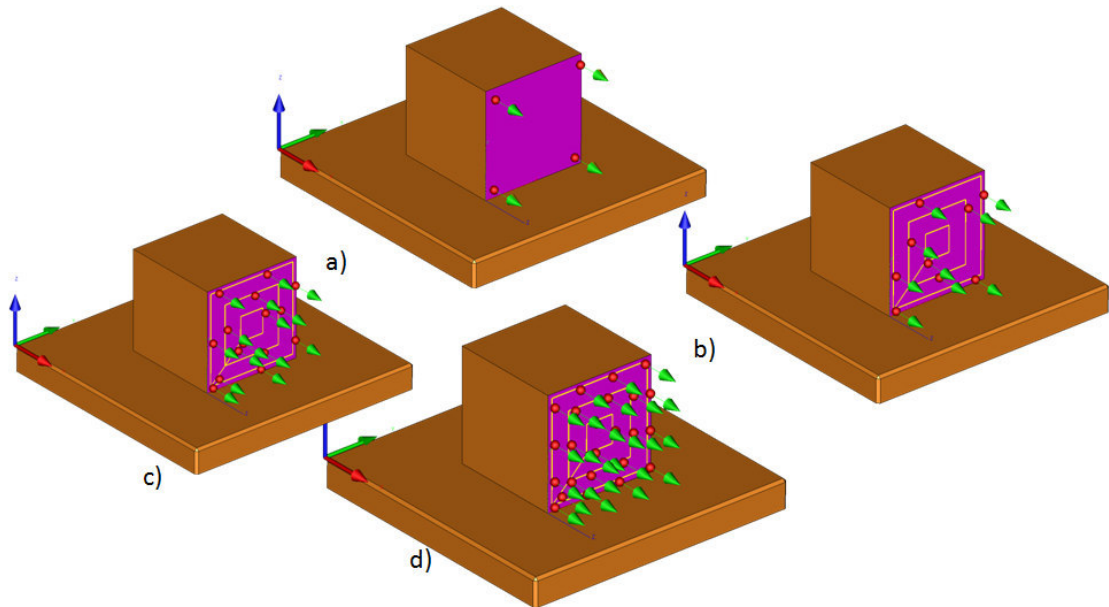


Figura 3.9 Estratégia para Polyline; a)4 pontos; b)10 Pontos; c) 15 Pontos; d) 25Pontos;

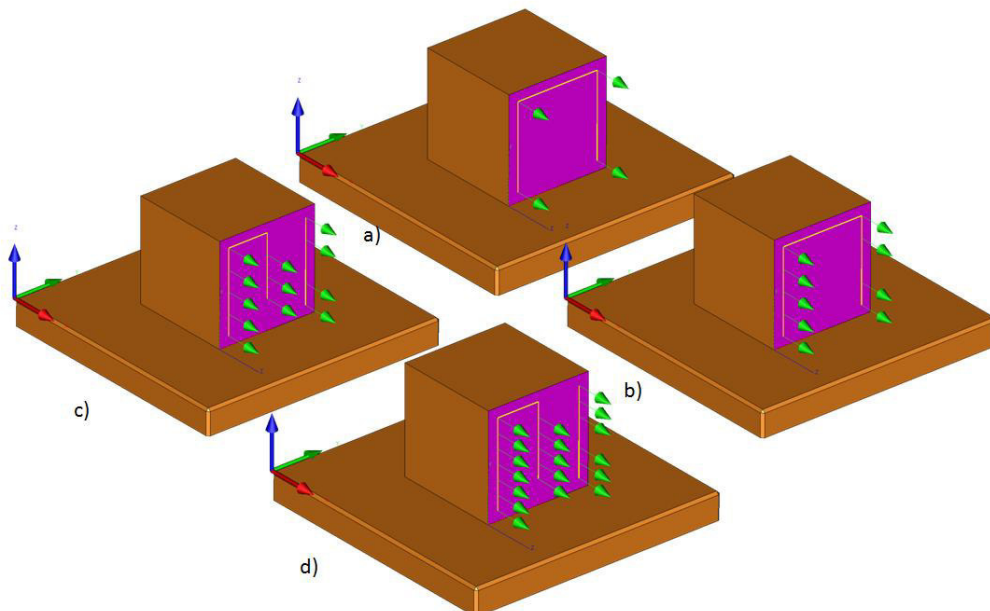
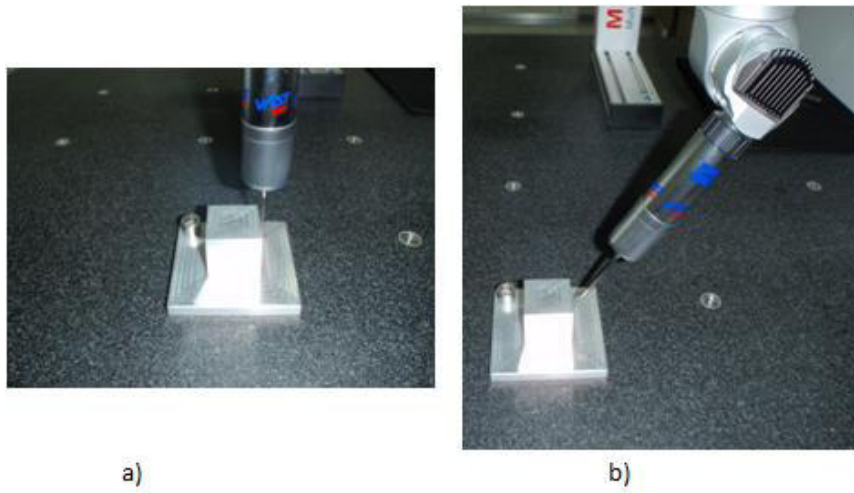


Figura 3.10 Estratégia para Grid; a)4 pontos; b)10 Pontos; c) 15 Pontos; d) 25Pontos;

Conforme explicado, a figura 3.4 que indica os ângulos de medição. Neste estudo utilizou-se um ângulo distinto para cada apalpador, para o stylus -Z50mm R1.5mm foi

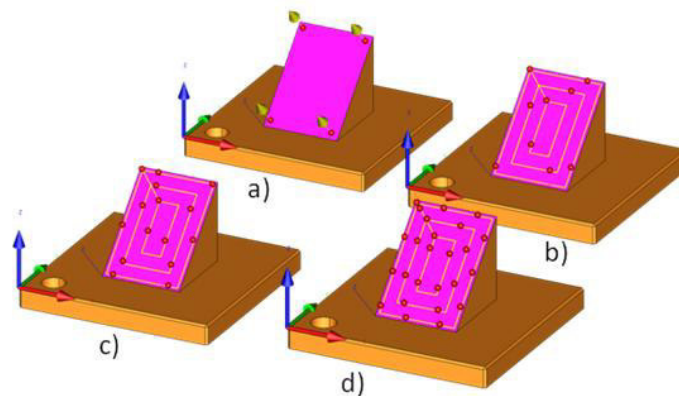
de A 00° e B 00° para o apalpador stylus -Z11mmR0.50mm foi de A 00° B -45° (figura 3.11).



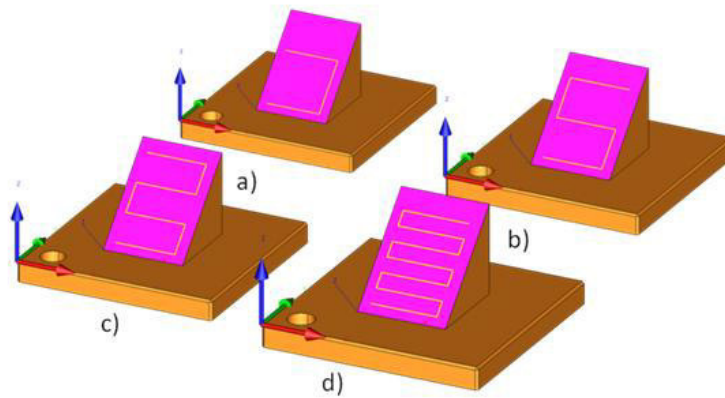
**Figura 3.11** Ângulos usados a)Medição com stylus -Z50mmR1.50mm; b)Medição com stylus -Z11mmR0.50mm;

### 3.4.1.3 Estratégia dos planos para a angularidade.

A metodologia utilizada neste trabalho envolve duas estratégias distintas para a medição dos pontos, i.e., medição com polyline e grid, como se pode observar nas figuras 3.12 e 3.13, respectivamente.

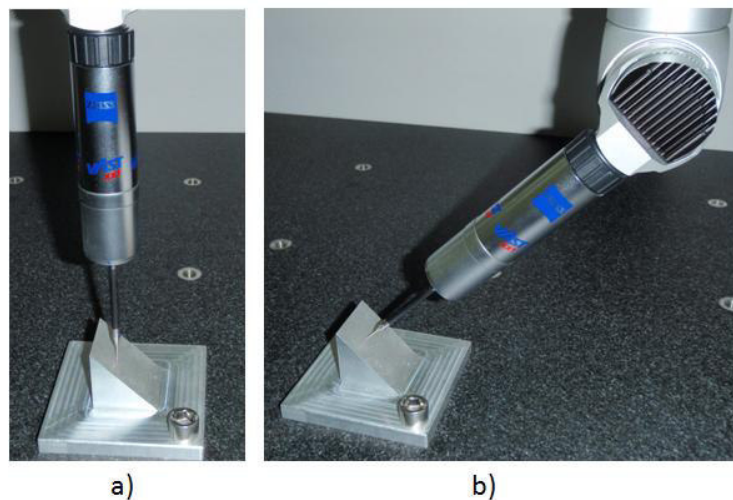


**Figura 3.12** Estratégia para Polyline; a)4 pontos; b)10 Pontos; c) 15 Pontos; d) 25Pontos;



**Figura 3.13 Estratégia para Grid; a)4 pontos; b)10 Pontos; c) 15 Pontos; d) 25Pontos;**

Conforme explicado, a figura 3.4 que indica os ângulos de medição. Neste estudo utilizaram-se dois ângulos de medição. Primeiro um ângulo de  $A90 B00$  e depois um ângulo de  $A90 B-45$  (figura 3.14) para cada apalpador.

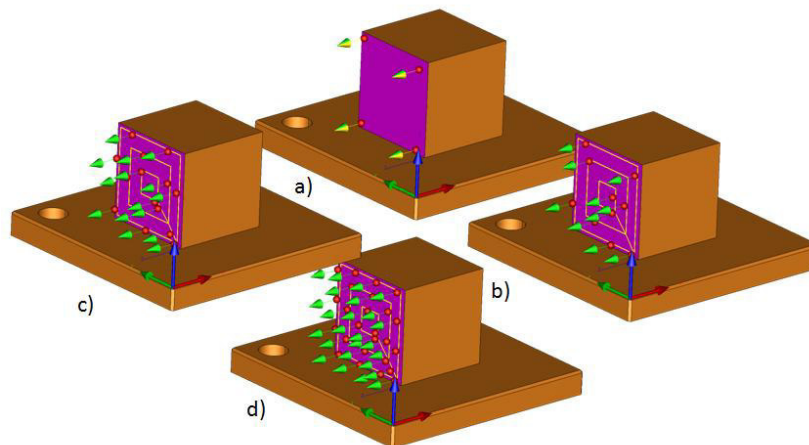


**Figura 3.14 Ângulos usados a)Medição com ângulo de  $A90 B00$ ; b)Medição com Ângulo de  $A90 B-45$ .**

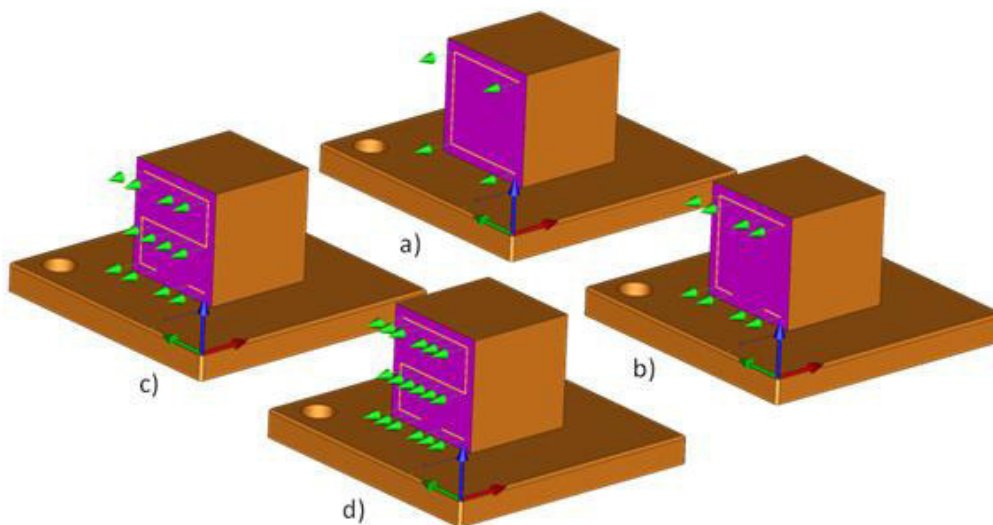
#### **3.4.1.4 Estratégia usada nos planos da Simetria**

A metodologia utilizada neste trabalho envolve duas estratégias distintas para a medição dos pontos, i.e., medição com polyline e grid, como se pode observar nas figuras 3.15 e 3.16, respectivamente. Também foram utilizados os planos da figura 3.9 e 3.10 para que

fosse possível fazer uma simetria entre eles podendo assim calcular a tolerância geométrica.



**Figura 3.15 Estratégia para Polyline; a)4 pontos; b)10 Pontos; c) 15 Pontos; d) 25Pontos;**



**Figura 3.16 Estratégia para Grid; a)4 pontos; b)10 Pontos; c) 15 Pontos; d) 25Pontos;**

Conforme explicado, a figura 3.4 que indica os ângulos de medição. Neste estudo utilizaram-se dois ângulos de medição para cada apalpador, para o stylus -Z50mm R1.5mm foi de A00 e B00 para o apalpador stylus -Z11mmR0.50mm foi de A 00 B 45 (Figura 3.17).

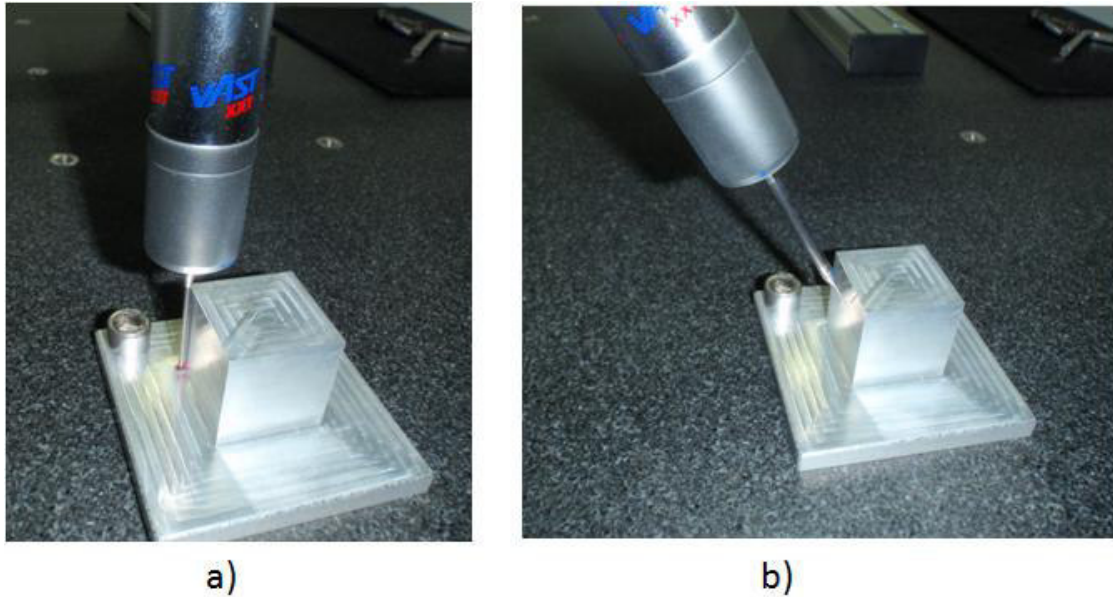


Figura 3.17 Ângulos usados a)Medição com ângulo de A 00 B00; b)Medição com Ângulo de A90 B45.

### 3.4.2 Estratégias usadas em círculos

Os círculos foram criados a partir de uma única linha, chamada "polyline" distribuindo depois o número de pontos uniformemente em torno do círculo. Para os diferentes casos alterou-se o apalpador a fim de ver qual teria mais erro.

Os círculos serviram para controlar as seguintes tolerâncias geométricas:

Tabela 3.3Pontos usados em cada Círculo

Tolerância	Pontos usados em cada estratégia			
Circularidade	4	6	8	12
Posição	4	6	8	12
Concentricidade	4	6	8	12

#### 3.4.2.1 Distribuição de pontos nos círculos para a Circularidade e Posição

A metodologia utilizada neste trabalho envolve uma estratégia distinta para a medição dos pontos, i.e., a medição utiliza sempre uma polyline, como se pode observar nas figuras 3.18, sendo que a distribuição de pontos conforme a tabela 3.3.

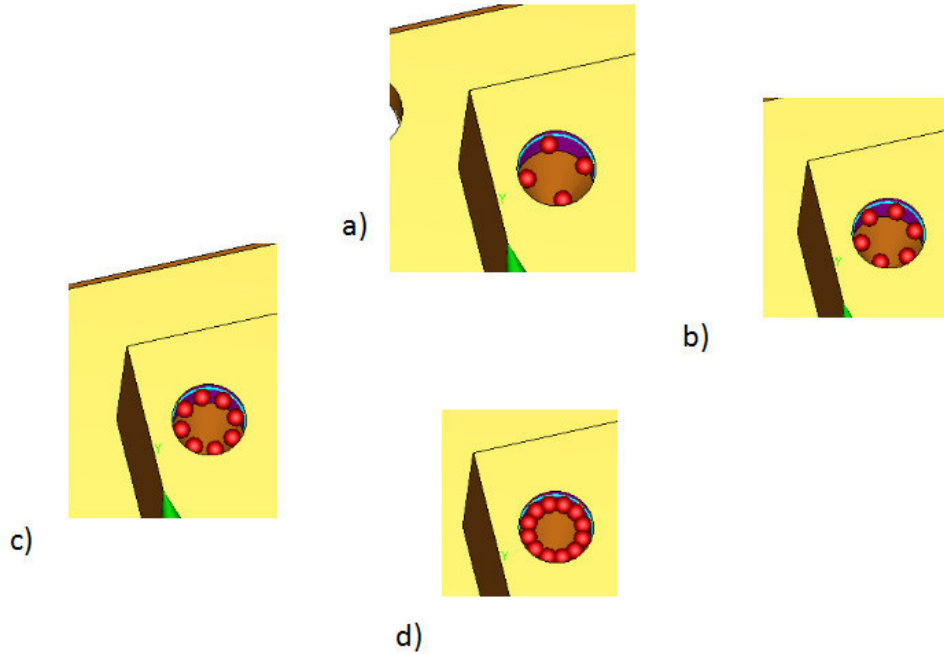


Figura 3.18 Estratégia para os círculos; a) 4 pontos; b) 6 pontos; c) 8 pontos; d) 12 pontos;

### 3.4.2.2 Distribuição de pontos para o círculo da Concentricidade

A metodologia utilizada neste trabalho envolve uma estratégia distinta para a medição dos pontos, i.e., a medição utiliza sempre uma polyline, como se pode observar nas figuras 3.18, sendo que a distribuição de pontos conforme a tabela 3.3.

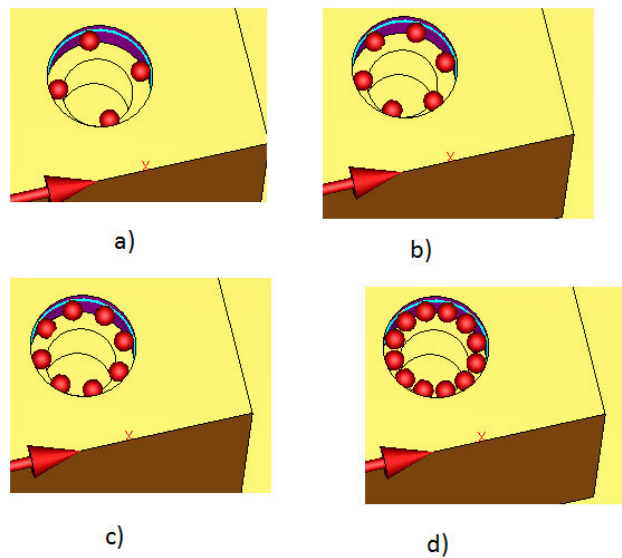


Figura 3.19 Estratégia para os círculos; a) 4 pontos; b) 6 pontos; c) 8 pontos; d) 12 pontos;

Conforme explicado, a figura 3.4 que indica os ângulos de medição. Neste estudo utilizou-se apenas um ângulo de medição que com A00° e B00° (Figura 3.20).

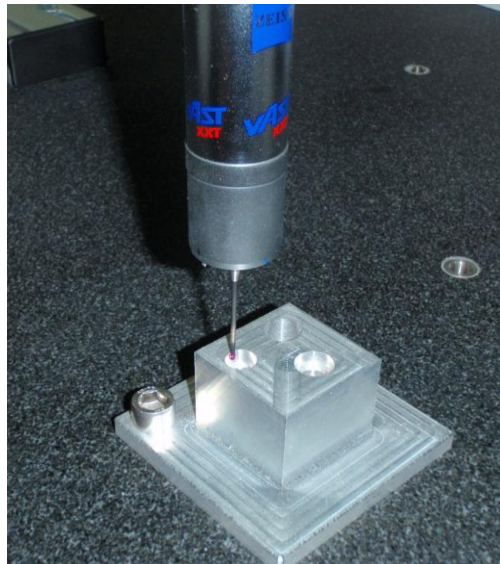


Figura 3.20 Angulo usado para medição dos círculos A00° B00°

### 3.4.3 Estratégias usadas nos cilindros

Os cilindros foram criados a partir de duas estratégias: a partir de três círculos com vários pontos e por seis geratrizes em torno do cilindro também com vários pontos distribuídos pelas linhas. Para os diferentes casos foram se alterando o apalpador e a rotação da orientação do apalpador a fim de ver qual teria mais erro.

Os círculos serviram para controlar a seguinte tolerância geométrica:

Tabela 3.4 Pontos usados em cada Cilindro

Tolerância	Pontos utilizados em cada método							
	Método dos círculos (Pontos por círculo)				Método de 6 geratrizes (Pontos por linha)			
Circularidade	3	4	5	6	3	4	5	6

### 3.4.3.1 Estratégias dos cilindros medidos para a análise da cilindricidade.

A metodologia utilizada neste trabalho envolve duas estratégias distintas para a medição dos pontos, i.e., medição com círculos e por geratriz, como se pode observar nas figuras 3.21 e 3.22, respectivamente. Também foram utilizados os planos da figura 3.9 e 3.10 para que

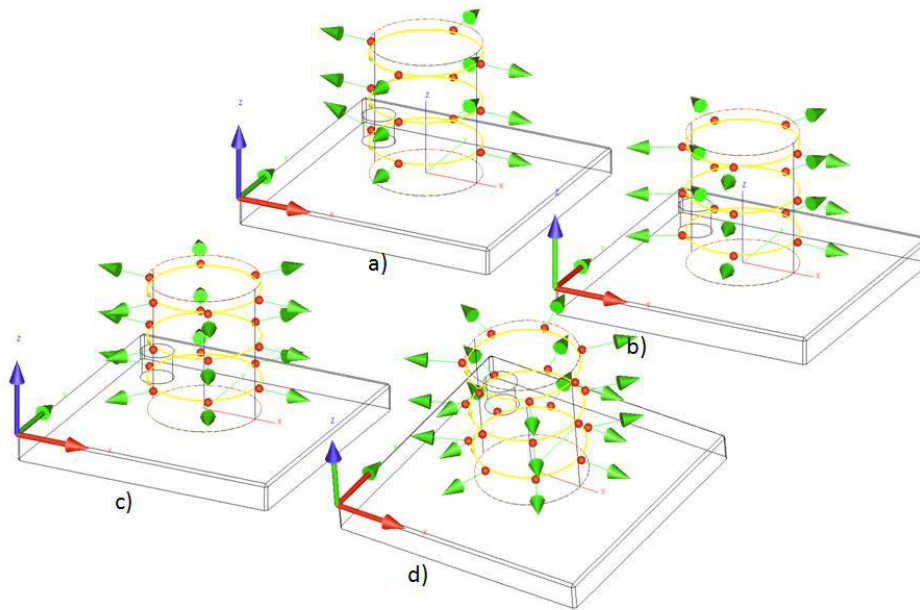


Figura 3.21 Estratégia de 3 círculos; a)3 pontos; b)4 Pontos; c) 6 Pontos; d) 7Pontos;

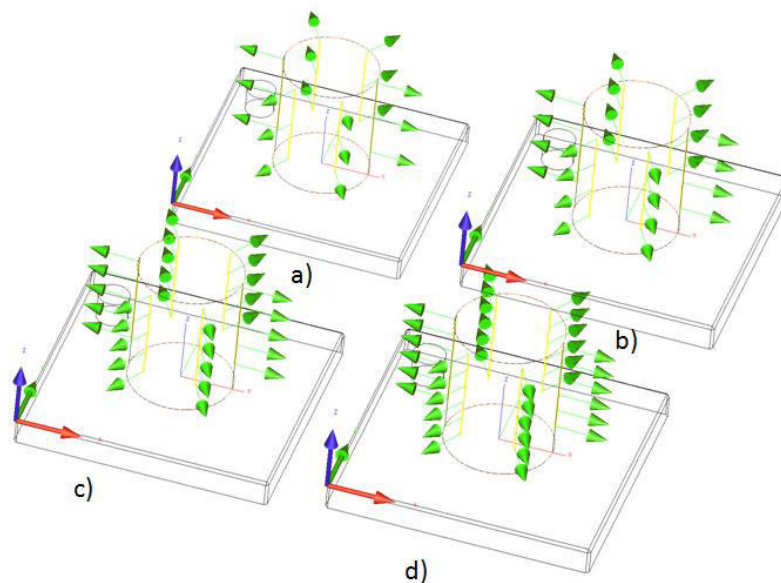


Figura 3.22 Estratégia de 6 geratrizes; a)3 pontos; b)4 Pontos; c) 5 Pontos; d) 6Pontos;

Conforme explicado, a figura 3.4 que indica os ângulos de medição. Neste estudo utilizou-se para o stylus -Z50mmR1.50mm o ângulo de A00° e B00°. Para a medição com o stylus -Z11mmR0.50mm foram usados dois ângulos A00 B-45 e A00 B45.



**Figura 3.23** Ângulos de medição utilizados para o stylus -Z11mmR0.50mm; a)A00 B-45; b)A00 B45

## ***Discussão de Resultados***

---

### **4.1 Introdução**

Este Capítulo apresenta os resultados da aplicação das diferentes possibilidades de medição do toleranciamento geométrico apresentado no capítulo 3.

Considerando os elementos geométricos descritos na secção 3.4. O estudo apresentado terá como base uma comparação entre as diferentes técnicas de medir elementos geométricos referidos na secção 3.4.

Considerando, que se fez um conjunto de  $n$  de medições de um valor  $x$ , realizadas nas mesmas condições, obtivemos os resultados  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ . A média aritmética  $\bar{x}$ , neste caso amostral, pode ser considerada como o melhor valor que se pode atribuir à grandeza. Os valores das médias aritmeticas foram então calculados pela seguinte formula.

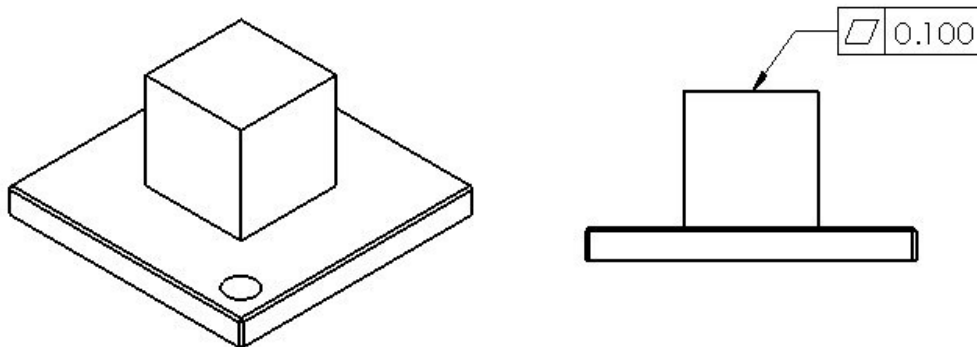
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

### **4.2 Medição na CMM**

#### **4.2.1 Estudo da Planicidade**

Como dito na secção 2.2.3, para a planicidade todos os pontos da superfície medida (figura 4.1) devem estar contidos dentro de dois planos paralelos separados pela distância tolerada.

A peça utilizada para a experiência foi a peça a) da figura 3.2 e os pontos medidos são os pontos referidos na figura 3.5 e 3.6.



**Figura 4.1** Cotagem do bloco referente a planicidade

Os resultados referentes a esta experiência utilizando polyline e grid estão indicados nas tabelas 4.1 e 4.2 respectivamente, onde refere o número de pontos e qual o apalpador utilizado para a medição, com estes dados pretende-se saber qual das estratégias escolhidas foi a que deu menos erro tendo em conta o número de pontos medidos.

**Tabela 4.1** Resultados da planicidade usando polyline

Medição	<u>Estratégia usada polyline</u>							
	Stylus -Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	4	10	15	25	4	10	15	25
<b>1</b>	0.000	0.001	0.001	0.003	0.000	0.001	0.001	0.003
<b>2</b>	0.001	0.001	0.001	0.002	0.001	0.001	0.001	0.002
<b>3</b>	0.000	0.001	0.001	0.002	0.000	0.001	0.001	0.002
<b>4</b>	0.000	0.002	0.001	0.002	0.000	0.002	0.001	0.002
<b>5</b>	0.000	0.001	0.001	0.002	0.000	0.001	0.001	0.002
<b>6</b>	0.000	0.001	0.001	0.002	0.000	0.001	0.001	0.002
<b>7</b>	0.000	0.001	0.001	0.002	0.000	0.001	0.001	0.002
<b>8</b>	0.000	0.001	0.001	0.002	0.000	0.001	0.001	0.002
<b>0</b>	0.000	0.001	0.001	0.002	0.000	0.001	0.001	0.002
<b>10</b>	0.000	0.001	0.001	0.002	0.000	0.000	0.001	0.002

Tabela 4.2 Resultados da planicidade usando Grid

Medição	Estratégia usada Grid							
	Stylus -Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	4	10	15	25	4	10	15	25
1	0.000	0.002	0.003	0.009	0.000	0.003	0.003	0.003
2	0.000	0.002	0.003	0.003	0.000	0.002	0.003	0.003
3	0.000	0.002	0.003	0.008	0.000	0.002	0.003	0.003
4	0.000	0.002	0.004	0.008	0.000	0.020	0.003	0.003
5	0.000	0.002	0.003	0.011	0.000	0.002	0.003	0.003
6	0.000	0.002	0.011	0.011	0.000	0.002	0.003	0.003
7	0.000	0.002	0.011	0.011	0.000	0.002	0.003	0.003
8	0.000	0.002	0.003	0.003	0.000	0.003	0.003	0.003
9	0.000	0.002	0.003	0.003	0.000	0.002	0.003	0.003
10	0.000	0.002	0.003	0.003	0.000	0.002	0.003	0.003

Calculando a média dos resultados para cada medição temos o desvio ocorrido para cada estratégia como mostr a tabela 4.3 que resulta no gráfico 4.1

Tabela 4.3 Média da incerteza associada à Planicidade em mm

Estratégia	Stylus-Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	4	10	15	25	4	10	15	25
Polyline	0.000	0.001	0.001	0.002	0.000	0.001	0.001	0.002
Grid	0.000	0.002	0.005	0.007	0.000	0.004	0.003	0.003

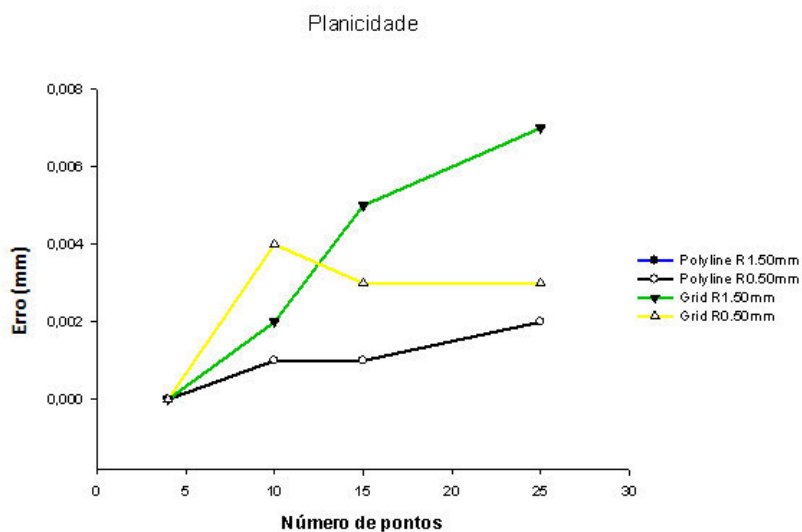


Gráfico 4.1 Planicidade

A medição, com os pontos distribuídos com uma polyline, revelou-se melhor. Os pontos foram medidos com dois tipo de apalpadores, factor que não alterou a média, ao contrário da estratégia usando Grid em que houve alteração de valores tocando de apalpadores. Para um tipo de tolerância abaixo de 0.002mm um número para uma medida confiável a partir de 25 pontos podemos ter bons resultados.

## 4.2.2 Estudo do Paralelismo

Como dito na secção 2.2.4, o paralelismo é uma tolerância de orientação, logo precisa de um elemento de referência (Figura 4.2)

A peça utilizada para a experiência foi a peça a) da figura 3.2 e os pontos medidos são os pontos referidos na figura 3.5 e 3.6. Na figura 4.3 estão representados os pontos medidos na para a referencia da tolerância.

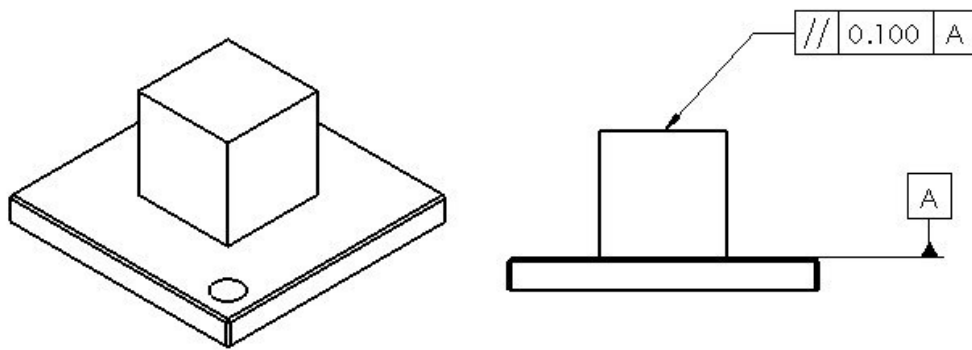


Figura 4.2 Cotagem do bloco referente o Paralelismo

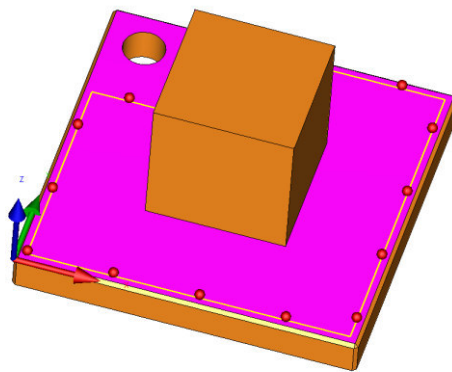


Figura 4.3 Pontos medidos no referencial A.

Os resultados referentes a esta experiência utilizando polyline e grid estão indicados nas tabelas 4.4 e 4.5 respectivamente, onde refere o número de pontos e qual o apalpador utilizado para a medição, com estes dados pretende-se saber qual das estratégias escolhidas foi a que deu menos erro tendo em conta o número de pontos medidos.

**Tabela 4.4 Resultados do paralelismo usando polyline em (mm)**

Medição	<u>Estratégia usada polyline</u>							
	Stylus -Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	4	10	15	25	4	10	15	25
<b>1</b>	0.009	0.008	0.010	0.009	0.008	0.009	0.008	0.009
<b>2</b>	0.009	0.008	0.008	0.090	0.008	0.009	0.008	0.008
<b>3</b>	0.009	0.008	0.008	0.009	0.008	0.009	0.008	0.008
<b>4</b>	0.008	0.008	0.007	0.009	0.008	0.009	0.007	0.008
<b>5</b>	0.008	0.008	0.007	0.009	0.008	0.009	0.008	0.008
<b>6</b>	0.008	0.008	0.007	0.009	0.008	0.009	0.008	0.008
<b>7</b>	0.008	0.008	0.007	0.008	0.008	0.008	0.007	0.008
<b>8</b>	0.007	0.007	0.006	0.007	0.007	0.007	0.006	0.007
<b>0</b>	0.007	0.007	0.007	0.008	0.007	0.008	0.007	0.007
<b>10</b>	0.007	0.007	0.006	0.008	0.007	0.008	0.007	0.007

**Tabela 4.5 Resultados do paralelismo usando Grid (mm)**

Medição	<u>Estratégia usada Grid</u>							
	Stylus -Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	4	10	15	25	4	10	15	25
<b>1</b>	0.008	0.009	0.010	0.009	0.007	0.009	0.009	0.009
<b>2</b>	0.008	0.009	0.009	0.009	0.007	0.009	0.009	0.009
<b>3</b>	0.008	0.009	0.008	0.009	0.007	0.009	0.009	0.008
<b>4</b>	0.008	0.009	0.008	0.009	0.007	0.008	0.008	0.008
<b>5</b>	0.008	0.009	0.009	0.009	0.007	0.008	0.008	0.008
<b>6</b>	0.008	0.009	0.008	0.009	0.007	0.008	0.009	0.008
<b>7</b>	0.015	0.013	0.012	0.013	0.010	0.010	0.010	0.010
<b>8</b>	0.009	0.009	0.009	0.009	0.008	0.007	0.007	0.007
<b>0</b>	0.007	0.010	0.008	0.008	0.007	0.007	0.007	0.007
<b>10</b>	0.006	0.009	0.008	0.009	0.006	0.007	0.007	0.007

Calculando a média dos resultados para cada medição temos o desvio ocorrido para cada estratégia como mostra a tabela 4.6 que resulta no gráfico 4.2

Tabela 4.6 Média da incerteza associada ao paralelismo em mm

Estratégia	Stylus-Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	4	10	15	25	4	10	15	25
<b>Polyline</b>	0.008	0.008	0.007	0.009	0.008	0.009	0.007	0.008
<b>Grid</b>	0.009	0.010	0.009	0.009	0.007	0.008	0.008	0.008

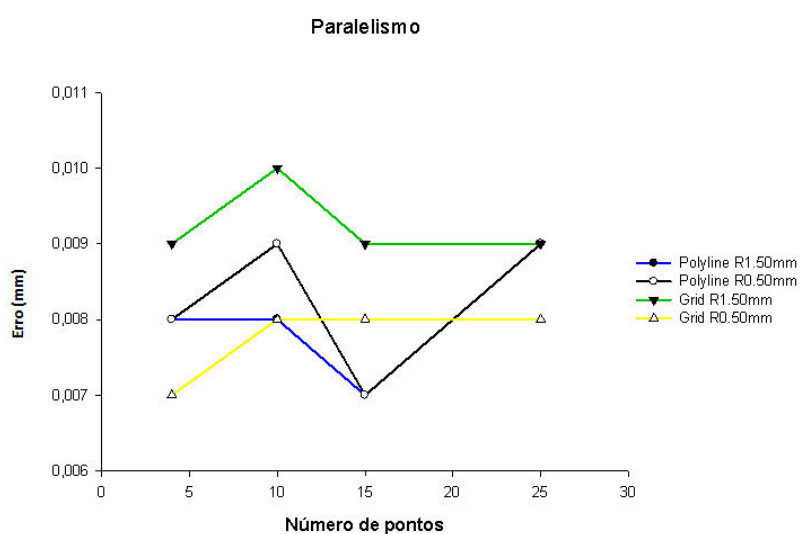


Gráfico 4.2 Paralelismo

A medição, efectuada com o apalpador stylus –Z11mmR0.50mm e utilizando uma grid com 25 pontos, é a que melhores resultados apresenta, pois podemos ver que a partir de 10 pontos o valor estabilizou em 0.008mm. Para os mesmos pontos, mas utilizando o apalpador stylus –Z50mmR1.50mm os valores foram mais altos e menos constantes. Para as medições feitas com uma polyline e com a alteração de apalpador as medições foram inconstantes. Para um tipo de toleranciamento a partir de 10 pontos consegue-se obter uma medição fiável.

### 4.2.3 Estudo da perpendicularidade

Como dito na secção 2.2.4, a perpendicularidade é uma tolerância de orientação, logo precisa de um elemento de referência (Figura 4.4)

A peça utilizada para a experiência foi a peça a) da figura 3.2 e os pontos medidos são os pontos referidos na figura 3.8 e 3.9. Na figura 4.3 estão representados os pontos medidos na para a referência da tolerância.

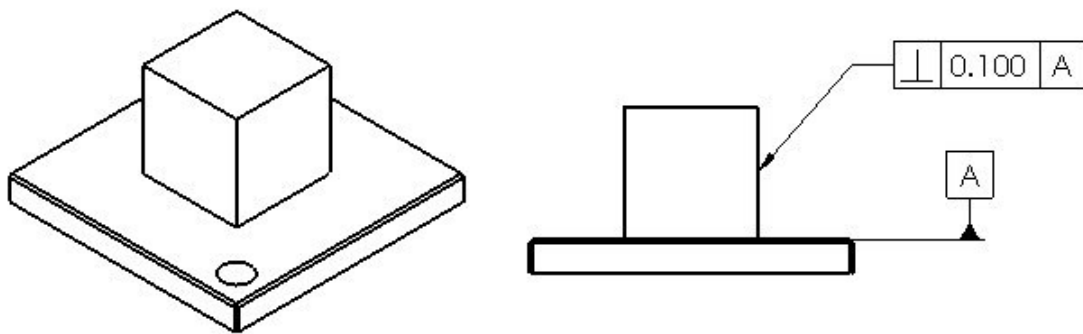


Figura 4.4 Cotagem do bloco referente à Perpendicularidade

Os resultados referentes a esta experiência utilizando polyline e grid estão indicados nas tabelas 4.7 e 4.8 respectivamente, onde refere o número de pontos e qual o apalpador utilizado para a medição, com estes dados pretende-se saber qual das estratégias escolhidas foi a que deu menos erro tendo em conta o número de pontos medidos.

**Tabela 4.7 Resultados da perpendicularidade usando polyline em (mm)**

Medição	<u>Estratégia usada polyline</u>							
	Stylus -Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	4	10	15	25	4	10	15	25
<b>1</b>	0.003	0.008	0.011	0.010	0.004	0.008	0.010	0.010
<b>2</b>	0.004	0.009	0.011	0.010	0.005	0.009	0.011	0.011
<b>3</b>	0.003	0.008	0.011	0.010	0.004	0.008	0.010	0.009
<b>4</b>	0.003	0.008	0.011	0.010	0.004	0.008	0.010	0.010
<b>5</b>	0.003	0.008	0.011	0.010	0.004	0.008	0.010	0.010
<b>6</b>	0.003	0.008	0.011	0.010	0.004	0.008	0.011	0.010
<b>7</b>	0.003	0.008	0.011	0.010	0.004	0.008	0.010	0.010
<b>8</b>	0.004	0.009	0.011	0.010	0.004	0.008	0.011	0.010
<b>9</b>	0.004	0.009	0.011	0.010	0.004	0.008	0.011	0.010
<b>10</b>	0.004	0.009	0.012	0.010	0.005	0.008	0.011	0.011

**Tabela 4.8 Resultados da Perpendicularidade usando Grid em (mm)**

Medição	<u>Estratégia usada Grid</u>							
	Stylus -Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	4	10	15	25	4	10	15	25
<b>1</b>	0.005	0.007	0.007	0.008	0.005	0.007	0.007	0.012
<b>2</b>	0.005	0.007	0.007	0.009	0.005	0.006	0.007	0.013
<b>3</b>	0.004	0.007	0.007	0.008	0.005	0.006	0.006	0.012
<b>4</b>	0.004	0.007	0.007	0.008	0.004	0.006	0.006	0.012
<b>5</b>	0.004	0.007	0.007	0.008	0.005	0.006	0.007	0.012
<b>6</b>	0.004	0.007	0.007	0.008	0.004	0.007	0.007	0.012
<b>7</b>	0.005	0.007	0.007	0.008	0.005	0.006	0.006	0.012
<b>8</b>	0.005	0.007	0.007	0.009	0.005	0.007	0.007	0.012
<b>9</b>	0.005	0.007	0.007	0.009	0.005	0.006	0.006	0.012
<b>10</b>	0.005	0.007	0.007	0.008	0.005	0.006	0.006	0.012

Calculando a média dos resultados para cada medição temos o desvio ocorrido para cada estratégia como mostra a tabela 4.9 que resulta no gráfico 4.3

Tabela 4.9 Média da incerteza associada à perpendicularidade em mm

Estratégia	Stylus-Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	4	10	15	25	4	10	15	25
Polyline	0.003	0.008	0.011	0.010	0.004	0.008	0.011	0.010
Grid	0.005	0.007	0.007	0.008	0.005	0.006	0.007	0.012

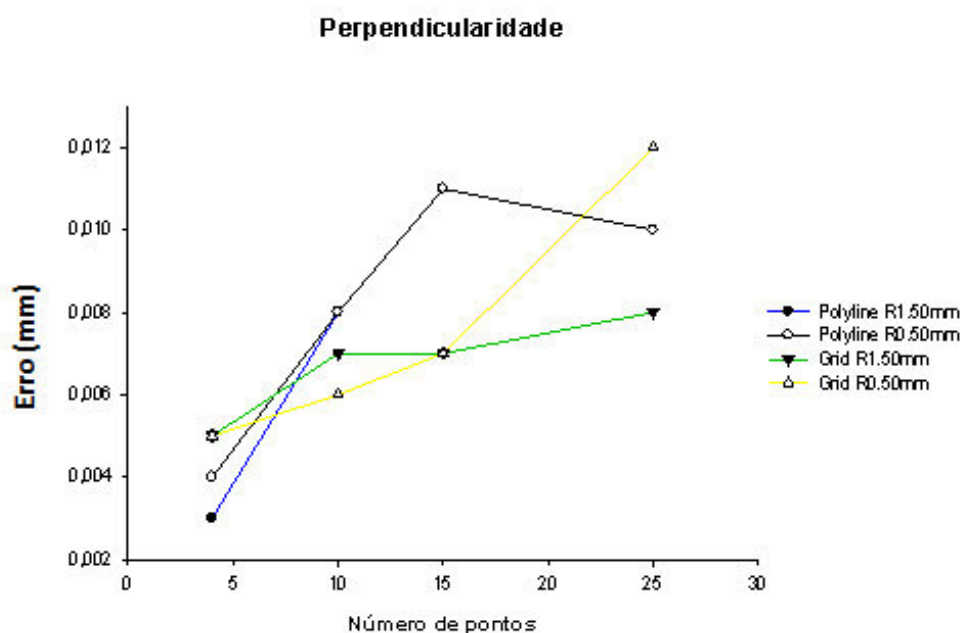


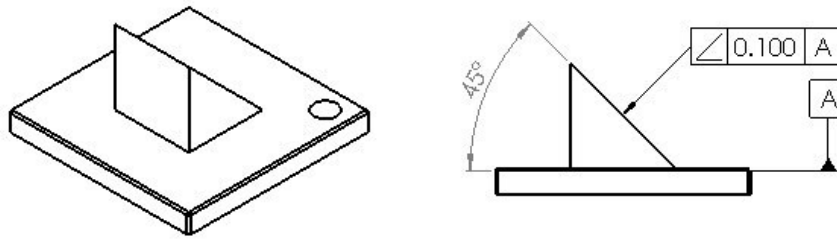
Gráfico 4.3 Incerteza da perpendicularidade

A medição, efectuada com o apalpador stylus –Z50mmR1.50mm e utilizando uma grid com 25 pontos, é a que melhores resultados apresenta, visto que, para os mesmos pontos, mas usando o apalpador stylus –Z11mmR0.50mm os valores foram mais altos.

#### 4.2.4 Análise da angularidade

Como dito na secção 2.2.4, a perpendicularidade é uma tolerância de orientação, logo precisa de um elemento de referência (Figura 4.5)

A peça utilizada para a experiência foi a peça d) da figura 3.2 e os pontos medidos são os pontos referidos na figura 3.11 e 3.12. Neste caso foram feitas medidas dos mesmos pontos com o mesmo apalpador, mas com ângulos de rotação diferentes (Figura 3.13).



**Figura 4.5 Desenho da tolerância geométrica a medir.**

Os resultados referentes a esta experiência estão divididos em duas fases. Primeira fase os planos foram medidos com o ângulo a) da figura 3.13 e numa segunda fase os mesmo pontos são medidos com o ângulo b) da figura 3.13. Com isto pretende-se saber qual das estratégias escolhidas foi a que deu menos erro tendo em conta o número de pontos medidos e a orientação do apalpador para atacar a superfície do plano.

Os resultados referentes, desta primeira fase da experiência, utilizando polyline e grid estão indicados nas tabelas 4.10 e 4.11 respectivamente, onde refere o número de pontos e qual o apalpador utilizado para a medição.

**Tabela 4.10 Resultados da angularidade usando uma polyline e com um angulo de 00 em (mm)**

Estratégia usada Polyline								
Medição	Stylus-Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	4	10	15	25	4	10	15	25
<b>1</b>	0.009	0.011	0.011	0.015	0.009	0.011	0.011	0.015
<b>2</b>	0.009	0.011	0.010	0.016	0.009	0.011	0.010	0.016
<b>3</b>	0.009	0.011	0.011	0.016	0.009	0.011	0.011	0.016
<b>4</b>	0.010	0.011	0.013	0.016	0.010	0.011	0.013	0.016
<b>5</b>	0.009	0.011	0.011	0.016	0.009	0.011	0.011	0.016
<b>6</b>	0.010	0.011	0.011	0.016	0.010	0.011	0.011	0.016
<b>7</b>	0.009	0.011	0.010	0.016	0.009	0.011	0.010	0.016
<b>8</b>	0.010	0.011	0.010	0.016	0.010	0.011	0.010	0.016
<b>9</b>	0.010	0.011	0.010	0.015	0.010	0.011	0.010	0.015
<b>10</b>	0.010	0.011	0.010	0.016	0.010	0.011	0.010	0.016

Tabela 4.11 Resultados da angularidade usando uma grid e com um angulo de 00 em (mm)

Estratégia usada Grid								
Medição	Stylus-Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	4	9	15	25	4	9	15	25
1	0.009	0.017	0.017	0.005	0.003	0.011	0.015	0.020
2	0.009	0.019	0.018	0.005	0.002	0.013	0.015	0.020
3	0.010	0.018	0.017	0.005	0.005	0.012	0.015	0.018
4	0.010	0.018	0.017	0.005	0.002	0.013	0.015	0.021
5	0.010	0.018	0.017	0.005	0.003	0.012	0.015	0.017
6	0.010	0.018	0.016	0.005	0.003	0.012	0.016	0.019
7	0.010	0.018	0.016	0.005	0.003	0.012	0.015	0.018
8	0.010	0.018	0.016	0.005	0.002	0.012	0.016	0.017
9	0.010	0.018	0.016	0.005	0.002	0.012	0.016	0.018
10	0.010	0.018	0.016	0.006	0.002	0.012	0.016	0.018

Calculando a média dos resultados para cada medição temos o desvio ocorrido para cada estratégia como mostra a tabela 4.12 que resulta no gráfico 4.4

Tabela 4.12 Média da incerteza associada à angularidade para um angulo de A90 B00 em mm

Estratégia	Stylus-Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	4	9	15	25	4	9	15	25
Polyline	0.010	0.011	0.011	0.016	0.008	0.011	0.011	0.016
Grid	0.010	0.018	0.017	0.005	0.003	0.012	0.015	0.019

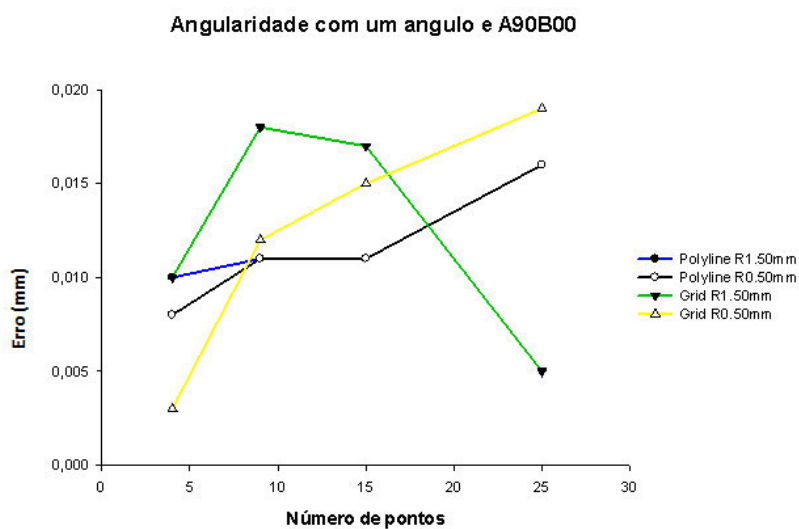


Gráfico 4.4 Incertezas da angularidade com um angulo de A90B00

A medição, efectuada com o apalpador R1.50mm e utilizando uma grid com 25 pontos, é a que melhores resultados apresenta, pois pode se observar no gráfico 4.4 que com o aumento dos pontos medidos a incerteza da medição baixo de 0.017mm para 0.005mm. Para os mesmo pontos mas com o apalpador R0.50mm o valor foi mais alto.

Os resultados referentes, da segunda fase da experiência, utilizando polyline e grid estão indicados nas tabelas 4.10 e 4.11 respectivamente, onde refere o número de pontos e qual o apalpador utilizado para a medição.

**Tabela 4.13 Resultados da angularidade usando uma polyline e com um angulo de 45 em (mm)**

<b>Estratégia usada Polyline</b>								
<b>Medição</b>	<b>Stylus-Z50mmR1.50mm</b>				<b>Stylus-Z11mmR0.50mm</b>			
	4	9	15	25	4	9	15	25
<b>1</b>	0.009	0.012	0.011	0.016	0.008	0.011	0.010	0.018
<b>2</b>	0.009	0.011	0.010	0.016	0.006	0.011	0.010	0.018
<b>3</b>	0.010	0.011	0.010	0.016	0.008	0.012	0.010	0.018
<b>4</b>	0.010	0.011	0.011	0.016	0.008	0.012	0.010	0.018
<b>5</b>	0.009	0.012	0.010	0.016	0.009	0.012	0.010	0.018
<b>6</b>	0.009	0.012	0.011	0.016	0.008	0.012	0.009	0.018
<b>7</b>	0.010	0.012	0.011	0.016	0.008	0.012	0.009	0.018
<b>8</b>	0.009	0.012	0.011	0.016	0.008	0.011	0.009	0.018
<b>9</b>	0.010	0.012	0.011	0.018	0.008	0.012	0.009	0.018
<b>10</b>	0.010	0.012	0.011	0.016	0.008	0.012	0.090	0.018

**Tabela 4.14 Resultados da angularidade usando uma grid e com um angulo de 45 em (mm)**

<b>Estratégia usada Grid</b>								
<b>Medição</b>	<b>Stylus-Z50mmR1.50mm</b>				<b>Stylus-Z11mmR0.50mm</b>			
	4	9	15	25	4	9	15	25
<b>1</b>	0.004	0.009	0.018	0.017	0.005	0.010	0.016	0.019
<b>2</b>	0.004	0.009	0.018	0.017	0.005	0.010	0.016	0.018
<b>3</b>	0.005	0.010	0.019	0.017	0.004	0.010	0.017	0.018
<b>4</b>	0.005	0.010	0.018	0.017	0.004	0.010	0.017	0.018
<b>5</b>	0.005	0.011	0.018	0.017	0.005	0.010	0.016	0.017
<b>6</b>	0.005	0.011	0.019	0.016	0.005	0.010	0.016	0.017
<b>7</b>	0.005	0.010	0.019	0.016	0.005	0.010	0.016	0.018
<b>8</b>	0.005	0.010	0.018	0.016	0.005	0.010	0.016	0.018
<b>9</b>	0.005	0.010	0.019	0.016	0.005	0.010	0.017	0.018
<b>10</b>	0.005	0.011	0.019	0.016	0.005	0.010	0.016	0.018

Calculando a média dos resultados para cada medição temos o desvio ocorrido para cada estratégia como mostra a tabela 4.15 que resulta no gráfico 4.5

Tabela 4.15 Média da incerteza associada à angularidade para um angulo de A90 B-45 em mm

Estratégia	Stylus-Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	4	9	15	25	4	9	15	25
<b>Polyline</b>	0.010	0.012	0.011	0.016	0.008	0.012	0.018	0.018
<b>Grid</b>	0.005	0.010	0.019	0.017	0.005	0.010	0.016	0.018

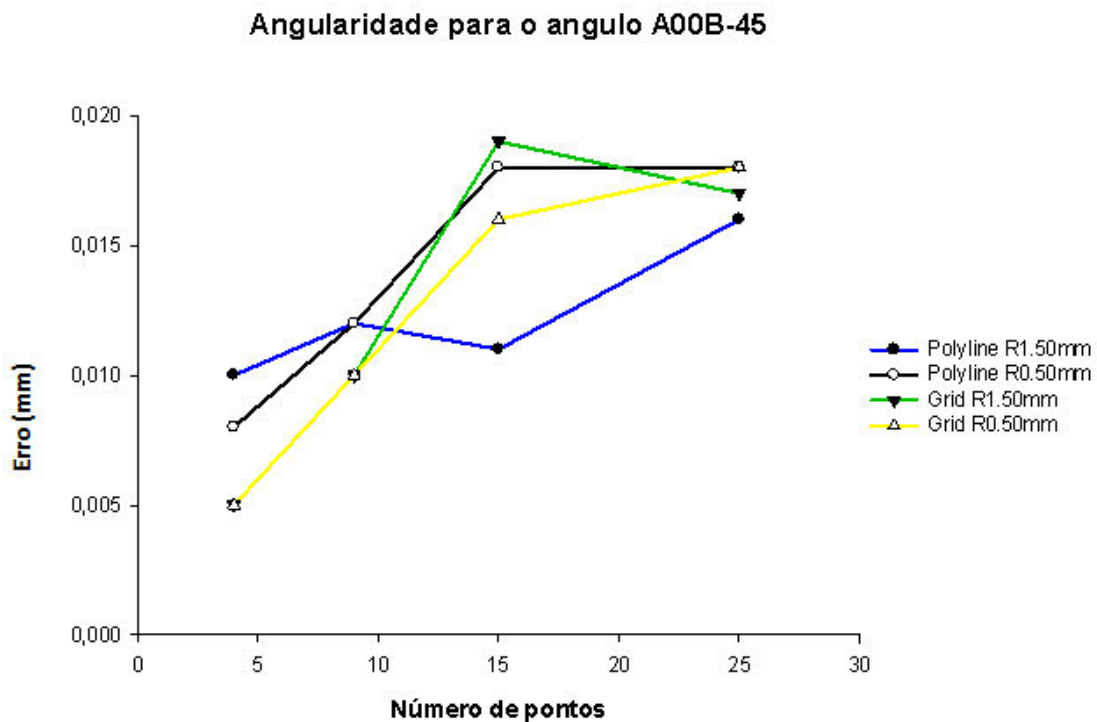
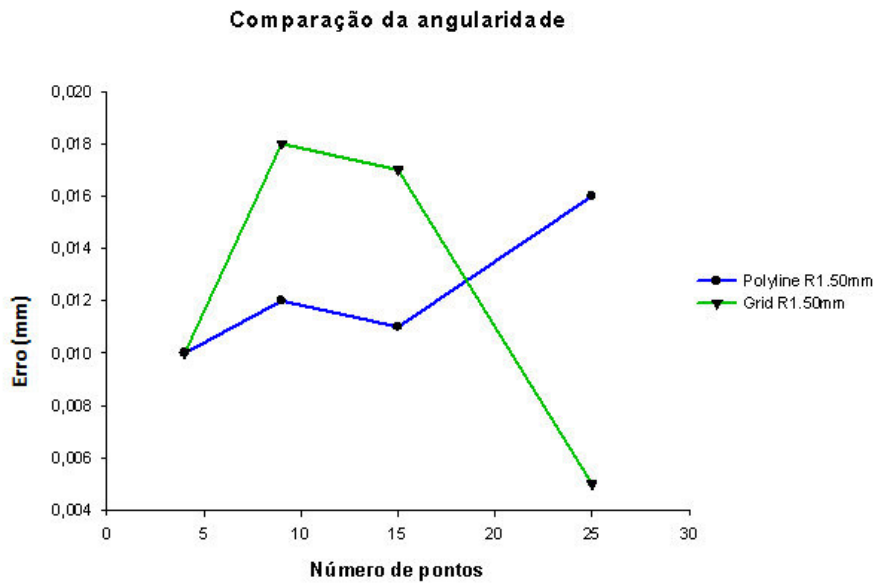


Gráfico 4.5 Incerteza da angularidade para angulo de A90B-45

A medição, efectuada com o apalpador R1.50mm e utilizando uma Polyline com 25 pontos, é a que melhores resultados apresenta, pois com mais ponto é a que tem valor mais baixo.

Comparando a melhor incerteza de cada fase da experiência (gráfico 4.6) a que mais se aproxima da nominal será a estratégia utilizado grid com 25 pontos distribuídos, medidos com o apalpador de -Z50mmR1.5mm com um ângulo de A090°B00°.

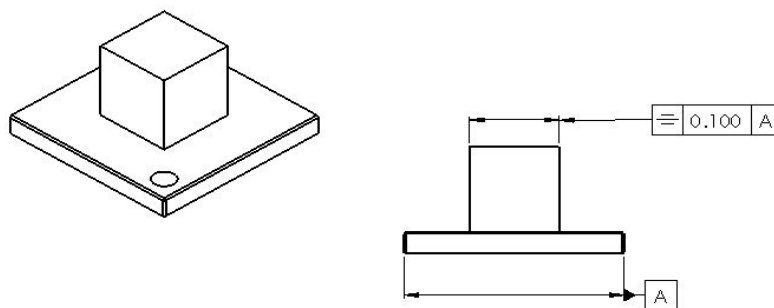


**Gráfico 4.6 Comparação das duas incertezas**

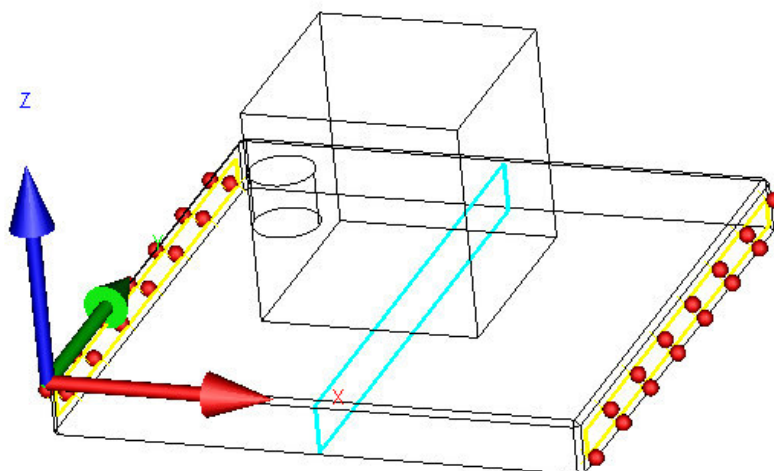
### 4.2.5 Análise de simetria

Como dito na secção 2.2.5, a simetria é uma tolerância de Localização, logo precisa de um elemento de referência (Figura 4.6)

A peça utilizada para a experiência foi a peça a) da figura 3.2 e os pontos medidos são os pontos referidos na figura 3.8, 3.9, 3.14 e 3.15. Na figura 4.7 estão representados os pontos medidos na para a referência da tolerância.



**Figura 4.6 Cotagem do bloco referente à simetria.**



**Figura 4.7 Pontos da referência A da simetria**

Os resultados referentes a esta experiência utilizando polyline e grid estão indicados nas tabelas 4.16 e 4.17 respectivamente, onde refere o número de pontos e qual o apalpador utilizado para a medição, com estes dados pretende-se saber qual das estratégias escolhidas foi a que deu menos erro tendo em conta o número de pontos medidos

**Tabela 4.16 Resultados da perpendicularidade usando polyline em (mm)**

Medição	<b>Estratégia usada polyline</b>							
	<b>Stylus -Z50mmR1.50mm</b>				<b>Stylus-Z11mmR0.50mm</b>			
	4	10	15	25	4	10	15	25
<b>1</b>	0.071	0.071	0.072	0.069	0.071	0.071	0.072	0.069
<b>2</b>	0.071	0.072	0.072	0.070	0.071	0.072	0.073	0.070
<b>3</b>	0.007	0.072	0.071	0.069	0.070	0.071	0.072	0.069
<b>4</b>	0.071	0.072	0.072	0.069	0.071	0.071	0.072	0.069
<b>5</b>	0.070	0.071	0.071	0.069	0.070	0.070	0.072	0.068
<b>6</b>	0.071	0.072	0.072	0.069	0.071	0.071	0.072	0.069
<b>7</b>	0.070	0.071	0.071	0.069	0.070	0.071	0.072	0.069
<b>8</b>	0.072	0.073	0.073	0.070	0.072	0.072	0.073	0.070
<b>9</b>	0.071	0.072	0.072	0.069	0.071	0.071	0.072	0.069
<b>10</b>	0.072	0.073	0.073	0.070	0.072	0.072	0.073	0.070

Tabela 4.17 Resultados da perpendicularidade usando grid em (mm)

Medição	Estratégia usada Grid							
	Stylus -Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	4	10	15	25	4	10	15	25
1	0.079	0.080	0.080	0.077	0.079	0.078	0.079	0.077
2	0.090	0.092	0.092	0.089	0.091	0.090	0.091	0.089
3	0.088	0.089	0.089	0.087	0.087	0.087	0.088	0.086
4	0.095	0.097	0.097	0.094	0.096	0.095	0.096	0.094
5	0.091	0.092	0.092	0.089	0.091	0.090	0.091	0.089
6	0.089	0.090	0.090	0.087	0.089	0.089	0.089	0.087
7	0.094	0.095	0.095	0.092	0.094	0.093	0.094	0.092
8	0.093	0.095	0.094	0.092	0.093	0.093	0.093	0.092
9	0.088	0.089	0.089	0.086	0.088	0.087	0.088	0.086
10	0.089	0.090	0.090	0.087	0.089	0.089	0.089	0.088

Calculando a média dos resultados para cada medição temos o desvio ocorrido para cada estratégia como mostra a tabela 4.18 que resulta no gráfico 4.7

Tabela 4.18 Média da incerteza associada à simetria em mm

Estratégia	Stylus-Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	4	10	15	25	4	10	15	25
Polyline	0.065	0.072	0.072	0.069	0.071	0.071	0.072	0.069
Grid	0.090	0.091	0.091	0.088	0.090	0.089	0.090	0.088

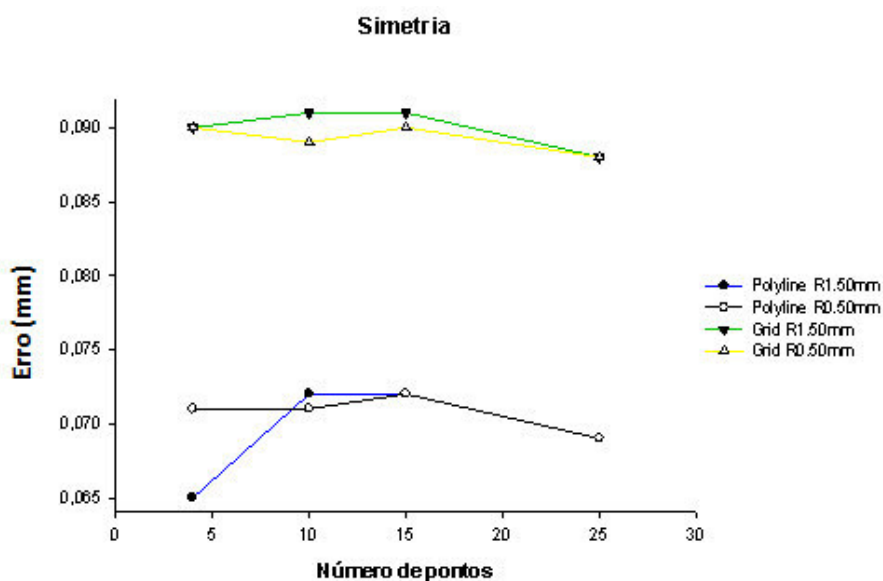


Gráfico 4.7 Incerteza da simetria

A medição, efectuada com o apalpador stylus-Z50mmR1.50mm e utilizando uma Polyline com 25 pontos, é a que melhores resultados apresenta, visto que, com o aumento dos pontos o erro diminuiu. Para os mesmos pontos, mas usando o apalpador stylus-Z11mmR0.50mm os valores foram mais altos. As medições feitas com uma grid, tanto para o apalpador R 1.50mm como para o R0.50mm, as incertezas foram muito altas.

#### 4.2.6 Análise da circularidade

Como dito na secção 2.2.3, a circularidade é uma tolerância de forma.

A peça utilizada para a experiência foi a peça a) da figura 3.2 e os pontos medidos são os pontos referidos na figura 3.17 e para medir com os círculos usou-se o angulo indicado na figura 3.18. A figura 4.8 mostra o furo que foi utilizado para estudos

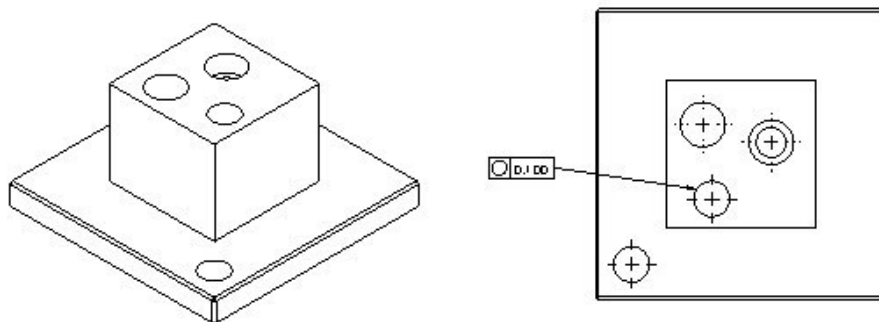


Figura 4.8 Cotagem do bloco referente à Circularidade

Os resultados referentes a esta experiência utilizando polyline estão indicados nas tabelas 4.19 e 4.18 respectivamente, onde refere o número de pontos e qual o apalpador utilizado para a medição, com estes dados pretende-se saber qual das estratégias escolhidas foi a que deu menos erro tendo em conta o número de pontos medidos

Tabela 4.19 Resultados da Circularidade usando polyline em (mm)

Medição	Estratégia usada polyline							
	Stylus -Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	4	6	8	12	4	6	8	12
1	0.007	0.021	0.018	0.021	0.007	0.023	0.018	0.022
2	0.006	0.022	0.022	0.022	0.006	0.022	0.021	0.022
3	0.006	0.022	0.022	0.022	0.006	0.023	0.018	0.022
4	0.006	0.022	0.017	0.022	0.006	0.022	0.018	0.023
5	0.006	0.022	0.017	0.022	0.007	0.023	0.018	0.023
6	0.005	0.022	0.017	0.022	0.006	0.023	0.018	0.022
7	0.006	0.022	0.017	0.022	0.006	0.022	0.018	0.022
8	0.007	0.022	0.017	0.022	0.007	0.022	0.018	0.023
9	0.006	0.022	0.017	0.022	0.006	0.022	0.018	0.022
10	0.006	0.022	0.017	0.022	0.006	0.022	0.018	0.022

Calculando a média dos resultados para cada medição temos o desvio ocorrido para cada estratégia como mostra a tabela 4.20 que resulta no gráfico 4.8

Tabela 4.20 Média da incerteza associada à circularidade em mm

Estratégia	Stylus-Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	4	6	8	12	4	6	8	12
Polyline	0.006	0.022	0.018	0.022	0.006	0.022	0.018	0.022

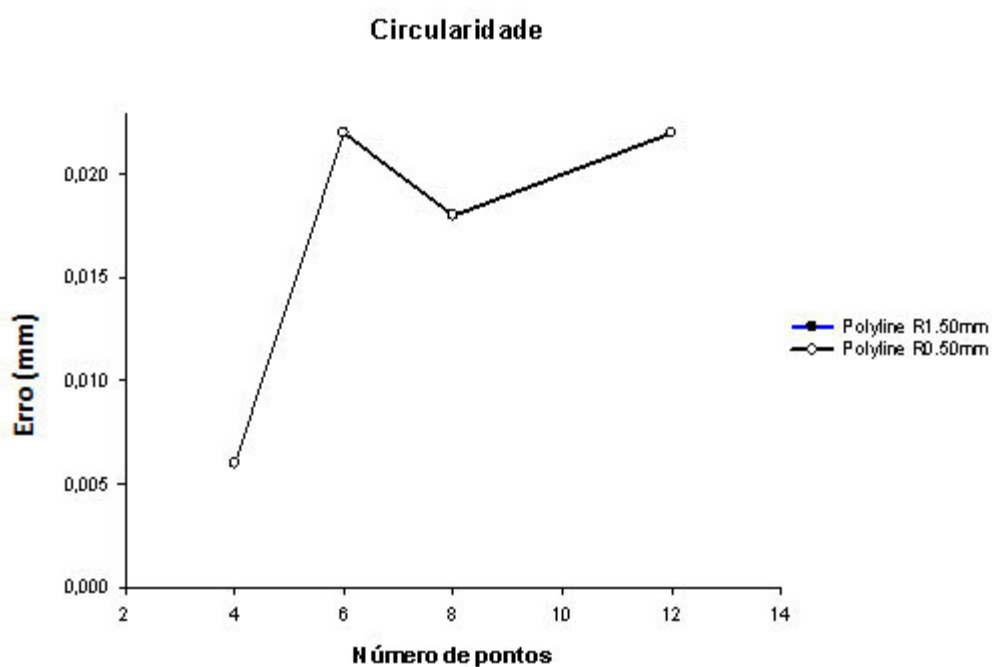


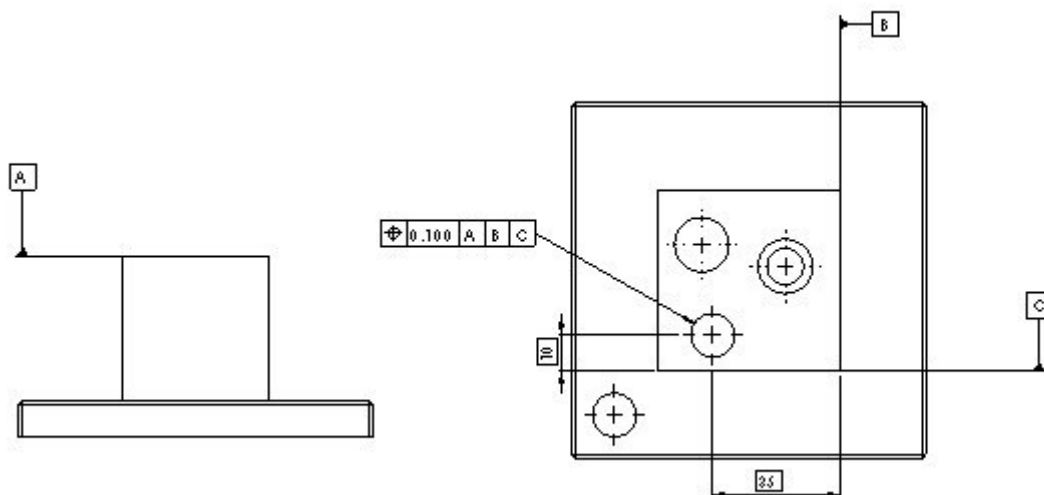
Gráfico 4.8 Incerteza da circularidade

Verifica-se que com a mudança de apalpador não existe diferenças de medições. A distribuição de 6 pontos, pode-se dizer que é uma boa medição, pois verifica-se que com 12 pontos a o desvio é o mesmo. Escolhendo 6 pontos para medir o círculo, na eventualidade de estar se a controlar a peça em produção, são menos 6 pontos que tem de ser lidos ganhando assim tempo, tendo a mesma precisão de 12 pontos.

#### 4.2.7 Análise de Posição

Como dito na secção 2.2.5, a posição é uma tolerância de localização, logo precisa de referenciais neste a caso ABC figura 4.9.

A peça utilizada para a experiência foi a peça a) da figura 3.2 e os pontos medidos são os pontos referidos na figura 3.17 e para medir o círculo usou-se o ângulo indicado na figura 3.18.



**Figura 4.9** Cotagem do bloco referente à Posição

Os resultados referentes a esta experiência utilizando polyline estão indicados nas tabelas 4.21 e 4.22 respectivamente, onde refere o número de pontos e qual o apalpador utilizado para a medição, com estes dados pretende-se saber qual das estratégias escolhidas foi a que deu menos erro tendo em conta o número de pontos medidos

Tabela 4.21 Resultados da Posição usando polyline em (mm)

Medição	Estratégia usada polyline							
	Stylus -Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	4	6	8	12	4	6	8	12
1	0.037	0.029	0.031	0.028	0.030	0.025	0.023	0.022
2	0.036	0.029	0.030	0.027	0.030	0.025	0.023	0.022
3	0.036	0.030	0.030	0.028	0.031	0.026	0.024	0.023
4	0.037	0.030	0.030	0.028	0.035	0.029	0.028	0.026
5	0.036	0.020	0.029	0.026	0.032	0.026	0.024	0.022
6	0.034	0.030	0.030	0.028	0.036	0.029	0.028	0.025
7	0.036	0.029	0.030	0.027	0.038	0.031	0.030	0.027
8	0.037	0.030	0.030	0.028	0.036	0.029	0.027	0.027
9	0.037	0.030	0.030	0.028	0.039	0.031	0.030	0.028
10	0.036	0.030	0.030	0.029	0.038	0.030	0.029	0.027

Calculando a média dos resultados para cada medição temos o desvio ocorrido para cada estratégia como mostra a tabela 4.22 que resulta no gráfico 4.9.

Tabela 4.22 Média da incerteza associada à Posição em mm

Estratégia	Stylus-Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	4	6	8	12	4	6	8	12
Polyline	0.034	0.034	0.032	0.033	0.048	0.050	0.046	0.048

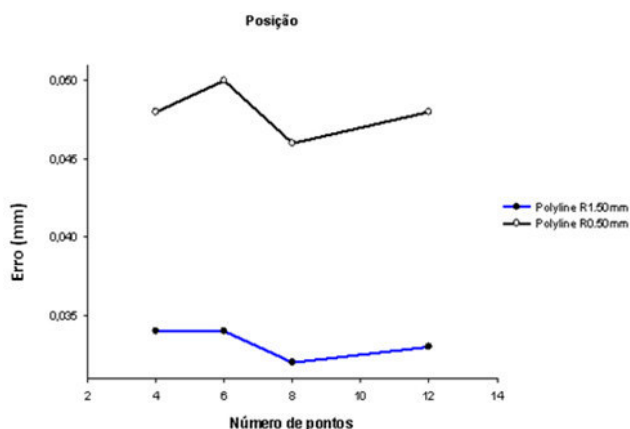


Gráfico 4.9 Incerteza da Posição

Neste estudo o apalpador stylus -Z50mmR1.5mm teve melhores resultados que o o stylus -Z11mmR0.50mm . Observa-se que partir de 8 pontos o valor praticamente que estabiliza, podendo assim usar-se uma distribuição de 8 pontos para o cálculo da posição de um furo.

#### 4.2.8 Análise da Concentricidade

Como dito na secção 2.2.5, a concentricidade é uma tolerância de localização, logo precisa de referenciais neste a caso A. figura 4.9.

A peça utilizada para a experiência foi a peça a) da figura 3.2 e os pontos medidos são os pontos referidos na figura 3.17 e para medir com os círculos usou-se o ângulo indicado na figura 3.19.

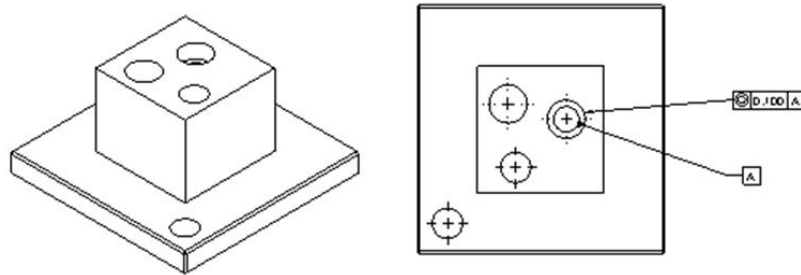


Figura 4.10 Cotagem do bloco referente à Posição

Os resultados referentes a esta experiência utilizando polyline estão indicados nas tabelas 4.23 e 4.24 respectivamente, onde refere o número de pontos e qual o apalpador utilizado para a medição, com estes dados pretende-se saber qual das estratégias escolhidas foi a que deu menos erro tendo em conta o número de pontos medidos

Tabela 4.23 Resultados da Concentricidade usando polyline em (mm)

Medição	<u>Estratégia usada polyline</u>							
	Stylus -Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	4	6	8	12	4	6	8	12
1	0.035	0.035	0.033	0.034	0.047	0.048	0.044	0.046
2	0.035	0.036	0.033	0.034	0.048	0.049	0.045	0.047
3	0.035	0.036	0.033	0.034	0.047	0.048	0.044	0.046
4	0.035	0.036	0.033	0.035	0.046	0.047	0.043	0.045
5	0.035	0.036	0.034	0.035	0.049	0.050	0.047	0.048
6	0.035	0.035	0.033	0.034	0.048	0.048	0.045	0.047
7	0.035	0.035	0.033	0.034	0.046	0.047	0.044	0.045
8	0.031	0.032	0.030	0.031	0.050	0.052	0.049	0.050

<b>9</b>	0.031	0.031	0.029	0.029	0.051	0.053	0.050	0.051
<b>10</b>	0.032	0.032	0.030	0.031	0.051	0.053	0.050	0.052

Calculando a média dos resultados para cada medição temos o desvio ocorrido para cada estratégia como mostra a tabela 4.24 que resulta no gráfico 4.10.

Tabela 4.24 Média da incerteza associada à Concentricidade em mm

Estratégia	Stylus-Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	4	6	8	12	4	6	8	12
<b>Polyline</b>	0.036	0.029	0.030	0.028	0.035	0.028	0.027	0.025

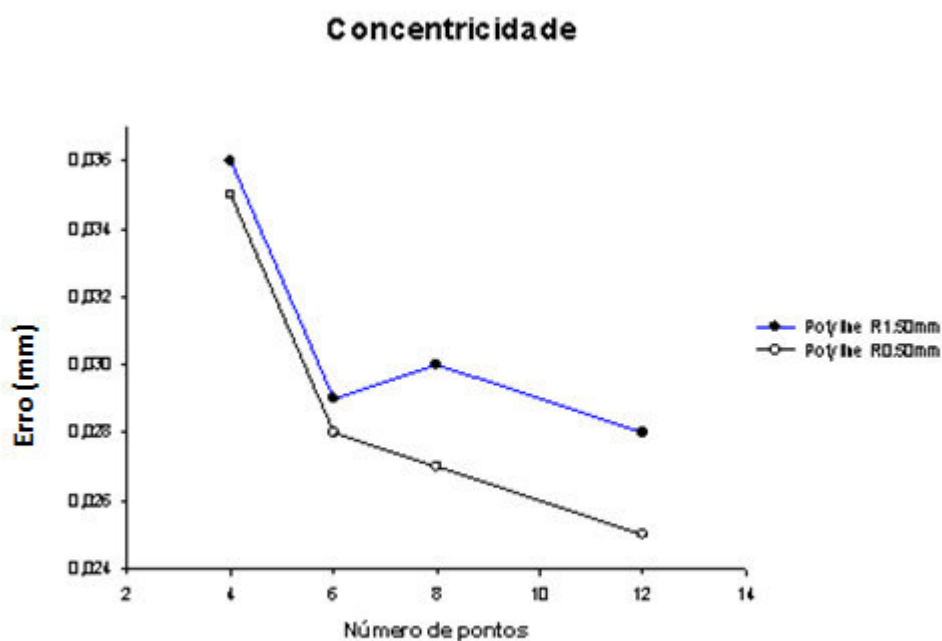


Gráfico 4.10 Incerteza da Concentricidade

Neste estudo o apalpador stylus –Z50mmR1.5mm teve melhores resultados que o o stylus –Z11mmR0.50mm . Observa-se que com 12 pontos o valor baixou referente ao círculo medido com 8 pontos. Nesta característica geométrica o número de pontos tem influência na medição.

## 4.2.9 Análise da Cilindricidade

Como dito na secção 2.2.3, a Cilindricidade é uma tolerância de forma (Figura 4.4). A peça utilizada para a experiência foi a peça c) da figura 3.2 e os pontos medidos são os pontos referidos na figura 3.20 e 3.21 e para medir com o apalpador R1.5mm usou se o ângulo indicado na figura 3.22 para evitar colisões com a haste.

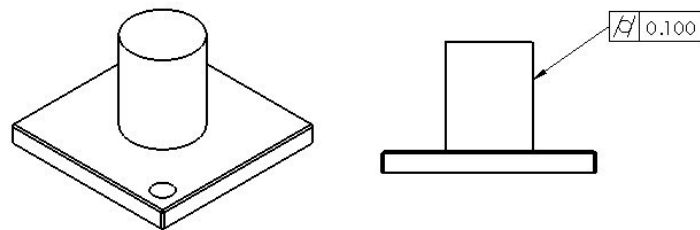


Figura 4.11 Cotagem do bloco referente à Cilindricidade

Os resultados referentes a esta experiência utilizando 3 círculos e 6 geratrizes estão indicados nas tabelas 4.25 e 4.26 respectivamente, onde refere o número de pontos e qual o apalpador utilizado para a medição, com estes dados pretende-se saber qual das estratégias escolhidas foi a que deu menos erro tendo em conta o número de pontos medidos.

Tabela 4.25 Resultados da cilindricidade usando 3 estratégias circulares em (mm)

Medição	Estratégia de 3 Círculos							
	Stylus -Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	3	4	5	6	3	4	5	6
1	0.005	0.006	0.006	0.007	0.025	0.029	0.025	0.021
2	0.005	0.006	0.006	0.007	0.017	0.020	0.017	0.020
3	0.005	0.006	0.006	0.007	0.020	0.025	0.020	0.027
4	0.004	0.006	0.007	0.009	0.017	0.016	0.017	0.023
5	0.005	0.005	0.007	0.009	0.017	0.022	0.017	0.024
6	0.005	0.006	0.007	0.007	0.017	0.022	0.017	0.027
7	0.005	0.006	0.006	0.007	0.024	0.024	0.024	0.034
8	0.005	0.006	0.006	0.007	0.017	0.024	0.017	0.026
9	0.005	0.006	0.007	0.007	0.025	0.031	0.025	0.036
10	0.005	0.006	0.007	0.007	0.014	0.019	0.014	0.021

Tabela 4.26 Resultados da cilindricidade usando 6 geratrizes em (mm)

Medição	Estratégia de 6 Geratrizes							
	Stylus -Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	3	4	5	6	3	4	5	6
1	0.006	0.006	0.008	0.010	0.012	0.013	0.012	0.019
2	0.006	0.006	0.008	0.010	0.011	0.013	0.014	0.015
3	0.006	0.006	0.008	0.010	0.01	0.012	0.015	0.015
4	0.007	0.008	0.010	0.012	0.01	0.014	0.014	0.016
5	0.008	0.008	0.010	0.012	0.011	0.013	0.014	0.015
6	0.006	0.006	0.008	0.010	0.013	0.013	0.016	0.018
7	0.006	0.006	0.008	0.010	0.013	0.014	0.016	0.018
8	0.006	0.006	0.008	0.010	0.015	0.016	0.014	0.02
9	0.006	0.006	0.008	0.010	0.015	0.014	0.017	0.016
10	0.006	0.006	0.008	0.010	0.015	0.012	0.015	0.02

Calculando a média dos resultados para cada medição temos o desvio ocorrido para cada estratégia como mostra a tabela 4.27 que resulta no gráfico 4.11.

Tabela 4.27 Média da incerteza associada à cilindricidade em mm

Estratégia	Stylus-Z50mmR1.50mm				Stylus-Z11mmR0.50mm			
	4	5	6	7	3	4	5	6
3 Círculo	0.005	0.006	0.007	0.007	0.019	0.023	0.019	0.026
6 Geratrizes	0.006	0.006	0.008	0.010	0.013	0.013	0.015	0.017

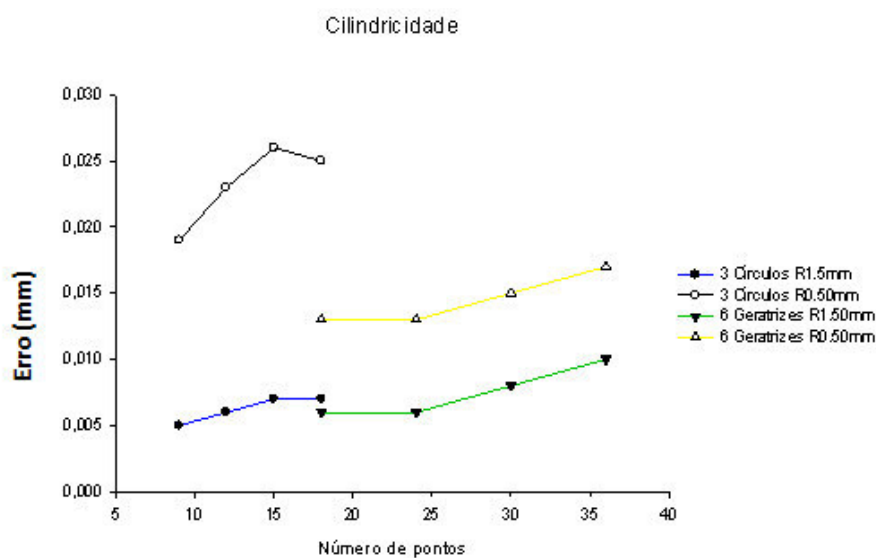


Gráfico 4.11 Incerteza da Cilindricidade

Medir o cilindro com o apalpador stylus -Z50mmR1.50mm e utilizando uma estratégia com 3 círculos com 5 pontos cada, será uma boa solução, visto que com 6 pontos o valor mantém-se. Para o mesmo apalpador, mas utilizando 6 geratrizes como estratégia com 5 pontos poderá ser mais fiável, pois a área que é tocada é maior que na estratégia de 3 círculos.

## ***Conclusões e Trabalhos Futuros***

---

O toleranciamento geométrico é cada vez mais uma constante na Metrologia Industrial. As CMM's vieram revolucionar as técnicas de medição para este toleranciamento, podendo com os softwares fazer uma grande variedade de medição de pontos para cada elemento a ser estudado.

Este trabalho de investigação, visa contribuir em parte para uma melhor análise do rigor dimensional das diferentes técnicas de medição de elementos geométricos e fornecer informações sobre a qualidade do ajuste dos diferentes pontos de medição. As técnicas analisadas e discutidas foram feitas com medição por coordenadas.

Durante os vários estudos, verifica-se que em algumas medições com o aumento dos pontos medidos a o valor da característica aumenta, i.e. com poucos pontos a fiabilidade da medição não será a mais correcta, pois não estamos a medir o elemento na totalidade. Assim, a medição de um elemento geométrico deve ser feita com um número suficiente de pontos, e distribuídos uniformemente por todo o elemento. O número de pontos medidos depende da dimensão, acabamento da superfície e da tolerância do elemento geométrico.

De acordo com o trabalho experimental. Os resultados também mostram que:

- Para a medição da planicidade o facto de alteração de apalpador não teve influencia, já a utilização de uma polyline para distribuição de pontos revelou-se melhor.
- Para a medição de um paralelismo utilização de um apalpador de raio menor revelou-se melhor, pois a partir dos 15 pontos os resultados estabilizaram.
- Para a medição da perpendicularidade a utilização de uma grid para distribuição de pontos e medindo os pontos com o raio maior obteve melhor resultados.
- Para a medição da angularidade o apalpador com maior raio obteve melhores resultados e orientado com um ângulo de A00 e B00.

- Para a medição simetria o facto de alteração do apalpador não teve influência, pois as médias de valores foram muito parecidas. Já com o aumento do número de pontos ate aos 25 a incerteza baixo.
- Para a medição da circularidade o número de pontos que pode dar uma boa certeza será de 6 pontos, independentemente do apalpador usado.
- Para a medição da posição de um círculo partir de 8 pontos o valor praticamente que estabiliza, podendo assim usar-se uma distribuição de 8 pontos para o cálculo da posição de um furo. O apalpador de maior raio obteve valores mais baixos.
- Para a medição da concentricidade o apalpador de maior raio teve melhores. Nesta característica geométrica o número de pontos tem influência na medição sendo que o melhor foi de 12 pontos.
- Para medir a cilindricidade o apalpador de maior raio teve melhores. A estratégia utilizando 6 geratrizes com 5 pontos poderá ser mais fiável, pois a área que é tocada é maior que na estratégia de 3 círculos.

De futuro poderá alargar-se este estudo utilizando peças plásticas, pois estas têm comportamentos diferentes que o aço, existindo mais cuidados a ter em conta na escolha dos pontos a serem medidos.

Poderá ainda ser realizado o estudo para as restantes características do toleranciamento geométrico que não foram abordas neste trabalho, sendo elas as seguintes:

- Rectilismo
- Perfil de uma linha
- Perfil de uma superfície
- Coaxilidade

## **Bibliografia**

---

- [1] C. d. Silva, “Análise de Erros em Sistemas de Medição,” 2010P.
- [2] D. S. IHamburg-Piekar, Calibração de Peças Padrão em Máquinas de Medir por Coordenadas, Florianópolis, 2006.
- [3] P. Bennich e H. Nielsen, “An Overview ofGPS,” Primeira edição 2005.
- [4] Guedes, Metrologia Industrial, LIDEL, 2011.
- [5] B. Standard, “Geometrical Product Specifications (GPS) —Geometrical Tolerancing — Tolerances of form,orientation, locationand run-out,” 2005.
- [6] A. B. d. N. Técnicas, “Tolerâncias geométricas - Tolerâncias de forma, orientação, posição e batimento Generalidades, símbolos,definições e indicações em desenho,” 1997.
- [7] N. A. H. A. V. C. Paulo Bártolo, “PHYSICAL CONTACT METHODS FOR DATA ACQUISITION,”
- [8] Zeiss- Industrial Metrology [www.zeiss.com](http://www.zeiss.com)
- [9] AUKOM, *Manual de Formação AUKOM - NÍVEL I*, 2007
- [10] Z. Y. a. Y. Chen2, “Inspection Path Generation in Haptic Virtual CMM,” vol. 2, 2005.
- [11] C. R. Baldo, “Desenvolvimento de Estratégias para Promover o Uso da Incereza de Medição no Contexto Industrial da Metrologia por Coordenadas,” Florianópolis, Dezembro de 2008.
- [12] A. R. Sousa e M. Wandek, “Deficiências da Metrologia industrial no Brasil no Correcto Entendimentos do GD&T e na Definição de Estratégias de Medição Consistente para o seu Controle Geométrico,” Salvador, Bahia – Brasil.- Novembro 2009.
- [13] B. Standard, “Geometrical Product Specifications (GPS) —Geometrical Tolerancing — Tolerances of form,orientation, locationand run-out,” 2005.
- [14] C. H. Gao, K. Cheng e D. Webb, “Investigation on the sampling size optimisation in gear tooth surface measurement using a CMM”, Calverley Street, Leeds LS1

3HE, UK, 2004.

- [15] H. S. Nielsen, “Specifications, operators and uncertainties”, Indianapolis, IN 46256 USA.
- [16] A. R. Sousa, C. A. Schneider e A. G. Maas, “Recomendações para uma Utilização Eficiente e Confiável da Medição por Coordenadas”.
- [17] S. N. Spitz, “Dimensional Inspection Planning For Coordinate Measuring Machines,” Faculty of the Graduate School University of Southern California. 1999
- [18] M. A. Ayub, A. B. Mohamed e A. H. Esa, “Experimental Investigation on the Measurement of Roundness Tolerance,” Malásia 2011.
- [19] F. P. May, “Incertezas na Medição por Coordenadas com Ênfase na Contribuição da Forma da Peça e da Estratégia de Medição” Florianópolis 2007.
- [20] V. C. Nardelli, “Desenvolvimento de uma Solução para Verificação Rápida de Máquinas de Medir por Coordenadas”, Florianópolis 28 Setembro 2006.
- [21] G. Henzold, “Geometrical Dimensioning and Tolerancing for Design, Manufacturing and Inspection,” 2006.
- [22] Mahr, “Formtester. Form and Location Tolerances”.
- [23] C. Balsa, “Mínimos Quadrados Lineares”. [http://www.ipb.pt/~balsa/teaching/MN08/Min\\_Quad.pdf](http://www.ipb.pt/~balsa/teaching/MN08/Min_Quad.pdf)
- [24] M. c. Porath e A. R. Sousa, “A Tecnologia de Medição por Coordenadas no Ciclo de Desenvolvimento de Produtos Plásticos”.
- [25] M. P. H. C. W. B. R. P. H. J. B. Kim D. Summerhays, “A Tool for Determining Task-Specific Measurement Uncertainties in GD&T Parameters Obtained from Coordinate Measuring Machines”.
- [26] L. D. C. R. S. E. Savio, “Metrology of freeform shaped parts”. Aachen University, Aachen, Germany
- [27] D. I. Legge, “Off-Line Programming of Coordinate Measuring Machines,” Lulea University of technology 1996.
- [28] F. L. Aguiar e W. I. Moreira Júnior, “Ajuste de curvas por quadrados mínimos lineares”.

- [29] A. R. Sousa, M. Wandeck e C. D. Silva, “O Uso do GD&T Aliado ao Cálculo Computacional de Tolerâncias - Quantificando a Qualidade Ainda na Fase de Projecto”.
- [30] V. Srinivasan, “An Integrated View of Geometrical Product Specification and Verification”.IBM Corporation and Columbia University, New York, U.S.A, 2001
- [31] V. Sriraman e J. D. Leon, “Teaching Geometric Dimensioning and Tolerancing in a Manufacturing Program,” Volume 15, Number 3 - May 1999 to July 1999.
- [32] Y. W. Z. Y. Y.H. Chen, “Towards a haptic virtual coordinate measuring machine,” 13 Outubro 2003.
- [33] N. V. Ramesh, “Teaching Applied Measuring Methods Usisng GD&T” 2008.
- [34] T. A. S. o. M. Engineers, “Dimensionong and Tolerancing,” 2004. .
- [35] S. Khanam e E. Morse, “Test Uncertainty Radio”. University of North Carolina at Charlotte, NC, USA