



Comando Avançado do Movimento de Cargas Suspensas

Mestrado em Engenharia Mecânica – Produção Industrial

Vicente Maria Martins Bértolo Marques Caneiro

Leiria, Fevereiro de 2021



Comando Avançado do Movimento de Cargas

Suspensas

Mestrado em Engenharia Mecânica – Produção Industrial

Vicente Maria Martins Bértolo Marques Caneiro

Trabalho de Projeto realizado sob a orientação do Professor Doutor Carlos Fernando Couceiro de Sousa Neves e do Professor Doutor Diogo Pedro Ferreira Nascimento Baptista.

Leiria, Fevereiro de 2021

“Never give up on what you really want to do. The person with big dreams is more powerful than one with all the facts.”

- Albert Einstein em *The World as I See It*

Originalidade e Direitos de Autor

O presente relatório de projeto é original, elaborado unicamente para este fim, tendo sido devidamente citados todos os autores cujos estudos e publicações contribuíram para o elaborar.

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição de que seja mencionado o Autor e feita referência ao ciclo de estudos no âmbito do qual o mesmo foi realizado, a saber, Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica – Produção Industrial, no ano letivo 2019/2020, da Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Politécnico de Leiria, Portugal, e, bem assim, à data das provas públicas que visaram a avaliação deste trabalho.

Dedicatória

Para os meus avós.

Agradecimentos

Durante o desenvolvimento deste trabalho tive a sorte de contar com o apoio, direta ou indiretamente, de algumas pessoas, a quem reservo a presente secção para demonstrar a minha sincera gratidão.

Em primeiro lugar, agradeço aos meus orientadores, Professor Doutor Carlos Neves e Professor Doutor Diogo Baptista, pela pronta e interessada disponibilidade demonstrada durante a execução deste trabalho. As suas contribuições e orientações foram cruciais para o desenvolvimento deste projeto e para o conhecimento que adquiri na sua execução, que levo para a minha futura vida profissional. Por isto, fico-lhes eternamente grato.

Agradeço à minha família, que sempre me apoiou incondicionalmente.

Agradeço ao meu grande amigo João Vitorino e à amiga Liliana Chaves, pela sua ajuda e apoio no desenvolvimento deste projeto.

Agradeço também ao meu grande amigo Miguel Santos, pelo auxílio prestado no desenvolvimento deste projeto.

Quero ainda agradecer aos meus colegas e amigos Daniel Silva, Tiago Freire, Renato Batista, Fábio Gameiro, Paulo Freitas, Olivier Gouveia e Joana Valente, pelos seus aconselhamentos ao longo da realização deste trabalho.

Por último, agradeço à Bruna, a minha namorada, por todo o seu apoio.

Resumo

A utilização de equipamentos de elevação e transporte de cargas é transversal a todos os setores produtivos, apresentando o respetivo estudo elevado potencial, não só com vista à redução dos riscos inerentes à utilização destes equipamentos, como também ao aumento da respetiva eficiência. Assim, o presente trabalho surgiu com o objetivo de criar o precedente ao estudo de movimentação de cargas no Politécnico de Leiria, através do projeto e construção de um equipamento protótipo, bem como à implementação de técnicas de controlo de posicionamento e redução da oscilação de carga, a fim de demonstrar a possibilidade prática de controlo do equipamento.

Neste trabalho, para além da revisão da literatura com maior relevância no projeto desenvolvido, são também expostos os fundamentos teóricos de Mecânica e Controlo indispensáveis aos desenvolvimentos retratados. Para sustentar a construção do equipamento de transporte de cargas, foi concebido o respetivo projeto mecânico, estando este documentado num relatório técnico. Através da simplificação da geometria do equipamento, foram deduzidas as respetivas equações de movimento segundo Mecânica Lagrangeana. Assim, com a respetiva representação em Espaço de Estados, foi possível proceder ao projeto e implementação do sistema de controlo do equipamento, utilizando um esquema de duplo controlo PID em paralelo para controlo da posição e oscilação da carga.

Com recurso a testes experimentais, foi possível validar o modelo matemático e de simulação desenvolvidos, possibilitando-se a sintonização do sistema de controlo utilizando o *software* MATLAB[®]. Com este processo concluiu-se que, num percurso de cerca de 2 metros, com um aumento de tempo de posicionamento de 14% relativamente ao tempo de movimentação do carro efetuado à velocidade máxima, é possível não só reduzir a oscilação de carga máxima de 6,9° para 3,6°, como também reduzir o tempo de estabilização de carga de mais de 300 segundos para 7,6 segundos. Os resultados obtidos demonstraram a possibilidade prática de controlar o equipamento desenvolvido, bem como a respetiva relevância no estudo da movimentação de cargas suspensas, tendo por isso ficado criada a base para a otimização do equipamento e o desenvolvimento das atividades de trabalho futuro propostas.

Palavras-chave: Ponte Rolante; Modelação; Controlo PID; Oscilação; Cargas suspensas;

Abstract

The use of hoisting appliances to move loads from a place to another is an activity that has been done for decades in many productive sectors. Thus, the study of crane movements to increase its efficiency and reduce the inherent risks of its use is a potential research area. In this way, to allow the Polytechnic of Leiria to keep up with the most recent studies in this research field, this project arose with the aim of constructing a hoisting loads prototype equipment to study different control strategies for both positioning the cart and reduce the load sway.

To support the construction of the equipment its mechanical design was developed and reported in a technical report. Considering the results of the relevant literature review, as well as theoretical fundamentals of Mechanics and Control Theory, the mathematical model of the developed equipment was deducted and a control strategy with a parallel PID control was implemented to control the positioning of the cart and to reduce the sway angle.

Additionally, with the data obtained from the experiments done, it was possible to validate the mathematical and simulation models, which allowed the tuning of the control system using MATLAB®. With the tuning process, it was concluded that for an, approximately, two-meter path, only with the increase of 14% of the time that the car takes to get to the setpoint position at full speed, the implemented control strategy permitted not only the decrease of the maximum sway angle from $6,9^\circ$ to $3,6^\circ$ but also the decrease of the load stabilization time from more than 300 seconds to 7,6 seconds. This way, the obtained results proved the effectiveness of the device's control and its utility in load transportation studies, consisting the basis for the development of the future work directions proposed.

Keywords: Overhead Crane; Modelling; PID Control; Anti-Swing; Suspended Load

Índice

Originalidade e Direitos de Autor.....	i
Dedicatória.....	ii
Agradecimentos.....	iii
Resumo.....	iv
Abstract.....	v
Lista de Figuras.....	viii
Lista de tabelas.....	xi
Lista de siglas e acrónimos.....	xii
1. Introdução.....	1
1.1. Objetivos.....	2
1.2. Estrutura do documento.....	3
2. Estado da Arte de Trabalhos Relacionados.....	4
2.1. Esquemas de controlo.....	4
2.1.1. Técnicas de controlo em malha aberta.....	5
2.1.2. Técnicas de controlo em malha fechada.....	6
2.1.3. Técnicas de controlo híbrido.....	8
2.2. Importância do Estado da Arte no Projeto Desenvolvido.....	9
3. Enquadramento teórico.....	10
3.1. Mecânica.....	10
3.2. Teoria de Controlo Moderno – Espaço de Estados.....	11
3.3. Sistemas de controlo e Controlo PID.....	15
3.3.1. Controlador Proporcional Integral Derivativo (PID).....	16
3.3.2. Sintonização do controlador.....	18
4. Desenvolvimento.....	19
4.1. Protótipo Desenvolvido.....	19

4.2.	Modelação Matemática do Sistema Físico.....	20
4.2.1.	Dedução da função de Lagrange do sistema, L	21
4.2.2.	Dedução das equações de movimento do sistema	23
4.3.	Modelo Matemático do Sistema em Espaço de Estados.....	24
4.3.1.	Linearização do modelo não linear.....	25
4.3.2.	Comparação dos modelos linear e não linear	28
4.4.	Projeto Mecânico do Equipamento.....	30
4.4.1.	Pré-Requisitos do Projeto	31
4.4.2.	Documentação aplicável.....	33
4.4.3.	Projeto da estrutura estática do equipamento	34
4.4.4.	Projeto da componente dinâmica do equipamento	39
4.4.5.	Medidas de segurança.....	44
4.5.	Sistema de Controlo	45
4.5.1.	Arquitetura do sistema de controlo.....	45
4.5.2.	Simulação do sistema de controlo	51
4.5.3.	<i>Hardware</i> de controlo.....	52
4.5.4.	<i>Software</i> de controlo.....	58
5.	Procedimento Experimental e Resultados.....	63
5.1.	Procedimento Experimental	63
5.2.	Validação do modelo matemático e de simulação do sistema.....	64
5.3.	Sintonização do sistema de controlo	69
5.4.	Discussão de resultados	74
6.	Conclusão	78
6.1.	Propostas de trabalho futuro.....	80
	Bibliografia.....	81
	Apêndices.....	84

Lista de Figuras

Figura 1.1 - Fotografia de uma ponte rolante.	1
Figura 3.1 - Tipos de controlo. Adaptado de [19, Fig. 8.1].	15
Figura 3.2 - Diagrama de blocos de um sistema de controlo industrial. Adaptado de [16, FIG. 2.6].	16
Figura 3.3 - Controlo PID de um sistema. Adaptado de [16, Fig. 8.1].	17
Figura 4.1 - Fotografia do equipamento dedicado ao estudo de movimentação de cargas, projetado e construído no presente projeto.	19
Figura 4.2 - Modelo simplificado do sistema carro – pêndulo.	20
Figura 4.3 - Resposta do modelo linear vs. modelo não linear quando sujeitos a uma condição inicial de ângulo de oscilação de 5°.	29
Figura 4.4 - Resposta do modelo linear vs. modelo não linear quando sujeitos a uma condição inicial de ângulo de oscilação de 10°.	29
Figura 4.5 - Resposta do modelo linear vs. modelo não linear quando sujeitos a uma condição inicial de ângulo de oscilação de 20°.	30
Figura 4.6 - Fotografia da zona do Laboratório de Robótica da ESTG destinada à montagem do equipamento desenvolvido [22].	31
Figura 4.7 - Perfil que constitui o carril (fotografia à direita e modelação 3D à esquerda) [22].	32
Figura 4.8 - Carro de suspensão da carga (fotografia à direita e modelação 3D à esquerda) [22].	33
Figura 4.9 - Renderização do suporte vertical do protótipo [22].	33
Figura 4.10 - Renderização da modelação 3D final do equipamento [22].	34
Figura 4.11 - À esquerda: Modelação CAD da montagem da chapa de fixação do motor. À Direita: Fotografia da montagem do conjunto.	35
Figura 4.12 - Resultado da simulação numérica com a geometria final. À esquerda o gráfico de deformação e à direita o gráfico de tensão equivalente de von Mises.	36
Figura 4.13 - União aparafusada de ligação da chapa de fixação do motor ao suporte vertical.	37
Figura 4.14 - Representação da junta aparafusada de união do grupo chumaceira à chapa de fixação do motor, estando os parafusos que a compõem numerados de 1 a 4.	37
Figura 4.15 - Fotografia do Laboratório de Robótica com a estrutura estática do equipamento instalada.	38
Figura 4.16 - Método de transmissão de potência escolhido [28].	39
Figura 4.17 - a) Desenho da polia 27 AT 5 18; b) Especificações da polia.	40
Figura 4.18 - Renderização do método de sincronização entre elementos de transmissão de potência.	40
Figura 4.19 - Imagens elucidativas à produção de componentes da cadeia cinemática do sistema.	41

Figura 4.20 - Fotografia das peças para montagem da chumaceira do veio motor à esquerda. Fotografia da montagem da chumaceira do veio movido ao centro. Modelação do conjunto de chumaceira do veio movido, com corte de alguns componentes, à direita.	42
Figura 4.21 - À esquerda: três apoios da correia em etapas diferentes de montagem. À direita: montagem de um apoio da correia.	43
Figura 4.22 - À esquerda: fim de curso da extremidade esquerda. À direita: fim de curso do lado do motor.	44
Figura 4.23 - Botão de paragem emergência localizado no posto do operador do equipamento.	44
Figura 4.24 - Afixação de simbologia de risco de acidente.	45
Figura 4.25 - Esquema de sistema de controlo utilizando 2 controladores PID em malha fechada.	46
Figura 4.26 - Representação gráfica comparativa de dados reais adquiridos e de simulação, da evolução do ângulo de oscilação de carga (0,5 kg) quando esta é largada de uma altura correspondente a, aproximadamente, 25°.	49
Figura 4.27 - Arquitetura do sistema de controlo do equipamento.	52
Figura 4.28 - Placa de sinais fornecidos pelo utilizador.	53
Figura 4.29 – a) Potenciómetro 10K 270°; b) características do potenciómetro utilizado.	54
Figura 4.30 - À esquerda: vista de frente do carro de antigo estirador adaptado ao sistema desenvolvido. À direita: vista anterior do mesmo componente.	54
Figura 4.31 - Solução de deslizamento do cabo de alimentação e transmissão de sinais do potenciómetro e sensor de fim de curso.	55
Figura 4.32 - a) Motor de passo RTA EM 3F2M-04D0 montado no sistema; b) especificações do motor [31].	55
Figura 4.33 - a) motor de passo com <i>encoder</i> acoplado; b) características do <i>encoder</i> [31].	56
Figura 4.34 - a) Placa <i>Arduino Mega 2560</i> ; b) principais características da placa [32].	56
Figura 4.35 - a) <i>Drive RTA X-PLUS B4</i> ; b) especificações da <i>drive</i> [33].	57
Figura 4.36 - a) Sinal STEP gerado com função <i>delay</i> , verificando-se o impacto do processamento do microprocessador na geração do sinal. b) Sinal STEP gerado com função <i>timer.pwm</i> , não apresentando impacto da computação na geração do sinal.	60
Figura 4.37 - Comparação entre o valor do ângulo de oscilação de carga medido com potenciómetro e o respetivo valor real.	60
Figura 4.38 - a) medição do ângulo de oscilação de carga. b) medição do ângulo de oscilação de carga utilizando uma banda morta de leitura de -0,3° a 0,3°.	61
Figura 5.1 - Ângulo de oscilação da carga em função do tempo com $kp_{lin} = 500$ e $kp_{ang} = 10$	64
Figura 5.2 - Posição do carro em função do tempo com $kp_{lin} = 500$ e $kp_{ang} = 10$	65
Figura 5.3 - Erro entre o valor experimental e o valor de simulação, do ângulo de oscilação da carga em função do tempo com $kp_{lin} = 500$ e $kp_{ang} = 10$	65
Figura 5.4 - Erro entre o valor experimental e o valor de simulação, da posição do carro em função do tempo com $kp_{lin} = 500$ e $kp_{ang} = 10$	65

Figura 5.5 - Ângulo de oscilação da carga em função do tempo com $kp_{lin} = 500$ e $kp_{ang} = 25$.	66
Figura 5.6 - Posição do carro em função do tempo com $kp_{lin} = 500$ e $kp_{ang} = 25$.	66
Figura 5.7 - Erro entre o valor experimental e o valor de simulação, do ângulo de oscilação da carga em função do tempo com $kp_{lin} = 500$ e $kp_{ang} = 25$.	66
Figura 5.8 - Erro entre o valor experimental e o valor de simulação, da posição do carro em função do tempo com $kp_{lin} = 500$ e $kp_{ang} = 25$.	67
Figura 5.9 - Ângulo de oscilação da carga em função do tempo com $kp_{lin} = 700$, $kp_{ang} = 30$ e $ki_{ang} = 20$.	67
Figura 5.10 - Posição do carro em função do tempo com $kp_{lin} = 700$, $kp_{ang} = 30$ e $ki_{ang} = 20$.	67
Figura 5.11 - Erro entre o valor experimental e o valor de simulação, do ângulo de oscilação da carga em função do tempo com $kp_{lin} = 700$, $kp_{ang} = 30$ e $ki_{ang} = 20$.	68
Figura 5.12 - Erro entre o valor experimental e o valor de simulação, da posição do carro em função do tempo com $kp_{lin} = 700$, $kp_{ang} = 30$ e $ki_{ang} = 20$.	68
Figura 5.13 - Simulação da resposta do ângulo de oscilação de carga quando utilizados diferentes valores para os parâmetros dos controladores.	70
Figura 5.14 - Ampliação da Figura 5.13.	71
Figura 5.15 - Simulação da resposta da posição do carro quando utilizados diferentes valores para os parâmetros dos controladores.	71
Figura 5.16 - Ampliação da Figura 5.15.	72
Figura 5.17 - Ângulo de oscilação da carga em função do tempo com $kp_{lin} = 700$, $kp_{ang} = 35$ e $ki_{ang} = 10$.	73
Figura 5.18 - Posição do carro em função do tempo com $kp_{lin} = 700$, $kp_{ang} = 35$ e $ki_{ang} = 10$. À esquerda: trajetória completa. À direita: ampliação da trajetória.	73
Figura 5.19 - Ângulo de oscilação da carga em função do tempo com $kp_{lin} = 800$ e $kp_{ang} = 40$.	73
Figura 5.20 - Posição do carro em função do tempo com $kp_{lin} = 800$ e $kp_{ang} = 40$. À esquerda: trajetória completa. À direita: ampliação da trajetória.	74
Figura 5.21 - Simulação da posição do carro em função do tempo, comparando os melhores resultados de cada critério com a trajetória de movimentação à velocidade máxima. À esquerda: trajetória completa. À direita: ampliação da trajetória.	76
Figura 5.22 - Simulação do ângulo de oscilação da carga em função do tempo, comparando os melhores resultados de cada critério com a trajetória de movimentação à velocidade máxima. À esquerda: trajetória completa. À direita: ampliação da trajetória.	76
Figura B.1 - Imagem do esquema de controlo inserido no programa do <i>software Simulink</i> .	87
Figura B.2 - Bloco PID do programa <i>Simulink</i> .	88
Figura C.1 - Esquema de ligações elétricas.	89
Figura D.1 - Sequência de operações automáticas do sistema representada em esquema <i>grafcet</i> nível 1.	90
Figura G.1 - Fluxograma de procedimento experimental.	100

Lista de tabelas

Tabela 5.1 - Condições de ensaio.	63
Tabela 5.2 - Limitações dos parâmetros dos controladores.....	69
Tabela 5.3 - Tempos de acomodação dos conjuntos de valores dos parâmetros mais adequados, segundo cada um dos critérios, tendo em conta os critérios de desempenho.	72
Tabela 5.4 - Causas e recomendações de mitigação do ruído de medição do ângulo de oscilação da carga... ..	75

Lista de siglas e acrónimos

3D	Tridimensional
ADC	<i>Analog Digital Converter</i>
CAD	Desenho Assistido por Computador
EC3	Eurocódigo 3
ESTG	Escola Superior de Tecnologia e Gestão
FDM	<i>Fused Deposition Modeling</i>
FEM	<i>European Materials Handling Federation</i>
LIT	Linear Invariante no Tempo
LQR	Regulador Linear Quadrático
NEMA	<i>National Electrical Manufacturers Association</i>
P	Proporcional
PI	Proporcional Integral
PID	Proporcional Integral Derivativo
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i>
RPM	Rotações Por Minuto
USB	<i>Universal Serial Bus</i>

1. Introdução

Equipamentos de elevação e transporte de cargas são vastamente utilizados na indústria e em oficinas de manutenção de equipamentos. De acordo com os graus de liberdade que o mecanismo de suporte apresenta no ponto de suspensão da carga, estes equipamentos podem ser classificados em diferentes tipologias, tais como: pontes/pórticos rolantes, guias de lança e guias torre rotativas [1], [2]. Assim, sabendo que uma ponte rolante, cuja função é a movimentação de cargas, incorpora um carro que se move num carril descrevendo um movimento planar, o âmbito deste projeto pode, a nível industrial, ser englobado no estudo deste tipo de equipamentos. Nestes, uma vez que a carga se encontra suspensa por cabos, a sua aceleração resulta em oscilações durante o seu percurso e paragem, sendo tanto maiores quanto maior for a aceleração imposta pelo sistema à carga.



Figura 1.1 - Fotografia de uma ponte rolante.

Deste modo, uma vez que o fenómeno de oscilação de carga aumenta os riscos inerentes à utilização destes equipamentos, quer de ocorrência de danos pessoais, quer materiais, estes devem ser operados com a carga a alturas que minimizem o risco de colisão com outros objetos e com comprimentos de cabo de elevação constantes durante a movimentação do sistema. Como tal, o desafio do controlo de equipamentos de movimentação de cargas passa pela capacidade de movimentar a carga com reduzida oscilação e de a posicionar na posição desejada tão rápido quanto possível. A oscilação da carga, além de constituir um elevado perigo, representa também o aumento do respetivo tempo de movimentação e posicionamento. Este tempo, ao representar tempo perdido no processo de movimentação de cargas, leva à redução de volumes de trabalho e, conseqüentemente, a uma menor produtividade.

Tendo em conta a natureza dos equipamentos de movimentação de cargas, as atividades de investigação com vista à sua otimização são uma área de estudo bem estabelecida,

destacando-se que têm surgido publicações nesta área, pelo menos, desde o ano de 1961. Nestas, é referido o impacto que determinadas estratégias de controlo apresentam no desempenho dos equipamentos, tendo como objetivos, quer a minimização da oscilação de carga, quer o aumento de eficiência deste processo.

Assim, a motivação para este projeto surge, não só da elevada relevância do tema, como também do potencial que o estudo de movimentação de cargas apresenta. Neste, apesar de também se pretender estudar o controlo da movimentação de cargas suspensas, objetiva-se, acima de tudo, o desenvolvimento de um equipamento que permita o estudo avançado do movimento de cargas suspensas.

Com o desenvolvimento do equipamento e o estudo do controlo da movimentação de cargas suspensas, não só será possível comprovar as potencialidades da implementação de técnicas de controlo em equipamentos de movimentação de cargas, como também criar a possibilidade de realização de estudos futuros na área.

1.1. Objetivos

O principal objetivo do projeto aqui exposto consiste no desenvolvimento do projeto mecânico e na construção de um equipamento destinado ao estudo de movimentação de cargas suspensas, inicialmente limitado a uma dimensão, mas com possibilidade de evolução, bem como na demonstração da real possibilidade de o controlar. De forma a atingir o propósito deste trabalho, este divide-se em vários objetivos específicos:

- ✓ Investigar e entender os estudos efetuados na área do controlo de movimentação de cargas suspensas, de forma a definir a metodologia de controlo a estudar no equipamento desenvolvido;
- ✓ Identificar e definir constrangimentos e requisitos a ter em conta no projeto mecânico do equipamento, a instalar no Laboratório de Robótica da Escola Superior de Tecnologia e Gestão (ESTG) do Politécnico de Leiria;
- ✓ Realizar e documentar o projeto mecânico do equipamento;
- ✓ Produzir e adquirir os componentes constantes no projeto do equipamento;
- ✓ Montar o equipamento no local destinado;
- ✓ Modelar matematicamente o equipamento concebido e conceber um programa de simulação que permita prever o comportamento do equipamento com base no sinal de controlo que lhe é imposto;

- ✓ Projetar e aplicar o sistema de controlo no equipamento construído, tendo como objetivo a diminuição de oscilação da carga, após efetuada a sua movimentação e posicionamento;
- ✓ Demonstrar a possibilidade prática de controlar a operação do equipamento;
- ✓ Validar as previsões da dinâmica do equipamento, quando movimentado com o sistema de controlo desenvolvido e, consecutivamente, validar o modelo matemático deduzido;
- ✓ Sintonizar o sistema de controlo a fim de demonstrar as potencialidades da técnica de controlo utilizada.

1.2.Estrutura do documento

O presente relatório de projeto encontra-se estruturado em seis capítulos. Os conteúdos expostos em cada capítulo podem ser resumidos como se segue.

O capítulo 1 apresenta a introdução a este projeto, descrevendo o seu enquadramento e os objetivos da sua concretização.

O capítulo 2 pretende dar a conhecer ao leitor algumas publicações da literatura científica relacionadas com o presente projeto. Tendo em conta o objetivo de estudo e implementação do sistema de controlo no equipamento desenvolvido, a consulta destes trabalhos apresentou elevada relevância na definição do tipo e esquema de controlo a estudar.

No capítulo 3 expõem-se os principais fundamentos teóricos, de disciplinas como a Mecânica e o Controlo, que maior contributo apresentaram na modelação matemática do equipamento e projeto do sistema de controlo.

O capítulo 4, começando pela exposição do equipamento desenvolvido, apresenta todo o desenvolvimento de projeto e implementação prática efetuados no âmbito do projeto, de forma a cumprir os objetivos anteriormente referidos.

O capítulo 5 apresenta os dados obtidos na implementação do sistema de controlo do equipamento, tendo estes sido utilizados para validação do modelo matemático e de simulação e para sintonização do sistema de controlo.

O capítulo 6 apresenta as conclusões e propostas de desenvolvimento futuro do projeto desenvolvido.

2. Estado da Arte de Trabalhos Relacionados

O desafio de controlo de oscilação e movimentação de cargas em equipamentos de transporte apresenta-se como uma área de investigação bem estabelecida. É possível encontrar inúmeras publicações na literatura a retratar diversos estudos de controlo da dinâmica dos mais variados equipamentos da área. Nesta temática evidenciam-se dois relevantes artigos de revisão bibliográfica, sendo eles a publicação de Abdel-Rahman *et al.* [1], que retrata as atividades de investigação divulgadas até ao ano 2003, e a publicação de L. Ramli *et al.* [2] que sintetiza as publicações do Séc. XXI até ao ano 2016. Deste modo, no presente capítulo expõem-se os trabalhos cujo conhecimento apresentou maior relevância no desenvolvimento do presente projeto, estando, por isso, contidos trabalhos de áreas afins, como o de controlo de sistemas de pêndulo invertido. Para o leitor que pretenda conhecer o objeto de estudo de cada atividade de investigação e cada esquema de controlo, sugere-se a leitura das duas publicações anteriormente referidas: [1], [2].

2.1. Esquemas de controlo

Abdel-Rahman *et al.* [1] referem que a maioria das estratégias de controlo aplicadas a pontes rolantes até ao ano 2003 assumiam equipamentos com modelos matemáticos lineares, em que todas as solicitações externas, trajetórias seguidas e variáveis de controlo eram consideradas exclusivamente lineares. Contudo, no mesmo estudo salienta-se que as linearidades assumidas deixam os equipamentos mais vulneráveis a distúrbios externos e incertezas não tidas em conta no seu projeto. Assim, regista-se que, nos últimos anos, segundo L. Ramli *et al.* [2], vários autores têm estudado a influência que as não linearidades características destes equipamentos apresentam no projeto e robustez dos sistemas de controlo.

De forma a melhorar o comportamento dos equipamentos de movimentação de cargas, tendo como objetivos a redução da oscilação da carga e o aumento da respetiva eficiência, nas diversas publicações consultadas é possível analisar a presença de distintas arquiteturas de sistemas de controlo. Assim, de acordo com o tipo de controlo utilizado é possível identificar as 3 principais categorias: malha aberta, malha fechada e híbrido (malha aberta + malha fechada) [1], [2]. Como no capítulo 3 são abordados, em síntese, os tipos de controlo referidos, de seguida expõem-se os trabalhos considerados de maior relevância para o desenvolvimento do presente projeto, categorizados segundo o tipo de controlo encontrado.

2.1.1. Técnicas de controlo em malha aberta

As estratégias de controlo em malha aberta apresentam-se como de fácil implementação na medida em que não mostram necessidade de inclusão de sensores adicionais para medir a oscilação da carga, sendo, por isso, mais económicas. Pela sua natureza são, contudo, sensíveis a distúrbios externos, como o vento, e a variação de parâmetros do equipamento, como a altura de suspensão da carga [1], [2].

De entre as várias técnicas de controlo em malha aberta destaca-se a que surgiu primeiro, desenvolvida inicialmente por Alsop *et al.* [3] e melhorada ao longo do tempo por diversos autores. Esta, denominada modelação de sinal de entrada, ou *input-shaping*, consiste na aceleração ou desaceleração da carga em degraus de aceleração constante quando a carga, no seu movimento pendular, se encontra próxima da posição de repouso, verificando-se o amortecimento da oscilação e demonstrando bons resultados na paragem do equipamento. Simulações efetuadas por outros autores mostram uma possibilidade de melhoria de oscilação residual de 10° para 0,3° a 0,1° através da otimização desta técnica. Esta técnica de controlo foi projetada para ser utilizada em equipamentos cujo comprimento de cabo é constante e conhecido, dado que o valor do período de oscilação da carga é função desta variável, e para ser utilizada em percursos bem estabelecidos com oscilação de carga inicial nula. Os autores salientam que, caso no início da movimentação da carga esta se encontre a oscilar, pode verificar-se a amplificação da oscilação da carga com a utilização desta técnica [1], [2]. Devido à ausência de realimentação, o controlador atua como se essa oscilação não existisse. É de destacar que, segundo Hubbell *et al.* [4], a técnica de modelação de sinal de entrada era já usada em portos marítimos no ano de 1992 [1], [2].

A técnica de modelação do sinal de entrada deu lugar a outras técnicas de controlo em malha aberta, tais como a técnica de modelação adaptativa do sinal de entrada. Esta difere da técnica anterior na medida em que nesta é possível alterar-se o valor dos parâmetros físicos, como o comprimento do cabo, a massa suspensa, entre outros, e adaptar-se a magnitude da resposta de acordo aos parâmetros reais do equipamento [2], [5].

Por outro lado, na área do controlo em malha aberta de equipamentos de movimentação de carga verifica-se a existência da técnica de controlo ótimo. De acordo com os parâmetros de funcionamento do equipamento e da trajetória requerida, esta técnica consiste em encontrar o perfil de velocidade ótimo para movimentação, subida e descida da carga, tendo em consideração o objetivo de minimizar a trajetória de deslocação da carga e evitar colisões

com obstáculos. Esta estratégia de controle, apesar de inicialmente não ter como objetivo a minimização da oscilação da carga, foi estudada e melhorada por diversos autores, passando a ter em conta também este objetivo [1].

2.1.2. Técnicas de controle em malha fechada

Nas técnicas de controle em malha fechada, através da inclusão de sensores é possível controlar os equipamentos tendo em conta a magnitude de oscilação da carga, a posição e/ou velocidade instantânea do equipamento, o comprimento do cabo de suspensão da carga, e corrigir a dinâmica do equipamento, em tempo real, de acordo com a informação lida pelos sensores [1], [2].

Neste contexto, Lee *et al.* [6] desenvolveram uma estratégia de controle em malha fechada para um modelo de ponte rolante de duas dimensões, com comprimento de cabo constante, que consiste na utilização de dois controladores distintos, um controlador PI (Proporcional Integral) para controle da posição do carro, e um controlador PD (Proporcional Derivativo) para controle e amortecimento das oscilações da carga. A estratégia desenvolvida garantiu a ausência de erro de posicionamento da carga e um rápido amortecimento de oscilações, inclusive no caso de se verificarem distúrbios externos de baixa frequência, tendo os ganhos dos controladores e os seus resultados sido obtidos numericamente e experimentalmente [1], [6].

Ao continuar a desenvolver o seu trabalho de investigação, Lee [7], após ter desenvolvido trabalhos no controle de pontes rolantes de três dimensões, isto é, considerando o ângulo de oscilação em duas dimensões, introduziu um controlador PI no controle do motor de elevação da carga. Neste projeto, sabendo o comprimento do cabo de elevação da carga, Lee [7] introduz no sistema um algoritmo de cálculo do ganho mais indicado para o controlador de oscilação da carga, tendo atingido excelentes resultados para movimentações de carga com a respetiva elevação a variar lentamente. Nas conclusões, o autor refere que a eficiência do sistema de controle é pouco afetada por alterações do valor de carga suspensa, oscilações iniciais e lenta elevação da carga [1], [7].

Solihin e Wahyudi [8] estudaram duas metodologias de controle em malha fechada sem realimentação do valor do ângulo de oscilação da carga medido. Ambas as metodologias utilizam dois controladores PID (Proporcional Integral Derivativo), um para controle da posição e outro para amortecimento da oscilação da carga. No entanto, enquanto o controle

de posição é efetuado em ambas as metodologias realimentando o sistema com o valor do sensor de posicionamento do carro, na primeira metodologia o controlador de oscilação é realimentado com o valor de ângulo esperado (tendo em conta a função de transferência do mesmo), enquanto que, na segunda, através da leitura do posicionamento do carro, é introduzido no sistema um modificador da referência de entrada a fim de reduzir a oscilação da carga. Nos resultados, os autores referem que o desempenho dos dois sistemas de controlo se mostra independente do comprimento do cabo de suspensão da carga e que a primeira metodologia apresenta melhores resultados que a segunda. Os autores referem também que os resultados obtidos são bastante semelhantes aos obtidos realimentando o sistema com o valor de ângulo medido por sensores [8].

Costa [9] deduziu o modelo matemático de um modelo de ponte rolante construída à escala laboratorial, a partir do qual projetou, simulou e testou diferentes controladores. Após a linearização do modelo não linear do protótipo laboratorial, o autor implementou controladores de malha fechada como o controlador PID, controlador pelo método de alocação de polos e controlador utilizando lógica difusa (*fuzzy*).

Uma outra categoria de estudos consultados foi a de implementação de sistemas de controlo para controlo de sistemas de pêndulo invertido. Nasir *et al.* [10] apresentam um trabalho cujo objetivo é a comparação do desempenho de dois tipos de controladores, PID e LQR (Regulador Linear Quadrático), aplicados a um modelo de pêndulo invertido. Utilizando o *software* MATLAB[®] *Simulink* foram efetuadas simulações de resposta do sistema quando aplicados os dois controladores, tendo os autores concluído que ambos os controladores apresentam bom desempenho, destacando-se que o controlador LQR apresenta melhores resultados comparativamente ao controlador PID.

Também Frederickson *et al.* [11] testaram o desempenho de um controlador PID num protótipo laboratorial de pêndulo invertido. Através do *software* MATLAB[®] *Simulink* foi simulado o comportamento do sistema utilizando controladores Proporcional (P), PI, PD e PID.

A utilização de controlo em malha fechada em equipamentos de grandes dimensões, para além de resultar num custo adicional devido à necessidade de inclusão de sensores no equipamento, nem sempre consegue garantir a sua estabilidade dado o ruído que, por vezes, se verifica com a utilização dos sensores [2]. Ramli *et al.* [2] referem que o ruído proveniente dos sensores se pode tornar perigoso, dadas as dimensões dos equipamentos e que, muitas

vezes, quando se aplica controlo em malha fechada a equipamentos de grandes dimensões não só se verifica uma dificuldade acrescida na correta medição do ângulo de oscilação da carga, como também se denota uma lenta resposta à oscilação.

É de referir que inúmeras e distintas estratégias de controlo em malha fechada aplicadas ao controlo de equipamentos de movimentação de cargas podem ser encontradas na literatura, das quais se podem destacar as pertencentes ao controlo linear e a outros tipos de controlo como o controlo inteligente, o controlo ótimo ou o controlo adaptativo [1], [2].

2.1.3. Técnicas de controlo híbrido

Apesar de considerada de fácil implementação e baixo custo, a técnica de controlo em malha aberta por modelação do sinal de entrada mostra-se sensível a distúrbios externos, oscilações de carga iniciais e variação de parâmetros do sistema. Assim, dadas as respetivas limitações, esta técnica deu origem ao estudo de técnicas de controlo híbrido, que consistem no controlo combinado em malha aberta e malha fechada [2].

No âmbito do controlo de equipamentos de movimentação de cargas com recurso a técnicas de controlo híbrido, Huang *et al.* [12] propõem uma estratégia combinada de modelação do sinal de entrada, para redução da oscilação provocada pelos comandos do operador humano, e de controlo em malha fechada, para redução do impacto que distúrbios como correntes de ar apresentam no funcionamento de gruas de lança. Também Sorensen *et al.* [13] apresentam uma estratégia de redução de oscilações provocadas pela movimentação da carga e por distúrbios externos, apresentando uma técnica de controlo híbrido de três módulos: o primeiro, em malha fechada, para compensação do erro de posicionamento do dispositivo de movimentação da carga; o segundo, também em malha fechada, para detetar e mitigar a presença de distúrbios; e o terceiro que, através da modelação do sinal de entrada, promove a redução da oscilação provocada pela movimentação da carga. A estratégia proposta apresentou bons resultados numa ponte rolante industrial de 10 toneladas [13]. Por sua vez, Maghsoudi *et al.* [14] propõem uma estratégia que combina o controlo PD de posicionamento do carro de uma ponte rolante, com a técnica de modelação do sinal de entrada para redução da oscilação da carga. A técnica apresentada em [14] difere das anteriores por não apresentar realimentação do valor da oscilação da carga. As técnicas de controlo híbrido apresentadas revelaram robustez dos controladores desenvolvidos e capacidade de redução de oscilações provocadas quer pela movimentação da carga, quer pela presença de distúrbios externos [2].

2.2.Importância do Estado da Arte no Projeto Desenvolvido

O conhecimento dos trabalhos expostos anteriormente é de elevada relevância para o desenvolvimento do presente projeto. Ainda que não se apliquem aqui todas as técnicas descritas nas diversas publicações, o conhecimento das tendências de investigação na área de controlo de equipamentos de movimentação de cargas torna-se crucial, contribuindo como orientação para um bom desenvolvimento deste projeto.

Assim, no desenvolvimento do presente projeto, as publicações de Lee *et al.* [6], Lee [7], Solihin e Wahyudi [8] e Costa [9] são consideradas de elevada relevância do ponto de vista de modelação matemática do equipamento e de análise do sistema de controlo em malha fechada. Por outro lado, a publicação de Nasir *et al.* [10] mostra-se de elevada importância do ponto de vista da simulação e análise do desempenho de controladores utilizando ferramentas computacionais como o MATLAB® *Simulink*. Adicionalmente, a publicação de Frederickson *et al.* [11], apesar de ter como objetivo o controlo de um protótipo de pêndulo invertido, mostra-se de elevado interesse na definição da arquitetura do sistema de controlo utilizando como atuador um motor de passo e na aquisição de dados utilizando o *software* MATLAB®.

3. Enquadramento teórico

Dados os objetivos do presente projeto, nomeadamente de implementação de um sistema de controlo no equipamento desenvolvido, neste capítulo expõem-se os fundamentos teóricos considerados de maior relevância no processo de modelação matemática do sistema físico e respetivo projeto do sistema de controlo.

3.1. Mecânica

Quando se pretende modelar matematicamente um sistema físico, ou mesmo quando se realiza uma experiência e se considera que os seus resultados não dependem expressamente do local ou instante em que esta decorre, afirma-se na Física que o espaço é homogéneo e isotrópico e que o tempo é homogéneo. Ou seja, considera-se que existem 3 tipos de invariâncias, sendo estas, respetivamente, translação, rotação e, de novo, translação, resultando nas leis de conservação do momento linear, momento angular e energia, respetivamente [15].

Da Mecânica Newtoniana, tendo em conta as leis da conservação apresentadas, sabe-se que o movimento dos objetos depende das suas próprias características (massa) e da ação do Universo exterior (forças). Contudo, existe uma função, a função de Lagrange $L(r, \dot{r}, t)$, em que toda esta informação se encontra reunida e que é capaz de caracterizar a evolução mecânica de um sistema. Nesta, r representa a coordenada de posição, $\dot{r} \equiv dr/dt$ a velocidade e t o tempo. Sabendo que um sistema se movimentará segundo a trajetória de ação menor, sendo S a ação definida como [15]:

$$S = \int_{t_i}^{t_f} L(r, \dot{r}, t) dt, \quad (3.1)$$

em que t_i é o instante inicial e t_f o instante final, o sistema seguirá a trajetória correspondente ao mínimo do integral da função L ao longo do caminho (princípio de Hamilton), correspondendo este à variação infinitesimal nula: $\delta S = 0$. Com esta condição, é possível obter para um sistema isolado as respetivas equações de movimento, conhecidas por equações de Euler-Lagrange (expressão (3.2)). Por norma, um sistema terá tantas equações de Euler-Lagrange quantos os seus graus de liberdade [15].

$$\frac{\partial L}{\partial r} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{r}} \right) = 0 \quad (3.2)$$

Num sistema mecânico e isolado de partículas, em que r_1, r_2, \dots, r_n são as posições das n partículas, e v_1, v_2, \dots, v_n a respetiva velocidade, a função de Lagrange, L , é dada no instante t por [15]:

$$L(r_1, r_2, \dots, r_n; v_1, v_2, \dots, v_n; t) \equiv T - U, \quad (3.3)$$

onde T é a energia cinética definida por

$$T = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \dots + \frac{1}{2} m_n v_n^2 = \sum_{\alpha} \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2, \quad (3.4)$$

onde m_1, m_2, \dots, m_n são as massas, e U é a energia potencial de interação dada por

$$U = U(|r_i - r_j|), i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n (i \neq j) \quad (3.5)$$

A função de Lagrange, capaz de relatar o comportamento de sistemas de diferentes naturezas, depende assim de coordenadas generalizadas q_i e respetivas velocidades \dot{q}_i . Estas devem, em qualquer instante, apresentar capacidade para determinar completamente o estado do sistema, resultando na seguinte função de Lagrange [15]:

$$L(q_i, \dot{q}_i, t) \quad (3.6)$$

Anteriormente, foram expostas as equações de Euler-Lagrange para sistemas isolados, contudo, genericamente, se existirem forças exteriores que não dependem de um potencial, estas têm de ser adicionadas nas equações, agora expostas em coordenadas generalizadas [15]:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) = -Q_i^{ext}, \quad (3.7)$$

ou seja,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i^{ext}, \quad (3.8)$$

em que Q_i^{ext} é designada força exterior generalizada [15].

3.2. Teoria de Controlo Moderno – Espaço de Estados

De forma a modelar e estudar o sistema no espaço de estados foi necessário, previamente, entender o significado da teoria de controlo moderno. A teoria de controlo moderno tem como base o conceito de estado, e contrasta com a teoria de controlo convencional na medida

em que pode ser aplicada em sistemas de várias entradas e saídas, lineares ou não lineares, variantes ou invariantes no tempo [16].

O conceito de estado, já referido no subcapítulo 3.1, quando aplicado a um sistema dinâmico, consiste no menor conjunto de variáveis (variáveis de estado) tal que o seu conhecimento, em conjunto com o conhecimento da entrada, no instante inicial de análise, permite descrever a dinâmica do sistema para qualquer instante posterior ao instante inicial. Apesar de se verificar uma grande liberdade na escolha das variáveis de estado para descrever um dado sistema, é de imensa importância a escolha de variáveis de estado que sejam facilmente mensuráveis. Assim, visto que nas equações de movimento do sistema os integradores (num sistema de controlo em tempo contínuo) são utilizados como dispositivos de memória, as respetivas saídas podem ser selecionadas como variáveis de estado, sendo, por norma, o número de variáveis de estado do sistema igual ao número de integradores existentes no mesmo [16].

O vetor de estado, \mathbf{x} , é constituído por n componentes correspondentes às n variáveis de estado do sistema em análise. Nesse sistema, ao espaço n -dimensional cujos eixos coordenados correspondem a cada variável de estado, dá-se o nome de espaço de estados, em que qualquer estado do sistema pode ser representado por um ponto distinto nesse espaço [16].

A análise de um sistema em espaço de estados requer três tipos de variáveis: variáveis de entrada ($u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t)$ para um sistema com r entradas), variáveis de estado ($x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$) e variáveis de saída ($y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)$ para um sistema com m saídas). Assim, definindo \mathbf{u} , \mathbf{x} e \mathbf{y} como vetores coluna de dimensão igual ao número de equações necessárias para descrever o modelo matemático em estudo, e considerando as funções vectoriais \mathbf{f} e \mathbf{g} , as equações (3.9) e (3.10) apresentadas de seguida representam a equação de estado e a equação de saída, respetivamente [16].

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (3.9)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (3.10)$$

Se num sistema \mathbf{f} e/ou \mathbf{g} dependerem explicitamente do tempo t , este é considerado variante no tempo [16], [17].

Quando num sistema a resposta a duas entradas simultâneas não pode ser obtida somando os seus resultados, isto é, quando a este não é possível aplicar o princípio da sobreposição,

considera-se que o sistema é não linear. Apesar de quase todos os sistemas reais apresentarem não linearidades, a maior parte da teoria desenvolvida em Controlo é aplicável apenas a sistemas lineares. Nestes, as equações de estado (equação (3.9)) e de saída (equação (3.10)) podem ser apresentadas da seguinte forma, respetivamente [16]–[18]:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)u(t) \quad (3.11)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(t)u(t), \quad (3.12)$$

em que $\mathbf{A}(t)$ é denominada a matriz de estado, $\mathbf{B}(t)$ a matriz de entrada, $\mathbf{C}(t)$ a matriz de saída e $\mathbf{D}(t)$ a matriz de transmissão direta. Quando um sistema linear não depende do tempo, este é considerado um sistema linear invariante no tempo, LIT, em que as matrizes \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} e \mathbf{D} não dependem do tempo [16], [17].

Uma vez que grande parte dos sistemas reais não lineares opera em torno de um ponto de trabalho, apresentando pequenas variações em torno do mesmo, por vezes é possível efetuar a linearização do modelo não linear que descreve o sistema e utilizar o modelo linearizado para o projeto do sistema de controlo [16], [17].

Posto isto, define-se como ponto de trabalho de um sistema, um vetor de estado e uma entrada constantes, $\bar{\mathbf{x}}$ e \bar{u} , respetivamente, tais que [16], [17]:

$$\mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}, \bar{u}) = 0 \quad (3.13)$$

Nos sistemas em que, no ponto de trabalho, o valor da entrada é nulo, considera-se que este corresponde a um ponto de equilíbrio, encontrando-se satisfeita a seguinte igualdade [16], [17]:

$$\mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}, 0) = 0 \quad (3.14)$$

Para efetuar a linearização de um sistema não linear é comum optar-se pelo desenvolvimento da função não linear numa série de Taylor em torno do ponto de trabalho, desprezando os termos de ordem superior à primeira (considerados suficientemente pequenos), isto é, aqueles que confeririam não linearidade ao modelo matemático do sistema. De modo a que a linearização seja válida e capaz de descrever a dinâmica do sistema assume-se que as trajetórias do sistema são pequenas perturbações em torno do ponto de equilíbrio e que o sinal de controlo é de baixa magnitude, ou seja [17]:

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \delta\mathbf{x} \quad (3.15)$$

$$u = \bar{u} + \delta u \quad (3.16)$$

Substituindo as expressões anteriores na equação (3.9):

$$\dot{\delta x} = f(\bar{x} + \delta x, \bar{u} + \delta u), \quad (3.17)$$

é possível expandir-se a série de Taylor em torno de (\bar{x}, \bar{u}) , não considerando os termos de ordem superior à primeira:

$$\dot{\delta x} = f(\bar{x}, \bar{u}) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(x,u)=(\bar{x},\bar{u})} \cdot (x - \bar{x}) + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{(x,u)=(\bar{x},\bar{u})} \cdot (u - \bar{u}) \quad (3.18)$$

Tendo em conta a definição de ponto de trabalho, a equação (3.18) pode ser reescrita na forma apresentada na expressão (3.11), resultando na seguinte expressão:

$$\dot{\delta x} = A\delta x + B\delta u, \quad (3.19)$$

em que A é denominada a matriz de estado e pode ser obtida pela matriz jacobiana $\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(x,u)=(\bar{x},\bar{u})}$ e B é a matriz de entrada que, analogamente, pode ser obtida pela matriz jacobiana $\left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{(x,u)=(\bar{x},\bar{u})}$. Assim, o modelo da equação (3.19) é dado como um modelo linear invariante no tempo, capaz de descrever o efeito de uma perturbação em torno do ponto de equilíbrio do sistema linearizado [16]–[18].

O conceito de controlabilidade, introduzido inicialmente por Kalman, é considerado de extrema importância no projeto de sistemas de controlo no espaço de estados na medida em que a condição de controlabilidade pode indicar a existência de solução para o problema de projeto. Assim, diz-se que um sistema linear de tempo contínuo é controlável se for possível transferir o sistema de qualquer estado inicial para qualquer estado final, através da aplicação de controlo não limitado u num intervalo de tempo finito [16]–[18].

Seja W_c a matriz de controlabilidade ($n \times n$) tal que:

$$W_c = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (3.20)$$

Um sistema está em condições de controlabilidade completa se, e só se, os vetores $B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B$ forem linearmente independentes, ou seja, a matriz de controlabilidade W_c tiver característica n [16]–[18].

3.3.Sistemas de controlo e Controlo PID

Ao estudo de manipulação de sistemas dinâmicos dá-se o nome de Teoria de Controlo, estando esta presente, quer por implementação humana, quer por natureza, em inúmeros sistemas, desde os mais simples como o controlo do nível de água num reservatório, até aos mais sofisticados como a estabilização de um vaivém espacial. De acordo com as possibilidades de manipulação de sistemas dinâmicos é possível dividir o controlo em tipologias, tal como se encontra exposto na Figura 3.1. Assim, controlo passivo é aquele que não requer fornecimento de energia ao sistema para atingir o objetivo de controlo, sendo um tipo de controlo vantajoso em relação a outros dada a sua simplicidade. Um exemplo da utilização de controlo passivo é a redução do coeficiente de arrasto em automóveis utilizando formas na carroçaria destinadas ao efeito [16], [19].

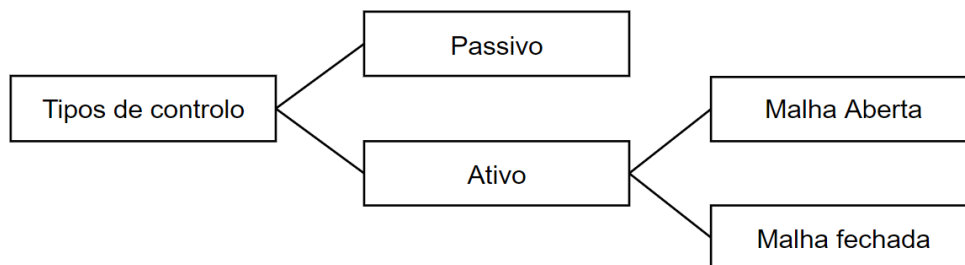


Figura 3.1 - Tipos de controlo. Adaptado de [19, Fig. 8.1].

Por outro lado, controlo ativo requer o fornecimento de energia ao sistema e pode ser dividido em controlo em malha fechada (ou anel fechado) ou em malha aberta (ou anel aberto) consoante sejam, ou não, utilizados sensores para informar o controlador do estado da variável de controlo, respetivamente. Controlo em malha aberta requer uma ação de controlo pré-programada, não tendo o sinal de saída nenhuma influência no sinal de controlo do sistema. Um exemplo de controlo em malha aberta é o ciclo de lavagem de uma máquina de lavar roupa, que é efetuado do início ao fim sem que, durante algum momento, se verifique se a roupa está lavada conforme esperado [16], [19].

Ao contrário do controlo em malha aberta, no controlo em malha fechada são utilizados sensores para medir as variáveis de saída de um sistema e assim determinar a ação de controlo mais indicada para manipular a dinâmica do sistema de acordo com o objetivo de controlo. Sendo o *cruise control* de um automóvel um exemplo de um sistema de controlo em malha fechada, este tipo de sistemas de controlo revela extrema importância na teoria de

controlo dado os benefícios que apresenta em relação a outros tipos. Assim, alguns dos benefícios do controlo em malha fechada são os seguintes [16], [19]:

- Possibilidade de estabilização de um sistema instável (exemplo: pêndulo invertido);
- Possibilidade de compensação de distúrbios externos (exemplo: rajada de vento durante operação);
- Possibilidade de correção de dinâmicas do sistema não tidas em conta na dedução do respetivo modelo matemático, e mitigação da incerteza associada a este (exemplo: operação com corrente de ar).

Na Figura 3.2 é possível analisar o esquema de um sistema de controlo industrial, em malha fechada. Neste, como pode ser observado, o controlador automático compara o valor da saída, lido através do sensor, com o valor da entrada de referência, produzindo um sinal de controlo que, quando amplificado e fornecido ao atuador irá aproximar a saída ao valor da referência de entrada.

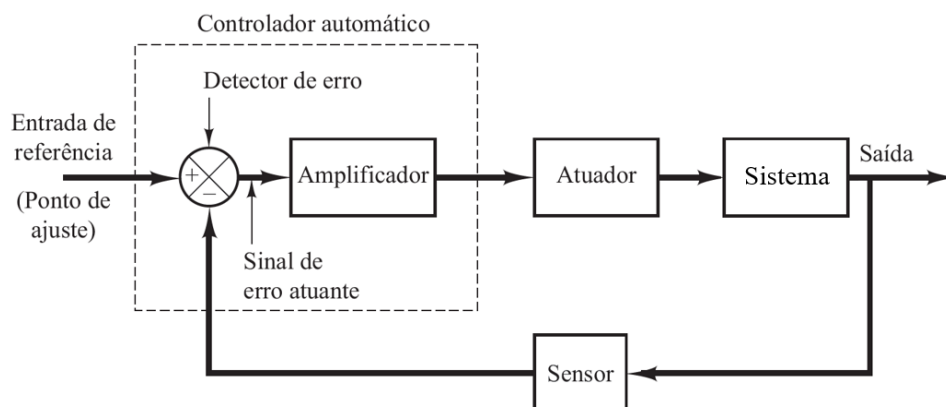


Figura 3.2 - Diagrama de blocos de um sistema de controlo industrial. Adaptado de [16, FIG. 2.6].

Dada a prevalência industrial dos controladores da família PID e a relevância que estes controladores têm na literatura de referência deste projeto efetua-se de seguida a sua descrição, bem como de cada uma das respetivas ações de controlo.

3.3.1. Controlador Proporcional Integral Derivativo (PID)

A combinação das ações de controlo proporcional, integral e derivativa, explicadas de seguida, é denominada ação de controlo proporcional-integral-derivativo, sendo esta uma técnica de controlo linear. Na Figura 3.3 é possível analisar o esquema de controlo PID de

um sistema, estando exposta a função de transferência do controlador no bloco correspondente.

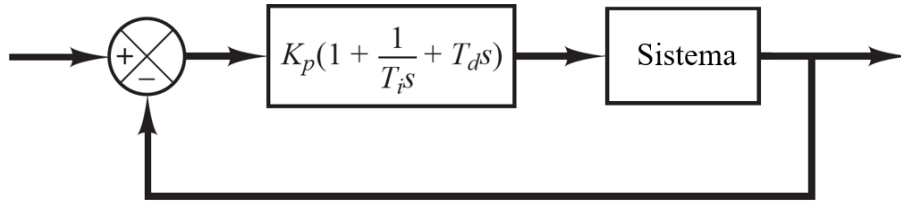


Figura 3.3 - Controle PID de um sistema. Adaptado de [16, Fig. 8.1].

Sendo K_p o ganho proporcional, T_i o tempo integral e T_d o tempo derivativo, a constante integral, K_i , e a constante derivativa, K_d , podem ser determinadas pelas expressões (3.21) e (3.22), respetivamente [16].

$$K_i = \frac{K_p}{T_i} \quad (3.21)$$

$$K_d = K_p \cdot T_d \quad (3.22)$$

Assim, a função de transferência do controlador PID pode ser apresentada de acordo com a expressão (3.23).

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d \cdot s \quad (3.23)$$

Dada a relevância de cada ação de controlo no projeto de um sistema de controlo utilizando um controlador PID, de seguida efetua-se a síntese da influência de cada ação de controlo no desempenho do sistema [16].

Ação de controlo Proporcional

A ação de controlo proporcional apresenta uma relação proporcional entre a saída do controlador e o sinal de erro atuante. Sendo a saída, no domínio do tempo, representada por $u(t)$ e o erro atuante representado por $e(t)$, estes podem ser relacionados com a constante proporcional de acordo com a seguinte expressão.

$$u(t) = K_p \cdot e(t) \quad (3.24)$$

Ação de controlo Integral

Quando um sistema, na respetiva função de transferência em anel aberto, não apresenta, pelo menos, um integrador, $\frac{1}{s}$, sabe-se que existirá um erro estacionário (ou residual) na resposta a uma entrada em degrau unitário quando o anel é fechado, podendo este ser eliminado através da ação de controlo integral. Dado que o sinal de saída do controlador integral, no domínio do tempo, $u(t)$, corresponde à área sob a curva do sinal de erro atuante, ao contrário

do controlador proporcional, neste é possível verificar-se um sinal de saída não nulo quando o erro estacionário é nulo.

Embora considerada como um aperfeiçoamento ao controle proporcional, visto ter a capacidade de eliminar o erro estacionário para uma entrada em degrau unitário em certos sistemas, a ação de controle integral pode conduzir a uma resposta oscilatória com amplitude lentamente decrescente ou sempre crescente, sendo este tipo de respostas indesejáveis no projeto de um sistema de controle.

Ação de controle Derivativo

A ação de controle derivativo, ao atuar em relação à taxa de variação do erro atuante e não sobre o próprio erro, nunca é utilizada de forma isolada, encontrando-se sempre combinada com ações de controle proporcional ou proporcional-integral.

Esta, quando combinada com a ação de controle proporcional, funciona como uma ação de controle que prevê o erro atuante, iniciando uma ação corretiva do sistema tendendo, por isso, a aumentar a sua estabilidade. Contudo, a ação de controle derivativo, dada a sua natureza, apresenta-se muito sensível a perturbações de alta frequência.

Dado que a ação de controle derivativo aumenta o amortecimento do sistema, quando combinada com controle proporcional tende a aumentar a respetiva estabilidade, permitindo-se a utilização de valores de ganho proporcional mais elevados, resultando numa maior precisão do sistema no regime permanente.

3.3.2. Sintonização do controlador

No projeto de controladores PID, ao processo de seleção de ganhos do controlador dá-se o nome de sintonização. A sintonização pode ser efetuada tendo como base diversos critérios de resposta, entre eles a resposta no tempo e a resposta em frequência. De forma a cumprir os critérios de desempenho especificados no projeto de um controlador, vários métodos de sintonização são propostos na literatura, entre eles métodos analíticos, como o da alocação de polos, e métodos empíricos, como os métodos de Ziegler-Nichols. As ferramentas computacionais apresentam aqui um grande potencial visto que, quando se conhece o modelo matemático do sistema em projeto, possibilitam quer a redução do tempo despendido neste processo, quer a utilização de técnicas de projeto por otimização computacional, permitindo obter os ganhos mais indicados para os controladores [16].

4. Desenvolvimento

No presente capítulo começa-se por apresentar o equipamento concebido com o objetivo de dar a conhecer ao leitor a respetiva solução construtiva, bem como as considerações que influenciaram o seu desenvolvimento. Após a apresentação do equipamento, deduz-se o respetivo modelo matemático, representando-o em espaço de estados. De seguida, apresenta-se o projeto mecânico que sustentou a construção do equipamento, finalizando-se com o projeto e implementação do sistema de controlo.

4.1. Protótipo Desenvolvido

Um dos objetivos do presente projeto consistiu no desenvolvimento do projeto mecânico e construção de um equipamento destinado ao estudo de movimentação de cargas suspensas, de deslocamento unidirecional. Assim, tendo em conta que este se destinava ao Laboratório de Robótica da ESTG, no presente subcapítulo pretende-se apresentar ao leitor o equipamento desenvolvido, para que seja possível entender o raciocínio seguido nos subcapítulos seguintes. O equipamento referido pode ser observado na Figura 4.1, estando fixado no teto do laboratório, como se pode observar.

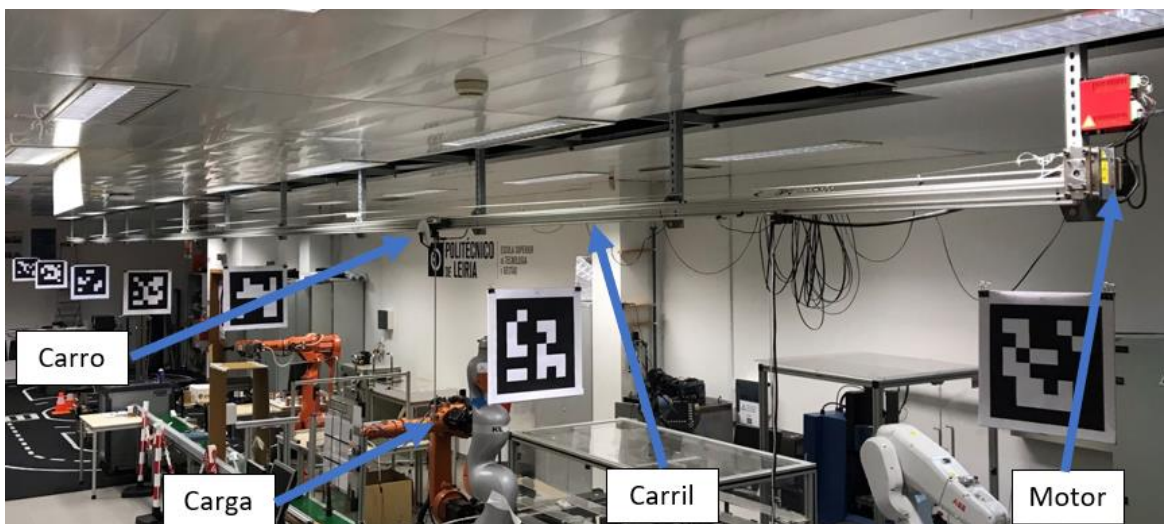


Figura 4.1 - Fotografia do equipamento dedicado ao estudo de movimentação de cargas, projetado e construído no presente projeto.

Do equipamento concebido e exposto na figura anterior, são de destacar as seguintes características de projeto:

- Comprimento total do carril: 18,7 m;
- Comprimento máximo (na vertical) do componente de suspensão da carga: 2 m;

- Massa suspensa máxima: 10 kg;
- Massa do carro máxima: 5 kg;
- Velocidade linear máxima: 12 km/h (3,34m/s);
- Ângulo máximo de oscilação de carga: 25°;
- Fonte de energia mecânica: motor de passo, fixo na estrutura;
- Ligação mecânica do motor ao carro: conjunto de polias e correia dentadas;
- Forma de controlo do motor de passo: placa de controlo *Arduino Mega 2560* ligada diretamente à *drive* de controlo do motor;

Após apresentado o equipamento desenvolvido, no subcapítulo 4.4 encontra-se resumido o projeto mecânico que sustentou a sua construção.

4.2. Modelação Matemática do Sistema Físico

Dado que outro dos objetivos do presente projeto consistiu no estudo e implementação de um sistema de controlo no equipamento desenvolvido, de forma a prever a dinâmica do sistema e o seu comportamento aos estímulos impostos pelo atuador, procedeu-se, em primeiro lugar, à modelação matemática do sistema físico.

Para modelar matematicamente o equipamento desenvolvido, foram efetuadas a simplificação da sua geometria e algumas considerações e simplificações, também referidas noutros trabalhos consultados. Assim, na Figura 4.2 encontra-se exposto o modelo simplificado do sistema mecânico desenvolvido, sendo este composto, principalmente, por um carro de deslocamento linear, que se move quando lhe é aplicada uma força, e um pêndulo de massa concentrada na extremidade do cabo de ligação ao carro.

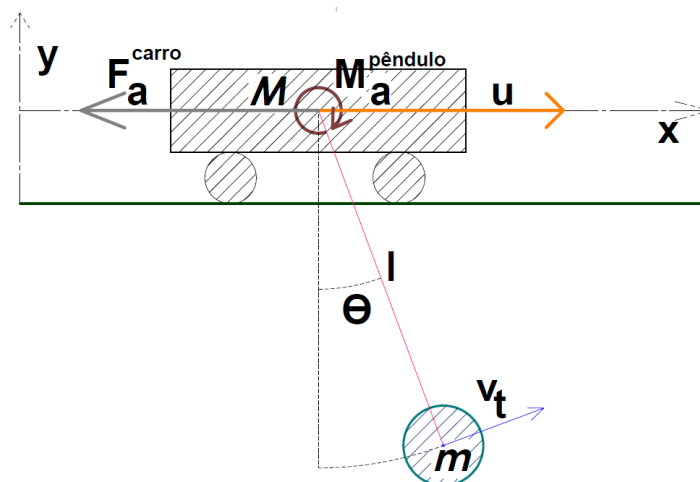


Figura 4.2 - Modelo simplificado do sistema carro – pêndulo.

No modelo simplificado exposto, destacam-se os seguintes parâmetros:

- u é a força exterior aplicada ao carro, em Newton (N);
- l é o comprimento do cabo de ligação do carro à massa suspensa, em metros (m);
- θ é o ângulo entre a posição vertical e a posição instantânea do pêndulo, em graus (°);
- m é a massa suspensa, em quilograma (kg);
- M é a massa do carro, em quilograma (kg);
- F_a^{carro} é a força de atrito do carro, em Newton (N);
- $M_a^{pêndulo}$ é o momento de atrito do pêndulo, em Newton \times metro (N.m).

De forma a obter este sistema simplificado, foram efetuadas as seguintes considerações, também efetuadas em diversas publicações consultadas [5]–[8], [20], [21]:

- O alongamento provocado pela força de tração no cabo de ligação entre o carro e a massa suspensa foi ignorado;
- A massa do cabo de ligação não foi considerada, ou seja, o respetivo momento de inércia foi considerado nulo;
- O cabo de suspensão da carga foi considerado um componente rígido;
- A massa do carro e a massa suspensa encontram-se concentradas nos respetivos centros de massa;
- A aceleração gravítica, g , tem o valor¹ de $9,8 \text{ m/s}^2$.

4.2.1. Dedução da função de Lagrange do sistema, L

Para obter as equações de movimento do sistema sabe-se, do subcapítulo 3.1, que, em primeiro lugar se deve deduzir a respetiva função de Lagrange através do desenvolvimento da expressão (3.3). Assim, como no modelo do sistema este é considerado como constituído por dois corpos ligados e em movimento, o carro e a massa suspensa (ou pêndulo), a função L foi deduzida do seguinte modo.

- Energia potencial do pêndulo, U_p

$$U_p = mgl - mgl \cos \theta = mgl(1 - \cos \theta) \quad (4.1)$$

- Energia potencial do carro, U_c

$$U_c = 0 \quad (4.2)$$

- Energia cinética do pêndulo, T_p

$$T_p = \frac{1}{2} m \left[(\dot{x} + v_t^x)^2 + v_t^y{}^2 \right] + \frac{I_{cabo}}{2} \dot{\theta}^2 \quad (4.3)$$

¹ Valor referido pela Sociedade Portuguesa de Física em spf.pt

em que v_t^x e v_t^y são as componentes, segundo x e y respetivamente, da velocidade tangencial do pêndulo (v_t) que, de acordo com a respetiva posição instantânea e das noções de movimento circular, podem ser obtidas a partir das equações (4.4) e (4.5):

$$v_t^x = \dot{\theta} l \cos \theta \quad (4.4)$$

$$v_t^y = \dot{\theta} l \sin \theta \quad (4.5)$$

Tendo em conta a consideração efetuada de que o momento de inércia do cabo é nulo, combinando as equações (4.3), (4.4) e (4.5), a expressão de cálculo da energia cinética do pêndulo pode ser deduzida na seguinte expressão.

$$T_P = \frac{1}{2} m [\dot{x}^2 + 2l\dot{x}\dot{\theta} \cos \theta + \dot{\theta}^2 l^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)], \quad (4.6)$$

que, através da fórmula fundamental da trigonometria:

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1, \quad (4.7)$$

se reduz à seguinte expressão para a energia cinética do pêndulo:

$$T_P = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + 2l\dot{x}\dot{\theta} \cos \theta + \dot{\theta}^2 l^2) \quad (4.8)$$

- Energia cinética do carro, T_C

$$T_C = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 \quad (4.9)$$

Após determinadas as expressões de energia cinética de cada corpo, a energia cinética do sistema, T_S , pode ser descrita pela seguinte expressão:

$$T_S = T_C + T_P = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + 2l\dot{x}\dot{\theta} \cos \theta + \dot{\theta}^2 l^2), \quad (4.10)$$

ou seja,

$$T_S = \frac{1}{2} [(m + M)\dot{x}^2 + 2ml\dot{x}\dot{\theta} \cos \theta + m\dot{\theta}^2 l^2] \quad (4.11)$$

De igual modo, a energia potencial do sistema, U_S , pode ser dada por:

$$U_S = U_C + U_P = U_P = mgl(1 - \cos \theta) \quad (4.12)$$

Como referido anteriormente, a função de Lagrange do sistema pode ser deduzida introduzindo as expressões (4.11) e (4.12) na expressão (3.3), resultando na seguinte equação:

$$L = T_S - U_S = \frac{1}{2} [(m + M)\dot{x}^2 + 2ml\dot{x}\dot{\theta} \cos \theta + m\dot{\theta}^2 l^2] - mgl(1 - \cos \theta) \quad (4.13)$$

4.2.2. Dedução das equações de movimento do sistema

Tal como é possível analisar pelo modelo exposto na Figura 4.2, o sistema em estudo apresenta dois graus de liberdade, x e θ , correspondendo estes às coordenadas generalizadas do sistema, \mathbf{q} :

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Sabendo que as forças exteriores consideradas são não conservativas, estas foram introduzidas na equação de Euler-Lagrange como forças exteriores generalizadas. Salienta-se que a força de atrito do pêndulo resultante do atrito presente no seu ponto de suspensão é, por definição, uma força generalizada que corresponde ao momento da força de atrito, $M_a^{p\grave{e}ndulo}$, de origem no ponto de suspensão da carga. Assim, as forças exteriores generalizadas segundo cada coordenada generalizada, \mathbf{Q}^{ext} , estão expostas na expressão (4.15).

$$\mathbf{Q}^{ext} = \begin{bmatrix} u - F_a^{carro} \\ -M_a^{p\grave{e}ndulo} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Modelando o atrito como viscoso e como o produto entre uma constante de amortecimento equivalente e a velocidade (linear ou angular) do corpo no instante em análise, as forças exteriores generalizadas podem ser apresentadas de acordo com a expressão seguinte:

$$\mathbf{Q}^{ext} = \begin{bmatrix} u - D_x \cdot \dot{x} \\ -D_\theta \cdot \dot{\theta} \end{bmatrix}, \quad (4.16)$$

em que D_x é o coeficiente de amortecimento equivalente de deslizamento do carro e D_θ corresponde ao coeficiente de amortecimento equivalente de rotação do pêndulo.

A equação de movimento segundo a coordenada generalizada posição linear do carro, x , pode ser deduzida desenvolvendo a equação de Euler-Lagrange, expressão (3.8), introduzindo a função de Lagrange do sistema, expressão (4.13):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = Q_x^{ext} \quad (4.17)$$

Apresentando cada termo desenvolvido individualmente:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \dot{x}(m + M) + ml\dot{\theta} \cos \theta \quad (4.18)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) = \ddot{x}(m + M) + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0 \quad (4.20)$$

$$Q_x^{ext} = u - D_x \dot{x}, \quad (4.21)$$

é possível obter a equação de movimento segundo x :

$$\ddot{x}(m + M) + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta = u - D_x \dot{x} \quad (4.22)$$

A equação de movimento segundo a coordenada generalizada θ pode ser deduzida de forma idêntica, resultando no seguinte raciocínio:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = Q_\theta^{ext} \quad (4.23)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = ml\dot{x} \cos \theta + ml^2\dot{\theta} \quad (4.24)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) = ml\ddot{x} \cos \theta - ml\dot{x}\dot{\theta} \sin \theta + ml^2\ddot{\theta} \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = -ml\dot{x}\dot{\theta} \sin \theta - mgl \sin \theta \quad (4.26)$$

$$Q_\theta^{ext} = -D_\theta \dot{\theta}, \quad (4.27)$$

que resulta na seguinte equação de movimento segundo o ângulo de oscilação da carga θ :

$$ml\ddot{x} \cos \theta + mgl \sin \theta + ml^2\ddot{\theta} = -D_\theta \dot{\theta} \quad (4.28)$$

Após deduzidas as equações (4.22) e (4.28), que caracterizam o movimento do sistema desenvolvido, torna-se possível prever a dinâmica do sistema logo que determinados os valores numéricos dos diversos parâmetros do sistema.

4.3. Modelo Matemático do Sistema em Espaço de Estados

Uma vez obtido o modelo matemático do sistema, de forma a possibilitar o projeto do sistema de controlo optou-se por o representar em espaço de estados.

Uma vez que, para descrever a dinâmica do sistema, foi deduzido um sistema de duas equações diferenciais de segunda ordem, concluiu-se que seriam necessárias 4 variáveis de

estado para definir completamente a sua dinâmica. Assim, as variáveis de estado selecionadas foram x, \dot{x}, θ e $\dot{\theta}$, tendo a escolha das mesmas sido efetuada de forma a que estas, não só correspondessem a variáveis facilmente quantificadas através de sensores, como também correspondessem a derivadas de ordem tão baixa quanto possível. Posto isto, na expressão (4.29) expõe-se o vetor de estado, \mathbf{x} , que contém as 4 variáveis de estado referidas.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

A equação de estado, que descreve a dinâmica do sistema no espaço de estados, pode ser obtida reescrevendo as equações de movimento, expressões (4.22) e (4.28), na forma apresentada na expressão (3.9), resultando na seguinte equação:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{l^2 \cdot \sin x_3 \cdot m \cdot x_4^2 + \cos x_3 \cdot l \cdot \sin x_3 \cdot g \cdot m + \cos x_3 \cdot D_\theta \cdot x_4 - l \cdot D_x \cdot x_2 + l \cdot u}{l \cdot [(\cos x_3)^2 \cdot m - m - M]} \\ \frac{x_4}{L^2 \cdot m \cdot [(\cos x_3)^2 \cdot m - m - M]} \\ \cos x_3 \cdot l^2 \cdot \sin x_3 \cdot m^2 \cdot x_4^2 - \cos x_3 \cdot l \cdot D_x \cdot m \cdot x_2 + l \cdot M \cdot \sin x_3 \cdot g \cdot m + l \cdot \sin x_3 \cdot g \cdot m^2 + \cos x_3 \cdot l \cdot m \cdot u + M \cdot D_\theta \cdot x_4 + m \cdot D_\theta \cdot x_4 \\ \cos x_3 \cdot l^2 \cdot \sin x_3 \cdot m^2 \cdot x_4^2 - \cos x_3 \cdot l \cdot D_x \cdot m \cdot x_2 + l \cdot M \cdot \sin x_3 \cdot g \cdot m + l \cdot \sin x_3 \cdot g \cdot m^2 + \cos x_3 \cdot l \cdot m \cdot u + M \cdot D_\theta \cdot x_4 + m \cdot D_\theta \cdot x_4 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Pela análise da expressão anterior, é possível concluir que a variável x (ou x_1) é uma variável livre, visto não se apresentar contemplada na equação de estado do sistema. Assim, é de salientar que esta não apresenta influência direta no estado do sistema, concluindo-se que a dinâmica deste não é diretamente influenciada pela posição do carro.

4.3.1. Linearização do modelo não linear

Como é possível concluir da análise da equação de estado deduzida (expressão (4.30)), o sistema em estudo é representado por um modelo matemático não linear. Visto que se pretende controlar o sistema de pêndulo, de movimento unidirecional, num carro, estando o pêndulo o mais próximo possível da sua posição de repouso, torna-se válido assumir que o sistema irá atuar em torno de um ponto de equilíbrio e que os sinais de controlo envolvidos serão pequenos, podendo assim aproximar-se o sistema não linear a um sistema linear.

Como tal, em primeiro lugar, deve referir-se que o ponto de equilíbrio do sistema, \bar{x} , corresponde à posição de repouso, podendo ser especificado por:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

De forma a efetuar a linearização do modelo não linear, procedeu-se à expansão da série de Taylor considerando a operação em torno do ponto de trabalho referido. Tendo em conta que o ponto de trabalho considerado, além de ser um ponto de equilíbrio ($\bar{u} = 0$), também corresponde à posição de repouso do sistema, a expansão da série de Taylor exposta na expressão (3.18), para obtenção da equação de estado do modelo linearizado, é a seguinte:

$$\dot{x} = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(x,u)=(\bar{x},0)} \cdot x + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{(x,u)=(\bar{x},0)} \cdot u \quad (4.32)$$

Como é sabido, a matriz jacobiana $\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(x,u)=(\bar{x},0)}$ corresponde à matriz de estado, **A**, enquanto que a matriz jacobiana $\left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{(x,u)=(\bar{x},0)}$ corresponde à matriz de entrada, **B**. Assim, a matriz de estado pode ser obtida introduzindo na seguinte matriz jacobiana as equações de estado expostas na expressão (4.30), ou seja:

$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(x,u)=(\bar{x},0)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_2} & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_3} & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_2} & \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_3} & \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_4} \\ \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial x_2} & \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial x_3} & \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial x_4} \\ \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial x_2} & \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial x_3} & \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial x_4} \end{bmatrix}, \quad (4.33)$$

resultando na seguinte matriz de estado:

$$\mathbf{A} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{(x,u)=(\bar{x},0)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-D_x}{M} & \frac{g \cdot m}{M} & \frac{D_\theta}{l \cdot M} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{D_x}{l \cdot M} & \frac{-g \cdot (m + M)}{M \cdot l} & \frac{-D_\theta \cdot (m + M)}{M \cdot m \cdot l^2} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

De forma análoga, a matriz de entrada pode ser obtida, em função das variáveis físicas, através do desenvolvimento da seguinte matriz jacobiana:

$$\mathbf{B} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial u} \right|_{(x,u)=(\bar{x},0)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial u} \\ \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial u} \\ \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial u} \\ \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial u} \end{bmatrix}, \quad (4.35)$$

resultando na seguinte matriz de entrada:

$$\mathbf{B} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial u} \right|_{(x,u)=(\bar{x},0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ -\frac{1}{M \cdot l} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

Após determinadas as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} , a equação de estado (3.19) do modelo linearizado pode ser apresentada da seguinte forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \quad (4.37)$$

No sistema considerado, verifica-se a possibilidade de medição de todas as variáveis de estado escolhidas, correspondendo estas, deste modo, às saídas do sistema. Quando tal se verifica, segundo Duriez *et al.* [18], a matriz de saída corresponde à matriz identidade, de dimensão igual ao número de variáveis de estado do sistema ($\mathbf{C} = \mathbf{I}$). Por sua vez, a matriz de transmissão direta, \mathbf{D} , é uma matriz nula visto que a variável de entrada, u , ao

corresponder a uma força, não apresenta relação direta com as variáveis de saída. Assim, a equação de saída do modelo linearizado é a seguinte:

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}, \quad (4.38)$$

onde,

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

4.3.2. Comparação dos modelos linear e não linear

Após se efetuar a linearização do modelo não linear em torno do ponto de equilíbrio, considerou-se importante comparar o comportamento dos dois modelos em malha aberta, analisando as diferenças de resposta quando sujeitos às mesmas condições iniciais. Assim, visto que a não linearidade do modelo não linear é imposta pelas funções seno e cosseno presentes no mesmo, de forma a comparar a resposta dos dois modelos foi utilizada a saída correspondente à variável ângulo de oscilação da carga: θ .

Deste modo, de forma a efetuar a comparação referida foi utilizado um programa desenvolvido no *software* MATLAB[®], estando este exposto no Apêndice A. Neste programa, tal como pode ser observado, é efetuada a integração das equações diferenciais de cada modelo, utilizando-se a função *ODE45*, durante o tempo correspondente a 60 segundos, construindo-se os gráficos de saída com os resultados obtidos. Neste, são também introduzidos os valores das constantes físicas do sistema e as condições iniciais de simulação que, no presente caso, correspondem à imposição de um ângulo inicial de oscilação da carga. Assim, através da análise das figuras seguintes é possível comparar as respostas dos dois modelos quando variado o valor do ângulo inicial de oscilação da carga.

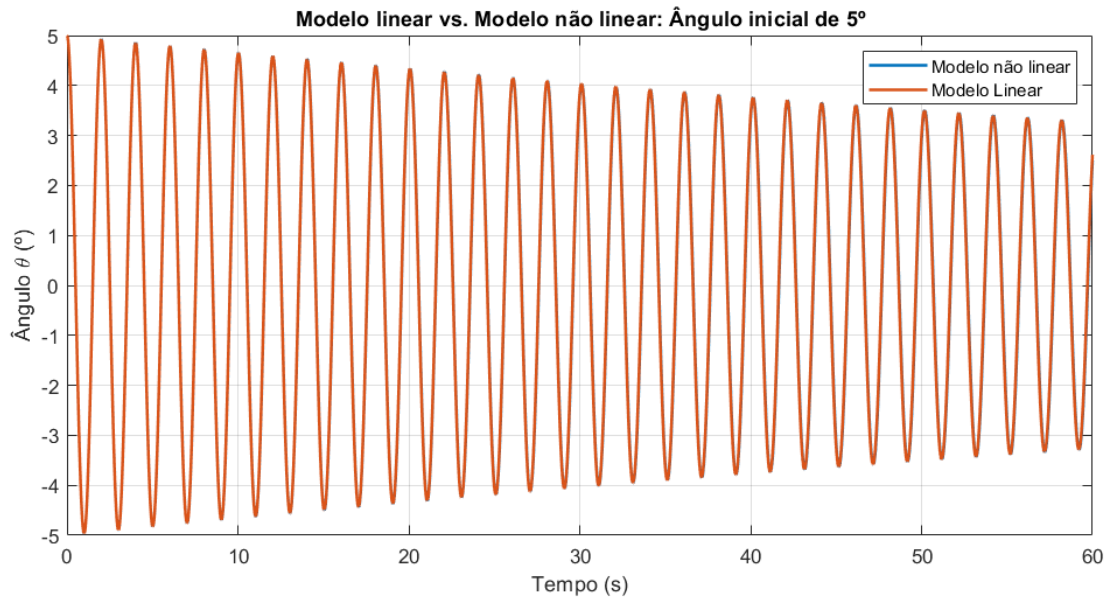


Figura 4.3 - Resposta do modelo linear vs. modelo não linear quando sujeitos a uma condição inicial de ângulo de oscilação de 5°.

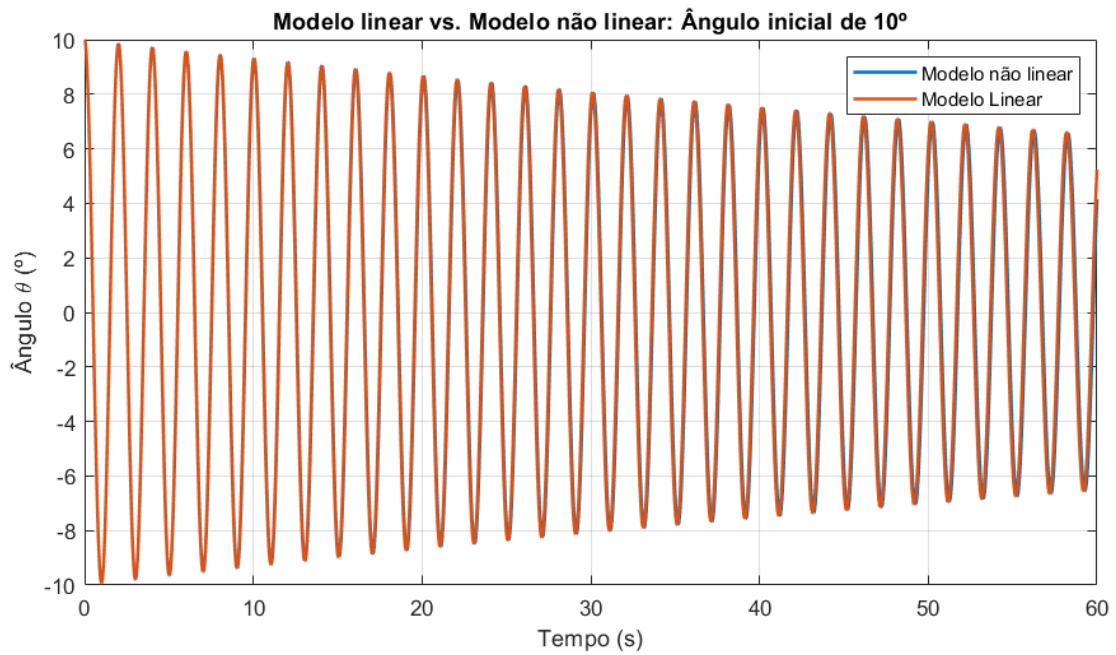


Figura 4.4 - Resposta do modelo linear vs. modelo não linear quando sujeitos a uma condição inicial de ângulo de oscilação de 10°.

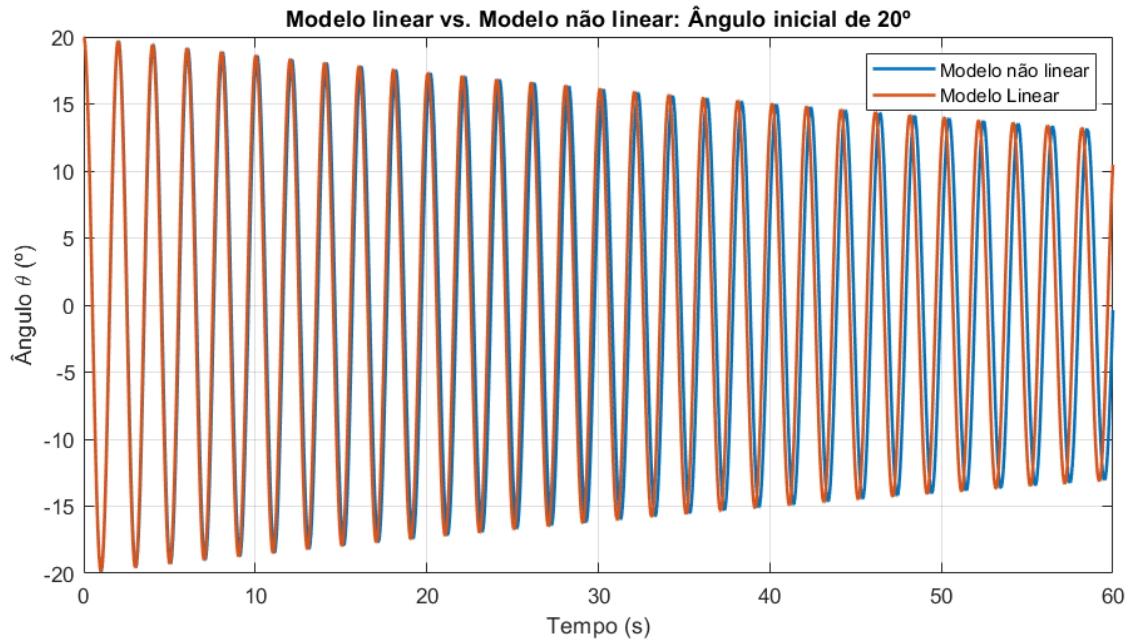


Figura 4.5 - Resposta do modelo linear vs. modelo não linear quando sujeitos a uma condição inicial de ângulo de oscilação de 20°.

Através da análise das figuras anteriores é possível concluir que, tal como seria de esperar, as respostas obtidas na simulação dos dois modelos diferem quando se verifica a imposição de ângulos de oscilação suficientemente afastados do ponto de equilíbrio, sendo a diferença de resposta tanto maior quanto maior o ângulo inicial imposto.

Apesar das diferenças verificadas, é possível concluir que, para ângulos de oscilação suficientemente próximos do ponto de equilíbrio, o modelo linearizado é capaz de descrever a resposta de forma efetiva, sendo, por isso, utilizado no projeto do controlador linear efetuado no presente trabalho. Note-se que, destes testes, se infere que os maiores ângulos considerados suficientemente próximos, têm uma amplitude superior à que se espera no funcionamento normal do sistema, o que valida o uso desta aproximação linear no caso de estudo.

4.4. Projeto Mecânico do Equipamento

De forma a garantir o bom desempenho mecânico do equipamento, foi desenvolvido o respetivo projeto mecânico, com o intuito de o construir utilizando componentes cuja seleção se encontra fundamentada em cálculos de engenharia. Assim, de forma deixar documentada toda a informação e raciocínio seguido no desenvolvimento do projeto mecânico do equipamento foi publicado o relatório ARISE.INESCC-ESTG.IPL-TR01-2021 [22]. Visto nesse documento se encontrarem detalhados os cálculos e pressupostos efetuados, no

presente subcapítulo efetua-se uma descrição resumida dos pontos e resultados mais relevantes para o presente projeto.

No projeto mecânico desenvolvido, apenas os componentes sujeitos a maior solicitação foram dimensionados ou verificados. Todos os componentes cujas solicitações previstas são idênticas ou inferiores àquelas verificadas noutros já dimensionados não foram alvo de projeto, visto que a respetiva segurança se encontrava, desde logo, garantida.

4.4.1. Pré-Requisitos do Projeto

De forma a definir os requisitos a ter em conta no desenvolvimento do projeto mecânico do equipamento, começou-se por analisar a zona do Laboratório de Robótica da ESTG onde se pretendia instalar o equipamento desenvolvido. Esta pode ser observada na Figura 4.6, sendo de destacar o objetivo de fixar o equipamento ao teto do laboratório.



Figura 4.6 - Fotografia da zona do Laboratório de Robótica da ESTG destinada à montagem do equipamento desenvolvido [22].

Após efetuada a análise dimensional do local de instalação do equipamento, foram definidos os objetivos de projeto a nível das respetivas dimensões e massas deslocadas. Assim, os dados considerados de maior relevância no desenvolvimento do projeto são [22]:

- Distância da laje ao teto falso: 0,7m;
- Comprimento da sala: 23m;
- Comprimento máximo do cabo de suspensão da carga: 2m;
- Massa da carga suspensa máxima: 10kg;
- Massa do carro para projeto: 5kg;

- Velocidade máxima de subida da carga²: 5m/min (determinada considerando a velocidade mais elevada dos equipamentos fornecidos pelo fabricante de pontes rolantes ABUS [23]).

Logo que efetuado o levantamento dos dados mais importantes para início do projeto mecânico, surgiu uma das questões mais relevantes para o desenvolvimento do projeto: qual a forma construtiva do conjunto carril – carro mais indicada para o projeto em questão? Diversas soluções foram identificadas para dar resposta a esta questão, entre as quais se destaca a de utilização de um perfil de alumínio quadrado (vulgarmente conhecido por perfil *Bosch*), ligando-se nos rasgos de duas das suas faces paralelas veios de aço calibrado para deslocamento de um carro através de patins apropriados. Esta, apesar de ser uma excelente solução construtiva, é uma solução bastante dispendiosa dado que se pretende que o equipamento percorra, praticamente, toda a sala (23 metros).

Assim, reparou-se que se poderiam reaproveitar alguns dos antigos estiradores da ESTG, agora obsoletos e inutilizados, como materiais para a construção deste sistema. Estes antigos equipamentos de desenho, de entre outros componentes, são compostos por perfis de alumínio de geometria ímpar, com 1,7 metros de comprimento onde se desloca um “carro”. Deste modo, foram reaproveitados 11 perfis de alumínio e um carro para suspensão e deslocamento da carga, tendo estes componentes sido adaptados às necessidades geométricas do equipamento desenvolvido. Nas figuras 4.7 e 4.8 podem ser observados os componentes reaproveitados, bem como as respetivas modelações 3D efetuadas utilizando o *software Solidworks*.

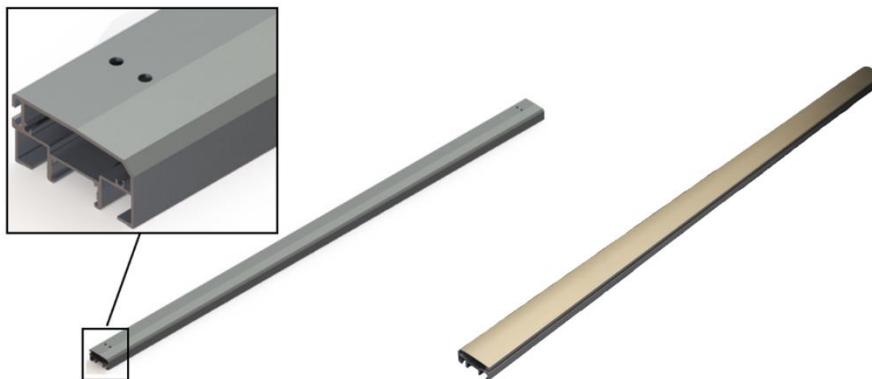


Figura 4.7 - Perfil que constitui o carril (fotografia à direita e modelação 3D à esquerda) [22].

² O projeto do sistema de elevação de carga encontra-se fora do âmbito do presente projeto. Contudo, para efeitos de determinação de solicitações, utilizou-se um valor comum em dispositivos industriais de movimentação de cargas.

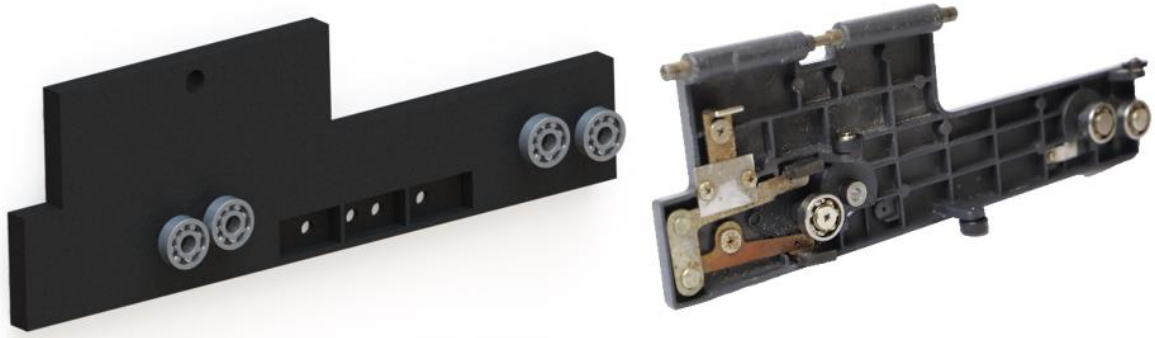


Figura 4.8 - Carro de suspensão da carga (fotografia à direita e modelação 3D à esquerda) [22].

Após identificados os componentes a reaproveitar no desenvolvimento do projeto do equipamento, verificou-se a necessidade de identificar a melhor solução de ligação do carril à laje superior da sala. Para tal, tendo em conta a distância da laje ao teto falso (0,7 metros), foram selecionados suportes de 1 metro de comprimento, de utilização frequente na instalação de painéis fotovoltaicos. Na Figura 4.9 é possível observar a geometria dos suportes referidos através da renderização da modelação 3D deste componente.



Figura 4.9 - Renderização do suporte vertical do protótipo [22].

4.4.2. Documentação aplicável

De forma a sustentar o projeto mecânico efetuado, diversos documentos foram consultados e utilizados. Assim, visto que o equipamento em projeto pretende representar um mecanismo de ponte rolante à escala laboratorial, foram consultadas normas aplicáveis ao projeto de equipamentos de elevação e movimentação de cargas. Destas, é de destacar que em Portugal se encontra em vigor a NP 1939/1988 [24], de regulação do projeto e definição de regras de segurança a aplicar em equipamentos de movimentação de cargas suspensas. Esta, no que diz respeito à caracterização e projeto da estrutura de equipamentos como pontes rolantes, remete para a utilização das normas da Federação Europeia de Movimentação de Materiais (FEM).

Assim, no presente projeto foi utilizada a norma “FEM1.001 – *Rules for the design of hoisting appliances*” [25] na classificação do equipamento, identificação e caracterização de solicitações e obtenção de coeficientes de segurança a utilizar no dimensionamento de

componentes. Foi também utilizado o Eurocódigo 3 (EC3) (NP EN 1993: 2010) [26] na verificação de juntas aparafusadas e seleção de materiais para a estrutura do equipamento. De igual modo, foram projetados componentes como veios, pinos e chavetas através dos métodos sugeridos por *Budynas e Nisbett* [27].

4.4.3. Projeto da estrutura estática do equipamento

Após apresentadas as principais características do equipamento e selecionados os documentos de base para caracterização de solicitações e dimensionamento de componentes, iniciou-se o projeto da estrutura estática. Assim, em primeiro lugar procedeu-se ao esboço 3D do equipamento, utilizando o *software Solidworks*, de acordo com os componentes já definidos a incorporar no presente equipamento. Dado que o esboço deu lugar, após a finalização do projeto, ao desenho final do equipamento, este é possível ser analisado na Figura 4.10. Com a apresentação da modelação 3D final do equipamento, é possível entender as soluções construtivas adotadas e, como consequência, entender o raciocínio de projeto mecânico apresentado de seguida.

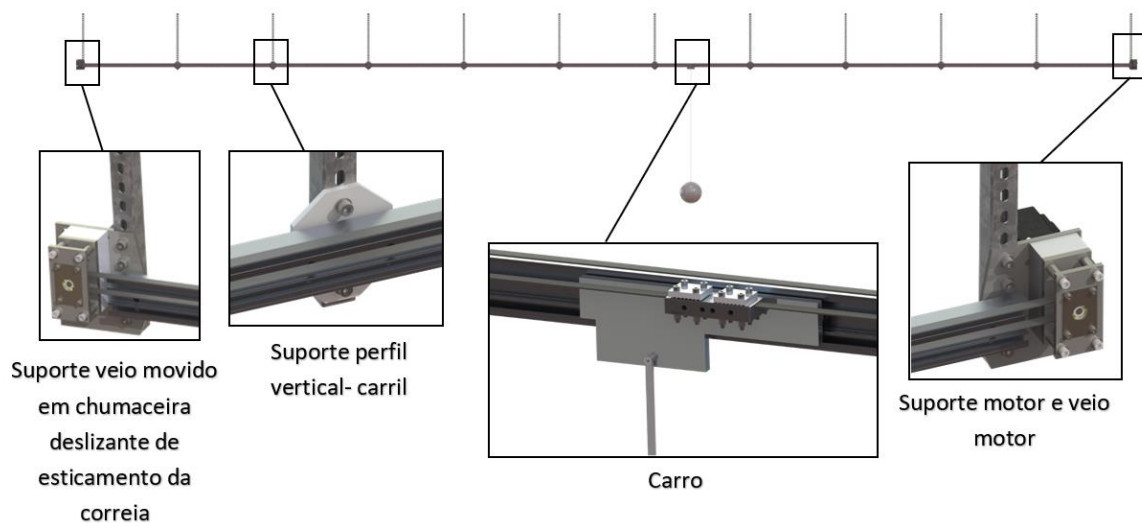


Figura 4.10 - Renderização da modelação 3D final do equipamento [22].

Assim que efetuado o esboço do equipamento, utilizou-se a norma FEM1.001 [25] para proceder à identificação do equipamento e do caso de solicitação a que este se encontra sujeito. Como o local de utilização do equipamento é o Laboratório de Robótica da ESTG, conclui-se que este será utilizado com ausência de solicitações induzidas devido a efeitos climáticos (vento, neve, variações de temperatura). Deste modo, segundo a FEM1.001, as únicas solicitações a ter em conta no projeto do equipamento são as solicitações estáticas,

devidas ao peso próprio dos elementos e à carga de serviço, e as solicitações dinâmicas, devidas a movimentações verticais e horizontais.

Após identificadas as solicitações presentes na utilização do equipamento, procedeu-se ao respetivo cálculo de acordo com as recomendações referidas na FEM1.001. O procedimento de cálculo e os valores numéricos obtidos encontram-se descritos em detalhe no relatório ARISE.INESCC-ESTG.IPL-TR01-2021 [22], tendo os valores de cargas e coeficientes obtidos sido utilizados no dimensionamento dos componentes referido de seguida.

Dimensionamento da chapa de fixação do motor

A chapa de fixação do motor foi o primeiro componente da estrutura estática alvo de dimensionamento, podendo a respetiva ligação a outros elementos do sistema ser entendida pela análise da Figura 4.11.

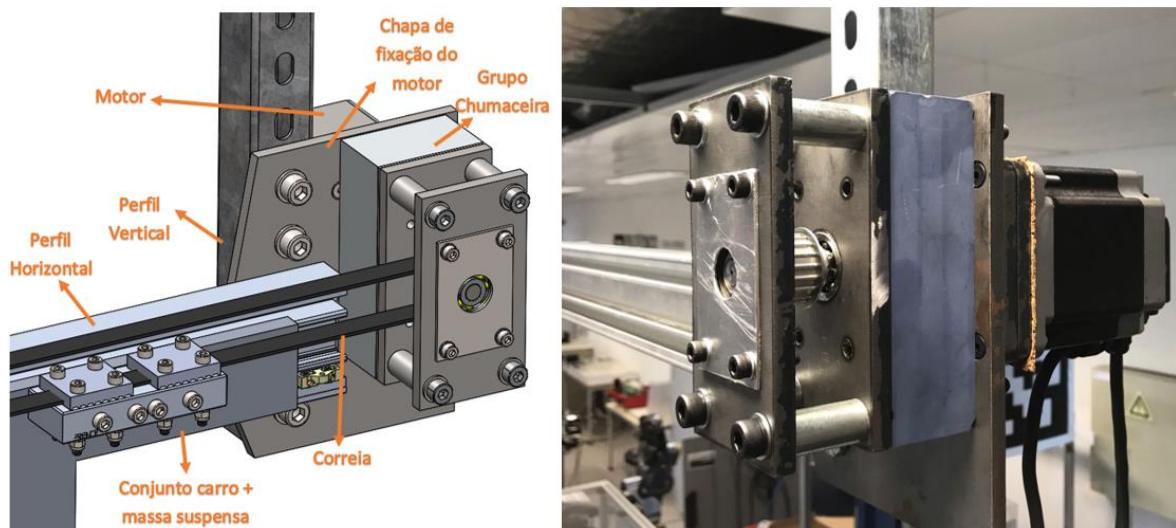


Figura 4.11 - À esquerda: Modelação CAD da montagem da chapa de fixação do motor. À Direita: Fotografia da montagem do conjunto.

Observando a Figura 4.10 é possível entender que tanto a chapa de fixação do motor como a chapa de pré-tensionamento da correia, que se encontra no extremo oposto do sistema, são as chapas sujeitas a maiores solicitações mecânicas visto que resistem às solicitações provocadas pelo motor, à aceleração e desaceleração do conjunto móvel e à força de tensionamento da correia. Assim, com vista à uniformização dos componentes do sistema, definiu-se que a chapa mais solicitada seria a única alvo de dimensionamento a nível de espessura, utilizando-se o valor de espessura obtido nas restantes chapas do sistema (utilizadas para unir os perfis horizontais do carril aos suportes verticais - Figura 4.10).

Deste modo, a chapa de fixação do motor foi desenhada de acordo com as necessidades de ligação a outros componentes (Figura 4.11), ficando como variável de projeto a sua espessura. De forma a obter uma espessura de chapa otimizada, decidiu-se utilizar a ferramenta *Design Study* do *Solidworks*. Nesta ferramenta, após se introduzir a geometria do componente, as propriedades do material e se validar a simulação numérica pelo método dos elementos finitos, foi possível efetuar otimizações geométricas, neste caso a nível de minimização de espessura.

Tendo em conta os constrangimentos impostos, as solicitações e as condições de apoio da chapa, que podem ser analisados no relatório referido, a espessura mais indicada para a chapa em projeto, tendo em conta que esta é produzida em aço S355, é 8 mm. Posto isto, na Figura 4.12 é possível verificar graficamente os valores obtidos na simulação computacional efetuada com a geometria final, sendo de destacar que este componente se encontrará mecanicamente em segurança e com baixa deformação, sempre que o sistema seja solicitado no limite de aceleração do motor.

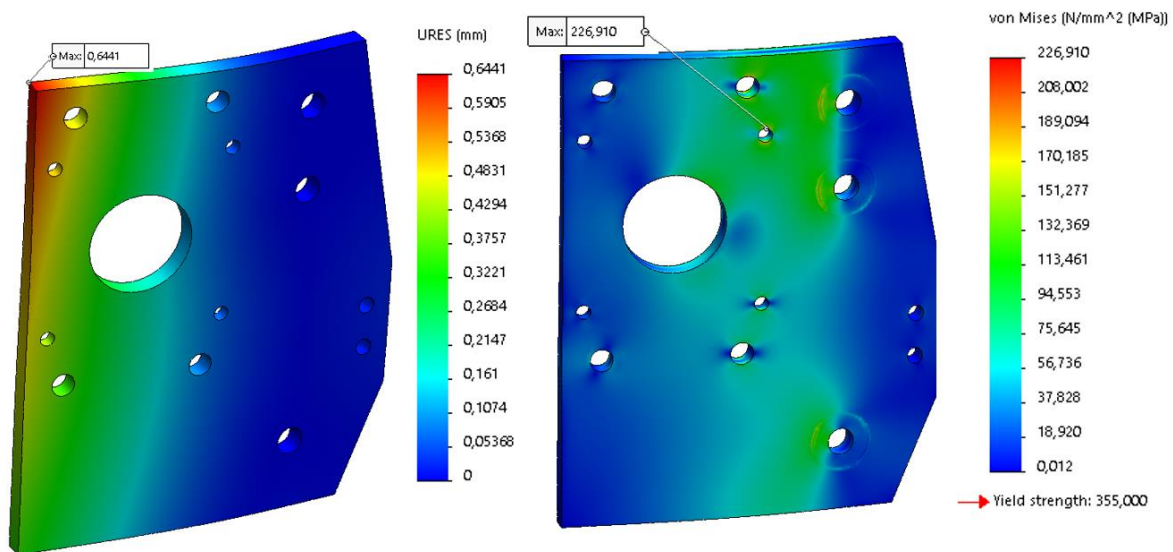


Figura 4.12 - Resultado da simulação numérica com a geometria final. À esquerda o gráfico de deformação e à direita o gráfico de tensão equivalente de von Mises.

Verificação da união aparafusada de ligação da chapa de fixação do motor ao suporte vertical

A união aparafusada de ligação da chapa de fixação do motor ao suporte vertical constitui uma das uniões aparafusadas mais solicitadas do sistema. Nesta junta, que pode ser observada na Figura 4.13, visto que os suportes verticais apresentam para ligação à chapa

furos ovalizados de largura 12 mm, escolheu-se a dimensão de parafusos imediatamente anterior, M10, como a indicada para a presente aplicação.

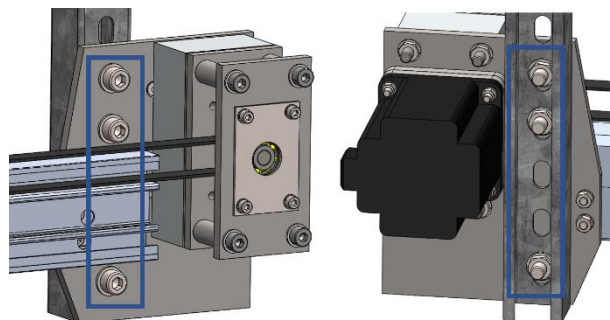


Figura 4.13 - União aparafusada de ligação da chapa de fixação do motor ao suporte vertical.

Assim, após selecionada a dimensão de parafusos indicada para a presente junta procedeu-se à verificação da sua resistência utilizando o método proposto no Eurocódigo 3 (EC3) (NP EN 1993-1-8: 2010 – projeto de ligações em estruturas de aço) [26]. Posteriormente, através do valor numérico de pré-carga determinado, procedeu-se ao cálculo do momento torsor de aperto dos parafusos que a compõem, sendo este de, aproximadamente, 80N.m. A resistência dos parafusos quanto ao momento torsor de aperto foi confirmada verificando o seu estado de tensões no momento final de aperto pelo método proposto por *Budynas e Nisbett* [27], tendo-se confirmado que estes se encontram em segurança.

Dimensionamento da união aparafusada de ligação da chumaceira do veio motor à chapa de fixação do motor

Tal como a união aparafusada anterior, também a união aparafusada de ligação da chumaceira do veio motor à chapa de fixação do motor foi considerada como uma das mais solicitadas do equipamento, tendo, por isso, sido alvo de verificação. A presente junta mecânica pode ser observada na Figura 4.14, tendo os parafusos que a compõem sido numerados de 1 a 4.

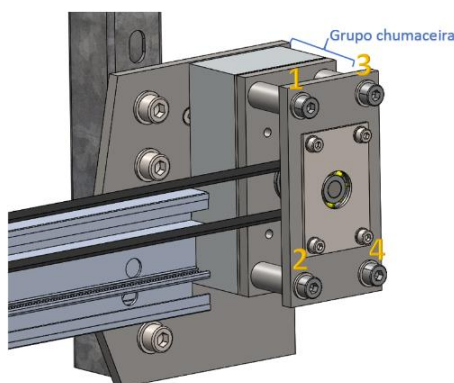


Figura 4.14 - Representação da junta aparafusada de união do grupo chumaceira à chapa de fixação do motor, estando os parafusos que a compõem numerados de 1 a 4.

Dado que nesta união mecânica se verificou a necessidade de utilização de parafusos com 120 mm de comprimento, após consulta do mercado verificou-se que os parafusos de menor diâmetro com o comprimento referido são os parafusos DIN 912 M8 x 120 (Classe 10.9). A utilização dos parafusos referidos foi verificada de forma similar à efetuada na verificação da junta mecânica apresentada anteriormente, sendo de destacar que os parafusos selecionados se encontrarão em segurança, quer durante o funcionamento do equipamento, quer no momento final de aperto, devendo este ser efetuado com um momento torsor de, aproximadamente, 47N.m.

Posto isto, encontrou-se concluída a etapa de dimensionamento de componentes da estrutura estática do equipamento, sendo de referir que, apesar de nem todos os componentes que a compõem terem sido alvo de dimensionamento mecânico, esta se encontra em segurança uma vez que os componentes não dimensionados se consideram ser de baixa solicitação, ou de solicitação idêntica à de outros componentes dimensionados.

Montagem da estrutura estática do sistema

Após efetuado o projeto da estrutura estática do equipamento e efetuada a aquisição dos componentes necessários, a montagem verificou-se como uma tarefa delicada, tendo-se encontrado alguma dificuldade na garantia de alinhamento entre suportes verticais consecutivos e na respetiva ancoragem à laje superior da sala, visto esta apresentar irregularidades. O resultado da montagem da estrutura é apresentado na Figura 4.15.



Figura 4.15 - Fotografia do Laboratório de Robótica com a estrutura estática do equipamento instalada.

4.4.4. Projeto da componente dinâmica do equipamento

No projeto desenvolvido, a componente dinâmica engloba todos os componentes pertencentes, direta ou indiretamente, à cadeia cinemática do sistema. Assim, componentes como o carro de suspensão da massa suspensa, o sistema de transmissão de potência, o motor, entre outros, foram os componentes em projeto, estando este descrito detalhadamente no relatório ARISE.INESCC-ESTG.IPL-TR01-2021 [22]. Posto isto, de seguida, expõe-se de forma sintetizada o projeto efetuado.

Em primeiro lugar procedeu-se à seleção do sistema de transmissão de potência do motor para o carro. Tendo sido identificadas diversas soluções construtivas de possibilidade de utilização no presente fim, de forma a garantir o posicionamento da carga com precisão e, ao mesmo tempo, minimizar a massa deslocada e o custo da solução escolhida, definiu-se que a melhor solução passaria por fixar o motor num dos extremos do sistema e efetuar a transmissão de potência utilizando um conjunto de polias e correia dentadas. A forma de funcionamento da solução escolhida pode ser analisada na Figura 4.16.

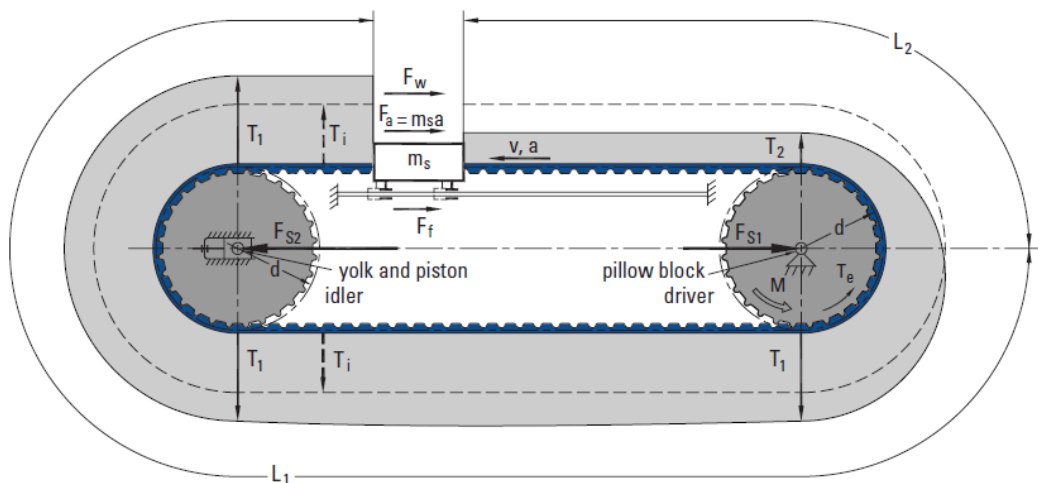
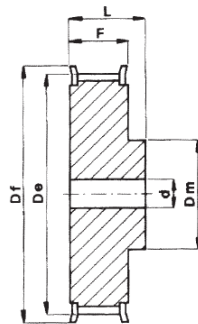


Figura 4.16 - Método de transmissão de potência escolhido [28].

De forma a dimensionar o sistema de transmissão de potência escolhido, isto é, selecionar as dimensões de correia e polias mais indicadas para o sistema desenvolvido, foi utilizado o guia de seleção de correias do fabricante *Gates Mectrol* [28]. Assim, após seguir o procedimento de seleção sugerido, concluiu-se que se deveria utilizar uma correia de perfil de dente AT, de passo 5 mm e largura 16 mm. É de referir que, segundo o documento de teoria de correias dentadas do fabricante *Gates Mectrol* [29], o perfil de dente AT é o mais indicado para utilização em aplicações de posicionamento linear, tendo por isso sido o escolhido.

De acordo com o tipo de correia selecionado foram utilizadas no sistema duas polias de igual dimensão, a motora e a movida, uma em cada extremo do sistema, tendo estas sido selecionadas em conjunto com o motor, que se encontra referido de seguida, de forma a que a polia motora pudesse ser acoplada diretamente ao motor, isto é, de modo a que o veio da polia e o veio do motor se encontrassem sincronizados. Na Figura 4.17 é possível analisar o desenho da polia selecionada, bem como as principais características da mesma.



a)

POLIA	27 AT 5 18
Material	Al 9006-T6
Nº Dentas	18
De (mm)	27,4
Df (mm)	32
Dm (mm)	20
Diâmetro passo (mm)	28,65
F (mm)	21
L (mm)	27
d (mm)	12
Massa (kg)	0,04

b)

Figura 4.17 - a) Desenho da polia 27 AT 5 18; b) Especificações da polia.

Após efetuada a seleção da correia e polias a utilizar no sistema de transmissão de potência de acordo com os esforços estimados, foi efetuado o dimensionamento mecânico do veio de suporte da polia motora de acordo com o método proposto por *Budynas e Nisbett* [27]. De igual forma, foram dimensionados o pino de união da polia ao veio e a chaveta de ligação do veio ao acoplamento que sincroniza o veio da polia motora com o veio do motor. Foram ainda selecionados os rolamentos de apoio do veio motor, utilizando a ferramenta de seleção de rolamentos do fabricante *SKF* [30]. Posto isto, a forma de montagem dos componentes referidos, bem como a respetiva ligação ao motor abaixo referido, pode ser analisada na Figura 4.18.

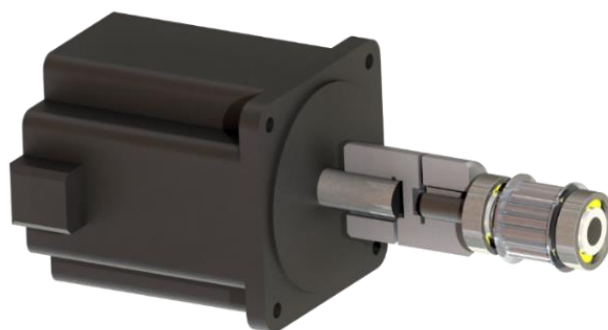


Figura 4.18 - Renderização do método de sincronização entre elementos de transmissão de potência.

Após efetuado o projeto dos componentes de transmissão de potência verificou-se a necessidade de produzir alguns destes componentes, como o caso dos veios, e de adaptar alguns dos componentes adquiridos de forma a que estes correspondessem à geometria definida e se pudessem ligar entre si (caso do acoplamento e das polias). Assim, combinando operações de torneamento, fresagem, furação e acabamentos manuais, efetuadas em instalações do Politécnico de Leiria, foi possível produzir os componentes segundo a geometria definida no projeto mecânico, podendo alguns destes passos ser verificados na Figura 4.19.

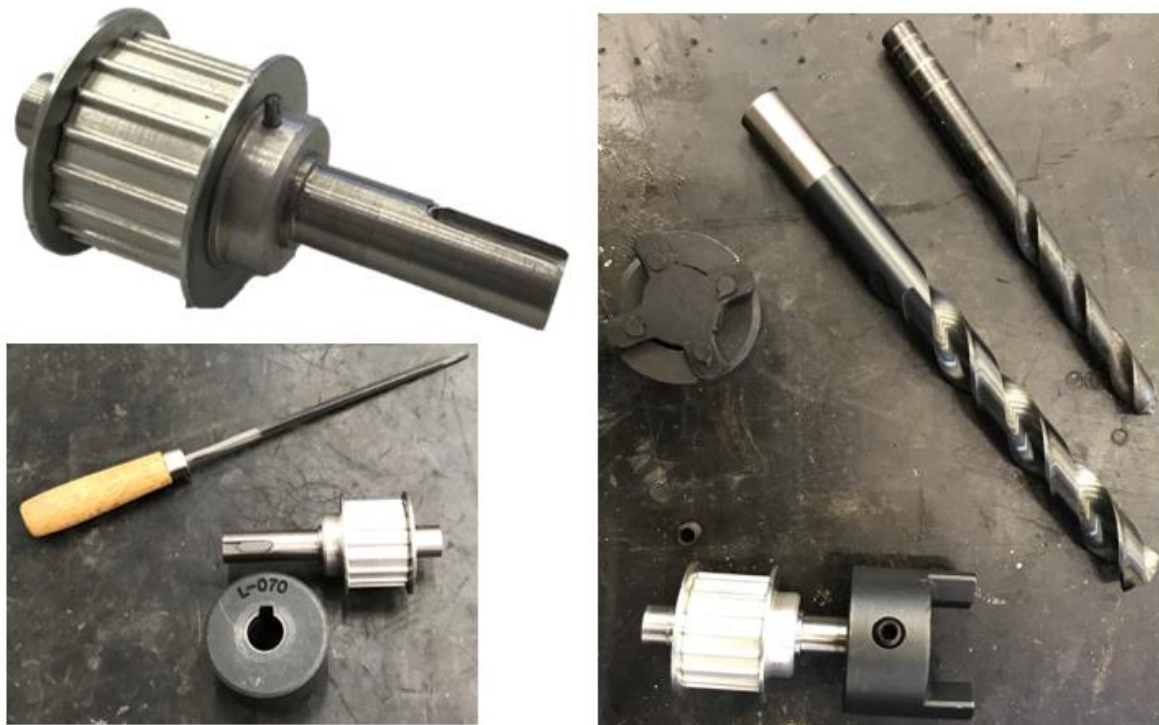


Figura 4.19 - Imagens elucidativas à produção de componentes da cadeia cinemática do sistema.

Com o intuito de apoiar os rolamentos e restringir os movimentos axiais e radiais do conjunto, de acordo com a respetiva geometria foi desenhado o conjunto chumaceira de veio, sendo este semelhante quer no caso do veio movido, quer no caso do veio motor. Assim, através da Figura 4.20 é possível não só entender a forma de montagem e funcionamento do

método utilizado, como também entender a forma de pré-tensionamento da correia por chumaceira deslizante.



Figura 4.20 - Fotografia das peças para montagem da chumaceira do veio motor à esquerda. Fotografia da montagem da chumaceira do veio movido ao centro. Modelação do conjunto de chumaceira do veio movido, com corte de alguns componentes, à direita.

Logo após efetuado o projeto dos componentes móveis que englobam a cadeia cinemática do sistema foi possível proceder à escolha do motor. Para tal, em primeiro lugar foi estimada a resistência em alterar o estado de rotação de cada corpo, isto é, o respetivo momento de inércia em relação ao eixo de rotação do veio. Após obtidos os momentos de inércia de todos os corpos em aceleração, os respetivos valores numéricos foram somados, resultando no momento de inércia do conjunto a acelerar. Assim, em conjunto com a aceleração angular máxima requerida e os momentos de resistência ao movimento dos rolamentos do sistema, foi possível determinar o momento tissor que o motor deve garantir de forma ser capaz de acelerar o sistema com a aceleração máxima prevista. Após análise dos tipos de motores elétricos disponíveis no mercado para utilização no presente projeto, de acordo com o objetivo de estudo de controlo de movimentação de cargas suspensas optou-se pela utilização de um motor de passo, dado o seu menor custo quando comparado com outras tipologias de motores, como os servomotores, e a sua elevada precisão de posicionamento. Definiu-se ainda que, de forma a ser possível fornecer ao controlador a localização real do carro, o motor deveria ter um *encoder* incremental incorporado. Posto isto, de acordo com os requisitos obtidos, o motor adquirido para utilização no presente projeto foi o motor de passo NEMA 34 do fornecedor *RTA* com a referência EM 3F2M-04D0. As características do motor consideradas mais relevantes para o desenvolvimento do presente projeto, bem como do *encoder* e da placa de controlo, encontram-se expostas no próximo subcapítulo.

Ao carro reaproveitado dos antigos estiradores da ESTG, para suspensão da carga, anteriormente exposto na Figura 4.8, foram efetuadas algumas alterações a fim de permitir a sua adaptação ao projeto em desenvolvimento. Estas alterações podem ser entendidas na Figura 4.30 exposta no seguinte subcapítulo do documento, estando a descrição das alterações efetuadas junto da mesma.

Após efetuada a montagem do sistema conforme o projeto aqui resumido, reparou-se que, apesar de o sistema de pré-tensionamento da correia se mostrar eficaz, esta apresentava um desvio vertical considerável em relação à cota de projeto, máximo ao centro do vão, tocando no carro quando este se encontrava a meia distância entre os apoios da correia. Dado que a correia colidir com o carro, quando este se encontra em movimento, constitui risco de causar danos mecânicos no equipamento, foram concebidos e instalados três apoios no ramo superior da correia, a fim de mitigar o risco identificado. Os apoios concebidos podem ser analisados na Figura 4.21, tendo o risco referido sido eliminado com a utilização destes componentes.



Figura 4.21 - À esquerda: três apoios da correia em etapas diferentes de montagem. À direita: montagem de um apoio da correia.

4.4.5. Medidas de segurança

De forma a garantir a segurança quer do operador do sistema e das pessoas presentes no Laboratório de Robótica, quer do próprio equipamento, foram implementadas as seguintes medidas de segurança:

- Verificação da inexistência de risco de colisões antes do arranque do sistema;
- Presença de sensores de fim de curso em ambas as extremidades do sistema. Na Figura 4.22 é possível verificar a instalação dos sensores de fim de curso;

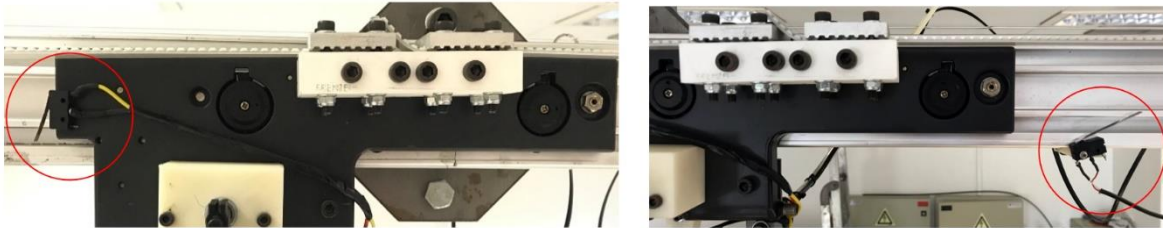


Figura 4.22 - À esquerda: fim de curso da extremidade esquerda. À direita: fim de curso do lado do motor.

- Presença de um botão de paragem de emergência que garanta o corte de energia ao motor, devendo este estar localizado junto ao comando de testes do sistema e, por consequência, junto ao operador. A incorporação do botão de paragem de emergência pode ser observada na Figura 4.23;

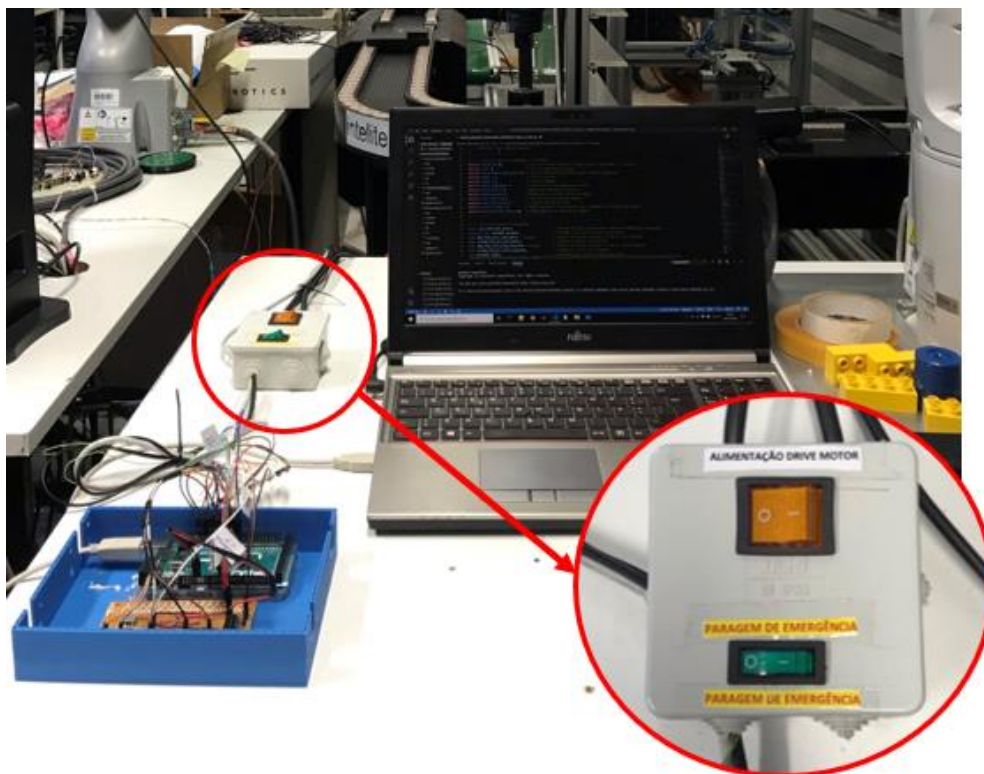


Figura 4.23 - Botão de paragem emergência localizado no posto do operador do equipamento.

- Afixação de símbolos avisadores de perigo de entalamento e choque elétrico junto às extremidades da polia e junto à *drive* do motor, respetivamente. A presente medida de segurança pode ser verificada na Figura 4.24.

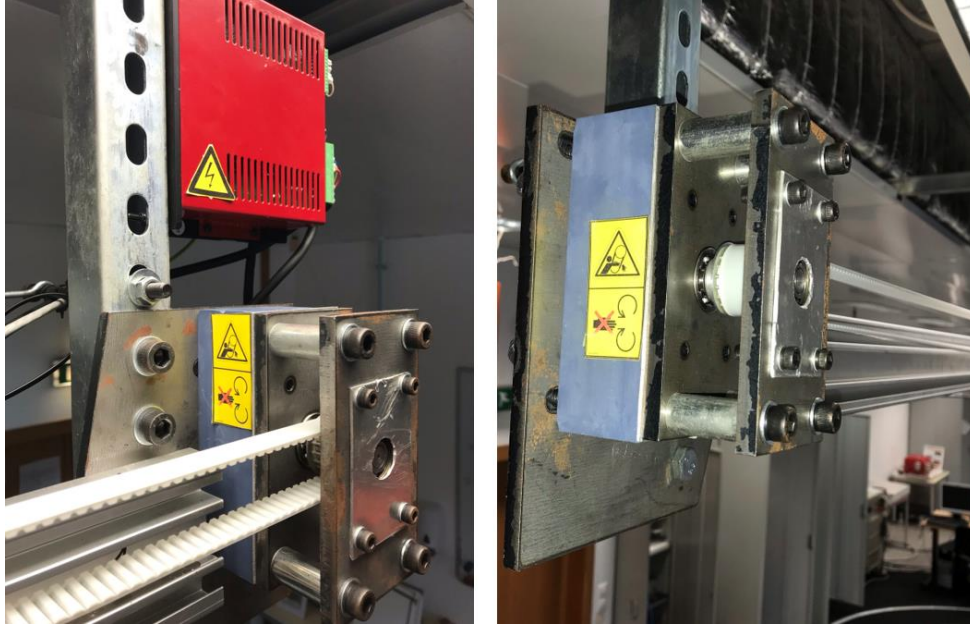


Figura 4.24 - Afixação de simbologia de risco de acidente.

4.5. Sistema de Controlo

Com a descrição do projeto mecânico do equipamento ficou-se a conhecer a cadeia cinemática e a forma de funcionamento do equipamento. Assim, de forma a proceder ao estudo do controlo de movimentação de cargas tornou-se necessário, em primeiro lugar, definir a estratégia de controlo a utilizar.

4.5.1. Arquitetura do sistema de controlo

Tendo em conta a análise bibliográfica exposta no capítulo 2, definiu-se que o sistema de controlo a implementar no equipamento deveria ser baseado em controlo linear PID em malha fechada, dadas as vantagens de utilização de controlo em malha fechada enaltecidas no capítulo 3 e também devido aos bons resultados obtidos por diversos autores na utilização de controladores desta família. Deste modo, o esquema do sistema de controlo utilizado corresponde a uma solução de controlo frequente em estudos semelhantes, como nas publicações [7]–[11], estando este exposto na Figura 4.25. Como pode ser entendido pela análise da figura referida, o sistema de controlo em estudo consiste na utilização de dois controladores, um para controlo da posição do carro e outro para controlo da oscilação da carga. Enfatiza-se que, no caso do controlador de oscilação de carga, se verifica que este se

comporta como um regulador uma vez que a referência de oscilação de carga é sempre de 0° . As saídas dos controladores são posteriormente somadas a fim de se obter o valor do sinal de controlo, estando este referido de seguida.

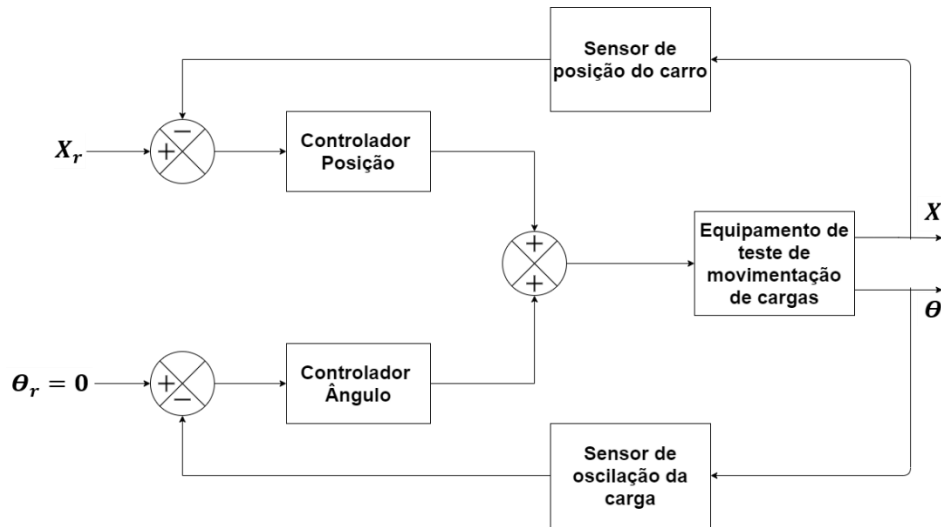


Figura 4.25 - Esquema de sistema de controlo utilizando 2 controladores PID em malha fechada.

Adaptação do modelo matemático do sistema para entrada em velocidade

Uma vez que o modelo matemático deduzido no capítulo 4.2 tem em conta que a entrada do sistema consiste numa força, u , imposta ao carro, e dado que no projeto mecânico do equipamento foi escolhido um motor de passo para o controlar, de forma ser possibilitada a simulação da resposta do sistema mecânico aos parâmetros do sistema de controlo apresentado anteriormente verificou-se a necessidade de se reescrever o modelo matemático com a velocidade linear do carro como variável de entrada. Deste modo, a dedução do modelo matemático com entrada em velocidade foi efetuada segundo o seguinte raciocínio.

Utilizando o modelo linearizado apresentado na equação (4.37), cujas matrizes **A** e **B** se encontram nas equações (4.34) e (4.36), respetivamente, e colocando o modelo na forma de um sistema de equações diferenciais, obtém-se a seguinte expressão.

$$\begin{cases} \dot{x} = \dot{x} \\ \ddot{x} = -\frac{D_x}{M} \dot{x} + \frac{g \cdot m}{M} \theta + \frac{D_\theta}{l \cdot M} \dot{\theta} + \frac{1}{M} u \\ \dot{\theta} = \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} = \frac{D_x}{l \cdot M} \dot{x} - \frac{g \cdot (m + M)}{M \cdot l} \theta - \frac{D_\theta \cdot (m + M)}{M \cdot m \cdot l^2} \dot{\theta} - \frac{1}{M \cdot l} u \end{cases} \quad (4.40)$$

Como se constata, a segunda equação pode ser reescrita de forma a ser determinada a força exercida pelo motor em função da velocidade linear e do ângulo do pêndulo, resultando na equação seguinte:

$$\frac{1}{M}u = \ddot{x} + \frac{D_x}{M}\dot{x} - \frac{g \cdot m}{M}\theta - \frac{D_\theta}{l \cdot M}\dot{\theta}, \quad (4.41)$$

que, substituindo na quarta equação do sistema de equações exposto na expressão (4.40), resulta em:

$$\ddot{\theta} = \frac{D_x}{l \cdot M}\dot{x} - \frac{g \cdot (m + M)}{M \cdot l}\theta - \frac{D_\theta \cdot (m + M)}{M \cdot m \cdot l^2}\dot{\theta} - \frac{1}{l}\left(\ddot{x} + \frac{D_x}{M}\dot{x} - \frac{g \cdot m}{M}\theta - \frac{D_\theta}{l \cdot M}\dot{\theta}\right) \quad (4.42)$$

Fazendo a substituição de variável de deslocamento para velocidade linear, a equação anterior pode ser reescrita como:

$$\ddot{\theta} = \frac{D_x}{l \cdot M}v - \frac{g \cdot (m + M)}{M \cdot l}\theta - \frac{D_\theta \cdot (m + M)}{M \cdot m \cdot l^2}\dot{\theta} - \frac{1}{l}\left(\dot{v} + \frac{D_x}{M}v - \frac{g \cdot m}{M}\theta - \frac{D_\theta}{l \cdot M}\dot{\theta}\right), \quad (4.43)$$

que, rearranjando os termos e simplificando resulta na seguinte equação:

$$\ddot{\theta} + \left(\frac{D_\theta}{m \cdot l^2}\right)\dot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = -\frac{1}{l}\dot{v} \quad (4.44)$$

Uma vez que a equação (4.44) apresenta uma função forçadora com derivadas do sinal de entrada, é necessário encontrar novas variáveis de estado para que a velocidade seja a entrada do modelo. Para tal, considerando condições iniciais nulas e recorrendo a uma das formas de transformação de representação de sistemas em espaço de estados sugerida por Vaccaro [17], visto que esta se trata de uma equação diferencial de segundo grau, começou-se por integrar toda a função duas vezes, resultando em:

$$\theta = -\left(\frac{D_\theta}{m \cdot l^2}\right)\int \theta - \frac{g}{l}\iint \theta - \frac{1}{l}\int v \quad (4.45)$$

Definindo θ como a primeira variável de estado, X_1 , e derivando esta equação obtém-se:

$$\dot{X}_1 = -\left(\frac{D_\theta}{m \cdot l^2}\right)\theta - \frac{g}{l}\int \theta - \frac{1}{l}v \quad (4.46)$$

Definindo a segunda variável de estado, X_2 , como:

$$X_2 = -\frac{g}{l}\int \theta, \quad (4.47)$$

é possível reescrever a equação (4.46) e assim obter a primeira equação de estado do novo modelo do sistema:

$$\dot{X}_1 = -\left(\frac{D_\theta}{m \cdot l^2}\right)X_1 + X_2 - \frac{1}{l}v \quad (4.48)$$

Posto isto, derivando a definição de X_2 apresentada na equação (4.47), obtém-se a segunda equação de estado:

$$\dot{X}_2 = -\frac{g}{l} \cdot \theta = -\frac{g}{l} \cdot X_1 \quad (4.49)$$

De forma a facilitar a análise do sistema, e dado que a velocidade corresponde à derivada da posição, foi introduzida no modelo a terceira equação de estado que permitirá seguir a posição linear do carro:

$$\dot{x} = \dot{X}_3 = v \quad (4.50)$$

Assim, definindo como saídas do modelo o ângulo de oscilação da carga, correspondente a X_1 , e a posição do carro, correspondente a X_3 , é possível escrever o modelo linear no espaço de estados. Deste modo, a equação de estado, apresentada na equação (3.11), pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{D_\theta}{m \cdot l^2}\right) & 1 & 0 \\ -\frac{g}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v \quad (4.51)$$

Por sua vez, a equação de saída, apresentada na equação (3.12), fica da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \theta \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

Valor dos parâmetros do modelo matemático

Com o intuito de se simular a dinâmica do sistema através do modelo matemático deduzido, houve a necessidade de se definir o valor dos respetivos parâmetros, nomeadamente: a massa da carga, m , o comprimento do cabo de suspensão da carga, l , a aceleração gravítica, g , e o coeficiente de amortecimento equivalente de rotação do pêndulo, D_θ . Como pode ser concluído pela observação do modelo linear com entrada em velocidade deduzido anteriormente, tanto a massa do carro, M , como o coeficiente de amortecimento equivalente de deslizamento do carro, D_x , presentes no modelo matemático inicial de entrada força, não apresentam influência no comportamento do sistema, não estando, por isso, designadas de seguida.

Assim, a variável massa da carga, m , foi determinada pesando-se a massa do peso fixado na extremidade do cabo de suspensão da carga, tendo esta um valor de 0,5, 0,75 ou 1 kg, dependendo do peso escolhido pelo utilizador. De forma a se obter o comprimento do cabo

de suspensão da carga procedeu-se à respetiva medição, tendo-se obtido um valor de 1,07m. No entanto, o valor assumido para esta variável foi de 1,055m uma vez que a adoção deste valor evita o desfasamento das ondas experimental e de simulação, verificando-se, deste modo, a sua sobreposição, e, portanto, períodos de oscilação idênticos, tal como ilustrado na Figura 4.26. Por outro lado, o coeficiente de amortecimento equivalente de rotação do pêndulo foi determinado experimentalmente. Para tal, foram realizados testes de largada da massa de 0,5 kg a uma altura correspondente a um ângulo de oscilação de carga de, aproximadamente, 25°, medindo-se a evolução do sistema quando o carro permanecia fixo. Os dados de evolução obtidos foram comparados com a evolução do modelo matemático do sistema, tendo-se concluído, iterativamente através da simulação, que 0,007N.m.s seria o valor mais indicado para D_θ .

Na Figura 4.26 é possível observar a evolução do ângulo de oscilação da carga quando esta é largada de uma altura correspondente a uma oscilação de, aproximadamente, 25°, bem como da simulação desta evolução. Ao analisar a figura é possível concluir que ambos os sinais se encontram sobrepostos, tal como se pretendia.

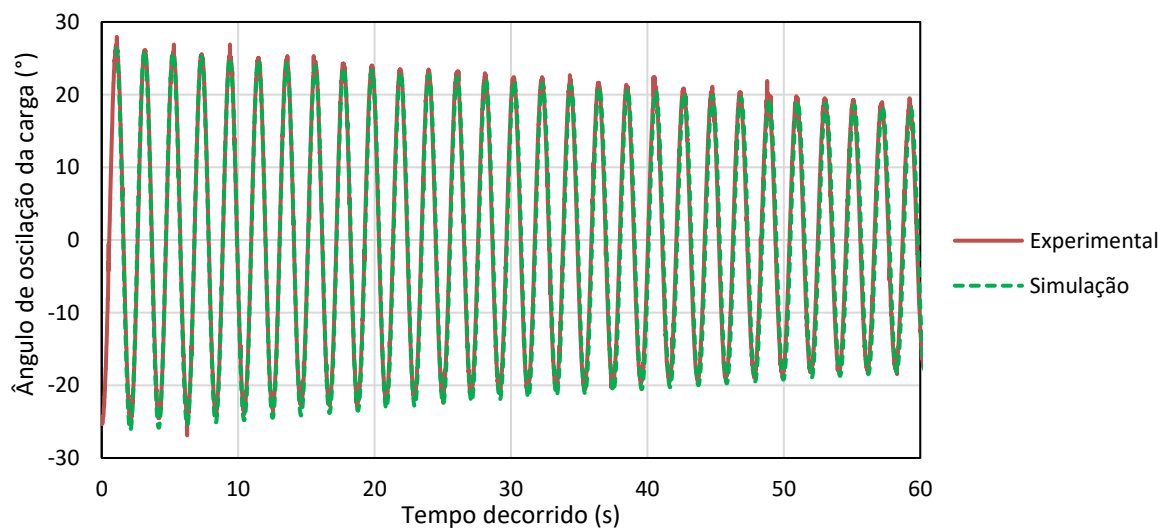


Figura 4.26 - Representação gráfica comparativa de dados reais adquiridos e de simulação, da evolução do ângulo de oscilação de carga (0,5 kg) quando esta é largada de uma altura correspondente a, aproximadamente, 25°.

Controlabilidade do Sistema

Tendo em conta a definição de controlabilidade exposta no capítulo 3, antes de se aplicar o sistema de controlo no equipamento, procedeu-se à verificação da respetiva controlabilidade, utilizando-se para tal o modelo matemático deduzido e exposto na expressão (4.51). Assim,

de forma a determinar a matriz controlabilidade, \mathbf{W}_c , foi utilizado o *software* MATLAB® através do comando `>> Wc = ctrb(A,B);`, obtendo-se a seguinte matriz.

$$\mathbf{W}_c = \begin{bmatrix} -0,9479 & 0,0119 & 8,8047 \\ 0 & 8,8048 & -0,1108 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

Através do comando `>> rank(Wc)`, foi possível concluir que:

$$\text{característica}(\mathbf{W}_c) = 3 \quad (4.54)$$

Verificando-se satisfeita a condição de controlabilidade completa, isto é, que a característica da matriz de controlabilidade é igual à respetiva dimensão, é possível referir que o sistema é completamente controlável e que, através da variável de entrada é possível transferir o sistema de um estado inicial para qualquer estado final.

Sistema de controlo

Uma vez verificada a controlabilidade do sistema, procedeu-se à implementação do sistema de controlo no equipamento, segundo o esquema apresentado anteriormente na Figura 4.25, estando esta descrita nos subcapítulos 4.5.3 e 4.5.4. É de salientar que, conforme referido anteriormente, os controladores de posição e ângulo correspondem a controladores da família PID. Nestes, a entrada corresponde ao sinal de erro atuante entre o valor de referência e o valor lido pelo sensor correspondente. Por outro lado, a saída corresponde ao valor da velocidade que se pretende impor ao sistema, estando a sua magnitude relacionada com os parâmetros do controlador correspondente e o valor do sinal de erro atuante.

No controlador angular, dado o objetivo do presente projeto, o valor da referência de entrada é de 0° . Por sua vez, o valor da referência de entrada do controlador linear corresponde a uma entrada em degrau, determinando a posição desejada do carro. Sabendo que os zeros da equação característica (ou polos do sistema), λ , do modelo matemático estão relacionados com a matriz de estado exposta na expressão (4.51) através da seguinte equação [16]:

$$|\lambda \cdot \mathbf{I} - \mathbf{A}| = 0 \quad (4.55)$$

Foi possível determinar, considerando os valores numéricos dos parâmetros do modelo matemático expostos anteriormente, os polos do modelo linear de malha aberta, sendo estes:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0063 + 3,0478i \\ -0,0063 - 3,0478i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

Uma vez que se nota a presença de um polo na origem, em controle, refere-se que o sistema em estudo é considerado um sistema do tipo 1 e, por isso, será nulo o valor do erro estacionário quando se fecha a malha com realimentação unitária e se aplica uma entrada em degrau unitário [16].

4.5.2. Simulação do sistema de controle

De forma a simular a dinâmica do sistema e prever a resposta à dinâmica do sinal de entrada, foi necessário conceber o programa de simulação do sistema de controle, segundo o esquema de controle exposto na Figura 4.25. Assim, através da consulta do Apêndice B é possível, em primeiro lugar, observar o programa de MATLAB[®] através do qual, após inseridos os valores dos parâmetros do modelo matemático, é gerado um modelo linear invariante no tempo, em espaço de estados, correspondendo ao modelo exposto nas expressões (4.51) e (4.52).

Por outro lado, na Figura B.1 do apêndice referido pode ser observada a configuração do programa efetuado em *Simulink*. Neste, tal como é possível concluir pela análise da figura, encontra-se representado o diagrama de blocos do sistema de controle, idêntico ao esquema da Figura 4.25. No programa *Simulink* destaca-se que cada controlador é representado por um bloco, “PID”, estando a respetiva função de transferência e forma de alteração dos parâmetros do controlador expostas na Figura B.2. Como se pode verificar nas figuras B.1 e B.2, a variável de saída dos controladores encontra-se limitada no intervalo [-255;255], sendo convertida para velocidade (em m/s) através da multiplicação por uma constante previamente determinada. O intervalo de saída dos controladores e a conversão referidas foram inseridos no programa *Simulink* desta forma com o intuito de aproximar o programa de simulação ao programa da placa de controle, que se descreve de seguida, em que o intervalo de saída dos controladores referido foi imposto.

Por último, refere-se que o programa MATLAB[®] *Simulink* concebido tem como objetivo a verificação da resposta do sistema quando utilizados diferentes valores de coeficientes dos controladores, podendo, deste modo, ser utilizado na previsão do comportamento do sistema e na sintonização dos controladores.

4.5.3. Hardware de controlo

Com o objetivo de controlar o sistema segundo o esquema de controlo anteriormente referido, e possibilitar futuras alterações de metodologia de controlo, foi necessário definir não só a forma de controlo do motor, como também identificar os sensores a incorporar no sistema e a forma de obtenção e tratamento dos dados deles provenientes. Deste modo, definiu-se que o sistema de controlo do equipamento deveria ser projetado segundo a arquitetura exposta na Figura 4.27. Nesta encontram-se expostos os componentes e sistemas definidos como essenciais à movimentação, controlo e aquisição de dados, que possibilitam a implementação de metodologias de controlo no sistema mecânico concebido, podendo ainda ser analisadas as relações existentes entre os diversos componentes.

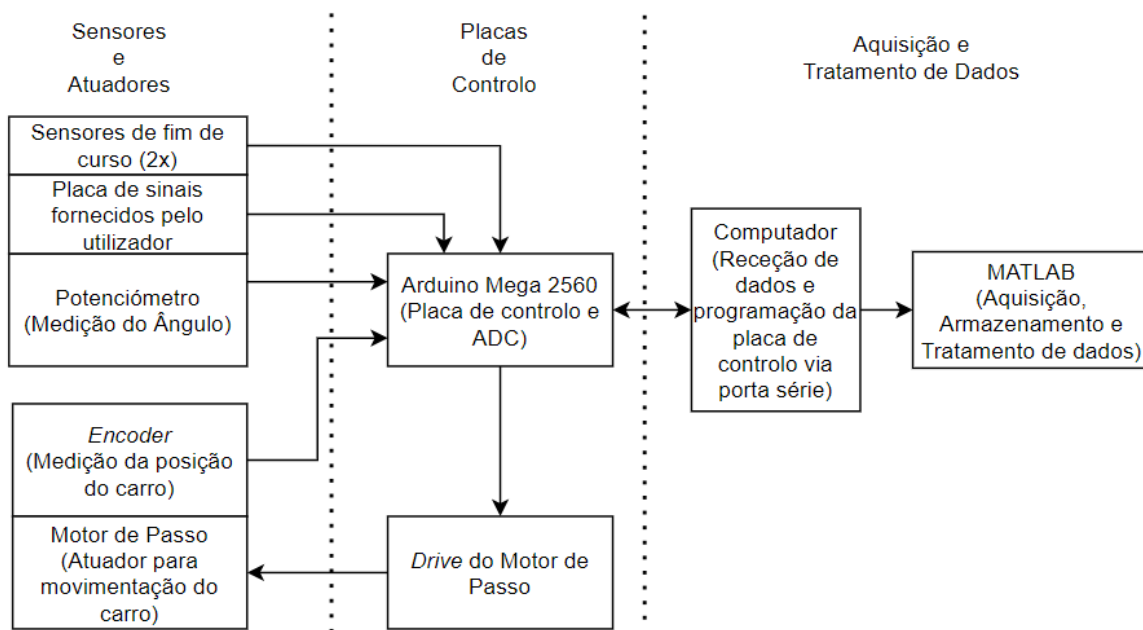


Figura 4.27 - Arquitetura do sistema de controlo do equipamento.

De seguida é efetuada a descrição dos componentes utilizados, apresentando-se as respetivas características mais relevantes para o desenvolvimento do projeto.

Sensores e Atuadores

A incorporação de dois sensores de fim de curso no equipamento mecânico tem como objetivo não só garantir que o carro não ultrapassa os limites físicos do carril, como também efetuar a referenciação do sistema no seu arranque, permitindo saber, com precisão, a posição do carro durante o funcionamento do equipamento. Sabendo que estes sensores são do tipo mecânico, tendo sido utilizado a opção normalmente aberto, o sensor do lado do motor foi fixado à estrutura do carril, enquanto que o correspondente ao outro extremo do

sistema se encontra fixo no carro, fechando-se o respetivo circuito quando o carro toca nos extremos do carril (ver Figura 4.22).

Por sua vez, a placa de sinais fornecidos pelo utilizador consiste numa placa de prototipagem onde se encontram soldados alguns dos componentes essenciais ao funcionamento do equipamento. Quando iniciados os testes do sistema foi utilizada uma *breadboard* em vez da placa de sinais, contudo, devido ao elevado ruído verificado no funcionamento do equipamento procedeu-se à conceção da placa referida, tendo o ruído sido notavelmente atenuado. Assim, sendo alimentada pelo *Arduino*, esta placa tem como funções a alimentação dos restantes componentes do sistema de controlo e a transmissão de ordens fornecidas pelo utilizador, através de botões de pressão, para o *Arduino*. A placa referida pode ser analisada ao detalhe na Figura 4.28.

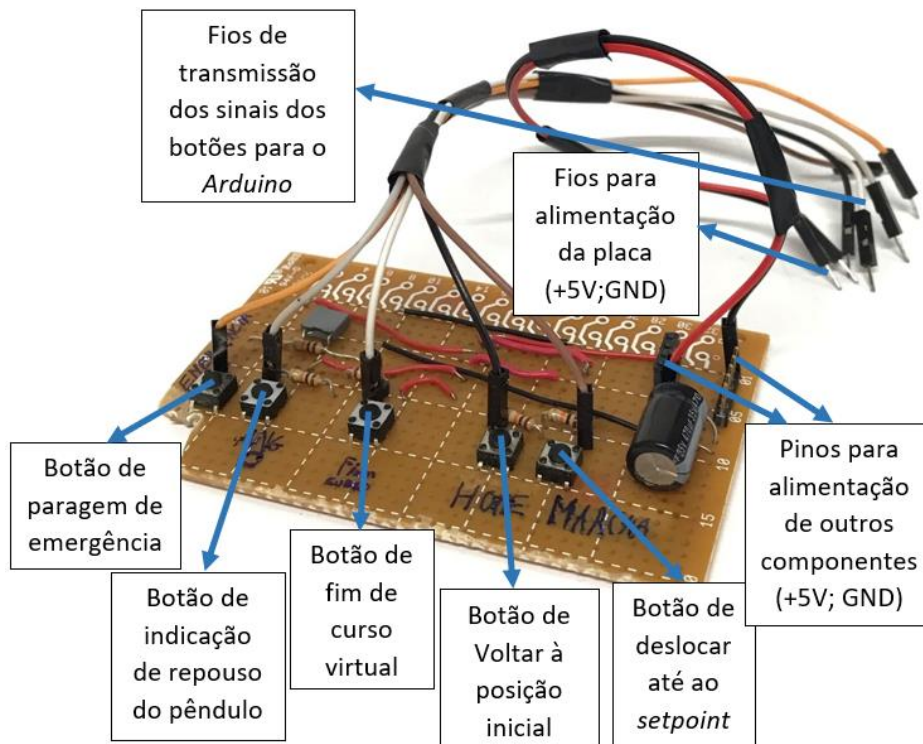


Figura 4.28 - Placa de sinais fornecidos pelo utilizador.

Dado o reduzido custo de aquisição, foi utilizado um potenciômetro como instrumento de medição do ângulo de oscilação da carga. Na Figura 4.29 é possível examinar o aspeto

construtivo do potenciômetro utilizado, bem como as características mais relevantes para o presente projeto.



a)

Potenciômetro rotativo	
Gama de rotação	0 – 270 °
Gama de funcionamento	0 – 10 kΩ
	linear
Tensão de alimentação máx.	250V _{DC}
Potência dissipada máx.	250 mW
Tipo de ligação	3 Pinos
Comprimento do eixo de rotação	35 mm

b)

Figura 4.29 – a) Potenciômetro 10K 270°; b) características do potenciômetro utilizado.

De forma a instalar o potenciômetro e suspender a carga no carro foram necessárias efetuar algumas adaptações ao mesmo. Assim, as alterações efetuadas podem ser observadas na Figura 4.30.

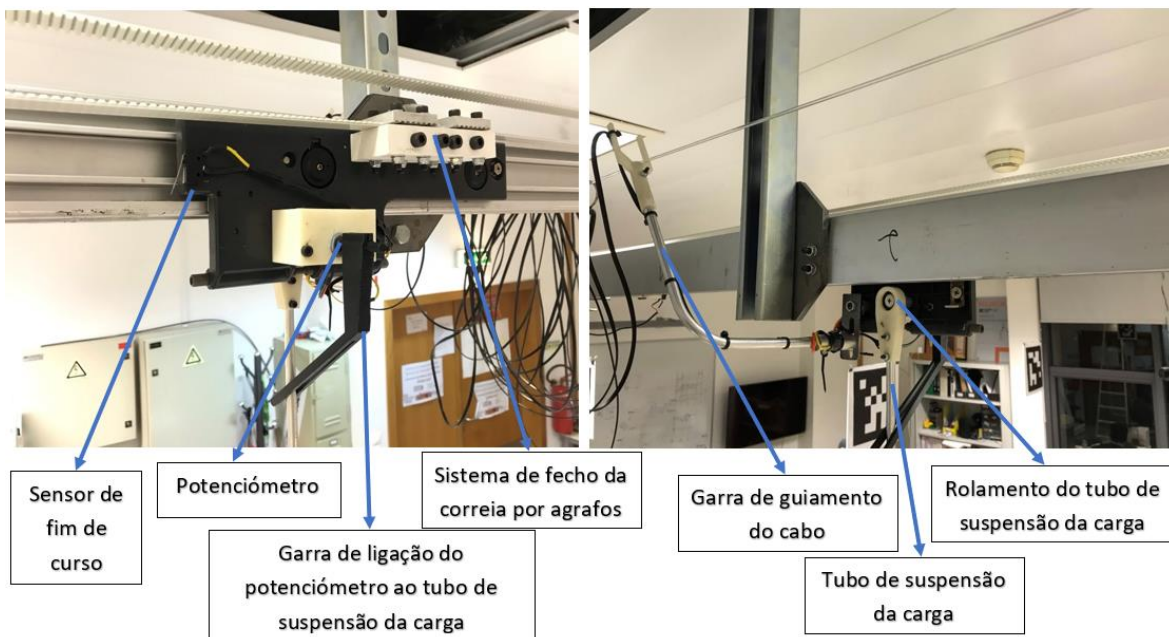


Figura 4.30 - À esquerda: vista de frente do carro de antigo estirador adaptado ao sistema desenvolvido. À direita: vista anterior do mesmo componente.

Como é possível analisar na figura anterior, de forma a suspender a carga no carro foram concebidos alguns componentes combinando técnicas de fabrico aditivo e subtrativo, tendo sido utilizado um rolamento radial na ligação do tubo de suspensão da carga ao carro com o intuito de minimizar o atrito desta junta. Com a utilização do rolamento na junta e um tubo de alumínio de diâmetro externo 8 mm e espessura 1 mm, utilizado como tubo de suspensão da carga, logrou-se aproximar o equipamento concebido ao respetivo modelo teórico exposto na Figura 4.2.

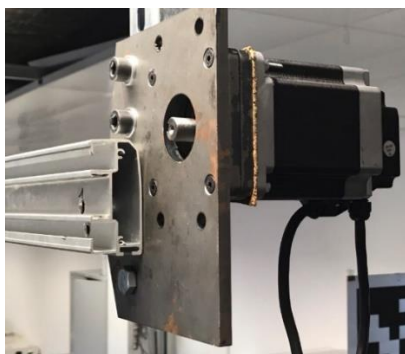
Após definida a forma de suspensão da carga no carro, foi desenhado e produzido por fabrico aditivo (FDM) o suporte do potenciómetro e a garra que o liga ao tubo de suspensão da carga. É de salientar que o suporte do potenciómetro foi concebido tendo como objetivo a colinearidade dos eixos do potenciómetro e do eixo do rolamento de suspensão da carga, permitindo-se, deste modo, uma leitura direta do respetivo ângulo de oscilação.

Como é possível analisar na Figura 4.31, a forma de alimentação e transmissão do sinal do potenciómetro e do sensor de fim de curso esquerdo para a placa de controlo é efetuada através de um cabo que desliza num fio de *nylon* fixado paralelamente ao carril. Apesar de esta constituir uma solução de rápida implementação e baixo custo, é de salientar que seria relevante a substituição do cabo por um sistema sem fios, minimizando-se não só o risco de prisões mecânicas, como também de massa deslocada.



Figura 4.31 - Solução de deslizamento do cabo de alimentação e transmissão de sinais do potenciómetro e sensor de fim de curso.

Com base na descrição do projeto mecânico do equipamento sabe-se que o único atuador do sistema é o motor de passo, tendo como objetivo prover o carro de movimentação segundo os sinais provenientes da placa de controlo. Assim, as características do motor mais relevantes para o presente projeto encontram-se detalhadas na Figura 4.32.



a)

MOTOR	RTA EM 3F2M-04D0
Dimensão	NEMA 34
Tipo	Bipolar
Incremento por passo	1,8°/passo
Corrente máxima	4 A
Tensão de alimentação	250 V _{AC} ou 350 V _{DC}
Massa	2,9 kg

b)

Figura 4.32 - a) Motor de passo RTA EM 3F2M-04D0 montado no sistema; b) especificações do motor [31].

Conforme referido anteriormente no documento, de forma a conhecer com precisão a localização do carro, definiu-se que se deveria incorporar um *encoder* incremental no

sistema. Como tal, a seleção do motor foi efetuada tendo em consideração que este deveria conter um *encoder* incremental acoplado ao veio, podendo as principais características do *encoder* ser conhecidas na Figura 4.33.



a)

<i>Encoder</i>	
Tipo	Incremental
Tensão de alimentação	5 V _{DC} +/- 5%
Corrente máx.	40 mA
Frequência máx.	60 kHz
Resolução	400 Ciclos por revolução

b)

Figura 4.33 - a) motor de passo com *encoder* acoplado; b) características do *encoder* [31].

Dada a relevância que o documento mostrou na conceção do esquema elétrico do equipamento e na escolha do motor, a ficha técnica do conjunto motor de passo – *encoder RTA EM 3F2M-04D0* pode ser consultada no sítio da *internet* exposto em [31].

Placas de controlo

Com o objetivo de efetuar o controlo do sistema e verificar a sua resposta ao tipo de controlo aplicado, foi utilizado um microcontrolador ATmega2560 incorporado na placa de desenvolvimento *Arduino Mega 2560*, tendo esta sido utilizada na aquisição, processamento e transmissão de dados. As características desta placa mais relevantes para o presente projeto encontram-se resumidas na Figura 4.34.



a)

Placa	<i>Arduino Mega 2560</i>
Microcontrolador	ATmega2560
Tensão de alimentação	7-12 V _{DC}
Tensão de funcionamento	5 V _{DC}
Nº de entradas/saídas digitais	54 dos quais 15 podem fornecer saída PWM
Nº de pinos para interrupções	6
Nº de entradas analógicas	16
Resolução ADC	10 bits

b)

Figura 4.34 - a) Placa *Arduino Mega 2560*; b) principais características da placa [32].

Conforme evidenciado no diagrama da arquitetura do sistema de controlo, exposto na Figura 4.27, na placa *Arduino* estarão ligados todos os componentes de controlo do sistema, utilizando-se a porta USB quer para programação do microcontrolador, quer para envio de dados para o computador.

De forma a energizar as bobinas do motor segundo uma ordem lógica, de acordo com os pulsos enviados pela placa de controlo (*Arduino*) e com a tensão indicada para alimentação do motor é necessária uma placa de controlo do motor, vulgarmente conhecida por *drive*. Esta, a partir dos sinais que lhe são enviados, controlará o movimento do motor, por passos, mais rápidos ou mais lentos, num sentido de rotação ou no sentido oposto. Assim, sendo vantajoso no presente projeto que os sinais do *encoder* sejam enviados diretamente para a placa de controlo do sistema, não passando pela *drive* do motor, de acordo com os requisitos de alimentação e forma de controlo do motor expostos na Figura 4.32, procedeu-se à escolha da *drive* mais indicada para controlo do motor de passo selecionado. Deste modo, a *drive* escolhida é, à semelhança do motor, do fabricante *RTA* e identifica-se pela referência *X-Plus B4*, estando as respetivas características expostas na Figura 4.35. É de destacar que a *drive* selecionada apresenta a importante característica de poder ser alimentada diretamente da rede, não sendo necessárias fontes de alimentação adicionais.



a)

DRIVE	RTA X-PLUS B4
Tensão de alimentação	110 – 230 V _{AC} +/- 15%
Corrente máxima de alimentação do motor	4 A
Sinais de entrada	Passo, Sentido, Motor Ativo
Possibilidades de microstepping	400, 500, 800, 1000, 1600, 2000, 3200, 4000
Frequência máx. de entrada no pino STEP	120 kHz

b)

Figura 4.35 - a) *Drive* RTA X-PLUS B4; b) especificações da *drive* [33].

Tal como referido na tabela da Figura 4.35, os sinais que devem ser fornecidos à *drive* para controlo do movimento do motor de passo são dois sinais binários, um de passo e outro de sentido de rotação. O sinal de sentido de rotação do motor deve permanecer a 0V ou a +5V, conforme se pretenda que o motor rode no sentido dos ponteiros do relógio, ou no sentido

oposto. Sempre que se pretende que o motor avance um passo (ou uma dada proporção de passo), deve-se passar o sinal de passo (STEP) de 0V para +5V. Deste modo, considerando o sinal de passo como uma onda quadrada, o tempo entre duas passagens consecutivas de 0V para 5V ditará a velocidade com que o motor roda, sendo este tempo a variável de controlo de movimento do motor de passo.

De forma análoga ao motor, a ficha técnica da *drive* pode ser consultada no sítio da *internet* exposto em [33]. Nesta, além das especificações técnicas da *drive* escolhida, é possível verificar a respetiva forma de alimentação, forma de ligação ao motor e de ligação à placa de controlo.

Esquema de ligações elétricas

De forma a ligar eletricamente os componentes apresentados de acordo com a arquitetura exibida na Figura 4.27, foi desenvolvido e implementado um esquema de ligações elétricas, estando este exposto na Figura C.1 do Apêndice C. Neste é de destacar que todo o sistema, excetuando-se a *drive* e o motor, é alimentado pelo computador através de um cabo USB, que alimenta a placa *Arduino Mega 2560*. Por sua vez, tal como referido anteriormente, a *drive* é alimentada diretamente da rede, estando este componente responsável pela alimentação e controlo da velocidade do motor de acordo com os sinais provenientes da placa de controlo *Arduino*.

4.5.4. Software de controlo

Controlo do equipamento e envio de dados

Após escolhidos os componentes chave para a operação do sistema mecânico conforme definido nos objetivos, e após efetuado o projeto das ligações elétricas entre cada componente, foi desenvolvido o programa de controlo do equipamento.

Uma vez que a placa *Arduino Mega 2560* é a placa responsável pelo controlo do sistema, de modo a que este fosse efetuado conforme se objetivava, foi necessário proceder ao desenvolvimento de um programa para o microcontrolador presente na placa referida. Assim, tendo em conta a arquitetura do sistema exposta na Figura 4.27 e o esquema de controlo apresentado na Figura 4.25, foi esquematizada a sequência lógica de operações, estando esta apresentada na Figura D.1 do Apêndice D. Dado que se pretendia que o presente sistema operasse segundo um conjunto de operações sequenciais, nessa figura é possível

analisar a sequência de funcionamento do equipamento, estando esta apresentada na forma de *grafcet* de nível 1.

Após esquematizada a sequência de funcionamento do equipamento e sabendo que um dos objetivos é a verificação do comportamento do sistema quando variados os parâmetros dos controladores lineares, através do programa computacional *Visual Studio Code* e da respetiva extensão *PlatformIO*³, foi elaborado o programa para programação da placa de controlo, estando este exposto no Apêndice E. Neste programa, elaborado em linguagem C, destaca-se:

- A utilização das bibliotecas *timer*, para criação da onda do sinal de passo e para envio de dados via porta série com frequência constante;
- A utilização da biblioteca de controlador PID, para implementação do sistema de controlo definido;
- A utilização de uma função denominada *incremento_encoder* que, através de um *interrupt*, identifica e quantifica o movimento do eixo do motor, contabilizando-o num contador;
- A utilização das funções *carro_aproxima_motor* e *carro_afasta_motor*, cujo objetivo é conferir movimentação ao motor de passo, num sentido ou no oposto, de acordo com as saídas dos controladores.

A execução do programa de controlo do equipamento foi efetuada de forma iterativa, tendo sido realizada, inicialmente, da forma considerada mais indicada e melhorada conforme se verificou necessário durante os testes do sistema. Assim, são de destacar as seguintes melhorias efetuadas ao programa de controlo do equipamento.

1 – Geração do sinal de passo

Após se verificar que o carro, quando se impunha uma velocidade mais elevada, apresentava um perfil de deslocamento fora do esperado e ruidoso, procedeu-se à identificação da base do problema e mitigação do mesmo. Para tal, foi utilizado um osciloscópio para analisar o sinal de passo enviado para a *drive* do motor, tendo-se concluído que o sinal, então gerado com recurso a funções *delay*, atrasava o processamento do programa, notando-se esse atraso na geração do sinal (Figura 4.36, a)). A estratégia de mitigação deste problema consistiu na

³ Extensão do programa *Visual Studio Code* que permite a elaboração de projetos dedicados a plataformas *Arduino*

geração do sinal com recurso à função *timer.pwm*, conseguindo-se assim gerar um sinal de *duty cycle* de 50 %, variando-se o período de sinal em função do valor da velocidade de saída dos controladores. Na Figura 4.36 é possível verificar a diferença dos sinais gerados, quando utilizadas as duas estratégias de geração de sinal.



Figura 4.36 - a) Sinal STEP gerado com função *delay*, verificando-se o impacto do processamento do microprocessador na geração do sinal. b) Sinal STEP gerado com função *timer.pwm*, não apresentando impacto da computação na geração do sinal.

2 – Correção da leitura de ângulo de oscilação da carga

De forma a validar a leitura de ângulo de oscilação de carga efetuada utilizando o potenciômetro, foi efetuada uma comparação entre o valor de ângulo medido com recurso a este componente e o valor real medido com recurso a um transferidor manual, tendo sido notadas diferenças consideráveis entre os valores medidos. Assim, de forma a compreender as diferenças notadas, foi efetuado um conjunto de 8 medições comparativas, estando estas expostas na figura seguinte.

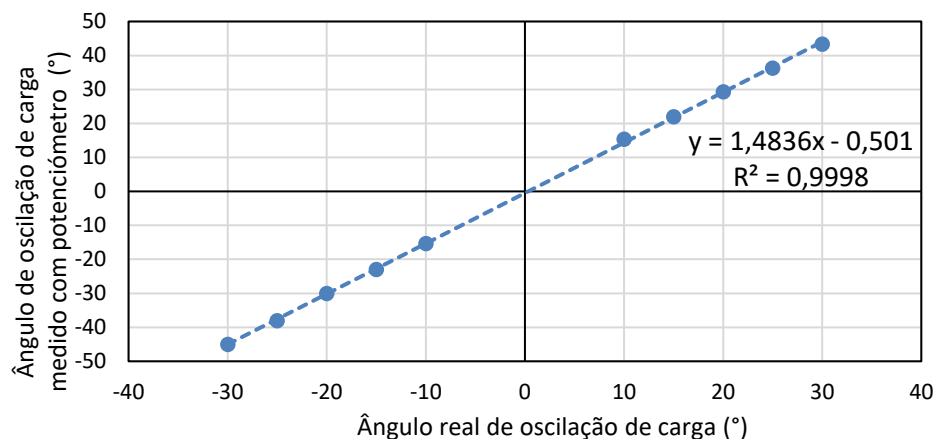


Figura 4.37 - Comparação entre o valor do ângulo de oscilação de carga medido com potenciômetro e o respetivo valor real.

Como é possível concluir pela análise da Figura 4.37, verifica-se uma relação de proporcionalidade entre o valor real e o valor medido pelo potenciômetro, podendo, através

da regressão linear efetuada, referir-se com alguma certeza que o valor medido utilizando o potenciómetro corresponde a 1,4836 vezes o valor real. Nota-se ainda um ligeiro enviesamento na medição, que pode ser explicado pelo facto de, quando a carga se encontra em repouso, a medição efetuada conter erro residual, considerado desprezável, cujo valor depende da calibração do sistema de medida.

Dada a conclusão referida, de forma a corrigir o valor de ângulo de oscilação de carga medido através do potenciómetro, incluiu-se no programa de controlo a constante de proporcionalidade obtida, dividindo-se o ângulo medido pela constante referida, obtendo-se assim a medição real do ângulo de oscilação de carga.

3 – Redução do ruído proveniente do potenciómetro de medição do ângulo de oscilação de carga

Uma vez notada oscilação do carro quando o controlador angular era iniciado e a carga se encontrava em repouso, procedeu-se à utilização de uma banda morta na medição do ângulo, de $[-0,3^\circ; 0,3^\circ]$, com o objetivo de minimizar o ruído de medição à entrada do controlador angular quando a carga está em repouso. O critério de determinação do intervalo de banda morta consistiu em mitigar tanto ruído quanto possível, sem que se verificasse influência da inclusão da banda morta no comportamento dinâmico do sistema. Deste modo, através da análise da Figura 4.38 é possível entender a diferença do sinal à entrada do controlador, com e sem banda morta, num intervalo de medição de 5 segundos, podendo concluir-se que, apesar desta solução não atenuar totalmente o ruído, ajuda a mitigar uma parte significativa do mesmo, tendo sido verificadas notáveis melhorias no desempenho do equipamento.

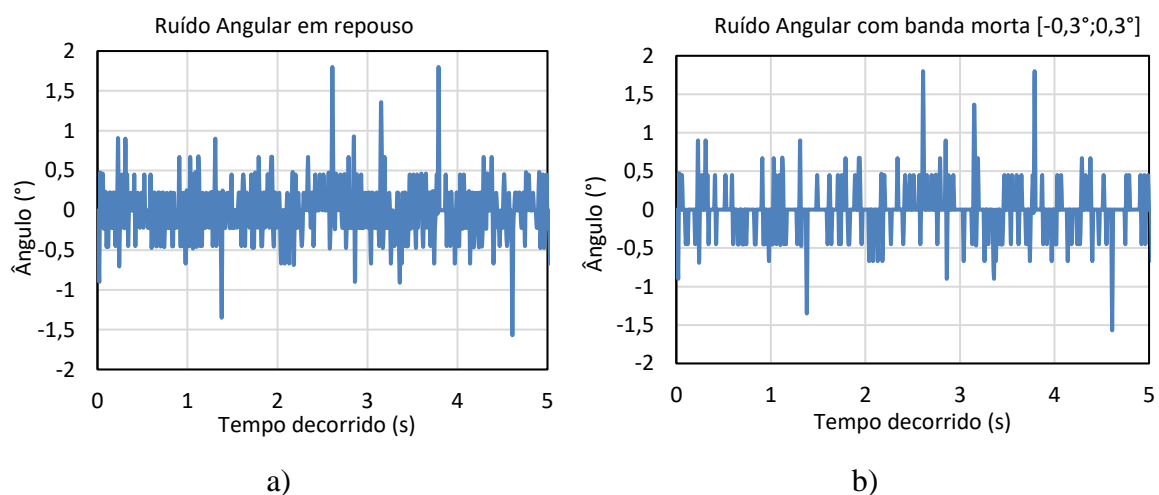


Figura 4.38 - a) medição do ângulo de oscilação de carga. b) medição do ângulo de oscilação de carga utilizando uma banda morta de leitura de $-0,3^\circ$ a $0,3^\circ$.

4 – Redução de ruído em aproximação ao *setpoint* de posição

Assim que verificou-se que o carro, durante o movimento, ao se aproximar do *setpoint* de posição apresentava alguma oscilação, verificou-se que tal poderia estar relacionado com o valor de *microstepping* então utilizado (400 passos por volta) ser igual à resolução do *encoder* (400 pulsos por volta). Assim, através da utilização de um *microstepping* de 800 passos por volta foi possível eliminar totalmente o ruído verificado.

5 – Redução da vibração da estrutura

Após a introdução do valor de *microstepping* referido no programa de controlo, 800 passos por volta, verificou-se que o carro, ao se aproximar do *setpoint* de posição, apresentava velocidades lineares consideravelmente reduzidas, fazendo a estrutura do equipamento vibrar. De forma a mitigar o presente problema foi introduzida uma banda morta de velocidade de saída dos controladores de $[-14;14]^4$, determinada experimentalmente, fazendo-se com que o sistema não atingisse velocidades tão reduzidas e eliminando-se a ressonância da estrutura.

Aquisição e tratamento de dados no computador

De forma a adquirir e armazenar os dados recebidos no computador por porta série, provenientes da placa *Arduino*, foi utilizado o *software* MATLAB[®], tendo sido desenvolvido o programa exposto no Apêndice F. O programa desenvolvido permite a aquisição e gravação dos dados recebidos e do tempo decorrido numa matriz. No fim de cada ensaio, tal como explicado de seguida, definiu-se que o utilizador deve copiar os dados, então armazenados na matriz, para o *software* *Microsoft Excel*, para posterior tratamento.

⁴ A velocidade de saída dos controladores, no programa efetuado, encontra-se presente no intervalo $[-510;510]$. 510 ou -510 consiste no a mover-se com velocidade máxima, num sentido ou no oposto, e 0 consiste no sistema estar em repouso.

5. Procedimento Experimental e Resultados

Logo que finalizada a construção do equipamento e preparação do *hardware* de controlo, procedeu-se à implementação do sistema de controlo e realização de todos os testes e melhorias ao mesmo. Assim, foi possível efetuar a validação do modelo matemático do sistema, bem como dos dados obtidos por simulação. A operação de validação referida e, posteriormente, a sintonização do sistema de controlo, encontram-se no âmbito do presente capítulo, que se inicia pela apresentação do procedimento experimental utilizado na realização de todos os ensaios referidos de seguida.

5.1. Procedimento Experimental

Tendo como objetivo a análise do desempenho do equipamento quando utilizados diferentes valores de parâmetros dos controladores, e de forma a uniformizar o processo de execução de ensaios, foi definida a sequência de procedimento experimental. Esta, que consiste na sequência de tarefas a realizar durante um ensaio, encontra-se exposta na Figura G.1 do Apêndice G.

Os ensaios para verificação do comportamento do sistema foram realizados, salvo nas exceções devidamente identificadas, segundo condições semelhantes. Estas encontram-se sintetizadas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 - Condições de ensaio.

Parâmetro	Valor
Comprimento do tubo de suspensão da carga (m)	1,055
Massa suspensa (kg)	0,5
Posição inicial do carro	1000 incrementos de <i>encoder</i> ~ 0,225m
Posição final do carro	10000 incrementos de <i>encoder</i> ~ 2,25m
Tipo de entrada na referência de posição	Degrau
Referência de ângulo (°)	0
Limite da saída de cada controlador (m/s)	$\pm 0,3497$

5.2. Validação do modelo matemático e de simulação do sistema

No presente subcapítulo pretende-se demonstrar não só a forma de validação do modelo matemático do sistema, como também comprovar a capacidade das simulações efetuadas utilizando o programa MATLAB® *Simulink* descreverem efetivamente o comportamento do sistema. Para tal, kp_{lin} , ki_{lin} e kd_{lin} são, respetivamente, as constantes proporcional, integrativa e derivativa do controlador de posição do carro, e kp_{ang} , ki_{ang} e kd_{ang} são as constantes homólogas do controlador de ângulo.

Assim, de acordo com o procedimento experimental anteriormente referido, foram realizados diversos ensaios utilizando diferentes constantes dos controladores. Os dados obtidos foram comparados ao comportamento esperado do sistema, tendo em conta simulações efetuadas com os mesmos parâmetros de cada ensaio.

Deste modo, de seguida encontram-se expostos os resultados de 3 dos diversos ensaios realizados para validação do modelo matemático e de simulação. Os parâmetros dos controladores utilizados em cada um dos ensaios encontram-se referidos nas respetivas legendas dos gráficos expostos. Em cada um dos ensaios, em primeiro lugar expõe-se a comparação do ângulo de oscilação de carga experimental e de simulação, seguindo-se o gráfico com a mesma comparação para a variável posição do carro. Posteriormente são apresentados dois gráficos relativos ao valor do erro de cada uma das variáveis de saída, sendo que este corresponde à diferença entre o valor observado no equipamento e o valor esperado em simulação, para o mesmo instante de tempo. É de salientar que os parâmetros de controladores que não se encontram referidos são nulos.

Comparação 1: $kp_{lin} = 500$ e $kp_{ang} = 10$

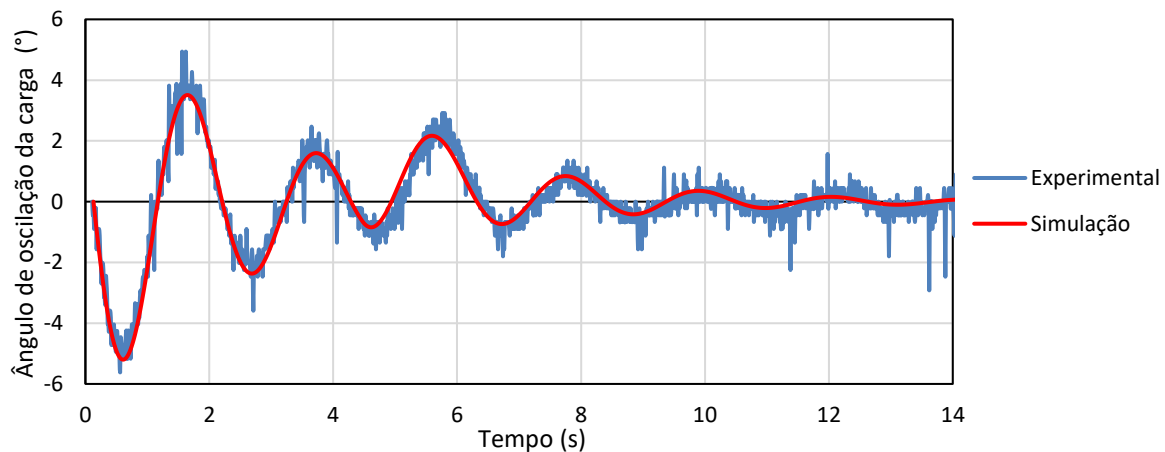


Figura 5.1 - Ângulo de oscilação da carga em função do tempo com $kp_{lin} = 500$ e $kp_{ang} = 10$.

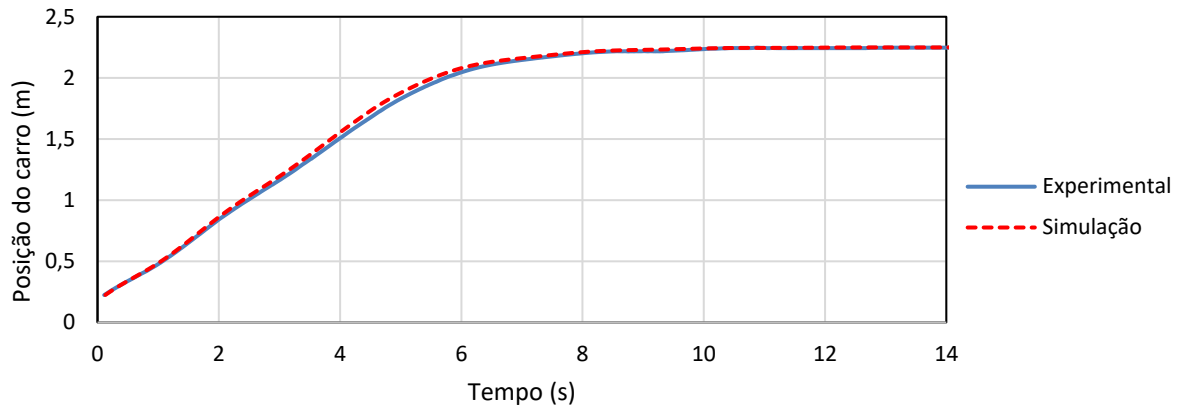


Figura 5.2 - Posição do carro em função do tempo com $kp_{lin} = 500$ e $kp_{ang} = 10$.

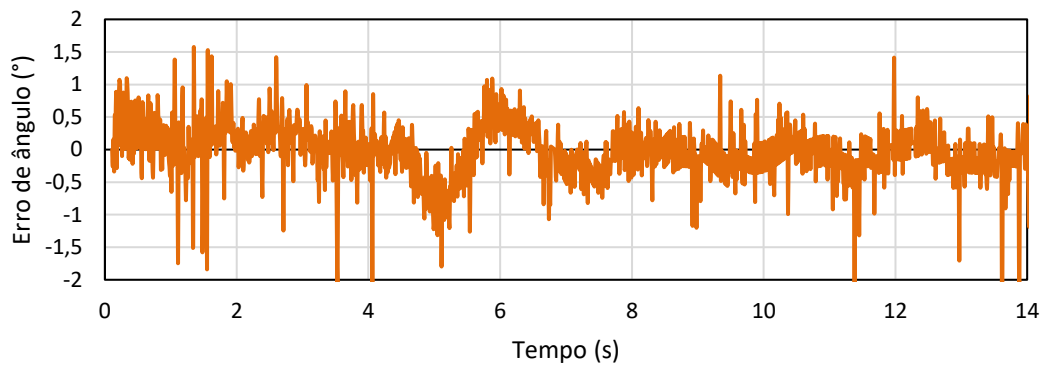


Figura 5.3 - Erro entre o valor experimental e o valor de simulação, do ângulo de oscilação da carga em função do tempo com $kp_{lin} = 500$ e $kp_{ang} = 10$.

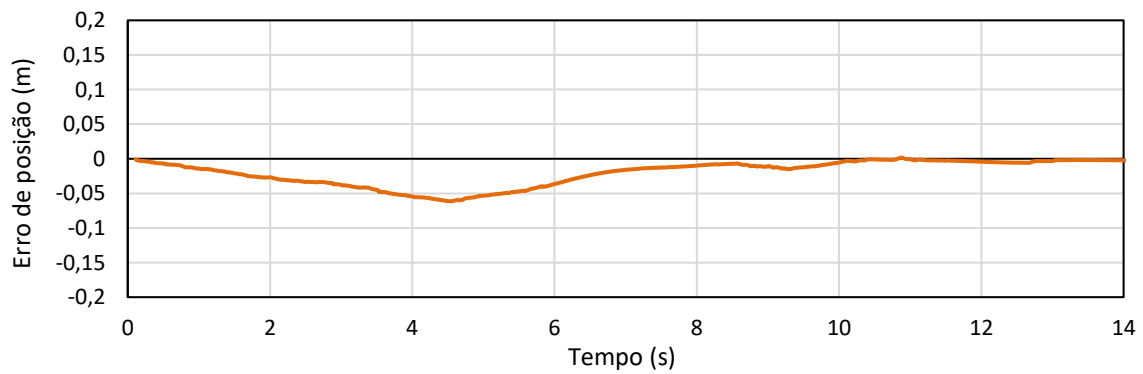


Figura 5.4 - Erro entre o valor experimental e o valor de simulação, da posição do carro em função do tempo com $kp_{lin} = 500$ e $kp_{ang} = 10$.

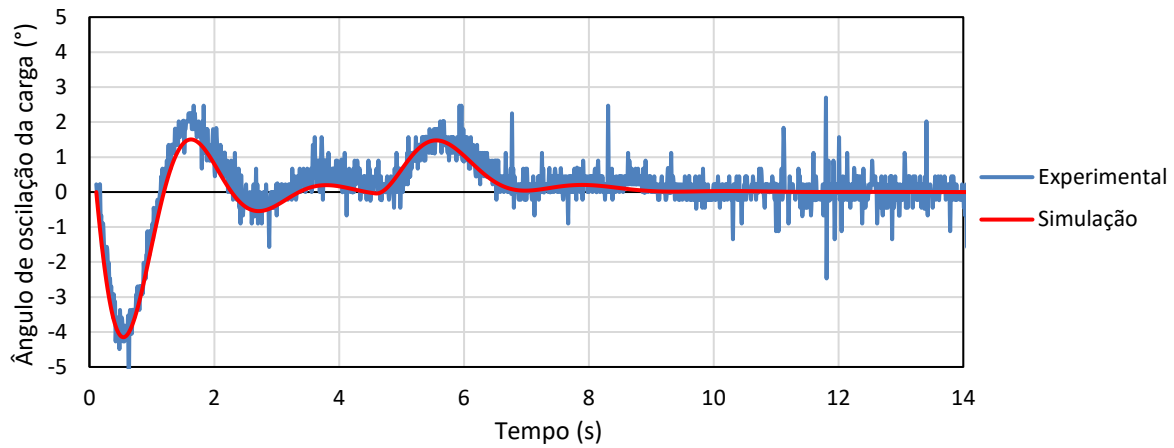
Comparação 2: $kp_{lin} = 500$ e $kp_{ang} = 25$ 

Figura 5.5 - Ângulo de oscilação da carga em função do tempo com $kp_{lin} = 500$ e $kp_{ang} = 25$.

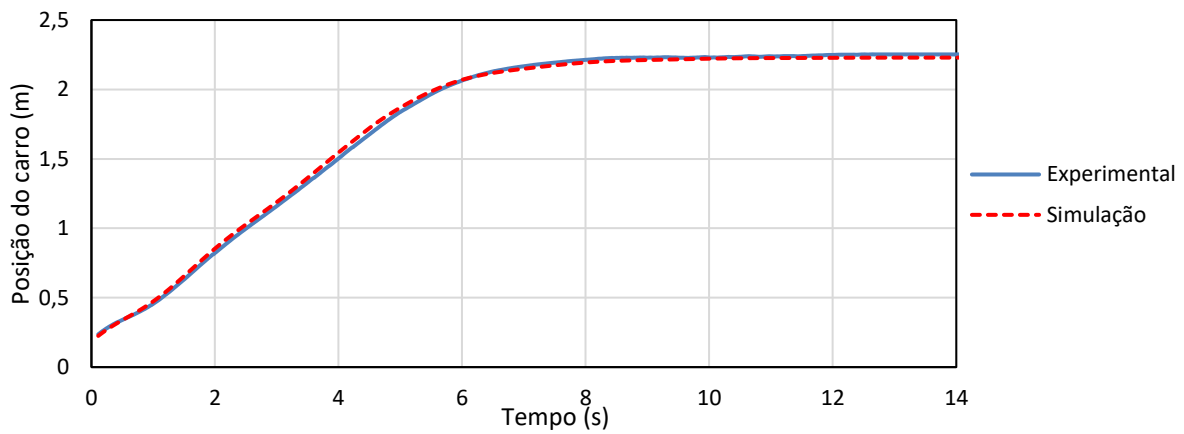


Figura 5.6 - Posição do carro em função do tempo com $kp_{lin} = 500$ e $kp_{ang} = 25$.

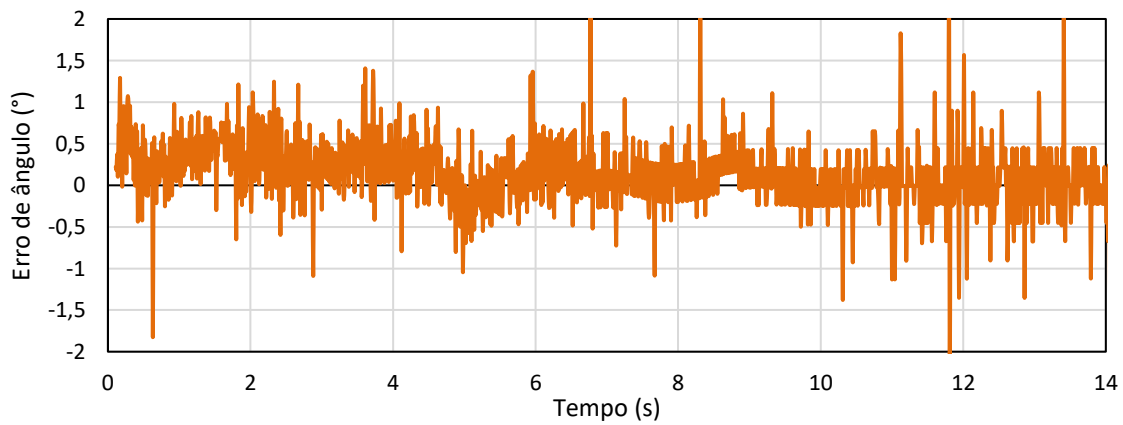


Figura 5.7 - Erro entre o valor experimental e o valor de simulação, do ângulo de oscilação da carga em função do tempo com $kp_{lin} = 500$ e $kp_{ang} = 25$.

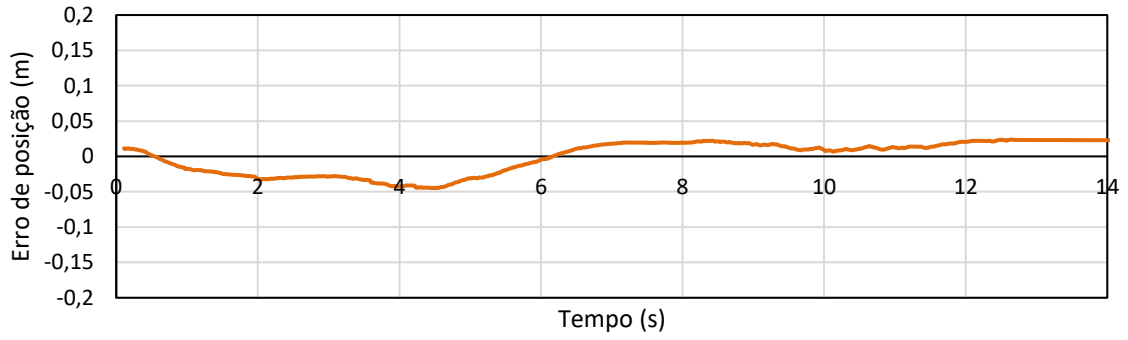


Figura 5.8 - Erro entre o valor experimental e o valor de simulação, da posição do carro em função do tempo com $kp_{lin} = 500$ e $kp_{ang} = 25$.

Comparação 3: $kp_{lin} = 700$ e $kp_{ang} = 30$ ki_{ang}

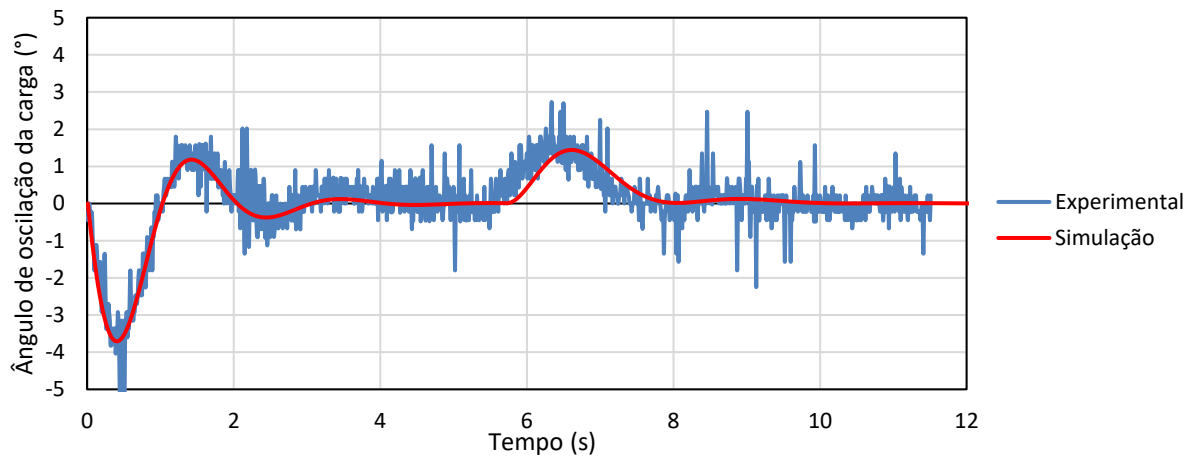


Figura 5.9 - Ângulo de oscilação da carga em função do tempo com $kp_{lin} = 700$, $kp_{ang} = 30$ e $ki_{ang} = 20$.

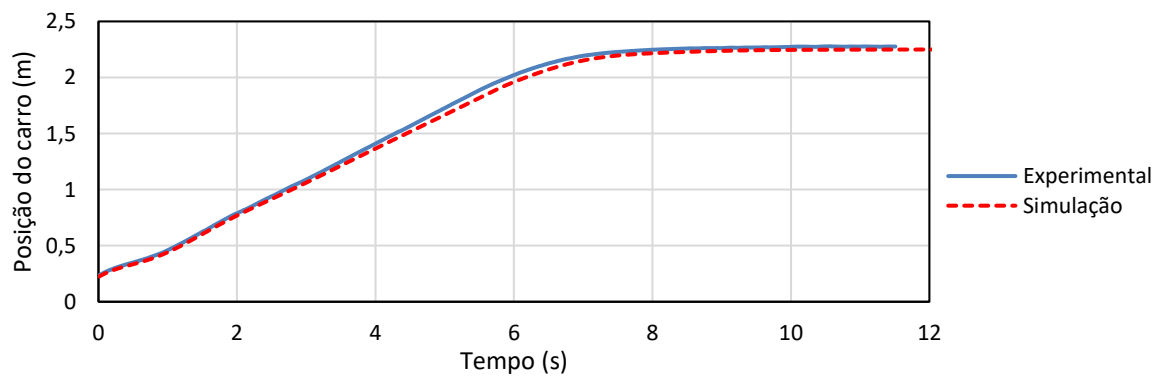


Figura 5.10 - Posição do carro em função do tempo com $kp_{lin} = 700$, $kp_{ang} = 30$ e $ki_{ang} = 20$.

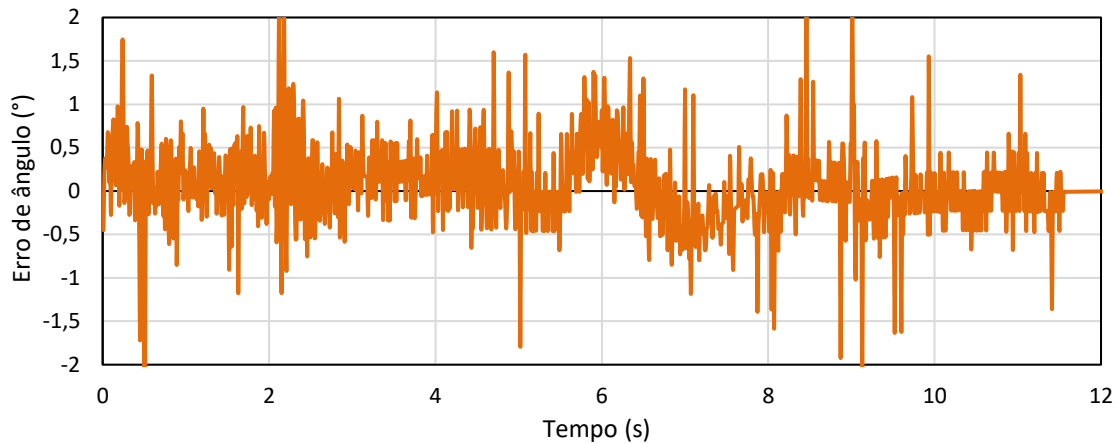


Figura 5.11 - Erro entre o valor experimental e o valor de simulação, do ângulo de oscilação da carga em função do tempo com $kp_{lin} = 700$, $kp_{ang} = 30$ e $ki_{ang} = 20$.

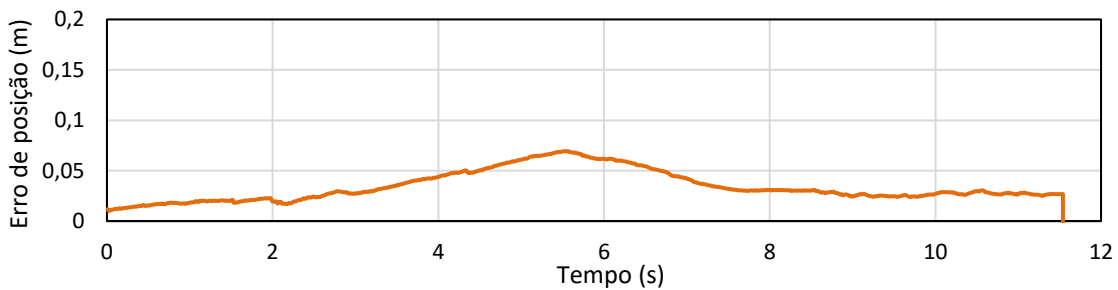


Figura 5.12 - Erro entre o valor experimental e o valor de simulação, da posição do carro em função do tempo com $kp_{lin} = 700$, $kp_{ang} = 30$ e $ki_{ang} = 20$.

Através da análise das figuras expostas anteriormente é possível verificar que em todos os ensaios há ligeiras diferenças entre o valor obtido experimentalmente e o valor esperado. Nos gráficos de ângulo de oscilação de carga é possível verificar diferenças de amplitude e, por vezes, de fase. Por outro lado, nos gráficos correspondentes à posição do carro verifica-se um comportamento bastante semelhante, ainda que contendo algumas diferenças.

Similarmente, quando analisados os gráficos relativos ao erro de ângulo de oscilação de carga, pode verificar-se a existência de valores de erro de maior módulo. Estes surgem não só devido ao ruído de medição (ver Figura 4.38), como também devido à diferença de fase entre o valor obtido experimentalmente e o valor esperado em certas zonas dos gráficos. Apesar disso, salienta-se que o erro de ângulo, salvo nos casos de picos de ruído de medição, se encontra dentro do intervalo $[-1^\circ; 1^\circ]$. O erro de posição do carro, cujo máximo se verifica nas zonas de diferença de fase entre o valor de ângulo lido e valor esperado, não excede os 75mm (3,7% do comprimento do percurso) nos ensaios realizados.

Assim, através da análise dos gráficos apresentados e dos valores de erro mencionados, concluiu-se que, através do programa de simulação, é possível prever a resposta do sistema

mecânico quando este é operado segundo as condições de teste expostas na Tabela 5.1. Deste modo, foi validado o modelo matemático e de simulação do sistema, passando-se a considerar válidas as previsões de resposta do sistema mecânico, obtidas através de simulação, quando testado utilizando diferentes parâmetros de controladores. Posto isto, foi possível iniciar o processo de sintonização do sistema de controlo de modo a encontrar valores para os parâmetros que respeitem as especificações de desempenho definidas.

5.3.Sintonização do sistema de controlo

Como referido no capítulo 3, a sintonização do sistema de controlo corresponde ao processo de seleção de ganhos dos controladores, para cumprir as especificações de desempenho requeridas ao sistema. Neste caso, começou-se por analisar a possibilidade de utilização dos métodos de Ziegler-Nichols, contudo, uma vez que a resposta ao sistema em degrau unitário não mostra uma curva de resposta em forma de S, nem apresenta oscilação cíclica, concluiu-se que a sua utilização não seria relevante. Deste modo, foi utilizado o método da tentativa criteriosa através de simulação, que consiste na variação de ganhos dos controladores, analisando a respetiva influência na resposta, iterativamente até que se obtenha a melhor resposta do sistema quanto às especificações de desempenho impostas.

Cada parâmetro dos controladores apresenta a sua própria influência no desempenho do equipamento. Assim, quando efetuados testes ao sistema, verificou-se o impacto que determinados parâmetros apresentam na resposta, notando-se que a utilização de certos parâmetros deve ser limitada de forma a evitar respostas oscilatórias que possam provocar danos em componentes. As limitações identificadas encontram-se resumidas na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Limitações dos parâmetros dos controladores.

Parâmetro	Nota
$k_{p_{lin}}$	-
$k_{i_{lin}}$	Utilização não apresenta melhorias de resposta
$k_{d_{lin}}$	Utilização não apresenta melhorias de resposta
$k_{p_{ang}}$	Limitado a 40. Acima deste valor apresenta uma resposta demasiado responsiva ao ruído de medição.
$k_{i_{ang}}$	-
$k_{d_{ang}}$	Não utilizado. Devido ao ruído de medição, a sua utilização provoca oscilações na resposta.

Dada a natureza do sistema, verificou-se que se poderiam aplicar dois critérios distintos na definição das especificações de desempenho requeridas:

1. O primeiro consiste em dar prioridade à resposta do ângulo de oscilação da carga, pretendendo-se obter o menor tempo de acomodação desta variável.
2. O segundo consiste em dar prioridade ao tempo de posicionamento do carro.

Assim, definindo como tolerância aceitável um erro de $\pm 0,1^\circ$ na resposta transitória do ângulo de oscilação de carga, e um erro de 0,5% na resposta transitória da posição do carro, foram efetuadas, iterativamente, diversas simulações com o objetivo de concluir sobre qual o melhor conjunto de parâmetros para cada um dos critérios anteriormente exposto. Algumas simulações encontram-se representadas desde a Figura 5.13 à Figura 5.16.

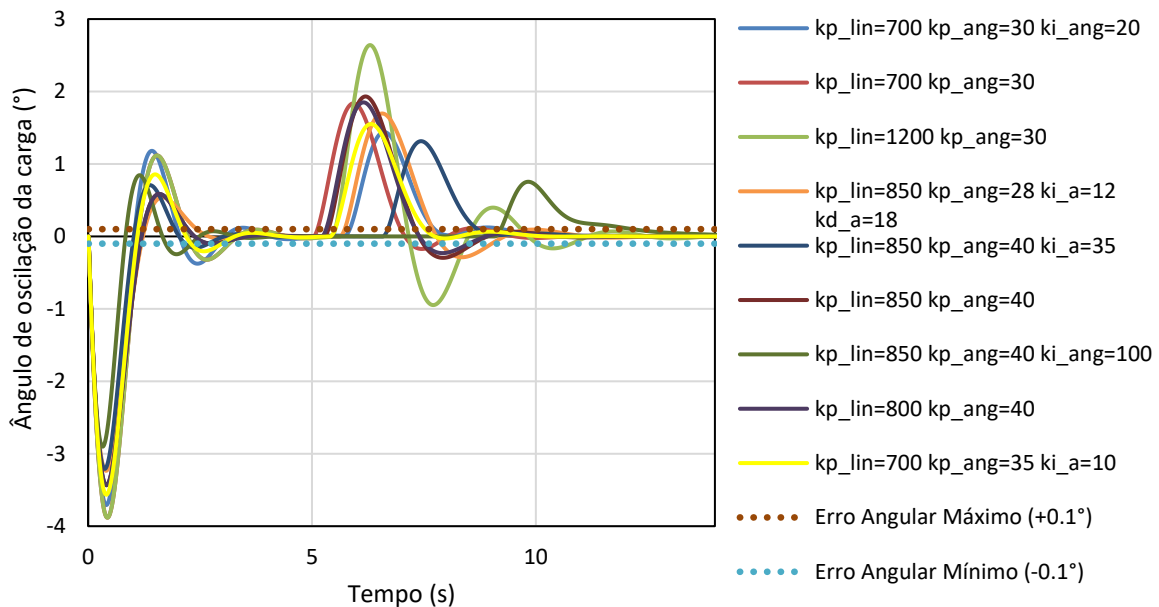


Figura 5.13 - Simulação da resposta do ângulo de oscilação de carga quando utilizados diferentes valores para os parâmetros dos controladores.

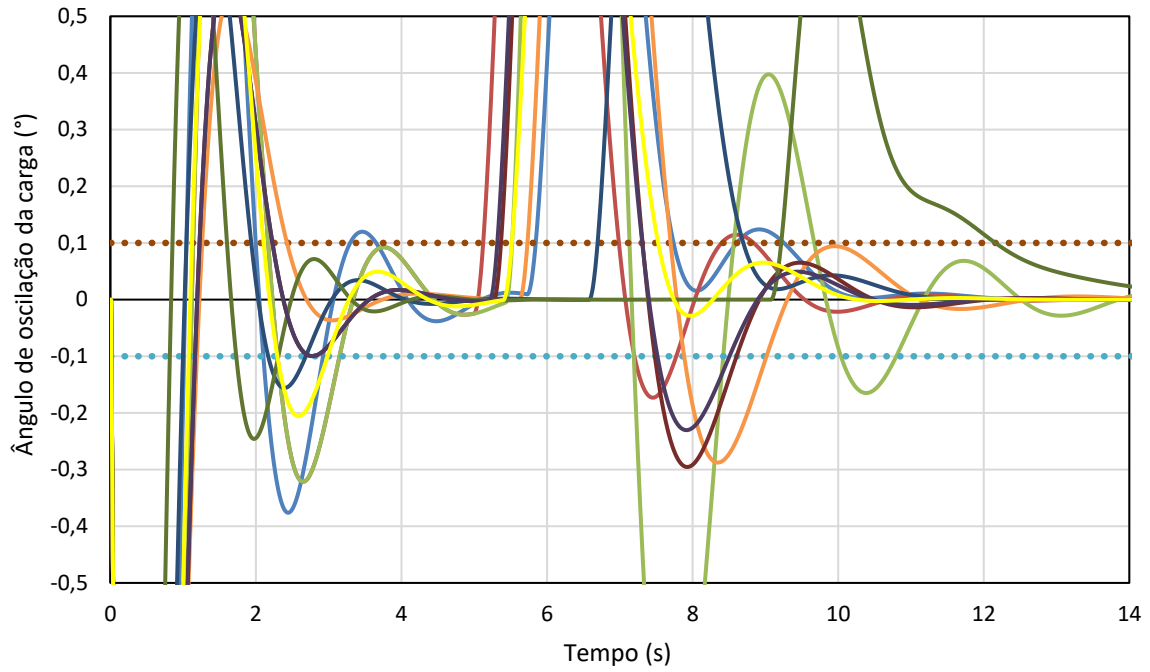


Figura 5.14 - Ampliação da Figura 5.13.

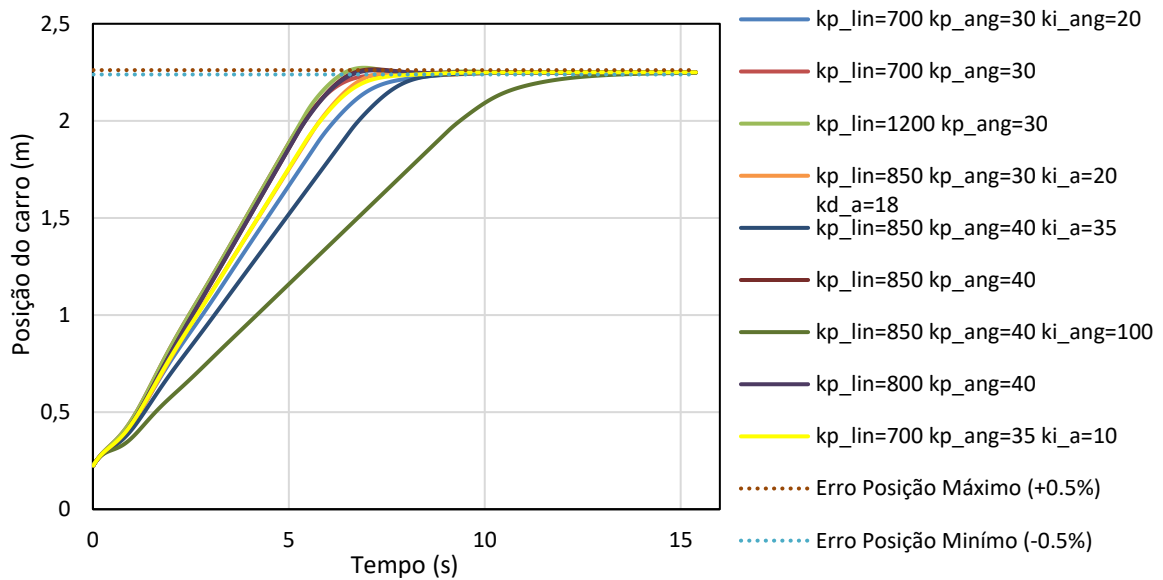


Figura 5.15 - Simulação da resposta da posição do carro quando utilizados diferentes valores para os parâmetros dos controladores.

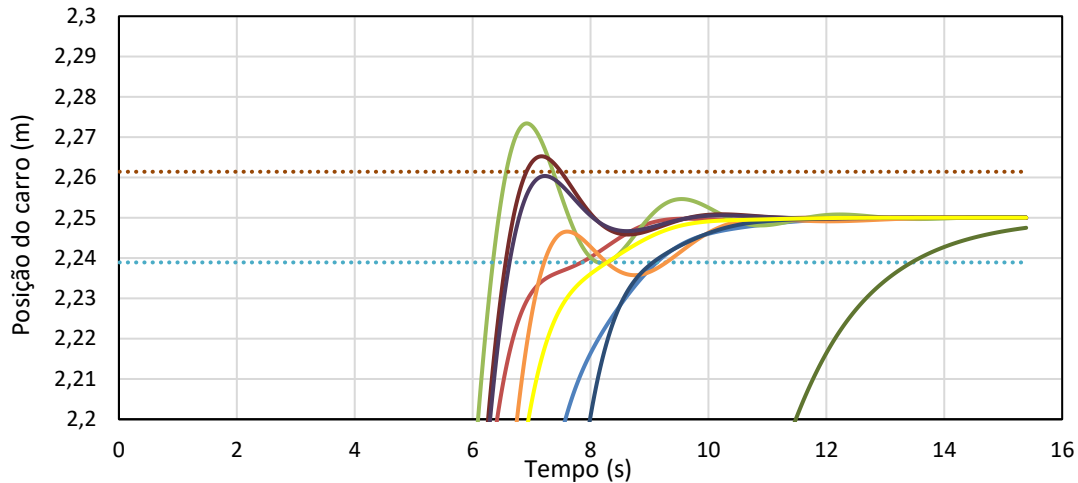


Figura 5.16 - Ampliação da Figura 5.15.

Tendo em conta a resposta transitória prevista através das simulações, verificou-se qual o conjunto de parâmetros mais adequados para cada um dos critérios de desempenho referido. Na Tabela 5.3 é possível ver, não só o melhor conjunto de parâmetros para cada critério, como também o respetivo tempo de acomodação de cada uma das variáveis de saída medidas.

Tabela 5.3 - Tempos de acomodação dos conjuntos de valores dos parâmetros mais adequados, segundo cada um dos critérios, tendo em conta os critérios de desempenho.

Critério	Conjunto de parâmetros	Tempo de acomodação do ângulo (s)	Tempo de acomodação da posição (s)
1 – Prioridade Ângulo	$k_{p_{lin}}=700$ $k_{p_{ang}}=35$ $k_{i_{ang}}=10$	7,6	8,3
2 – Prioridade Posicionamento	$k_{p_{lin}}=800$ $k_{p_{ang}}=40$	8,5	6,6

Uma vez identificado o conjunto dos valores dos parâmetros mais adequados segundo o primeiro critério, através das figuras 5.17 e 5.18 é possível comparar os dados obtidos por simulação, com os dados obtidos por via experimental (em dois ensaios), utilizando o conjunto de parâmetros referido. De forma análoga, nas figuras 5.19 e 5.20 é possível efetuar

a mesma comparação tendo em conta os valores dos parâmetros determinados para o segundo critério.

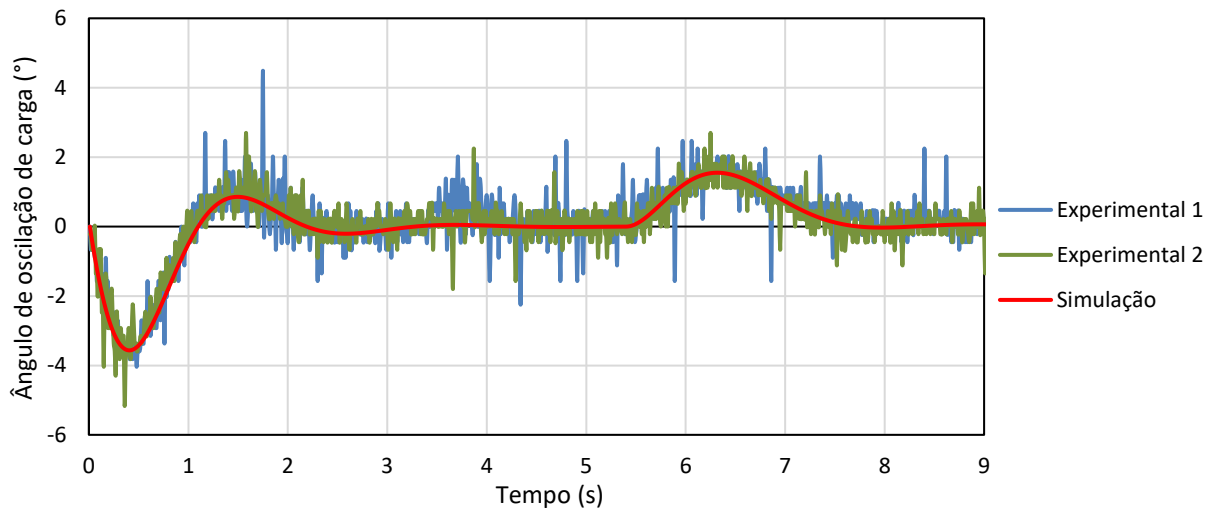


Figura 5.17 - Ângulo de oscilação da carga em função do tempo com $kp_{lin} = 700$, $kp_{ang} = 35$ e $ki_{ang} = 10$.

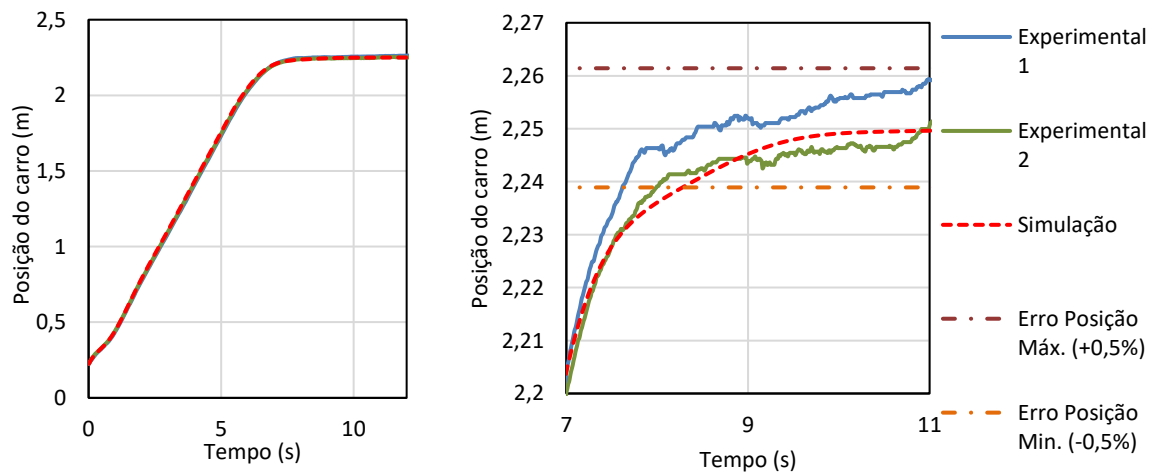


Figura 5.18 - Posição do carro em função do tempo com $kp_{lin} = 700$, $kp_{ang} = 35$ e $ki_{ang} = 10$. À esquerda: trajetória completa. À direita: ampliação da trajetória.

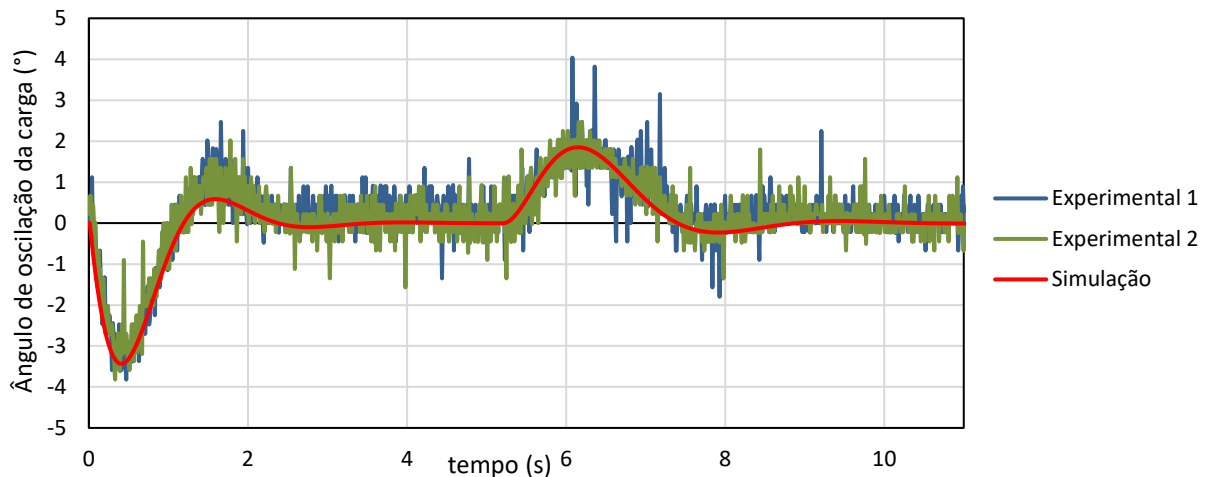


Figura 5.19 - Ângulo de oscilação da carga em função do tempo com $kp_{lin} = 800$ e $kp_{ang} = 40$.

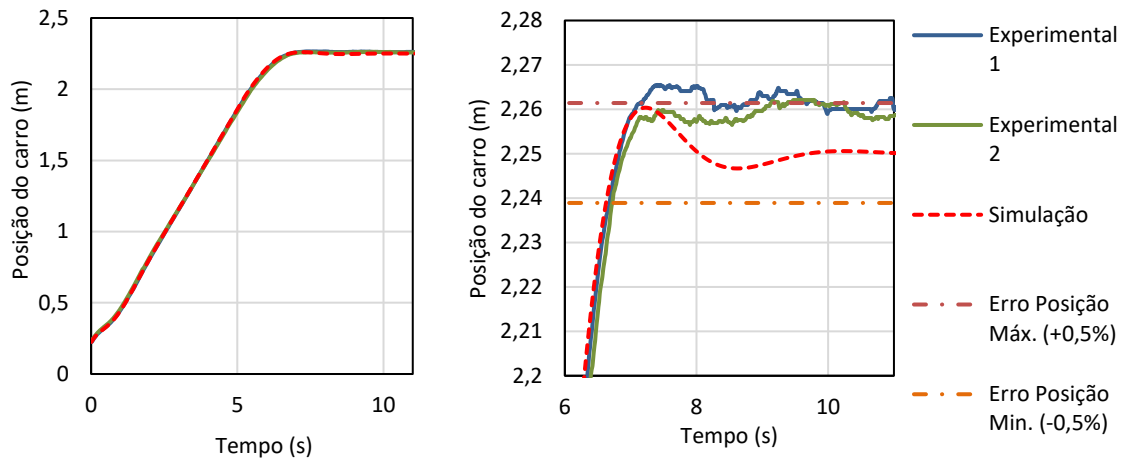


Figura 5.20 - Posição do carro em função do tempo com $kp_{lin} = 800$ e $kp_{ang} = 40$. À esquerda: trajetória completa. À direita: ampliação da trajetória.

Através da análise das figuras 5.17 e 5.19 é possível verificar que, apesar do ruído de medição do ângulo de oscilação da carga verificado, as respostas esperadas por simulação e obtidas experimentalmente se apresentam idênticas.

Dado o menor ruído presente na medição da posição do carro, é possível analisar com maior detalhe o comportamento do sistema quanto a esta variável de saída. Segundo o primeiro critério, através da Figura 5.18 pode concluir-se que o tempo de acomodação da posição do carro no primeiro ensaio é menor (7,6s), enquanto que no segundo ensaio é idêntico ao estimado e exposto na Tabela 5.3. Também se nota que, apesar da variável de posição do carro apresentar tendência para estabilizar quando atinge o *setpoint* requerido, esta apresenta oscilações, que podem ser explicadas pelo ruído de medição do ângulo de oscilação da carga. Por outro lado, o desempenho obtido nesta variável de saída quanto ao segundo critério é idêntico em ambos os ensaios. Neste, como pode ser entendido na Figura 5.20, destaca-se que na trajetória prevista se verifica um ligeiro sobreimpulso, o que não se verifica na prática. Tal diferença pode ser explicada com a presença da banda morta de velocidade, implementada a fim de evitar ressonância na estrutura.

5.4. Discussão de resultados

Com a exposição dos resultados obtidos na realização dos diversos testes destaca-se, em primeiro lugar, o ruído presente nos gráficos correspondentes à variável ângulo de oscilação de carga. Apesar de ter sido utilizada uma banda morta na medição desta variável, a fim de minimizar o ruído de entrada no controlador, este apresenta uma elevada magnitude e, por

vezes, picos. Foram identificadas possíveis causas para a presença deste ruído, bem como algumas recomendações de mitigação, estando estas expostas na Tabela 5.4.

Tabela 5.4 - Causas e recomendações de mitigação do ruído de medição do ângulo de oscilação da carga.

Causa de ruído	Forma recomendada de mitigação
O instrumento de medição ser um potenciômetro que, pela sua natureza, fornece um sinal ruidoso	Implementação de circuito de condicionamento de sinal ou substituição por <i>encoder</i> incremental (ou absoluto)
Presença de oscilações de carga fora do plano de movimentação do carro	Substituição das peças poliméricas do sistema de suspensão da carga, por peças metálicas de maior rigidez
Oscilações próprias do tubo de suspensão da carga	Realização de testes com componentes de suspensão de carga de maior rigidez
Folgas mecânicas entre o carro e o carril	Correção das mesmas a nível mecânico
Ruído eletromagnético	Verificação/implementação de soluções de mitigação de ruído eletromagnético

Dado o sistema desenvolvido consistir num sistema de controlo em malha fechada, verifica-se que a resposta do sistema é sensível a erros e ruídos do sistema, verificando-se, por vezes, oscilações de resposta. Por isso, verificou-se a necessidade de limitação da utilização de certos parâmetros dos controladores a fim de evitar a ocorrência de danos no equipamento. Também, de modo a evitar o escorregamento do motor, foi aplicado um limite à saída dos controladores, de módulo 0,3497m/s. Este valor, bastante abaixo do previsto no projeto mecânico, foi determinado experimentalmente. O teste do sistema utilizando velocidades de deslocamento do carro mais elevadas pode ser possibilitado implementado entradas em rampa ou trapézio, não contempladas no âmbito do presente trabalho.

Relativamente à validação do modelo de simulação e, conseqüentemente, do modelo matemático, salienta-se que esta foi efetuada com alguma subjetividade, isto é, comparando graficamente os resultados obtidos experimentalmente e os resultados esperados. Contudo, dados os distúrbios e incertezas do sistema mecânico, como folgas, desalinhamentos, inércia, não linearidades, concluiu-se que proceder à validação do modelo com base nas comparações gráficas e nos valores de erros correspondentes, seria uma abordagem indicada.

Uma vez validada a simulação, procedeu-se à sintonização do sistema segundo os dois critérios referidos. Assim, tendo em conta os resultados da sintonização, em especial no que diz respeito ao tempo de acomodação das duas variáveis de saída (Tabela 5.3), considerou-se interessante efetuar a respetiva comparação com a simulação do sistema movimentado sem controlo, isto é, movimentando-o com velocidade máxima desde o início do deslocamento, efetuando a respetiva paragem quando este se encontrasse na posição desejada. A comparação gráfica das simulações pode ser observada nas figuras 5.21 e 5.22.

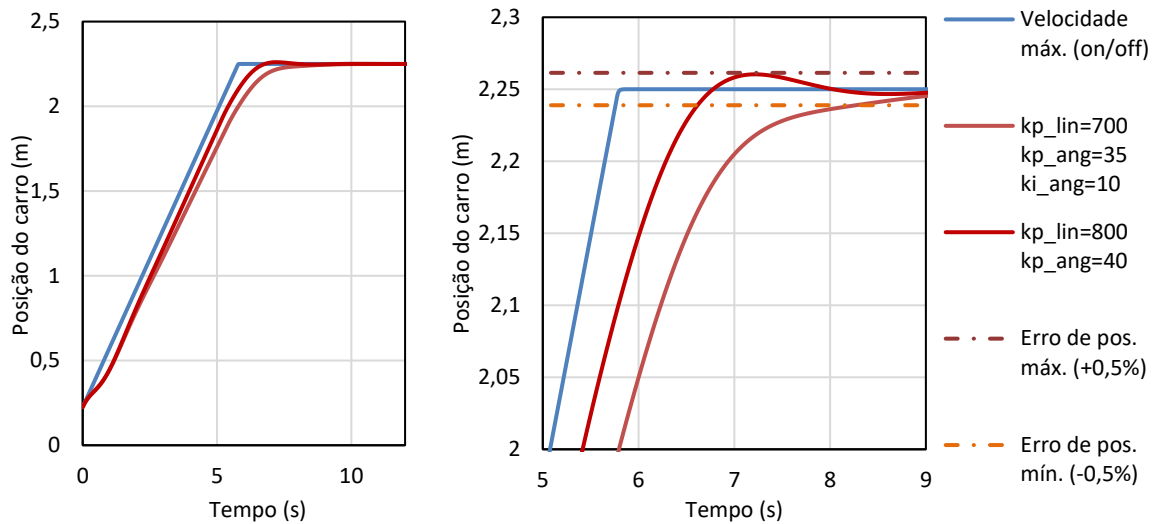


Figura 5.21 - Simulação da posição do carro em função do tempo, comparando os melhores resultados de cada critério com a trajetória de movimentação à velocidade máxima. À esquerda: trajetória completa. À direita: ampliação da trajetória.

É de salientar que, dado o elevado tempo de simulação, a descrição do ângulo de oscilação de carga quando o sistema é movimentado sem controlo, apresentado na imagem do lado esquerdo da Figura 5.22, pode apresentar diferenças quanto à realidade. Contudo, evidencia-se que o tempo de acomodação obtido por via experimental foi semelhante ao aqui exposto.

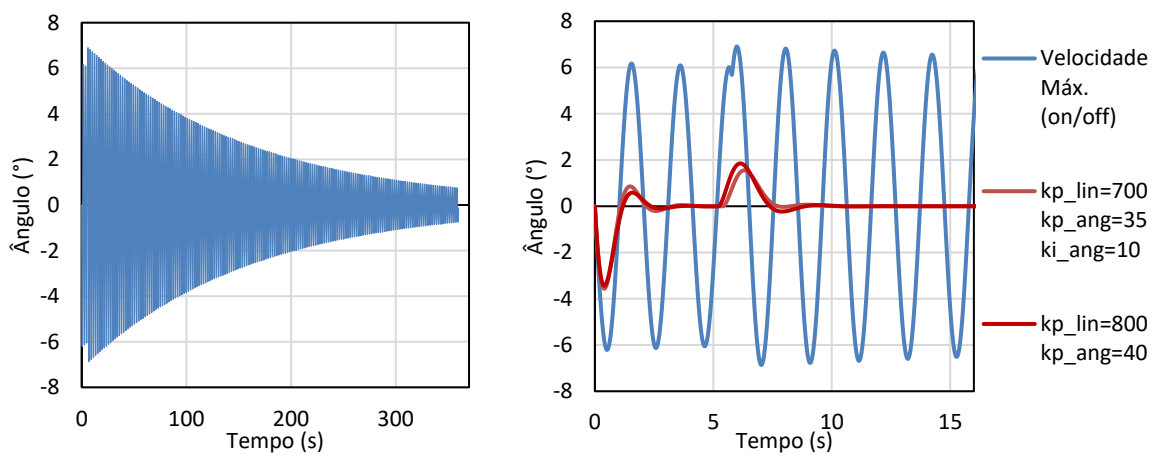


Figura 5.22 - Simulação do ângulo de oscilação da carga em função do tempo, comparando os melhores resultados de cada critério com a trajetória de movimentação à velocidade máxima. À esquerda: trajetória completa. À direita: ampliação da trajetória.

Pela análise da Figura 5.21 é possível concluir que, quando movimentado com velocidade máxima, o sistema apresenta um tempo de acomodação de 5,8s para a variável posição. Como referido na Tabela 5.3, o sistema de controlo sintonizado pelo primeiro critério demora 8,3s a acomodar, enquanto que pelo segundo critério apresenta um tempo de 6,6s. Estes, representam um aumento de 43% e 14%, respetivamente, em relação ao tempo de acomodação sem controlo. Dado que neste ensaio o sistema se encontra permanentemente a circular à velocidade máxima, a conclusão referida para a variável posição era espectável, uma vez corresponder à melhor solução possível para o deslocamento do carro.

Por outro lado, quando analisada a Figura 5.22, é possível concluir que, quando movimentado sem controlo, o sistema necessita de mais de 5 minutos (300s) para que o ângulo de oscilação de carga apresente um erro residual inferior a 1°. Neste caso, chamando-se a atenção de que a resposta do ângulo de oscilação de carga depende do local de paragem do carro, é possível entender as potencialidades de implementação de um sistema de controlo como o aqui estudado, num sistema de movimentação de cargas. O aumento de tempo de acomodação da variável posição do carro, quando comparado com a diferença verificada na acomodação da oscilação da carga, mostra-se insignificante, sendo possível concluir que a implementação da técnica aqui estudada pode não só contribuir para a mitigação de riscos inerentes à movimentação de cargas, como para o aumento da eficiência e eficácia deste processo.

6. Conclusão

De forma a iniciar o desenvolvimento do presente projeto foi necessário, após efetuado o levantamento de dados a nível dimensional e de soluções construtivas a adotar na conceção do equipamento, proceder ao desenvolvimento do respetivo projeto mecânico. Deste, resultou a publicação do relatório interno ARISE.INESCC-ESTG.IPL-TR01-2021 [22], no qual é possível encontrar, em detalhe, os procedimentos de projeto efetuados.

A etapa inicial de montagem do sistema consistiu na construção da respetiva estrutura estática, seguindo-se a montagem dos componentes que compõem a cadeia cinemática do equipamento. Os componentes utilizados foram, conforme definido no projeto, não só adquiridos a fornecedores externos, como também produzidos em instalações do Politécnico de Leiria, quer utilizando tecnologias de prototipagem rápida, quer outras mais convencionais. Na montagem do equipamento é de destacar a reutilização de antigo material escolar que, com algumas adaptações, evitou a aquisição de componentes dispendiosos, tais como o carril de movimentação do carro.

Após efetuada a modelação matemática do sistema desenvolvido foi possível, conhecendo as atividades de investigação publicadas por outros autores, definir o método de controlo a utilizar de forma a efetuar o projeto do sistema de controlo do equipamento. Destaca-se que todo o *hardware* e *software* necessário à implementação do sistema de controlo foi desenvolvido no âmbito deste projeto. Adaptando-se o modelo matemático às características do equipamento, foi possível desenvolver-se o programa de simulação que permite efetuar a previsão do comportamento do sistema, de acordo com os parâmetros de controlo utilizados.

Por fim, através da sintonização do sistema de controlo, foi possível concluir acerca dos benefícios do mesmo. Neste processo, com vista à respetiva implementação industrial, foram definidos dois critérios de sintonização do sistema de controlo. Apesar de apresentarem resultados globais idênticos, é de referir que o primeiro critério, tendo como objetivo o menor tempo de acomodação do ângulo de oscilação da carga, pode ser aplicado em equipamentos cuja movimentação de carga requer uma rápida estabilização da mesma. Por outro lado, o segundo critério, tendo como objetivo a minimização do tempo de posicionamento do carro, pode ser utilizado em equipamentos em que a precisão de

posicionamento da carga não apresente uma relevância tão elevada, dando-se prevalência ao respetivo tempo de posicionamento.

Os resultados obtidos da sintonização do sistema de controlo, segundo os critérios referidos e as condições de ensaio definidas, apresentaram, num trajeto de 2,025m, um aumento de 43% e 14%, respetivamente, do tempo de posicionamento do carro, quando comparado com o tempo de posicionamento obtido na realização do trajeto à velocidade máxima e paragem instantânea. No entanto, com o método de controlo aplicado, não só se conseguiu reduzir a oscilação máxima em deslocamento de 6,9° para 3,6°, segundo o primeiro critério, e 3,4° para o segundo, como também se obteve um tempo necessário para anular a respetiva oscilação residual de, aproximadamente, 7,6s e 8,5s, respetivamente para cada critério. Sabendo que o sistema, quando operado a velocidade constante, apresenta um tempo superior a 5 minutos (300s) para apresentar uma oscilação inferior a $\pm 1^\circ$, foi possível concluir que a metodologia de controlo aplicada apresenta excelentes resultados.

Como pode ser entendido na exposição da sintonização do sistema de controlo, esta pode ser efetuada tendo em conta diversos fins e, por isso, outras possibilidades de sintonização podem mostrar maior relevância, tendo em conta a aplicação em questão. Apesar dos bons resultados que o esquema de controlo testado demonstra, é de referir que nem sempre a inclusão de sensores em equipamentos de movimentação de cargas é possível. Também, em equipamentos de transporte de cargas pesadas, a utilização do esquema de controlo aqui testado torna-se complexa, dada a baixa capacidade que um sistema de elevada inércia apresenta em acelerar.

Em suma, é possível concluir que os objetivos propostos no desenvolvimento do presente projeto foram atingidos, tendo sido demonstrada a construção de um equipamento protótipo de movimentação de cargas, a uma dimensão. Foi também provada a efetiva possibilidade prática de controlar a operação do equipamento, permitindo-se, assim, a realização de estudos futuros de implementação de diferentes métodos de controlo de movimentação de cargas suspensas. Deste modo, tendo em conta a base de estudo criada com o desenvolvimento do presente projeto, de seguida apresentam-se as propostas de trabalhos futuros a desenvolver no equipamento concebido.

6.1. Propostas de trabalho futuro

Com o desenvolvimento do estudo aqui abordado, foram identificadas as seguintes oportunidades de trabalho futuro a desenvolver:

- Mitigação do ruído de medição do ângulo de oscilação de carga, implementando as oportunidades de melhoria identificadas na Tabela 5.4;
- Projetar e conceber um sistema automático de elevação de cargas;
- Projetar e conceber um sistema de comunicação sem fios entre os sensores presentes no carro e o controlador do equipamento;
- Testar o sistema de controlo desenvolvido utilizando referências de entrada de naturezas diferentes, como as em rampa e em trapézio, e assim permitir a movimentação do carro a velocidades superiores;
- Sintonizar o sistema de controlo matematicamente, pelo método da alocação de polos;
- Testar a robustez do sistema de controlo desenvolvido, quando variados parâmetros como o comprimento do componente de suspensão da carga, a massa suspensa, ou outros;
- Testar diferentes estratégias de controlo;
- Interligar o equipamento desenvolvido com outros equipamentos do Laboratório de Robótica, a fim de estudar diferentes aplicações da tecnologia experimentada no presente projeto.

Com o trabalho desenvolvido, espera-se criar uma base de motivação e de geração de ideias, para que outros estudantes, ou investigadores, do Politécnico de Leiria, possam estudar diferentes abordagens de controlo de movimentação de cargas suspensas.

Bibliografia

- [1] E. M. Abdel-Rahman, A. H. Nayfeh, and Z. N. Masoud, “Dynamics and Control of Cranes : A Review,” *J. Vib. Control*, Jul., 2003.
- [2] L. Ramli, Z. Mohamed, A. M. Abdullahi, H. I. Jaafar, and I. M. Lazim, “Control strategies for crane systems: A comprehensive review,” *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 95, p. 1–23, 2017.
- [3] C. Alsop, G. A. Forster, and F. R. Holmes, “Ore unloader automation - A feasibility study,” em *IFAC Workshop on Systems Engineering for Control Systems*, p. 295–305, 1965.
- [4] J. T. Hubbell, B. Koch, and D. McCormick, “Modern crane control enhancements,” em *Ports '92*, p. 757–767, 1992.
- [5] K. A. Alhazza, A. H. Al-shehaima, and Z. N. Masoud, “A continuous modulated wave-form command shaping for damped overhead cranes,” em *ASME 2011 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference*, 2011.
- [6] H.-H. Lee, S.-K. Cho, and J.-S. Cho, “A New Anti-Swing Control of Overhead Cranes,” *IFAC Proc. Vol.*, vol. 30, no. 13, p. 115–120, 1997.
- [7] H.-H. Lee, “Modeling and control of a Three-Dimensional overhead crane,” *J. Dyn. Syst. Meas. Control*, vol. 120, p. 471–476, 1998.
- [8] M. Iwan Solihin and Wahyudi, “Sensorless anti-swing control for automatic gantry crane system: Model-based approach,” *Int. J. Appl. Eng. Res.*, vol. 2, no. 1, p. 147–161, 2007.
- [9] H. C. da Costa, “Aplicação de técnicas de modelagem e controle em sistemas do tipo ponte rolante”, Dissertação de mestrado, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, Brasil, 2010.
- [10] A. N. K. Nasir, M. A. Ahmad, and M. F. Rahmat, “Performance comparison between LQR and PID controllers for an inverted pendulum system,” em *AIP Conference Proceedings*, vol. 1052, p. 124–128, 2008.

-
- [11] C. Frederickson, R. Sbresny, N. Felker, and A. Getler, “Implementation of an Inverted Pendulum PID Control System Using a Stepper Motor,” Glassboro, 2016.
- [12] J. Huang, E. Maleki, and W. Singhose, “Dynamics and swing control of mobile boom cranes subject to wind disturbances,” *IET Control Theory Appl.*, vol. 7, p. 1187–1195, 2013.
- [13] K. L. Sorensen, W. S. ã, and S. Dickerson, “A controller enabling precise positioning and sway reduction in bridge and gantry cranes,” *Control Eng. Pract.*, vol. 15, p. 825–837, 2007.
- [14] M. J. Maghsoudi, Z. Mohammed, A. F. Pratiwi, N. Ahmad, and A. R. Husain, “An Experiment for Position and Sway Control of a 3D Gantry Crane,” em *2012 4th International Conference on Intelligent and Advanced Systems (ICIAS2012)*, p. 497–502., 2012.
- [15] J. D. de Deus, M. Pimenta, A. Noronha, T. Peña, and P. Brogueira, *Introdução à Física*, 2ªEd. Lisboa, Portugal: McGrawHill, 2000.
- [16] K. Ogata, *Engenharia de Controle Moderno*, 5ªEd. São Paulo, Brasil: Pearson, 2010.
- [17] R. J. Vaccaro, *Digital Control*. Nova Iorque, Estados Unidos da América: McGrawHill, 1995.
- [18] T. Duriez, S. L. Brunton, and B. R. Noack, *Machine Learning Control – Taming Nonlinear Dynamics and Turbulence*, vol. 116. Springer, 2017.
- [19] S. Brunton and K. J. Nathan, *Data-driven science and engineering: machine learning, dynamical systems, and control*, vol. 60, no. 4. Cambridge University Press, 2019.
- [20] H. Lee and S. Cho, “A New Fuzzy-Logic Anti-Swing Control for Industrial Three-Dimensional Overhead Cranes,” em *2001 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, p. 2956–2961, 2001.
- [21] D. Liu, J. Yi, D. Zhao, and W. Wang, “Adaptive sliding mode fuzzy control for a two-dimensional overhead crane,” *Mechatronics*, vol. 15, p. 505–522, 2005.
- [22] V. Caneiro, C. Neves, and D. Baptista, “ARISE.INESCC-ESTG.IPL-TR01-2021”, Relatório Técnico de Projeto, Leiria, 2021.⁵

⁵ Aguarda-se hiperligação, que será incluída na versão final do presente relatório de projeto.

- [23] ABUS, “ABUS - Electric Wire Rope Hoists.” [Online]. Disponível em: https://www.abuscranes.com/download/8555107803993aa9936c5e9742e407e8/abus_electric_wire_rope_hoists.pdf. [Acedido em: 09-Mar-2020].
- [24] *Aparelhos de elevação e movimentação. Aparelhos pesados. Regras de segurança, IPQ - Norma Portuguesa 1939/1988.*
- [25] *Rules for the Design of Hoisting Appliances, FEM 1.001, 1998.*
- [26] *Eurocódigo 3 - Projeto de estruturas em aço. Parte 1-8: projeto de ligações, IPQ - Norma Portuguesa EN 1993-1-8: 2010.*
- [27] R. G. Budynas and J. K. Nisbett, *Shigley's Mechanical Engineering design*, 10^a Ed. Nova Iorque, Estados Unidos da América: McGrawHill, 2015.
- [28] G. Mectrol, “Belt Sizing Guide.” [Online]. Disponível em: <https://assets.gates.com/content/dam/gates/home/resources/mectrol/design-manuals/BeltSizingGuide.pdf>. [Acedido em: 23-Mar-2020].
- [29] G. Mectrol, “Timing Belt Theory,” 2006. [Online]. Disponível em: <https://assets.gates.com/content/dam/gates/home/resources/mectrol/whitepapers/belt-theory06sm.pdf>. [Acedido em: 22-Mar-2020].
- [30] SKF, “Ferramenta de seleção de rolamentos.” [Online]. Disponível em: <https://www.skfbearingselect.com/#/one-or-two>. [Acedido em: 16-Abr-2020].
- [31] RTA, “STEPPING MOTOR WITH ENCODER EM 3F2M-04D0.” [Online]. Disponível em: <https://www.rta.it/en/product/3852-stepping-motor-with-encoder-em-3f2m-04d0>. [Acedido em: 22-Abr-2020].
- [32] Arduino, “Arduino Mega 2560.” [Online]. Disponível em: <https://store.arduino.cc/arduino-mega-2560-rev3>. [Acedido em: 07-Dez-2020].
- [33] RTA, “Stepping motor drive boxed X-PLUS B4.” [Online]. Disponível em: <https://www.rta.it/en/product/2292-stepping-motor-drive-boxed-x-plus-b4>. [Acedido em: 22-Abr-2020].

Apêndices

Apêndice A – Programa MATLAB® para comparação das respostas do modelo não linear e modelo linearizado.....	85
Apêndice B – Programa MATLAB® e <i>Simulink</i> para simulação do sistema de controlo	87
Apêndice C – Esquema de ligações elétricas.....	89
Apêndice D – Sequência de funcionamento do equipamento.....	90
Apêndice E – Programa de controlo do sistema.....	91
Apêndice F - Programa MATLAB® para aquisição e armazenamento de dados via porta série.....	99
Apêndice G - Fluxograma de procedimento experimental.....	100

Apêndice A – Programa MATLAB® para comparação das respostas do modelo não linear e modelo linearizado

O programa 1 corresponde ao programa de comparação das respostas dos dois modelos, sendo necessário correr o mesmo em conjunto com os programas 2, 3 e 4.

Programa 1

```
% Programa para comparar a resposta do modelo não linear com a resposta
do modelo linearizado

%Valores das constantes dos modelos:
m = 0.5; %Valor da massa suspensa
M = 6000; %Valor suficientemente alto para em conjunto com a variável dx
% bloquear o movimento que a oscilação da carga impõe ao carro
L = 1; %Valor do comprimento do cabo de suspensão da carga
g = 9.8; %Aceleração gravítica
dx = 600; %Justificado anteriormente
dt = 0.007; %Constante de amortecimento angular deduzida
experimentalmente

% Intervalo de tempo de simulação
tspan = 0:0.01:60;

% Condição inicial
y0 = [0; 0; 10*pi/180; 0];

% Integração da Equação diferencial não linear
[t,y] = ode45(@ (t,y) carropend (y,m,M,L,g,dx,dt,u_value(t)),tspan,y0);

%Modelo linearizado
[t3,y_lin] =
ode45(@ (t3,y_lin) ylinearizado (y_lin,m,M,L,g,dx,dt,u_value(t3)),tspan,y0);

% Vetores correspondentes aos valores das variáveis obtidos na integração
% das funções
th1 = y(:,3); % Valor do ângulo de oscilação correspondente ao modelo não
linear
th_lin = y_lin(:,3); % Valor do ângulo de oscilação correspondente ao
modelo linear

%Grafico Ângulo Teta
plot(t,th1*180/pi,t,th_lin*180/pi,'linewidth',1.5) %multiplica-se por
180/pi para passar
% para °
legend('Modelo não linear','Modelo Linear')
title('Modelo linear vs. Modelo não linear: Ângulo inicial de 10°')
xlabel('Tempo (s)')
ylabel('Ângulo \theta (°)')
ylim([-5 0.2])
grid on
```

Programa 2

```
% Modelo não linear do sistema Carro - Pêndulo

function dy = carropend(y,m,M,L,g,dx,dt,u)

Sy=sin(y(3));
Cy=cos(y(3));

CA2=1/(L*((Cy^2)*m-M-m));

dy(1,1) = y(2);
dy(2,1) = -(CA2*((L^2)*Sy*m*(y(4)^2)+Cy*L*Sy*g*m+Cy*dt*y(4) -
L*dx*y(2)+L*u));
dy(3,1) = y(4);
dy(4,1) = CA2*((1/(m*L))*(Cy*(L^2)*Sy*(m^2)*(y(4)^2) -
Cy*L*dx*m*y(2)+L*M*Sy*g*m+L*Sy*g*(m^2)+Cy*L*m*u+M*dt*y(4)+dt*m*y(4)));

end
```

Programa 3

```
%Modelo linearizado do sistema carro pêndulo em torno do equilíbrio
%descendente

function dy_lin = ylinearizado(y_lin,m,M,L,g,dx,dt,u)

A = [0 1 0 0;
      0 (-dx/M) (g*m)/M (dt/(L*M));
      0 0 0 1;
      0 dx/(L*M) (-(m+M)*g/(M*L)) (-(M+m)*dt)/(M*m*(L^2))]; %Matriz de
estado

B = [0; 1/M; 0; -1/(M*L)]; %Matriz de entrada

dy_lin = A*y_lin + B*u;

end
```

Programa 4

```
% Função forçadora da força de entrada no modelo
matemático

function u=u_value(t)

if t<.5
    u=0;
% elseif (10<t) && (t<10.5)
%     u=1;
else
    u=0;
end
end
```

Apêndice B – Programa MATLAB[®] e *Simulink* para simulação do sistema de controlo

Programa MATLAB[®]:

```
clear

m = 0.5;
L = 1.055;
g = 9.8;
dt = 0.007;

A=[-dt/(m*(L^2)) 1 0;
   -g/L 0 0;
   0 0 0];

B=[-1/L;
   0;
   1];

C=[1 0 0;
   0 0 1];

D=[0;0];

Modelo_Equipamento=ss(A,B,C,D);
```

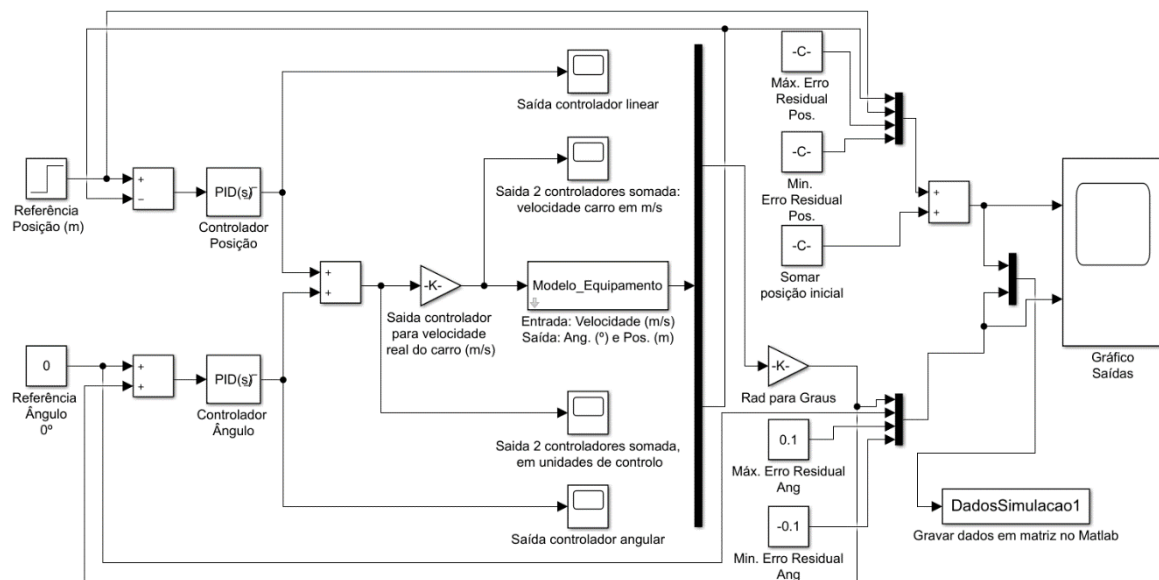
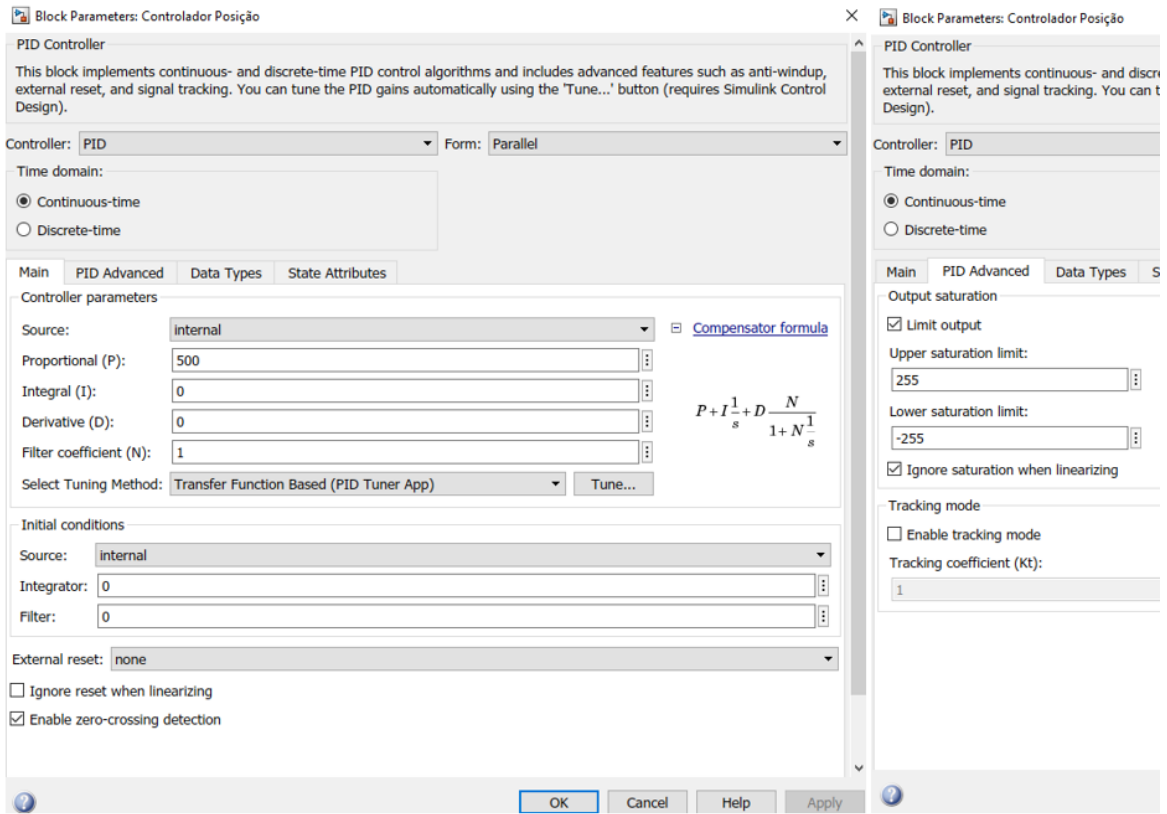


Figura B.1 - Imagem do esquema de controlo inserido no programa do software *Simulink*.

Figura B.2 - Bloco PID do programa *Simulink*.

Apêndice C – Esquema de ligações elétricas

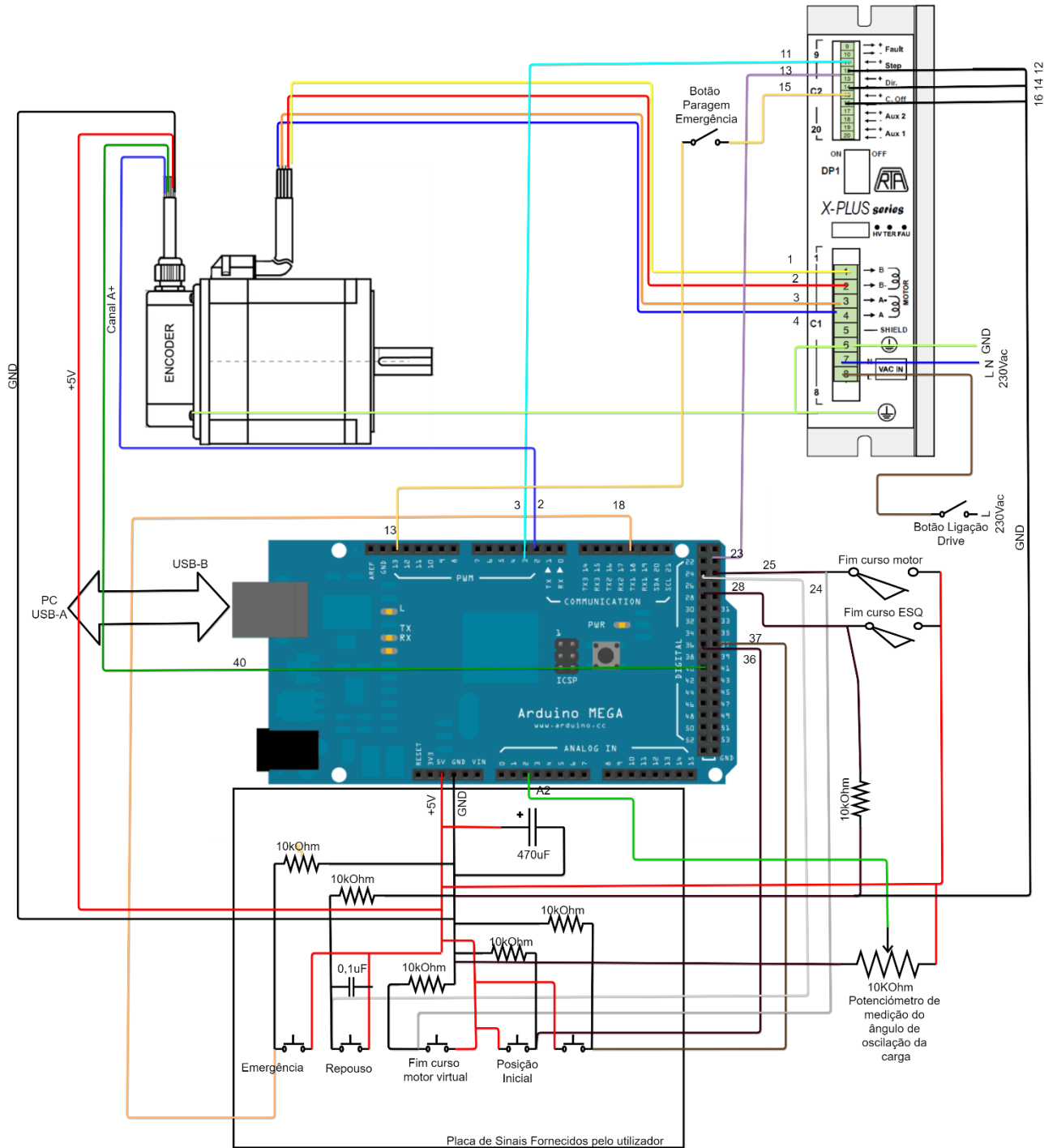


Figura C.1 - Esquema de ligações elétricas.

Apêndice D – Sequência de funcionamento do equipamento

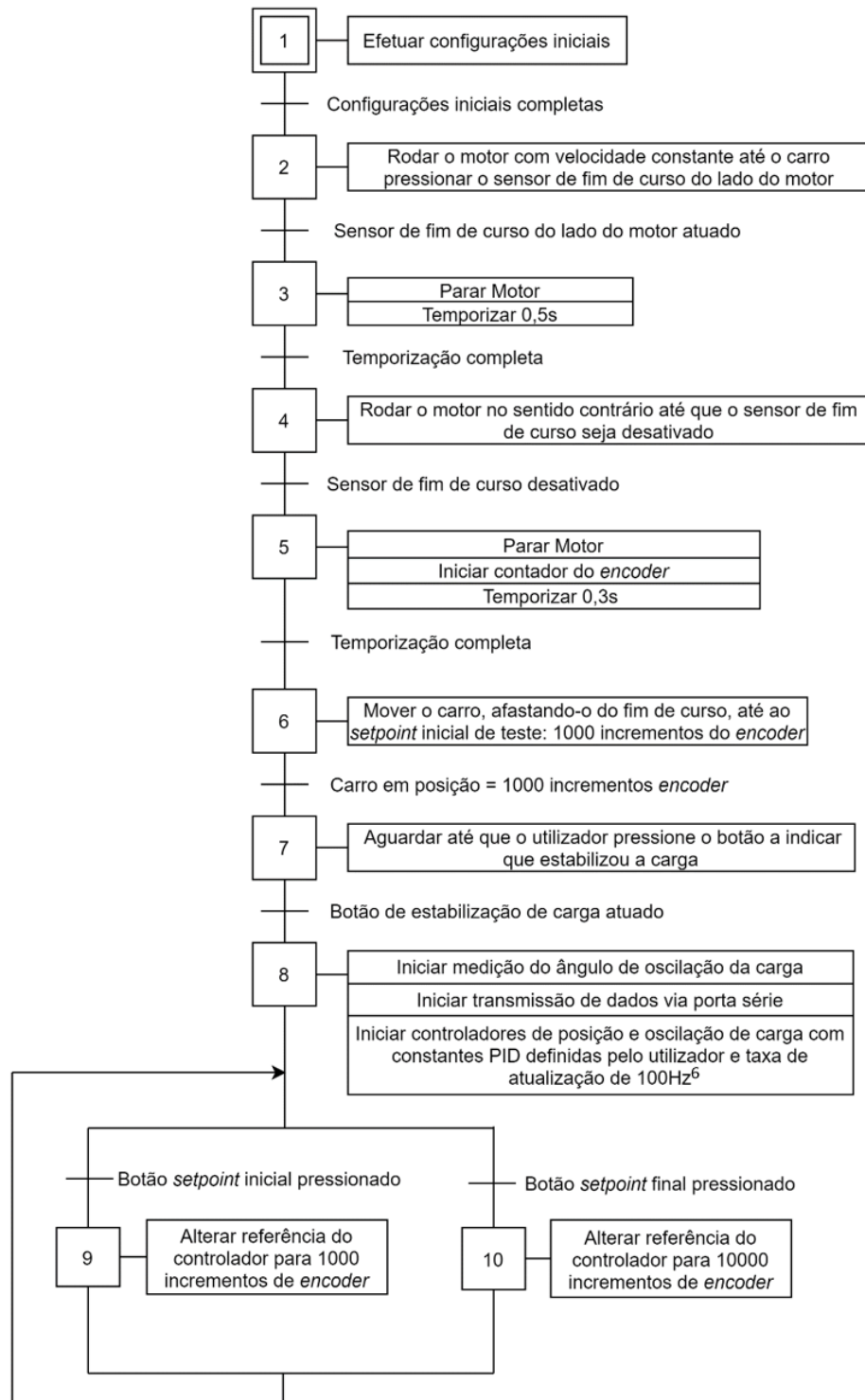


Figura D.1 - Sequência de operações automáticas do sistema representada em esquema *grafset* nível 1.

⁶ A partir da etapa 8 os controladores permanecem em atualização a taxa constante, controlando, por isso, automaticamente o movimento do sistema, parando quando se desliga a placa de controlo.

Apêndice E – Programa de controlo do sistema

```
//PROGRAMA FINAL
//Declaração de bibliotecas
#include <Arduino.h> //Biblioteca Arduino (platformio)
#include <TimerOne.h>
#include <PID_v1.h>
#include <TimerThree.h>
//-----
// Pinos de ligação ao HARDWARE - Com MACROS-----
#define DIRECTION 23 // Pino de sentido de rotação do motor - HIGH (carro a aproximar-se do motor)
#define STEP 3 // Pino de indicação de passo
#define PIN_PARAGEM_EMERGENCIA 13 // Pino de desativação do motor
#define CANAL_A 2 // Canal A Encoder
#define CANAL_B 40 // Canal B ENCODER
#define BOTAO_SEGURANCA 18 // Botão que se carregado para o motor
#define BOTAO_MARCHA 37 // Botão para sistema se deslocar
#define BOTAO_ORIGEM 36 // Botão para o sistema voltar à origem
#define FIM_CURSO_ESQ 28 // Fim de curso do lado oposto ao motor
#define FIM_CURSO_MOTOR 25 // Ligação do fim de curso do lado do motor
#define BOTAO_0_ANGULO 24 // Botão que dará a indicação de que o pêndulo se encontra em repouso
#define POTENCIOMETRO_ANGULO A2 // Potenciometro de medição de ângulo
//-----

// Variáveis globais do programa-----
float set_intervalo_pulso; // Intervalo de pulso do sinal enviado para a DRIVE (us)
volatile int contador_encoder; // Contador de passos do encoder
const float passos_encoder_para_metros = 0.0002250165738; //Número que quando multiplicado por
//incrementos de encoder dará o valor real do incremento em metros
bool estado_fim_de_curso_motor; // Estado do fim de curso direito
bool estado_fim_de_curso_esquerdo; // Estado do fim de curso esquerdo
const int set_pulsos_encoder_marcha = 10000; // Posicao de setpoint, em incrementos de encoder
const int set_posicao_arranque = 1000; // Posicao para arranque do teste, em incr. de encoder
float constante_velocidade_to_intervalo = 40800; // x/255=160 us, ou seja, x=40800
const int set_tempo_at_lin = 10; // Taxa de atualização do controlador linear, em ms (100Hz)
const int set_tempo_at_ang = 10; // Taxa de atualização do controlador angular, em ms (100Hz)
String spc = " "; // Espaço para enviar na comunicação série
//-----
```

```

//Variáveis do controlador PID LINEAR - as variáveis que o controlador aceita têm que ser do tipo double ---
double input_posicao;
double output_velocidade_linear;
double output_velocidade_linear_mapped;
double setpoint_posicao;
double set_kp_lin;
double set_ki_lin;
double set_kd_lin;
//-----
//Variáveis do controlador PID ANGULAR - as variáveis que o controlador aceita têm que ser do tipo double
double input_angulo;
double output_velocidade_angular;
double output_velocidade_angular_mapped;
double setpoint_angulo = 0; //O objetivo é sempre que o ângulo seja 0
double set_kp_ang;
double set_ki_ang;
double set_kd_ang;
float output_velocidade_2_controladores; //Variável que corresponde à soma das saídas dos 2 controladores
// -----
//Variáveis usadas no Potenciometro medidor de ângulo-----
float angulo_medido;
float valor_potenciometro_0;
//-----
//Declarar funções - escrito aqui por ser programado no VSC-----
void incremento_encoder();
void ativacao_botao_seguranca();
void enviar_dados_serie();
void carro_aproxima_motor();
void carro_afasta_motor();
//-----
//Iniciar controladores PID-----
PID controlador_linear(&input_posicao, &output_velocidade_linear, &setpoint_posicao, set_kp_lin, set_ki_l
in, set_kd_lin, DIRECT);
PID controlador_angular(&input_angulo, &output_velocidade_angular, &setpoint_angulo, set_kp_ang, set_k
i_ang, set_kd_ang, DIRECT);
//-----
void setup()
{
  // Ligação de PINs-----
  pinMode(DIRECTION, OUTPUT);

```

```
pinMode(STEP, OUTPUT);
pinMode(PIN_PARAGEM_EMERGENCIA, OUTPUT);
pinMode(CANAL_A, INPUT);
pinMode(CANAL_B, INPUT);
pinMode(FIM_CURSO_MOTOR, INPUT);
pinMode(BOTAO_MARCHA, INPUT);
pinMode(BOTAO_0_ANGULO, INPUT);
//-----

digitalWrite(PIN_PARAGEM_EMERGENCIA, HIGH); //Quando a +5V a DRIVE recebe informação para
//eletrificar o motor

Serial.begin(115200); //Iniciar ligação série

//Interrupção para detetar ativação do botão de segurança-----
attachInterrupt(digitalPinToInterrupt(BOTAO_SEGURANCA), ativacao_botao_seguranca, HIGH);
//-----

//Fazer Homing do sistema-----
set_intervalo_pulso = 400; //Intervalo de pulso durante o homing do sistema
while (digitalRead(FIM_CURSO_MOTOR) == LOW)
{
  digitalWrite(DIRECTION, HIGH);
  digitalWrite(STEP, HIGH);
  delayMicroseconds(set_intervalo_pulso);
  digitalWrite(STEP, LOW);
  delayMicroseconds(set_intervalo_pulso);
}
delay(500);
set_intervalo_pulso = 2000;
while (digitalRead(FIM_CURSO_MOTOR) == HIGH)
{
  digitalWrite(DIRECTION, LOW);
  digitalWrite(STEP, HIGH);
  delayMicroseconds(set_intervalo_pulso);
  digitalWrite(STEP, LOW);
  delayMicroseconds(set_intervalo_pulso);
}
delay(200);
contador_encoder = 0;
```

```

attachInterrupt(digitalPinToInterrupt(CANAL_A), incremento_encoder, RISING); //Interrupção para detectar
                                                                    //mudança no canal A do Encoder

delay(300);
//-----
//Levar o conjunto para uma localização acessível para estabilização do pêndulo-----
set_intervalo_pulso = 400;
setpoint_posicao = set_posicao_arranque;
while (contador_encoder < set_posicao_arranque)
{
    digitalWrite(DIRECTION, LOW);
    digitalWrite(STEP, HIGH);
    delayMicroseconds(set_intervalo_pulso);
    digitalWrite(STEP, LOW);
    delayMicroseconds(set_intervalo_pulso);
}
setpoint_posicao = set_posicao_arranque * passos_encoder_para_metros; //setpoint em metros
//-----
//Colocar o pêndulo em repouso e iniciar medição do ângulo-----
while (digitalRead(BOTAO_0_ANGULO) == LOW)
{
    //Não fazer nada para dar tempo de estabilizar manualmente o pêndulo
}
valor_potenciometro_0 = analogRead(POTENCIOMETRO_ANGULO); //Gravar o valor do potenciometro
quando o ângulo é 0
//-----
//Iniciar timer para comunicação série-----
Timer1.initialize(10000); //Time sample em micro segundos
Timer1.attachInterrupt(enviar_dados_serie);
//-----
//Iniciar timer para criação do pulso step-----
Timer3.initialize(10000);
Timer3.pwm(STEP, 512, set_intervalo_pulso); //512 porque a variável esperada é de 10 bits, ficando assim
                                                                    //ao meio do intervalo
//-----
//Definições controladores PID-----
controlador_linear.SetMode(AUTOMATIC);
controlador_linear.SetOutputLimits(-255, 255);
controlador_linear.SetSampleTime(set_tempo_at_lin); //Taxa de atualização do controlador linear
controlador_angular.SetMode(AUTOMATIC);

```

```

controlador_angular.SetOutputLimits(-255, 255);
controlador_angular.SetSampleTime(set_tempo_at_ang); // Taxa de atualização do controlador angular
//-----
//Constantes dos controladores -----
set_kp_lin = 800;
set_ki_lin = 0;
set_kd_lin = 0;
controlador_linear.SetTunings(set_kp_lin, set_ki_lin, set_kd_lin);
set_kp_ang = 40;
set_ki_ang = 0;
set_kd_ang = 0;
controlador_angular.SetTunings(set_kp_ang, set_ki_ang, set_kd_ang);
//-----
}
void loop()
{
if (digitalRead(BOTAO_0_ANGULO) == HIGH)
{
    valor_potenciometro_0 = analogRead(POTENCIOMETRO_ANGULO); //Gravar o valor do potenciometro
    //quando o ângulo é 0. Colocado também no loop para ajustar a calibração de repouso.
}
else
{
    //Medição de ângulo de oscilação da carga com o potenciômetro-----
    angulo_medido = (analogRead(POTENCIOMETRO_ANGULO) - valor_potenciometro_0) / ((341/90)*1.
4836); //1023/270=341/90 – Passar de 0-1023 para 0-270° e corrigir a leitura multiplicando pela
    // constante 1,4836
    //-----
}
//Quando o botão de marcha é atuado-----
if (digitalRead(BOTAO_MARCHA) == HIGH)
{
    setpoint_posicao = set_pulsos_encoder_marcha * passos_encoder_para_metros; //setpoint em metros
}
//-----
//Quando o botão de voltar à origem é atuado-----
if (digitalRead(BOTAO_ORIGEM) == HIGH)
{
    setpoint_posicao = set_posicao_arranque * passos_encoder_para_metros; //agora, que se usa o controlador
    //, o setpoint em metros
}
}

```

```

}
//-----
input_posicao = contador_encoder * passos_encoder_para_metros; //o contador do encoder é o ramo que
//fecha o anel do controlador linear, agora em metros
//O angulo de realimentação feito com este ciclo if tem assim uma banda morta-----
if ((angulo_medido < 0.3) && (angulo_medido > -0.3))
{
input_angulo = 0;
}
else
{
input_angulo = -angulo_medido;
//o angulo medido com o potenciometro é o ramo que fecha o anel do controlador.
// (-) Para ficar de acordo com o esperado pelo controlador
}
//-----
//Verificação de não atuação dos sensores de fim de curso do sistema antes de rodar o motor-----
estado_fim_de_curso_motor = digitalRead(FIM_CURSO_MOTOR);
estado_fim_de_curso_esquerdo = digitalRead(FIM_CURSO_ESQ);
if ( (estado_fim_de_curso_motor == true))
{
digitalWrite(PIN_PARAGEM_EMERGENCIA, LOW);
}
else if ( (estado_fim_de_curso_esquerdo == true))
{
digitalWrite(PIN_PARAGEM_EMERGENCIA, LOW);
}
//-----
//Cálculos dos controladores-----
controlador_linear.Compute();
controlador_angular.Compute();
//-----
//Mover o carro-----
output_velocidade_2_controladores = output_velocidade_linear + output_velocidade_angular;
if (output_velocidade_2_controladores > 12) //Banda morta determinada a fim de evitar ressonância na
//estrutura provocada por baixas velocidades
{
set_intervalo_pulso = constante_velocidade_to_intervalo / output_velocidade_2_controladores;
carro_afasta_motor();
}

```

```

else if (output_velocidade_2_controladores < -12)
{
    set_intervalo_pulso = -constante_velocidade_to_intervalo / output_velocidade_2_controladores;
                                                                    //(-) para que o tempo seja positivo

    carro_aproxima_motor();
}
else
{
    Timer3.disablePwm(3); //Para desligar a onda de passo
}
//-----
}
//Função de incremento do contador do encoder-----
//Encoder de 400cpr
void incremento_encoder()
{
    if (digitalRead(CANAL_A) && !digitalRead(CANAL_B))
    {
        contador_encoder--; //DIRECTION está HIGH - Carro a aproximar do motor
    }
    else if (digitalRead(CANAL_A) && digitalRead(CANAL_B))
    {
        contador_encoder++; //DIRECTION está LOW - Carro a afastar do motor
    }
}
//-----
//Função para efetuar a paragem instantânea do motor-----
void ativacao_botao_seguranca()
{
    digitalWrite(PIN_PARAGEM_EMERGENCIA, LOW); //Desligar corrente do motor
}
//-----
//Função para enviar dados via porta serie-----
void enviar_dados_serie()
{
    Serial.println(contador_encoder + spc + angulo_medido + spc + output_velocidade_2_controladores);
}
//-----
//Função para movimentar o carro a afastar do motor-----
void carro_aproxima_motor()

```

```
{
digitalWrite(DIRECTION, HIGH);
Timer3.pwm(STEP, 512, set_intervalo_pulso * 2);
}
//-----
//Função para movimentar o carro a afastar do motor-----
void carro_afasta_motor()
{
digitalWrite(DIRECTION, LOW);
Timer3.pwm(STEP, 512, set_intervalo_pulso * 2);
}
//-----
```

Apêndice F - Programa MATLAB® para aquisição e armazenamento de dados via porta série

```
% Programa para ler e armazenar numa matriz os valores lidos e
transmitidos
% por porta serie do Arduino

clear;
clc;

% Definições das leituras
numero_leituras = 30000; %Número total de leituras até finalizar o
programa
tempo_medicao = 0.01; %Tempo entre cada receção de dados - Obrigatório
ser igual ao tempo constante no programa Arduino
y1=zeros(4,numero_leituras); %Matriz que armazena os dados

% Inicio comunicação série
delete(instrfind({'Port'}, {'COM14'})); %Definir valor da porta
correspondente à placa conectada
porta_serie=serial('COM14');
porta_serie.BaudRate=115200; %Taxa de comunicação igual à de envio do
Arduíno
fopen(porta_serie); %Abrir comunicação série

% Guardar as leituras de cada variável em linhas distintas da matriz
for contador_leituras=1:1:numero_leituras

    valor_sensores=fscanf(porta_serie,'%e'); %Ler porta série
    disp(valor_sensores);

    y1(1,contador_leituras) = valor_sensores(1); %Steps
    y1(2,contador_leituras) = valor_sensores(2); %Ângulo
    y1(3,contador_leituras) = valor_sensores(3); %Velocidade [-
255;255]
    y1(4,contador_leituras) = contador_leituras * tempo_medicao;
%Tempo decorrido
end
```

Apêndice G - Fluxograma de procedimento experimental

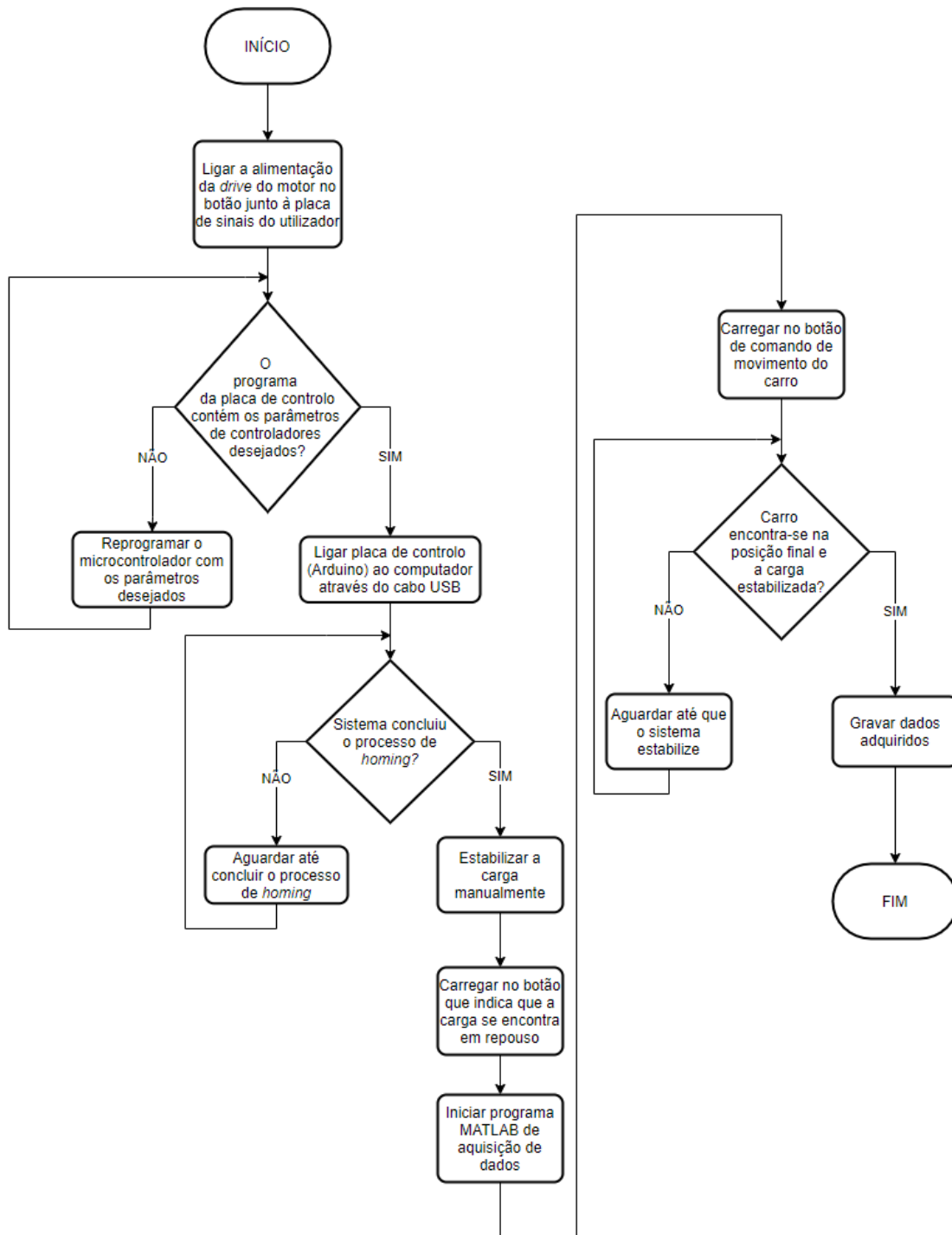


Figura G.1 - Fluxograma de procedimento experimental.