

Um percurso de aprendizagem na Prática Pedagógica do
1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico: Tarefas de partilha equi-
tativa na aprendizagem dos números racionais em contex-
to de ensino exploratório

Relatório de Prática de Ensino Supervisionada

Juliana Margarida de Almeida Figueiredo

Trabalho realizado sob a orientação de

Professora Doutora Hélia Gonçalves Pinto

Leiria, setembro 2023

Mestrado em Ensino Do 1º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS SOCIAIS

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LEIRIA

SUPERVISORA NAS PRÁTICAS PEDAGÓGICAS

Professora Doutora Hélia Gonçalves Pinto

Professora Supervisora de Prática Pedagógica Supervisionada em 1.º CEB | 1.º ano | 1.º e 2.º semestres

Professora Supervisora de Prática Pedagógica Supervisionada em Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB | 2.º ano | 1.º e 2.º semestres

AGRADECIMENTOS

À Professora Doutora Hélia Pinto, pela disponibilidade, paciência, apoio e conselhos!

Aos meus filhos, Eduardo e Ariana, pela paciência, pelo companheirismo e por compreenderem a minha ausência!

Aos meus pais por me apoiarem e demonstrarem o orgulho que sentem por mim!

Aos meus sogros que acolheram, muitas vezes, os meus filhos ao longo deste processo!

Ao Gonçalo, por ser o provedor financeiro da família e me permitir alcançar o meu sonho!

À Doutora Sandra Alves (ESECS), por me acolher e ouvir.

Às professoras cooperantes, nomeadamente à Professora Fernanda Tomé e à Professora Teresa Antunes, por estarem sempre ao meu lado a encorajar, com carinho e respeito, ao longo desta etapa tão especial!

Aos alunos com os quais me cruzei, por me desafiarem e ajudarem a evoluir ao longo deste processo!

À Sylvia Martins, pela ajuda imprescindível a ultrapassar os obstáculos que surgiram nesta etapa final!

Muito obrigada, a todos!

RESUMO

O presente relatório surge no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico e encontra-se dividido em duas partes: a primeira diz respeito à dimensão reflexiva e a segunda à dimensão investigativa.

A dimensão reflexiva tem como objetivo principal apresentar, de forma reflexiva e fundamentada, o percurso da autora no âmbito das práticas pedagógicas do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB. Esta dimensão destaca situações e experiências que considerou significativas e que, de alguma forma, fizeram parte do seu percurso de aprendizagem pessoal, social e profissional.

Na dimensão investigativa é apresentado um estudo realizado ao longo da Prática Pedagógica, no contexto do 2.º CEB, numa turma de 5.º ano de escolaridade, com o objetivo de perceber o modo como alunos do 5.º ano de escolaridade resolvem tarefas de partilha equitativa, num contexto de ensino exploratório. De forma a atingir o referido objetivo foi implementada uma sequência de tarefas de partilha equitativa em contexto de ensino exploratório. Para o estudo foi adotado o paradigma interpretativo, com uma abordagem essencialmente qualitativa e um *design* de um estudo de caso. A recolha de dados foi realizada através da análise documental, da observação participante e de gravações de áudios. Os resultados do estudo evidenciam que a exploração de tarefas de partilha equitativa promove a modelação destas, nomeadamente com recurso à representação icónica. As dificuldades demonstradas pelos alunos vão ao encontro do que refere a literatura da especialidade. Evidenciam, ainda, que a pouca familiaridade da professora e dos alunos com metodologias ativas acabou por condicionar a exploração das tarefas.

Palavras chave

Ensino exploratório, números racionais, tarefas de partilha equitativa.

ABSTRACT

This report is part of the Master's Degree in Teaching of the 1st Cycle of Basic Education and of Mathematics and Natural Sciences of the 2nd Cycle of Basic Education and is divided into two parts : the first concerns the reflective dimension and the second to the investigative dimension.

The reflective dimension has as its main objective to present, in a reflective and grounded way, the author's path in the scope of the pedagogical practices of the Master's Degree in Teaching of the 1st CEB and of Mathematics and Natural Sciences in the 2nd CEB. This dimension highlights situations and experiences that he considered significant and that, in some way, were part of his personal, social and professional learning path.

In the investigative dimension is presented a study carried out throughout the Pedagogical Practice, in the context of the 2nd CEB, in a class of 5th year of schooling, with the objective of understanding how students of the 5th year of schooling solve tasks of equitable sharing, in a context of exploratory teaching. In order to achieve this objective, a sequence of tasks of equitable sharing was implemented in the context of exploratory teaching. For the study, the interpretative paradigm was adopted, with an essentially qualitative approach and a *case study design*. Data collection was performed through documentary analysis, participant observation and audio recordings. The results of the study show that the exploration of equitable sharing tasks promotes the modeling of these, namely using the iconic representation. The difficulties demonstrated by the students are in line with what the literature of the specialty refers to. They also show that the little familiarity of the teacher and the students with active methodologies ended up conditioning the exploration of the tasks.

Keywords

Exploratory teaching, rational numbers, tasks of equitable sharing.

ÍNDICE GERAL

Supervisora nas Práticas Pedagógicas	iii
Agradecimentos	v
Resumo	vii
Abstract.....	ix
Índice Geral	xi
Índice de Figuras	xv
Índice de Tabelas	xix
Introdução ao relatório.....	1
Parte I - Dimensão Reflexiva.....	3
1.1. Contextos e intervenientes: expetativas e receios	4
1.2. Observar para conhecer e aprender	7
1.3. Planificar e Intervir no 1.º e 2.º CEB: o percurso para aprender a ensinar	13
1.4. Avaliação dos alunos em 1.º e 2.º CEB	19
1.5. O ensino a distância	29
1.6. Professor reflexivo	32
Parte II - Dimensão investigativa	36
1. Introdução.....	36
1.1. Motivação, Objetivo e Questões de Investigação	36
1.2. Contexto e Pertinência do Estudo	37
1.3. Organização	38

2.	Enquadramento teórico.....	39
2.1.	O ensino e a aprendizagem dos números racionais	39
2.2.	Ensino Exploratório na Matemática	53
2.3.	Orientações Curriculares - Números Racionais.....	57
3.	Metodologia.....	60
3.1.	Opções metodológicas	60
3.2.	Procedimentos metodológicos	61
3.2.1.	Participantes	61
3.2.2.	Sequência de Tarefas e Implementação.....	62
3.2.3.	Técnicas e Instrumentos de Recolha de Dados	66
3.2.4.	Análise Dos Dados	67
4.	Apresentação e Discussão dos Resultados	68
5.	Conclusões.....	94
5.1.	Síntese.....	94
5.2.	Principais conclusões	95
5.3.	Limitações e recomendações	97
5.4.	Reflexão final.....	97
6.	Conclusão ao relatório	99
	Bibliografia.....	100
	Apêndices	108
	Apêndice I – Reflexão de 22 de outubro 2018, PPII do 2.º CEB	108

Apêndice II – Reflexão de 2 de outubro 2019, PPI do 1.º CEB	111
Apêndice III – Reflexão de 23 de setembro 2019, PPI do 1.º CEB	114
Apêndice IV – Reflexão de 11 de março 2020, PPII do 1.º CEB	119
Apêndice V - Reflexão de 16 de outubro 2019, PPI do 1.º CEB	124
Apêndice VI - Reflexão de 29 de maio 2020, PPI do 1.º CEB	128
Apêndice VII - Reflexão de 11 de dezembro 2019, PPI do 1.º CEB	136
Apêndice VIII – Critérios de Correção do teste de Matemática.....	140
Apêndice IX – Sequência de tarefas.....	142

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Localização e orientação no espaço com o robô DOC	10
Figura 2: Cartão “Jogo do Bingo”	12
Figura 3: Resolução de um aluno	12
Figura 4: Completar as sequências - Produção de aluno	15
Figura 5: Organização e legenda das peças florais	16
Figura 6: Montagem de atividade “Permeabilidade do solo” de um grupo.	17
Figura 7: Realização da atividade “Permeabilidade do solo” por um grupo.....	17
Figura 8: Produção do "Bilhete à Entrada" – aluno A.....	22
Figura 9: Produção do "Bilhete à Saída" - aluno A	22
Figura 10: Exemplo de cartão Plickers	23
Figura 11: Tarefa elaborada na App Plickers	23
Figura 12: Respostas dos alunos da tarefa do Plickers	24
Figura 13: Produção do aluno sobre o conceito de fração equivalente	25
Figura 14: Produção do aluno B e feedback.....	26
Figura 15: Produção do aluno B após feedback.	26
Figura 16: Matriz do teste de Matemática para o 5.º Ano	28
Figura 17: Guia de estudo no EaD	30
Figura 18: Enunciado da tarefa 1	68
Figura 19: Produção do grupo 4 com recurso à modelação e fração.....	68
Figura 20: Produção do grupo 5 com recurso à adição sucessiva de frações.....	69

Figura 21: Diferentes representações de um número racional	70
Figura 22: Produção do grupo 3 com recurso à representação icónica sem referência à quantidade.....	72
Figura 23: Produção do grupo 4 com recurso à representação simbólica na comparação de frações.....	72
Figura 24: Enunciado da tarefa 2.....	74
Figura 25: Produção do grupo 1 com recurso à representação icónica e simbólica (sem a representação da fração)	74
Figura 26: Produção do grupo 2 com recurso à representação icónica e simbólica.....	75
Figura 27: Produção do grupo 4 com recurso à representação icónica e simbólica.....	75
Figura 28: Produção do grupo 3 com recurso à representação icónica sem a identificação das quantidades	76
Figura 29: Produção do grupo 1 com recurso à representação simbólica	76
Figura 30: Produção do grupo 4 com recurso à representação icónica e simbólica.....	77
Figura 31: Enunciado da tarefa 3.....	80
Figura 32: Produções dos grupos 5 com recurso à representação icónica e simbólica ..	81
Figura 33: Produção do grupo 4 com recurso à representação icónica e simbólica.....	81
Figura 34: Produção do grupo 1 com recurso à representação icónica e simbólica.....	81
Figura 35:Produção do grupo 3 sem identificar as quantidades.....	82
Figura 36: Produção do grupo 5 com recurso à representação simbólica	82
Figura 37: Enunciado da tarefa 4.....	85
Figura 38: Produção do grupo 5 com recurso à representação icónica e simbólica.....	86

Figura 39: Produção grupo 4 com recurso à representação icónica na comparação das quantidades envolvidas.....	86
Figura 40: Produção do grupo 2 com recurso aos números inteiros	87
Figura 41: Produção do aluno com recurso ao algoritmo da subtração.....	89
Figura 42: Enunciado da Tarefa 5	90
Figura 43: Produção do grupo 1 com recurso à representação icónica e simbólica.....	90
Figura 44: Produção do grupo 5 com recurso à representação icónica e simbólica.....	91
Figura 45: Produção do grupo 2 com recurso à representação icónica e simbólica.....	91
Figura 46: Produção do grupo 1 com recurso ao algoritmo da divisão.....	92
Figura 47: Síntese das conexões das diferentes representações de um número racional	93

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1: Descrição e objetivos das tarefas.....	63
--	----

INTRODUÇÃO AO RELATÓRIO

O presente relatório foi realizado no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB, da Escola Superior de Educação e Ciências Sociais do Instituto Politécnico de Leiria. Nele pretende-se partilhar o percurso vivenciado pela investigadora, ao longo das Práticas Pedagógicas (PP) em contexto de 1.º e 2.º CEB, e um estudo investigativo realizado em contexto de 2.º CEB. O relatório encontra-se dividido em duas partes: a dimensão reflexiva e a dimensão investigativa.

A dimensão reflexiva tem como objetivo principal apresentar, de forma reflexiva e fundamentada as experiências, as aprendizagens e as dificuldades vivenciadas pela investigadora no âmbito das PP. Nela pretende-se destacar situações e experiências significativas e que, de alguma forma, fizeram parte do percurso de aprendizagem pessoal, social e profissional da investigadora. Esta primeira parte encontra-se organizada em seis pontos: contextos e intervenientes: expectativas e receios; observar para conhecer e aprender; planificar e intervir no 1.º e 2.º CEB: o percurso para aprender a ensinar; a avaliação dos alunos em 1.º e 2.º CEB; o ensino a distância (EaD) e o professor reflexivo.

Na dimensão investigativa é apresentado um estudo realizado em contexto de 1.º CEB, com uma turma do 5.º ano de escolaridade na área da Matemática, e procura perceber o modo como alunos do 5.º ano de escolaridade resolvem tarefas de partilha equitativa, em contexto de ensino exploratório. Esta dimensão está dividida em cinco capítulos. No primeiro capítulo, são apresentados os motivos que conduziram a investigadora à realização desta investigação, o objetivo e as decorrentes questões de investigação. Posteriormente, surgem o contexto a pertinência do estudo e a respetiva organização. No segundo capítulo apresenta-se a literatura de referência que sustentou a investigação, tendo em conta os objetivos da mesma. O capítulo está organizado em três subcapítulos: o ensino e a aprendizagem dos números racionais, o ensino exploratório e as orientações curriculares. No terceiro capítulo apresenta-se e justifica-se a metodologia adotada neste estudo. Desta forma, surgem as opções metodológicas, nomeadamente o paradigma, a abordagem e o design do estudo. Posteriormente, descrevem-se os procedimentos metodológicos, nomeadamente, os participantes do estudo, sequência de tarefas e a sua implementação, as técnicas e os instrumentos utilizados na recolha e tratamento dos dados,

bem como na análise dos mesmos. No quarto capítulo são apresentados e discutidos os resultados do estudo e no quinto capítulo é realizada uma síntese do estudo realizado, seguindo-se as principais conclusões. Por fim, são apresentadas as limitações do estudo e recomendações para estudos futuros, terminando com uma reflexão final sobre a investigação.

PARTE I - DIMENSÃO REFLEXIVA

Este capítulo refere-se à dimensão reflexiva e tem como objetivo principal apresentar, de forma reflexiva e fundamentada, o meu percurso no âmbito das práticas pedagógicas do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB. Nele pretendo destacar situações e experiências que considero significativas e que, de alguma forma, fizeram parte do meu percurso de aprendizagem pessoal, social e profissional. Esta primeira parte será repartida em cinco pontos: (1.1) contextos e intervenientes: expectativas e receios; (1.2) observar para conhecer e aprender (1.3) planificar e intervir no 1.º e 2.º CEB: o percurso para aprender a ensinar (1.4) a avaliação dos alunos em 1.º e 2.º CEB; (1.5) o ensino a distância (EaD) (1.6) professor reflexivo.

O primeiro ponto é dedicado à caracterização dos contextos onde decorreram as práticas pedagógicas, às expectativas e os receios que surgiram e a forma como foram superados. Ao longo deste mestrado, tive a oportunidade de realizar quatro práticas pedagógicas em escolas públicas do concelho de Leiria, duas no 1.º CEB e duas no 2.º CEB. O meu percurso foi um pouco atípico, devido a circunstâncias de foro pessoal optei por realizar primeiro as práticas pedagógicas do 2.º CEB e só depois as práticas do 1.º CEB.

Desta forma, ao longo do ano letivo de 2018/2019, realizei as práticas pedagógicas do 2.º CEB com a duração de dois semestres. Em ambos acompanhei as mesmas turmas: uma do 5.º Ano, na disciplina de Matemática, e outra turma do 6.º Ano de escolaridade, na disciplina de Ciências Naturais.

Posteriormente, ao longo do ano letivo de 2019/2020, as práticas pedagógicas do 1.º CEB decorreram em dois semestres. No 1.º semestre, acompanhei uma turma do 1.º ano de escolaridade e, no 2.º semestre, uma turma do 4.º ano de escolaridade.

No ponto que se segue, refiro a importância da observação de forma fundamentada e realço o modo como esta influenciou as minhas práticas, facultando exemplos ilustrativos.

No terceiro ponto, reflito fundamentadamente sobre a importância de planificar e intervir, fornecendo alguns exemplos, através dos quais justifico as opções tomadas, para tentar conduzir os alunos a aprendizagens significativas.

No quarto ponto, reflito sobre a importância da avaliação nas aprendizagens dos alunos, justificando as minhas opções através de alguns exemplos relacionados com a prática.

Por fim, no último ponto, reflito sobre a importância de um professor reflexivo e sobre o modo como este pode aplicar as suas práticas de ensino em benefício dos alunos.

1.1.CONTEXTOS E INTERVENIENTES: EXPECTATIVAS E RECEIOS

As Práticas Pedagógicas (PP) I e II no 2.º CEB na disciplina de Matemática foram realizadas com uma turma que frequentava o 5.º ano, constituída por vinte e três alunos, sendo dez do sexo feminino e treze do sexo masculino. Aquando do início do ano letivo, havia quatro alunos com nove anos de idade, quatorze com dez anos, quatro com onze anos e um com doze anos. Na turma, dois alunos estavam a frequentar o 5.º ano, pela segunda vez. Um dos alunos desta turma encontrava-se sinalizado, beneficiando de medidas educativas de inclusão e de apoio escolar. Existia, também, um aluno diagnosticado com Perturbação de Hiperatividade de Défice de Atenção (PHDA). A turma incluía, ainda, dois alunos referenciados, pelos professores, como problemáticos, que adotavam posturas incorretas, não realizando, na maioria das vezes, as tarefas propostas.

No que se refere à disciplina de Ciências Naturais, as minhas PP I e II no 2.º CEB decorreram numa turma que frequentava o 6.º ano, constituída por vinte e seis alunos, sendo quatorze do sexo masculino e doze do sexo feminino. No início do ano letivo, havia dois alunos com dez anos de idade, vinte com onze anos, três com doze e dois com treze anos. Nesta turma um dos alunos estava a frequentar o 6.º ano, pela segunda vez.

No início da PP I no 2.º CEB, estava com receio de não ter conhecimentos didáticos e científicos suficiente, para conduzir os alunos a aprendizagens significativas. O período de contacto com as turmas era muito reduzido, comparado com o 1.º CEB. Este incluía cinco blocos de cinquenta minutos, distribuídos por três dias, com a turma do 5.º ano na disciplina de Matemática, e três blocos de cinquenta minutos, com a turma do 6.º ano na disciplina de Ciências Naturais. O baixo número de aulas podiam dificultar a relação de proximidade e afetividade que se pretendia estabelecer com os alunos, uma vez que a relação professor e aluno são o cerne do ensino e aprendizagem, indo ao encontro do que refere Delors (2005). Sendo assim, a falta de proximidade e de afetividade poderia influenciar negativamente a aquisição das aprendizagens significativas, que tanto ansia-

va puder proporcionar aos alunos. A planificação de atividades construtivistas, com o tempo de que disponha para as colocar em prática, também fazia parte do meu receio. Seria eu capaz de planificar atividades construtivistas para uma aula de cinquenta minutos?

No início desta PPI, os meus receios acabaram por se refletir numa postura insegura conforme referi em reflexão

(...) por estar perante uma turma e ter de orientar aprendizagens. Tive receio de não o conseguir fazer. Deixei que esta insegurança se exteriorizasse. (Apêndice I – Reflexão de 22 de outubro de 2018, PPI do 2.º CEB)

Ao refletir com o professor supervisor e a professora cooperante, compreendi que tinha de alterar a minha postura e, conseqüentemente, ultrapassar os receios que sentia, transformando-os em confiança e determinação. Para tal, ao longo da preparação de cada aula, tentei pesquisar e estudar muito bem os assuntos e metodologias que pretendia propor aos alunos. Esta mudança refletiu-se, também, na postura dos alunos, que começaram a interagir de acordo com o meu papel de professora.

A prática pedagógica I realizada no 1.º ano, do 1.º CEB, decorreu numa turma constituída por vinte e quatro alunos, numa escola da cidade de Leiria. Aquando da realização do plano de turma, cinco alunos tinham cinco anos, dezassete seis anos e dois sete anos, sendo que dez eram do sexo feminino e catorze do sexo masculino. Neste grupo havia um aluno de nacionalidade sul-africana, outro de nacionalidade brasileira, um ucraniano e outro russo. No grupo, até à data, não tinham sido diagnosticadas necessidades educativas inclusivas. Ao iniciar a prática, com a turma do 1.º ano, tinha consciência de que intervir num primeiro ano seria uma grande responsabilidade, mas era uma experiência pela qual gostaria de passar, enquanto estagiária, pois nunca tinha tido a oportunidade de acompanhar um ano onde a “magia acontece”, ou seja, onde estes pequenos seres humanos iniciam um percurso que poderá conduzir à concretização de sonhos. Por este motivo, lecionar uma turma de 1.º ano era uma expectativa, mas também um receio. Assim, saber observar com destreza, pesquisar, estudar muito bem as estratégias e metodologias constituíam ações que, aliadas ao empenho, se tornariam cruciais no processo de encaminhamento dos alunos em direção a uma aprendizagem efetiva.

Por conseguinte, senti alguma pressão relativamente ao meu desempenho, pois, para que conseguisse realizar um bom trabalho, seria importante que os alunos gostassem da escola, se sentissem bem nela e estivessem motivados para aprender cada vez mais.

A interação com as crianças era outro receio, pois estas tinham idades muito inferiores, comparativamente às dos alunos que frequentavam o 5.º e 6.º, e podiam não estar receptivas a uma pessoa “estranha” na sala de aula. Estes receios dissiparam-se nos primeiros dias em que estive em contacto com os alunos, pois estes foram muito receptivos à minha presença, o que permitiu que fossemos desenvolvendo uma relação de proximidade que podia ser um caminho preponderante para o sucesso escolar dos alunos, indo ao encontro do que é referido por Lopes e Silva (2010). Acreditei nesta relação como uma fonte de motivação, tanto para as crianças como para mim. Acreditei, também, que este seria um fator importante no processo de ensino e aprendizagem, pois a motivação impulsiona, mobiliza e orienta as ações dos alunos para alcançar os objetivos, indo ao encontro do que é referido por Pereira (2013). Era importante que eu conseguisse aproveitar esta relação em benefício das possíveis aprendizagens que poderia proporcionar aos alunos.

Durante este semestre de PP não tive par pedagógico, o que, inicialmente, se traduziu num misto de receio e expectativa. De acordo com o ditado popular “duas cabeças pensam melhor do que uma” e eu não tinha alguém que estivesse a viver as mesmas experiências e com quem pudesse debater as minhas ideias e frustrações, o que poderia tornar este processo muito penoso. Apesar deste receio, iniciei esta experiência com pensamento positivo, partindo do princípio de que esta fragilidade que sentia em mim poderia ser transformada numa vantagem, no sentido de que o meu empenho e dedicação teriam de ser ainda maiores e a minha mente teria de estar mais receptiva a solicitar apoio e a ouvir as críticas construtivas da professora cooperante, a profissional com experiência no terreno. Assim sendo, a relação de proximidade existente poderia contribuir para a minha evolução, em termos de reflexão e aprendizagem.

No início da segunda prática pedagógica, no 1.º CEB, surgiram expectativas e receio. Tratava-se de um contexto diferente ao qual me tinha de adaptar rapidamente. Os alunos com os quais realizei a prática pedagógica, no segundo semestre, frequentavam o quarto ano do 1.º CEB, de uma escola do concelho de Leiria. O grupo era constituído por vinte

alunos, sendo que nove eram do sexo feminino e onze do sexo masculino, com idades compreendidas entre os nove e os dez anos, à data da elaboração do plano de turma.

No grupo havia três alunos diagnosticados com necessidades educativas inclusivas, de forma permanente, um com dislexia e dois com Transtorno do Espectro do Autismo, sendo que um destes se enquadrava na Síndrome de Asperger. A presença destes alunos, que frequentavam a tempo inteiro as aulas, tornou-me receosa, pois temia não conseguir planificar atividades inclusivas que fossem ao encontro das necessidades destes. Receava, também, que o meu apoio não fosse suficiente para que estes alunos conseguissem acompanhar as aprendizagens do grupo. Da turma faziam ainda parte outros três alunos que usufruíam de apoio educativo e estavam referenciados com medidas universais de suporte à aprendizagem e à inclusão, como a acomodações curriculares. Em suma, era uma turma bastante heterogénea, quanto às aprendizagens e dificuldades, mas com um aproveitamento e comportamento considerados bons.

O ano de ensino frequentado pela turma que me foi atribuída acabou por gerar alguma expectativa, pois os alunos já sabiam ler e escrever, ou seja, já eram mais autónomos na realização das tarefas. Por este motivo, planeava propor tarefas exploratórias e de investigação que seriam muito importantes para o ensino e a aprendizagem dos alunos. Considerava que os conhecimentos adquiridos no decorrer da prática pedagógica, no 2.º CEB, me trariam alguma vantagem. Tinha noção de que teria de continuar a minha formação, pesquisa e investigação para melhorar as minhas práticas, de forma a ir ao encontro das necessidades e, ao mesmo tempo, promover as aprendizagens dos alunos, mas também tinha noção de que me encontrava mais informada relativamente aos programas curriculares, metodologias e estratégias de ensino-aprendizagem para este ano de escolaridade.

1.2.OBSERVAR PARA CONHECER E APRENDER

A observação foi um processo transversal e extremamente importante para a realização das práticas pedagógicas, Estrela (2008) refere que esta é “um dos pilares da formação dos professores” (p.57). Aos longo das PP recorri a vários tipos de observação: a observação inicial; a observação participante e a observação continua.

As Práticas Pedagógicas foram sempre iniciadas por um período de observação inicial, de duas semanas, através do qual foi possível efetuar a observação, recolha, organização

e análise dos dados do contexto e dos intervenientes, para que os pudéssemos caracterizar. De modo a concretizar esta observação, construímos instrumentos de observação, nomeadamente grelhas de observação. A construção destas grelhas teve por base três questões, que segundo Campenhoudt e Quivy (1998) são fundamentais para uma observação eficaz, “observar o quê?; quem? como?” (p.155). As notas, que fui registando, tornaram-se também fundamentais, na medida em que possibilitaram o registo de algumas informações facultadas pelos intervenientes educativos, como os professores cooperantes, que de outra forma teriam sido difíceis de obter.

Neste período de observação inicial, nos diferentes contextos em que realizei as Práticas Pedagógicas, tive a oportunidade de observar os diferentes professores cooperantes, no exercício da sua atividade profissional. As práticas pedagógicas foram todas diferentes e os alunos, os contextos, as metodologias de ensino eram também distintas. Observar diferentes realidades enriqueceu-me enquanto aluna e futura professora, por ter experienciado diversas dificuldades e por ter aprendido e aperfeiçoado o meu trabalho, ao longo das práticas pedagógicas.

Na primeira prática pedagógica, do 2.º ciclo, no primeiro semestre, as professoras cooperantes propuseram que ficássemos somente a observar o desenrolar das aulas, tanto no período de observação inicial como aquando da atuação de cada uma das mestrandas, sem participar nas atividades ou interagir com os alunos. Durante o período de observação inicial, ainda não tinha percebido, realmente, a importância de observar as aulas dos professores. Em cada uma das aulas ficava ansiosa para que o tempo terminasse, pois não fazia sentido, para mim, a inércia que sentia e pensava que era uma perda de tempo. Quando chegou o momento de intervir, percebi que não tinha algumas informações essenciais, como, por exemplo as estratégias que as professoras utilizavam para motivar os alunos ou a forma como geriam o grupo-turma, pois não tinha efetuado registos que me pudessem auxiliar. As minhas intervenções não corriam como eu planeava e a minha impaciência e frustração não me permitiam refletir sobre a importância da observação inicial para as minhas intervenções.

No segundo semestre da prática pedagógica, no 2.º ciclo, já com a experiência do primeiro semestre, pedi às professoras cooperantes que me deixassem realizar uma observação inicial e uma observação participante, mesmo ao longo das semanas em que não estava a intervir, proposta que foi aceite. A observação participante, como refere Estre-

la (2008), refere-se à participação do observador nas tarefas do observado. Ao longo deste semestre, as minhas intervenções foram melhorando, porque me senti motivada, integrada. A observação participante, realizada ao longo da PPII no 2.º CEB, permitiu-me observar a naturalidade dos alunos, os acontecimentos que ocorriam no momento, as suas motivações, os seus comportamentos interpessoais, as dificuldades e a realidade escolar. Uma das vantagens que considero que a observação participante me trouxe foi a necessidade de busca de informação, que me auxiliasse a compreender e a refletir sobre as dificuldades demonstradas pelos alunos, os seus comportamentos e a forma como as professoras cooperantes conseguia gerir o grupo, tendo em conta as necessidades específicas de cada aluno, e as estratégias e metodologias adotadas. Por estes motivos, nas práticas pedagógicas (I e II) do 1.º ciclo, com o acordo das professoras cooperantes, também, realizei observação inicial e observação participante, mesmo quando não estava a intervir, quando interagia com os alunos e acompanhava a correção das tarefas realizadas na sala de aula. Tal como referi em reflexão:

Desde o primeiro dia de observação, a Professora Cooperante permitiu-me interagir diretamente com os alunos, auxiliando-os na realização das tarefas. (Apêndice II – Reflexão de 2 de outubro de 2019, PPI do 1.º CEB)

A observação inicial, no começo de cada PP, tornou-se importante na recolha dos dados para a caracterização do contexto educativo e facilitou o conhecimento individual dos alunos devido à proximidade de contacto que se estabeleceu. A observação participante, ao longo das suas práticas pedagógicas, permitiu-me identificar situações e dinâmicas fundamentais para a escolha de metodologias e estratégias para cada um dos contextos de PP, indo ao encontro do que é referido por Estrela (2008).

Partilho uma situação, exemplificativa da minha PP I no 1.º CEB, que explana a implicação da observação participativa na melhoria das minhas práticas pedagógicas. A instituição promovia a participação dos alunos em vários clubes que decorriam uma vez por semana, no período da tarde, e que se destinavam à oferta complementar. Estes clubes eram dinamizados pelos vários professores da instituição. Cada professor era responsável por um clube, Clube das Artes, Clube das TIC, Clube dos Jogos, Clube das Ciências e o Clube do Ambiente. Todas as semanas a turma frequentava um clube diferente. No Clube de TIC (Tecnologias de Informação e Comunicação), os alunos tiveram a oportunidade de trabalhar um dos conteúdos da Matemática, a “Localização e orientação no es-

paço” (Bivar et al, 2013, p. 7), aliada às TIC (robótica). A ferramenta TIC utilizada para a atividade foi o DOC - Robô Educativo, que continha um painel de controlo com setas direcionais localizado na parte superior do robô, que era acompanhado por uma base, onde se podiam encontrar figuras, letras e palavras que se referiam a cores (Figura 1).



Figura 1: Localização e orientação no espaço com o robô DOC

Perante uma base, os alunos divididos em grupos de quatro elementos tinham de programar o DOC, através das setas direcionais, de modo que este alcançasse a figura, a letra ou a cor pretendida. O uso das TIC na aprendizagem dos alunos é fundamental, pois possibilita novas maneiras de pensar, produzir e expressar conhecimentos, especialmente quando seu uso é intencionalmente equacionado indo ao encontro do que Costa et al. (2012) referem na sua investigação. Os alunos mostraram-se satisfeitos e motivados ao realizarem este tipo de atividade que, apesar de possuir um carácter lúdico, tinha como objetivo “desenvolver interesse pela Matemática e valorizar o seu papel no desenvolvimento das outras ciências e domínios da atividade humana e social” como é preconizado nas Aprendizagens Essenciais (ME, 2018, p. 10). Assim, tive a oportunidade de observar e de participar nas atividades de cada clube, auxiliando o professor responsável e os alunos durante cada uma das tarefas. Esta interação foi muito importante para mim, uma vez que observei e interagi com os alunos em atividades que me permitiram conhecer as suas motivações, dificuldades e, ao mesmo tempo, as relações interpessoais dos alunos. Ao longo destas atividades, questionava os professores de cada clube sobre as dúvidas que emergiam, com o objetivo interligar os interesses, as motivações dos alunos e a opinião dos professores, com a experiência em sala de aula assim como com os conteúdos e os documentos orientadores. Assim, podia elaborar planificações com atividades e metodologias que fossem promotoras de aprendizagens significativas para os alunos.

Esta observação participante, realizada ao longo da prática pedagógica I, do 1.º CEB, também me deu a oportunidade e o privilégio de observar o trabalho colaborativo entre

professores das diferentes turmas, o que me levou a refletir sobre a importância do trabalho colaborativo entre professores, referido em reflexão:

Considero que o trabalho colaborativo dos professores facilita o ensino aprendizagem dos alunos. Os professores também beneficiam, no sentido em que aprendem uns com os outros, pois partilham saberes, acabando por ampliar as suas competências. (Apêndice III– Reflexão de 23 de setembro de 2019, PPI do 1.º CEB)

A colaboração docente, a partilha de experiências, de competências, de diferentes perspetivas e reflexões conjuntas, permitem que os professores realizem aprendizagens recíprocas, como referem Boavida e Ponte (2002). Esta colaboração é vantajosa, tanto para os professores como para os alunos, pois promove a melhoria do ensino e da aprendizagem, uma vez que os professores são estimulados a diversificar as estratégias de ensino e o *feedback* entre pares.

A importância da observação inicial para a caracterização da turma, do meio e da escola é indiscutível. No entanto a observação contínua durante as aulas também é fundamental. A observação contínua permite que o professor reconheça e identifique as dificuldades e interesses demonstrados pelos alunos, que avalie as tarefas relativamente às potencialidades e às limitações de cada uma, escolha as metodologias e os recursos didáticos mais adequados, bem como, fornece informações ao professor que podem levá-lo a alterar as suas práticas. Este tipo de observação permitiu-me perceber que observar e ensinar são dois atos indissociáveis, pois, só através da observação contínua é possível identificar as dificuldades na aprendizagem dos alunos, como também, as minhas dificuldades, enquanto professora, ao longo do processo de ensino. A observação contínua permitiu-me refletir sobre os desafios e as dificuldades que surgiram, permitiu-me modificar e melhorar, sempre que necessário, as minhas planificações e intervenções para proporcionar aprendizagens significativas aos alunos.

A observação contínua que fui realizando permitiu-me constatar que o processo de ensino aprendizagem poderia ter mais significado para os alunos se houvesse uma exploração lúdica e visual das temáticas, o que me levou a planificar atividades mais lúdicas e intencionais. A título de exemplo, planifiquei um Jogo do Bingo que tinha como objetivos de aprendizagem desenvolver o gosto pela Matemática, efetuar contagens progressivas e regressivas (de 1 a 5), identificar o cardinal de um conjunto; ler e representar os

números 1, 2, 3, 4 e 5, reconhecer e utilizar diferentes representações para os mesmos números, relacionando-as. Para esta atividade, cada aluno recebeu um cartão semelhante ao da Figura 2, e foram explicitadas as regras do jogo. A professora retirava de um saco um cartão com um número (cardinal) ou a imagem (conjunto) e os alunos tinham de identificar, no seu cartão, o retângulo com o conjunto ou o cardinal do conjunto que correspondesse ao cartão. Os alunos que identificassem a resposta tinham de levantar a mão. A professora verificava a resposta e, se esta estivesse correta, assinalava-a com uma cruz, repetindo-se esta metodologia até que algum dos alunos conseguisse preencher todos os retângulos. O primeiro aluno a cobrir o seu cartão tinha de gritar “BINGO!”.



Figura 2: Cartão “Jogo do Bingo”

Após o jogo do Bingo, os alunos realizaram uma atividade de prática de procedimentos. Na tarefa 1, os alunos tinham de pintar os números de figuras que estavam indicadas em cada fila. Depois, na tarefa 2, pretendia-se que identificassem o cardinal de cada conjunto ligando cada uma das imagens ao cardinal correspondente. Por fim, na tarefa 3, foi proposto que completassem cada uma das sequências, por ordem crescente e por ordem decrescente. Autonomamente, todos os alunos conseguiram realizar a atividade sem ajuda (e.g. Figura), pelo que parecem ter realizado aprendizagens significativas com o referido jogo.

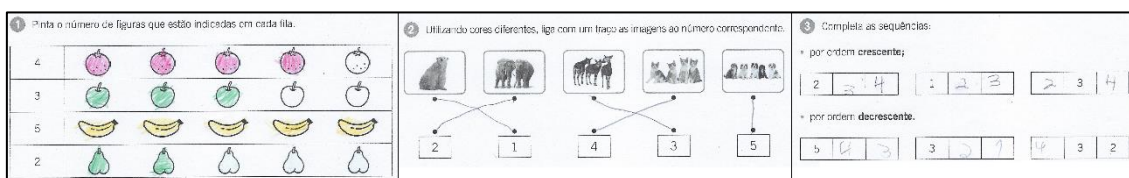


Figura 3: Resolução de um aluno

Durante as diferentes práticas pedagógicas, compreendi a importância da observação inicial, participante e contínua que realizei. Estes diferentes tipos de observação ajudaram-me a reconhecer e a identificar situações importantes, a ser sensível às atitudes dos alunos, a propor problemáticas e a encontrar soluções, bem como na recolha objetiva de

informação, na sua organização e interpretação, indo ao encontro do referido por Estrela (2008) na sua investigação, para evoluir ao longo das práticas pedagógicas.

1.3. PLANIFICAR E INTERVIR NO 1.º E 2.º CEB: O PERCURSO PARA APRENDER A ENSINAR

A necessidade de planificar advém da necessidade de o professor orientar o trabalho que desenvolve na sala de aula com os alunos. Autores como Imwold, Rider, Twardy, Olivier, Griffin e Arsenault (1984), compararam a influência da planificação na prática do ensino. Os resultados obtidos referiram que os professores que planificavam, orientavam melhor os alunos. A turma mantinha-se mais organizada e as atividades propostas eram mais diversificadas.

Os objetivos de uma planificação, segundo Lewy (1979), são antecipar, determinar e conceder as condições necessárias para que os processo de ensino e da aprendizagem ocorram de forma correta. Assim, considero que planificar é o momento em que o professor toma decisões sobre o que pretende ensinar, que atividades selecionar para promover aprendizagens, qual a melhor forma de saber se foram feitas aprendizagens e que tipo de avaliação deve ser feita do processo de ensino e dos resultados do mesmo, indo ao encontro de Vilar (1995). A planificação emerge da necessidade de adaptar o currículo escolar às características do contexto em que vai ser aplicada.

Nos diferentes contextos de PP deparei-me com três tipos de planificação: a primeira foi a planificação a longo prazo. Esta planificação, quando iniciei cada uma das PP, já tinha sido elaborada pelos professores dos diferentes contextos, antes do início do ano letivo. Assim foram definidos e organizados os conteúdos, consoante as diretrizes dos documentos orientadores como o Projeto Educativo, o Projeto curricular de Escola e as Aprendizagens Essenciais. No documento, também, eram mencionados os objetivos a atingir, as estratégias, para alcançar os objetivos, e os diferentes tipos de avaliação a que os alunos seriam sujeitos. Esta planificação foi importante porque me disponibilizou uma visão ampla sobre os conteúdos a abordar ao longo do ano letivo.

O segundo tipo de planificação com o qual me confrontei e que tive de elaborar, em contexto de 2.º CEB, foi a planificação a médio prazo. Ao elaborar este tipo de planificação não tive grandes dificuldades, uma vez que podia consultar a planificação anual para projetar um determinado conteúdo a ser lecionado durante um período, ou seja,

duas semanas letivas. Esta planificação era mais pormenorizada que a planificação a longo prazo. Na planificação a médio prazo, era necessário identificar os conteúdos, selecionados pela professora cooperante, clarificar os objetivos gerais, ou seja, identificar os objetivos específicos que se pretendia atingir ao estudar determinado conteúdo, tendo em conta, sempre, as Aprendizagens Essenciais. Também era necessário ordenar e distribuir os conteúdos pelas aulas que iria lecionar, bem como identificar as estratégias que pretendia adotar. As estratégias selecionadas tinham em conta a observação inicial e a observação contínua, realizada ao longo da PP, identificava os materiais necessários e o tipo de avaliação a que iria sujeitar os alunos. Por fim, identificava a bibliografia que suportava a elaboração desta planificação, indo ao encontro do que refere Cortesão e Torres (1994).

Nos diferentes contextos de PP, elaborei outro tipo de planificação: a planificação a curto prazo ou diária. Esta teve como base a informação recolhida durante a observação inicial, a observação contínua e a planificação a médio prazo. Foi quando comecei a elaborar este tipo de planificação que percebi que planificar iria ser um dos maiores desafios, pois senti dificuldade em elaborar uma planificação precisa que articulasse os objetivos de aprendizagem e as propostas didáticas, de forma, a proporcionar aos alunos atividades desafiadoras em que o conhecimento era construído por eles, conforme sugerem Matos e Serrazina (1996). Nas primeiras planificações a curto prazo, em contexto de 2.º CEB, esta dificuldade tornou-se evidente, isto porque, definia tarefas centradas no professor e não nos alunos. Estas tarefas tinham um grau de desafio baixo, para os alunos, pois eram pouco dinâmicas e promotoras da construção de novos conhecimentos. Como professora estava a praticar um ensino transmissivo, onde os alunos tinham um papel passivo de ouvir, resolver exercícios e registar as informações, indo ao encontro do referido por Atlet (1999), sobre ensino transmissivo. Um exemplo disso, ocorreu na turma do 5.º ano (1.ª PP realizada no âmbito do mestrado), numa das aulas de matemática, em que o objetivo era estudar as propriedades das operações: adição, subtração, multiplicação e divisão. Neste caso, limitei-me a apresentar as prioridades das operações e depois pedi aos alunos que resolvessem as expressões numéricas tendo em conta as regras. Para tornar a aula mais dinâmica, desafiante e motivadora poderia ter proposto aos alunos que criassem problemas que se pudessem traduzir numa expressão numérica. Depois, os alunos poderiam apresentar as suas produções para serem discutidas em grande grupo e neste momento poderíamos ir discutindo as prioridades das operações.

Uma tarefa deste tipo teria sido fundamental para que os alunos compreendessem e desenvolvessem o raciocínio matemático e para que o processo de ensino e aprendizagem fosse dinâmico, como sugere Piletti (2001).

Durante a planificação e intervenção, nem sempre consegui estabelecer a conexão entre os conteúdos matemáticos. Um exemplo disso, ocorreu numa aula de matemática com a turma do 1.º ano de escolaridade, onde o objetivo era completar a sequência de números naturais (1 a 3). Os alunos resolveram a tarefa individualmente (e.g. Figura 4), depois, um dos alunos copiou no quadro a sua produção que foi analisada e discutida em grande grupo.

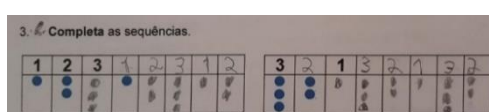


Figura 4: Completar as sequências - Produção de aluno

Durante a discussão da tarefa, não orientei os alunos para a contagem crescente e decrescente dos números de forma intuitiva, como a tarefa permitia, desta forma perdi a oportunidade de estabelecer a conexão entre os conteúdos matemáticos e de encaminhar os alunos para uma aprendizagem com significado. Ao refletir sobre esta atividade, compreendi que a conexão entre os conteúdos é muito importante, tal como defendem Vale e Pimentel (2010, p. 34), para que os alunos não desenvolvam a percepção de que a Matemática é um conjunto disperso de regras e procedimentos. Enquanto professora, devo apresentar a Matemática aos meus alunos como um todo, independentemente do nível de ensino, relacionando os conceitos para que estes a apreciem e compreendam. De outra forma, pode levar os alunos a crescerem com uma visão reduzida da Matemática, conforme alerta NCTM (2008).

Ao longo das PP, nos diferentes contextos, planifiquei atividades práticas, que segundo Leite (2001) são todas as actividades que exigem que o aluno esteja activamente envolvido” (p. 78), para as aulas de Ciências Naturais que considere que contribuíssem para a aprendizagem dos alunos de forma construtiva. Na PP do 2.º CEB, com a turma do 6.º ano, desafiei os alunos a dissecar uma flor e a pesquisar no manual os nomes dos órgãos e as suas funções. Depois, tinham de colar cada um dos órgãos numa folha e legendar, conforme a pesquisa que tinham realizado. Para tal, cada aluno recebeu uma flor, *Pelargonium Grandiflorum* ou beijinho borboleta, e a pares realizaram a pesquisa e o registo das informações. Em geral todos os alunos conseguiram realizar a atividade (Figura 7).

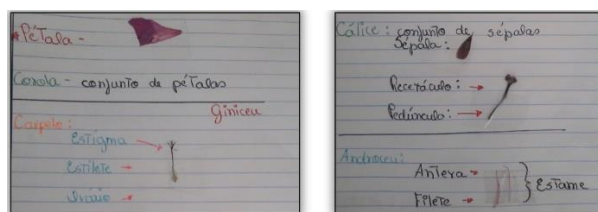


Figura 5: Organização e legenda das peças florais

Esta atividade despertou muito interesse e curiosidade nos alunos, por este motivo no intervalo, a maioria dos alunos, quis ficar na sala de aula para dar continuidade ao trabalho, pesquisa, organização das peças florais e apresentação. No fim, os grupos que conseguiram recolher e registrar as informações de forma clara, usando os termos corretos e adequados, apresentaram a sua produção à turma. Ao longo desta apresentação, fui orientando os alunos através do questionamento sobre os aspetos essenciais a mencionar, como o agrupamento das peças florais, a sua identificação e a sua função na flor. Considero que as apresentações orais foram extremamente importantes, por contribuírem para o desenvolvimento da comunicação oral dos alunos. Considero que a construção do conhecimento emergiu de uma metodologia construtivista que permitiu que os alunos tivessem ativos durante as suas próprias aprendizagens, uma vez que foram os próprios a procurar e selecionar a informação pertinente, conforme defendido por Matos e Serrazina (1996). Considero que a planificação da atividade prática e a sua implementação superaram as minhas expectativas, pois, nunca tinha visto a turma tão motivada, tão perfeccionista e atenta na realização de uma atividade. Compreendi que as minhas planificações tinham de incluir atividades que motivassem os alunos, porque, sem dúvida, iriam influenciar as aprendizagens dos alunos de forma positiva.

Como na PPII do 2.º CEB, a planificação e a implementação da atividade prática, acima descrita, foi uma fonte de motivação para as aprendizagens dos alunos, na PPII, do 1.º CEB, com a turma do 4.º ano, recorri à planificação de uma atividade experimental, que segundo Leite (2001) são “atividades que envolvem o controlo de variáveis” (p. 78), quando explorámos o conteúdo “A água subterrânea”, inserido no domínio “À descoberta do ambiente natural”. Esta atividade tinha como objetivo identificar algumas das características dos diferentes tipos de solo, nomeadamente a permeabilidade de três tipos de solos. Antes de planificar esta atividade discuti com a professora cooperante, de forma a perceber se os alunos já estavam familiarizados com as atividades experimentais. Percebi que deveria planificar uma atividade de uma forma mais orientada, por que os alunos nunca tinham realizado uma atividade deste tipo. Assim, durante a planifica-

ção elaborei um protocolo experimental que os alunos, com alguma orientação, iriam seguir.

Antes da implementação da atividade experimental, em grande grupo, explorámos uma ilustração do ciclo da água, com o propósito de os alunos fazerem a conexão entre a água presente nos aquíferos, as camadas de solo e a sua permeabilidade. Para tal, fui questionando os alunos: “As camadas do solo são todas iguais? Será que a água se infiltra da mesma forma nas diferentes camadas do solo?”. Para estas questões, houve diferentes respostas como por exemplo: “Há solos mais duros que outros, nos mais duros a água não passa” ou “A areia deixa passar a água”. Assim, fui orientando os alunos até à questão problema “Qual é a permeabilidade de diferentes tipos de solos?”.

Posteriormente, os grupos receberam o protocolo experimental onde registaram a questão de investigação. Em conjunto, professora e alunos, fomos lendo e realizando o protocolo, passo a passo: primeiro organizámos o material. Depois, os alunos mediram a quantidade de água necessária para a atividade, através de um gobelet graduado, e a quantidade dos três tipos de solo, por fim montaram a atividade (Figura 5).



Figura 6: Montagem de atividade “Permeabilidade do solo” de um grupo.

De seguida, passamos às previsões dos grupos. Para tal, os grupos responderam à questão: “O que acontece à água colocada nos três tipos de solo ao fim de trinta segundos, cinco minutos e quinze minutos?”. A seguir, os alunos colocaram a mesma quantidade de água nos três tipos de solo, observaram, organizaram e registaram os dados (Figura 6).



Figura 7: Realização da atividade “Permeabilidade do solo” por um grupo

Por fim, cada grupo analisou os dados recolhidos e tirou as suas próprias conclusões, autonomamente, seguindo-se a apresentação das conclusões de cada grupo, à turma.

Durante a apresentação das conclusões dos alunos, verifiquei que estes tinham compreendido e atingido os objetivos da atividade experimental, pois concluíram que o solo mais permeável era a areia, menos permeável era a argila e que o solo franco era mais permeável que o solo argiloso e menos permeável que o solo arenoso.

A implementação da atividade ocorreu conforme a sua planificação. Os alunos não apresentaram dificuldades e estiveram sempre muito atentos e empenhados, conforme referi na reflexão

Os alunos não demonstraram dificuldade na atividade experimental “Água subterrânea”, pois, considero que consegui motivá-los e, ao mesmo tempo, despertar a sua curiosidade, o que os levou a ouvirem atentamente as minhas orientações. (Apêndice IV – Reflexão de 11 de março 2020, PPII do 1.º CEB)

Com o empenho, a motivação e as aprendizagens demonstradas pelos alunos, na realização da sua primeira atividade experimental, percebi que como professora tenho de valorizar e planificar, sempre que for possível, atividades experimentais, porque elas motivam à aprendizagem, logo os resultados escolares serão melhores. Ainda em relação à atividade experimental, acima descrita, a sua planificação e implementação promovia a tomada de decisão pelos alunos recorrendo a competências científicas, referidas por Santos (1999), como

Observar e explorar, levantar questões, propor formas de responder às questões, examinar, comparar, analisar, encontrar padrões nas observações, avaliar, classificar, aplicar ideias a novas situações, recolher informação, observar sistematicamente, usar criticamente e de fora lógica a evidência, comunicar em diferentes e apropriadas formas. (p. 49)

Proporcionar atividades com as quais os alunos possam desenvolver as suas competências científicas, prepara-os para o futuro como adultos reflexivos, com pensamento crítico e aptos a resolver problemas do quotidiano.

Nos diferentes contextos de PP, recorri a vários jogos, adaptando-os aos contextos e aos objetivos que pretendia que os alunos alcançassem. Os jogos, tanto foram utilizados com o objetivo de motivar para a aprendizagem como para consolidar os conhecimentos anteriormente adquiridos, que vai ao encontro do que Pinto e Tavares (2010) aconse-

lham. Os alunos demonstravam maior interesse, entusiasmo e participavam ativamente nas aulas quando estas incluíam jogos, pois queriam ganhar, indo ao encontro do que defendem Teixeira e Apresentação (2014). Por exemplo, numa aula de 1.º ano, com o intuito de consolidar conhecimentos, propus um jogo que tinha como objetivo identificar ditongos, “ui”, “iu”, “ou”, “oi”, “au”, “ai” e “ao”, no âmbito da disciplina de Português. Neste jogo, cada aluno tinha sete cartões, cada um com um ditongo. A professora no quadro interativo projetava uma imagem e por baixo a palavra sem o ditongo, depois lia a palavra completa e os alunos tinham de escolher o cartão do ditongo que melhor se adequasse, por exemplo para a palavra **Limão**, os alunos tinham de levantar o cartão **ao**. Nesta aula, verifiquei que os alunos identificavam os ditongos facilmente, uma vez que todos os alunos conseguiram atingir o objetivo do jogo, identificando autonomamente o cartão mais adequado a cada situação, como referi na reflexão desta aula:

(...) os alunos compreenderam o objetivo do jogo, foram capazes de identificar os ditongos que compunham cada uma das palavras. Esta compreensão foi sendo visível através da rapidez de resposta correta ao longo do jogo. (Apêndice V – Reflexão de 16 de outubro 2019, PPI do 1.º CEB)

Desta forma, concluo que é essencial proporcionar atividades motivadoras para os alunos, mas também promotoras de aprendizagens significativas.

Em suma, planificar é um processo que me vai acompanhar, enquanto professora, ao longo da minha vida docente. A planificação é um documento que me irá auxiliar a descrever, pensar e organizar as minhas ações enquanto docente. Ao longo do meu percurso, no mestrado, senti que foi fundamental aprofundar os métodos de pesquisa, estudar, compreender e aprender a elaborar e adaptar este documento, para que as minhas práticas pudessem conduzir os alunos às aprendizagens e para melhorar as minhas intervenções.

1.4. AVALIAÇÃO DOS ALUNOS EM 1.º E 2.º CEB

Ao iniciar as práticas pedagógicas, não me sentia preparada para desenvolver um processo avaliativo, pois não compreendia o que deveria avaliar e de que forma o podia fazer. Nas unidades curriculares do mestrado, onde exploramos esta temática, fui compreendendo que a “avaliação constitui um processo regulador do ensino aprendizagem” e “tem por objetivo central a melhoria do ensino e da aprendizagem baseado num pro-

cesso contínuo de intervenção pedagógica” conforme Decreto-Lei n.º 55/18 (2018). Por conseguinte, compreendi que a avaliação podia autorregular as aprendizagens realizadas pelos alunos o que me permitiu refletir sobre as minhas planificações e intervenções reajustando-as, tendo em vista a melhoria do processo de ensino e aprendizagem como é sugerido no Decreto-Lei n.º 55/18 (2018).

Ao longo das Práticas Pedagógicas, recorri a duas modalidades de avaliação que o Decreto-Lei n.º 55/18 (2018), do Ministério da Educação, menciona: a avaliação formativa e a avaliação sumativa. Segundo este decreto a avaliação formativa ou “avaliação para as aprendizagens”, como apelidam Santos e Pinto (2018, p. 508-509):

(...) assume carácter contínuo e sistemático, recorre a uma variedade de instrumentos de recolha de informação adequados à diversidade da aprendizagem e às circunstâncias em que ocorrem, permitindo ao professor, ao aluno [...] obter informação sobre o desenvolvimento da aprendizagem, com vista ao ajustamento de processos e estratégias. (p. 2937)

A avaliação formativa tem como propósito verificar “as aprendizagens que os alunos estão a fazer e identificar as suas dificuldades, erros e necessidades educativas, resultando numa permanente adaptação pedagógica” (Ferreira, 2013, p. 20). A sua principal função é informar os intervenientes educativos sobre o processo de ensino e aprendizagem, dando o *feedback* sobre as dificuldades e os sucessos dos alunos e assim regular a aprendizagem. Ferreira (2013) acrescenta que, a função educativa da avaliação não pretende sancionar os alunos, sendo os erros e as dificuldades encarados como “normais no processo de aprendizagem” e devem ser alvo de análise e identificação ao nível das “suas características e causas” (p. 20). Só assim é possível uma intervenção adequada, de forma a ajudar os alunos a superar as dificuldades. Desta forma, a avaliação formativa, ajuda o aluno a aprender e o professor a ensinar, ou seja, ajuda “o aluno a ultrapassar as dificuldades de aprendizagem” e auxilia “o professor a diferenciar o ensino e a fazer alterações de modo a caminhar no sentido de uma pedagogia diferenciada” (Pacheco, 1994b, citado por Barreira et al., 2006, p. 97).

Ao longo da PP, recorri à avaliação diagnóstica que segundo Santos e Pinto (2018) se enquadra na avaliação formativa ou “avaliação para as aprendizagens”, por ter os mesmos intenções e os mesmos objetivos. Apoiei-me na avaliação diagnóstica para averiguar os conhecimentos prévios dos alunos, antes de iniciar um conteúdo como sugere o

ME (2018), com o objetivo de adequar as metodologias de ensino e aprendizagem à realidade do grupo. Recorri, também, a esta avaliação com o objetivo de diagnosticar as dificuldades dos alunos, ao longo de um momento de aprendizagem, de forma a poder ajustar as melhores estratégias e, assim, promover e otimizar a aprendizagem, indo ao encontro do que é referido por Santos e Pinto (2018).

Além das questões orais, utilizei instrumentos de avaliação diagnóstica, em ambos os contextos, como o “Bilhete à Entrada e à Saída”. Lopes e Silva (2012) descrevem o “Bilhete à Entrada” como sendo “uma resposta de um aluno a uma opinião, crença ou pergunta a que o professor pede para responder, relacionada com a matéria que vai ser tratada” (p. 49). Já o “Bilhete à Saída” é descrito pelas mesmas autoras como “uma resposta de um aluno a uma opinião, crença ou pergunta que o professor coloca, relacionada com o conteúdo ensinado” e tem como objetivo “verificar a compreensão após os alunos terem tido a oportunidade de aprender conceitos ligados com o conteúdo” (p. 50). Após a aplicação deste instrumento de avaliação, o professor consegue verificar os conhecimentos adquiridos pelos alunos e a evolução dos mesmos.

Numa das aulas de Matemática do 5.º ano de escolaridade, recorri ao “Bilhete à Entrada e à Saída”. Antes de explorarmos a prioridade das operações nas expressões numéricas com Números Naturais, pedi aos alunos para resolverem as expressões numéricas do “Bilhete à Entrada”, com o propósito de perceber que conhecimentos tinham sobre este conteúdo. Enquanto os alunos resolviam as expressões numéricas, fui observando as resoluções de cada aluno, com o objetivo de adequar a minha intervenção aos dados que ia recolhendo. Desta forma, foi possível verificar que uma parte dos alunos resolveu as expressões numéricas à medida que as diferentes operações surgiam, da esquerda para a direita, sem obedecer a nenhuma prioridade. Porém, a maior parte dos alunos conseguiu resolver duas expressões numéricas (e.g. Figura 8).

Expressões numéricas	
<p>1) Calcula o valor numérico das expressões:</p> $25 - (8 - 4) + 1$ $25 - 4 + 1 =$ $21 + 1$ $22 \quad \checkmark$	<p>3) $30 - 21 + 3 + 2 \times 5$</p> $9^{\times} : 3 + 2 \times 5$ $3 + 2 \times 5$ $5 + 5$ $25 \quad \checkmark$
<p>2) $17 - 7 \times 2$</p> $10 \times 2^{\times}$ $20 \quad \checkmark$	<p>4) $(13 - 4) + 9 - (6 - 2)$</p> $9 + 9 - 4$ $18 - 4$ $14 \quad \checkmark$

Figura 8: Produção do "Bilhete à Entrada" – aluno A

Quando questionados sobre a suas produções, os alunos referiram que realizaram as operações da esquerda para a direita, por este motivo, a maior parte dos alunos conseguiu resolver a primeira e a quarta expressão, que continham apenas adições e subtrações. Para explorar a prioridade das operações limitei-me a apresentar outras expressões numéricas, que implicavam a adição, a subtração e a multiplicação. Fui exemplificando a sua resolução apresentando as regras, a estratégia que se opõem ao que os autores (e.g. Vale & Pimentel, 2010; Monteiro & Costa, 1996) aconselham para o estudo dos conteúdos matemáticos. Depois, os alunos resolveram algumas expressões numéricas para a prática de procedimentos. Após esta exploração, os alunos resolveram as expressões numéricas do “Bilhete à Saída”, que eram iguais às do “Bilhete à Entrada”. A maioria dos alunos conseguiu resolver as expressões numéricas corretamente, obedecendo à prioridade das operações, como se pode verificar na produção do aluno A (Figura 9).

Expressões numéricas	
<p>Calcula o valor numérico das expressões:</p> $25 - (8 - 4) + 1$ $25 - 4 + 1 =$ $21 + 1 =$ $22 \quad \checkmark$	$30 - 21 + 3 + 2 \times 5$ $= 30 - 21 + 2 \times 5 =$ $= 30 - 21 + 10 =$ $= 23 + 10 =$ $= 33 \quad \checkmark$
$17 - 7 \times 2$ $14 - 14 =$ $= 0 \quad \checkmark$	$(13 - 4) + 9 - (6 - 2)$ $= 9 + 9 - 4 =$ $= 18 - 4 =$ $= 14 \quad \checkmark$

Figura 9: Produção do "Bilhete à Saída" - aluno A

A informação recolhida, através do “Bilhete à Entrada”, permitiu-me verificar os conhecimentos prévios dos alunos. No entanto, não é possível afirmar que os alunos realizaram aprendizagens ou, simplesmente, decoraram as regras, ao analisarmos o Bilhete à Saída. Pois a exploração deste conteúdo não foi realizada através de uma metodologia construtivista, mas sim através do ensino transmissivo.

Nos diferentes contextos onde realizei a PP, recorri à App “*Plickers*” como ferramenta de avaliação formativa. Esta ferramenta permite elaborar questões de dois tipos: de escolha múltipla e de verdadeiro ou falso. Utilizei esta ferramenta por permitir um *feedback* imediato às respostas dos alunos. Por este motivo, podíamos, em grupo, discutir os resultados, uma vez que os alunos aprendem e compreendem melhor quando a discussão é imediata à realização das tarefas, conforme Lopes e Silva (2012) e Fonseca et al. (2016) sugerem. Esta app combina cartões (e.g. Figura 10) com as tecnologias móveis. Cada aluno tem o seu próprio cartão, que contém as alíneas que correspondem às possíveis respostas. Para responder a uma questão que tem quatro hipóteses (A, B, C ou D) de resposta, sendo que apenas uma está correta, o aluno tem de posicionar o cartão com a sua resposta na posição vertical. Por exemplo, a resposta a uma determinada questão é a alínea B, o aluno deve posicionar o cartão como na Figura 10. O professor, com o telemóvel ou “*tablet*”, através da aplicação “*Plickers*” acede à câmara fotográfica do dispositivo. Depois, aponta a câmara verticalmente, em direção aos cartões dos alunos, recolhendo as respostas. A aplicação através do código, de cada cartão, identifica o número do aluno e a sua resposta.

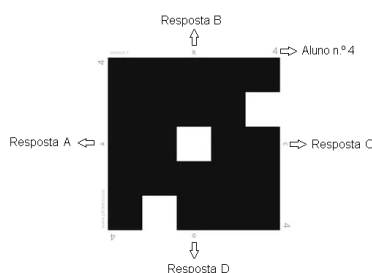


Figura 10: Exemplo de cartão Plickers

Para uma das aulas do 4.º ano, no ensino presencial, elaborei um conjunto de tarefas (Figura 11), na App *Plickers*, com o objetivo de verificar as aprendizagens dos alunos, como sugerem Lopes e Silva (2012), sobre o conteúdo números racionais não negativos, nomeadamente, a adição e subtração de frações, multiplicação e divisão de frações, frações equivalentes e frações irredutíveis já explorados.

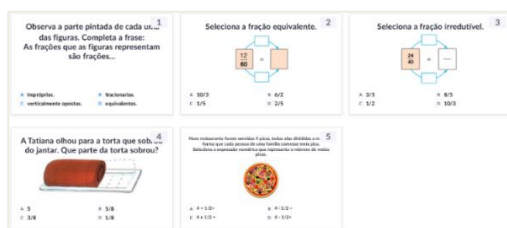


Figura 11: Tarefa elaborada na App Plickers

Após responderem às tarefas, foi possível verificar (e.g. Figura 12) que, dos dezanove alunos, cinco não conseguiram escolher a resposta correta a, pelo menos, três das cinco questões.

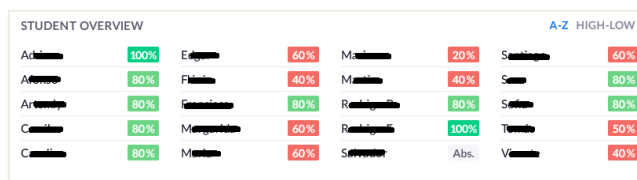


Figura 12: Respostas dos alunos da tarefa do Plickers

Ao analisar as respostas dos alunos, foi possível apurar que evidenciam dificuldade no conceito de fração equivalente. Este é um conceito chave dos números racionais e essencial para as operações de adição e subtração de frações, indo ao encontro do que é referido por Charalambous e Pitta (2007), citados por Costa (2018). Por este motivo, recorri a uma tarefa, cujo objetivo era levar os alunos a perceberem que conseguiam obter representações diferentes para metade da unidade, logo equivalentes, ou seja, representavam a mesma quantidade, onde os alunos tinham de realizar distintas divisões que resultassem na mesma relação parte-todo, indo ao encontro do que sugere Vasconcelos (2007, citado por Costa, 2018), que passo a descrever. A tarefa foi realizada individualmente. Numa folha quadriculada, cada aluno, desenhou quatro quadrados com 6 cm de lado, de seguida, dividiram-nos em partes iguais e pintaram-nos (1.º quadrado Cor de Laranja – 2 partes; 2.º quadrado Cor-de-rosa – 4 partes; 3.º quadrado Vermelho – 6 partes e o 4.º quadrado Azul – 12 partes). Depois, recortaram cada uma das partes em que se encontravam divididos os quadrados. A seguir, os alunos representaram metade de uma unidade, utilizando sempre peças da mesma cor para cada representação. Por fim, escreveram a fração correspondente a cada uma das cores utilizadas e registaram o que observaram, ao comparar as representações.

Os alunos conseguiram realizar a tarefa, representar metade da unidade utilizando diferentes representações, e concluíram serem frações equivalentes. Para verificar se os alunos entenderam o que representava este conceito, pedi a um dos alunos, que posicionou as representações de metade da unidade verticalmente (e.g. Figura 13), que apresentasse a sua produção à turma.

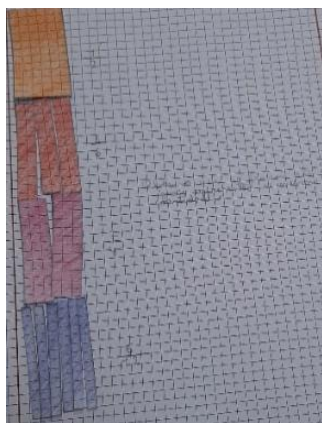


Figura 13: Produção do aluno sobre o conceito de fração equivalente

[1] **Aluno:** Aqui tenho metade do quadrado cor de laranja, aqui tenho três partes do quadrado vermelho, que também é metade do quadrado. O rosa também é metade e o azul também. E depois escrevi as frações e disse que eram iguais.

[2] **Prof:** São iguais? Será esse o conceito correto?

[3] **Aluno:** São equivalentes.

[4] **Prof:** O que queres dizer com frações equivalentes?

O aluno olha para as representações que fez, aponta e diz:

[5] **Aluno:** Esta é igual a esta, a esta e a esta.

[6] **Prof:** Mas as representações que fizeste são todas diferentes, certo?

[7] **Aluno:** Sim, mas todas representam metade do quadrado. Aqui (apontando para o comprimento da representação a laranja) é igual a esta, a esta e a esta (comparando com o comprimento das outras três representações). Aqui também é igual (apontando e comparando a largura de cada representação)

[8] **Prof:** Então quer dizer que são equivalentes porque representam a mesma quantidade?

[9] **Aluno:** Sim. Também dá para ver, porque umas por baixo das outras é igual.

Com o diálogo, é possível perceber que o aluno compreendeu que as frações representam a mesma quantidade [7], por isso se diziam equivalentes [3]. A organização das representações, também, parece ter facilitado esta compreensão [7] e [10].

Na turma do 4.º ano, em contexto de ensino à distância, o *feedback* escrito foi uma das práticas de avaliação formativa que mais utilizei. Lopes e Silva (2012, p. 31) referem que o *feedback* deve “concentrar-se no que o aluno tenha feito bem, antes de destacar as áreas que carecem de melhoria”. Deve incluir orientações para que o aluno possa fazer as melhorias necessárias para haver progresso na aprendizagem. Refletindo sobre como dar um bom *feedback*, percebi que nem sempre fazia o sugerido pelas referidas autoras. Por vezes, só enaltecia as qualidades do trabalho realizado pelo aluno, ou referia apenas que este devia fazer de novo a tarefa. Assim, tentei melhorar e comecei a incluir, nos meus *feedbacks*, referências ao que o aluno fazia corretamente, mas também algumas questões que permitissem ao aluno refletir sobre a resolução das tarefas com o objetivo

de melhorarem. Por exemplo, a tarefa 4, da figura 14, era pedido ao aluno que calculasse a quantidade, em metros quadrados, de papel de parede necessária para cobrir a parede, que tinha uma janela. O aluno B, apesar de ter identificado as medidas corretamente, registou a fórmula da área da parede como se fosse um quadrado “ $A = l \times l$ ”. No entanto, através da resolução é possível verificar que ignorou a existência da janela, calculou apenas a área da parede “ $A = 7 \text{ m} \times 4,8 \text{ m} = 33,6 \text{ m}^2$ ” e respondeu que “Foram necessários $33,6 \text{ m}^2$ de papel para cobrir a parede.”

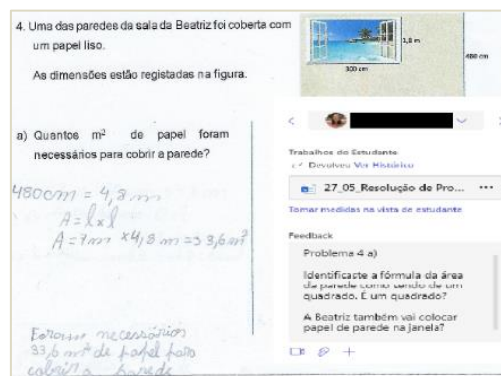


Figura 14: Produção do aluno B e *feedback*.

Assim, o *feedback*, referia que o aluno conseguiu encontrar a área da parede corretamente, mas incluiu duas questões “Identificaste a fórmula da área da parede como sendo um quadrado. É um quadrado?” e “A Beatriz também vai colocar papel de parede na janela?”. Para a primeira questão, o aluno tinha que identificar a forma geométrica correta da parede. Já para a segunda questão, o cálculo da quantidade de papel de parede e perceber que o papel de parede não podia cobrir a janela por isso, tinha de retirar a quantidade de papel correspondente à área da janela. Assim, o objetivo do *feedback* era levar o aluno a refletir sobre os seus erros e incentivá-lo a reformular a resolução do problema. Em alguns casos, os alunos parecem ter compreendido o *feedback* e corrigiram os seus erros (e.g. Figura 15).

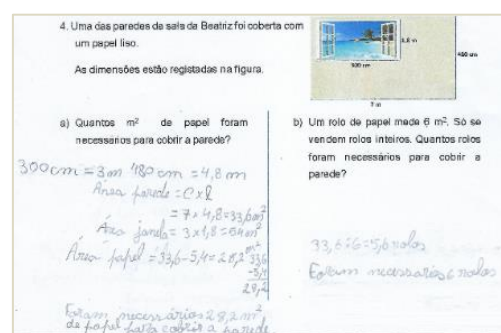


Figura 15: Produção do aluno B após *feedback*.

Na produção do aluno B, após o feedback, é possível perceber que identificou a parede, que ia ser revestida com papel, como um retângulo e não como um quadrado, pois alterou a fórmula da área de do quadrado “ $A = l \times l$ ” para a fórmula da área do retângulo “ $\text{Área} = \text{parede} = c \times l$ ”. Pela produção, é possível verificar que o aluno identificou corretamente o comprimento da parede (7 m) e da janela (3 m), bem como, a largura da parede (4,8 m) e a largura da janela (1,8 m). Também demonstrou ter compreendido que não podia colocar papel de parede na janela, quando registou “ $\text{Área papel} = 33,6 - 5,4$ ”, que corresponde à área da parede, já encontrada na primeira resolução (Figura 14) menos a área da janela, que calculou após o *feedback* (Figura 15).

Neste caso, o *feedback* parece ter promovido progressos na aprendizagem, uma vez que o aluno conseguiu identificar a forma geométrica da parede e da janela como retângulos. Quando a professora confirmou, através do *feedback*, que a área da parede fora calculada corretamente, o aluno parece ter compreendido estar no “caminho certo” na resolução da tarefa, mas que tinha de reformular o seu pensamento quanto ao objetivo da mesma. Assim, considero que o *feedback* ajudou o aluno a autorregular a sua aprendizagem, como sugerem Lopes e Silva (2012) e Santos e Pinto (2018), levando-o a melhorar, quando identificou a fórmula correta da área, e reformulou a resolução da tarefa ao calcular a área do papel de parede, tendo em conta a janela.

A avaliação sumativa, ou como refere Santos e Pinto (2018) avaliação das aprendizagens, segundo o Decreto-Lei n.º 55/18 (2018) “traduz-se na formulação de um juízo global sobre a aprendizagem realizada pelos alunos, tendo como objetivo a classificação e certificação” (p. 2937). Hadji (2001) citado por Ferreira (2007) apelida esta modalidade de avaliação «cumulativa» porque o seu objetivo é fazer um balanço das aquisições dos alunos, no final de uma unidade de ensino ou no final de um período escolar, e “incide sobre tarefas socialmente significativas” (p. 31). Deste modo, este tipo de avaliação está “ao serviço das necessidades de ordem social, ou seja, não encontramos nela uma função eminentemente pedagógica, mas sim social” (Moreira, 2016, p. 35). Quando utilizada de forma isolada, este tipo de avaliação acarreta desvantagens para os alunos, pois é considerada, por muitos, um momento de tensão e nervosismo e, por esse motivo, não conseguem demonstrar as aprendizagens efetivamente realizadas o que vai ao encontro do que refere Araújo (2013). Esta modalidade de avaliação não permite uma mudança nas aprendizagens dos alunos, por não se integrar no processo de

ensino e aprendizagem, isto é, não conduz a alterações que eliminem as diferenças entre os objetivos a alcançar e o que foi efetivamente alcançado, conforme Moreira (2016) logo, tem uma função puramente classificativa.

Durante as diferentes PP, tive a oportunidade de integrar alguns momentos de avaliação sumativa. Um dos instrumentos elaborados foi o teste de Matemática para a turma do 5.º Ano. Como não tive colega de estágio, elaborei o teste com a professora cooperante, que considero ter sido um apoio extremamente importante por partilhar os seus conhecimentos, enquanto profissional com experiência. O primeiro documento realizado foi a Matriz (Figura 16), que iria ser entregue aos alunos. Esta Matriz incluía os conteúdos explorados em aula, os objetivos de cada conteúdo, que se pretendia que os alunos alcançassem, e o material ao qual podiam recorrer para estudar.

Matriz para 5.º Teste de Matemática – maio de 2019		
Conteúdos	Objetivos	Onde estudar?
Números naturais Nota: Consultar o essencial do capítulo 1 (pág. 42 e 43 do volume 1 de Matemática)	<ul style="list-style-type: none"> • Calcular o número de divisores comuns de dois números naturais. • Utilizar os critérios de divisibilidade. 	<ul style="list-style-type: none"> • Consultar o volume 1 em referências.
Números racionais não negativos Nota: Consultar o essencial do capítulo 2 (pág. 106 e 107 do volume 1 de Matemática)	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas utilizando regras e números racionais não negativos, aplicar e simplificar frações. • Resolver problemas sobre comparação. • Calcular expressões numéricas. • Calcular percentagens. 	<ul style="list-style-type: none"> • Consultar o volume 1 em referências. • Consultar o livro.
Figuras no plano Nota: Consultar o essencial do capítulo 5 (pág. 52 e 55 do volume 2 de Matemática)	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar ângulos no triângulo, no quadrado e no retângulo. • Identificar ângulos obtusos, adjacentes e verticalmente opostos. • Ordenar a desigualdade triangular. • Reconhecer e utilizar os critérios de igualdade de triângulos. • Construir um triângulo quando são dados dois lados e um ângulo. • Construir um triângulo utilizando apenas a medida de dois lados. 	<ul style="list-style-type: none"> • Consultar o volume 2 em referências. • Consultar o livro.
Áreas Nota: Consultar o essencial do capítulo 4 (pág. 32 do volume 2)	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas utilizando os conhecimentos de áreas. • Resolver problemas utilizando os conhecimentos relacionados com áreas de triângulos e de trapézios. 	<ul style="list-style-type: none"> • Consultar o volume 2 em referências. • Consultar o livro.
Representação e interpretação de dados Nota: Consultar o essencial do capítulo 6 (pág. 12) do volume 2 de Matemática.	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretar tabelas de frequências. • Interpretar a média. • Calcular a média aritmética. • Resolver um problema de tomada de decisão de um jogo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Consultar o volume 2 em referências. • Consultar o livro.

Figura 16: Matriz do teste de Matemática para o 5.º Ano

Relativamente à construção da matriz, com o auxílio da professora cooperante, considero que foi uma tarefa onde não encontrei dificuldade. A elaboração do teste e dos critérios de avaliação (Apêndice VIII - Critérios de Correção do teste de Matemática) foram uma tarefa desafiante. Mais uma vez, foi um trabalho realizado em conjunto com a professora cooperante da disciplina de Matemática, durante o qual discutimos e problematizamos sobre cada critério, para que estes fossem justos e permitissem uma avaliação correta dos alunos, de acordo com Pacheco (2002).

A conjugação das diferentes modalidades e instrumentos de avaliação, a que recorri durante as minhas PP, foi essencial para promover uma avaliação justa e o desenvolvimento dos alunos, conforme sugere Leite (2000). Em simultâneo, permitiu-me recolher informações que possibilitaram o aperfeiçoamento das minhas estratégias de ensino.

1.5. O ENSINO A DISTÂNCIA

Depois de realizar três semanas de PP do 2.º semestre em contexto de 1.º CEB, com a turma do 4.º ano, surgiu o vírus SARS-CoV-2. Foi decretado o confinamento geral e o país entrou em estado de emergência. Houve restrições quanto à circulação de pessoas, a obrigatoriedade do teletrabalho, o encerramento do comércio, à exceção dos estabelecimentos de bens e serviços essenciais. Iniciou-se assim um período de quarentena institucionalizado pelo Governo. No entanto, após o período de quarentena e férias de Páscoa, que se seguiram, o Ministério da Educação (ME) decretou que os alunos regressassem às aulas, mas numa modalidade diferente – Educação/Ensino a distância (EaD). Este método de ensino online é caracterizado por uma separação física entre os alunos e professores, que no nosso caso não foi planeada, mas resultou de uma emergência. Quando me deparei com esta nova realidade, senti muita insegurança, pois nunca tinha tido nenhuma experiência deste género, enquanto aluna, nem enquanto professora.

Em contexto de ensino a distância, com a turma do 4.º ano, observar de forma contínua continuou a ser um processo igualmente relevante. Na primeira semana de intervenção, a maior dificuldade sentida foi a falta de proximidade com os alunos, pois nesse momento só acontecia através de um ecrã, durante as sessões síncronas que ocorriam duas vezes por semana, durante quarenta minutos cada. A primeira sessão síncrona, que realizámos com os alunos, foi dedicada ao diálogo sobre os sentimentos vivenciados pela situação que estávamos a atravessar, e à observação do comportamento dos alunos. Esta sessão acabou por ser muito confusa, pois os alunos estavam sempre a levantar-se para irem buscar algo, e barulhentos, pois muitos realizavam as sessões envolvidos no ambiente familiar, o que fez com que a comunicação fosse difícil. Devido a estes constrangimentos, compreendemos que era essencial colocar regras aos alunos durante as videochamadas. Assim, enviámos um email aos pais onde solicitámos a sua colaboração no sentido de incentivar os alunos a cumprirem as regras essenciais, como por exemplo: os microfones tinham de estar desligados, e só seriam ligados quando fosse feita uma pergunta ao aluno ou para que este colocasse dúvidas; os alunos tinham de ter ao seu alcance os materiais necessários e, se possível, os alunos deveriam estar num local mais isolado da movimentação familiar. Considero que os pais foram muito compreensivos e colaboraram para que as restantes sessões síncronas corressesem da melhor forma. Nas semanas que se seguiram, o EaD tornou-se uma “normalidade” e as sessões síncronas

tinham de ser promotoras de diálogo que levasse os alunos às aprendizagens essenciais, em detrimento de exercícios para a prática de procedimentos. Assim, decidimos que estes momentos tinham de ser dedicados à exploração das tarefas, realizados nos momentos assíncronos, onde os alunos demonstravam maior dificuldade ou que pudessem promover a comunicação entre os intervenientes e levá-los a novas aprendizagens.

Ao longo das semanas de EaD continuei a planificar, obedecendo aos mesmos princípios do ensino presencial, identificando os objetivos da aprendizagem, os conteúdos, as estratégias, a avaliação e fui selecionado, criando ou elaborando tarefas. No entanto, os conteúdos definidos no início do ano letivo, para o ensino presencial, foram reajustados pelos professores do agrupamento à realidade vivenciada. Neste sentido, segundo orientações do Agrupamento ao qual esta escola pertencia, os conteúdos privilegiados para abordar durante o período EaD foram os que seriam alvo de estudo no 5.º ano do 2.º CEB. Durante o EaD, tive de realizar para cada dia um guia de estudo para os alunos, que contemplava a disciplina, o período que deveriam dedicar à disciplina, os conteúdos, um breve roteiro e os materiais de apoio ao estudo (Figura 17).

Dia	Área	Conteúdos / Atividades	Materiais
27 de Maio - 28 de Maio	Matemática	Tema: > Enciclopédia / Dicionário > Formação de palavras	Acesso à enciclopédia online e realizar as tarefas que lhe serão propostas.
	Matemática	Tema: Algoritmo de multiplicação > Utilizar a tabela geométrica. > Usar as propriedades da multiplicação em situações de cálculo. > Calcular produtos de números, na representação decimal, recorrendo ao cálculo mental e algoritmos.	Acesso à enciclopédia online e realizar as tarefas que lhe serão propostas.
27 de Maio - 28 de Maio	Matemática	RESPEITA A ORDEM DE TRABALHO E O ATENDIMENTO O INÍCIO DE CADA TAREFA. Recebe as unidades de medida de área 1. Visualiza o vídeo https://www.escoladigital.pt/pt/estudios/recursos/404857/Ata%2023%20de%20matematica 2. Visualiza o vídeo do Anexo 1 e segue as indicações. 3. Com a ajuda da tabela, que construíste anteriormente, faz a tarefa do TEMA "Unidades de medida de área". NÃO DEVE AVANÇAR PARA A ATIVIDADE ANTES DE REALIZAR, PRIMEIRO, OS ANEXOS ANTERIORES. Área do retângulo Aplica (quando realizar a tarefa TEMA "Unidades de medida de área") a fórmula: $A = b \times h$ ATENÇÃO: > Resolva a tarefa conforme as instruções.	Área do retângulo ou quadrado Equip. Atividades
			X X

Figura 17: Guia de estudo no EaD

Estes guias de estudo contemplavam as aulas do “EstudoEmCasa”, no período da manhã, disponibilizadas pelo Ministério da Educação na RTP Memória destinadas a este ano de escolaridade. Foi uma estratégia adotada pela professora cooperante, porque alguns alunos, inicialmente, não tinham computador. Estratégia que acabou por se prolongar até ao final do ano letivo, pois considerou-se pertinente para revisão de conteúdos que já tinham sido abordados. No período da tarde, as atividades, para cada dia da semana, referiam-se a uma das áreas do saber.

Em conjunto com a professora cooperante percebemos que os manuais acabavam por não fazer sentido neste contexto nem para os nossos alunos, como ferramenta de ensino, pois notámos que os alunos não se envolviam nas atividades, como era pretendido, nem se mostravam motivados, por isso acabámos por propô-los apenas como material de apoio ao estudo. Desta forma, elaborámos diferentes recursos como questionários, que redigimos no Microsoft Forms, atividades de investigação, ficheiros em Power Point que incluíam gravações, realizadas por nós, que iam explicando os conteúdos abordados, bem como, vídeos cuidadosamente selecionados. Acabámos por planificar atividades, maioritariamente, online, que os alunos realizavam e enviavam, para correção, através da plataforma “Teams”. Para os alunos, eram atividades motivadoras, porque utilizavam o computador, e para nós, enquanto professoras, acabavam por facilitar a monitorização das aprendizagens e conseqüentemente, o envio de feedback.

Uma das tarefas que propus aos alunos e que considerei importante para as suas aprendizagens foi uma investigação, intitulada “Vamos investigar a área do retângulo”. Esta investigação tinha como objetivo, não o uso sistemático de fórmulas, mas a compreensão da sua origem e da sua aplicabilidade, conforme Rocha, et al. (2008). Assim, no momento assíncrono os alunos individualmente, realizaram a investigação seguindo as indicações presentes no enunciado que lhes foi disponibilizado. É de salientar que, tinham a liberdade de nos contactar, nos momentos assíncronos, para esclarecer as dúvidas que surgissem. No momento síncrono seguinte, explorámos algumas resoluções, que selecionei previamente, conforme a importância que poderiam ter para as aprendizagens do grupo turma. Geri a sessão utilizando a metodologia de ensino exploratório, nomeadamente a terceira fase – apresentação e discussão das resoluções. Assim, ao longo das diferentes alíneas da investigação incentivei os alunos a apresentarem os seus raciocínios, a justificarem e a discutirem os mesmos. Considero que esta metodologia permitiu que os alunos acompanhassem o raciocínio dos colegas, alargassem estratégias, identificassem e corrigissem os erros ao mesmo tempo que ganhavam confiança, indo ao encontro do que sugere Canavarro (2011) nas suas investigações sobre a apresentação e discussão de resultados no ensino exploratório. O meu papel mediador teve como principal objetivo a promoção da comunicação matemática e a aprendizagem dos alunos, como sugere a autora referida anteriormente. Acredito que como referi em reflexão:

(...) esta atividade e a exploração das resoluções, foi uma estratégia muito importante para que os alunos compreendam que “a geometria deve focar-se na investigação (...) de relações, em vez da memorização de definições e fórmulas” (NCTM, 2007, p. 133), mesmo que estes já estejam familiarizados com as fórmulas, como foi o caso, pois permite que estes demonstrem e corrijam as concepções que tinham acerca das mesmas. (Apêndice VI – Reflexão de 29 de maio de 2020, PPII do 1.º CEB)

Apesar de não ter um par pedagógico, ao longo desta jornada, também não senti essa falta, uma vez que consegui estabelecer com a professora cooperante uma relação de cooperação muito especial. Estávamos sempre em contacto, esclarecíamos dúvidas mutuamente, como por exemplo na elaboração dos materiais online, dividíamos preocupações, sobre o EaD, problemas e encontrávamos soluções em conjunto. Considero que esta relação de entajuda que conseguimos criar, durante esta experiência de ensino para o qual não estávamos preparadas sem a existência de nenhum plano de apoio aos docentes, foi muito benéfica e enriquecedora tanto a nível pessoal como profissional.

1.6. PROFESSOR REFLEXIVO

Quando o professor questiona as suas ações educativas, podemos dizer que está a refletir, processo mental caracterizado por um “vaivém permanente entre acontecer e compreender na procura de significado das experiências vividas” (Oliveira & Serrazina, 2002, p. 5). Esta reflexão permite uma retrospectiva dos acontecimentos, de forma a antecipá-los, contribuindo para a melhoria das práticas educativas. A ausência desta acaba por transformar o professor num refém do sistema educativo, que acaba por realizar práticas rotineiras, certas ou não, impulsionadoras, ou não, de aprendizagens. Os referidos autores salientam ainda, que o professor que não reflete sobre as suas ações, não está a dar a mesma oportunidade de aprender a todos os alunos já que não procura compreender as dificuldades destes nem as possíveis soluções.

Segundo Oliveira e Serrazina (2002, citando Schon, 2000, p. 715) quando o professor, no decorrer da ação educativa, a vai reformulando e ajustando, consoante as situações que vão surgindo, está a refletir na ação. Se a reflexão ocorrer após a prática educativa, o professor está a refletir sobre a ação, pois reconstrói mentalmente a ação para a analisar. Um terceiro tipo de reflexão é a reflexão sobre a reflexão na ação ou meta-reflexão, que ocorre após a reflexão sobre a ação e tem como objetivo primordial a identificação

de problemas, encontrar soluções e aprimorar ocorrências futuras. Assim, para que o professor progrida e melhore a ação educativa e, conseqüentemente, a aprendizagem dos alunos é fundamental refletir na ação, sobre a ação e sobre a reflexão na ação. Ainda que refletir de forma inconsciente faça parte do ser humano, enquanto professora em formação, este processo foi difícil de redigir.

Durante as diferentes PP ocorreram diversas situações, que, levaram a investigadora a reajustar as ações - refleti na ação. Por exemplo, com a turma do 1.º ano, na PPI do 1.º CEB, numa das aulas foi necessário reformular a metodologia de trabalho, pois esta não estava a motivar os alunos para as aprendizagens, como referi em reflexão

reformulei a estratégia para a realização desta tarefa, pois percebi que os alunos tinham alguma dificuldade e mostravam-se desmotivados, diziam que não conseguiam fazer e acabavam por desistir. (Apêndice VII – Reflexão de 11 de dezembro de 2019, PPI do 1.º CEB)

Esta falta de motivação ocorreu numa tarefa de Matemática cujo objetivo era ordenar os números e os símbolos matemáticos, para escrever e resolver uma expressão numérica (exemplo: $3; 7; 4; = e+$, ou seja, $4 + 3 = 7$ ou $3 + 4 = 7$). Mais de metade dos alunos olhava para a tarefa, sem grande iniciativa para a resolver. Quando questionados, mostraram-se desmotivados, alegando que não conseguiam fazer, porque era muito difícil e já tinham tentado. A informação recolhida através da observação contínua permitiu que a professora pensasse nos materiais manipuláveis para motivar os alunos. Por conseguinte, no intervalo dessa manhã, a professora imprimiu para cada aluno os números e símbolos matemáticos necessários à realização da tarefa. Assim, os alunos podiam posicionar os números e os símbolos de diferentes formas, resolver as expressões e, quando chegassem à produção que achassem correta, podiam registá-la. De volta à tarefa, os alunos, mostraram-se motivados com este material, tentaram ordenar e resolver as expressões. Nas adições os alunos conseguiram ordenar e resolver facilmente as expressões numéricas, mas nas subtrações demonstraram dificuldade, em perceber qual o número que representava o aditivo e o número que representava o subtrativo. Ordenado, por exemplo, a expressão numérica da seguinte forma $2 - 9 = 7$. Para colmatar esta dificuldade a professora criou um contexto real, para que os alunos compreendessem que os números representam quantidades de objetos concretos, reais, conforme o diálogo transcrito de uma reflexão:

Prof: Se eu só tiver 2 rebuçados (apontando para o 2), eu consigo dar (apontando para o -) 9 rebuçados (apontando para o 9) a um amigo?

Aluno 5: Não

Prof: Porquê?

Aluno 12: Se eu só tenho 2 rebuçados não posso dar 9, porque 2 é menos que 9. Então tem de ser ao contrário. (Apêndice VII – Reflexão de 11 de dezembro de 2019, PPI do 1.º CEB)

Inserindo um contexto real nesta tarefa, nomeadamente nas expressões que implicavam a subtração, os alunos aparentemente compreenderam que o aditivo tinha de ser superior ao subtrativo. A reflexão na ação permitiu alterar a intervenção com o objetivo de motivar os alunos e promover aprendizagens, bem como, quando se sugeriu um contexto real para as expressões que envolviam a subtração, como sugerem os autores (e.g. Mack (1990) citado em Cardoso (2017); Behr et al. (1993) e Monteiro & Pinto (2005)).

A reflexão sobre a ação era realizada todas as semanas nos diferentes contextos de PP, tanto oralmente, com a professora cooperante e a professora supervisora. Estas reflexões foram muito importantes para a investigadora, uma vez que nelas eram partilhadas e discutidas as suas ações, segundo a perspectiva de terceiros, sempre com o intuito de melhorar as práticas educativas. Nela eram, também, feitas sugestões de estratégias e atitudes, fundamentadas, que podia auxiliar a investigadora a reajustar as suas ações.

A reflexão sobre a ação, oralmente decorria, aparentemente, como era recomendado, mas, ao elaborar o documento, e refletir sobre a reflexão na ação, limitava-se a descrever as situações que ocorriam em sala de aula, sem refletir acerca destas. Desta forma, o verdadeiro objetivo do ato de refletir não estava a ser alcançado, principalmente no que concerne a recolher informações corretas e autênticas sobre as suas ações, as razões para essas ações e as consequências das mesmas, indo contra o que é sugerido por Oliveira e Serrazina (2002). Esta dificuldade de refletir, na opinião da investigadora, emergiu do seu estado emocional em que se encontrava, uma vez que estava a passar por alguns desafios na área pessoal, que afetavam o seu intelecto de forma profunda. Com apoio profissional, e após diversas reflexões sobre esta dificuldade, tanto com as orientadoras como com a supervisora, a investigadora foi gradualmente progredindo na elaboração das mesmas, fundamentando e justificando as suas descrições adequadamente. Considera-se que esta mudança se deveu à melhoria na sua capacidade de abrir a mente, admitindo os seus erros, de ouvir e aceitar opiniões, de se responsabilizar pelas suas ações,

empenhando-se, ainda mais, em todas as situações educativas. Procurou fundamentar-se com autores que estudaram o assunto, como Oliveira e Serrazina (2002), Herdeiro (2007) e Alarcão (2013), o que foi essencial para o seu progresso.

As reflexões começaram a apoiar as práticas da investigadora, levando-a a melhorar as suas planificações, procurando sempre adequar as metodologias e tarefas aos objetivos que pretendia que os alunos alcançassem, e assim como as suas intervenções. Desta forma, foram adquirindo uma maior importância na sua formação. Assim, considera-se que refletir promoveu uma mudança relativamente às suas ideias e atitudes sobre o ensino.

PARTE II - DIMENSÃO INVESTIGATIVA

1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo, são apresentados os motivos que me conduziram à realização desta investigação, o objetivo e as decorrentes questões de investigação. Posteriormente, surgem o contexto e pertinência do estudo e respetiva organização.

1.1. MOTIVAÇÃO, OBJETIVO E QUESTÕES DE INVESTIGAÇÃO

Ao iniciar a Prática Pedagógica no 2.º ciclo, na área de Matemática, foi necessário aprofundar os conhecimentos sobre as orientações curriculares e os conteúdos lecionados, nos quais se incluíam os números racionais não negativos. Nessa época, a leitura de literatura da especialidade (e.g. Monteiro & Pinto, 2005, 2007; Mamede, 2011; Morais et al., 2014; Ponte & Quaresma; 2012), no âmbito da unidade curricular de Didática de Matemática, sobre o ensino e a aprendizagem dos números racionais despertou o interesse da investigadora por investigar esta área. A literatura da especialidade refere-se aos números racionais como uma temática estruturante ao nível cognitivo, promotora do desenvolvimento do raciocínio matemático, e fundamental nas futuras aprendizagens matemáticas dos alunos. Explana, também, a complexidade destes números, bem como, as dificuldades no ensino e na aprendizagem, que emanam das metodologias tradicionalistas adotadas em sala de aula. As investigações realizadas na área referem que a abordagem desta temática deve iniciar-se através de tarefas de partilha equitativa, contextualizadas, em contexto de ensino exploratório.

O conjunto de números racionais despertou o interesse da investigadora, que se propôs investigar esta área recorrendo a uma metodologia ativa, como o ensino exploratório. Deste modo, definiu o seguinte objetivo de estudo: perceber o modo como alunos do 5.º ano de escolaridade resolvem tarefas de partilha equitativa, em contexto de ensino exploratório. Deste objetivo decorreram as seguintes questões de investigação:

- a) Que estratégias apresentam os alunos na resolução de tarefas de partilha equitativa?
- b) Que dificuldades apresentam os alunos na resolução de tarefas de partilha equitativa?

Para responder às questões de investigação e alcançar o objetivo deste estudo, foi implementada uma sequência de tarefas de partilha equitativa, numa turma do 5.º ano de escolaridade, em contexto de ensino exploratório.

1.2. CONTEXTO E PERTINÊNCIA DO ESTUDO

A aprendizagem dos Números Racionais na forma de fração é enfatizada nas orientações curriculares para o 1.º CEB. O Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB), de 2007, aconselhava “uma abordagem intuitiva a partir de situações de partilha equitativa e de divisão da unidade em partes iguais, recorrendo a modelos e à representação em forma de fracção nos casos mais simples” (Ponte et al., 2007, p. 15).

No PMEB de 2013, o ensino e a aprendizagem dos números racionais, nos primeiros anos, continua a ser recomendado, mas são referidas alterações e recomendações à metodologia adotada no ensino. É proposta uma abordagem geométrica partindo, da decomposição de uma reta em segmentos com igual comprimento, enfatizando que os alunos devem ser capacitados para a identificação de frações unitárias, particularmente, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ e $\frac{1}{1000}$ “como medidas de comprimento e de outras grandezas” (Bivar et al., 2013, p. 9). É ainda proposto que a exploração dos números racionais continue com a ordenação, a equivalência e a comparação de frações, não esquecendo as operações de adição e subtração. Findo o 1.º CEB, os alunos devem ser capazes de resolver situações problemáticas que envolvam números racionais e as quatro operações e realizar aproximações destes números.

De acordo com investigadores (e.g. Behr et al., 1983, citados em Pinto, 2011), a importância dos números racionais para a aprendizagem pode ser encarada com base em três perspetivas: (i) *prática*, a capacidade de resolução e compreensão de situações problemáticas do quotidiano é melhorada, pelo facto de conseguirem lidar com estes conceitos; (ii) *psicológica*, pois promove o desenvolvimento das estruturas mentais essenciais ao crescimento cognitivo e, (iii) *matématica*, através da qual são adquiridas novas bases fundamentais para aprendizagem de novos conhecimentos matemáticos.

Os números racionais considerados uma temática estruturante ao nível cognitivo, promotora do desenvolvimento do raciocínio matemático, e fundamental nas futuras aprendizagens matemáticas dos alunos (Barbosa & Vale, 2019; Ventura, 2013), apresentam um elevado grau de dificuldade para os mesmos. Pinto (2011, p. 9), menciona que “a

falta de vivência de experiências concretas (...), necessária à construção da compreensão conceptual de fracção, ou falta de conexão entre estas experiências e os conceitos abstratos” poderá ser um dos motivos para as dificuldades apresentadas pelos alunos. Logo, é necessário recorrer a estratégias que facilitem o ensino e a aprendizagem dos números racionais. A investigação sugere que o professor recorra ao ensino exploratório, através do qual “não procura explicar tudo, mas deixa uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os alunos realizarem” (Ponte, 2005, p.13).

O contexto apresentado justifica a pertinência do estudo, na área do ensino e da aprendizagem de números racionais, por serem um tópico: (i) contemplado no currículo do ensino básico; (ii) de difícil ensino e aprendizagem; e (iii) por ainda ser escassa a investigação em Portugal.

1.3. ORGANIZAÇÃO

A presente dimensão investigativa encontra-se dividida em cinco capítulos essenciais. No primeiro capítulo, são apresentados os motivos que me conduziram à realização desta investigação, o objetivo e as decorrentes questões de investigação. Posteriormente, surgem o contexto e a pertinência do estudo e respetiva organização.

No segundo capítulo apresenta-se literatura de referência que sustentou a investigação, tendo em conta os objetivos da mesma. O capítulo está organizado em três subcapítulos: o ensino e a aprendizagem dos números racionais, o ensino exploratório e as orientações curriculares.

No terceiro capítulo surge, de forma fundamentada, a metodologia adotada neste estudo. Desta forma, apresentam-se as opções metodológicas, nomeadamente o paradigma, a abordagem e o design do estudo. Posteriormente, descrevem-se os procedimentos metodológicos, nomeadamente, os participantes do estudo, sequência de tarefas e implementação, técnicas e instrumentos de recolha dados e respetiva análise.

No quarto capítulo apresentam-se e discutem-se os resultados deste estudo com o objetivo de perceber o modo como alunos do 5.º ano de escolaridade resolvem tarefas de partilha equitativa, num contexto de ensino exploratório. Para tal, apresentam-se e dis-

cutem-se evidências de estratégias e dificuldades apresentadas pelos alunos na exploração das tarefas, de forma a responder às questões de investigação e atingir o objetivo.

O quinto capítulo, o das conclusões, inicia-se com uma síntese do estudo realizado, seguindo-se as principais conclusões. Posteriormente, são apresentadas as limitações do estudo e recomendações para estudos futuros, terminando com uma reflexão final sobre toda a investigação.

2. ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Neste capítulo apresenta-se literatura de referência que sustentou a investigação, tendo em conta os objetivos da mesma. O capítulo está organizado em três subcapítulos: o ensino e a aprendizagem dos números racionais, o ensino exploratório e as orientações curriculares.

2.1. O ENSINO E A APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS RACIONAIS

Os números racionais são considerados um dos conceitos mais importantes no currículo da Matemática (Monteiro & Costa, 1996). De acordo com Gaviraghi (2013), vários investigadores reconhecem que a aprendizagem do conceito de número racional desenvolve nos alunos, “habilidades como compreender e controlar situações do mundo real” e amplificar as “estruturas mentais necessárias para o desenvolvimento intelectual” (p. 10) de futuras aprendizagens, nomeadamente o raciocínio multiplicativo (Streefland, 1991, 1997, citado em Monteiro e Pinto, 2005). Portanto, como refere Sá (2011), o estudo dos números racionais não deve ser realizado “de forma superficial e passageira” (p. 12).

Behr et al. (1983, citados em Pinto, 2011) fundamentam a importância da aprendizagem dos números racionais no ensino básico tendo em conta três perspetivas: (i) *prática*, ou seja, a relação das diferentes representações, à qual somos expostos no nosso quotidiano, “nomeadamente ao nível do sistema monetário, nas percentagens utilizadas em cálculos diversos, artigos e gráficos apresentados em revistas, jornais, televisão, calculadoras e computadores” (Meireles, 2015, p. 24); (ii) *psicológica*, a aprendizagem deste conjunto de números “possibilita a expansão de estruturas mentais que são necessárias ao desenvolvimento intelectual” (Nascimento, 2018, p. 199); (iii) *matemática*,

“dado que a compreensão destes conceitos proporciona uma base para futuros conhecimentos algébricos elementares” (Pinto, 2011, p. 8).

Segundo Behr et al. (1984) e Lamon (2007), os números racionais são considerados um dos assuntos mais complexos e que levantam maior dificuldade no ensino básico, nomeadamente, nas operações elementares e conceitos fundamentais (Mamede, 2011). Vários investigadores (e.g. Monteiro & Pinto, 2005, 2007; Mamede, 2011; Tavares et al., 2017; Sá, 2011) referem dificuldades intrínsecas às próprias frações em contexto escolar, como o facto da sua representação envolver dois números, o que faz emergir dificuldades nos alunos. Um dos erros de cálculo mais frequente ocorre devido à dificuldade de os alunos compreenderem que não estão perante dois números. Por exemplo, na adição de números representados por fração é comum adicionarem os numeradores e os denominadores. Também a mudança no resultado das operações é uma das dificuldades que advém do conhecimento dos alunos em operar com números inteiros. Por exemplo, enquanto que na multiplicação com números inteiros, “um produto é sempre maior que qualquer um dos fatores, e um quociente é sempre menor que o dividendo, o mesmo não acontece com os números racionais não inteiros” (Tavares, et al., 2017, p. 304), o que não é de fácil entendimento para os alunos.

A densidade do conjunto de números racionais é outro motivo que leva a dificuldades na compreensão deste conjunto de números (Monteiro & Pinto, 2005). Isto porque, enquanto no conjunto dos números inteiros, os números sucedem-se uns aos outros, nos racionais isso não acontece, pois “existe sempre pelo menos um número entre eles” (Tavares, et al., 2017, p.304). Os alunos demonstram dificuldades na propriedade de densidade, quando são questionados sobre o número de racionais que existe entre $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$, ou entre 0,2 e 0,3, e respondem que não existe nenhum número (Monteiro & Pinto, 2005). O que contribui para a complexidade na compreensão da densidade, segundo Morais et al. (2018), é o “facto de os números racionais poderem ser expressos através de diferentes representações simbólicas” (p. 27) como fração, numeral decimal e numeral misto. Outras razões que justificam as dificuldades dos alunos na aprendizagem dos números racionais são ainda, os diferentes significados das frações, a conceptualização e os tipos de unidade (Monteiro & Costa, 1996; Monteiro & Pinto, 2007).

De acordo com Monteiro, Pinto e Figueiredo (2005), por norma, em Portugal, a primeira abordagem às frações é realizada com recurso à relação parte-todo, isto é, a partir de

uma figura dividida em partes iguais, relaciona-se a parte com o todo. Monteiro e Pinto (2005) aditam que uma abordagem exclusiva a este significado, provavelmente, induzirá o aluno em erro e contribuirá para que confunda “a relação da parte com o todo, com a relação da parte com a outra parte.” (p.92). Ainda, segundo as autoras, a ênfase dada apenas a um dos significados da fração é um obstáculo à evolução do sentido de número racional, uma vez que os diferentes significados são importantes e ajudam o aluno a ampliar a noção do conjunto de números racionais. O facto de se compreender “um dos significados de fração, não significa ter-se conhecimento do conceito de número racional, pelo que há necessidade de se compreender os vários significados e as suas inter-relações” (Kieren, 1976, citado por Tavares, et al., 2017, p. 304). É essencial que os alunos compreendam que uma fração pode representar uma *quantidade* (dei $\frac{3}{7}$ do meu bolo). Neste caso, as frações referem-se a uma quantidade que resulta de uma “contagem ou de uma medida” e podem ser adicionadas seguindo as regras dos números racionais para encontrar uma nova quantidade. Aqui, o todo é igual à soma das partes, três sétimos adicionados com quatro sétimos, do mesmo bolo, retratam o bolo completo. Uma fração $\frac{3}{7}$ pode, também, representar um *índice comparativo* (na sala de aula estão 3 rapazes para 7 raparigas). Estas frações representam uma relação entre os números e não podem ser adicionadas seguindo as mesmas regras dos números racionais. Neste caso, as quantidades comparadas são de natureza diferente (Nunes, et al., 2005).

Morais et al. (2014), mencionam que a compreensão dos diferentes significados e relações, entre eles, promovem o desenvolvimento do conceito de número racional. Behr, et al. (1992) identificam como diferentes significados da fração a relação parte-todo, quociente, operador, razão e medida. De acordo com Monteiro e Pinto (2007) o significado *parte-todo* surge quando a unidade designada de todo é fragmentada em partes iguais ou equivalentes, ou seja, têm a mesma área. Neste caso, o todo é contínuo, como no exemplo de um bolo (dei $\frac{1}{2}$ do meu bolo). Quando o todo é discreto, a unidade é assumida por um conjunto de objetos iguais, como, por exemplo, 12 berlindes (dei $\frac{1}{2}$ dos meus berlindes ao João). Optando pela unidade contínua ou pela discreta, para trabalhar, relaciona-se o número de partes que se selecciona com o número total de partes do todo. Assim, o denominador assume o número de partes em que o todo é dividido e o numerador o número de partes seleccionadas (Pinto, 2011). Para que os alunos compreendam este significado, devem ser capazes de estabelecer a relação entre as partes e o todo. Neste sen-

tido, Ventura (2013) refere algumas ideias essenciais. O aluno deve distinguir que: (i) ao adicionar todas as partes, obtém a unidade, (ii) quanto mais dividido for o todo, mais pequenas são as partes em que está dividido; (iii) a relação entre o todo e a parte é mantida, apesar da proporção, da forma ou organização das partes.

O significado *quociente* surge em problemas de partilha equitativa e resulta da divisão do numerador, número de objetos a partilhar, pelo denominador, o número de recetores destes mesmos objetos. Como exemplo: existem três chocolates que serão repartidos por cinco crianças. Que parte receberá cada criança? Cada criança receberá $\frac{3}{5}$ do chocolate. O numerador representa os chocolates (o que se partilha) e o denominador o número de crianças pelas quais os chocolates serão partilhados. Trata-se, portanto, de uma relação entre duas quantidades, o que é partilhado e o número de recetores da partilha. Esta fração tem ainda outro significado, ou seja, a quantidade que cada criança recebeu, através da partilha. Encontramo-nos, assim, perante uma divisão e uma fração (Monteiro & Pinto, 2007).

O significado *operador* está relacionado com transformação, ou seja, com divisões e multiplicações sequenciadas (Monteiro & Pinto, 2007). As ações a que o número é submetido, alteram o seu valor, simplificando-o, tal como se observa na seguinte tarefa, tendo, como referência, uma unidade contínua: no almoço dividi meia pizza com os meus amigos, a mim, coube-me um quarto. Quantas partes comi da pizza inteira? – Comi $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$, logo, comi $\frac{1}{8}$ da pizza inteira, ou seja, $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$. Se a unidade for discreta, a sequência de transformações é mais evidente, como por exemplo “Dei três quintos dos meus 20 cromos à Sofia. Quantos cromos lhe dei? Dei-lhe 12 cromos”. Neste caso, o denominador refere-se a uma divisão e o numerador a uma multiplicação. Assim, multiplico 20 por 3 e, de seguida, divido por 5, ou seja, $(\frac{3}{5} \times 20)$. Ventura (2013) refere que, para que o aluno compreenda o significado de fração como operador, é necessário o raciocínio multiplicativo, ou seja, interpretar de forma correta a expressão “tomar a parte da parte de um todo” (p. 45), como, por exemplo, encontrar $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{2}$.

O significado *razão* refere-se a uma relação entre duas partes (parte-parte), ou seja, duas partes do mesmo tipo, de um todo, sendo assim, imprescindível o raciocínio multiplicativo. Este significado fornece-nos uma fração que traduz uma relação (Monteiro & Pinto, 2007). Tomando, por exemplo: na minha turma, a relação entre o número de meninas

e de meninos é de $\frac{3}{4}$. Pretende-se, assim, referir que, por cada três meninas, existem na turma, quatro rapazes.

Para Wheeldon (2008, citada em Ventura, 2013), o significado *medida* é uma reconceptualização do significado parte-todo, já que se trata de uma quantidade em relação a uma unidade quantitativa definida. Segundo a autora, o sentido de medida é construído a partir de três princípios fundamentais (i) relação inversa entre o tamanho da unidade de medida e o número de vezes que essa unidade é necessária para medir determinado objeto; (ii) repartição da unidade de medida em tantas partes quantas forem necessárias; e (iii) repetição da unidade de medida tantas vezes quantas forem necessárias, até que se consiga medir determinado objeto. Assim, para haver compreensão do significado de medida, é necessário “identificar a unidade de medida, determinar um comprimento e medir, através de repetições da unidade de medida” (pp. 45-46). Neste sentido, a aprendizagem da fração como medida está, muitas vezes, associada à utilização da linha numérica, que auxilia os alunos relativamente à conceitualização da relação parte-todo e ao reconhecimento de contextos de equivalência, que derivam de divisões de uma determinada unidade.

No conjunto dos números naturais não existe esta diversidade de significados, que torna o ensino e a aprendizagem dos números racionais mais difícil, mais exigente e consequentemente, morosos. Vários investigadores (e.g. Monteiro & Pinto, 2005; Lamon, 2007; Tavares et al., 2017) salientam que para uma compreensão significativa do conceito de fração, é necessário que se proporcione aos alunos a explorações de “tarefas que contemplem a maioria dos seus significados” (Tavares et al., 2017, p. 304).

A conceptualização da unidade em diversos problemas ou situações envolvendo números racionais é outra das dificuldades inerentes à aprendizagem dos números racionais não inteiros (Behr et al., 1992; Monteiro & Pinto, 2005; Lamon, 2007). Se colocarmos aos alunos a questão: “O Francisco recebe dez euros de semana e o Pedro recebeu o mesmo dinheiro de semanada. O Francisco gastou $\frac{1}{4}$ da semanada em idas ao bowling e o Pedro gastou $\frac{1}{3}$ da semanada em idas ao bowling. Qual dos dois gastou mais?”, respondem erradamente que quem gastou mais foi o Francisco $\frac{1}{4}$. Os alunos acostumados a um ensino baseado na prática de procedimentos, vão comparar estas duas frações, sem considerarem que a unidade de referência é distinta (Monteiro & Pinto, 2005). Os dife-

rentes tipos de unidade, contínua e discreta, podem revelar-se, também, numa perturbação para os alunos na aprendizagem dos números racionais. Pelo facto de uma quinta parte de um chocolate (unidade contínua) não poder ser representada por um número inteiro, mas uma quinta parte de 10 berlindes (unidade discreta) já poder ser representada por um número inteiro. Para a aprendizagem do conceito de unidade de referência Behr et al. (1992, citados em Pinto, 2011), sugerem atividades onde seja solicitado aos alunos a identificação das partes fracionadas, à medida que a unidade de referência varia, por exemplo:

considerando que 8 peças do material de contagem correspondem à unidade, solicitar os alunos para identificarem o valor de uma peça, duas peças, quatro peças, seis peças. Fazer as mesmas solicitações depois de alterar a unidade de referência para 4 peças. (p. 52)

Estes autores também sugerem que estas atividades sobre o conceito de unidade de referência devem ser alargadas a atividades de reedificação da unidade de referência (Pinto, 2011). Por exemplo, solicitando que os alunos identifiquem:

quantas peças do material de contagem correspondem à unidade, quando $\frac{3}{5}$ correspondem a 6 peças do mesmo material. Para os autores estas, actividades reforçam a noção, por exemplo, de que duas metades são iguais ao todo, três terços são iguais ao todo e assim sucessivamente, e ainda a noção de que as fracções não unitárias são iterações das fracções unitárias, ou seja, $\frac{3}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$. (p. 53)

A unidade de referência precisa de ser identificada pelos alunos nas diversas situações problemáticas, para que possam apresentar uma resolução correta das mesmas (Monteiro & Costa, 1996). Deste modo, “a unidade desempenha um papel fulcral, pois uma fracção tem sempre subjacente uma unidade” (Monteiro & Pinto, 2005, p. 95).

Também as diferentes representações de um número racional devem ser exploradas, para que os alunos consigam trabalhar com destreza estes números (Ponte & Quaresma, 2014). Por exemplo, Monteiro e Pinto (2007) identificam as dificuldades mais comuns dos alunos, relativamente aos numerais decimais. A dificuldade de distinguir décima e centésima deve-se, segunda as autoras, a uma leitura incorreta dos números decimais, três virgula dois, que não “evidencia a natureza das ordens e da grandeza dos números”. A leitura correta seria três unidades e duas décimas, onde a ênfase é dada à quantidade. Na comparação de dois numerais decimais, os alunos, interpretam a parte decimal de cada numeral como se fosse um número inteiro, como no seguinte exemplo, 1,67 é su-

perior a 1,7 uma vez que 67 é maior que 7. Neste caso, é evidente a “inferência com a lógica dos números inteiros.” (p. 11). Quando o sistema de numeração decimal não é compreendido conduz os alunos ao erro, quando adicionam “uma centésima ao número 49,09 obtém 49,010 ou mesmo 50” (p. 11), ou quando adicionam um número inteiro com um número decimal, por exemplo, $4 + 2,3 = 2,7$. Este erro, de acordo com Monteiro e Pinto (2007), é frequente em alunos que “aprenderam a colocar vírgulas debaixo de vírgulas sem entenderem os números que estavam a adicionar” (p. 11). Os alunos demonstram ainda, segundo as autoras, que o sistema decimal não foi compreendido, quando não estabelecem relação entre as representações e os números, por exemplo, quando referem que $\frac{1}{7} = 1,7$. Assim, as dificuldades dos alunos estão relacionadas com a passagem dos números inteiros para os números fracionários, já que envolve uma mudança conceptual, pois os números inteiros interferem na conceptualização dos números racionais, na forma de fração e de numeral decimal (Monteiro & Pinto, 2005).

Segundo Monteiro e Pinto (2007) e Mamede (2011), também a representação de números na forma de fração é complexa para os alunos. Por exemplo, quando é necessário compararem $\frac{1}{7}$ e $\frac{1}{6}$, há alunos que referem que $\frac{1}{7}$ é maior que $\frac{1}{6}$, justificando que sete é maior que seis. De acordo com Mamede (2011), para promover a comparação intuitiva de frações é essencial colocar os alunos perante tarefas em que as frações têm o mesmo numerador, ou denominador. A autora enfatiza a importância da compreensão de que quando as frações têm o mesmo denominador, é maior a fração que apresenta maior numerador e, de que quando as frações têm o mesmo numerador, é maior aquela que apresenta menor denominador. Já no caso de denominadores e numeradores diferentes, o aluno deve recorrer à relação proporcional entre as frações. Post et al. (1985, citados em Ponte & Quaresma, 2014) referem que a ordenação e comparação de frações requerem conhecimentos complexos como (i) a dimensão da fração está sujeita à relação entre os “dois números naturais operada pelo símbolo de fração” (p. 1466), (ii) a relação oposta que existe entre o número de partes em que o todo está dividido e a dimensão de cada parte, e (iii) a existência de uma relação direta entre o número de partes seleccionadas e a dimensão da fração quando os denominadores das frações são iguais.

Behr et al. (1984) realizaram um estudo com o objetivo de perceber a compreensão que alunos do 4.º ano tinham da ordem e equivalência de números racionais. O estudo foi realizado ao longo de dezoito semanas durante as quais foram realizadas onze entrevis-

tas a alunos. Com as tarefas que propuseram aos alunos, os autores pretendiam verificar as estratégias às quais recorriam para comparar frações. No resultado do estudo foram relatadas estratégias de acordo com três casos: “frações com o mesmo numerador, com o mesmo denominador e frações com numeradores e denominadores diferentes”. Behr et al. (1984) identificaram duas estratégias válidas, comuns aos três casos, que nomearam de *ponto de referência* e *manipuláveis*. De acordo com os autores, os alunos quando recorriam à estratégia *ponto de referência*, comparavam duas frações com um terceiro número, como no exemplo, $\frac{3}{9}$ é menor que $\frac{3}{6}$, porque $\frac{3}{9}$ é menos que metade. Se $\frac{3}{6}$ representa metade, logo $\frac{3}{9}$ é menor que $\frac{3}{6}$. Quando recorriam à estratégia *manipuláveis*, os alunos recorriam a imagens ou materiais manipuláveis para justificar as respostas, como no exemplo, $\frac{1}{5}$ é menor que $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{4}$ é menor que $\frac{1}{3}$ porque, ao observarem a figura dividida em 5 partes iguais referiam que havia 5 peças para construir o todo, logo $\frac{1}{5}$ seria menor. Behr et al. (1984) identificaram ainda outras estratégias utilizadas pelos alunos, que surgiram devido aos casos particulares, *numerador e denominador*, *apenas denominador*, *número inteiro consistente* e *aplicação de proporções*. A estratégia *numerador e denominador* ocorreu com frações com denominadores iguais e frações com numeradores iguais, já que os alunos justificaram as suas resoluções referindo tanto o numerador como o denominador, ou seja, numeradores diferentes e denominadores iguais, quanto maior for o numerador, maior é a fração ($\frac{1}{4} < \frac{2}{4}$). Quando os numeradores eram iguais e denominadores diferentes, quanto maior for o denominador, menor é a fração ($\frac{1}{5} < \frac{1}{7}$). Os alunos que recorriam à estratégia *apenas denominador*, quando confrontados com frações cujo numerador era igual, justificavam as suas respostas referindo apenas o denominador, por exemplo, $\frac{1}{7}$ é menor que $\frac{1}{5}$, porque quanto maior for o denominador, menor é a quantidade representada pela fração. A estratégia *número inteiro consistente* surgiu quando os denominadores eram iguais e as justificações eram baseadas no tamanho dos numeradores, por exemplo, ao compararem $\frac{4}{30}$ com $\frac{9}{30}$ referiram que $\frac{4}{30}$ era menor que $\frac{9}{30}$, porque 4 é menor que 9. A estratégia *aplicação de proporções* surgiu somente quando os numeradores e denominadores das frações eram distintos. Neste caso os alunos recorreram à razão para encontrar frações equivalentes, por exemplo, $\frac{3}{5}$ não é igual a $\frac{6}{8}$, porque o denominador (5) tinha de ser metade do outro denominador (8), para as fra-

ções serem iguais, o que não acontece. Post et al. (1986) referem ainda outra estratégia utilizada pelos alunos na comparação de frações que designam por *estratégia residual*. Nesta estratégia os alunos podem identificar a quantidade necessária para chegar ao todo, por exemplo, na comparação de $\frac{3}{5}$ com $\frac{6}{8}$, os alunos podem perceber que na fração $\frac{3}{5}$ faltam $\frac{2}{5}$ para chegar ao todo, enquanto que na fração $\frac{6}{8}$ faltam $\frac{2}{8}$ para chegar ao todo, como $\frac{2}{5} > \frac{2}{8}$, logo $\frac{3}{5} < \frac{6}{8}$.

Segundo Behr et al. (1984), ao longo do estudo, os alunos também recorreram a estratégias inválidas na comparação das frações, e tal como as estratégias anteriores, foram incitadas por cada caso específico, por exemplo: (i) *domínio do número inteiro*. Esta estratégia surgiu com frações cujos numeradores eram iguais, neste caso os alunos focavam-se apenas nos valores dos denominadores e justificavam as suas respostas recorrendo a eles como se de números inteiros se tratassem, por exemplo, $\frac{1}{4}$ é menor que $\frac{1}{8}$, porque 4 é menor que 8. Quando as frações tinham numeradores e denominadores diferentes, os alunos compararam-nas separadamente, recorrendo aos números inteiros, por exemplo, $\frac{2}{3}$ é menor que $\frac{4}{6}$, pois 2 é menor que 4 e 3 é menor que 6; (ii) *numerador e denominador incorretos*. Esta estratégia surgiu com frações cujos denominadores eram iguais. Os alunos perante as frações $\frac{9}{13}$ e $\frac{4}{13}$ invertiam a relação entre o numerador e o denominador e comparavam erradamente as quantidades envolvidas, referiam que $\frac{9}{13}$ representava uma quantidade menor que $\frac{4}{13}$, pois comparavam $\frac{13}{9}$ com $\frac{13}{4}$; (iii) *adição*. Os alunos recorreram a esta estratégia quando confrontados com frações com denominadores e numeradores diferentes. Neste caso, adicionavam ao numerador e ao denominador o mesmo número, como, por exemplo, perante a fração $\frac{3}{4}$ referiam que $\frac{3+4}{4+4}$ era igual a $\frac{7}{8}$. No estudo, Behr et al. (1984) ainda referem a categoria “outras”, onde foram incluídas as respostas pouco claras dos alunos ou quando estes argumentavam não saber.

Cardoso (2017) refere uma investigação, realizada por Nunes et al. (2005), sobre a equivalência de frações, onde foi criado um contexto. Assim, sabendo que seis crianças tinham ido a uma pizzeria comer duas pizzas, os alunos tinham de responder às seguintes questões:

(1) Se o empregado trazer uma piza de cada vez, que parte de piza recebe cada criança? (2) Que parte da segunda piza recebe cada um? (3) No total, quantos sextos recebe cada um? (4) Poderiam partilhar a piza de forma diferente se o empregado trouxesse as duas pizzas ao mesmo tempo? (5) Será $\frac{2}{6}$ o mesmo que $\frac{1}{3}$? (p. 63)

Após a análise das estratégias dos alunos, Nunes et al. (2004, citados em Cardoso, 2017) identificaram seis estratégias distintas: *participação e comparação percentual*, na resolução da primeira, segunda e quinta questão. Esta estratégia envolvia a divisão do todo e a representação das frações em causa, com o objetivo de observar se as partes tinham tamanhos iguais; *raciocínio escalar*, estratégia utilizada na resolução da terceira questão, neste caso os alunos estabeleceram uma relação de proporcionalidade direta entre as frações, por exemplo, ao duplicar o número de pizzas, duplica também o número de pedaços de piza que cada criança recebeu; *divisão justa e exaustiva*, foi identificada na resolução da questão quatro, baseada no processo de divisão de cada piza em seis partes iguais; *relação entre as partes e o todo*, estratégia também identificada na resolução da quinta questão, ao justificarem a sua resposta argumentando que “é preciso adicionar três vezes para obter o todo” (p. 64); *combinação de argumentos*, estratégia resultante da combinação de duas estratégias pelos alunos, divisão justa e raciocínio escalar, aquando da resolução das questões; e os *argumentos incompletos* que resultaram da impossibilidade de identificar qualquer estratégia, por estas serem escassas ou indefinidas.

Mack (1990, citado em Cardoso, 2017), na sua investigação, propôs aos alunos duas situações onde era necessário comparar duas frações, $\frac{1}{6}$ e $\frac{1}{8}$. Para uma das situações a comparação das duas frações foi apresentada num contexto real que envolvia pizzas. Nesta situação os alunos, após verificarem que uma piza tinha sido dividida em seis partes iguais e a outra em oito partes iguais, concluíram que uma fatia da piza resultante de uma piza dividida em seis partes, era maior do que uma fatia de piza de uma piza dividida em oito partes iguais. Na outra situação, foram apenas utilizadas representações simbólicas das frações. Nesta situação, quatro de cinco alunos, ao compararem as mesmas frações afirmaram que $\frac{1}{8}$ representava a fração maior, utilizando os denominadores para justificar a resposta, porque oito, era maior que seis.

Segundo Cardoso (2017), o resultado das investigações de Mack (1990) e de Nunes et al. (2004), sugerem que os alunos respondem corretamente, recorrendo aos seus conhecimentos prévios, quando são confrontados com problemas contextualizados e significativos. Assim, Mack (1990, citado em Cardoso, 2017), Behr et al. (1993) e Monteiro e Pinto (2005), consideram que as situações do quotidiano são um ótimo contexto para promover o desenvolvimento dos conceitos matemáticos, pois, potenciam os conhecimentos informais e os conhecimentos matemáticos formais.

Post et al. (1993, citados em Tavares et al., 2017) referem que o pensamento do professor é, provavelmente, um dos aspetos que mais interfere no ensino e na aprendizagem. Segundo Tavares et al. (2017), nos estudos realizados pelo Rational Number Concepts, uma parte considerável dos professores demonstraram dificuldade na matemática que ensinam, evidenciando as mesmas dificuldades que os alunos, ideias primitivas e conceitos errados Lamon (2007) salienta que o tratamento inadequado do campo conceptual multiplicativo e as experiências escolares semelhantes às dos alunos atuais, podem ser a causa das dificuldades evidenciadas pelos adultos, nomeadamente os professores. De facto, a metodologia adotada na abordagem dos números racionais, durante anos, teve como base o facto de os programas de matemática terem atribuído maior importância ao ensino de procedimentos, à utilização de regras e algoritmos, para a manipulação dos racionais e, não tanto, ao sentido do significado do conceito. Moss e Case (1999, citados em Monteiro e Pinto, 2005) analisaram diversos estudos e constataram que os alunos têm dificuldade na aprendizagem dos números racionais devido a uma metodologia de ensino tradicional que elenca quatro aspetos principais:

- 1) Ênfase na sintaxe em detrimento da semântica, isto é o tempo dedicado ao treino de procedimentos é muito maior do que aquele dedicado ao desenvolvimento dos conceitos;
- 2) O ensino não ancora nas tentativas informais de resolução de tarefas por parte das crianças;
- 3) Nas diferentes representações dos números racionais não existe uma ênfase na diferenciação entre os números inteiros e os números não inteiros;
- 4) Os programas tratam as notações dos números racionais como algo que pode ser dado por definição. (p. 90)

De acordo com Nascimento (2008), no início do estudo das frações, usualmente, é apresentada a definição de fração, na qual são identificados os termos da fração (numerador e denominador) seguindo-se a leitura das frações. Logo de seguida, iniciam-se as operações com frações, onde são apresentadas as regras e as técnicas para o cálculo. Ao longo das aulas, os alunos realizam exercícios para a prática de conhecimentos como simplifi-

car frações e determinar o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum. Após um longo período destinado à prática de regras e técnicas, é exigido aos alunos que resolvam problemas que envolvam os números fracionários. De acordo com Monteiro e Pinto (2007), as regras são prematuramente utilizadas pelos alunos sem haver um contexto subjacente e uma compreensão conceptual, o que “promove a falta de conexão entre conceitos e procedimentos e entre números racionais e realidade dos alunos” (Pinto, 2011, p. 9). Para Monteiro e Costa (1996), esta situação leva a práticas inadequadas, pois, os alunos recorrem a símbolos e regras que memorizaram, por isso, “não reconhecem a ligação entre o seu conhecimento dos números e as respetivas regras na resolução de situações na sala de aula de matemática” (p. 62). Desta forma, os alunos apresentam dificuldades devido a uma metodologia de ensino, mecanizada e abstrata, baseada na memorização e na repetição como processo que leva à fixação (Dante 1987, citado por Nascimento, 2008). Segundo Nascimento (2008), a “repetição conduz à automatização e à mecanização cega” (p. 197).

Silva (2012) salienta que um ensino mecanizado dos números racionais, leva a dificuldades na compreensão de que frações com numeradores e denominadores distintos, podem representar uma mesma quantidade (noção de fração equivalente). Segundo a autora, os alunos até demonstram saber como obter uma fração equivalente, multiplicando o numerador e o denominador pelo mesmo número, mas de forma automatizada pela regra que lhes foi inculcada. A ausência de resposta, dos alunos, à questão “Porque $\frac{1}{3}$ e $\frac{3}{9}$ são frações equivalentes?”, permite perceber que lhes falta a compreensão deste conceito. Os alunos devem compreender que apesar de o todo (unidade) ser o mesmo, o número de partes consideradas nele aumentou, bem como, aumentou o número de partes selecionadas (Quaresma, 2010). Já Mamede (2011) referiu esta dificuldade, justificando-a com o facto das frações, que representam a mesma quantidade, puderem ser “representadas por diferentes símbolos escritos” e designadas por “diferentes palavras (um meio, dois quartos, três quartos, ..., etc)” (p. 2). O ensino e a aprendizagem ainda se tornam mais complexos, segundo esta autora, se

pensarmos que as mesmas palavras e os mesmos símbolos escritos podem referir-se a quantidades distintas. Por exemplo, metade ($\frac{1}{2}$) de 8 ou metade ($\frac{1}{2}$) de 6 não representam a mesma quantidade, não pertencendo assim à mesma classe de frações equivalentes. (p. 2)

Um tipo de ensino que dedica muito tempo ao treino de procedimentos leva os alunos a responder corretamente quando confrontados com situações de cálculo rotineiro, mas, de acordo com Monteiro e Pinto (2005), cria neles a ilusão de que compreendem o que estão a fazer. No entanto, para as autoras, os alunos nem sempre conseguem resolver um problema recorrendo a símbolos matemáticos, mas resolvem-no facilmente se recorrerem a representações icónicas. Neste sentido, as representações desempenham um papel essencial no desenvolvimento deste conceito matemático, por serem ferramentas importantes de comunicação, compreensão e desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2007). Assim, as representações surgem como uma das competências matemáticas da comunicação. Elas envolvem traduzir um determinado problema ou ideia em símbolos, desenhos, diagramas, tabelas, gráficos, entre outros, ajudando a tornar mais concretas as ideias matemáticas (Ventura, 2013).

Nos primeiros anos de escolaridade, os alunos devem ser incentivados a criar representações informais, como o desenho, ou a utilizar objetos, ou figuras. A partir do 3.º ano, estas representações já podem e devem incluir gráficos, tabelas e símbolos matemáticos. Mais tarde, no 2.º CEB, devem ser enriquecidas com simbologia algébrica em simultâneo com representações visuais e numéricas (NCTM, 2007). Segundo Bruner (1962, citado em Boavida et al., 2008), as representações de ideias matemáticas podem ser de três tipos: (i) representações *ativas*, com recurso a material manipulável, figuras ou objetos. Este manuseamento é importante pela premissa de que “o conhecimento surge através da ação” (p.71) e promove simulações de situações problemáticas e modelos ilustrativos, auxiliando na construção dos conceitos; (ii) representações *icónicas* associadas à organização visual, através da utilização de figuras, esquemas, diagramas ou desenhos, que demonstrem e expliquem conceitos, procedimentos ou conexões entre eles. Estas representações afastam-se do concreto e do físico; e (iii) representações *simbólicas* que incluem a linguagem simbólica matemática e o conjunto de regras para trabalhar matematicamente com compreensão. Boavida et al. (2008) mencionam que as diferentes representações não devem ser entendidas como independentes ou “alternativas umas às outras. Na verdade, podem ser usadas simultaneamente ou segundo várias combinações que estão presentes ao longo de toda a vida” (p. 71).

Uma metodologia de ensino construtivista em que “o conhecimento é activamente construído pelo sujeito cognosciente e não passivamente recebido do meio” (Matos & Serrazina, 1996, p. 83) promove a aprendizagem e diminui as dificuldades (Ventura, 2013). Nesta perspectiva de ensino, as experiências espontâneas dos alunos, na tentativa de atribuírem um significado aos números racionais, devem ser consideradas, já que são o ponto de partida para o desenvolvimento de conceitos e de conexões entre eles e levam os alunos a aprendizagens significativas.

A metodologia utilizada na abordagem dos números racionais deve incluir experiências promotoras de compreensão conceptual, para que os alunos adquiram a capacidade de distinguir os diferentes significados de fração, consigam estabelecer conexões entre as diferentes relações dos significados, e assim sejam capazes de fazer opções adequadas, no que concerne à escolha das operações, utilizando os números racionais com destreza (Barbosa & Vale, 2019). Segundo Lamon (2007), é importante que os alunos trabalhem as diferentes aceções sem utilizar uma interpretação única, pois essa exclusividade impede-os de movimentar e regular o raciocínio quando lhes é apresentada uma nova situação problemática.

Monteiro e Pinto (2007) referem que o estudo dos números racionais pode ser iniciado recorrendo a problemas contextualizados e significativos, “que conduzam à linguagem das frações e que, durante os 3.º e 4.º anos, podem ser, progressivamente, introduzidas simbologias formais” (p. 5). Aquele tipo de problemas promove o uso de estratégias informais, extremamente importantes, já que são uma referência para o início de aprendizagens significativas das frações (Monteiro et al., 2005). Ainda, de acordo com Monteiro e Pinto (2007), problemas que contemplem a partilha equitativa permitem que os alunos mobilizem os seus conhecimentos prévios e que os “diferentes modos de resolução (desenhos, esquemas ou símbolos) sejam postos em comum e discutidos” (p. 5). Para as autoras discutir e partilhar ideias é fundamental, pelo que estes momentos devem ser aproveitados para levar os alunos a explorarem intuitivamente as frações e os seus distintos significados, bem como as operações com frações, como a multiplicação, a soma e a subtração. Explorar estes conceitos de forma intuitiva é essencial, uma vez que ajuda os alunos a ultrapassarem algumas dificuldades, nomeadamente, quando operam com frações, evitando que adicionem ou subtraíam os numeradores e os denominadores na adição e subtração de frações, adicionem uma fração própria com uma im-

própria para obter a unidade e não interpretem o resultado e que ao dividirem assumam o divisor como dividendo e refiram que o quociente deve ser inferior ao dividendo (Monteiro & Pinto, 2007).

Uma metodologia de ensino construtivista, que coloque o aluno no centro da sua própria aprendizagem, através de tarefas exploratórias contextualizadas de partilha equitativa poderá melhorar a compreensão do conceito de fração. Estas tarefas promovem a aprendizagem com compreensão e significado dos termos de uma fração, a relação entre eles, as diferentes representações, a equivalência, a ordenação e as operações com frações.

2.2. ENSINO EXPLORATÓRIO NA MATEMÁTICA

O ensino exploratório ou “ensino por descoberta” (Ponte, 2005, p.13) é uma abordagem de ensino construtivista que pretende colocar o aluno no centro da sua aprendizagem. Esta metodologia de trabalho não defende que os alunos descubram autonomamente os conceitos matemáticos que devem aprender, muito menos que inventem “conceitos e procedimentos” ou adivinhem as suas designações. “Muito menos advoga que isso acontece enquanto o professor espera tranquilamente sentado pelos rasgos iluminados e criativos dos seus alunos (Canavarro, 2011, p.11). Nesta abordagem de ensino, os alunos “aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão colectiva” (Canavarro, 2011, p. 11). O papel do professor será o de moderar, gerir as intervenções e orientar os conteúdos. Esta metodologia de trabalho assume-se como fortemente interativa, por ser um processo de aprendizagem individual e coletivo, pois promove a interação dos alunos com o conhecimento matemático e a interação com os colegas e professor, que permite fazer emergir processos de negociação de significados (Ponte, 2005).

Canavarro (2011) menciona que para desenvolver aulas de ensino exploratório é importante que o professor se prepare para: (i) escolher tarefas providas de potencial para as aprendizagens matemáticas; (ii) antecipar as resoluções dos alunos; (iii) prever o tempo necessário à realização e discussão das tarefas; (iv) controlar o nível de ajuda ao longo do trabalho autónomo para surgirem diferentes resoluções; (v) prever recursos que simplifiquem a comunicação durante a discussão da tarefa; (vi) dirigir a discussão de forma

a provocar aprendizagens; e (vii) fomentar um ambiente que desperte nos alunos a vontade de participarem ativamente.

As aulas de ensino exploratório, segundo Canavarro et al., (2014), podem ser desenvolvidas em quatro fases sendo estas: a introdução da tarefa, a realização da tarefa, a discussão da tarefa e a sintetização das aprendizagens. A primeira fase, *introdução da tarefa*, deve ser realizada pelo professor. As autoras referem que nesta fase o professor faz uma leitura e uma interpretação da tarefa, que deve ser clara para que os alunos consigam compreender o que é pedido, os meios que estão ao seu dispor para efetuar o trabalho e para se sentirem desafiados e motivados. Porém, salientam que os alunos também devem ler individualmente o enunciado da tarefa, interpretar o que leram e, se necessário, questionar o professor sobre algum aspeto que não compreenderam.

Na segunda fase do ensino exploratório, *realização da tarefa*, os alunos devem realizar a tarefa autonomamente, em pequenos grupos ou a pares. O trabalho individual não será o mais adequado, apesar de possível, porque é muito importante que os alunos argumentem, partilhem e discutam ideias. Esta interação, de trabalho de grupo, deve ter como objetivo chegar a um consenso, registar as estratégias de resolução e uma conclusão que possa servir de suporte à apresentação, a efetuar na fase seguinte (Ponte, 2010). O professor, nesta fase, deve auxiliar os alunos na preparação para a apresentação da tarefa e, em simultâneo, selecionar e estabelecer a sequência destas apresentações na discussão coletiva, de forma a promover a conexão entre as ideias (Canavarro et al., 2014). Neste sentido, as ações do professor devem revelar um conjunto de intenções relacionadas com os objetivos das aprendizagens, garantir o desenvolvimento das tarefas pelos alunos, e manter o desafio cognitivo e a autonomia dos alunos. O professor deve responder às questões dos alunos, de forma a não comprometer o nível cognitivo da tarefa e os objetivos da aprendizagem, ou seja, deve questioná-los, pedindo justificações e clarificações, podendo dar sugestões de forma a promover o raciocínio, não devendo por isso “validar a correção matemática dos alunos” (Canavarro et al., 2014, p. 5).

A terceira fase do ensino exploratório é a *discussão da tarefa*. O professor desempenha um papel importante e decisivo, de orientador e mediador. Nesta fase, o papel do professor é preponderante na seleção das estratégias e na regulação da discussão. Os alunos devem apresentar e discutir o trabalho desenvolvido anteriormente, recorrendo às representações que acharem mais adequadas. A discussão das resoluções em grande grupo

promove a “construção conjunta de ideias, através da partilha de pensamentos do ouvir e responder às ideias dos outros e da negociação de significados” (Menezes et al., 2014, p. 153). Permite que os alunos acompanhem os raciocínios, alarguem estratégias, identifiquem e corrijam erros, enquanto ganham autoconfiança. Por estes motivos, o professor deve incentivar os alunos a clarificarem as ideias, através da colocação de questões que os encaminhem na comparação e no confronto de resoluções, bem como na identificação dos erros matemáticos. Neste sentido, o discurso do professor possui uma natureza reguladora da aprendizagem, cujos principais, objetivos, são “promover a comunicação matemática e a aprendizagem dos alunos” (Menezes et al., 2014, p. 155).

A quarta e última fase na prática de ensino exploratório da Matemática, é a *sistematização das aprendizagens*. Nesta fase os alunos devem ser incentivados a focar e a reconhecer a importância da sistematização dos conhecimentos matemáticos que as tarefas proporcionam, registando-os no seu caderno diário. Neste momento, o professor deve assumir um papel mais diretivo, orientando os alunos na identificação, clarificação e definição dos conceitos e procedimentos matemáticos, e incentivando-os a demonstrarem que são capazes de estabelecer “ligações com conceitos (...), procedimentos ou capacidades transversais anteriormente trabalhados” (Oliveira et al., 2013, p. 5). Desta forma, o professor estará a dar a oportunidade de os alunos, refletirem matematicamente, aperfeiçoarem “conceitos e procedimentos conhecidos e já aplicados”, estabelecerem “conexões com situações anteriores, e/ou reforçar aspetos fundamentais dos processos matemáticos transversais” (Canavarro, et al. 2014, p. 220).

O ensino exploratório da Matemática, de acordo com Canavarro (2011), permite que os alunos tenham a “possibilidade de ver os conhecimentos e procedimentos matemáticos surgir com significado e, simultaneamente, desenvolver capacidades matemáticas, como a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemática” (p. 11). Para isto acontecer, a autora salienta a importância do papel e da ação do professor, que se inicia com a escolha das tarefas e o delineamento da respetiva exploração matemática. Assim, o professor deve organizar as situações de aprendizagem em diversas tarefas desafiantes, procurando sempre desenvolver o raciocínio e a comunicação dos alunos, fazendo emergir o conhecimento matemático em todos os processos de negociação de significados (Canavarro, 2011; Ponte, 2005). Por este motivo, as tarefas devem ir ao encontro dos interesses e das experiências do aluno, tornando-se, assim, numa fonte de motivação

para a sua resolução. Ainda no que concerne às características das tarefas, Ponte (2014) refere que estas devem:

envolver os alunos em atividades intelectuais; desenvolver as compreensões e capacidades matemáticas dos alunos; estimular os alunos a fazer ligações e a desenvolver um quadro coerente de ideias matemáticas; exigir a formulação e resolução de problemas e o raciocínio matemático; promover a comunicação acerca da Matemática; representar a Matemática como uma atividade humana em constante desenvolvimento; mostrar sensibilidade; apoiar-se nas experiências e disposições dos alunos; promover o desenvolvimento da disposição de todos os alunos para fazer Matemática. (p. 17)

As tarefas que se apresentam aos alunos devem ser diversificadas, pois, cada uma possui um papel importante na aprendizagem. Ponte (2005) refere que o grau de desafio matemático e o grau de estrutura são duas dimensões essenciais das tarefas. Os exercícios e as explorações são tarefas de desafio reduzido, mas diferem quanto à estrutura. Enquanto os exercícios são tarefas fechadas, que permitem que os alunos coloquem em prática e consolidem os conhecimentos adquiridos, as explorações são tarefas relativamente abertas, onde os alunos podem começar por trabalhar sem que haja muito planeamento, ou seja, o aluno tem uma maior liberdade na sua exploração. Já o grau de dificuldade dos problemas e das investigações é mais elevado, mas, tal como nas tarefas anteriormente, diferem quanto à sua estrutura. Os problemas são considerados, pelo autor, tarefas fechadas, uma vez que é necessário ter e aplicar conhecimentos matemáticos na sua resolução, enquanto as investigações são consideradas tarefas abertas. Estas permitem que os alunos, a partir das informações e das questões do enunciado, tenham mais trabalho tanto na elaboração de estratégias de resolução como na “formulação específica das próprias questões a resolver” (p.5).

Durante a planificação desta metodologia de trabalho, ensino exploratório, é crucial que o professor conheça muito bem as tarefas que vai propor e antecipe as estratégias às quais os alunos poderão recorrer para a realização das mesmas. Para tal, deve resolver as tarefas de inúmeras formas utilizando estratégias e representações diversificadas e prever possíveis resoluções e dificuldades que os alunos possam demonstrar na realização das mesmas, pois como refere Canavarro (2011) “só experimentando a matemática implícita numa tarefa se consegue imaginar algumas das dificuldades que esta pode colocar aos outros” (p. 13). Esta antecipação é essencialmente uma previsão que o professor realiza de como os alunos poderão abordar as tarefas propostas e tem como objetivo

relacionar as produções dos alunos com os propósitos matemáticos estabelecidos. Facilita o trabalho do professor na sala de aula, por conferir-lhe segurança no decorrer da exploração das tarefas, e permite que possa preparar as discussões matemáticas de forma a alcançar as aprendizagens definidas (Canavarro, 2011).

Por fim, nesta metodologia de trabalho de ensino exploratório identificam-se dois elementos-chave: as tarefas propostas aos alunos e a forma de trabalhar. Neste contexto, as tarefas são importantes, não em si mesmas, mas devido ao caminho que os alunos percorrem para as resolver, pois, o que aprendem resulta da reflexão por elas imposta (Ponte, 2005).

2.3. ORIENTAÇÕES CURRICULARES - NÚMEROS RACIONAIS

Na abordagem dos números racionais, no Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB, 2007) referia-se que a aprendizagem das frações carecia de um trabalho persistente, pelo que se recomendava o seu início no 1.º CEB, de forma intuitiva, partindo de “situações de partilha equitativa e da divisão da unidade em partes iguais, envolvendo quantidades discretas e contínuas” (Ponte et al., 2007, p. 17). Assim, aconselhava-se a recorrer a modelos e a representações, nos casos mais simples, através de palavras, desenhos, esquemas e frações. No PMEB (2007) preconizava-se, ainda, que a aprendizagem das frações fosse efetuada de forma gradual, partindo da exploração de tarefas simples, que contemplassem a partilha equitativa e, que fossem progressivamente, trabalhados os outros significados de fração. Mais especificamente, no 1.º e 2.º ano do 1.º ciclo, no PMEB (2007) mencionava-se, como objetivos específicos, para o estudo dos números racionais:

identificar a metade, a terça parte, a quarta parte, a décima parte e outras partes da unidade, e representá-las na forma de fração”; compreender e usar os operadores de dobro: triplo, quádruplo e quántuplo e relacioná-los, respectivamente, com a metade, a terça parte, a quarta parte e a quinta parte. (Ponte et al., 2007, p.17)

Para o 3.º e 4.º anos, a abordagem contextualizada que o PMEB (2007) preconizava no 2.º ano, para o estudo dos números racionais, mantinha-se na exploração dos restantes significados da fração. Relativamente às várias representações dos números racionais, destacava-se que o professor deveria estimular e auxiliar os alunos a trabalhar os números racionais e a estabelecer conexões entre as diferentes representações dos mesmos.

Neste PME (2007) enfatizava-se o dinheiro como o contexto mais propício para trabalhar as representações decimais dos números racionais, devido à relação do euro com o cêntimo. Os objetivos estabelecidos para estes dois anos de ensino pretendiam levar os alunos a:

compreender fracções com os significados quociente, parte-todo e operador; reconstruir a unidade a partir das suas partes; resolver problemas envolvendo números na sua representação decimal; ler e escrever números na representação decimal (até à milésima) e relacionar diferentes representações dos números racionais não negativos; comparar e ordenar números representados na forma decimal; localizar e posicionar números racionais não negativos na recta numérica; estimar e calcular mentalmente com números racionais não negativos representados na forma decimal; adicionar, subtrair, multiplicar e dividir com números racionais não negativos na representação decimal; compreender que com a multiplicação (divisão) de um número por 0,1, 0,01, e 0,001 se obtém o mesmo resultado do que, respectivamente, com a divisão (multiplicação) desse número por 10, 100 e 1000. (Ponte et al., 2007, p.19)

Tal como no PME (2007), também, o NCTM (2007) sugere que os alunos mais novos tenham o primeiro contacto com os números racionais, através de situações informais. Acrescenta que as fracções mais comuns devem surgir de acontecimentos reais com significado para os alunos.

No PME (Ponte et al., 2007) no que concerne ao 2.º CEB referia que os alunos deviam, com o intuito de aprofundar o sentido de número, aprofundar a noção e a representação de números racionais, compará-los e ordená-los, operar com estes números, fazer estimativas e trabalhar as percentagens. Para tal, foram estabelecidos os seguintes objetivos, que deveriam ser atingidos pelos alunos, no final do 2.º Ciclo:

Compreender e usar um número racional como quociente, relação parte-todo, razão, medida e operador; comparar e ordenar números racionais representados de diferentes formas; localizar e posicionar na recta numérica um número racional não negativo representado nas suas diferentes formas; representar sob a forma de fracção um número racional não negativo dado por uma dízima finita; adicionar, subtrair, multiplicar e dividir números racionais não negativos representado em diferentes formas; compreender o efeito de multiplicar (dividir) um número racional não negativo por um número menor que 1; compreender a noção de inverso de um número; calcular a potência de expoente natural de um número racional não negativo, representado nas suas diferentes formas; identificar e dar exemplos de fracções equivalentes a uma dada fracção e escrever uma fracção na sua forma irredutível; utilizar estratégias de cálculo mental e escrito para as quatro operações usando as suas propriedades; determinar o valor aproximado de um número e estimar a res-

posta a problemas envolvendo números inteiros e racionais não negativos; compreender a noção de percentagem e relacionar diferentes formas de representar uma percentagem; traduzir uma fracção por uma percentagem e interpretá-la como o número de partes em 100; calcular e usar percentagens; resolver problemas que envolvam números racionais não negativos. (pp. 34-35)

No PMEB (2007) retirava-se o foco do ensino do professor e colocava-se no aluno, que estava no centro da aprendizagem. Deste modo, sugeria-se que a construção de conceitos, através da exploração de tarefas, fosse realçada de forma intuitiva, valorizando os conhecimentos prévios e as representações informais dos alunos. Assim, em vez de o professor expor as novas ideias, estas surgiam através da síntese do trabalho dos alunos.

Em 2013 surge nova organização curricular no âmbito da matemática, com diferenças significativas em relação ao PMEB de 2007, nomeadamente no que concerne à abordagem dos números racionais. As frações deixam de ser abordadas de forma intuitiva, a partir do 2.º ano, para passarem a ser introduzidas geometricamente, ou seja, os alunos têm de decompor um segmento de reta em segmentos de igual comprimento. Assim, percebe-se que é privilegiada a fração como medida. Ainda neste ano de escolaridade, segundo o PMEB de 2013, os alunos, deviam conseguir “dividir a unidade, fixar um segmento de reta como unidade e identificar as “frações $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$, como números, tal como se verifica nas de comprimento e de outras grandezas” (Bivar et al., 2013, p. 9).

No 3.º ano, o PMEB de 2013 menciona que os alunos devem compreender e conseguir realizar a adição e a subtração de frações, que tenham o mesmo denominador, sendo, no mesmo ano, introduzidos os conceitos de fração equivalente e fração própria, numerais mistos e a representação em números decimais.

De acordo com o PMEB de 2013, no fim do 1.º CEB, os alunos devem ser capazes de multiplicar e dividir números racionais não negativos na forma de fração, construir frações equivalentes e simplificar frações. Para além da resolução de problemas (Bivar et al., 2013), começa também a ser abordada no 4.º ano de escolaridade, a representação dos números racionais em forma de dízima finita.

O PMEB (Bivar et al., 2013), para o 5.º ano, recomenda o aprofundamento do estudo dos números racionais não negativos, sobretudo na comparação e simplificação de fra-

ções, aproximação e arredondamento de números racionais, sendo que, acrescenta o conceito e estudo de frações irredutíveis, numerais mistos e operações com estes numerais. Resolver problemas que envolvam números racionais, representados em forma de fração, dízimas, percentagem e numerais mistos, que impliquem vários passos, também é um dos objetivos a atingir pelos alunos deste ano de escolar.

No PMEB (Bivar et al., 2013), o foco da aprendizagem deixa de ser o aluno passando a ser o professor, através de métodos formalizados e sistemáticos de ensino. Já no PMEB (Ponte et al., 2007) se preconizava um ensino e aprendizagem numa perspetiva construtivista, que ancora nos conhecimentos intuitivos/informais dos alunos e os transporta para conhecimentos mais formais, promovendo, de acordo com os dados da investigação (e.g. Ponte & Quaresma, 2012; Monteiro & Pinto, 2005; Ventura, 2013), aprendizagens significativas.

3. METODOLOGIA

No presente capítulo apresenta-se e justifica-se a metodologia adotada neste estudo. Desta forma, surgem as opções metodológicas, nomeadamente o paradigma, a abordagem e o design do estudo. Posteriormente, descrevem-se os procedimentos metodológicos, nomeadamente, os participantes do estudo, sequência de tarefas e a sua implementação, as técnicas e os instrumentos utilizados na recolha e tratamento dos dados, bem como na análise de dados.

3.1. OPÇÕES METODOLÓGICAS

A presente investigação teve como objetivo perceber o modo como os alunos do 5.º ano de escolaridade resolvem tarefas de partilha equitativa, em contexto de ensino exploratório. Para atingir o objetivo adotou-se o paradigma interpretativo, com uma abordagem essencialmente qualitativa. Foi implementada uma sequência de tarefas, numa turma do 5.º ano de escolaridade, visto que a intenção era descobrir significados, interpretar e compreender, através de ações recíprocas, entre quem investiga e quem é investigado (Coutinho, 2013). Nesta perspetiva, “(...) o investigador está preocupado com uma compreensão absoluta e ampla do fenómeno em estudo. Ele observa, descreve, interpreta e aprecia o meio e o fenómeno tal como se apresentam, sem procurar controlá-los” (Freixo, 2010, p.146). Vale (2004) refere que o *estudo de caso* é a metodologia mais

indicada numa investigação em educação e que vai ao encontro da abordagem do paradigma interpretativo. Yin (como citado em Vale, 2004, p. 19) menciona que:

o estudo de caso é uma metodologia adequada quando as questões do “como” e “porquê” são fundamentais, quando o investigador tem muito pouco controlo sobre os acontecimentos e quando o objecto do estudo é um fenómeno que se desenrola em contexto real e para o qual são necessárias fontes múltiplas de evidências para o caracterizar.

Segundo Baptista e Sousa (2013), o estudo de caso é a investigação de um só fenómeno, cujo tempo e ação são limitados, e cuja informação pormenorizada é recolhida pelo investigador. Não é obrigatório que o caso abranja só um indivíduo. O caso pode, também, tratar-se de um grupo (Coutinho, 2013). É um estudo intenso e pormenorizado de um sujeito bem delimitado, um caso, ímpar, singular, distinto e complexo. Vale (2004) menciona algumas características inerentes ao *estudo de caso* em educação: (1) particular – porque se foca numa situação específica; (2) descritivo – porque o produto do estudo é “uma descrição rica e completa com que se pretende interpretar os significados do fenómeno em estudo” (p. 20); (3) heurístico – porque elucida o investigador acerca do fenómeno e é de melhor compreensão para o leitor; (4) indutivo – porque se apoia no raciocínio indutivo. Na presente investigação adotou-se um *design* de estudo de caso a turma que participou no estudo, já que o foco da investigação foi perceber o modo como alunos do 5.º ano de escolaridade resolvem tarefas de partilha equitativa, em contexto de ensino exploratório.

3.2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

3.2.1. PARTICIPANTES

Esta investigação foi realizada ao longo da prática pedagógica supervisionada do 2.º CEB, realizada pela investigadora, numa turma do 5.º ano de escolaridade de uma escola pública do centro do país, durante o 1.º semestre do mestrado de Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB. A professora cooperante e colega de Prática Pedagógica da investigadora também participaram na investigação, como observadoras.

A turma era constituída por vinte e três alunos, dez do sexo feminino e treze do sexo masculino, com idades compreendidas entre os nove e os doze anos, todos, residentes

nas freguesias abrangidas pelo agrupamento. Na turma havia cinco alunos com retenções no seu percurso escolar. Dois destes encontravam-se a repetir o 5.º ano, com mais do que uma retenção, enquanto os outros três tinham ficado retidos um ano no 1.º CEB. Ainda, um dos alunos da turma recusava-se a integrar o grupo de trabalho em que tinha sido inserido. Este aluno tinha um historial escolar e social complicado devido à falta de assiduidade, tanto nas aulas como nas diversas avaliações, ao longo do percurso escolar manifestando um comportamento que destabilizava a turma em geral. Perante este cenário, a professora cooperante decidiu colocá-lo a trabalhar individualmente. Outro aluno, devido à dificuldade na aprendizagem, frequentou o apoio educativo, fora da sala de aula, durante a implementação da sequência de tarefas. Deste modo, só 21 alunos participaram no estudo.

3.2.2. SEQUÊNCIA DE TAREFAS E IMPLEMENTAÇÃO

A sequência de tarefas (Apêndice IX) foi adaptada das propostas por Monteiro e Pinto (2007), com o intuito de ir ao encontro da realidade e do interesse dos alunos, de forma a motivá-los. Os conteúdos programáticos dos Números Racionais, no domínio Número e Operações, foram trabalhados segundo uma abordagem intuitiva, enfatizada no PMEB (2007).

A implementação da sequência de tarefas seguiu uma metodologia de ensino exploratório, conforme sugerem Canavarro et al. (2014), por privilegiar a comunicação entre os alunos e o papel ativo na construção dos seus conhecimentos. Deste modo, a realização de cada tarefa contemplou quatro fases: (i) introdução da tarefa; (ii) realização da tarefa por parte dos alunos; (iii) discussão das tarefas; e (iv) sistematização das aprendizagens. Assim, os alunos quando iniciavam a exploração de uma tarefa, já tinham explorado e discutido as diferentes estratégias da tarefa anterior, assim como sistematizado as aprendizagens matemáticas realizadas com a exploração da tarefa anterior. Salienta-se o facto de, na primeira tarefa, as quatro fases do ensino exploratório terem sido adotadas para cada uma das alíneas. Porém, após a realização da primeira tarefa e uma reflexão sobre o trabalho realizado, percebeu-se que o tempo era muito limitado para a implementação das referidas quatro fases por alínea, pelo que se optou por implementar as mesmas por cada tarefa e não por alínea.

As tarefas foram implementadas ao longo de duas semanas, sendo que, em cada semana foram dinamizadas três aulas de cinquenta minutos, totalizando seis aulas.

No que se refere à organização da turma, esta foi dividida em cinco grupos, quatro grupos de quatro alunos e um grupo constituído por cinco alunos. Os grupos foram constituídos tendo em conta as dificuldades e os conhecimentos evidenciados na disciplina de matemática, de modo a formarem-se grupos de trabalho heterogéneos.

O principal objetivo da sequência de tarefas (Apêndice IX) era o desenvolvimento do sentido de número fracionário positivo em alunos do 5.º ano de escolaridade, através de tarefas de partilha equitativa, conforme sugerem Monteiro e Pinto (2007), para uma primeira abordagem aos números racionais. As tarefas contextualizadas e significativas para os alunos foram exploradas partindo das estratégias informais destes, uma vez que estas são uma referência para a aprendizagem significativa das frações (Monteiro et al., 2005).

Na Tabela 1, apresentam-se os objetivos específicos que se pretendem atingir com a resolução de cada tarefa.

Tabela 1: Descrição e objetivos das tarefas

Enunciado		Descrição	Objetivos
Tarefa 1 A Matilde celebrou o seu 11º aniversário e a mãe fez três pizzas para a sua festa. A Matilde e os três amigos que convidou dividiram igualmente as três pizzas.	1.1 Que parte de pizza comeu cada criança? Explica o teu raciocínio.	Fazer a partilha equitativa de uma unidade contínua dividindo 3 pizzas em 4 partes iguais	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas de partilha equitativa através de estratégias pessoais; • Explorar a linguagem das frações; • Compreender a fração como quociente; • Representar número racional em forma de fração e numeral decimal; • Comparar frações com a unidade. • Comparar frações e números decimais. • Identificar e comparar frações equivalentes
	1.2 Cada criança comeu mais que uma pizza ou menos que uma pizza? Explica o teu raciocínio.	Comparação de frações com a unidade: $\frac{3}{8}$ maior ou menor do que 1 pizza.	
Tarefa 2 Se em vez de três crianças a Matilde convidasse sete, as três pizzas teriam de ser divididas igualmente pelas crianças.	2.1 Que parte vai comer cada uma das crianças? Explica o teu raciocínio.	Fazer a partilha equitativa de uma unidade contínua dividindo 3 pizzas em 8 partes iguais	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas de partilha equitativa através de estratégias pessoais; • Explorar a linguagem das frações; • Compreender a fração como quociente; • Representar número racional em forma de fração e numeral decimal; • Comparar frações com a unidade. • Comparar frações e números decimais. • Identificar e comparar frações equivalentes
	2.2 Cada criança comeu mais que uma pizza ou menos que uma pizza? Explica o teu raciocínio.	Fazer a comparação de frações com a unidade: $\frac{3}{8}$ maior ou menor do que 1 pizza.	

Tarefa 3	3.1 Se em vez de três pizzas, a mãe da Matilde tivesse feito seis pizzas e as dividisse igualmente pela Matilde e por sete amigos, que parte da pizza cada um comeria?	Fazer a partilha equitativa de uma unidade contínua dividindo 6 pizzas em 8 partes iguais.	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas de partilha equitativa através de estratégias pessoais; • Explorar a linguagem das frações; • Compreender a fração como quociente; • Representar número racional em forma de fração e numeral decimal.; • Comparar frações com a unidade. • Comparar frações e números decimais. • Identificar e comparar frações equivalentes
	3.2 Cada amigo comeu mais que uma pizza ou menos que uma pizza? Explica o teu raciocínio.	Fazer a comparação de frações com a unidade: $\frac{6}{8}$ maior ou menor do que 1 piza.	
Tarefa 4	Em qual dos grupos anteriores, o de quatro crianças (tarefa 1) ou o de oito crianças (tarefa 3), cada criança comeu mais pizza? Explica o teu raciocínio.	Fazer a comparação entre números racionais em forma de frações e identificando que representam a mesma quantidade: $\frac{3}{4}$ equivalente a $\frac{6}{8}$.	<ul style="list-style-type: none"> • Comparar e identificar frações equivalentes. • Comparar frações e números decimais.
Tarefa 5	5.1 Se em vez de três pizzas, a mãe da Matilde tivesse feito seis sandes e as dividisse igualmente pela Matilde e por quatro amigos, que porção de sandes cada amigo comeria?	Fazer a partilha equitativa onde o quociente é maior do que 1, dividindo 6 sandes em 5 partes iguais	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas de partilha equitativa • Compreender a fração como quociente; • Representar número racional em forma de fração e numeral decimal e numeral misto • Identificar frações impróprias; • Comparar frações impróprias com a unidade
	5.2 Cada amigo comeu mais que uma sandes ou menos que uma sandes? Explica o teu raciocínio.	Comparação de frações impróprias com a unidade: $\frac{6}{5}$ maior ou menor do que 1 sandes.	

Fonte: Elaborada pela autora

Tarefa 1

Na alínea 1.1 da tarefa 1, surge a fração com o significado quociente. Com esta tarefa os alunos tinham de dividir igualmente as 3 pizzas pelas 4 crianças, chegando, assim, aos $\frac{3}{4}$ que representavam o quociente, ou seja, a parte que cada uma iria comer. Para resolver a alínea 1.2, da mesma tarefa, os alunos tinham de comparar a fração encontrada anteriormente com a unidade, o que implicava compreender que a unidade (o todo) estava dividida em 4 partes e que cada criança tinha tomado para si, 3 dessas partes, isto é, menos do que 1 piza. Pretendia-se, também, que os alunos se familiarizassem com a linguagem das frações, como “um quarto” e “três quartos”.

Tarefa 2

A alínea 2.1 da tarefa 2, também envolvia a fração no significado quociente, sendo necessário que os alunos fizessem a divisão das 3 pizzas, em partes iguais, pelas 8 crianças. A diferença, relativamente à tarefa anterior, estava no número de crianças, que tinha

duplicado. Assim, era importante que os alunos compreendessem que a unidade (1) se mantinha, mas que o número de partes em que a unidade deveria ser dividida ($\frac{x}{8}$), tinha aumentado. Deste modo, quanto maior for o denominador, se o numerador se mantiver, menor é a porção (Monteiro & Pinto, 2007). Logo, das oito partes em que a piza estava dividida, cada criança recebia 3, ficando, assim, com $\frac{3}{8}$ da piza. Na alínea 2.2, era necessário que os alunos comparassem a parte da piza que cada criança comeu ($\frac{3}{8}$) com a unidade (1) e que compreendessem que a piza completa poderia ser representada pela fração $\frac{8}{8}$.

Tarefa 3

A alínea 3.1 da tarefa 3, também envolvia a fração com o significado de quociente e, depois, a comparação de números racionais com a unidade. Nesta tarefa, o número de crianças, relativamente à tarefa anterior, mantinha-se, mas duplicava o número de pizzas para partilhar pelo mesmo número de crianças. Deste modo, a quantidade de seis pizzas partilhadas igualmente por oito crianças representa o quociente, que se refere à divisão de seis por oito que representa a parte que cada criança receberia. Na alínea 3.2, era necessário que os alunos comparassem a parte da piza que cada criança comeu ($\frac{6}{8}$) com a unidade (1) e que compreendessem que a piza completa poderia ser representada pela fração $\frac{8}{8}$.

Tarefa 4

A tarefa 4 envolvia a comparação de números racionais. Pretendia-se que os alunos comparassem duas frações ($\frac{3}{4}$ e $\frac{6}{8}$), partes que cada criança tinha comido na primeira e na terceira tarefa. Aqui era expectável que os alunos, através das suas representações, de forma intuitiva, compreendessem que, ao duplicarem o número de crianças e o número de pizzas, de uma tarefa para a outra, cada criança iria receber a mesma quantidade. Por conseguinte, era importante que os alunos compreendessem a noção de equivalente e fração equivalente, como frações que representavam a mesma porção de piza.

Tarefa 5

Na alínea 5.1 da tarefa 5, surge, novamente, a fração com o significado quociente. Com esta tarefa pretendia-se que os alunos dividissem igualmente as 6 sandes pelas 5 crianças, chegando, assim, ao quociente, ou seja, a parte que cada uma iria comer, que seria representado pela fração $\frac{6}{5}$. Com esta tarefa, ao contrário das anteriores, o quociente representa um número maior que a unidade (1), ou seja, uma fração imprópria.

Na alínea 5.2, era necessário que os alunos comparassem a parte da piza que cada criança comeu ($\frac{6}{5}$) com a unidade (1) e que compreendessem que a piza completa poderia ser representada pela fração $\frac{5}{5}$. Deste modo, pretendia-se que percebessem que a parte que cada criança comeu era maior que a unidade.

3.2.3. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLHA DE DADOS

Para concretizar esta investigação recorreu-se a um conjunto de processos que permitissem recolher os dados empíricos, conforme sugerem Batista e Sousa (2013) ao referir que “são uma parte fundamental do processo de investigação” (p.70).

Tratando-se de uma investigação de cariz interpretativo, para a recolha de dados e posterior análise, foi utilizada a *observação participante*. Esta técnica de recolha de dados foi a mais utilizada, visto que a investigadora, também foi a professora, que concebeu e aplicou a sequência de tarefas utilizada para a realização da investigação. A observação participante, segundo Estrela (2008), auxilia o “professor a reconhecer e identificar fenómenos; a ser sensível às reações dos alunos; a recolher objetivamente a informação, a organizá-la e interpretá-la” (p. 58). A professora-investigadora recolheu os dados, registou-os em notas de campo para poder descrever as ocorrências observadas.

Ao longo das aulas, foram feitos registos de *áudio* no momento de discussão das tarefas da sequência aplicada, já que a investigadora era participante. Estes registos, depois de transcritos, foram importantes para a investigação, já que permitiram uma análise mais pormenorizada dos diálogos que se estabeleceram entre os participantes. Assim, transformaram-se numa ferramenta fundamental na análise dos dados recolhidos, pois promoveram uma descrição detalhada e confiável, do decorrer da discussão das tarefas, indo ao encontro do sugerido por Aires (2015).

Face ao objetivo proposto na presente investigação, era fundamental realizar a *análise documental* das produções dos alunos. Estas produções foram realizadas por cada grupo de alunos, ao longo da sequência de tarefas, e posteriormente analisadas pela professora-investigadora. Esta análise é, segundo Máximo-Esteves (2008), extremamente importante para o professor, por permitir compreender como os alunos “processam a informação, resolvem problemas e lidam com tópicos e questões complexas” (p. 92).

A recolha de dados foi efetuada em contexto de sala de aula, ao longo da realização da sequência de tarefas. O cruzamento de diferentes tipos de dados é essencial para a investigação, pois permite a sua triangulação, resultando numa análise mais completa. Por este motivo, a investigadora optou por utilizar, como técnica de recolha de dados, a *observação*, a *análise documental* das produções dos alunos e os registos de *áudio* das discussões das tarefas da sequência.

3.2.4. ANÁLISE DOS DADOS

Depois da implementação da sequência de tarefas, procedeu-se à análise e ao tratamento dos dados que envolveram “a sua organização, divisão em unidades manipuláveis, síntese, procura de padrões, descoberta dos aspetos importantes e do que deve ser apreendido e a decisão sobre o que” será transmitido aos outros (Bogdan & Biklen, 1994, p. 205). Como a presente investigação é de cariz qualitativa, a análise de conteúdo foi a opção escolhida. Esta de acordo com Coutinho (2013), é uma análise textual com o objetivo primordial de descodificar e encontrar padrões e, que permite inferir com o objetivo de encontrar resultados.

Deste modo, procedeu-se à análise de conteúdo das resoluções das tarefas que os alunos realizaram, dos áudios gravados, das notas de campo e da fundamentação teórica elaborada, com o objetivo de fazer a triangulação dos dados, de forma a obter as respostas às questões deste estudo.

Nesta investigação, as categorias de análise adotadas para estudar as produções dos alunos, resultantes da realização da sequência de tarefas, estão relacionadas com as questões de investigação, nomeadamente com as estratégias e dificuldades apresentados pelos alunos na resolução de tarefas de partilha equitativa. De acordo com Coutinho (2013), esta categorização vai permitir clarificar aspetos importantes que conduzirão ao objetivo do estudo.

4. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo apresentam-se e discutem-se os resultados deste estudo com o objetivo de perceber o modo como os alunos do 5.º ano de escolaridade resolvem tarefas de partilha equitativa, em contexto de ensino exploratório. Para tal, apresentam-se e discutem-se evidências de estratégias e dificuldades dos alunos durante a resolução de tarefas, de forma a responder às questões de investigação e atingir o objetivo do estudo.

Após a *introdução da tarefa 1*, (Figura 18) – 1.ª fase do ensino exploratório – os alunos, organizados em pequenos grupos, passaram à *realização da tarefa* – 2.ª fase do ensino exploratório.

A Matilde celebrou o seu 11.º aniversário e a mãe fez três pizzas para a sua festa. A Matilde e os três amigos que convidou dividiram igualmente as três pizzas.

Descreve o processo que utilizaste para responder à questão. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos

1.1 Que parte de pizza comeu cada criança? Explica o teu raciocínio.

1.2 Cada criança comeu mais que uma pizza ou menos que uma pizza? Explica o teu raciocínio.

Figura 18: Enunciado da tarefa 1

Para a resolução da questão 1.1, os cinco grupos recorreram à representação icónica para modelarem a situação, e identificaram a fração que representa as quantidades envolvidas (e.g. Figura 19).

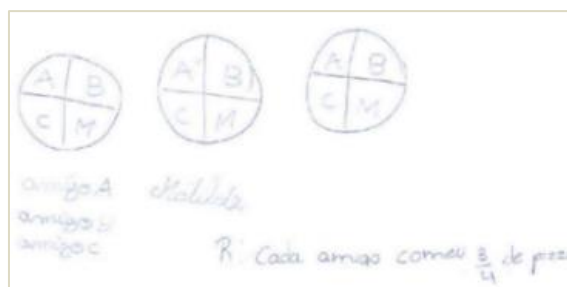


Figura 19: Produção do grupo 4 com recurso à modelação e fração

Os grupos, 1, 2, 3 e 4 dividiram cada uma das pizzas em 4 partes iguais e concluíram que cada criança comeu $\frac{3}{4}$ de pizza. Esta conclusão parece ter surgido da adição intuitiva de $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$. Deste modo, parecem ter percebido o significado de fração como quociente. Já o grupo 5 recorreu, de forma explícita, à adição sucessiva de frações para encontrar a quantidade que cada criança comeu (Figura 20).

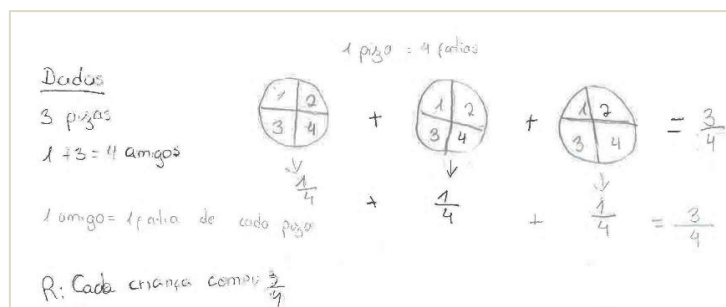


Figura 20: Produção do grupo 5 com recurso à adição sucessiva de frações

Atendendo às produções dos alunos durante a 2.^a fase de ensino exploratório, estes parecem ter tido facilidade em identificarem as frações que representavam as quantidades envolvidas, suportando os seus raciocínios nas representações icónicas a que recorreram para modelarem as situações. Esta representação levou os alunos a identificarem as quantidades envolvidas a partir da adição intuitiva de frações, que acabou por ser formalizado por um dos grupos. Portanto, o contexto real e significativo da tarefa, parece ter promovido a sua modelação icónica e por conseguinte, a conexão com os conceitos informais dos alunos, indo ao encontro do referido por vários autores (e.g. Marck, 1990, citado em Cardoso, 2017; Behr et al., 1993; Monteiro et al., 2005)

Depois da realização da questão 1.1, passou-se à sua *discussão da tarefa* - 3.^a fase do ensino exploratório. Esta fase teve início com a apresentação do grupo 5, por ter recorrido, de forma explícita, à adição sucessiva de frações. Na discussão da questão 1.1 os alunos deste grupo demonstraram ter adicionado, de forma intuitiva, as frações envolvidas:

(um dos alunos do grupo 5 começou a apresentar o raciocínio)

[1] **Aluno 5:** É uma fatia de pizza. Cada fatia é $\frac{1}{4}$ porque a pizza está dividida em 4 partes.

[2] **Prof:** Então, se eu quisesse representar, em forma de fração, a pizza toda dividida nestas 4 fatias (apontado para a representação icónica), que fração teria de escrever?

[3] **Aluno 9:** A pizza toda era $\frac{4}{4}$.

[4] **Prof:** Que é a nossa unidade, certo? Então, e depois?

[5] **Aluno 5:** Depois como a pizza está dividida em 4 fatias que é $\frac{1}{4}$ e cada criança comeu só 3 fatias somamos $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ que deu, $\frac{3}{4}$.

[6] **Prof:** Muito bem! E que parte de pizza sobrou?

[7] **Aluno 4:** Se comeram $\frac{3}{4}$, e a pizza toda é $\frac{4}{4}$, então a pizza toda menos o que comeram dá $\frac{1}{4}$.

Assim, o grupo 5 parece reconhecer a unidade de referência, como sendo uma pizza [3]. A explicação do raciocínio evidencia que a adição de frações [5] e a subtração de fra-

ções [7] surgiu de forma intuitiva, indo ao encontro do que é referido por Monteiro e Pinto (2007).

Como todos os grupos conseguiram identificar as quantidades envolvidas, através de fração, pareceu pertinente conduzir os alunos a outras representações do número racional.

[8] **Prof:** Se eu quisesse saber que percentagem de piza a criança comeu? Quem me consegue responder?
(os alunos ficam em silêncio)

[9] **Prof:** Então, qual é a percentagem que representa a piza toda?

[9] **Aluno 2:** 100%

[10] **Prof:** E ...

[11] **Aluno 13:** está dividida em quatro (referindo-se à piza), é 100 a dividir por 4 que é 25% cada fatia.
(A professora vai registando o raciocínio do aluno no quadro – Figura 21)

[12] **Prof:** Então? Qual é a percentagem que representa a parte que a criança comeu?

[13] **Aluno 7:** É 25, mais 25, mais 25 que dá 75%.

[14] **Prof:** E em número decimal?

[15] **Aluno 7:** Era zero vírgula setenta e cinco.

[16] **Prof:** Zero vírgula setenta e cinco! Come se lê este número decimal?

[17] **Aluno 9:** Setenta e cinco décimas.

[18] **Aluno 2:** Não! É setenta e cinco centésimas. Ali é a unidade, o sete as décimas e o cinco é centésimas.

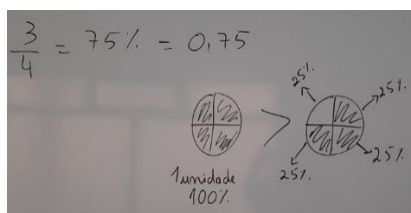


Figura 21: Diferentes representações de um número racional

A professora questionou os alunos sobre a percentagem que correspondia à parte que a criança comeu [8]. Como os alunos não conseguiram responder, a professora fez a mesma questão, mas sobre o todo [9]. Prontamente, os alunos responderam corretamente [8] e continuaram o raciocínio, referindo que o todo era 100% e como a unidade estava dividida em quatro partes, cada uma correspondia a 25% [12]. Após a explicação do raciocínio do aluno, a professora voltou a fazer a questão inicial [13]. Os alunos chegaram à resposta ao adicionarem as percentagens correspondente a três fatias (e.g. 25%+25%+ 25%) e concluíram que cada criança comeu 75% da piza [13]. A professora questionou, ainda, sobre a representação decimal [15]. Apenas um aluno conseguiu responder corretamente, mas não conseguiu fazer a leitura correta do número [16], sendo auxiliado por outro colega [18]. Assim, através da discussão foi possível levar os alunos a estabelecerem a relação entre diferentes representações de um número racional (fra-

ção, percentagem e numeral decimal). A dificuldade identificada na leitura do número decimal deixa evidente uma maior familiaridade dos alunos numa leitura com recurso à vírgula, ou seja, “zero vírgula setenta e cinco”, do que numa leitura decimal, ou seja, setenta e cinco centésimas. Esta dificuldade também aparece documentada por Monteiro e Pinto (2007).

Após a discussão da tarefa, os alunos procederam à *sistematização das aprendizagens* - 4.^a fase do ensino exploratório. Esta etapa foi realizada oralmente, com o auxílio das produções dos alunos (Figura 2 e 3) e registo realizado no quadro (Figura 4). Os alunos referiram que:

[18] **Aluno 15:** A piza é quatro quartos e cada fatia é $\frac{1}{4}$

[19] **Prof:** Podes ajudar o teu colega, aluno 21?

[20] **Aluno 21:** Se somar todas as fatias dá a piza toda que é $\frac{4}{4}$.

[21] **Aluno 21:** Se tirar $\frac{3}{4}$ a $\frac{4}{4}$ dá uma fatia que é $\frac{1}{4}$.

[22] **Aluno 14:** E que a piza toda é 100% e cada fatia também é 25%

[23] **Prof:** E se eu quiser representar a quantidade de uma fatia em número decimal será...?

[24] **Aluno 18:** vinte e cinco centésimas que é o mesmo que $\frac{1}{4}$.

Os objetivos da tarefa foram atingidos, nomeadamente: explorar a linguagem das frações [18]; compreender a fração como quociente; representar número racional em forma de fração e numeral decimal [20], [22] e [24]; comparar frações com a unidade [21] e conectar diferentes representações [24]. A adição e subtração de frações emergiu de forma intuitiva ao longo da exploração. Contudo, a exploração poderia ter sido mais enriquecedora se a professora não se cingisse apenas às estratégias de resolução apresentadas pelos alunos. Assim, na 3.^a fase de ensino exploratório não foram discutidas outras estratégias de resolução, que evidenciavam a equivalência de frações, nomeadamente dividir cada piza em duas partes iguais (cada parte seria $\frac{1}{2}$) e a 3.^a em 4 partes iguais (cada parte seria $\frac{1}{4}$) e a adição de $\frac{1}{2}$ (equivalente a $\frac{2}{4}$) com $\frac{1}{4}$ ($\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$). Desta forma, a equivalência de frações não foi explorada como sugeriram Monteiro e Pinto (2007) para uma aprendizagem ainda mais enriquecedora. A multiplicação, também, não surgiu na exploração da tarefa como exemplo, se cada fatia era $\frac{1}{4}$ de piza, então três fatias corresponderiam a $3 \times \frac{1}{4}$ de piza.

Relativamente à questão 1.2 da tarefa 1, após a *realização da tarefa* – 2.^a fase do ensino exploratório, todos os grupos apresentaram produções corretas, mas recorreram a estratégias diferentes. Os grupos 1 e 2 não modelaram a situação apenas responderam que “Cada criança comeu menos de uma piza porque a piza tem 4 fatias e as crianças só comeram 3” (grupo 1) e “Menos, porque cada criança comeu 3 fatias e isso não é uma piza inteira” (grupo 2). Estes grupos, aparentemente, interpretaram a representação *icónica* realizada na questão anterior, não identificaram as quantidades envolvidas e responderam utilizando os números inteiros (número de fatias).

Os grupos 3 e 5 modelaram a situação, mas não identificaram as quantidades envolvidas, no entanto, pelas representações *icónicas* parecem ter percebido que cada criança comeu menos que uma piza (e.g. Figura 22).

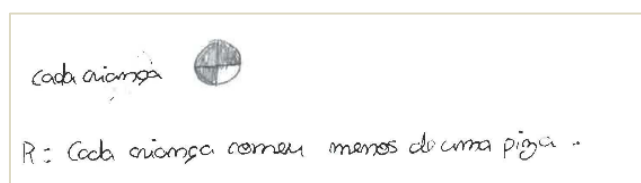


Figura 22: Produção do grupo 3 com recurso à representação icónica sem referência à quantidade

Estes dois grupos (3 e 5), na questão anterior, tinham recorrido à fração para representar o que cada criança comeu, mas na comparação dessa fração com a unidade parecem ter tido dificuldade em formalizarem a sua resposta através da representação simbólica.

O grupo 4 representou as quantidades envolvidas, fatias de uma piza, sob a forma de fração $\frac{4}{4}$, bem como a quantidade de piza que cada criança comeu. Posteriormente, o grupo, a partir de uma representação formal, usando a representação simbólica (Figura 23), comparou as duas frações, o todo $\frac{4}{4}$ com a parte $\frac{3}{4}$, afirmando que $\frac{4}{4} > \frac{3}{4}$.

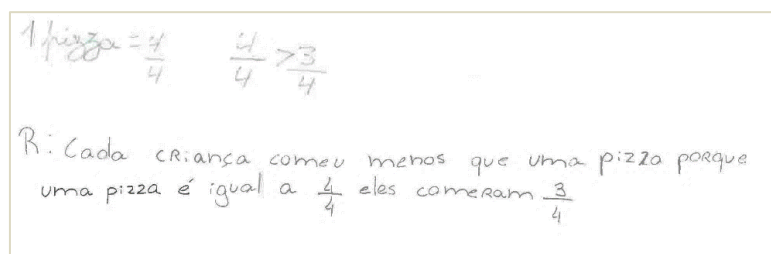


Figura 23: Produção do grupo 4 com recurso à representação simbólica na comparação de frações

Na *discussão da tarefa*, questão 1.2 - 3.^a fase do ensino exploratório, pretendia-se promover a construção de ideias através da partilha de raciocínios entre os alunos e auxiliá-

los a chegarem a uma resposta através da representação simbólica. Neste sentido, iniciou-se a apresentação com o grupo 4, uma vez que foi o único grupo que conseguiu formalizar simbolicamente a sua resposta.

[25] **Prof:** Gostava que lesse o que escreveste (rodeando $\frac{4}{4} > \frac{3}{4}$).

(o aluno mostra dificuldade em verbalizar a representação simbólica)

[25] **Prof:** Então, quer dizer que ao compararmos estas duas frações percebemos que $\frac{4}{4}$ representa uma quantidade...

[27] **Aluno 7:** Maior que $\frac{3}{4}$, porque $\frac{4}{4}$ é a piza toda e $\frac{3}{4}$ é a parte da piza que cada um comeu e sobrou $\frac{1}{4}$ que é uma fatia.

[28] **Aluno 11:** Se dividir, 4 pelo 4 dá 1 e a outra dá menos que um, porque 3 é mais pequeno que 4.

A professora auxiliou o aluno (G4), por este estar com dificuldade em verbalizar a representação simbólica matemática, na comparação da fração que representa o todo $\frac{4}{4}$ com a fração que representa a parte $\frac{3}{4}$ [25]. Porém, o aluno acaba por justificar a produção do grupo, quando evidencia conhecimento das quantidades representadas por cada uma das frações, com base no seu entendimento do significado da fração como partilha equitativa [28]. O grupo parece ter recorrido à estratégia “número inteiro consistente”, estratégia também identificada por Nunes et al. (2004, citados em Cardoso, 2017), uma vez que, perante duas frações com o mesmo denominador, basearam-se no tamanho do numerador para justificarem a sua opção, ou seja, que 3 é mais pequeno que 4 [28].

Para concluir, procedeu-se à sistematização das aprendizagens, onde os alunos oralmente referiram que $\frac{4}{4} > \frac{3}{4}$ porque o denominador 4 era maior do que denominador 3. Demonstraram, facilmente, que conseguiam comparar duas frações. A exploração e discussão das produções da alínea 1.1 pode ter promovido as produções dos alunos nesta alínea, uma vez que, reforçaram a ideia de que $\frac{4}{4}$ representava a piza toda e $\frac{3}{4}$ representava a parte que cada criança comeu [27]. Por conseguinte, podemos referir que a 3.^a fase do ensino exploratório – *discussão da tarefa*, – foi muito produtiva, e vai ao encontro do que é referido por Canavarro, et al. (2014) e Menezes, et al. (2014).

Para rentabilizar o tempo disponível para a implementação da sequência de tarefas, terminada a exploração da tarefa 1, optou-se por adotar as 4 fases (1.^a fase *introdução da tarefa*, 2.^a *realização da tarefa*, onde os alunos realizariam as várias alíneas, 3.^a fase

discussão da tarefa e a 4.^a fase a *sistematização das aprendizagens* que a tarefa proporcionou) do ensino exploratório para cada tarefa e não para cada alínea.

Após a *introdução da tarefa 2* (Figura 24) – 1.^a fase do ensino exploratório – os alunos, organizados em pequenos grupos, passaram à *resolução da tarefa* – 2.^a fase do ensino exploratório.

Se em vez de três crianças a Matilde convidasse sete, as três pizzas teriam de ser divididas igualmente pelas crianças.

Descreve o processo que utilizaste para responder à questão. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

2.1 Que parte vai comer cada uma das crianças? Explica o teu raciocínio.

2.2 Cada criança comeu mais que uma pizza ou menos que uma pizza? Explica o teu raciocínio.

Figura 24: Enunciado da tarefa 2

Para a resolução da questão 2.1, os cinco grupos recorreram, numa fase inicial, à representação icónica para modelarem a situação, tendo dividido cada uma das pizzas em oito partes iguais. O grupo 1 não conseguiu representar as quantidades envolvidas na forma de fração ou numeral decimal (Figura 25)

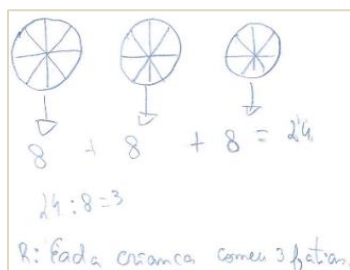


Figura 25: Produção do grupo 1 com recurso à representação icónica e simbólica (sem a representação da fração)

Este grupo dividiu cada uma das três pizzas em oito partes iguais, adicionou as oito partes das 3 pizzas, tendo obtido uma soma de 24 fatias. Estas, dividiu por 8 crianças e obteve o número de fatias que cada criança comeu, ou seja, 3 fatias. Deste modo, este grupo optou por uma representação de números inteiros, uma regressão em relação à tarefa anterior, onde recorreram à representação fracionária. Porém, na tarefa anterior, a divisão de cada pizza em 4 partes, que leva à obtenção de fatias de $\frac{1}{4}$ cada uma, bem como a adição de 3 destas fatias de $\frac{1}{4}$, de forma intuitiva com base na representação icónica, para obter o que cada criança comeu, $\frac{3}{4}$, envolve frações de referência e eventualmente mais familiares para os alunos, do que a fração $\frac{1}{8}$. De qualquer forma, estes alunos parecem estar com algumas dificuldades na conceptualização da unidade, bem como na

passagem dos números inteiros para os fracionários, indo ao encontro das identificadas por Monteiro e Pinto (2007).

Os grupos 2 e 3, à semelhança do que tinham feito na tarefa 1.1, recorreram à representação icónica para modelaram a situação e identificaram as quantidades envolvidas, que representaram por uma fração (e.g. Figura 26).

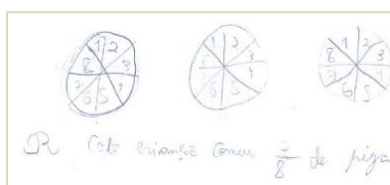


Figura 26: Produção do grupo 2 com recurso à representação icónica e simbólica

Estes alunos parecem ter recorrido à adição intuitiva de frações, uma vez que concluíram que cada criança comeu $\frac{3}{8}$ de pizza, que resulta de terem dado $\frac{1}{8}$ de cada pizza a cada uma das crianças. De salientar, que este raciocínio emana de forma intuitiva da representação icónica da situação, indo ao encontro do referido por vários autores (e.g. Mack, 1990 e Nunes et al., 2004, citados em Cardoso, 2017; Behr et al., 1993; Monteiro & Pinto, 2007), quanto à importância de se proporcionar a exploração de tarefas contextualizadas e, portanto, significativas para os alunos.

Os grupos 4 e 5, além de modelarem a situação, recorreram à adição sucessiva de frações para encontrarem a quantidade que cada criança comeu (e.g. Figura 27).

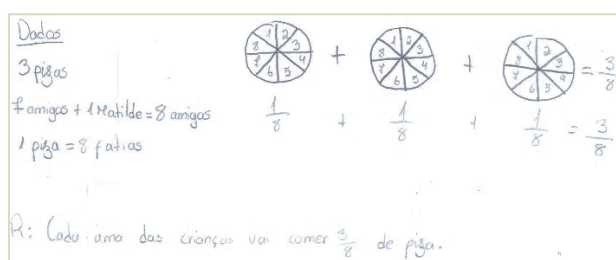


Figura 27: Produção do grupo 4 com recurso à representação icónica e simbólica

Desta forma, os grupos 2, 3, 4 e 5, pareceram compreender o significado de fração como quociente e parte-todo, pois identificaram a parte do todo que cada criança comeu da pizza (Monteiro & Pinto, 2007).

Na questão 2.2. da tarefa 2, o grupo 3 não identificou a quantidade envolvida, através da fração. Contudo, com base na representação *icónica* parece ter percebido que cada criança comeu menos que uma piza (Figura 28).

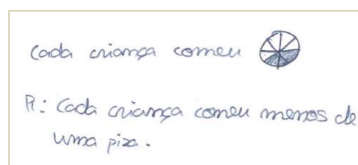


Figura 28: Produção do grupo 3 com recurso à representação icónica sem a identificação das quantidades

A representação icónica, do grupo 3, demonstra que a piza foi dividida em 8 partes iguais que correspondia a $\frac{8}{8}$ e a parte que cada criança comeu correspondia a $\frac{3}{8}$, sendo esta última inferior a $\frac{8}{8}$. Desta forma, parece ter promovido a comparação intuitiva das frações.

O grupo 1 optou pela representação simbólica, recorrendo à fração (Figura 29). Assim, cada criança comeu 3 fatias, ou seja, comeu $\frac{3}{8}$ de piza e, por isso comeu menos que uma piza. Esta resolução emergiu depois de questionarem a professora, durante a realização da tarefa, se era para mencionar o número de fatias. A professora respondeu “É o que pede na tarefa? Ou pede a parte?” Sugiro que consultem a resolução da primeira tarefa.”

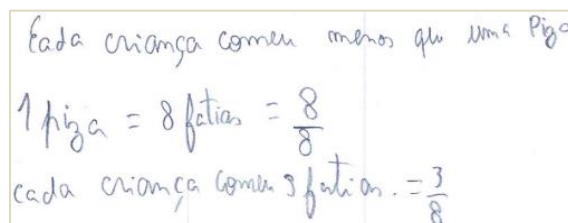


Figura 29: Produção do grupo 1 com recurso à representação simbólica

Desta forma, o grupo parece ter ultrapassado a dificuldade evidenciada na questão anteriores, tendo substituído a linguagem fatias pelas frações que as representam, aparentemente era uma dificuldade de interpretação. Esta dificuldade parece ter sido ultrapassada em consequência da apresentação, discussão e sistematização da resolução da questão anterior, o que vai ao encontro do que refere Menezes et al. (2014), no que concerne à “construção conjunta de ideias, através da partilha de pensamentos do ouvir e responder às ideias dos outros e da negociação de significados” (p. 153).

O grupo 2, representou formalmente a parte que cada criança comeu, com a representação simbólica de $\frac{3}{8}$, contudo, não responde à questão. Os restantes grupos (4 e 5) modelaram a tarefa, recorrendo à representação *icónica*, dividindo cada uma das duas pizzas em oito partes iguais (e.g. Figura 30).

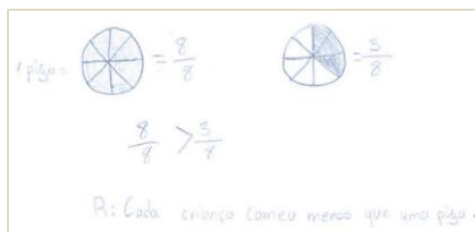


Figura 30: Produção do grupo 4 com recurso à representação icónica e simbólica

A modelação, com recurso à representação icónica, mostra que os alunos identificaram que $\frac{8}{8}$ correspondia à pizza inteira, dividida em 8 partes, e que $\frac{3}{8}$ correspondia à parte de pizza que cada criança comeu. Depois compararam, através da representação *simbólica*, a fração $\frac{8}{8}$ com a fração $\frac{3}{8}$, concluindo que $\frac{8}{8} > \frac{3}{8}$, e responderam que cada criança comeu menos que uma pizza.

Para a *discussão da tarefa* – 3.^a fase do ensino exploratório – optou-se por pedir ao grupo 1, que não tinha identificado as quantidades envolvidas, que iniciasse a apresentação. O objetivo era que este grupo superasse a dificuldade concetual referente à passagem dos números inteiros para os números fracionários.

(O aluno iniciou a apresentação da sua resolução, questão 2.1)

[29] **Aluno 2:** Eram 8 crianças e 3 pizzas para dividir por os 8, no total 24 fatias, depois fizemos 24 a dividir pelos 8 amigos, que deu 3 fatias a cada um. A resposta é 3 fatias que cada criança comeu.

[30] **Prof:** Aqui (apontado para o desenho de uma pizza) dividiram em 8 partes, mas cada fatia representa que parte da pizza?

[31] **Aluno 3:** $\frac{1}{8}$.

[32] **Prof:** $\frac{1}{8}$ Cada parte desta (apontado para a o desenho das 3 pizza, cada uma dividida em oito partes). Então, depois fizeram 24 a dividir por 8 (...) dá 3 partes da pizza (Sombreado $\frac{1}{8}$ de cada pizza) Certo? Cada criança comeu que parte da pizza?

[33] **Aluno 17:** Não, comeu $\frac{1}{8}$ mais $\frac{1}{8}$ mais $\frac{1}{8}$.

[34] **Prof:** Então quanto comeu cada criança?

[35] **Aluno 12:** Comeu 3 vezes $\frac{1}{8}$, que é $\frac{3}{8}$.

[36] **Prof:** Podes registar o que acabaste de dizer?

(o aluno regista ...)

[37] **Aluno 12:** $3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$

[38] **Prof:** Explica o que registaste!

[39] **Aluno 12:** Se comeu 3 fatias e $\frac{1}{8}$ é uma fatia que comeu, uma de oito fatias ao todo (apontando á medida que vai falando) então 3 que comeu vezes 1 que comeu é igual a 3. Comeu três fatias do total de oito.

O aluno começou por apresentar a produção do grupo [29]. Depois, a professora questionou que parte da pizza representava cada fatia [30]. A professora tinha como objetivo levar os alunos a perceberem que cada “fatia” representava uma parte da unidade (pizza), $\frac{1}{8}$ da pizza. Para tal, a professora foi referindo cada fatia de pizza como parte da pizza “3 partes da pizza” e “comeu que parte da pizza”. O aluno demonstrou perceber que $\frac{1}{8}$ correspondia a uma das oito partes de uma pizza dividida em oito partes iguais [31]. Posteriormente, a professora questionou [32], sobre a parte de pizza que cada criança comia, e o aluno responde referindo a adição intuitiva das frações $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ [34] e depois três vezes $\frac{1}{8}$, ou seja, $\frac{3}{8}$, tendo chegado de forma intuitiva à multiplicação da fração por um número inteiro [35], [37] e [39].

Assim, os alunos não parecem ter tido dificuldade em explicitar a fração a que correspondia cada fatia de pizza e ainda, parecem ter entendido a adição sucessiva de frações, bem como a multiplicação no seu significado de adição sucessiva.

Mais uma vez, o contexto real da tarefa parece ter promovido a sua modelação icónica e por conseguinte, a sua resolução intuitiva, mais significativa para os alunos, indo ao encontro do defendido por vários autores (e.g. Mack, 1990 e Nunes et al., 2004, citados em Cardoso, 2017; Behr et al., 1993; Monteiro & Pinto, 2007). Porém, também a discussão se revelou crucial na explicitação de conceitos e significados eventualmente implícitos, mas que importa que se tornem explícitos, não só para o grupo em causa, mas toda a turma, conforme sugerem Canavarro et al. (2014) e Menezes et al. (2014).

Posteriormente, seguiu-se a discussão da questão 2.2. O grupo 2, apesar de ter identificado as quantidades envolvidas, não respondeu à questão. Assim, a professora queria perceber a razão que levou o grupo a não responder à questão.

(após o aluno apresentar a sua produção)

[40] **Prof:** Vocês não responderam à questão. Podes responder agora?

[41] **Aluno 4:** A pizza toda é $\frac{8}{8}$ e cada criança comeu $\frac{3}{8}$.

[42] **Prof:** Sim, mas a pergunta é se cada criança comeu mais ou menos que uma pizza?

[43] **Aluno 18:** Comeu menos, porque para comer uma piza toda ainda tinham de comer mais $\frac{5}{8}$.

[44] **Prof:** (...) Comeu menos que uma piza! E porque não responderam à questão?

[45] **Aluno 8:** A professora não deu tempo.

[46] **Prof:** Muito bem. Podem dizer porquê tinham as crianças de comer mais $\frac{5}{8}$ (...)?

[47] **Aluno 13:** Porque $\frac{8}{8}$ menos $\frac{3}{8}$ dá $\frac{5}{8}$ que foi o que sobrou, porque 8 menos 3 dá 5.

O aluno começou por apresentar a produção do grupo. A professora tinha como objetivo perceber a dificuldade dos alunos, que os levou a não responderem à questão, por isso, pediu ao aluno que respondesse à questão da tarefa [40 e [42]. O aluno identificou o todo em forma de fração $\frac{8}{8}$ e a parte que cada criança comeu $\frac{3}{8}$ [41], depois referiu que cada criança comeu menos, porque ainda faltava $\frac{5}{8}$ [43]. Percebendo que o aluno conseguiu chegar à resposta, a professora questionou a falta de resposta à questão [44], que o aluno justificou com a falta de tempo [45]. Com a resposta do aluno, a professora quis perceber como tinham chegado a esta fração [47]. O aluno refere que $\frac{8}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ [42].

Com o diálogo, foi possível perceber que o grupo 2 conseguiu identificar a quantidade envolvida. Ao longo do mesmo, surgiu a subtração de frações, que parece ter emergido, de forma intuitiva, do contexto real da tarefa. Com a resposta “porque 3 é menos do que 8” os alunos parecem ter recorrido à estratégia de comparação *numerador e denominador*, referida por Behr, et al. (1984), para compararem as frações $\frac{8}{8}$ e $\frac{3}{8}$, que os levou a uma resposta correta. A falta de tempo referida pelo aluno foi a causa para não responderem à questão [45]. A professora, como de costume, para a segunda fase do ensino exploratório, realização da tarefa, estipulou sempre um período de tempo que considerava necessário. Porém, este grupo dispersou-se em representações icónicas desnecessárias, nomeadamente desenhando oito crianças, pelo que a professora deveria ter auxiliado os alunos a focarem-se no essencial e a abandonarem o acessório, de modo a concluírem a tarefa. Mais uma vez a importância da discussão, conforme sugerem Canavarro, et al. (2014), Menezes, et al. (2014) e Monteiro e Pinto (2007), que permitiu perceber que afinal não houve dificuldade concetual, mas processual por parte do grupo na realização da tarefa.

Após a discussão da tarefa, os alunos procederam à *sistematização das aprendizagens* - 4.^a fase do ensino exploratório. Esta etapa foi realizada oralmente, com o auxílio das produções dos alunos e registo realizado no quadro ao longo da discussão. Alguns obje-

tivos da tarefa foram atingidos, nomeadamente explorar a linguagem das frações; compreender a fração como quociente; comparar frações com a unidade. A adição, subtração e a multiplicação de frações emergiu de forma intuitiva ao longo da exploração. Contudo, a exploração poderia ter sido mais enriquecedora se a professora não se cingisse apenas às estratégias de resolução apresentadas pelos alunos. Na 3.^a fase de ensino exploratório não foram discutidas outras estratégias de resolução, que evidenciavam a equivalência de frações, nomeadamente a divisão de 2 pizzas em 4 partes iguais e de 1 piza em 8 partes iguais e posteriormente, a exploração da soma que resulta de $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$, equivalente a $\frac{2}{8} + \frac{1}{8}$. Desta forma, a equivalência de frações não foi, novamente, explorada como sugeriram Monteiro e Pinto (2007), para uma aprendizagem ainda mais enriquecedora. A professora também não fez a conexão entre as diferentes representações de um número racional, que era um dos objetivos da tarefa. Desta forma, a tarefa promoveu produções informais e intuitivas, tanto representações icónicas como simbólicas para representar as quantidades envolvidas, porém nada foi acrescentado ao que intuitivamente os alunos demonstraram.

Após a *introdução da tarefa 3* (Figura 31) – 1.^a fase do ensino exploratório – os alunos, organizados em pequenos grupos, passaram à 2.^a fase do ensino exploratório – *realização da tarefa*.

3.1 Se em vez de três pizzas, a mãe da Matilde tivesse feito seis pizzas e as dividisse igualmente pela Matilde e por sete amigos, que parte da piza cada um comeria?

Descreve o processo que utilizaste para responder à questão. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

3.2 Cada amigo comeu mais que uma piza ou menos que uma piza? Explica o teu raciocínio.

Figura 31: Enunciado da tarefa 3

Todos os grupos sentiram necessidade de voltar a modelar a tarefa através da representação *icónica*, dividindo cada piza em 8 partes iguais e depois representaram a fração que identificava a quantidade envolvida (e.g. Figura 32).

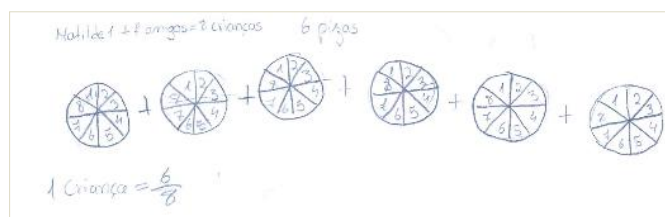


Figura 32: Produções dos grupos 5 com recurso à representação icónica e simbólica

Os grupos 2, 3 e 5, parecem ter identificado que a cada parte de uma pizza correspondia à fração $\frac{1}{8}$. Depois, parecem ter suportado o seu raciocínio na representação icónica para adicionarem, intuitivamente, 6 destas partes e concluírem que cada criança comeria $\frac{6}{8}$, representando simbolicamente a fração. O grupo 4, além da modelação da tarefa através da representação icónica, também representou simbolicamente o seu raciocínio, procedeu à adição sucessiva das partes $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$, e concluiu que cada criança tinha comido $\frac{6}{8}$. (Figura 33).

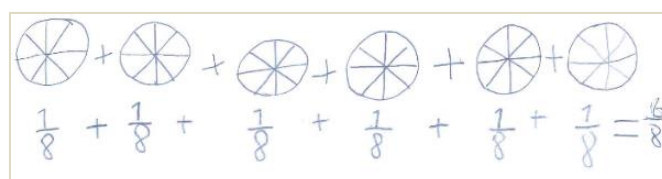


Figura 33: Produção do grupo 4 com recurso à representação icónica e simbólica

Os grupos 2, 3, 4 e 5 parecem ter identificado a unidade de referência e compreendido o significado de fração como quociente, em problemas de partilha equitativa, aspetos cruciais para o desenvolvimento do sentido de número racional (e.g. Monteiro & Pinto, 2005, 2007; Morais et al., 2014).

O grupo 1 voltou a recorrer aos números inteiros e identificou o número total de fatias, de 6 pizzas, $6 \times 8 = 48$. Depois, procedeu à divisão das 48 fatias pelo número de crianças (Figura 34).

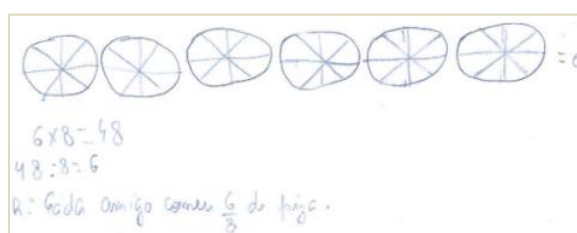


Figura 34: Produção do grupo 1 com recurso à representação icónica e simbólica

No entanto, na resposta à tarefa, o grupo 1 identificou a fração correspondente à parte que cada amigo comeria, $\frac{6}{8}$. Assim, não parecem ter tido dificuldade em identificarem a unidade de referência e por conseguinte, a parte fracionária que coube a cada amigo.

Na resolução da alínea 3.2 todos os grupos conseguiram produções corretas. O grupo 3 modelou a tarefa com recurso à representação icónica, dividiu duas pizzas em oito partes iguais e numa delas, sombreou seis partes (Figura 35).

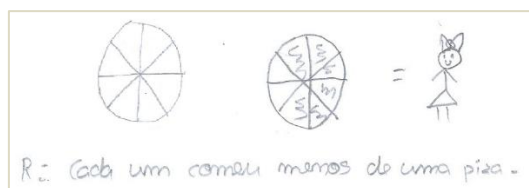


Figura 35: Produção do grupo 3 sem identificar as quantidades

Este grupo, 3, não referiu as quantidades envolvidas, mas respondeu que “Cada um comeu menos de uma pizza.” Parecem ter recorrido à estratégia *Participação e comparação percentual*, mencionada por Nunes, et al. (2004, citados em Cardoso, 2017), uma vez que dividiram o todo em partes iguais e parecem ter comparado a quantidade selecionada com o todo.

Os grupos 1, 2, 4 e 5 recorreram à representação simbólica para comparar as quantidades envolvidas. No entanto, o grupo 2 parece ter suportado o seu raciocínio na representação icónica, realizada na alínea 3.1, uma vez que respondeu que “Cada criança comeu menos do que uma pizza e $\frac{6}{8}$ não é uma pizza”. Os grupos 1, 4 e 5 limitaram-se à apresentação da representação simbólica e respetiva comparação das quantidades envolvidas com recurso a frações (e.g. Figura 36).

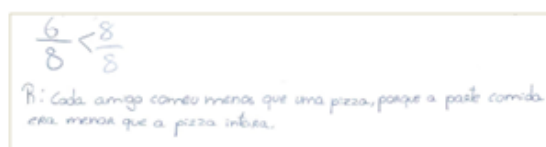


Figura 36: Produção do grupo 5 com recurso à representação simbólica

Estes grupos parecem ter entendido que a fração $\frac{8}{8}$ representa uma pizza e a fração $\frac{6}{8}$, a quantidade que cada amigo comeu, pelo que registam a comparação das duas frações de

uma forma formal $\frac{6}{8} < \frac{8}{8}$, referindo que “Cada amigo comeu menos que uma piza, porque a parte comida era menor que a parte inteira.”

Para compreender o raciocínio deste grupo 1 na resolução da alínea .1, deu-se início à 3.^a fase do ensino exploratório - *discussão da tarefa*, com a apresentação do mesmo:

(após o aluno 2, do grupo 1, reproduzir a produção realizada)

[48] **Prof:** E se eu vos perguntar que parte da piza comeu uma criança (apontando para cada uma das representações da piza)?

[49] **Aluno 2:** Comeu uma parte de 8.

[50] **Prof:** Se quiseres representar essa parte (apontando para o quadro) através de uma fração como seria? (o aluno representa a fração $\frac{1}{8}$ por baixo de cada uma das pizzas)

[51] **Prof:** Então, que parte da piza vai comer? (Circulando com o dedo as seis pizzas) (o aluno procede à contagem do número de vezes que escreveu a fração)

[52] **Aluno 2:** Vai comer seis vezes um oitavo (escrevendo no quadro) $6 \times \frac{1}{8} = \frac{6}{8}$.

[53] **Prof:** Então e se tivessem dividido 4 pizzas em duas partes e as duas últimas em 4 partes, que fração de piza davam a cada amigo?

[54] **Aluno 9:** Das pizzas divididas em duas partes comiam $\frac{1}{2}$ e da outra $\frac{1}{4}$.

[55] **Prof:** Então que fração de piza davam a cada amigo?

[56] **Aluno 6:** $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

[57] **Prof:** E porque $\frac{3}{4}$? Não era $\frac{6}{8}$?

O aluno pediu para ir ao quadro representar a justificação, porque não conseguia verbalizar. Foi desenhando e explicando.

[58] **Aluno 6:** Duas pizzas, uma dividiu em duas partes (sombreado $\frac{1}{2}$) e outra em quatro partes (sombreado $\frac{1}{4}$).

[59] **Prof:** Porque sombreaste esta parte e esta (apontando)

[60] **Aluno 6:** Esta é $\frac{1}{2}$ e esta $\frac{1}{4}$. Depois, esta (apontando para a piza dividida em duas partes) dividi, em oito partes (dividindo) e esta (apontando para a piza dividida em quatro partes) dividi, também, em oito.

[61] **Prof:** Concluíste alguma coisa?

[62] **Aluno 1:** É igual!

[63] **Aluno 6:** $\frac{1}{2}$ é igual a $\frac{4}{8}$ e $\frac{1}{4}$ é o mesmo que $\frac{2}{8}$.

[64] **Aluno 1:** Por isso é que dá $\frac{6}{8}$, porque $\frac{4}{8} + \frac{2}{8} = \frac{6}{8}$.

[65] **Prof:** Então, porque é $\frac{3}{4}$ e não $\frac{6}{8}$?

[66] **Aluno 6:** É igual! Porque se a piza está dividida em 4 fatias e comemos 3, se estiver dividida em 8 comemos o dobro das fatias que são 6.

[67] **Prof:** Muito bem! Então são frações que representam a mesma quantidade. Por isso são frações... (ninguém respondeu) equivalentes.

Primeiro a professora tentou perceber se os alunos tinham conseguido identificar as quantidades envolvidas, questionou que parte da piza comeu a criança [48], o aluno

responde corretamente [49]. A professora com o objetivo de o levar à representação simbólica dessa parte pediu que o aluno registasse no quadro [50] e voltou a fazer a mesma questão [51] a qual o aluno responde $6 \times \frac{1}{8} = \frac{6}{8}$ [36].

Ao longo do diálogo é possível perceber que os alunos conseguiram identificar a unidade de referência, bem como as quantidades fracionárias envolvidas. Surgiu, novamente, a multiplicação no seu significado de adição sucessiva, que parece ter emergido do contexto real e significativo da tarefa, de forma intuitiva. Através do diálogo e demonstração de um dos alunos foi possível guiar os alunos ao conceito de fração equivalente [57] a [67].

As produções, bem como as justificações apresentadas pelos alunos para a resolução da questão 3.1 da tarefa 3, parecem sustentadas numa compreensão significativa da fração como quociente. Esta compreensão parece ter ancorado em representações icônicas, que emergiram do contexto real e significativo da tarefa, conforme sugerem Mack (1990) e Nunes et al. (2004), citados em Cardoso (2017); Behr et al. (1993) e Monteiro e Pinto (2007) e, assim, fizeram despoletar nos alunos conhecimento intuitivo e informal e conectá-lo com conhecimento formal (nomeadamente o conhecimento da adição e multiplicação), para a resolução da tarefa.

Posteriormente, seguiu-se a discussão da questão 3.2 com a apresentação do grupo 5, com o objetivo de perceber qual a estratégia utilizada para comparar as frações.

(após o aluno apresentar a sua produção)

[68] **Aluno (G5):** $\frac{8}{8}$ é a piza toda e $\frac{6}{8}$ é menos, porque ainda falta 2 parte para ser 8.

[69] **Prof:** Estás a comparar o quê?

[70] **Aluno (G5):** 6 é menos que 8 (apontando para os numeradores).

[71] **Prof:** Estás a comparar os numeradores.

Através do diálogo, o aluno justifica que $\frac{6}{8}$ é menor que $\frac{8}{8}$, porque o numerador 6 é menor que 8 [70]. Assim, o grupo parece ter recorrido à estratégia *número inteiro consistente*, para comparar frações, indo ao encontro da também emergida no estudo de Behr et al. (1984). O grupo 3 também foi solicitado a apresentar a sua produção para a resolução desta questão, por ter recorrido à representação icónica (Figura 18). A ideia foi promover mais uma oportunidade de todos os alunos conectarem as duas representações, icónica e simbólica, e assim, promover-lhes um percurso sustentado e significati-

vo entre o conhecimento informal e o conhecimento formal (e.g. Mack, 1990, citado em Cardoso, 2017; Behr et al., 1993; Monteiro & Pinto, 2005).

De salientar o recurso pelos alunos a duas estratégias distintas de comparação, *Participação e comparação percentual*, emanada das investigações realizadas por Nunes, et al. (2004, citados em Cardoso, 2017) e *número inteiro consistente*, que emergiu das investigações de Behr, et al. (1984). A discussão permitiu que todos os alunos contatassem com esta a diversidade de estratégias conforme advogam Canavarro, et al. (2014), Menezes et al. (2014) e Monteiro e Pinto (2007).

Após a discussão da tarefa, os alunos procederam à *sistematização das aprendizagens* - 4.^a fase do ensino exploratório. Esta etapa foi realizada oralmente, com o auxílio das produções dos alunos e respetivo registo realizado no quadro ao longo da discussão.

Alguns objetivos da tarefa foram atingidos, nomeadamente explorar a linguagem das frações; compreender a fração como quociente; comparar frações com a unidade. A adição, subtração e a multiplicação de frações emergiu de forma intuitiva ao longo da exploração. Na 3.^a fase de ensino foi explorada outra estratégia [53], que não apareceu na produção dos alunos, que levou à exploração de equivalência de frações como [57] sugere Monteiro e Pinto (2007) para uma aprendizagem ainda mais enriquecedora. No entanto, a professora também não fez a conexão entre as diferentes representações de um número racional, número decimal, fração e percentagem, que era um dos objetivos da tarefa.

Após o *lançamento da tarefa 4* (Figura 37) – 1.^a fase do ensino exploratório – os alunos, organizados em pequenos grupos, passaram à sua *resolução da tarefa* – 2.^a fase do ensino exploratório.

4.1 Em qual dos grupos anteriores, o de quatro crianças (tarefa 1) ou o de oito crianças (tarefa 3), cada criança comeu mais piza? Explica o teu raciocínio.
Descreve o processo que utilizaste para responder à questão. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

Figura 37: Enunciado da tarefa 4

Os grupos 3, 4 e 5, modelaram a tarefa através da representação icónica. Os grupos 4 e 5, também modelaram simbolicamente a situação, identificando as quantidades envolvidas, mas apenas o grupo 5 concluiu que as crianças tinham comido a mesma quantidade

de piza em ambas as festas. A partir da divisão de uma piza em quatro partes iguais e outra em oito partes iguais, selecionaram $\frac{3}{4}$ de uma piza e $\frac{6}{8}$ da outra, referindo que $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ (Figura 38).

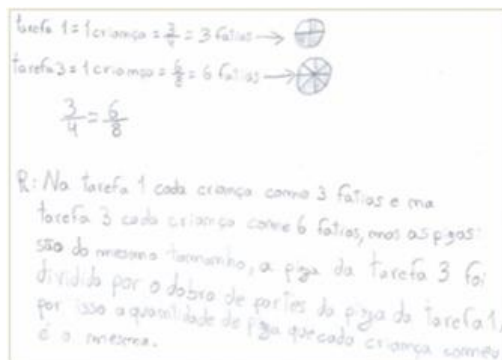


Figura 38: Produção do grupo 5 com recurso à representação icónica e simbólica

A avaliar pela resposta do grupo, este parece ter entendido que estava perante duas frações que representavam a mesma quantidade e, portanto, de forma intuitiva, perante frações equivalentes. De salientar, que o grupo parece ancorar o seu raciocínio na representação icónica recorrendo a uma estratégia de *Partição e comparação percentual*, pois, dividiram o todo e compararam as frações observando o tamanho das partes sombreadas. Esta estratégia também foi identificada por Nunes et al. (2004, citados em Cardoso, 2017), nas suas investigações. Recorreram ainda, à estratégia *numerador e denominador*, referida por Behr et al. (1984), pois o grupo considerou ambos os termos na comparação das frações. Apesar de terem recorrido à estratégia *Partição e comparação percentual*, uma vez que dividiram o todo para, supostamente, compararem as quantidades envolvidas por observação do tamanho das partes sombreadas, estratégia também identificada por Nunes et al. (2004, citados em Cardoso, 2017) nas suas investigações, os grupos 3 e 4 não responderam à questão com sucesso. (Figura 39).

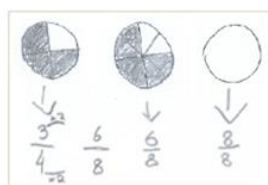
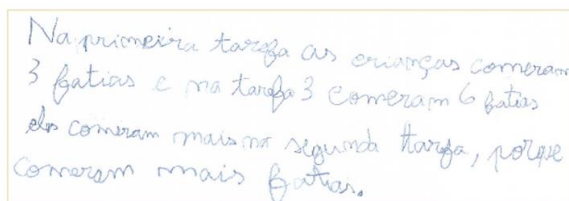


Figura 39: Produção grupo 4 com recurso à representação icónica na comparação das quantidades envolvidas

Apesar de parecer haver um registo formal de que houve uma duplicação do numerador e do denominador, não parece haver uma compreensão do seu significado. Assim, estes alunos parecem já ter tido algum contacto com a regra formal de equivalência de fra-

ções, pelo que a lembrança da mesma, pode ter bloqueado uma interpretação genuína da representação icónica.

Os grupos 1 e 2, não modelaram a situação, tendo-se limitado a compararem o número inteiro de fatias que cada criança comeu, em cada uma das tarefas (e.g. Figura 40).



Na primeira tarefa as crianças comeram 3 fatias e na tarefa 3 comeram 6 fatias e comeram mais na segunda tarefa, porque comeram mais fatias.

Figura 40: Produção do grupo 2 com recurso aos números inteiros

Estes grupos não recorreram à representação icónica, que eventualmente poderia ter auxiliado na comparação das quantidades envolvidas, já que segundo Monteiro e Pinto (2005), nem sempre os alunos conseguem resolver problemas recorrendo a símbolos matemáticos, mas conseguem resolvê-los facilmente se recorrerem às representações icónicas. De salientar, que ao longo da 2.^a fase do ensino exploratório, a professora deveria ter alertado os grupos para a comparação das modelações realizadas nas tarefas 1 e 3.

Após a *resolução da tarefa*, em pequenos grupos – 2.^a fase do ensino exploratório seguiu-se a *discussão da tarefa* – 3.^a fase do ensino exploratório. Esta teve início com a apresentação do grupo 4, uma vez que o objetivo era levar os alunos a ultrapassarem as dificuldades ouvindo, discutindo, partilhando e construindo ideias e negociando significados, conforme sugerem Canavarro et al. (2014) e Menezes et al. (2014).

(O aluno 7 do grupo 4 apresentou o seu raciocínio)

[72] **Aluno 7:** Aqui temos três quartos e para chegar a esta (apontando para a fração de $\frac{6}{8}$) fazemos 2×3 e 2×4 .

[73] **Prof:** Então, multiplicaram o numerador e o denominador pelo mesmo número. A fração $\frac{6}{8}$ que encontraram, ao compará-la com a fração $\frac{3}{4}$, o que representa?

[74] **Aluno 11:** Quer dizer que as crianças comeram mais piza na tarefa 3 do que as crianças da tarefa 1. São frações equivalentes.

[75] **Prof:** O que representam frações equivalentes?

[76] **Aluno 15:** São frações que descobrimos ao fazer o mesmo número vezes o este (indicando o numerador) e este (indicando o denominador).

Pela apresentação do grupo 4, veio a confirmar-se a suspeita de que os alunos já tinham tido contacto com a regra formal para encontrarem frações equivalentes [72]. A professora questiona, com o objetivo de perceber se o grupo sabe que as duas frações representam a mesma quantidade [73]. O grupo demonstra dificuldade em compreender que, apesar de o todo (unidade) ser o mesmo, o número de partes consideradas nele aumentou, bem como, aumentou o número de partes selecionadas [74], dificuldade referida por Quaresma (2010) e Monteiro e Pinto (2007). Assim, mostram que não compreenderam o conceito de fração equivalente [74] e [76], mas que há uma regra, para multiplicar numerador e denominador pelo mesmo número, que lhes foi incutida e lhes permite encontrarem frações equivalentes, embora não façam ideia do que isso significa. Estes resultados vão ao encontro do referido por Monteiro e Costa (1996), quando afirmam que os alunos recorrem a símbolos e regras que lhes foram incutidas e que memorizaram, por isso, “não reconhecem a ligação entre o seu conhecimento dos números e as respetivas regras” (p. 62).

Após a apresentação do grupo 4, optou-se por pedir ao grupo 5 que apresentasse o seu raciocínio.

[77] **Prof:** Gostava de ouvir o vosso raciocínio que vos levou a dizer que as frações (apontando para as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{6}{8}$) são iguais.

[78] **Aluno 5:** Aqui (apontando para as representações icónicas), está dividida em 4 fatias, e só comeu 3 (indicando cada uma das 3 partes sombreadas) sobra 1 parte, por isso comeu $\frac{3}{4}$.

[79] **Prof:** Que parte de pizza é que sobrou?

[80] **Aluno 5:** $\frac{1}{4}$

[81] **Aluno 5:** Depois dividimos a outra (apontando para a representação icónica da pizza da tarefa 3) em 8 fatias, que eram as partes em que a pizza tinha de ser dividida, e pintamos as que a criança comeu. Depois, olhámos para as partes que sobraram e vimos que eram iguais.

[82] **Prof:** Mas, na tarefa 1, sobrou $\frac{1}{4}$ e na tarefa 3?

[83] **Aluno 16:** $\frac{2}{8}$ mas, também foi dividida em mais partes.

[84] **Prof:** Foi dividida em quantas partes a mais que na tarefa 1?

[85] **Aluno 16:** O dobro, por isso também sobrou mais uma fatia, mas as 2 fatias, juntas, são do mesmo tamanho que esta (apontando para a parte que sobrou da tarefa 1)

[86] **Prof:** Muito bem! Então podemos concluir que...

[87] **Aluno 5:** Comeram o mesmo e que as frações são iguais.

[88] **Prof:** São iguais ou a quantidade representada pelas frações é a mesma?

[89] **Aluno 8:** São a mesma quantidade, são equivalentes.

[90] **Prof:** Alunos do grupo 4! Podem-me explicar o que são frações equivalentes?

[91] **Aluno 7:** São frações que representam a mesma quantidade.

[92] **Aluno 15:** Se a piza for dividida em mais partes, aqui são 4 e aqui são 8 (referindo-se aos denominadores) então também comeram o dobro das fatias, mas mais pequenas aqui no $\frac{2}{8}$.

[93] **Aluno 11:** Essas duas fatias, mais pequenas, juntas são o mesmo que uma fatia na outra piza, ou seja, é a mesma quantidade.

Os alunos parecem compreender, que apesar do número de fatias ser maior na tarefa 3 [83] do que na tarefa 1, o dobro [85], a parte que cada criança comeu nas duas tarefas foi a mesma [87]. Desta forma, parecem compreender a relação de proporcionalidade direta, que existe entre as frações, e ter recorrido à estratégia *raciocínio escalar*, conforme sugerem Nunes, et al. (2004, citados em Cardoso, 2017), que os levou a concluir que estavam perante frações equivalentes [89]. A seguir, a professora questionou os alunos sobre a parte da piza que tinha sobrado, com o objetivo de levar os alunos à subtração intuitiva de frações:

[90] **Prof:** E agora, se eu quisesse saber que parte da piza sobrou, como é que eu poderia fazer?

[91] **Aluno 12:** Tínhamos de fazer uma conta de menos.

[92] **Prof:** Podes explicar melhor? Mostra-nos (apontando para o quadro) como estás a pensar.

O aluno regista a operação (Figura 41).

[93] **Prof:** Podes ir explicando.

[94] **Aluno 12:** Aqui (apontando para a fração $\frac{8}{8}$) é a piza toda, fiz $\frac{8}{8} - \frac{6}{8}$ (apontando para a fração $\frac{6}{8}$) e dá $\frac{2}{8}$.

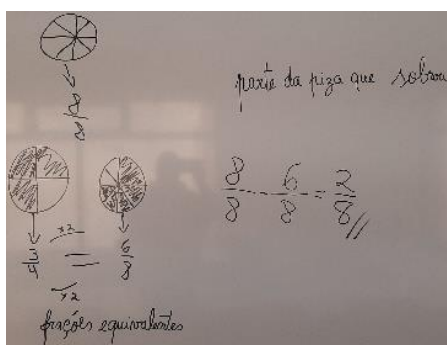


Figura 41: Produção do aluno com recurso ao algoritmo da subtração

Os alunos através da questão da professora [90] chegaram à subtração de frações e assim, identificaram a parte da piza que sobrou [94]. O contexto real da tarefa parece ter promovido o surgimento da subtração de frações de forma intuitiva, corroborado por vários autores (e.g. Canavarro, et al., 2014; Menezes et al., 2014; Monteiro & Pinto, 2007). A *sistematização das aprendizagens* - 4.^a fase do ensino exploratório, foi realizada oralmente, com o auxílio das produções dos alunos registadas, no quadro, ao longo da discussão.

A exploração da tarefa 4 tinha como objetivo levar os alunos a compararem e identificarem frações equivalentes. No entanto, durante a realização da tarefa, apenas três grupos conseguiram atingir o objetivo, sendo que a falta de orientação dos alunos para as produções que já tinham realizado para a resolução das tarefas 1 e 3, durante a 2.ª fase de ensino exploratório, foi uma limitação à resolução bem-sucedida da mesma. Ainda, a parca discussão das tarefas anteriores, nomeadamente na exploração da equivalência, de frações, limitou o potencial das tarefas no desenvolvimento do sentido de fração.

Após a *introdução da tarefa 5* (Figura 42) – 1.ª fase do ensino exploratório – os alunos, organizados em pequenos grupos, passaram à *realização da tarefa* – 2.ª fase do ensino exploratório.

5.1 Se em vez de três pizzas, a mãe da Matilde tivesse feito seis sandes e as dividisse igualmente pela Matilde e por quatro amigos, que porção de sandes cada amigo comeria?
 Descreve o processo que utilizaste para responder à questão. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

5.2 Cada amigo comeu mais que uma sandes ou menos que uma sandes? Explica o teu raciocínio.

Figura 42: Enunciado da Tarefa 5

Pode resolverem a questão 5.1, todos os grupos recorreram à representação icónica para modelarem a situação e às frações para representarem as quantidades envolvidas. Assim, dividiram as 6 sandes em 5 parte iguais e concluíram que cada amigo iria comer $\frac{6}{5}$ de sandes (e.g. Figura 43).

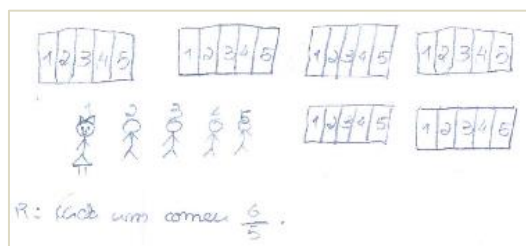


Figura 43: Produção do grupo 1 com recurso à representação icónica e simbólica

Porém, os grupos 1, 2 e 3 parecem ter adicionado de forma intuitiva $\frac{1}{5}$ de cada sandes para concluírem que cada amigo comeria $\frac{6}{5}$ de sandes. De salientar, que o grupo 1 apresentou dificuldades nas tarefas anteriores, com avanços e recuos na identificação das partes fracionadas, preferindo, na maior parte das vezes, o recurso aos números inteiros

para representar o número de fatias. Nesta tarefa já recorreu às frações para representar as quantidades envolvidas.

Já os grupos 4 e 5, recorreram ainda, à representação simbólica da adição sucessiva da fração que representa o que cada amigo comeu de cada piza, registando que $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$ e concluindo que cada amigo comeria $\frac{6}{5}$ de sandes (e.g. Figura 44).

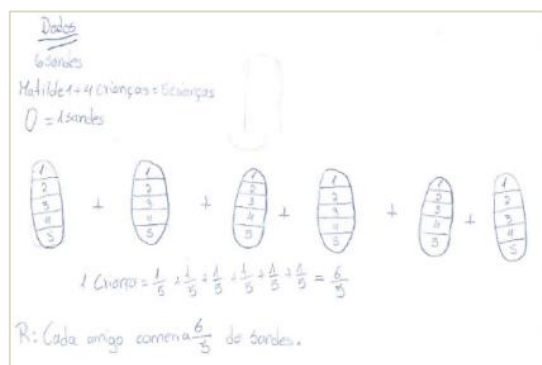


Figura 44: Produção do grupo 5 com recurso à representação icónica e simbólica

Na resolução da questão 5.2, os grupos 2, 3, 4 e 5 recorreram à representação *icónica* e *simbólica* para modelarem a tarefa e apresentarem os seus raciocínios, bem como concluírem que cada amigo comeu mais do que uma sandes (e.g. Figura 45).

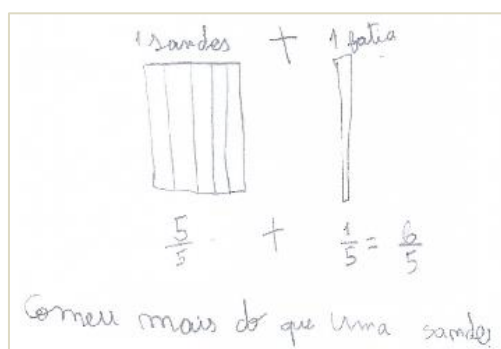
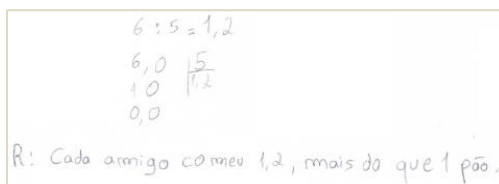


Figura 45: Produção do grupo 2 com recurso à representação icónica e simbólica

Com base na representação icónica, concluíram que cada amigo comeu $\frac{5}{5}$, que corresponde a uma sandes e mais $\frac{1}{5}$ de outra sandes. Adicionaram estas frações, tendo obtido a soma $\frac{6}{5}$ e concluíram que cada amigo comeu mais do que uma sandes. Assim, parecem ter recorrido à estratégia de comparação *Partição e comparação percentual*, referida por Nunes et al. (2004, citados em Cardoso, 2017).

Os grupos, aparentemente, juntaram as cinco partes, formando uma sandes e desenharam, ao lado, a parte que faltava. As produções dos grupos indicam que atribuíram à sandes a fração $\frac{5}{5}$ e à parte da sandes $\frac{1}{5}$. Já o grupo 1 recorreu ao algoritmo da divisão para concluir que cada amigo comeu mais do que uma sandes (Figura 46).



$6 : 5 = 1,2$

$$\begin{array}{r} 6,0 \quad | \quad 5 \\ 5 \quad \quad | \quad 5 \\ \hline 10 \quad \quad | \quad 10 \\ 10 \quad \quad | \quad 10 \\ \hline 0,0 \end{array}$$

 R: Cada amigo comeu 1,2, mais do que 1 pão.

Figura 46: Produção do grupo 1 com recurso ao algoritmo da divisão

O recurso à divisão apenas para a resolução desta tarefa, pode advir do mal-entendido de que para dividir, o dividendo tem de ser superior ao divisor, também identificado por Pinto (2011).

Após a *realização da tarefa 5*, teve lugar a sua *discussão da tarefa* – 3.^a fase do ensino exploratório. O grupo 1, foi o primeiro a apresentar a tarefa, uma vez que foi o único grupo que recorreu ao algoritmo da divisão como estratégia de resolução.

(o aluno apresentou a estratégia do grupo)

[95] **Aluno 2:** Eram 6 pizzas a dividir por 5 amigos que dá um vírgula dois que é mais que um pão.

[96] **Prof:** Vamos interpretar o vosso resultado, no contexto que estamos a trabalhar. (...) Cada criança comeu?

[97] **Aluno 2:** Comeu uma sandes mais um bocado (apontando para as duas décimas).

[98] **Prof:** Muito bem! Mas estas duas decimas, que tu chamas de bocado, representam que parte da sandes?

(...) o aluno não conseguiu responder, ao observar a sua representação simbólica, apontando para a representação icónica do colega do grupo 2, que estava registada no quadro para posterior apresentação, respondeu.

[99] **Aluno 2:** $\frac{1}{5}$

[100] **Prof:** Então ao todo quanto comeu cada amigo?

[101] **Aluno 5:** Comeu uma sandes que é $\frac{5}{5}$ mais $\frac{1}{5}$ de sandes que dá $\frac{6}{5}$.

[102] **Prof:** Então comeu 1 sandes e $\frac{1}{5}$.

O aluno apresenta a sua resolução [95]. A professora queria levar o aluno a identificar a parte da sandes representada pelas duas décimas [96] e [98]. O aluno mostrou que a representação icónica o ajudou a identificar a parte da sandes, uma vez que recorreu a esta representação, realizada pelo colega do grupo 2, para responder [99]. A representação icónica auxiliou o aluno a identificar a fração que representa a parte da piza em cau-

sa indo ao encontro do sugerido por Monteiro e Pinto (2005), quando afirmam que as representações icónicas auxiliarem os alunos a resolver problemas. Dando continuidade à discussão:

(A professora regista no quadro à medida que vai falando)

[103] **Prof:** Então cada amigo comeu $1\frac{1}{5}$ de sandes, que representa que parte de piza?

[104] **Aluno 9:** $\frac{6}{5}$

[105] **Prof:** Então $1\frac{1}{5} = \frac{6}{5}$?

[106] **Aluno 17:** Sim. São duas maneiras de escrever a mesma quantidade.

[107] **Prof:** Sim, são duas representações da mesma quantidade, mas ainda temos uma terceira representação que já vimos.... Qual é?

[108] **Aluno 3:** 1,2.

[109] **Prof:** Então quer dizer que (registando no quadro) cada amigo comeu seis quintos de sandes que é igual a uma sandes e um quinto de sandes, que é o mesmo que uma unidade, uma sandes, e duas décimas de sandes ($\frac{6}{5} = 1\frac{1}{5} = 1,2$). Aqui estão três representações da mesma quantidade.

Com o diálogo é possível perceber que através da exploração das diferentes resoluções da tarefa emergiram as três representações, números decimais, numerais mistos e fração (e.g. $\frac{6}{5} = 1\frac{1}{5} = 1,2$) [103] a [109] e Figura 47.

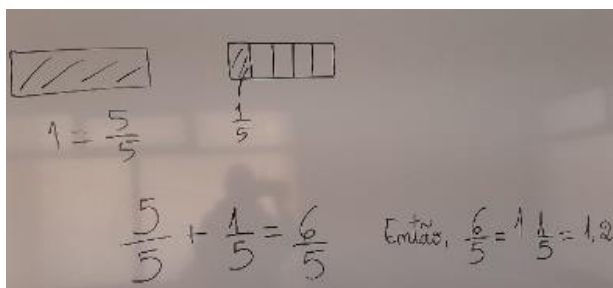


Figura 47: Síntese das conexões das diferentes representações de um número racional

Mais uma vez se verificou que o contexto real da tarefa e por conseguinte, significativo para os alunos, promoveu a sua representação icónica e identificação das quantidades envolvidas, indo ao encontro do sugerido por vários investigadores (e.g. Canavarro, et al., 2014; Menezes et al., 2014; Monteiro & Pinto, 2007).

A *sistematização das aprendizagens* - 4.^a fase do ensino exploratório foi realizada oralmente, ao longo de toda a discussão da tarefa, uma vez que o tempo era limitado. Foi dirigida pela professora com base nas produções dos alunos e registos no quadro.

5. CONCLUSÕES

Este capítulo inicia-se com uma síntese do estudo realizado, seguindo-se as principais conclusões. Posteriormente, são apresentadas as limitações do estudo e recomendações para estudos futuros, terminando com uma reflexão final sobre toda a investigação.

5.1. SÍNTESE

Os números racionais são considerados um dos conceitos mais importantes no currículo da Matemática (Monteiro & Costa, 1996), estruturante ao nível cognitivo, promotora do desenvolvimento do raciocínio matemático, e fundamental nas futuras aprendizagens matemáticas dos alunos (Barbosa & Vale, 2019; Ventura, 2013). Este conjunto de números, apresentam um elevado grau de dificuldade no ensino e na aprendizagem devido à sua complexidade, nomeadamente os diferentes significados e representações a densidade do conjunto de números e a conceptualização da unidade, e à metodologia mecanicista adotada em sala de aula.

O conjunto de números racionais despertou o interesse de investigadora, que se propôs investigar o que a literatura da especialidade refere. Deste modo, definiu o seguinte objetivo de estudo: perceber o modo como alunos do 5.º ano de escolaridade resolvem tarefas de partilha equitativa, em contexto de ensino exploratório. Deste objetivo decorreram as seguintes questões de investigação:

- a) Que estratégias apresentam os alunos na resolução das tarefas de partilha equitativa?
- b) Que dificuldades apresentam os alunos na resolução das tarefas de partilha equitativa?

Para responder a estas questões e atingir o objetivo foi implementada uma sequência de tarefas em contexto de ensino exploratório. Os dados, provenientes da implementação da sequência de tarefas, foram recolhidos através da observação participante, de gravações áudio das aulas, e da análise documental (das produções dos alunos). O conteúdo dos dados obtidos foi submetido a análise qualitativa e confrontado com os dados emanados da teoria que fundamenta este estudo.

5.2. PRINCIPAIS CONCLUSÕES

Na presente investigação identificaram-se as principais estratégias e dificuldades reveladas pelos alunos do 5.º ano de escolaridade, durante a resolução de uma sequência de tarefas de partilha equitativa em contexto de ensino exploratório.

Na maioria das tarefas, os alunos começaram por recorrer à representação icónica para modelarem as situações, o que parece ter sido promovido pelo contexto real das tarefas de partilha equitativa e, portanto, significativo para os alunos. Assim, surgiram de forma muito natural desenhos que representavam a divisão das pizzas ou sandes pelo número de criança e que parecem ter promovido a mobilização dos conhecimentos prévios dos alunos levando-os, de forma intuitiva, à identificação das quantidades envolvidas, a operar com frações, a ordenar frações e às diferentes representações de um número racional não negativo. Porém, desde a exploração da primeira tarefa, os alunos também recorreram à representação simbólica das frações, na identificação das quantidades envolvidas conseguindo relacionar as duas representações (icónica e simbólica) e deste modo, conectaram os seus conhecimentos informais com conhecimento formal. Estes resultados corroboram o referido por vários investigadores (e.g. Behr et al., 1993; Bruner, 1962, citado em Boavida et al., 2008; Monteiro et al., 2005; Monteiro & Pinto, 2007; Mack, 1990, Nunes et al., 2004, citados em Cardoso, 2017; Ventura, 2013).

Por conseguinte, ao longo da exploração das tarefas surgiu de forma intuitiva a adição, a multiplicação e a subtração de frações. A adição surgiu de forma explícita na resolução da primeira tarefa, através da produção de um grupo (e.g. $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$). No entanto, durante a apresentação e discussão desta tarefa, na terceira fase do ensino exploratório, foi possível perceber que a adição estava implícita nas produções dos restantes grupos, que parece ter sido promovida pelo contexto real da tarefa. Ainda nesta fase, foi possível estabelecer conexões entre as diferentes representações de um número racional não negativo, que foram emanando das produções e apresentações dos diferentes grupos, nomeadamente fração, percentagem e o numeral decimal (e.g. $\frac{3}{4} = 75\% = 0,75$). Também a subtração e a multiplicação surgiram de forma intuitiva durante a apresentação e discussão da segunda tarefa – terceira fase do ensino exploratório.

A comparação de frações foi sustentada, na maioria das vezes, também pelas representações icônicas. Os alunos, intuitivamente, recorreram a estratégias de comparação identificadas por Behr, et al. (1984) como a estratégia “numerador e denominador” e a estratégia “número inteiro consistente”. Compararam, ainda, frações através das estratégias de “partição e comparação percentual” e “raciocínio escalar” referidas por Nunes et al. (2004, citados em Cardoso, 2017). Na comparação de frações que representam a mesma quantidade (frações equivalentes), os alunos recorreram ainda, à estratégia “aplicação das proporções”, igualmente, identificada por Behr, et al. (1984).

Durante a exploração da sequência de tarefas também foram identificadas algumas dificuldades. Assim, alguns alunos apresentaram dificuldades na identificação da unidade de referência, tomando como unidade de referência o resultado da adição das fatias das três pizzas, como se fossem partes individuais. Desta forma, parece que, perante uma unidade contínua, viram as partes como uma unidade discreta, identificando-se, assim a dificuldade na conceptualização de unidade. Também foi identificada a dificuldade concetual referente à passagem dos números inteiros para os números fracionários. Estas dificuldades vão ao encontro das dificuldades elencadas por vários investigadores (e.g. Behr et al., 1992; Lamon, 2007; Monteiro & Pinto, 2005, 2007). A leitura do número decimal, foi outra dificuldade que se identificou, uma vez que alguns alunos liam o número com vírgulas “zero vírgula setenta e cinco”, esta dificuldade foi identificada por Monteiro e Pinto (2007), e sugere que os alunos não compreenderam o sistema decimal.

Foram ainda apresentadas dificuldades em conectar conhecimento informal com conhecimento formal sobre frações equivalentes, já que alguns alunos parecem ter a noção da existência da regra que leva à obtenção de frações equivalente (a de multiplicar numerador e denominador pelo mesmo número), mas não a sua compreensão. De acordo com vários autores (e.g. Monteiro & Costa, 1996; Monteiro & Pinto, 2007; Quaresma, 2010), esta dificuldade advém de um ensino essencialmente mecanicista.

Alguns alunos demonstraram dificuldade em compreender o conceito de fração equivalente, uma vez que sabiam como obter uma fração equivalente através da regra que lhes foi inculcada, mas não sabiam o seu significado. Neste sentido, aparentam ter dificuldade em compreender a representação fracionária. Estas dificuldades são corroboradas por

diversos autores (e.g. Monteiro & Costa, 1996; Monteiro & Pinto, 2007; Quaresma, 2010).

5.3. LIMITAÇÕES E RECOMENDAÇÕES

O ensino e a aprendizagem dos números racionais são difíceis tanto para os alunos como para os professores, conseqüentemente surgiram algumas limitações durante a investigação que acabaram por condicionaram os resultados da mesma.

Uma das limitações do estudo refere-se ao tempo disponibilizado para a implementação do ensino exploratório, por se tratar de uma metodologia complexa, como refere Canavarro (2011), requer mais tempo, uma vez que é imprescindível que os alunos tenham tempo para explorar, discutir e refletir sobre as tarefas, e a curta duração das aulas (cinquenta minutos), aliada à ocorrência de situações inesperadas acabou por comprometer as aprendizagens.

A pouca familiaridade da professora, bem como dos alunos com metodologias ativas, como é o caso do ensino exploratório, aliada às dificuldades do próprio conjunto de números, devido à sua densidade e aos seus diferentes significados e representações, acabou por condicionar a exploração das tarefas e as aprendizagens dos alunos.

Por conseguinte, atendendo à complexidade do ensino e aprendizagem deste conjunto de números recomenda-se a realização de mais estudos no âmbito dos números racionais, bem como, investigações e ações de formação que incentivem os professores a recorrer a metodologias ativas, como o ensino exploratório, em sala de aula, pois promovem o desenvolvimento de “capacidades matemáticas, como a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemática” (Canavarro, 2011, p. 11), bem como promove as aprendizagens significativas.

5.4. REFLEXÃO FINAL

O interesse por estudar os números racionais emanou da leitura da literatura da especialidade, que referia a complexidade deste conjunto de números e as dificuldades no ensino e na aprendizagem aliadas a uma metodologia mecanicista.

Por conseguinte, a investigadora propôs-se investigar esta área recorrendo a uma metodologia ativa, como o ensino exploratório, para tal definiu o objetivo de estudo: perce-

ber o modo como alunos do 5.º ano de escolaridade resolvem tarefas de partilha equitativa, em contexto de ensino exploratório.

Sempre sustentada pela literatura da especialidade, a investigadora desenvolveu e implementou uma sequência de tarefas, que potencializava o desenvolvimento dos números racionais, em contexto de ensino exploratório. Apesar disso, foram diversas as dificuldades encontradas durante o estudo que vão ao encontro do que a literatura da especialidade refere.

A investigadora compreendeu as dificuldades do ensino e da aprendizagem dos números racionais próprias deste conjunto de números, devido à sua densidade e aos seus diferentes significados e representações.

A complexidade na implementação da metodologia de ensino exploratório, referida por Canavarro (2011), foi experienciada pela investigadora, uma vez que as dificuldades surgiram ao longo da investigação, no que concerne ao tempo disponível para implementar desta metodologia como, também, na dinamização de cada uma das fases.

Compreendeu, também, que ao longo da sua vida profissional a formação deverá ser contínua, se quiser proporcionar aprendizagens significativas aos seus alunos. Por estes motivos, a investigação permitiu que a investigadora se desenvolvesse tanto a nível profissional como a nível pessoal.

6. CONCLUSÃO AO RELATÓRIO

O presente relatório foi realizado no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB, da Escola Superior de Educação e Ciências Sociais do Instituto Politécnico de Leiria. Nele pretendia-se partilhar o percurso vivenciado pela investigadora, ao longo das Práticas Pedagógicas (PP) em contexto de 1.º e 2.º CEB, e num estudo investigativo realizado em contexto de 2.º CEB.

Na dimensão reflexiva foram apresentadas, de forma reflexiva e fundamentada as experiências, as aprendizagens e as dificuldades vivenciadas pela investigadora no âmbito das PP. Os diferentes contextos onde foram realizadas as PP, permitiram conhecer realidades diferentes e fazer aprendizagens enriquecedoras. A redação desta dimensão permitiu uma reflexão sobre estas experiências vivenciadas, ao longo do mestrado, levando a uma melhor compreensão do ciclo observar, planificar, intervir, avaliar e refletir, e, por conseguinte, a um enriquecimento do desenvolvimento profissional e pessoal.

A dimensão investigativa requereu a implementação de uma sequência de tarefas, para o desenvolvimento dos números racionais e tinha como objetivo perceber o modo como alunos do 5.º ano de escolaridade resolvem tarefas de partilha equitativa, em contexto de ensino exploratório. Para isso, a investigadora aprofundou a literatura da especialidade, referente aos números racionais e à metodologia de ensino exploratório. Apesar disso, foram diversas as dificuldades encontradas durante o estudo, acerca do ensino e a aprendizagem dos números racionais e da complexidade da metodologia de ensino exploratório, indo ao encontro das esplanadas pela literatura da especialidade e experienciadas pela investigadora.

Esta experiência proporcionou, à investigadora uma consciencialização face à necessidade de continuar a aprofundar os seus conhecimentos ao longo da sua vida profissional, em todas as áreas, para poder proporcionar aprendizagens significativas aos seus alunos.

BIBLIOGRAFIA

- Aires, L. (2015). *Paradigma Qualitativo e Práticas de Investigação Educacional*. Universidade Aberta.
- Alarcão, I. (2013). *Formação Reflexiva de Professores. Estratégias de Supervisão*. . Porto: Porto Editora.
- Altet, M. (1999). *As pedagogias da aprendizagem*. Instituto Piaget.
- Araújo, L. (2013). Avaliação de aprendizagens: retrato traçado por alunos e professores do ensino regular e profissional de uma escola. [Tese de Mestrado, Universidade de Évora]. Repositório da Universidade de Évora. <http://hdl.handle.net/10174/10739>.
- Baptista, C. S. & Sousa, M. J. (2013). *Como fazer Investigações, Dissertações, Tese e Relatórios segundo Bolonha (2º ed.)*. Pactor.
- Barbosa, A., & Vale, I. (2019). A resolução de problemas com frações - uma abordagem visual. In E., Mamede, C., Monteiro, & C., Monteiro, *Contributos para o Desenvolvimento do sentido de número racional* (pp. 233-260). Associação de Professores de Matemática.
- Barreira, C., Boavida, J., & Araújo, N. (2006). Avaliação formativa: Novas formas de ensinar e aprender. *Revista Portuguesa de Pedagogia*, 40 (3), pp. 95-133.
- Behr, M.; Wachsmuth, I.; Post, T.; & Lesh, R. (1984). Order and Equivalence of Rational Numbers: A Clinical Teaching Experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(5), 323-341.
- Behr, M. J., Harel, G., Post, T. R., & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio, and proportion. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 296–333). Macmillan Publishing Co, Inc.
- Behr, M., Harel, G, Post, T. & Lesh, R (1993). Rational Numbers: Toward a Semantic Analysis – Emphasis on the Operator Construct. In T. Carpenter, E. Fennema and

- T. Romberg, *Rational Numbers An integration of Research* (pp.13-47). Lawrence Erlbaum Associate, Publishers.
- Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., & Timóteo, M. C. (2013). *Programa e Metas Curriculares Matemática Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciências.
- Boavida, A M. & Ponte, J. P. (2002). Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In GTI (Org), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 43-55). APM.
- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimental, T. (2008). *A experiência matemática no Ensino Básico - Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Ministério da Educação e Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto Editora.
- Campehouth, L. V., & Quivy, R. (1998). *Manual de Investigação em Ciências Sociais*. Lisboa: Gradiva.
- Canavarro, A. P. (2011). *Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios*. Educação e Matemática, 115, pp. 11-17.
- Canavarro, A. P., Oliveira, H. & Menezes, L. (2014). Práticas de ensino exploratório da Matemática: Ações e intenções de uma professora. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp. 217-233). Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Cardoso, P. (2017). *Ensinar Frações – Um olhar sobre o Conhecimento de Professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico*. [Tese de Doutoramento, Universidade do Minho]. Repositório da Universidade do Minho. <https://hdl.handle.net/1822/48665>.
- Coutinho, C. (2013). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas - Teoria e Prática*. Edições Almedina.
- Cortesão, L. & Torres, M. A. (1994). *Avaliação pedagógica II, mudança na escola mudança na avaliação*. Porto Editora.

- Costa, F. A., Rodriguez, C., & Cruz, E. (2012). *17Repensar as TIC na Educação. O Professor como Agente Transformador*. Santillana.
- Costa, M. C (2018). *Adição e subtração de números racionais na representação fracionária: uma proposta de ensino em turmas de 5º ano*. [Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade Lisboa. <http://hdl.handle.net/10451/36513>.
- Decreto-Lei nº55/2018 do Ministério da Educação. (2018). Diário da República: I série, n.º 129. <https://dre.pt/dre/detalhe/decreto-lei/55-2018-115652962>.
- Delors, J. (2005). *Educação, um tesouro a descobrir, relatório para a Unesco da comissão internacional sobre educação para o século XXI*. 9.ª Edição. Asa editores
- Estrela, A. (2008). *Teoria e prática da observação de classes: uma estratégia de formação de professores*. Porto Editora.
- Ferreira, C. (2007). *A avaliação no quotidiano da sala de aula..* Porto Editora.
- Ferreira, C. A. (2013). Contributos para uma prática avaliativa reguladora da aprendizagem. *Educar em Revista*, 5, 2, pp. 18-34.
- Fonseca, C., Carvalho, A. & Alves, F. (2016). Apps na Formação de Jovens para o Património Cultural. In A. Carvalho, S. Cruz, C. Marques; A. Moura, I. Santos, N. Zagalo (Orgs.), *Atas do 3º Encontro sobre jogos e mobile learning*. (pp.500-508). Universidade de Coimbra. Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação, LabTE. <http://hdl.handle.net/10316/31171>.
- Freixo, M. J. (2010). *Metodologia científica – Fundamentos, Métodos e Técnicas*. Instituto Piaget.
- Gaviraghi, A. (2013). *Alguns entendimentos do número racional na representação fracionária produzidos por alunos no início do 6º ano*. [Dissertação de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Rio Grande do Sul de Ijuí]. Repositório Universidade Regional do Noroeste do Rio Grande do Sul de Ijuí <http://bibliodigital.unijui.edu.br:8080/xmlui/handle/123456789/1620>.

- Herdeiro, R. (2007). Práticas reflexivas e desenvolvimento profissional: um estudo de caso com professores do 1º CEB. [Tese de Mestrado, Universidade do Minho]. Repositório da Universidade do Minho. <https://hdl.handle.net/1822/44682>
- Imwold, C., Rider, R., Twardy, B., Oliver, P., Griffin, M. & Arsenault, D. (1984). The effect of planning on the teaching behavior of preservice physical education teachers. *Journal of Teaching in Physical Education*, 4, 1, 50-56.
- Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629-668). NC: Information Age Publishing.
- Leite, L. (2000). As actividades laboratoriais e a avaliação das aprendizagens dos alunos. IN M. Sequeira, *Trabalho prático e experimental na educação em ciências* (pp. 91-208). Universidade do Minho.
- Leite, L. (2001). Contributos para uma utilização mais fundamentada do trabalho laboratorial no ensino das ciências. In Caetano, H. V., Santos, M. G., orgs. *Cadernos Didácticos de Ciências*. Departamento do Ensino Secundário do Ministério de Educação, vol.1, 77-96.
- Lewy, A. (1979). *Avaliação de currículo*. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo (EDUSP).
- Lopes, J., & Silva, S. H. (2010). *O Professor faz a diferença*. Lidel.
- Lopes, J. S., & Silva, H. S. (2012). *50 Técnicas de Avaliação Formativa*. Lidel.
- Mamede, E. (2011). Sobre o ensino e aprendizagem de frações nos níveis elementares de ensino. *Actas do ProfMat 2011 - Encontro Nacional de Professores de Matemática*. APM.
- Matos, J. M., & Serrazina, L. (1996). *Didáctica da Matemática*. Universidade Aberta.
- Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão Panorâmica da Investigação-Ação*. Porto Editora.
- Meireles, S. A. A. F. (2015). Uma abordagem aos numerais mistos com recurso aos Blocos Padrão: Um Estudo de Caso com alunos do 5º ano de escolaridade. [Dis-

sertação de Mestrado, Instituto Politécnico do Porto]. Repositório Científico do Instituto Politécnico do Porto. <http://hdl.handle.net/10400.22/11357>.

Menezes, L., Ferreira, T. R., Martinho, M. H., & Guerreiro, A. (2014). Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp.135-161). Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Ministério da Educação. (2018). *Aprendizagens Essenciais / Articulação com o perfil dos alunos/ 4.º ano / 1º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação- D EB.

Monteiro, C., & Costa, C. (1996). Dificuldades na aprendizagem dos números racionais. *Educação e Matemática*, nº 40, 60-63.

Monteiro, C., & Pinto, H. (2007). *Desenvolvendo o sentido do número racional*. Associação de Professores de Matemática.

Monteiro, C., Pinto, H., & Figueiredo, N. (2005). As frações e o desenvolvimento do sentido do número racional. *Educação Matemática*, 84, 47-51.

Monteiro, C. & Pinto, H. (2005). A aprendizagem dos números racionais. *Quadrante*, 14(1), 89-107. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22785>.

Morais, C., Cerca, R., Quaresma, M., & Ponte, J. P. (2014). Os números racionais no 2.º ano: um estudo diagnóstico. In M. Martinho, H., Tomás Ferreira, R. A., A. M. Boavida, & L. Menezes (Eds.), *Atlas do XXV Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 91-109). APM.

Morais, C., Serrazina, L & Ponte, J. P. (2018). Números racionais no 1.º ciclo: Compreensão de grandeza e densidade apoiada pelo uso de modelos. *Quadrante*, 27(1), 25–45. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22963>.

Moreira, F. M. (2016). *Pensar a avaliação de uma forma diferente! - Perceção de alunos do 3.º ciclo e de professores de História e de Geografia face à avaliação*. [Tese de Mestrado, Universidade do Porto]. Repositório da Universidade do Porto. <https://hdl.handle.net/10216/87555>.

- Nascimento, J. (2008). Perspectivas para aprendizagem e ensino dos números racionais. *Revista de Iniciação Científica da FFC*, 8(2), 196-208. <https://doi.org/10.36311/1415-8612.2008.v8n2.212>.
- NCTM. (2008). *Princípios e normas para a Matemática escolar* (2 ed.). Lisboa: APM.
- Nunes, T., Campos, T. M. M., Magina, S., Byant, P. (2005). *Educação Matemática: Números e Operações Numéricas*. Cortez Editora.
- Oliveira, I., & Serrazina, L. (2002). A reflexão e o professor como investigador. IN *GTI Refletir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 29-42). APM.
- Oliveira, H., Menezes, L., & Canavarro, A. P. (2013). Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, 22(2), 29–54. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22895>.
- Pacheco, J. A. (2002). Critérios de avaliação na escola. IN P. Abranes, & F. Araújo, *Reorganização Curricular do Ensino Básico. Avaliação das Aprendizagens. Das concepções às práticas* (pp. 55-64). Ministério da Educação - Departamento da Educação Básica.
- Pereira, A. (2013). Motivação na Aprendizagem e no Ensino. IN F. H. Veiga, *Psicologia da Educação: Teoria Investigação e Aplicação – Envolvimento dos alunos na escola* (pp. 445-493). Climepsi Editores.
- Piletti, C. (2001). *Didática geral*. Editora Ática.
- Pinto, C. L. & Tavares, H. M. (2010). O lúdico na aprendizagem: Aprender e Aprender. *Revista da Católica*, 2(3) 226-235.
- Pinto, H. G. (2011). *O desenvolvimento do sentido da multiplicação e da divisão de números racionais*. [Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa. <http://hdl.handle.net/10451/4516>.
- Pombo, O., Guimarães, H. M. & Levy, T. (1993). *A interdisciplinaridade: Reflexão e Experiência*. Texto Editora.

- Ponte, J. P. (2005). Gestão Curricular em Matemática. In GTI(Ed.), *O Professor e o Desenvolvimento Curricular* (pp. 11-34). APM.
- Ponte, J. P. (2010). Explorar e investigar em Matemática: Uma actividade fundamental no ensino e na aprendizagem. *Unión - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 21, 13-30.
- Ponte, J. P. (2014). Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In J. P. Ponte (org.), *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp. 13-27). Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Ponte, J. P. & Quaresma, M. (2012). O papel do contexto nas tarefas matemáticas. *Interações*, 8 (22). <https://doi.org/10.25755/int.1542>.
- Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2014). Representações e Processos de Raciocínio na Comparação e Ordenação de Números Racionais numa Abordagem Exploratória. *Bolema*, 28(50), 1464-1484. <http://hdl.handle.net/10451/22617>.
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A.; Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E. G., & Oliveira, P. A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Ministério da Educação.
- Post, T.; Behr, M.; & Lesh, R. (1986). Research-based observations about children's learning of rational number concepts. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 8(1), 39-48.
- Quaresma, M. (2010). *Ordenação e comparação de números racionais em diferentes representações: uma experiência de ensino*. [Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa. <http://hdl.handle.net/10451/2451>.
- Rocha, M. I. (cood). (2008). *Geometria e Medida: Percursos de aprendizagem 2008* Escola Superior de Educação.
- Sá, F. B. (2011). Aprendizagem de frações no Ensino Fundamental. [Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul]. Repositório da UFRGS. <http://hdl.handle.net/10183/31633>.

- Santos, M. C. (1999). *Trabalho experimental na aprendizagem em ciência. O desenvolvimento de competências científicas na disciplina de Técnicas Laboratoriais de Biologia*. [Dissertação de Mestrado: Universidade Nova de Lisboa]. Repositório da Universidade Nova. <http://hdl.handle.net/10362/163>.
- Santos, L., & Pinto, J. (2018). Ensino de conteúdos escolares: a avaliação como fator estruturante. In F. H. Veiga (Coord.). *O ensino na escola de hoje: teoria, investigação e aplicação* (pp. 503-539). Climepsi.
- Silva, M. M. (2012). Do número natural ao número racional: um projeto de colaboração com uma professora do 3.º ano de escolaridade. [Dissertação de Mestrado, Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa. <http://hdl.handle.net/10451/7606>.
- Tavares, D., Menino, H. L., Pinto, H. G., Rainho, N. & Rodrigues, M. (2017). O conhecimento matemático de futuros professores dos primeiros anos: o caso dos números racionais. In Dina Alves, Hélia Gonçalves Pinto, Isabel Simões Dias, Maria Olívia Abreu, Romain Gillain Muñoz. (Orgs.) *Atas da VI Conferência Internacional Investigação, Práticas e Contextos em Educação: Investigação, Práticas e Contextos em Educação*, pp. 303-315. <http://hdl.handle.net/10400.8/3527>.
- Teixeira, R., & Apresentação, K., (2014). Jogos em sala de aula e seus benefícios para a aprendizagem da matemática. *Linhas*, 15, p. 302 – 323.
- Vale, I. (2004). Algumas Notas sobre Investigação Qualitativa em Educação Matemática - o Estudo de Caso. *Revista da ESE*, (5), 171-202.
- Vale, I., & Pimentel, T. (2010). Padrões e conexões matemáticas. *Educação e Matemática*, 110, pp. 33-38.
- Ventura, H. M. (2013). *A aprendizagem dos números racionais através das conexões entre as suas representações: uma experiência de ensino no 2º ciclo do ensino básico*. [Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa]. Universidade de Lisboa. <http://hdl.handle.net/10451/10661>.
- Vilar, A. (1995). *O Professor Planificador*. Edições ASA.

APÊNDICES

APÊNDICE I – REFLEXÃO DE 22 DE OUTUBRO 2018, PPII DO 2.º CEB

Esta reflexão é o resultado da primeira quinzena de intervenção, realizada na disciplina de Ciências Naturais, na escola EB 2, 3 Doutor Correia Mateus, numa turma do 6.º ano. Esta prática de ensino supervisionada é realizada no âmbito da unidade curricular de Prática Pedagógica de Matemática e das Ciências Naturais no 2.º CEB II, do mestrado em ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais.

Após a minha atuação, continuaria a manter o plano traçado, no que concerne à planificação, apesar de saber que tem de ser melhorada. Na transposição da planificação para a prática, senti grandes dificuldades, não porque não estivesse inteirada com os conteúdos, mas sim porque a minha postura perante a turma não foi aquela que eu tinha perspetivado.

Não me soube fazer ouvir nem ver, isto levou-me a mostrar hesitação nas respostas dadas aos alunos, bem como em demonstrar os meus conhecimentos científicos. Após uma reflexão oral com o supervisor e cooperante, refleti acerca dos erros que cometia, que me levou a uma mudança de postura. Assim, na última aula da quinzena apresentei-me à turma com uma postura confiante e determinada, completamente diferente da postura que a turma conhecia. Desta forma, senti que o grupo também alterou a sua postura perante mim.

Antes da minha intervenção sentia insegurança em estar perante uma turma e ter de “dirigir” as suas aprendizagens, tive receio de não o conseguir fazer. Deixei que esta insegurança se exteriorizasse. Desta forma, a maior alteração que registei durante a minha intervenção deveu-se à minha postura perante a turma conforme já mencionado acima, pois “É o modo de agir do professor em sala de aula, mais do que as suas características de personalidade, que colabora para uma adequada aprendizagem dos alunos; fundamenta-se numa determinada conceção do papel do professor, que por sua vez reflete valores e padrões da sociedade” (Masetto, 2003, p.115).

Isto porque ser professor é mais do que lecionar conteúdo como refere Mesquita (2011, pp.86-87), ser professor é

[...] ser um guia, é ser um orientador que tem de apoiar as crianças em todos os aspetos. Atribui-se-lhe o papel de facilitador das aprendizagens das crianças, o que significa poder ajudá-las, orientá-las em tudo o que elas necessitem. Ser professor não é só fazer só com que os alunos aprendam os conteúdos de um livro, é muito mais que isso, é fazer com que os alunos sejam competentes para ultrapassar situações, nomeadamente, problemáticas, O que significa formá-los e orientá-los, levá-los pelo melhor caminho.

Relativamente às opções metodológicas, durante a primeira semana da quinzena de atuação optei por organizar a turma em grupos de trabalho. Verifiquei que têm dificuldade em trabalhar em grupo, principalmente em organizar e delegar tarefas, mas apesar disto não alteraria esta opção didática, pois só fazendo trabalhos de grupo é que os alunos vão conseguir aprender a gerir e a trabalhar em equipa, porque este tipo de trabalho apresenta muitas vantagens. Pato (1995, p. 28) menciona

que o aluno que adquiriu um certo saber o consolida na explicação ao colega; constata-se, por vezes, que durante essa explicação, o aluno se apercebe de que, ele próprio, não compreendia ou não sabia tão bem quanto julgava. A verbalização do pensamento imposta pelo trabalho de grupo e, particularmente, pela necessidade de clarificar ideias, demonstrar raciocínios, tirar dúvidas ou ajudar o colega com dificuldade de aprendizagem, é, por si só, um contributo muito enriquecedor para o desenvolvimento de capacidades de raciocínio e de comunicação.

Ao refletir acerca desta dificuldade dos alunos, verifiquei que se os tivesse orientado na organização do trabalho, dentro do próprio grupo, esta poderia ter sido ultrapassada. Posteriormente, na apresentação dos trabalhos, o meu dever seria questionar os alunos, de forma que estes refletissem e interligassem o trabalho que tinham efetuado com os conteúdos que iriam ser abordados posteriormente, mas tal não aconteceu. Ao refletir acerca disto verifiquei que não tinha conseguido perceber, efetivamente, a conexão que poderia ter feito dos conteúdos e do trabalho.

Esta turma mostra-se interessada e participativa, desta forma participaram ativamente nas discussões em grande grupo, dando a sua opinião. Isto vai contra ao que redigi na fundamentação teórica quando referi que “uma das maiores preocupações dos docentes é a falta de participação ativa de todos os alunos”, neste grupo de alunos esta afirmação não faz sentido.

Apesar de não o ter demonstrado durante as intervenções, senti necessidade de aprofundar a forma de interligar os conteúdos e na abordagem deste à turma, pois sabia que era uma das minhas fragilidades.

Apesar das dificuldades que senti durante a intervenção, fui verificando que os alunos, durante a ficha de avaliação, demonstraram ter compreendido e conseguiram aplicar os conteúdos abordados ao longo da quinzena de atuação.

Referências Bibliográficas

- Masetto, M. T. (2003). *Competência pedagógica do professor universitário*. São Paulo: Summus.
- Mesquita, E. (2011). *Competências do Professor, Representações sobre a formação e a profissão*. Lisboa: Edições Sílabo.
- Pato, M. H. (1995). *Trabalho de grupo no Ensino Básico – guia prático para professores*. Lisboa: Texto Editora.

APÊNDICE II – REFLEXÃO DE 2 DE OUTUBRO 2019, PPI DO 1.º CEB

A presente reflexão incide nas experiências vivenciadas ao longo da terceira semana da Prática Pedagógica do 1.º Ciclo do Ensino Básico I, no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB. Esta semana consistiu na observação e no apoio à concretização das propostas de planificação da Professora Cooperante.

Desde o primeiro dia de observação, a Professora Cooperante permitiu-me interagir diretamente com os alunos, auxiliando-os na realização das tarefas, por este motivo esta terceira semana acabou por se bastante semelhante às duas anteriores. O que, do meu ponto de vista, acaba por ser uma vantagem, na medida em que, quanto mais contactar com o grupo de crianças, mais me vou apercebendo das suas dificuldades, gostos, preferências.

Neste sentido, senti a necessidade de me elucidar acerca do desenvolvimento cognitivo da faixa etária do grupo de crianças em questão: 5-7 anos. Segundo Piaget, “o desenvolvimento consiste numa reorganização das estruturas cognitivas construídas através da acção do sujeito e que se manifesta através de uma sequência de estádios.” (Campos, 1990, p.56). Estes estádios de desenvolvimento, que Piaget refere, são divididos em: estádio da inteligência sensório-motor (0-24 meses); estádio de preparação e de organização da inteligência operatória concreta (2-11/12 anos) e o Estádio da inteligência operatória formal (11/12-16 anos) (Campos, 1990, p.56, 60 e 61).

Por conseguinte, conforme as idades acima mencionadas, é possível referir que o grupo-turma se pode incluir no Estádio de preparação e de organização da inteligência operatória concreta (Campos, 1990, p.61). Este estádio, em especialmente, subdivide-se em cinco sub-estádios que, conforme a faixa etária aqui em causa, apenas importa referir dois: regulações representativas articuladas (5-7/8 anos) e estádio das operações concretas simples e elementares (7/8-9/10 anos) (Campos, 1990, p.61). Este grupo de crianças encontra-se, mais especificamente, na transição das Regulações representativas articuladas e o estádio das operações concretas simples e elementares (Campos, 1990, p.61), mas esta transição depende das características de cada uma das crianças e da sua relação com o meio de aprendizagem.

Desta forma, é importante referir que o cérebro das crianças até aos 11 anos é como uma esponja, ou seja, absorve a informação com grande facilidade e flexibilidade, mas a partir dos 11 anos esta facilidade e flexibilidade de absorver a informação vai diminuindo. Por este motivo, considero que é muito importante que eu como futura professora crie inúmeras oportunidades, durante as minhas intervenções, que motivem os alunos na realização de aprendizagens significativas. Bianchi (2011) menciona que a motivação na aprendizagem “é extremamente necessária e deve ser trabalhada no contexto em que os alunos estão.” (p. 21)

Foi possível observar que ao longo, desta semana, a professora utilizou as TIC (tecnologias de comunicação e informação), como ferramenta de ensino-aprendizagem, o que acabou por ser interessante, pois considero que esta ferramenta, utilizada com fins pedagógicos, apresenta uma grande relevância em situações de ensino-aprendizagem, por permitirem a construção de conhecimentos e competências e, ao mesmo tempo introduzem propriedades lúdicas, prazerosas e motivadoras às atividades, possibilitando o acesso dos alunos a vários tipos de conhecimento.

A metodologia de ensino utilizada durante as aulas variou, do método expositivo, na exposição verbal e exemplificativa quando, por exemplo, o assunto era desconhecido ou as ideias dos alunos eram insuficientes, ao trabalho de grupo, onde os alunos tiveram um papel ativo nas suas aprendizagens ao mesmo tempo que cooperavam, entre si, na realização das tarefas. As diferentes metodologias foram utilizadas consoante os objetivos e conteúdos a trabalhar, havendo, assim, uma relação de interdependência, ou seja, os objetivos a atingir foram estabelecidos, tendo em conta os conteúdos, seguindo-se uma articulação entre os objetivos e a metodologia, que se considerou mais adequada. A escolha do método de ensino deve ter, também, em conta as características pessoais e socioculturais dos alunos.

Em conclusão, sinto que realizei algumas aprendizagens significativas que, espero, influenciem positivamente a minha prática. Ao longo das próximas semanas espero aumentar o meu conhecimento teórico, através das leituras de obras adequadas às situações.

Referências Bibliográficas

Bianchi, S. R. (2011). *A importância da motivação na aprendizagem*. São Paulo: UFS-Car.

Campos, B. (1990). *Psicologia do Desenvolvimento e Educação de Jovens (I)*. Lisboa: Universidade Aberta.

APÊNDICE III – REFLEXÃO DE 23 DE SETEMBRO 2019, PPI DO 1.º CEB

A presente reflexão faz referência às duas primeiras semanas da Prática Pedagógica do 1.º Ciclo do Ensino Básico I, no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB.

De modo a expressar as minhas expectativas sobre esta Prática Pedagógica, começo por referir aquela que, tal como em todas as Práticas Pedagógicas anteriores, considero mais importante: o aperfeiçoamento de competências enquanto futura profissional. Neste documento irei refletir, primeiramente, sobre as minhas expectativas e receios sobre a prática deste semestre e, a seguir falo sobre o período de observação na instituição, bem como algumas aprendizagens que pude realizar através da observação e interação com os alunos e com os outros intervenientes educativos.

Tendo consciência que intervir num primeiro ano seria uma grande responsabilidade, era uma experiência pela qual gostaria de passar, enquanto estagiária. Por este motivo, espero aprender o máximo com a professora cooperante, tanto na relação professor-aluno e aluno-professor, que no primeiro ciclo é muito importante para a motivação dos alunos, como aprender novas estratégias e atividades, principalmente no que se prende com o ensino da leitura, escrita e na matemática.

Relativamente aos receios, estes estão interligados com o que referi anteriormente, no que concerne à enorme responsabilidade de lecionar a um primeiro ano, não menosprezando os anos letivos subsequentes, mas, na minha opinião, o primeiro ano de escolaridade será uma experiência que condiciona a visão de escola ao longo de todo o percurso académico dos alunos. Desta forma, sinto alguma pressão em realizar um bom trabalho, pois, é importante que as crianças gostem da escola, se sintam bem nela e ganhem o gosto por aprender cada vez mais. Destaco o fato de ter receio de planificar alguma atividade que não seja adequada ao grupo, pois, na prática pedagógica anterior a faixa etária dos alunos era muito superior (10 aos 11 anos), e na prática pedagógica atual é necessário que as tarefas sejam adequadas a crianças dos 6 aos 7 anos um vez que o tempo de concentração destas ser bem menor.

Durante estas primeiras semanas o foco esteve, essencialmente, na observação e recolha de dados do meio envolvente, agrupamento, instituição, sala de aula e grupo de alunos. Segundo Fortin (1999), "observação" consiste no "elemento central do processo de in-

investigação" (p. 36), ou seja, observar implica tomar, atentamente, em consideração, a realidade de modo a compreendê-la e a compreender as relações entre os factos.

No que concerne à metodologia de observação e recolha de dados, utilizei o método qualitativo, visto que procurei compreender o contexto educativo (Fortin, 1999, p. 22). Como tal, observei, descrevi e interpretei os dados tal como estes se apresentam visando desenvolver os meus conhecimentos acerca dos mesmos (Fortin, 1999, p. 22), nomeadamente do grupo de alunos, da sala de aula, instituição, o meio em que está inserida e o agrupamento. De modo a concretizar este processo, construí instrumentos de observação, nomeadamente grelhas de observação. O principal método de recolha de dados, tal como supramencionado, foi a observação direta. Fortin (1999) refere que observação direta "visa descrever os componentes de uma dada situação social (pessoas, lugares, acontecimentos, etc.) a fim de extrair tipologias desta, ou ainda permitir identificar o sentido da situação social por meio da observação participante" (p. 241).

Este método de recolha de dados, para além de ter sido o que mais utilizei, foi também aquele que me permitiu recolher uma maior variedade de informação. Gostaria de destacar que a análise documental foi fundamental neste processo de recolha de informação, pois como refere Carmo e Ferreira (1998, p. 59), é um método de recolha de dados que consiste na seleção, tratamento e interpretação de informação que visa encontrar um sentido, sendo um processo coletivo uma vez que é comparável a uma "passagem de testemunho" entre aqueles que investigaram e aqueles que investigam (Carmo & Ferreira, 1998, p. 359).

Este período de observação revelou-se importante para mim porque me ajudou a conhecer o contexto educativo, os alunos com quem vou trabalhar, e a metodologia de trabalho da professora cooperante, aspetos importantes que acabam por ser cruciais para as minhas intervenções. Neste sentido, a observação acaba, assim, por ser um processo "(...) centrado no desenvolvimento individual e coletivo dos professores e na melhoria da qualidade do ensino e das aprendizagens" (Gabinete de Apoio ao Tutorado, 2014, p.8), ou seja, uma observação e reflexão atenta do professor acaba por o beneficiar e também aos alunos, pois, desta forma, consegue munir-se de ferramentas essenciais para melhorar a sua prática e com isso acaba por auxiliar os alunos de uma forma mais adequada.

No manual de apoio à observação do Gabinete de Apoio ao Tutorado (2014), é possível encontrar algumas vantagens da observação para o professor, que são importantes e adequadas ao contexto. Assim, através da observação o professor estará capacitado para:

Treinar o reconhecimento e identificação de fenómenos na aprendizagem; Apreender relações sequenciais e causais no contexto da sala de aula; Aumentar a sua sensibilidade às reações dos alunos; Treinar o questionamento face a situações de aprendizagem e o teste de soluções em situações de ensino-aprendizagem; Treinar a recolha objetiva, a organização e a interpretação de situações de aprendizagem em sala de aula; Oportunidade de se situar criticamente face aos modelos existentes; Oportunidade para realizar a síntese entre teoria e prática; Interagir com pares que se encontram num processo de questionamento e melhoria da qualidade nas atividades letivas. (p.8)

No que concerne à interação com as crianças, considero que desde o primeiro dia os alunos foram muito recetivos à minha presença, o que permitiu que desenvolvêssemos uma relação de proximidade que “pode ser um caminho poderoso e menos dispendioso para (...) o sucesso dos alunos” (Lopes & Silva, 2011, p. 63). Acredito que esta relação fará diferença na motivação que as crianças levam para a sala de aula e facilitará as suas aprendizagens, já que a motivação é “um conjunto de forças impulsionadoras que mobilizam e orientam a ação de um indivíduo em direção a um objetivo” (Pereira, 2013, p. 446). Em relação aos outros intervenientes, considero que a interação tem sido positiva, pois desde o primeiro dia mostraram-se recetivos à minha presença.

Esta instituição promove a participação dos alunos em vários clubes, que decorrem à segunda-feira no período da tarde, destinado à oferta complementar e ao apoio ao estudo. Neste período tenho acompanhado a turma nas atividades dos clubes, o que tem sido importante para mim, uma vez que interajo com os alunos em atividades vocacionadas para as temáticas que cada clube trabalha, como, por exemplo, o clube do ambiente, onde a reciclagem foi o tema da primeira seção, onde os alunos tiveram a oportunidade de colocar em prática as aprendizagens adquiridas sobre este tema – reciclagem, e o clube de TIC (Tecnologias de Informação e Comunicação) onde os alunos tiveram a oportunidade de trabalhar a lateralidade através do Robô DOC. Estas atividades foram importantes para a minha aprendizagem, pois foi possível verificar a positiva recetividade e participação por parte dos alunos, tanto no esforço em realizar as atividades, corretamente, como na atenção demonstrada durante as mesmas.

Desta forma, considero que tenho tido a oportunidade de observar e participar em diversos contextos que me permitiram realizar aprendizagens significativas como a cooperação dos diferentes professores na aprendizagem dos alunos, com as atividades que os clubes proporcionam, a relação de proximidade do professor-aluno e as aprendizagens em sala de aula como fonte de motivação. Considero que o trabalho colaborativo dos professores facilita o ensino aprendizagem dos alunos. Os professores, também, beneficiam, no sentido em que aprendem uns com os outros, pois partilham saberes acabando por ampliar as suas competências, mas como referem Boavida e Ponte (2002), “a realização de um trabalho em conjunto, a colaboração, requer uma maior dose de partilha e interação do que a simples realização conjunta de diversas operações” (p.4).

Um dos aspetos que gostaria de referir como aprendizagem significativa é o desenvolver da autonomia dos alunos, Reis (2001) refere que a autonomia no aluno é compreendida como um processo que se inicia na infância precoce e que desenvolve ao longo da vida, assim sendo, nesta nova fase em que se encontram, é muito importante que os alunos desenvolvam autonomia, através do ensino-aprendizagem de valores e atitudes, no que diz respeito às suas próprias aprendizagens dentro e fora da sala de aula, para que ao longo dos anos se desenvolvam como cidadãos capazes de se responsabilizarem pelos seus atos na sociedade e no seu próprio percurso de vida.

Referências Bibliográficas

- Boavida, A. M., & Ponte, J. P. (2002). Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In GTI (Ed.), *Refletir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 43-55). Lisboa: APM.
- Ferreira, M. & Carmo, H. (1998). Metodologia da Investigação - guia para autoaprendizagem. Lisboa: Universidade Aberta.
- Fortin, M. (1999). O Processo de Investigação – da concepção à realização. Loures: Lusociência.
- Gabinete de Apoio ao Tutorado. (2014). *Manual de apoio à observação: observar e aprender*. Consultado a 29 set. 2019. Disponível em:<https://docs.google.com/viewer?a=v&pid=sites&srcid=ZGVmYXVsdGRvbWFpbnxvYnNlcnZhcHJlbnRlcXneDo0ZjYwM2Q1YWZlNWYyNTU4>
- Lopes, J., & Silva, H. S. (2011). *O Professor faz a diferença*. Lisboa: Lidel.

Pereira, A. (2013). Motivação na Aprendizagem e no Ensino. In Veiga, F. H. (eds.) *Psicologizada Educação: Teoria Investigação e Aplicação – Envolvimento dos alunos na escola* Lisboa: Climepsi Editores.

Reis, J (2001). Professores para a cidadania, elementos para um programa de formação. *Modelos e Práticas de formação inicial de professore*, Faculdade de Letras da Universidade de Lisboa.

APÊNDICE IV – REFLEXÃO DE 11 DE MARÇO 2020, PPII DO 1.º CEB

A presente reflexão incide nas experiências vivenciadas ao longo da terceira semana da Prática Pedagógica do 1.º Ciclo do Ensino Básico II, no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB. Esta semana consistiu no apoio à concretização das propostas de planificação da Professora Cooperante e na minha intervenção, que ocorreu na quarta-feira dia onze de março.

Durante a observação, tive a oportunidade de interagir diretamente com os alunos, auxiliando-os na realização das tarefas, o que, do meu ponto de vista, acabou por ser uma vantagem, uma vez que quanto mais contactar com o grupo de alunos, mais facilmente percebo as suas dificuldades, gostos e preferências.

Neste sentido, penso que foi necessário elucidar-me, acerca do desenvolvimento cognitivo da faixa etária do grupo de alunos em questão: 9-10 anos. De acordo com Piaget, a criança vai construindo as suas ideias e a sua vida afetiva a partir dos estádios de desenvolvimento cognitivo (Cohen, 1999). Assim, segundo Piaget (1983) os estádios de desenvolvimento podem ser divididos em quatro:

- I. Estádio Sensório-Motor (do nascimento aos 2 anos) – dividido em três subestádios: o estádio dos reflexos ou montagens hereditárias, bem como das primeiras tendências instintivas e das primeiras emoções; o estádio dos primeiros hábitos motores e das primeiras percepções organizadas e primeiros sentimentos diferenciados; o estádio da inteligência sensório-motor ou prática (anterior à linguagem), das regulações afetivas elementares e das primeiras fixações exteriores da afetividade.
- II. Estádio Pré-Operatório (dos 2 aos 7 anos) – O estádio da inteligência intuitiva, dos sentimentos interindividuais espontâneos e das relações sociais de submissão ao adulto.
- III. Estádio das Operações Concretas (dos 7 aos 11-12 anos) – O estádio do início da lógica e dos sentimentos morais e sociais de cooperação.
- IV. Estádio das Operações Formais (a partir dos 12 anos) – O estádio das operações intelectuais abstratas, da formação da personalidade e da inserção afetiva e intelectual na sociedade dos adultos. (pp. 14-15)

A idade em que cada criança atinge cada um dos estágios pode variar, mas a sequência não, ou seja, uma criança não pode enquadrar-se num estádio sem ter passado pelos anteriores, pois só este percurso fará com que a criança conheça a realidade de uma maneira mais organizada e estruturada, essencial a um desenvolvimento cognitivo saudável. Desta forma, é importante referir que o cérebro das crianças até aos 11 anos é como uma esponja, ou seja, absorve a informação com grande facilidade e flexibilidade, mas a

partir dos 11 anos esta facilidade e flexibilidade de absorver a informação vai diminuindo. Por este motivo, considero que é muito importante que eu como futura professora crie inúmeras oportunidades, durante as minhas intervenções, que motive os alunos na realização de aprendizagens significativas. Bianchi (2011) menciona que a motivação na aprendizagem “é extremamente necessária e deve ser trabalhada no contexto em que os alunos estão.” (p. 21)

Foi possível observar que, ao longo desta semana, a professora utilizou as TIC (tecnologias de comunicação e informação), como ferramenta de ensino e aprendizagem, o que acabou por ser interessante, pois considero que esta ferramenta, utilizada com fins pedagógicos, apresenta uma grande relevância em situações de ensino e aprendizagem, por permitirem a construção de conhecimentos e competências e, ao mesmo tempo, introduzem propriedades lúdicas, prazerosas e motivadoras às atividades, possibilitando o acesso dos alunos a vários tipos de conhecimento.

No que concerne à minha atuação, manteria o plano, pois este foi elaborado com o intuito de perceber como os alunos se manifestariam e interagem durante uma atividade experimental, tipo de atividade que ainda não tive tido oportunidade de observar. As aprendizagens que esta lhes poderia proporcionar, pois como refere Sá (1994, p.26) “as crianças aprendem fazendo e aprendem pensando sobre o que fazem”.

Como o tempo para esta atividade era escasso, penso que foi fundamental orientar o trabalho dos alunos. A organização do espaço de trabalho, também foi importante, permitiu que todos os grupos tivessem um espaço de trabalho e que cada aluno conseguisse observar as orientações que eu ia dando (Figura 1).



Figura 48 - Organização da sala de aula

Outro aspeto que penso ter sido importante, para que esta atividade alcançasse os objetivos propostos, foi a organização dos alunos em grupos de trabalho. Os alunos foram divididos em 5 grupos, de 4 elementos cada, que teve em conta a heterogeneidade quanto às dificuldades de aprendizagem. Esta opção vai ao encontro do que Ireson e Hallam (2001) mencionam, quando referem que a formação de grupos de trabalho heterogéneos conduz a uma melhor adaptação social de todos os alunos, possibilitando aos alunos com dificuldades o contacto com alunos mais dotados. Uma das vantagens na formação

de grupos heterogêneos, que eu considero essencial e que ocorreu durante a atividade, foi o espírito de interajuda entre os alunos mais capazes e os menos capazes, que acabou por acontecer pelo bem do trabalho de grupo.

Os alunos não demonstraram dificuldade na atividade experimental “Água subterrânea”, pois, considero que consegui motivá-los e, ao mesmo tempo, despertar a sua curiosidade, o que os levou a ouvirem atentamente as orientações que fui dando. Martins (2012) refere que “um aluno motivado envolve-se activamente em todo o processo de aprendizagens, empenhando-se e persistindo em actividades/tarefas desafiadoras, avaliando esforços, utilizando estratégias adequadas, procurando assim desenvolver novas competências de compreensão e de domínio” (p. 7). Balancho e Coelho (1996, p. 31) referem, também, que a motivação é “tudo o que desperta, dirige e condiciona a conduta. Pela motivação, consegue-se que o aluno encontre motivos para aprender, para se aperfeiçoar e para descobrir e rentabilizar capacidades”.

Aparentemente os alunos não demonstraram dificuldades durante a atividade, pois conseguiram realizar cada uma das tarefas. A tabela, de previsão



Figura 49 - Resultado dos procedimentos 1 a 5

(Figura 3) foi preenchida após os alunos realizarem os procedimentos (1 a 5), figura 2, o que aparentemente os

Aluno	O que acontece quando se deixa água na areia?			O que acontece quando se deixa água na argila?			O que acontece quando se deixa água na terra?		
	Previsão			Previsão			Previsão		
	após 30 seg.	após 5 min.	após 15 min.	após 30 seg.	após 5 min.	após 15 min.	após 30 seg.	após 5 min.	após 15 min.
Garcia 1 (feminina)	após 30 seg. a água ficou turva e depois ficou limpa.	após 5 min. a água ficou limpa e depois ficou turva.	após 15 min. a água ficou limpa e depois ficou turva.						
Garcia 2 (masculina)				após 30 seg. a água ficou turva e depois ficou limpa.	após 5 min. a água ficou limpa e depois ficou turva.	após 15 min. a água ficou limpa e depois ficou turva.			
Garcia 3 (masculina)							após 30 seg. a água ficou turva e depois ficou limpa.	após 5 min. a água ficou limpa e depois ficou turva.	após 15 min. a água ficou limpa e depois ficou turva.

Figura 50 - Registo das previsões

auxiliou na compreensão dos objetivos da atividade.

A tabela de observação dos resultados (Figura 5), foi preenchida por cada grupo de trabalho, após a realização do procedimento 6 (Figura 4). Ao circular pela sala, verifiquei que o preenchimento, desta, promoveu o diálogo e a troca de opiniões entre os alunos, o que considero que foi muito positivo, pois como refere Abrams, (2000) “Debater ciência não é apenas um professor a falar acerca da ciência, mas os alunos a criarem, aprenderem e comunicarem, através de uma linguagem e de um processo especializado” (p. 268).



Figura 51 - Teste à permeabilidade do solo

	O que acontece quando se deita água na areia?			O que acontece quando se deita água na argila?			O que acontece quando se deita água na terra?		
	Observação			Observação			Observação		
	após 30 seg.	após 5 min.	após 15 min.	após 30 seg.	após 5 min.	após 15 min.	após 30 seg.	após 5 min.	após 15 min.
Garrafa 1 (areia)									
Garrafa 2 (argila)									
Garrafa 3 (terra)									

Figura 52 - Registo de Observações

Os dados da tabela de observação dos resultados (Figura 5) foram debatidos em grande grupo para guiar os alunos a atingir os objetivos propostos por esta atividade.

A metodologia de ensino utilizada durante esta aula variou, do método expositivo, na

exposição verbal e exemplificativa quando, por exemplo, fui dando as orientações aos alunos, o trabalho de grupo, onde os alunos tiveram um papel ativo nas suas aprendizagens ao mesmo tempo que cooperavam, entre si, na realização das tarefas.

As diferentes metodologias foram utilizadas consoante os objetivos e conteúdos a trabalhar, havendo, assim, uma relação de interdependência, ou seja, os objetivos a atingir foram estabelecidos, tendo em conta os conteúdos, seguindo-se uma articulação entre os objetivos e a metodologia que considerei mais adequada tendo em conta o contexto em que tínhamos de trabalhar.

Em conclusão, sinto que realizei algumas aprendizagens significativas que, espero, influenciem positivamente a minha prática. Ao longo das próximas semanas espero aumentar o meu conhecimento teórico, através das leituras de obras adequadas às situações.

Referências Bibliográficas

Abrams, E. (2000). Debater e fazer ciência: Elementos importantes numa abordagem de ensino para a compreensão. In J. Mintzes, J. Wandersu & J. Novak, *Ensinando Ciência para a Compreensão*. Lisboa: Plátano Edições Técnicas.

Balancho, M. e Coelho, F. (1996). *Motivar os alunos: criatividade na relação pedagógica: conceitos e práticas*. Lisboa: Texto Editora.

Bianchi, S. R. (2011). *A importância da motivação na aprendizagem*. São Paulo: UFS-Car.

Campos, B. (1990). *Psicologia do Desenvolvimento e Educação de Jovens (I)*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ireson, J., Hallam, S. (2001). *Ability Grouping in Education*. Paul Chapman Publishing.

Martins, A. I. M. C. C. (2012). "A motivação no sucesso educativo: dinâmicas em contexto pré-escolar e 1º ciclo". Mestrado (Relatório de Estágio). Ponta Delgada: Universidade dos Açores.

Piaget, J. (1983). *Seis estudos de psicologia*. Lisboa: Publicações Dom Quixote.

Sá, J. (1994a). *Renovar as Práticas no 1º Ciclo pela Via das Ciências da Natureza*. Porto: Porto Editora.

APÊNDICE V - REFLEXÃO DE 16 DE OUTUBRO 2019, PPI DO 1.º CEB

A presente reflexão faz referência à primeira semana de intervenção na UC de Prática Pedagógica do 1.º Ciclo do Ensino Básico I, no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB.

Ao longo desta semana planifiquei atividades lúdicas, como jogos, visando motivar os alunos para a aprendizagem e consolidação dos conhecimentos adquiridos, que vai ao encontro do que Pinto e Tavares (2010) referem, ou seja, as atividades lúdicas podem ser utilizadas no processo de ensino e aprendizagem, tanto na introdução de conteúdos como na consolidação dos mesmos.

Na segunda-feira na área do Português trabalhámos os ditongos, para consolidar os conhecimentos anteriormente adquiridos, para tal construí seis cartões, conforme figura 1. Os alunos, ao longo da atividade, para cada palavra que ouviam tinham de identificar o ditongo presente na mesma e levantar o cartão correspondente.



Figura 1: Cartões com ditongos

Esta atividade foi a que, na minha opinião, as crianças tiveram menos dificuldade porque foi possível perceber que compreenderam o objetivo da atividade, tendo sido realizada, pela maior parte dos alunos, de forma correta, ou seja, as crianças foram capazes de identificar quais os ditongos que compunham cada uma das palavras. Esta compreensão foi sendo visível através da rapidez com que os alunos deram as respostas corretas. Pessoalmente, penso que esta foi uma atividade onde as crianças demonstraram confiança nas respostas que davam, isto porque esta atividade foi interpretada como um jogo, sendo uma motivação para os alunos. Na minha perspetiva, este “jogo” acabou por auxiliar os alunos a demonstrar as suas dificuldades, permitindo que os ajudássemos a superá-las.

No que concerne à atividade que os alunos tiveram maior dificuldade, foi na área do Português, que decorreu na terça-feira. Os alunos responderam de uma forma muito positiva, no que se refere às aprendizagens que demonstraram ter adquirido, ao longo da

atividade mencionada anteriormente, por este motivo, optei por utilizar novamente os cartões dos ditongos, mas numa atividade com um grau de dificuldade maior.

Na leitura de um excerto do livro, “A árvore generosa”, os alunos tinham de identificar as palavras que continham os ditongos em estudo, e para cada palavra teriam de seleccionar e levantar o cartão com o ditongo presente nessa palavra.

Este livro já tinha sido lido às crianças, o reconto também tinha sido feito por elas, motivo pelo qual optei por escolher esta obra, mas, criou alguma dificuldade, na identificação dos ditongos. Penso que, tal dificuldade deveu-se ao facto de as palavras, que continham os ditongos, estarem inseridas num texto e, também, por estas serem palavras que não tinham sido exploradas neste tipo de atividade, exemplo disso são as seguintes palavras: “cortou”, “partiu”, “muito”, “depois”.


A última frase que verbalizei não fazia parte do excerto do livro acima mencionado, “A Aida foi de autocarro para a escola”, uma frase onde os ditongos “ai” e “au” estavam presentes, e que, aparentemente, por terem sido estas palavras - Aida e autocarro - abordadas diversas vezes, neste tipo de atividade, os alunos conseguiram identificar facilmente. Isto vai ao encontro do que referi anteriormente, ou seja, as palavras desconhecidas neste tipo de atividade, “identificar os ditongos”, criam dificuldade, enquanto nas palavras já trabalhadas isso não acontece.

A atividade de matemática planeada, para terça-feira, iniciou-se como visando a motivação dos alunos, assim, para os levar ao estudo do número 3 optei por ler três adivinhas, onde os alunos tiveram de identificar o número (1, 2 ou 3) a que cada uma se referia, depois tinham de formar um conjunto para cada um dos cardinais, utilizando alguns objetos que levei para a sala de aula. Na minha opinião os alunos apreciaram esta atividade, principalmente por terem a oportunidade de criar conjuntos com objetos do seu agrado, mas se pudesse voltar a realizá-la iria alterar a ordem pela qual as adivinhas foram lidas, ou seja, sem ser pela ordem crescente dos números, isto porque ainda antes de começar a ler a terceira adivinha, referente ao número 3, alguns alunos já tinham o dedo no ar para responder.

Apesar disso, penso que foi importante promover a análise do texto da adivinha, para tal pedi aos alunos que identificassem as palavras ou expressões-chave que os poderia conduzir à resposta. Exemplo: palavra “sozinho” na identificação do número 1; palavra

“par” na identificação do número 2; e a expressão “Uma meia borboleta” na identificação do número 3.


Após esta primeira atividade, os alunos começaram a realizar algumas tarefas de Matemática, que contemplavam além do número 3, o 2 e o número 1. A exploração das tarefas foi realizada pelos alunos primeiro individualmente e depois corrigida em grande grupo no quadro. Em reflexão como conduzi esta atividade, percebi que teria sido importante uma maior exploração de duas tarefas (Figura 2).

3.  **Completa as sequências.**

1	2	3					
•	• •		•				

3		1					
• • •	• •						

8. Para apanhar a cenoura, o coelho tem de dar 3 saltos. Onde é que a cenoura estará?

8.  **Desenha-a.**




Figura 2: Tarefas de matemática.

Na tarefa 3, somente orientei os alunos para a realização da sequência dos números (1, 2, 3 e 3, 2 e 1.), perdendo aqui uma oportunidade de estabelecer a conexão entre os conteúdos matemáticos, ou seja, com esta tarefa poderia ter orientado os alunos de forma indutiva, para que estes reconhecessem os números crescentes e decrescentes. Esta conexão era importante porque “a Matemática só poderá ser apreciada se for vista como um todo, em que os conteúdos e processos estão relacionados e as novas aprendizagens constituem um aprofundamento ou uma nova visão das anteriores, mas abrangem-nas numa forma coerente” (Vale e Pimentel, 2010, p. 34), ou seja, é importante que os alunos compreendam e apreciem a Matemática, para tal esta deve ser-lhes apresentada como um todo, no qual os conceitos estão relacionados uns com os outros.

A tarefa 8 foi explorada só através da questão presente no enunciado, teria sido importante proporcionar a oportunidade aos alunos de explorarem com mais detalhadamente esta tarefa, ou seja, poderíamos antes de encontrar a posição da cenoura ao terceiro salto, explorar a sua posição ao 1.º, depois ao 2.º e só no fim a posição da cenoura ao 3.º salto. Apesar da minha dificuldade e considerar importante a conexão entre os conteúdos matemáticos, não senti que os alunos tivessem dificuldade na resolução das tarefas.

Ao longo desta semana, uma das aprendizagens, mais significativas, que retirei foi aproveitar todas as tarefas que possibilitem a conexão dos conteúdos, dentro ou entre as áreas disciplinares a trabalhar. Para tal, é importante que futuramente analise bem os objetivos que poderei trabalhar em cada uma das tarefas, apresentadas aos alunos.

Referências Bibliográficas

Pereira, O. G. (1976). *Psicologia de Hoje*. Porto: Porto Editora.

Pinto, C. L. & Tavares, H. M. (2010). O lúdico na aprendizagem: Aprender e Aprender. *Revista da Católica*, 2(3), pp. 226-235. Consultado a 19 de outubro de 2019. Disponível em: <http://catolicaonline.com.br/revistadacatolica2/artigosv2n3/15-pedagogia.pdf>.

Vale, I., & Pimentel, T. (2010). Padrões e conexões matemáticas. *Educação e Matemática*, 110, pp. 33-38.

APÊNDICE VI - REFLEXÃO DE 29 DE MAIO 2020, PPI DO 1.º CEB

A presente reflexão incide nas experiências vivenciadas ao longo da semana de 25 a 29 de maio de 2020 da Prática Pedagógica no 1.º Ciclo do Ensino Básico, no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB.

Na semana passada os alunos, na área da Matemática, tiveram a oportunidade de rever as unidades de medida de comprimento e o perímetro. Por conseguinte, para dar seguimento às aprendizagens dos alunos, esta semana a área foi o conteúdo que teve maior destaque nas aprendizagens. Antes senti necessidade de criar uma atividade que os auxiliasse a relembrar as unidades de medida de área, nomeadamente a conversão de uma unidade de medida noutra.

Para tal, como estamos numa situação de ensino-aprendizagem à distância, criei um vídeo onde os alunos tiveram a oportunidade de me ouvir a explicar como poderiam fazer conversões, utilizando uma tabela, sendo este o objetivo principal desta ferramenta.

A criação deste vídeo ocorre, após eu compreender, através das dificuldades demonstradas pelos alunos, que o PowerPoint “falado” que criei na semana anterior em que estive a intervir, não colmatou as dificuldades que os alunos sentiram.

Vídeo - "Unidades de medida de área"

Desta forma, ao contrário do que acontecia na ferramenta anteriormente mencionada, neste vídeo (acima) os alunos puderam ver e ouvir a explicação, passo a passo, de como poderiam fazer as conversões.

Para a prática de procedimentos criei uma tarefa na plataforma TEAMS, que pode ser consultada <https://forms.office.com/Pages/ResponsePage.aspx?id=P4MCFwRX9Eaw71LMyotzPgME4UNtBOINlzVycPx87D5UNFBMN1VYMVMxWYI1OUIJMUdRQVZVUEZQMS4u> no [link](#)

Após verificar algumas dificuldades, por parte dos alunos, na realização da tarefa, senti necessidade de pedir autorização à professora cooperante para marcar uma sessão síncrona, extra, com os alunos para auxiliá-los a ultrapassar essas dificuldades.

Apesar da professora cooperante não poder estar presente, por questões familiares, incentivou-me a realizar a sessão.

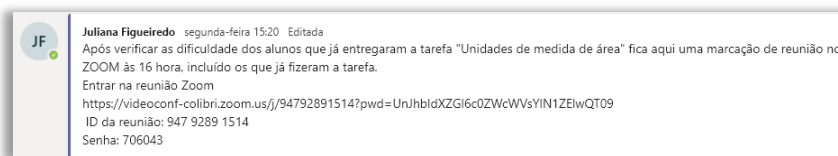


Figura 1: Marcação de sessão síncrona

Só após estas atividades é que foi proposto aos alunos a realização de uma investigação, intitulada “Vamos investigar a área do retângulo”. Esta tarefa teve como objetivo não, o uso sistemático de fórmulas, mas a compreensão da sua origem e da sua aplicabilidade. Nesta abordagem valorizou-se, também, a organização de dados através da tabela, tendo em conta que facilita o trabalho do aluno na procura de relações.

Após a formulação das conjecturas, o aluno poderia testá-las para o retângulo e quadrado de diferentes dimensões e principalmente, a compreender, através dos retângulos construídos em papel quadriculado, a razão pela qual a conjectura é válida.

Após a análise dos trabalhos dos alunos, percebi que dos dezoito alunos que realizaram a tarefa, dezasseis centraram-se na fórmula de cálculo da área do retângulo, apesar da tarefa ter informações que possibilitava a sua resolução pela contagem dos quadrados.

O enunciado da tarefa dizia: *Usando a quadricula como unidade de medida (1cm²). Determina a área de cada retângulo. Explica como chegaste à tua resposta.*

Vejamos agora um exemplo de resolução desta tarefa, Figura 2.

Handwritten student work showing the formula for the area of a rectangle and calculations for three different rectangles. The work is as follows:
 $A = C \times L$
 $A = 5 \times 5 = 25 \text{ cm}^2$
 $A = 6 \times 4 = 24 \text{ cm}^2$
 $A = 7 \times 3 = 21 \text{ cm}^2$
 $A = 8 \times 2 = 16 \text{ cm}^2$
 $A = 9 \times 1 = 9 \text{ cm}^2$

Figura 2: Resolução da Mariana.

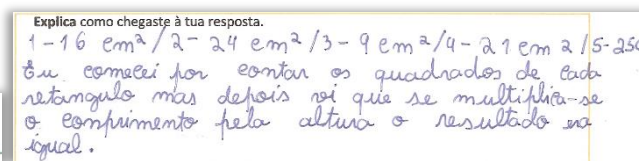
Nesta resolução é possível verificar que a aluna aplicou a fórmula da área do retângulo (Área_{retângulo} = comprimento x largura) sem pensar, aparentemente, noutra forma de resolver a questão com os dados de que dispunha.

Apenas dois alunos, um deles entregou a tarefa após a sessão síncrona onde exploramos os diferentes pontos da investigação, responderam de forma diferente, conforme mostra a Figura 3 e 4.



Contei o número de quadrados.

Figura 3: Resolução do Rodrigo F.



Explica como chegaste à tua resposta.
 $1-16 \text{ cm}^2/2 - 24 \text{ cm}^2/3 - 9 \text{ cm}^2/4 - 21 \text{ cm}^2/5 - 25$
 Eu comecei por contar os quadrados de cada retângulo mas depois vi que se multiplica-se o comprimento pela altura o resultado vai ser igual.

Figura 4: Resolução do Martim.

Ao explicar como pensou o Rodrigo F., afirma ter contado o número de quadrados, mas não explica o porquê. Assim, durante a sessão síncrona do dia 26 de maio, questionei:

Prof.: - ... Por que contaste o número de quadrados?

Rodrigo F. – Porque...o retângulo tem lá dentro quadrados.

Prof.: - Não tiveste nenhum motivo especial para contar os quadrados em vez de ires pela fórmula da área...?

Rodrigo F.-...

Prof.: - O que nos indica 1 cm^2 ? [...]

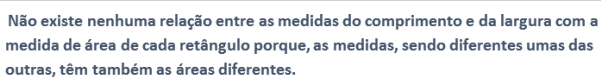
[...]

Santiago – É a área de cada quadrado.

Prof.: Isso mesmo. Então, o colega como já sabia que a área de um quadrado era 1 cm^2 contou os quadrados em cada retângulo e conseguiu achar a área de cada retângulo. Que era isto que se pretendia, sem o uso da fórmula.

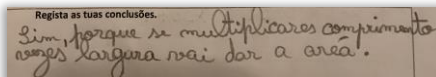
A tarefa, b) *Existe alguma relação entre as medidas do comprimento, da largura e a medida de área de cada retângulo? Regista as tuas conclusões*, tinha valorizou-se a organização de dados através de uma tabela, iria facilitar a procura de relações entre os dados.

Considero que as respostas obtidas, Figura 5, 6 e 7, foram importantes aquando da discussão das resoluções na sessão síncrona.



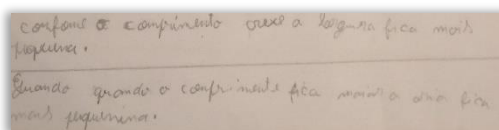
Não existe nenhuma relação entre as medidas do comprimento e da largura com a medida de área de cada retângulo porque, as medidas, sendo diferentes umas das outras, têm também as áreas diferentes.

Figura 5: Resposta do Rodrigo B.



Regista as tuas conclusões.
 Sim, porque se multiplicares comprimento vezes largura vai dar a área.

Figura 6: Resposta da Carolina.



conforme o comprimento que a largura fica mais pequena.
 Quando quando o comprimento fica maior a área fica mais pequena.

Figura 7: Resposta do Flávio

Somente dois alunos, dos dezoito que entregaram a atividade, responderam como mostra a Figura 7. Estes encontraram uma relação entre o comprimento, a largura e a área dos retângulos, ou seja, quanto maior a medida do comprimento, menor a medida da largura e a área.

Esta resolução foi importante, e mostrou à maioria dos alunos, que referiram a fórmula de cálculo da área como resposta - Figura 6, outro tipo de análise que poderiam fazer com os dados da tabela.

Considero que esta atividade e a análise das respostas, dos alunos, foi uma estratégia muito importante para que estes compreendam que “a geometria deve focar-se na investigação (...) de relações, em vez da memorização de definições e fórmulas” (NCTM, 2007), mesmo que já estejam familiarizados com as fórmulas, como foi o caso, pois permite que estes desmontem as concepções que tinham acerca das mesmas.

No balanço da semana, atividade onde os alunos avaliam as dificuldades que sentiram ao longo da semana, em cada uma das tarefas, estes referem que sentiram dificuldade nesta atividade, mas não referem esta atividade como a que menos gostaram de realizar. Desta forma, penso que os alunos foram bastante recetivos à atividade, o que é muito importante, pois considero que proporcionar atividades de investigação promove o desenvolvimento da capacidade de raciocinar, resolver problemas e de comunicar matematicamente (Mascarenha, Maia, Martinez, & Lucena, 2014).

Outra atividade proposta aos alunos, durante esta semana, referente à área da Matemática, foi a resolução de problemas envolvendo a área e o perímetro do retângulo e do quadrado.

Considero que esta atividade foi muito pertinente, pois os alunos tiveram a oportunidade de resolver problemas, situações em não podem ser resolvidas unicamente aplicando as fórmulas (Boavida, Paiva, Cebola, Vale, & Teresa, 2008, p. 15).

Nesta atividade, houve dois problemas que achei pertinente abordar, as resoluções dos alunos, durante a sessão síncrona, os motivos para a escolha destes foram as estratégias de resolução diferentes e a dificuldade demonstrada pelos alunos.

As primeiras resoluções, analisadas, são do seguinte problema:

A Joana vai construir uma casa. Observa a planta da casa.
Ela tem um terreno retangular com 63 m^2 .

a) Será que esta casa vai poder ser construída neste terreno?

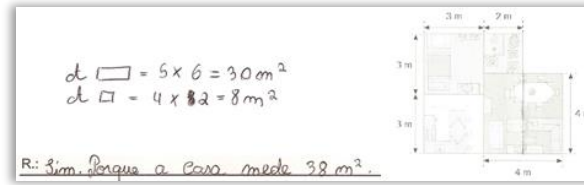
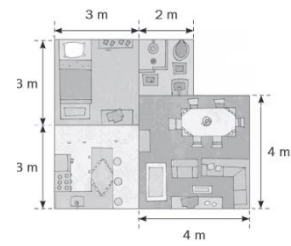


Figura 8: Resolução Camila.

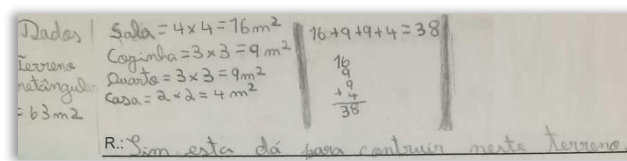


Figura 9: Resolução do Martim.

Na resolução do Martim, Figura 8, pode-se verificar através do desenho, ao contrário dos colegas que resolveram o problema achando a área de cada divisão, figura 9, e no fim adicionando-as, que ele pensou em achar a área de dois retângulos, para tal aproveitou a informação das medidas de comprimento disponibilizadas, acabando por simplificar a resolução.

Durante a exploração, em grande grupo, destas resoluções, os alunos foram questionados:

[...]

Prof.: Qual é o comprimento e a largura da casa na planta?

Santiago: O comprimento, é 7m e a largura é 6m, mas não é igual em toda a casa.

Prof.: Qual será o comprimento e a largura do terreno?

Francisca.: O comprimento é 9m e a largura é 7m.

Prof.: Imaginem que o terreno tem 50 m^2 de área? Será que a casa pode ser construída?

Afonso: Sim, porque ainda é maior do que a área da casa.

(Foram vários os alunos com a mesma resposta, olhando somente a área do terreno)

Prof.: Será? Pensem um bocadinho!

[...]

Francisca.: Ó professora! Não dá.

Prof.: Não dá não chega como resposta, porque é que não dá. Justifica?

Francisca.: Porque a largura maior da casa é 6m e o comprimento, maior é 7m.

Prof.: Então a área do terreno é maior que a casa.

Francisca.: Sim, mas de largura não chega. Porque a largura do terreno é 5m e a casa tem 6m.

Prof.: Então quer dizer que apesar da área do terreno ser maior que a planta da casa, não quer dizer que esta possa ser construída. Certo? Temos, também, de verificar o comprimento e a largura do terreno. Quem é que pensou nisto?

(nenhum aluno se manifestou)

Penso que, foi essencial levar os alunos a refletir acerca das perguntas acima, isto porque nem sempre observar os valores da área chega para fazer afirmações.

A outra resolução analisada, com os alunos, dizia respeito ao problema, onde os alunos mais apresentaram dificuldade:

No domingo a mãe da Rita foi ao mercado e comprou uma toalha retangular para a mesa da sala, com $7,5 \text{ m}^2$ de área e 3 m de comprimento.

Com o objetivo de a personalizar, a mãe da Rita decidiu coser em toda a volta da toalha uma tira bordada com flores, como mostra a figura.

Sabendo que cada metro de comprimento da tira custou $1,75\text{€}$, quanto dinheiro gastou a mãe da Rita na compra da fita?

Explica como pensaste.

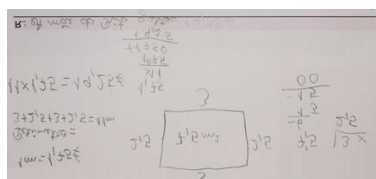


Figura 10: Resolução da Adriana.

Durante a exploração da resolução fiz algumas questões que achei pertinentes:

Prof.: Porque desenhaste este retângulo? (Figura 10)

Adriana: Porque assim consegui achar a quantidade de fita.

Prof.: O que queres dizer com isso?

Adriana: Não me esqueci de somar nenhum lado.

Prof.: Então o desenho ajudou a resolver o problema?

Adriana: Sim. A professora também disse que podíamos fazer desenhos.

(A aluna mencionou as instruções que deixei na tarefa no TEAMS, conforme Figura 11)



Figura 11: Instruções da tarefa "Resolução de problemas"

Prof.: Muito bem. Porque dividiste 7,5 por 3?

Adriana: Porque fiz a operação contrária com a fórmula da área.

Prof.: Ou seja, pensaste na fórmula da área do retângulo, substituíste os valores e depois fizeste a operação inversa da multiplicação. Foi isso?

Adriana: Sim.

Com este diálogo percebe-se que a utilização desta estratégia, desenho, acabou por ser uma forma de organizar a informação e obter a solução do problema. Isto reforça a importância de utilizar estratégias para organizar a informação do problema.

Vejamos a resolução da Carolina, que é igual a outros cinco alunos (Figura 12), onde o desenho não foi utilizado.

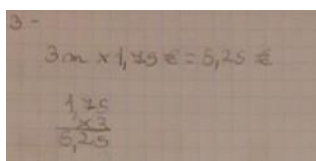


Figura 12 - Resolução da Carolina.

Nesta resolução, a aluna, aparentemente, compreendeu o objetivo do problema, mas os cálculos que efetuou não vão ao encontro das informações que o problema disponibiliza. Isto pode ter acontecido pela falta de organização dos dados, por isso reforcei a ideia de que a organização dos dados é essencial na resolução de problemas.

Esta semana penso que as ferramentas e estratégias planificadas ao encontro de uma metodologia de ensino aprendizagem, mais eficaz.

Referências Bibliográficas

Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Teresa, P. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico: Programa de Formação Contínua dos Professores do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação: Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Mascarenha, D., Maia, J., Martinez, T., & Lucena, F. (1 de 2014). A importância das tarefas de investigação, da resolução de problemas e dos materiais manipuláveis no ensino e aprendizagem de perímetro, área e volume no 5.º ano de escolaridade. *Quadrante XXIII*, pp. 3-28.

NCTM. (2007). *Principios e Normas para a Matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

APÊNDICE VII - REFLEXÃO DE 11 DE DEZEMBRO 2019, PPI DO 1.º CEB

A presente reflexão diz respeito à décima terceira semana de estágio realizada em contexto de primeiro ciclo, no Centro Escolar da Barreira, pela Unidade Curricular de Prática Pedagógica do 1.º Ciclo do Ensino Básico I, no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB.

Os alunos demonstraram dificuldade na atividade de terça-feira, 10 de dezembro, nomeadamente na tarefa “Escreve as palavras que a professora vai ditar.” Esta tarefa foi elaborada para ir ao encontro do objetivo mencionado no Programa e Metas curriculares de Português “Desenvolver o conhecimento da ortografia” (Ministério da Educação, 2015, p. 46) onde, os alunos, tinham de escrever corretamente seis palavras: 1- avião; 2- vite-la; 3- viola; 4- volta; 5- veado; 6- vela, quando eu ditava. O ditado de cada uma das palavras foi feito em duas fases, primeiro ditei a palavra completa, posteriormente ditei a palavra sílaba a sílaba. Apesar desta metodologia, verifiquei, através da produção dos alunos, que alguns tiveram dificuldade em identificar e escrever as palavras corretas, conforme Figura 1.

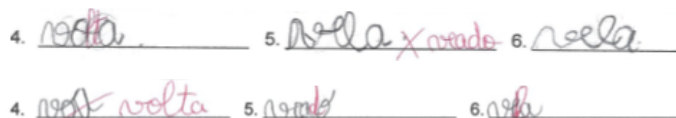


Figura 53: Produção dos alunos na tarefa "Escreve as palavras que a professora vai ditar."

Nestas produções é possível verificar que os alunos tiveram dificuldade em identificar sílabas constituídas por consoante-vogal-consoante como “vol”, da palavra volta, e as sílabas constituídas por consoante-vogal como a sílaba “do” e “ta”, da palavra veado e volta, respetivamente.

Os alunos não demonstraram dificuldade na atividade de expressão plástica intitulada “Floco de neve”. Sem dizer o que íamos fazer, especificamente, disse aos alunos que iríamos obter algo relacionado com o “Vasco”, mascote do oceanário, para criar alguma surpresa no final da atividade.

Desta forma, iniciei a atividade mostrando uma folha de papel, com o formato de um quadrado, e questionei, os alunos, sobre a sua forma geométrica, todos os alunos souberam responder à questão. Depois pedi que dobrassem o quadrado, juntando os vértices para obter um triângulo, fui demonstrando passo a passo os restantes passos da tarefa.

Apesar de ser uma atividade, planejada para a área de Expressão Plástica, penso que foi importante aproveitá-la para introduzir “vocabulário específico e adequado” (NCTM, 2007, p. 151) como o quadrado, o triângulo e vértice e, desta maneira, acabei por estabelecer conexões entre a área de Expressão Plástica e à área da Matemática, nomeadamente a geometria. Penso que a linguagem matemática utilizada corretamente em todas as atividades, que o permitam, auxilia os alunos a familiarizarem-se com os conceitos matemáticos e criam oportunidade de estes estabelecerem conexões entre os conteúdos e as áreas do saber que vão trabalhando.

No final da tarefa, os alunos, ao constatar o resultado de todos os passos que realizaram, ficaram surpreendidos. Penso que o suspense inicial, ao não revelar a figura que iríamos obter, acabou por motivar os alunos a concentrarem-se na atividade que teve um bom resultado, conforme se pode ver na Figura 2.

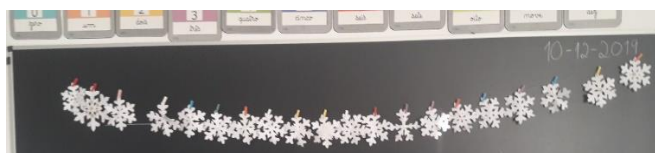


Figura 2: Produção dos alunos "Flocos de Neve"

Se tivesse mais tempo, para esta atividade, penso que, também, teria sido importante levar os alunos a verificarem as simetrias que esta figura permitia, nomeadamente a simetria de reflexão, que é contemplado num dos descritores do 2.º ano do ensino básico, “Completar figuras planas de modo que fiquem simétricas relativamente a um eixo previamente fixado, utilizando dobragens” (Ministério da Educação e Ciência, 2013, p. 12). Assim, promoveria uma atividade que permitisse que, os alunos, explorassem a simetria de reflexão, da figura, utilizando um espelho e a figura, ainda com a dobragem efetuada pelo eixo de simetria.

Para a área de Matemática tinha selecionado uma tarefa onde os alunos tinham de ordenar os números e os símbolos matemáticos para escreverem uma expressão numérica, (Figura 3).

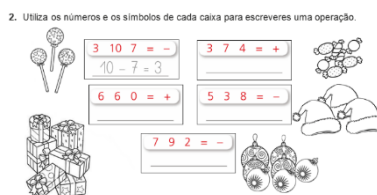


Figura 3: Tarefa de Matemática ordenar números e símbolos.

Durante a minha intervenção, reformulei a estratégia para a realização desta tarefa, pois percebi que os alunos estavam a ter alguma dificuldade, desistiam facilmente porque tinham de escrever e apagar, quando não conseguiam resolver as operações. Por este motivo, durante o intervalo imprimi para cada aluno os números e símbolos matemáticos presentes em cada uma das caixas, desta forma, os alunos poderiam manipular este material de maneira a obterem uma operação, sem ter de “escrever, apagar, escrever, apagar”, até chegarem a uma operação correta.

Após a realização desta tarefa verifiquei que alguns alunos tiveram dificuldade na ordenação das operações de subtração, conforme Figura 4.


$$2 - 9 = 7$$

Figura 4: Resolução de um aluno na ordenação de uma operação de subtração.

Com esta resolução é possível constatar que o aluno não compreendeu que o aditivo deve ser um número superior ao subtrativo. Para colmatar esta dificuldade questionei o aluno:

Prof: Se eu só tiver 2 rebuçados (apontando para o 2), eu consigo dar (apontando para o -) 9 rebuçados (apontando para o 9) a um amigo?

Aluno 5: Não

Prof: Porquê?

Aluno 12: Se eu só tenho 2 não posso dar 9, porque 2 é menos que 9. Então tem de ser ao contrário.

Assim, é possível constatar que o contexto que criei acabou por levar o aluno a compreender, que nesta operação, o aditivo teria de ser superior ao subtrativo, desta forma, tarefas deste género sem um contexto são, na minha opinião, uma má escolha. Penso que seria, extremamente importante, para os alunos, terem nesta fase em que operam com números até 10, materiais manipuláveis sempre “à mão” que pudessem utilizar na resolução de operações de subtração e adição, pois estes materiais auxiliam os alunos numa compreensão significativa (Abrantes, Serrazina, & Oliveira, 1999).

Referências Bibliográficas

Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Departamento de Educação Básica.

Ministério da Educação. (2015). *Programa e Metas curriculares de Português e do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.

Ministério da Educação e Ciência. (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.

NCTM. (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

APÊNDICE VIII – CRITÉRIOS DE CORREÇÃO DO TESTE DE MATEMÁTICA

Item 1.

Critérios de correção	Cotação
Seleciona a opção correta B.	3
Seleciona outra opção, A, C, D.	0
Resposta em branco.	0

Item 2.

Critérios de correção	Cotação
Seleciona a opção correta C.	3
Seleciona outra opção, A, B, D.	0
Resposta em branco.	0

Item 3.1

Critérios de correção	Cotação
Seleciona a opção correta D.	3
Seleciona outra opção, A, B, C.	0
Resposta em branco.	0

Item 3.2

Critérios de correção	Cotação
Calcula a percentagem sem cometer erros e apresenta o resultado na forma de percentagem. Indica o número de hexágonos não coloridos. Exemplo: $\frac{15}{25} = \frac{60}{100} = 0,6 = 60\%$	5
Calcula a percentagem, mas comete erros. Dá resposta de acordo com os erros cometidos e que faça sentido no contexto da tarefa.	4,5
Resposta em branco.	0

Item 4.

Critérios de correção	Cotação
A	3
Escreve as frações por ordem crescente $\frac{4}{9} < \frac{6}{9} < \frac{7}{9}$	3
Escreve duas frações por ordem crescente.	2
Escreve as frações por ordem decrescente.	1
Resposta em branco.	0
B	3
Escreve as frações por ordem crescente $\frac{9}{7} < \frac{9}{5} < \frac{9}{3}$	3
Escreve duas frações por ordem crescente.	2
Escreve as frações por ordem decrescente.	1
Resposta em branco.	0
C	4,5
Escreve as frações por ordem crescente $1 < \frac{7}{6} < \frac{5}{3}$	4,5
Escreve duas frações por ordem crescente.	2
Escreve as frações por ordem decrescente.	1
Resposta em branco.	0

Item 5.

Critérios de correção	Cotação
A	6
Calcula o valor numérico da expressão sem cometer erros e apresenta o resultado na forma de fração irredutível $\frac{383}{50}$	6
	2
	1
Resposta em branco.	0

Item 6.

Critérios de correção	Cotação
<p>Responde $1\frac{5}{12}$ kg e apresenta uma resolução que contempla as etapas seguintes:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Determinar a parte das nozes que o Pedro e o Filipe apanharam; – Determinar a parte de nozes que o Rodrigo apanhou. <p>Exemplo:</p> $2\frac{1}{3} + 1\frac{3}{4} = (2 + 1) + \frac{4}{12} + \frac{9}{12} = 3\frac{13}{12} \text{ kg (parte das nozes que o Pedro e o Filipe apanharam)}$ <p>(× 4) (× 3)</p> $5\frac{1}{2} - 3\frac{13}{12} = 5\frac{6}{12} - 3\frac{13}{12} = 4\frac{12}{12} + \frac{6}{12} - 3\frac{13}{12} = 4\frac{18}{12} - 3\frac{13}{12} = (4 - 3) + \left(\frac{18}{12} - \frac{13}{12}\right) = 1\frac{5}{12} \text{ kg (parte de nozes que o Rodrigo)}$ <p>(× 6)</p> <p>Resposta: O Rodrigo apanhou $1\frac{5}{12}$ kg de nozes.</p>	7
Apresenta uma resolução que contempla as etapas, mas não dá qualquer resposta.	5
Apresenta uma resolução que contempla as etapas, mas comete um ou dois erros de cálculo. Dá uma resposta de acordo com os erros cometidos e que faz sentido no contexto do problema.	5
Apresenta uma resolução que contempla as três etapas, mas dá uma resposta incorreta, apesar de não ter cometido qualquer erro de cálculo.	5
Responde $1\frac{5}{12}$ kg sem apresentar qualquer resolução.	1
Apresenta outra resolução que não leva a uma resposta correta.	0
Resposta em branco.	0

Item 7.1

Critérios de correção	Cotação
Responde 5.	3
Apresenta outra resposta (conforme a coluna das frequências absolutas – nº de alunos).	0
Resposta em branco.	0

Item 7.2

Critérios de correção	Cotação
Determina a média, apresentando os cálculos efetuados, e responde 4.	4
Determina a média, mas comete um erro de cálculo na adição de todos os dados. Dá uma resposta de acordo com o erro cometido e que faça sentido no contexto dos dados recolhidos.	3,5
Determina a média, mas omite um dos dados. Dá uma resposta de acordo com o erro cometido e que faça sentido no contexto dos dados recolhidos.	3
<p>Exemplo:</p> $\bar{x} = \frac{1 \times 2 + 12 \times 3 + 14 \times 5}{30} = \frac{108}{30} = 3,6$ <p>Resposta: A média é 3,6.</p>	
Adiciona os números 2, 3, 4 e 5 e divide a soma por 4 (nº de dados), e responde 3,5.	2
Responde 4, sem apresentar qualquer resolução.	1
Resposta em branco.	0

Item 7.3

Critérios de correção	Cotação
Seleciona apenas a opção Gráfico A .	3
Seleciona apenas a opção Gráfico B .	0
Resposta em branco.	0

Item 8.1

Critérios de correção	Cotação
<p>Apresenta uma resolução que contempla as etapas seguintes:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Calcular a área do retângulo [BCDE]; – Calcular a área do retângulo [AGHF]; – Calcular a área do triângulo [BGA] ou do triângulo [FHE]; – Calcular a área do polígono [ABCDEFGF]. <p>E apresenta a resposta.</p>	14
Apresenta uma resolução que contempla o cálculo de todas as áreas descritas, mas comete erros de cálculo.	13,5
Apresenta uma resolução que contempla apenas o cálculo da área de um triângulo e de pelo menos um dos retângulos da figura, com ou sem erros de cálculo.	8
Apresenta uma resolução que contempla apenas o cálculo da área de um triângulo da figura, com ou sem erros de cálculo.	5
Apresenta uma resolução que contempla apenas o cálculo da área de um ou dos dois retângulos da figura, com ou sem erros de cálculo.	5

APÊNDICE IX – SEQUÊNCIA DE TAREFAS

A FESTA DE ANIVERSÁRIO DA MATILDE



Tarefa 1

A Matilde celebrou o seu 11º aniversário e a mãe fez três pizzas para a sua festa. A Matilde e os três amigos que convidou dividiram igualmente as três pizzas.

Descreve o processo que utilizaste para responder à questão. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos

1.1 Que parte de pizza comeu cada criança? Explica o teu raciocínio.

1.2 Cada criança comeu mais que uma pizza ou menos que uma pizza? Explica o teu raciocínio.

Tarefa 2

Se em vez de três crianças a Matilde convidasse sete, as três pizzas teriam de ser divididas igualmente pelas crianças.

Descreve o processo que utilizaste para responder à questão. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

2.1 Que parte vai comer cada uma das crianças? Explica o teu raciocínio.

2.2 Cada criança comeu mais que uma pizza ou menos que uma pizza? Explica o teu raciocínio.

Tarefa 3

3.1 Se em vez de três pizzas, a mãe da Matilde tivesse feito seis pizzas e as dividisse igualmente pela Matilde e por sete amigos, que parte da pizza cada um comeria?

Descreve o processo que utilizaste para responder à questão. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

3.2 Cada amigo comeu mais que uma pizza ou menos que uma pizza? Explica o teu raciocínio.

Tarefa 4

4.1 Em qual dos grupos anteriores, o de quatro crianças (tarefa 1) ou o de oito crianças (tarefa 3), cada criança comeu mais pizza? Explica o teu raciocínio.

Descreve o processo que utilizaste para responder à questão. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

Tarefa 5

5.1 Se em vez de três pizzas, a mãe da Matilde tivesse feito seis sandes e as dividisse igualmente pela Matilde e por quatro amigos, que porção de sandes cada amigo comeria?

Descreve o processo que utilizaste para responder à questão. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

5.2 Cada amigo comeu mais que uma sandes ou menos que uma sandes? Explica o teu raciocínio.